Lehrstuhl für Netzarchitekturen und Netzdienste
Fakultät für Informatik
Technische Universität München

Esolution
Sticker mit SRID hier einkleben

Hinweise zur Personalisierung:
- Ihre Prüfung wird bei der Anwesenheitskontrolle durch Aufkleben eines Codes personalisiert.
- Dieser enthält lediglich eine fortlaufende Nummer, welche auch auf der Anwesenheitsliste neben dem Unterschriftenfeld vermerkt ist.
- Diese wird als Pseudonym verwendet, um eine eindeutige Zuordnung Ihrer Prüfung zu ermöglichen.

Grundlagen Rechnernetze und Verteilte Systeme

Klausur:	IN0010 / Hausaufgabe 4	**Datum:**	Montag, 18. Mai 2020
Prüfer:	Prof. Dr.-Ing. Georg Carle	**Uhrzeit:**	12:01 – 23:59

Bearbeitungshinweise

- Die erreichbare Gesamtpunktzahl betrält 32 Punkte.
- Bitte geben Sie bis spätestens Sonntag, den **24. Mai um 23:59 CEST** über TUMexam ab.
  Bitte haben Sie Verständnis, wenn das Abgabesystem noch nicht reibungslos funktioniert. Wir arbeiten daran!
- Ihren **persönlichen** Link zur Abgabe finden Sie auf Moodle. Geben Sie diesen **nicht** weiter.
- Bitte haben Sie Verständnis, falls die Abgabeseite zeitweilig nicht erreichbar ist.

Bitte nehmen Sie die Hausaufgaben dennoch ernst:

- Neben der Einübung des Vorlesungsstoffs und der Klausurvorbereitung dienen die Hausaufgaben auch dazu, den Ablauf der Midterm zu erproben.
- Finden Sie einen für sich selbst praktikablen und effizienten Weg, die Hausaufgaben zu bearbeiten. Hinweise hierzu haben wir auf `https://grnvs.net/homework_submission.pdf` für Sie zusammengestellt.

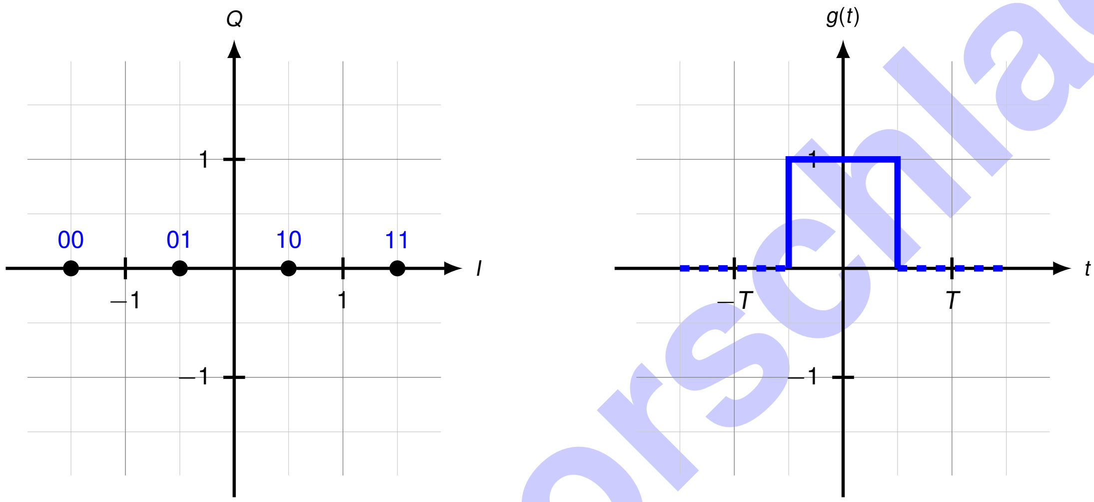
Hörsaal verlassen von ________ bis ________ / Vorzeitige Abgabe um ________

Aufgabe 1 Digitale Modulationsverfahren (9 Punkte)

Hinweis: Hierbei handelt es sich um eine Klausuraufgabe aus der Midtermv 2012.
In dieser Aufgabe sollen die Vorgänge der Impulsformung im Basisband und der anschließenden Modulation erarbeitet werden. Dazu ist in Abbildung 1.1 der Signalraum eines digitalen Modulationsverfahrens gegeben. Außerdem sei die zu übertragende Bitfolge `01111001` gegeben. Als Grundimpuls für das Basisbandsignal soll der Rechtecksimpuls

$$\mathrm{rect(t)} = \begin{cases} 1 & -T/2 \leq t < T/2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

verwendet werden.



(a) Signalraum

(b) Sendegrundimpuls

Abbildung 1.1: Signalraum und Sendegrundimpuls

a)* Um welches Modulationsverfahren handelt es sich?

4-ASK

b)* Tragen Sie in Abbildung 1.1a eine gültige Zuordnung von Codewörtern zu Symbolen ein.

c)* Zeichnen Sie in Abbildung 1.1b den Sendegrundimpuls $g(t)$ ein.

d) Zeichnen Sie nun in Abbildung 1.2 das zu der gegebenen Bitfolge passende Basisbandsignal ein.

Das Basisbandsignal aus der vorherigen Teilaufgabe werde nun verwendet, um den Kosinusträger $s(t) = \cos(2\pi t/T)$ zu modulieren.

e) Zeichnen Sie das modulierte Signal ebenfalls in Abbildung 1.2 ein.

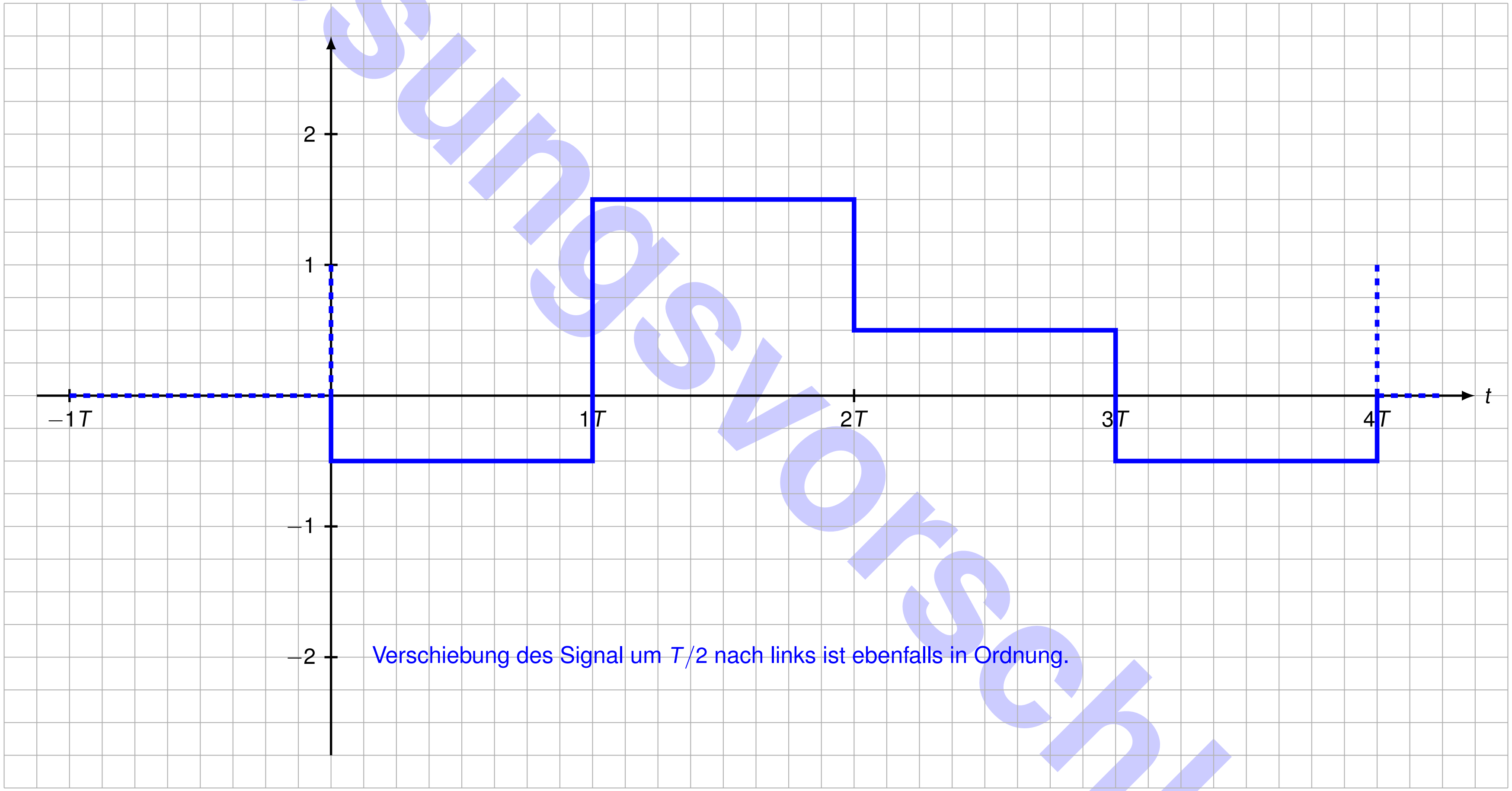


Abbildung 1.2: Lösungsblatt für Teilaufgaben d) und e)

Aufgabe 2 Erzielbare Datenraten mit IEEE 802.11a Wireless LAN (14 Punkte)

In dieser Aufgabe betrachten wir die physikalische Schicht von IEEE 802.11a (einem der WLAN-Standards). Diese verwendet Trägerfrequenzen zwischen 5127 MHz und 5910 MHz. Da die Regulierung der Funkfrequenzen landesabhängig ist, unterscheiden sich die verfügbaren Frequenzbereiche im internationalen Vergleich. In Deutschland beispielsweise steht lediglich der Bereich 5170 MHz to 5330 MHz ohne Einschränkungen zur Verfügung. Dies entspricht einer Bandbreite von 160 MHz, welche in insgesamt 8 Kanäle zu jeweils 20 MHz unterteilt ist. Jeder Kanal ist wiederum in 64 Subcarrier zu je 312.5 kHz unterteilt (siehe Abbildung 2.1). Von diesen Subcarriern werden lediglich 48 zur Datenübertragung genutzt[1].

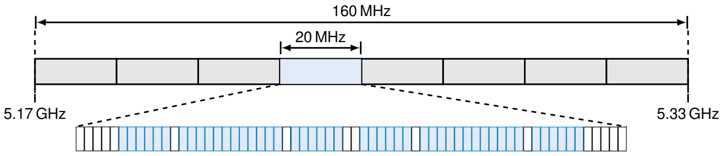


Abbildung 2.1: IEEE 802.11a Kanalaufteilung. Von den insgesamt 64 Subcarriern werden lediglich 48 (blau) zur Datenübertragung genutzt.

Datenrate [Mbit/s]	Modulation	Coderate
6	BPSK	1/2
9	BPSK	3/4
12	QPSK	1/2
18	QPSK	3/4
24	16-QAM	1/2
36	16-QAM	3/4
48	64-QAM	2/3
54	64-QAM	3/4

Abbildung 2.2: Datenraten, Modulationsverfahren und Coderaten für IEEE 802.11a.

Die Symboldauer (zeitliche Ausdehnung eines Sendeimpulses) beträgt daher $1/312.5\,\text{kHz} = 3.2\,\mu\text{s}$. Um Störungen durch Reflexionen zu vermeiden, wird zwischen Symbolen ein zeitlicher Schutzabstand (engl. „Guard Interval“) eingefügt. Die effektive Symboldauer beträgt daher $T_s = 4\,\mu\text{s}$.

Die effektiv erzielbare Datenrate hängt nun vom verwendeten Modulationverfahren sowie der Coderate des Kanalcodes ab. Diese sind in Tabelle 2.2 aufgelistet.

Wir betrachten zunächst nur die maximale Übertragungsrate $r_{max} = 54\,\text{Mbit/s}$.

a)* Wieviele Bit werden pro Sendesymbol übertragen?

Sei M die Anzahl unterschiedlicher Symbole, für 64-QAM also $M = 64$. Dann erhalten wir pro Symbol

$$n = \log_2(M) = \log_2(64) = 6\,\text{bit}.$$

b) Wie viele Bit werden bei Verwendung von 48 Subcarriern insgesamt pro Symboldauer übertragen?

$$n_{brutto,48} = n \cdot 48 = 288\,\text{bit}$$

c) Der in Teilaufgabe b) berechnete Wert bezieht sich auf Kanalwörter, d. h. es ist Redundanz enthalten. Bestimmen Sie Menge an übertragenen Nutzdaten pro Symboldauer.

$$n_{netto,48} = \frac{3}{4} n_{brutto,48} = 216\,\text{bit}$$

[1] Die übrigen sind entweder nicht belegt oder werden zur Übertragung sog. Pilotsymbole verwendet, welche der Kanalschätzung dienen. Dies vernachlässigen wir in dieser Aufgabe.

d) Bestätigen Sie unter Verwendung des Ergebnisses aus Teilaufgabe c) die maximale Datenrate $r_{\max} = 54\,\text{Mbit/s}$.

$$r_{\max} = \frac{n_{netto,48}}{T_s} = 216\,\text{bit} \cdot 250\,000/\text{s} = 54\,\text{Mbit/s}$$

e)* Bestimmen Sie nun unter Verwendung von Hartleys Gesetz die minimal notwendige Bandbreite $B_{\min}$, die notwendig ist, um unter Verwendung von 64 unterscheidbaren Symbolen eine Datenrate von 54 Mbit/s zu erreichen.

$$r = 2B_{\min}\log_2(M) \Rightarrow B_{\min} = \frac{r}{2\log_2(M)} = \frac{54\,\text{Mbit/s}}{2 \cdot \log_2(64)\,\text{bit}} = 4.5\,\text{MHz}$$

f)* Bestimmen Sie das minimale SNR nach Shannon in der Einheit dB, so dass theoretisch die maximale Datenrate $r_{\max} = 54\,\text{Mbit/s}$ erreicht werden kann. **Hinweis:** Gehen Sie vereinfachend von der gesamten Kanalbandbreite von $B = 20\,\text{MHz}$ aus.

$$r_{\max} \overset{!}{=} B\log_2(1 + \text{SNR})$$

$$\text{SNR} = 2^{r_{\max}/B} - 1$$

$$= 2^{(54\cdot 10^6)/(20\cdot 10^6)} - 1 = 2^{54/20} - 1 = 2^{2,7} - 1 \approx 5,50$$

Umrechnung in dB:

$$\text{SNR dB} = 10 \cdot \log(\text{SNR})\,\text{dB} \approx 7.40\,\text{dB}$$

g) Die Signalleistung beim Empfänger betrage nun 45 µW. Das Rauschen habe eine Leistung von 15 µW. Welches Modulationsverfahren und welche Coderate werden unter diesen Bedingungen zum Einsatz kommen? **Hinweis:** Gehen Sie vereinfachend von der gesamten Kanalbandbreite von $B = 20\,\text{MHz}$ aus.

$$r = B \cdot \log_2(1 + \text{SNR})$$

$$= B \cdot \log_2\left(1 + \frac{P_S}{P_N}\right)$$

$$= 20 \cdot 10^6/\text{s} \cdot \log_2\left(1 + \frac{45}{15}\right)\,\text{bit} = 40\,\text{Mbit/s}$$

Aus Tabelle 2.2 sehen wir nun, dass $48\,\text{Mbit/s} > r > 36\,\text{Mbit/s}$ gilt. Die Datenrate wird demnach auf höchstens 36 Mbit/s heruntergeschaltet. Es kommt folglich QAM-16 sowie eine Coderate von $R = 3/4$ zum Einsatz.

Aufgabe 3 ALOHA (9 Punkte)

ALOHA (hawaiisch: „Hallo") ist eines der ältesten Medienzugriffsverfahren und wurde 1971 an der Universität von Hawaii entwickelt, um die Hawaii-Inseln über eine Funkverbindung mit einer zentralen Vermittlungsstation zu verbinden. Die Trennung der zwei Kommunikationsrichtungen von den Inseln zur Vermittlungsstation und zurück erfolgte durch Frequenzduplex (FDD). Die Steuerung des Medienzugriffs war denkbar einfach: Sobald ein Sender Daten erhalten hatte, durfte dieser zu senden beginnen. Da aber keine Richtfunkantennen eingesetzt wurden und alle Sender auf den Inseln dieselbe Frequenz verwendeten, konnte es zu Kollisionen kommen, wenn sich zwei Übertragungen zeitlich überschnitten.
Zwei Jahre später wurde Slotted ALOHA eingeführt, bei dem die Sender nur noch zu Beginn fester Zeitschlitze (engl. *time slots*) anfangen durften zu senden. Die Vermittlungsstation übertrug dafür auf dem Rückkanal ein Taktsignal zur Synchronisation.
Wir wollen nun eine eigene Strategie definieren, die wir p-persistentes Slotted ALOHA nennen. Liegen Daten vor, so sendet eine Station mit Wahrscheinlichkeit p im nächsten Slot bzw. verzögert die Übertragung mit Wahrscheinlichkeit $1-p$ um einen Slot. Folgende Ausgangssituation sei gegeben:

- Es gibt n Nutzer, die saturiert sind, d. h. es liegen stets Daten zum Senden vor.
- Jeder Nutzer fängt mit Wahrscheinlichkeit p im nächsten möglichen Zeitschlitz an zu senden.
- Die Dauer eines Sendevorgangs entspricht der Länge eines Zeitschlitzes.

a)* Wie viele Nutzer können höchstens gleichzeitig senden, ohne dass es zu einer Kollision kommt?

Genau einer.

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit p, dass in einem Zeitschlitz eine kollisionsfreie Übertragung stattfindet?

Sei X die ZV, welche die Anzahl der im betreffenden Zeitschlitz gleichzeitig sendenden Stationen angibt. Die Übertragung ist genau dann kollisionsfrei, wenn $X = 1$ gilt, d. h. genau ein *beliebiger* Nutzer sendet. X ist also binomialverteilt mit Sendewahrscheinlichkeit p:

$$\Pr[X=k] = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad \Rightarrow \quad \Pr[X=1] = \binom{n}{1} p(1-p)^{n-1} = np \cdot (1-p)^{n-1} =: f(n,p)$$

c) Bestimmen Sie p^*, so dass die Wahrscheinlichkeit einer kollisionsfreien Übertragung maximiert wird.

Ableitung liefert:

$$\frac{\partial f}{\partial p} = n \cdot (1-p)^{n-1} - np \cdot (n-1) \cdot (1-p)^{n-2} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\begin{aligned} n \cdot (1-p)^{n-1} &= np \cdot (n-1) \cdot (1-p)^{n-2} \\ 1-p &= p \cdot (n-1) \\ p &= \frac{1}{n} \end{aligned}$$

d) Bestimmen Sie nun die maximale Kanalauslastung bei n Nutzern.

0
1

Einsetzen liefert:

$$f(n, p^*) = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n-1}$$

e) Bestimmen Sie nun die maximale Kanalauslastung bei einer sehr großen Anzahl von Nutzern.

Hinweis: $\lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$

0
1
2

$$\lim_{n\to\infty} f(n, p^*) = \lim_{n\to\infty}\left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n-1} = \lim_{n\to\infty}\frac{\left(1 - \frac{1}{n}\right)^n}{\left(1 - \frac{1}{n}\right)} = \frac{1}{e} \approx 0.37$$

Zusätzlicher Platz für Lösungen. Markieren Sie deutlich die Zuordnung zur jeweiligen Teilaufgabe. Vergessen Sie nicht, ungültige Lösungen zu streichen.

Lösungsvorschlag