

Ejercicios de funciones recursivas

Programación — DAW

Ricardo Pérez López

IES Doñana

Curso 2020/21

1. Dada la siguiente función matemática:

$$f(n) = \begin{cases} 0 & \text{si } n = 0 \\ 1 + 2 \cdot f(n - 1) & \text{si } n > 0 \end{cases}$$

calcular el valor de $f(3)$.

2. La función potencia tiene la siguiente especificación:

$$\left\{ \begin{array}{l} \textbf{Pre} : \quad b \geq 0 \\ \quad \text{potencia}(a : \text{int}, b : \text{int}) \rightarrow \text{int} \\ \textbf{Post} : \quad \text{potencia}(a, b) = a^b \end{array} \right.$$

a) Implementar la función de forma no recursiva.

b) Implementar la función de forma recursiva.

3. La función repite tiene la siguiente especificación:

$$\left\{ \begin{array}{l} \textbf{Pre} : \quad n \geq 0 \\ \quad \text{repite}(s : \text{str}, n : \text{int}) \rightarrow \text{str} \\ \textbf{Post} : \quad \text{repite}(s, n) = s * n \end{array} \right.$$

Implementar la función de forma recursiva.

4. La suma lenta es un algoritmo para sumar dos números para el que sólo necesitamos saber cuáles son el anterior y el siguiente de un número dado. El algoritmo se basa en la siguiente recurrencia:

$$suma_lenta(a, b) = \begin{cases} b & \text{si } a = 0 \\ suma_lenta(ant(a), sig(b)) & \text{si } a > 0 \end{cases}$$

Suponiendo que tenemos las siguientes funciones ant y sig:

```
ant = lambda n: n - 1  
sig = lambda n: n + 1
```

Se pide:

- a) Escribir su especificación.
 - b) Implementar una función recursiva que satisfaga dicha especificación.
5. La función suma_digitos calcula la suma de los dígitos de un número entero:

```
suma_digitos(423) = 4 + 2 + 3 = 9  
suma_digitos(7) = 0
```

Se pide:

- a) Escribir su especificación.
 - b) Implementar una función recursiva que satisfaga dicha especificación.
- Indicación:* Recordar que `n // 10` le quita el último dígito a `n`. Además, `n % 10` devuelve el último dígito de `n`.
6. La función voltea le da la vuelta a un número entero:

```
voltea(423) = 324  
voltea(7) = 7
```

Se pide:

- a) Escribir su especificación.
 - b) Implementar una función recursiva que satisfaga dicha especificación.
- Indicación:* Usar la función digitos que devuelve la cantidad de dígitos que tiene un entero. Usar además la indicación del ejercicio anterior.

7. La función `par_positivo` determina si un número entero positivo es par:

```
par_positivo(0) = True
par_positivo(1) = False
par_positivo(27) = False
par_positivo(82) = True
```

Se pide:

- a) Escribir su especificación.
- b) Implementar una función recursiva que satisfaga dicha especificación.

8. La función `par` determina si un número entero (positivo o negativo) es par:

```
par(0) = True
par(1) = False
par(-27) = False
```

Se pide:

- a) Escribir su especificación.
- b) Implementar una función recursiva que satisfaga dicha especificación.
- c) ¿Cómo se podría implementar una función `impar` a partir de la función `par`?

Soluciones

1. $f(3)$

$$\begin{aligned} &= 1 + 2 \cdot f(2) \\ &= 1 + 2 \cdot (1 + f(1)) \\ &= 1 + 2 \cdot (1 + 2 \cdot (1 + 2 \cdot f(0))) \\ &= 1 + 2 \cdot (1 + 2 \cdot (1 + 2 \cdot 0)) \\ &= 1 + 2 \cdot (1 + 2 \cdot 1) \\ &= 1 + 2 \cdot 3 \\ &= 7. \end{aligned}$$

2. a) `potencia = lambda a, b: a ** b`

b) `potencia = lambda a, b: 1 if b == 0 else a * potencia(a, b - 1)`

3. `repite = lambda s, n: '' if n == 0 else s + repite(s, n - 1)`

4. a) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Pre: } a \geq 0 \\ \text{suma_lenta}(a: \text{int}, b: \text{int}) \rightarrow \text{int} \\ \text{Post: } \text{suma_lenta}(a, b) = a + b \end{array} \right.$

- b) `suma_lenta = lambda a, b: b if a == 0 else suma_lenta(ant(a), sig(b))`
5. a) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Pre: } n \geq 0 \\ \text{Post: } \text{suma_digitos}(n) = \text{la suma de los dígitos de } n \end{array} \right.$
- b) `suma_digitos = lambda n: n if n < 10 else (n % 10) + suma_digitos(n // 10)`
6. a) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Pre: } n \geq 0 \\ \text{Post: } \text{voltea}(n) = \text{el número } n \text{ con los dígitos al revés} \end{array} \right.$
- b) `voltea = lambda n: n if n < 10 else \`
`(n % 10) * 10 ** (digitos(n) - 1) + voltea(n // 10)`
7. a) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Pre: } n \geq 0 \\ \text{Post: } \text{par_positivo}(n) = \begin{cases} \text{True} & \text{si } n \text{ es par} \\ \text{False} & \text{en caso contrario} \end{cases} \end{array} \right.$
- b) `par_positivo = lambda n: True if n == 0 else \`
`False if par_positivo(n - 1) else \`
`True`
8. a) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Pre: True} \\ \text{Post: } \text{par}(n) = \begin{cases} \text{True} & \text{si } n \text{ es par} \\ \text{False} & \text{en caso contrario} \end{cases} \end{array} \right.$
- b) `par = lambda n: True if n == 0 else \`
`False if par(abs(n) - 1) else \`
`True`
- c) `impar = lambda n: not par(n)`