

# Ejercicios de Programación funcional (II)

Programación — DAW

Ricardo Pérez López  
IES Doñana

Curso 2025/2026

1. Dada la siguiente función matemática:

$$f(n) = \begin{cases} 0 & \text{si } n = 0 \\ 1 + 2 \cdot f(n-1) & \text{si } n > 0 \end{cases}$$

calcular el valor de  $f(3)$ .

2. La función `potencia` tiene la siguiente especificación:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pre : } b \geq 0 \\ \text{potencia}(a:\text{int}, b:\text{int}) \rightarrow \text{int} \\ \text{Post : } \text{potencia}(a, b) = a^b \end{array} \right.$$

a) Implementar la función de forma no recursiva.

b) Implementar la función de forma recursiva.

3. La función `repite` tiene la siguiente especificación:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pre : } n \geq 0 \\ \text{repite}(s:\text{str}, n:\text{int}) \rightarrow \text{str} \\ \text{Post : } \text{repite}(s, n) = s * n \end{array} \right.$$

Implementar la función de forma recursiva.

4. La suma lenta es un algoritmo para sumar dos números para el que sólo necesitamos saber cuáles son el anterior y el siguiente de un número dado. El algoritmo se basa en la siguiente recurrencia:

$$\text{suma\_lenta}(a, b) = \begin{cases} b & \text{si } a = 0 \\ \text{suma\_lenta}(\text{ant}(a), \text{sig}(b)) & \text{si } a > 0 \end{cases}$$

Suponiendo que tenemos las siguientes funciones `ant` y `sig`:

```
ant = lambda n: n - 1
sig = lambda n: n + 1
```

Se pide:

- a) Escribir su especificación.
  - b) Implementar una función recursiva que satisfaga dicha especificación.
5. La función `suma_digitos` calcula la suma de los dígitos de un número entero:

```
suma_digitos(423) = 4 + 2 + 3 = 9
suma_digitos(7) = 7
```

Se pide:

- a) Escribir su especificación.
  - b) Implementar una función recursiva que satisfaga dicha especificación.
- Indicación:* Recordar que `n // 10` le quita el último dígito a `n`. Además, `n % 10` devuelve el último dígito de `n`.
6. La función `voltea` le da la vuelta a un número entero:

```
voltea(423) = 324
voltea(7) = 7
```

Se pide:

- a) Escribir su especificación.
  - b) Implementar una función recursiva que satisfaga dicha especificación.
- Indicación:* Usar la función `digitos` que devuelve la cantidad de dígitos que tiene un entero. Usar además la indicación del ejercicio anterior.

7. La función `par_positivo` determina si un número entero positivo es par:

```
par_positivo(0) = True
par_positivo(1) = False
par_positivo(27) = False
par_positivo(82) = True
```

Se pide:

- Escribir su especificación.
  - Implementar una función recursiva que satisfaga dicha especificación.
8. La función `par` determina si un número entero (positivo o negativo) es par:

```
par(0) = True
par(1) = False
par(-27) = False
```

Se pide:

- Escribir su especificación.
  - Implementar una función recursiva que satisfaga dicha especificación.
  - ¿Cómo se podría implementar una función `impar` a partir de la función `par`?
9. La función `elem` tiene la siguiente especificación:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pre : } \text{True} \\ \text{elem}(e, t: \text{tuple}) \rightarrow \text{bool} \\ \text{Post : } \text{elem}(e, t) = \begin{cases} \text{True} & \text{si } e \text{ está en } t \\ \text{False} & \text{en caso contrario} \end{cases} \end{array} \right.$$

Escribir una función recursiva que satisfaga dicha especificación.

10. La función `cuantos` tiene la siguiente especificación:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pre : } \text{True} \\ \text{cuantos}(e, t: \text{tuple}) \rightarrow \text{int} \\ \text{Post : } \text{cuantos}(e, t) = \text{el número de veces que aparece } e \text{ en } t \end{array} \right.$$

Escribir una función recursiva que satisfaga dicha especificación y que genere un proceso:

- recursivo.

b) iterativo.

11. La función `quita` tiene la siguiente especificación:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pre : } \text{True} \\ \text{quita}(e, t: \text{tuple}) \rightarrow \text{tuple} \\ \text{Post : } \text{quita}(e, t) = \text{una tupla igual que } t \text{ pero sin los } e \end{array} \right.$$

Escribir una función recursiva que satisfaga dicha especificación y que genere un proceso:

a) recursivo.

b) iterativo.

12. La función `sustituye` tiene la siguiente especificación:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pre : } \text{True} \\ \text{sustituye}(a, b, t: \text{tuple}) \rightarrow \text{tuple} \\ \text{Post : } \text{sustituye}(a, b, t) = \text{una tupla igual que } t \text{ pero} \\ \text{sustituyendo los } a \text{ por } b \end{array} \right.$$

Escribir una función recursiva que satisfaga dicha especificación y que genere un proceso:

a) recursivo.

b) iterativo.

13. La función `ultimo` tiene la siguiente especificación:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pre : } t \neq () \\ \text{ultimo}(t: \text{tuple}) \rightarrow \text{Any} \\ \text{Post : } \text{ultimo}(t) = \text{el último elemento de } t \end{array} \right.$$

Escribir una función recursiva que satisfaga dicha especificación.

14. La función `enesimo` tiene la siguiente especificación:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pre : } t \neq () \wedge 0 \leq n < \text{len}(t) \\ \text{enesimo}(n: \text{int}, t: \text{tuple}) \rightarrow \text{Any} \\ \text{Post : } \text{enesimo}(n, t) = \text{el } n\text{-ésimo elemento de } t \end{array} \right.$$

Escribir una función recursiva que satisfaga dicha especificación.

15. La función `invertir` tiene la siguiente especificación:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pre : } \text{True} \\ \text{invertir}(t: \text{tuple}) \rightarrow \text{tuple} \\ \text{Post : } \text{invertir}(t) = \text{una tupla con los elementos de } t \text{ en orden contrario} \end{array} \right.$$

Por ejemplo: `invertir((1, 2, 3, 4)) == (4, 3, 2, 1)`.

Escribir una función recursiva que satisfaga dicha especificación.

16. La función `palindromo` tiene la siguiente especificación:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pre : } \text{True} \\ \text{palindromo}(t: \text{tuple}) \rightarrow \text{bool} \\ \text{Post : } \text{palindromo}(t) = \begin{cases} \text{True} & \text{si } t \text{ es un palíndromo} \\ & \text{(se lee igual en un sentido que en otro)} \\ \text{False} & \text{en caso contrario} \end{cases} \end{array} \right.$$

Por ejemplo: `palindromo((1, 2, 3, 4, 3, 2, 1)) == True`.

Escribir una función recursiva que satisfaga dicha especificación.

17. La función `rota` tiene la siguiente especificación:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pre : } n \geq 0 \\ \text{rota}(n: \text{int}, t: \text{tuple}) \rightarrow \text{tuple} \\ \text{Post : } \text{rota}(n, t) = \text{la tupla obtenida poniendo los } n \text{ primeros} \\ \text{elementos de } t \text{ al final} \end{array} \right.$$

Por ejemplo:

```
rota(1, (3, 2, 5, 7)) == (2, 5, 7, 3)
rota(2, (3, 2, 5, 7)) == (5, 7, 3, 2)
rota(3, (3, 2, 5, 7)) == (7, 3, 2, 5)
```

Escribir una función recursiva que satisfaga dicha especificación.

18. La función `rota1` tiene la siguiente especificación:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pre : } \text{True} \\ \text{rota1}(t: \text{tuple}) \rightarrow \text{tuple} \\ \text{Post : } \text{rota1}(t) = \text{la tupla obtenida poniendo el primer} \\ \text{elemento de } t \text{ al final} \end{array} \right.$$

Por ejemplo: `rotar((3, 2, 5, 7)) == (2, 5, 7, 3)`.

Escribir una función recursiva que satisfaga dicha especificación.

19. La función `menor` tiene la siguiente especificación:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pre : } t \neq () \\ \text{menor}(t: \text{tuple}[\alpha]) \rightarrow \alpha \\ \text{Post : } \text{menor}(t) = \text{el menor elemento de } t \end{array} \right.$$

Por ejemplo: `menor((3, 2, 5, 7)) == 2`.

Escribir una función recursiva que satisfaga dicha especificación.

20. La función `mayor` tiene la siguiente especificación:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pre : } t \neq () \\ \text{mayor}(t: \text{tuple}[\alpha]) \rightarrow \alpha \\ \text{Post : } \text{mayor}(t) = \text{el mayor elemento de } t \end{array} \right.$$

Por ejemplo: `mayor((3, 2, 5, 7)) == 7`.

Escribir una función recursiva que satisfaga dicha especificación.

21. La función `menor_mayor` tiene la siguiente especificación:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pre : } t \neq () \\ \text{menor_mayor}(t: \text{tuple}[\alpha]) \rightarrow \text{tuple}[\alpha] \\ \text{Post : } \text{menor_mayor}(t) = \text{una tupla con dos elementos} \\ \text{que contiene el menor y el mayor elemento de } t, \\ \text{en ese orden} \end{array} \right.$$

Por ejemplo: `menor_mayor((3, 2, 5, 7)) == (2, 7)`.

Escribir una función recursiva que satisfaga dicha especificación.

22. La función `finales` tiene la siguiente especificación:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pre : } n \geq 0 \\ \text{finales}(n: \text{int}, t: \text{tuple}) \rightarrow \text{tuple} \\ \text{Post : } \text{finales}(n, t) = \text{la tupla que contiene los } n \text{ elementos finales de } t \end{array} \right.$$

Por ejemplo: `finales(2, (1, 2, 3, 4)) == (3, 4)`.

Escribir una función recursiva que satisfaga dicha especificación.

## Soluciones

1.  $f(3)$

$$\begin{aligned} &= 1 + 2 \cdot f(2) \\ &= 1 + 2 \cdot (1 + f(1)) \\ &= 1 + 2 \cdot (1 + 2 \cdot (1 + 2 \cdot f(0))) \\ &= 1 + 2 \cdot (1 + 2 \cdot (1 + 2 \cdot 0)) \\ &= 1 + 2 \cdot (1 + 2 \cdot 1) \\ &= 1 + 2 \cdot 3 \\ &= 7. \end{aligned}$$

2. a) `potencia = lambda a, b: a ** b`

b) `potencia = lambda a, b: 1 if b == 0 else a * potencia(a, b - 1)`

3. `repite = lambda s, n: '' if n == 0 else s + repite(s, n - 1)`

4.

a)  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Pre : } a \geq 0 \\ \text{suma\_lenta}(a:\text{int}, b:\text{int}) \rightarrow \text{int} \\ \text{Post : } \text{suma\_lenta}(a, b) = a + b \end{array} \right.$

b) `suma_lenta = lambda a, b: b if a == 0 else suma_lenta(a, sig(b))`

5.

a)  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Pre : } n \geq 0 \\ \text{suma\_digitos}(n:\text{int}) \rightarrow \text{int} \\ \text{Post : } \text{suma\_digitos}(n) = \text{la suma de los dígitos de } n \end{array} \right.$

b) `suma_digitos = lambda n: n if n < 10 else (n % 10) + suma_digitos(n // 10)`

6.

a)  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Pre : } n \geq 0 \\ \text{voltea}(n:\text{int}) \rightarrow \text{int} \\ \text{Post : } \text{voltea}(n) = \text{el número } n \text{ con los dígitos al revés} \end{array} \right.$

b) `voltea = lambda n: n if n < 10 else \`  
`(n % 10) * 10 ** (digitos(n) - 1) + voltea(n // 10)`

7.

$$a) \left\{ \begin{array}{l} \text{Pre : } n \geq 0 \\ \text{par\_positivo}(n: \text{int}) \rightarrow \text{bool} \\ \text{Post : } \text{par\_positivo}(n) = \begin{cases} \text{True} & \text{si } n \text{ es par} \\ \text{False} & \text{en caso contrario} \end{cases} \end{array} \right.$$

b) `par_positivo = lambda n: True if n == 0 else \`  
`not par_positivo(n - 1)`

$$8. \quad a) \left\{ \begin{array}{l} \text{Pre : } \text{True} \\ \text{par}(n: \text{int}) \rightarrow \text{bool} \\ \text{Post : } \text{par}(n) = \begin{cases} \text{True} & \text{si } n \text{ es par} \\ \text{False} & \text{en caso contrario} \end{cases} \end{array} \right.$$

b) `par = lambda n: True if n == 0 else \`  
`not par(abs(n) - 1)`

c) `impar = lambda n: not par(n)`

9. `elem = lambda e, t: False if t == () else \`  
`True if t[0] == e else \`  
`elem(e, t[1:])`

10. Definimos:

`aux = lambda a, b: 1 if a == b else 0`

a) `cuantos = lambda e, t: 0 if t == () else \`  
`aux(e, t[0]) + cuantos(e, t[1:])`

b) `cuantos = lambda e, t: cuantos_it(e, t, 0)`  
`cuantos_it = lambda e, t, acc: acc if t == () else \`  
`cuantos_it(e, t[1:], acc + aux(e, t[0]))`

11. Definimos:

`aux = lambda a, b: () if a == b else (b,)`

a) `quita = lambda e, t: () if t == () else \`  
`aux(e, t[0]) + quita(e, t[1:])`

b) `quita = lambda e, t: quita_it(e, t, ())`  
`quita_it = lambda e, t, acc: acc if t == () else \`  
`quita_it(e, t[1:], acc + aux(e, t[0]))`

12. Definimos:



```

aux = lambda a, b, t: (b,) if a == t else (t,)

a) sustituye = lambda a, b, t: () if t == () else \
    aux(a, b, t[0]) + sustituye(a, b, t[1:])

b) sustituye = lambda a, b, t: sustituye_it(a, b, t, ())
    sustituye_it = lambda a, b, t, acc: \
        acc if t == () else \
        sustituye_it(a, b, t[1:], acc + aux(a, b, t[0]))

13. ultimo = lambda t: t[0] if t[1:] == () else ultimo(t[1:])

14. enesimo = lambda n, t: t[0] if n == 0 else enesimo(n - 1, t[1:])

```