Expresiones

Ricardo Pérez López

IES Doñana, curso 2020/2021

1. El lenguaje de programación Python

1.1. Historia

Historia

- Python fue creado a finales de los ochenta por **Guido van Rossum** en el Centro para las Matemáticas y la Informática (CWI, Centrum Wiskunde & Informatica), en los Países Bajos, como un sucesor del lenguaje de programación ABC.
- El nombre del lenguaje proviene de la afición de su creador por los humoristas británicos **Monty Python**.
  - Python alcanzó la versión 1.0 en enero de 1994.
  - Python 2.0 se publicó en octubre de 2000 con muchas grandes mejoras. Actualmente, Python 2 está obsoleto.
  - Python 3.0 se publicó en septiembre de 2008 y es una gran revisión del lenguaje que no es totalmente retrocompatible con Python 2.

Logo de Python

1.2. Características principales

Características principales

- Python es un lenguaje **interpretado**, **dinámico** y **multiplataforma**, cuya filosofía hace hincapié en una sintaxis que favorezca un **código legible**.
- Es un lenguaje de programación **multiparadigma**. Esto significa que más que forzar a los programadores a adoptar un estilo particular de programación, permite varios estilos: **programación orientada a objetos**, **programación imperativa** y **programación funcional**.
- Tiene una **gran biblioteca estándar**, usada para una diversidad de tareas. Esto viene de la filosofía «pilas incluidas» (*batteries included*) en referencia a los módulos de Python.
- Es administrado por la **Python Software Foundation** y posee una licencia de **código abierto**.
- La estructura de un programa se define por su anidamiento.

- Para entrar en el intérprete, se usa el comando `python` desde la línea de comandos del sistema operativo:

```
$ python
Python 3.8.2 (default, Apr 27 2020, 15:53:34)
[GCC 9.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>>
```

  El mensaje que obtengamos puede que no sea exactamente igual, pero es importante comprobar que estamos usando Python 3 y no 2.

- Para salir, se pulsa `Ctrl+D`.
- El `>>>` es el *prompt* del intérprete de Python, desde el que se ejecutan las expresiones y sentencias que tecleemos:

```
>>> 4 + 3
7
>>>
```

2. Elementos de un programa

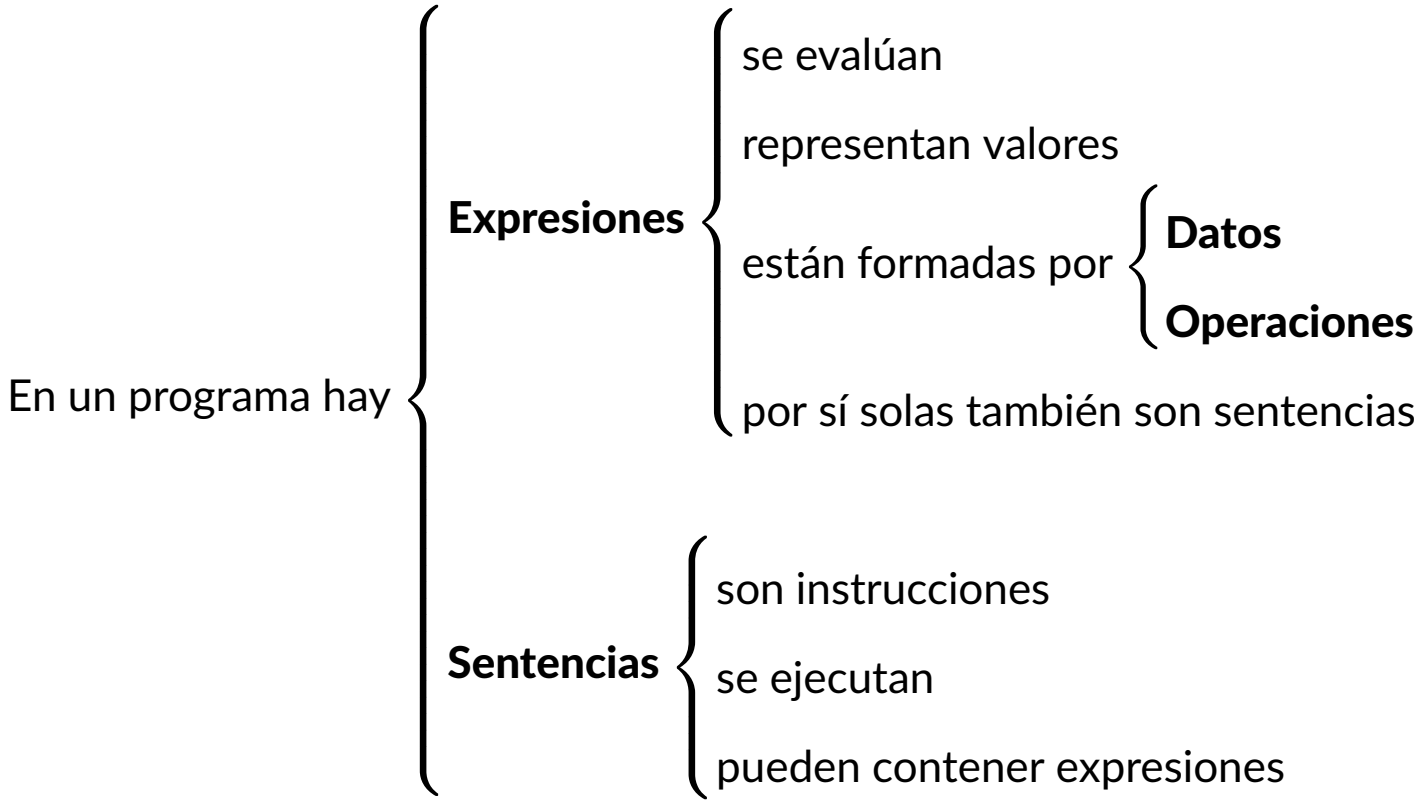
2.1 Expresiones y sentencias

2.2 Conceptos básicos

2.1. Expresiones y sentencias

Expresiones y sentencias

- El código fuente de un programa está formado por elementos que pertenecen a dos grandes grupos principales:
  - **Expresiones**: son secuencias de símbolos que *representan valores* y que están formados por *datos* y (posiblemente) *operaciones* a realizar sobre esos datos. El valor al que representa la expresión se obtiene *evaluando* dicha expresión.
  - **Sentencias**: son *instrucciones* que sirven para pedirle al intérprete que *ejecute* una determinada *acción*.
- Las sentencias pueden contener expresiones.
- En la mayoría de los lenguajes de programación, una expresión por sí sola también es una sentencia válida.



Las **expresiones** se *evalúan*.

Las **sentencias** se *ejecutan*.

2.2. Conceptos básicos

Conceptos básicos

Definición:

Una **expresión** es una frase (secuencia de símbolos) sintáctica y semánticamente correcta según las reglas del lenguaje que estamos utilizando, cuya finalidad es la de *representar* o **denotar** un determinado objeto, al que denominamos el **valor** de la expresión.

- El ejemplo clásico es el de las *expresiones aritméticas*:
  - Están formadas por secuencias de números junto con símbolos que representan operaciones aritméticas a realizar con esos números.
  - Denotan un valor numérico, que es el resultado de calcular el valor de la expresión tras hacer las operaciones que aparecen en ella.

    Por ejemplo, la expresión `(2 * (3 + 5))` denota un valor, que es el número abstracto **16**.

- Las expresiones correctamente formadas deben satisfacer la gramática del lenguaje en el que están escritas.
- En un lenguaje de programación existen muchos tipos de expresiones dependiendo del tipo de los datos y de las operaciones involucradas en dicha expresión.
- Empezaremos trabajando con las expresiones aritméticas más sencillas para ir incorporando cada vez más elementos nuevos que nos permitan crear expresiones más complejas.

- Para ello, nos basaremos en la siguiente gramática, la cual es una simplificación modificada de la gramática real que deben satisfacer las expresiones en Python:

⟨*expresión*⟩ ::= ⟨*operación*⟩ | ⟨*literal*⟩ | ⟨*nombre*⟩
⟨*operación*⟩ ::= **(**⟨*expresión*⟩ ⟨*operador_binario*⟩ ⟨*expresión*⟩**)**
| **(**⟨*operador_unario*⟩ ⟨*expresión*⟩**)**
| ⟨*llamada_función*⟩
| ⟨*llamada_método*⟩
⟨*nombre*⟩ ::= **identificador**
⟨*literal*⟩ ::= **entero** | **real** | **cadena** | ...
⟨*operador_binario*⟩ ::= **+** | **-** | ***** | **/** | **//** | ****** | **%** | ...
⟨*operador_unario*⟩ ::= **+** | **-** | ...
⟨*llamada_función*⟩ ::= ⟨*nombre_función*⟩**(**[⟨*lista_argumentos*⟩]**)**
⟨*nombre_función*⟩ ::= **identificador**
⟨*llamada_método*⟩ ::= ⟨*expresión*⟩**.identificador(**[⟨*lista_argumentos*⟩]**)**
⟨*lista_argumentos*⟩ ::= ⟨*expresión*⟩(**,** ⟨*expresión*⟩)*

- Esta gramática genera expresiones *totalmente parentizadas*, en las que cada operación a realizar con operadores va agrupada entre paréntesis, aunque no sea estrictamente necesario. Por ejemplo:

```
(3 + (4 - 7))
```

- Algunos ejemplos de expresiones que genera dicha gramática:
  - `24`
  - `(4 + 5)`
  - `(-(8 * 3.5))`
  - `(9 * (x - 2))`
  - `z`
  - `(abs(-3) + (max(8, 5) / 2))`
- Sabemos que todas esas expresiones son sintácticamente correctas según nuestra gramática porque podemos construir derivaciones desde el símbolo inicial ⟨*expresión*⟩ hasta cada expresión.

Ejercicio

1. Obtener las derivaciones correspondientes de cada una de las expresiones.

3. Valores

3.1. Introducción

Introducción

- Los **valores** son los datos que manipulan y procesan los programas.
- Pueden ser:
  - Datos que representan información de interés para el usuario del programa.
  - Datos internos que usa el programa para su correcto funcionamiento.
- Los datos tienen un **tipo**, que determina el conjunto de *valores* que puede tomar un dato de ese tipo, así como el conjunto de *operaciones* que se pueden realizar con él.
- **Un valor, por tanto, pertenece a un determinado tipo**.
- Los tipos más básicos en Programación son los **números** (*enteros* y *reales*), las **cadenas** y los **lógicos**.

3.2. Evaluación de expresiones

Evaluación de expresiones

- ***Evaluar* una expresión** consiste en determinar el **valor** de la expresión. Es decir, una expresión *representa* o **denota** el valor que se obtiene al evaluarla.
- Una **subexpresión** es una expresión contenida dentro de otra.
- La **evaluación de una expresión**, en esencia, es el proceso de **sustituir**, dentro de ella, unas *subexpresiones* por otras que, de alguna manera bien definida, estén *más cerca* del valor a calcular, y así hasta calcular el valor de la expresión al completo.
- Además de las expresiones existen las *sentencias*, que no poseen ningún valor y que, por tanto, no se evalúan sino que se *ejecutan*. Las sentencias son básicas en ciertos paradigmas como el *imperativo*.

- Podemos decir que las expresiones:

  ```
  3
  ```

  ```
  (1 + 2)
  ```

  ```
  (5 - 2)
  ```

  denotan todas el mismo valor (el número abstracto **3**).
- Es decir: todas esas expresiones son representaciones diferentes del mismo ente abstracto.
- Cuando introducimos una expresión en el intérprete, lo que hace éste es buscar **la representación más simplificada o reducida** posible.

  En el ejemplo anterior, sería la expresión `3`.
- Por eso a menudo usamos, indistintamente, los términos *reducir*, *simplificar* y *evaluar*.

3.3. Expresión canónica y forma normal

Expresión canónica y forma normal

- Los ordenadores no manipulan valores, sino que sólo pueden manejar representaciones concretas de los mismos.
- Por ejemplo: utilizan la codificación binaria en complemento a 2 para representar los números enteros.
- Pedimos que la **representación del valor** resultado de una evaluación sea **única**.
- De esta forma, seleccionaremos de cada conjunto de expresiones que denoten el mismo valor, a lo sumo una que llamaremos **expresión canónica de ese valor**.
- Además, llamaremos a la expresión canónica que representa el valor de una expresión la **forma normal de esa expresión**.
- Con esta restricción pueden quedar expresiones sin forma normal.

Ejemplo

- De las expresiones anteriores:

  ```
  3
  ```

  ```
  (1 + 2)
  ```

  ```
  (5 - 2)
  ```

  que denotan todas el mismo valor abstracto **3**, seleccionamos una (la expresión `3`) como la **expresión canónica** de ese valor.
- Igualmente, la expresión `3` es la **forma normal** de todas las expresiones anteriores (y de cualquier otra expresión con valor **3**).
- Es importante no confundir el valor abstracto **3** con la expresión `3` que representa dicho valor.

- Hay valores que no tienen expresión canónica:
  - Las funciones (los valores de tipo *función*).
  - El número π no tiene representación decimal finita, por lo que tampoco tiene expresión canónica.
- Y hay expresiones que no tienen forma normal:
  - Si definimos $inf = inf + 1$, la expresión *inf* (que es un número) no tiene forma normal.
  - Lo mismo ocurre con $\frac{1}{0}$.

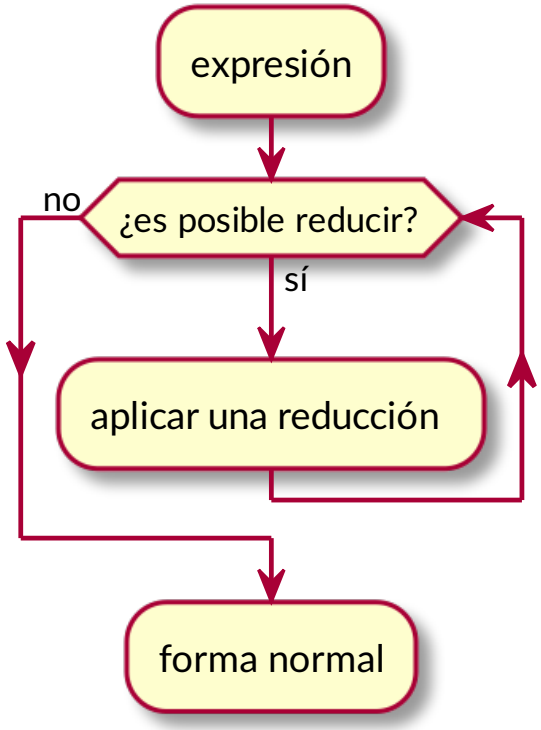
3.4. Formas normales y evaluación

Formas normales y evaluación

- Según lo visto hasta ahora, la evaluación de una expresión es el proceso de encontrar su forma normal.
- Para ello, el intérprete evalúa la expresión reduciendo sus subexpresiones según las reglas del lenguaje y las operaciones que aparecen en ellas, buscando su forma normal.
- El sistema de evaluación dentro del intérprete está hecho de tal forma que cuando ya no es posible reducir más la expresión es porque se ha llegado a la forma normal.
- Recordemos que no todos los valores tienen forma normal.

Importante (orden de evaluación de las expresiones):

Al analizar una expresión buscando subexpresiones que reducir, las subexpresiones siempre se evaluarán **de izquierda a derecha**.



Ejemplos

- Evaluar la expresión `(2 + 3)`:
  - La expresión está formada por un operador `*` que actúa sobre las dos subexpresiones `2` y `3`. Por tanto, habrá que evaluar primero esas dos subexpresiones, siempre de izquierda a derecha:

```
(2 + 3)             # se evalúa primero 2 (que devuelve 2)
= (2 + 3)           # luego se evalúa 3 (que devuelve 3)
= (2 + 3)           # ahora se evalúa (2 + 3) (que devuelve 5)
= 5
```

- Evaluar la expresión `(2 * (3 + 5))`:
  - La expresión está formada por un operador `*` que actúa sobre las dos subexpresiones `2` y `(3 + 5)`.
  - La segunda subexpresión, a su vez, está formada por un operador `+` que actúa sobre las dos subexpresiones `3` y `5`.
  - Todas las subexpresiones se evalúan siempre de izquierda a derecha, a medida que se van reduciendo:

```
(2 + (3 * 5))       # se evalúa primero 2 (que devuelve 2)
= (2 + (3 * 5))     # se evalúa 3 (que devuelve 3)
= (2 + (3 * 5))     # se evalúa 5 (que devuelve 5)
= (2 + (3 * 5))     # se evalúa (3 * 5) (que devuelve 15)
= (2 + 15)          # se evalúa (2 + 15) (que devuelve 17)
= 17
```

3.5. Literales

Literales

- Los literales constituyen **las expresiones más sencillas** del lenguaje.
- Un literal es una expresión simple que denota **un valor concreto, constante y fijo**, codificado directamente en la expresión y ya totalmente reducido (o casi).
- Los literales tienen que satisfacer las **reglas léxicas** del lenguaje, que son las que determinan qué forma pueden tener los componentes léxicos del programa (como números, cadenas, identificadores, etc.).
- Gracias a esas reglas, el intérprete puede identificar qué literales son, qué valor representan y de qué tipo son.

- Ejemplos de distintos tipos de literales:

Números enteros	Números reales	Cadenas
`-2`	`3.5`	`"hola"`
`-1`	`-2.7`	`"pepe"`
`0`		`"25"`
`1`		`""`
`2`		

- Algunas reglas léxicas son:
  - Si el número tiene un `.` decimal, es que es un número real.
  - Las cadenas van siempre entre comillas (simples `'` o dobles `"`).
- En apartados posteriores estudiaremos los tipos de datos con más profundidad.

- Con frecuencia, un literal resulta ser la *expresión canónica* del valor al que denotan y la forma normal de todas las posibles expresiones que denotan ese valor.
- Por consiguiente, suelen estar ya totalmente simplificados.
- Por ejemplo, el `3.5` es un literal que denota el valor numérico **3.5**, es su expresión canónica y es la forma normal de cualquier expresión que denote dicho valor.
- Por tanto, el literal `3.5` es la forma más reducida de representar el **3.5**.
- Es decir: si le pedimos al intérprete que calcule el resultado de `7 / 2`, nos devolverá la expresión `3.5`.
- Sin embargo, el `3.5` no es el único literal que denota el valor numérico **3.5**. Por ejemplo, los literales `3.50`, `3.500` o `03.50` también denotan ese mismo valor, pero la forma normal de todos ellos es `3.5`.
- O sea: hay varias maneras distintas de escribir un literal que denote el valor **3.5**, pero sólo el literal `3.5` es la forma normal de todas ellas.

- Igualmente, la forma normal de todas las posibles expresiones que denotan el valor numérico **2** es el literal `2`.
- El literal `2` es la forma más reducida de representar el valor **2**.
- Pero no es el único literal que denota dicho valor.
- El literal `02` no es correcto según las reglas léxicas del lenguaje, pero sí que podemos usar la expresión `0b10`, que es un literal que representa el valor **2** escrito en binario.
- Igualmente, las reglas léxicas del lenguaje permiten usar el carácter `_` dentro de un número, por lo que el valor numérico **cuatro millones** se puede representar con el literal `4_000_000`, si bien su forma normal sigue siendo simplemente `4000000`.
- Finalmente, las cadenas se pueden escribir con comillas simples (`'`) o dobles (`"`), pero la forma normal de una cadena siempre usa las simples.

3.6. Identificadores

Identificadores

- Los **identificadores** son nombres que representan valores u operaciones.
- Por ejemplo, el nombre de una función es un identificador porque representa a la función.
- Los identificadores deben cumplir unas reglas sintácticas que dependen del lenguaje de programación, pero que generalmente se resumen en que:
  - Pueden estar formados por combinaciones de letras, dígitos y algunos caracteres especiales como `_` (por ejemplo, `salida_principal23`).
  - No pueden empezar con un dígito, ya que eso los confundiría con un número (por ejemplo, `9abc`).
  - La mayoría de los lenguajes distinguen las mayúsculas de las minúsculas, por lo que `cantidad`, `Cantidad` y `CANTIDAD` son normalmente identificadores distintos (así ocurre en Python y Java).

4. Operaciones

4.1. Clasificación

Clasificación

- En una expresión puede haber:
  - **Datos**
  - **Operaciones** a realizar sobre esos datos
- A su vez, las operaciones pueden aparecer en forma de:
  - Operadores
  - Funciones
  - Métodos

4.2. Operadores

Operadores

- Un **operador** es un símbolo o palabra clave que representa la realización de una *operación* sobre unos datos llamados **operandos**.
- Ejemplos:
  - Los operadores aritméticos: `+`, `-`, `*`, `/` (entre otros):

```
(3 + 4)
```

(aquí los operandos son los números `3` y `4`)

```
(9 * 8)
```

(aquí los operandos son los números `9` y `8`)

  - El operador `in` para comprobar si un carácter pertenece a una cadena:

```
("c" in "barco")
```

(aquí los operandos son las cadenas `"c"` y `"barco"`)

Aridad de operadores

- Los operadores se clasifican en función de la cantidad de operandos sobre los que operan en:
  - **Unarios**: operan sobre un único operando.

    Ejemplo: el operador `-` que cambia el signo de su operando:

    ```
    (-(5 + 3))
    ```

  - **Binarios**: operan sobre dos operandos.

    Ejemplo: la mayoría de operadores aritméticos.

  - **Ternarios**: operan sobre tres operandos.

    Veremos un ejemplo más adelante.

Paréntesis

- Los **paréntesis** sirven para agrupar elementos dentro de una expresión y romper la posible ambigüedad que pueda haber respecto a qué operador actúa sobre qué operandos.
- Se usan, sobre todo, para hacer que varios elementos de una expresión actúen como uno solo (una subexpresión) al realizar una operación.
  - Por ejemplo:

    `((3 + 4) * 5)` vale `35`

    `(3 + (4 * 5))` vale `23`
- Una expresión está **correctamente parentizada** si tiene los paréntesis bien colocados según dicta la gramática del lenguaje.
- Una expresión está **totalmente parentizada** si agrupa con paréntesis a todas las operaciones con sus operandos.

- Hasta ahora, según nuestra gramática, las expresiones correctamente parentizadas son precisamente las que están totalmente parentizadas.
- Por ejemplo:
  - `2 +) 3 *( 5(` no está correctamente parentizada.
  - `(4 + (2 * 5))` está correcta y totalmente parentizada.
  - `2 + 5` no está totalmente parentizada y, por tanto, no está correctamente parentizada según nuestra gramática.
- Para reducir la cantidad de paréntesis en una expresión, se puede cambiar nuestra gramática:
  - Quitando los paréntesis más externos que rodean a toda la expresión.
  - Acudiendo a un esquema de **prioridades** y **asociatividades** de operadores.
- Así ya no exigiremos que las expresiones estén totalmente parentizadas.

Prioridad de operadores

- En ausencia de paréntesis, cuando un operando está afectado a derecha e izquierda por **distinto operador**, se aplican las reglas de la **prioridad**:

```
8 + 4 * 2
```

El `4` está afectado a derecha e izquierda por distintos operadores (`+` y `*`), por lo que se aplican las reglas de la prioridad. El `*` tiene *más prioridad* que el `+`, así que agrupa primero el `*`. Equivale a hacer:

```
8 + (4 * 2)
```

Si hiciéramos

```
(8 + 4) * 2
```

el resultado sería distinto.

- Ver prioridad de los operadores en Python en https://docs.python.org/3/reference/expressions.html#operator-precedence.

Asociatividad de operadores

- En ausencia de paréntesis, cuando un operando está afectado a derecha e izquierda por el **mismo operador** (o distintos operadores con la **misma prioridad**), se aplican las reglas de la **asociatividad**:

```
8 / 4 / 2
```

El `4` está afectado a derecha e izquierda por el mismo operador `/`, por lo que se aplican las reglas de la asociatividad. El `/` es *asociativo por la izquierda*, así que agrupa primero el operador que está a la izquierda. Equivale a hacer:

```
(8 / 4) / 2
```

Si hiciéramos

```
8 / (4 / 2)
```

el resultado sería distinto.

- En Python, todos los operadores son **asociativos por la izquierda** excepto el `**`, que es asociativo por la derecha.

- Es importante entender que los paréntesis sirven para agrupar elementos, pero por sí mismos no son suficientes para imponer un determinado **orden de evaluación**.
- Por ejemplo, en la expresión `4 * (3 + 5)`, el operador más prioritario es el `*` y, por tanto, habría que hacer primero el producto antes que la suma.
- El problema es que no podemos hacer el producto hasta haber calculado primero la suma de `3` y `5`.
- Por eso el intérprete calcula primero la suma y finalmente hace el producto, pero su intención era hacer primero el producto, según las reglas de la prioridad.
- El efecto final es que parece que los paréntesis han obligado a hacer primero la suma, como si los paréntesis fuesen una especie de operador cuya finalidad es la de aumentar la prioridad de lo que hay dentro.

- En concreto, la evaluación de esa expresión sería:

```
(4 * (3 + 5))        # se evalúa 4 (que devuelve 4)
= (4 * (3 + 5))      # se evalúa 3 (que devuelve 3)
= (4 * (3 + 5))      # se evalúa 5 (que devuelve 5)
= (4 * (3 + 5))      # se evalúa (3 + 5) (que devuelve 8)
= (4 * 8)            # se evalúa (4 * 8) (que devuelve 32)
= 32
```

- Pero, ¿qué ocurre con expresión `(2 + 3) * (4 + 5)`?
- En un principio, ocurre algo parecido a lo de antes: para poder hacer el producto, primero hay que calcular las dos sumas, ya que los operandos del `*` son los valores que resultan de hacer esas sumas.
- La cuestión es: ¿qué suma se hace primero? O dicho de otra forma: ¿en qué orden se evalúan los operandos del operador `*`?
- Matemáticamente no hay ninguna diferencia entre calcular primero `2 + 3` y luego `4 + 5` o hacerlo al revés.
- Pero ya sabemos que Python impone un orden de evaluación de izquierda a derecha al reducir las subexpresiones.
- Por tanto, primero se evaluaría `(2 + 3)`, y después `(4 + 5)`.
- El orden de evaluación no viene determinado por los paréntesis, sino por las reglas del lenguaje y el funcionamiento interno del intérprete.

- En concreto, la evaluación de esa expresión sería:

```
(2 + 3) * (4 + 5)     # se evalúa 2 (que devuelve 2)
= (2 + 3) * (4 + 5)   # se evalúa 3 (que devuelve 3)
= (2 + 3) * (4 + 5)   # se evalúa (2 + 3) (que devuelve 5)
= 5 * (4 + 5)         # se evalúa 4 (que devuelve 4)
= 5 * (4 + 5)         # se evalúa 5 (que devuelve 5)
= 5 * (4 + 5)         # se evalúa (4 + 5) (que devuelve 9)
= 5 * 9               # se evalúa 5 * 9 (que devuelve 45)
45
```

Tipos de operandos

- Es importante respetar el tipo de los operandos que espera recibir un operador. Si los intentamos aplicar sobre operandos de tipos incorrectos, obtendremos resultados inesperados (o, directamente, un error).
- Por ejemplo, los operadores aritméticos esperan operandos de tipo *numérico*. Así, si intentamos dividir dos cadenas usando el operador `/`:

```
>>> "hola" / "pepe"
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
TypeError: unsupported operand type(s) for /: 'str' and 'str'
>>>
```

- El concepto de **tipo de dato** es uno de los más importantes en Programación y lo estudiaremos en profundidad más adelante.

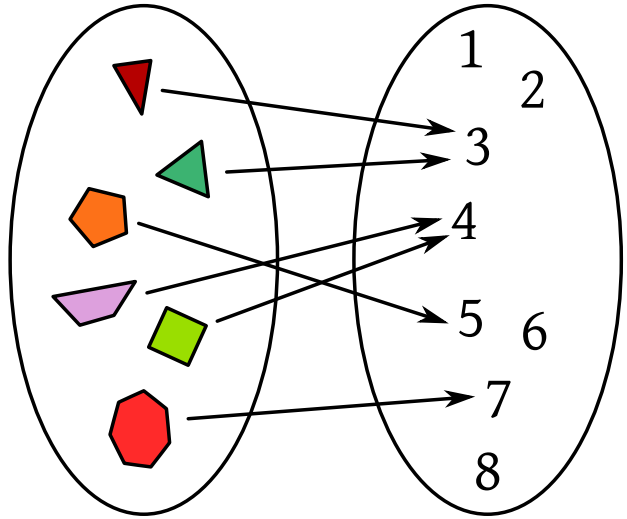
4.3. Funciones

4.3.1 Evaluación de expresiones con funciones

4.3.2 Composición de operaciones y funciones

Funciones

- Las funciones son una forma de representar operaciones.
- Matemáticamente, una **función** es una regla que **asocia** a cada elemento de un conjunto (el conjunto *origen* o *dominio*) **un único elemento** de un segundo conjunto (el conjunto *imagen*, *rango* o *codominio*).



Función que asocia a cada polígono con su número de lados

- En Programación, el concepto de *función* es similar al de una función matemática, aunque con su propia terminología y funcionamiento.
- En Programación, las funciones son operaciones que actúan sobre unos datos de entrada llamados **argumentos** y que **devuelven un resultado** que depende de la operación a realizar y de los datos recibidos como argumentos.
- Por tanto, los argumentos para las funciones son como los operandos de los operadores.
- Las funciones reciben los argumentos a través de sus **parámetros**.
- Las funciones se definen mediante su **signatura**, la cual informa de:
  - El nombre de la función.
  - El número, tipo y posición de sus parámetros.
  - El tipo del resultado que devuelve.

- Por ejemplo, la función `abs` está predefinida en Python y tiene la siguiente signatura:

  `abs(x: Number)->Number`

- Esa signatura nos dice que:
  - La función se llama `abs`.
  - Tiene un único parámetro llamado `x` que puede tomar cualquier valor numérico.
  - Devuelve un resultado numérico.

- La **aplicación de una función a unos argumentos** es una expresión mediante la cual solicitamos la realización de la operación correspondiente pasándole en forma de argumentos los datos sobre los que deseamos que actúe la operación.
- A la aplicación de una función también se la llama **llamada** o **invocación** de la función.
- En la llamada a la función, los argumentos **sustituyen** a los parámetros según el orden en el que aparecen en la llamada, haciendo corresponder el primer argumento con el primer parámetro, el segundo con el segundo y así sucesivamente.
- Dicho de otra forma: los parámetros toman los valores de los argumentos correspondientes.
- Debe haber tantos argumentos como parámetros, ni más ni menos.

- Sintácticamente, la llamada a una función tiene esta forma:

⟨*llamada_función*⟩ ::= ⟨*nombre_función*⟩**(**[⟨*lista_argumentos*⟩]**)**
⟨*nombre_función*⟩ ::= **`identificador`**
⟨*lista_argumentos*⟩ ::= ⟨*expresión*⟩(**,** ⟨*expresión*⟩)*

- Por ejemplo, si queremos calcular el valor absoluto del número −35, podemos llamar a la función `abs` pasándole el `-35` como su argumento:

```
abs(-35)
```

- El argumento `-35` se pasará a la función a través de su parámetro `x`. Por tanto, se puede decir que, en esta llamada, el parámetro `x` toma el valor `-35`.
- El resultado de la llamada a la función será el valor que devuelve. En este caso, el valor `35`.

- Como la función `abs` está **predefinida** en Python, se puede usar directamente. Por ejemplo:

```
>>> abs(-35)
35
```

- Al igual que pasa con los operadores, es importante respetar la signatura de una función. Si la aplicamos a un argumento de un tipo incorrecto (por ejemplo, una cadena en lugar de un número), obtendremos un error:

```
>>> abs("hola")
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
TypeError: bad operand type for abs(): 'str'
>>>
```

- Otro ejemplo es la función `len`, que devuelve la longitud de una cadena, es decir, el número de caracteres que contiene. Su signatura podría ser:

  `len(`*obj*`: str)->int`

- Un ejemplo de llamada a la función `len`:

```
>>> len("hola")
4
```

- Siempre hay que cumplir la signatura de la función. Por tanto, debemos pasarle un único argumento de tipo cadena. Si le pasamos más argumentos o bien le pasamos un argumento de otro tipo, dará error:

```
>>> len(23)
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
TypeError: object of type 'int' has no len()
>>> len("hola", "pepe")
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
TypeError: len() takes exactly one argument (2 given)
```

- Esto es común a cualquier tipo de operación, tenga la forma que tenga. Por ejemplo, con los operadores también hay que cumplirlo.

- Otro ejemplo es la función `pow`, que realiza la operación de elevar un número a la potencia de otro. Su signatura es:

  `pow(`*base*`: Number,` *exp*`: Number)->Number`

  Curiosamente, la misma operación existe en Python de dos formas diferentes:

  - Como operador (`**`):

    ```
    >>> 2 ** 3
    8
    ```

  - Como función (`pow`):

    ```
    >>> pow(2, 3)
    8
    ```

  - En ambos casos, la operación es exactamente la misma.

- Al llamar a la función `pow` hay que tener en cuenta que tiene dos parámetros.
- Por tanto, hay que recordar que importa el orden al pasar los argumentos en la llamada a la función.
- El primer argumento se pasaría al primer parámetro (*base*) y el segundo se pasaría al segundo (*exponente*).
- Por tanto, el primer argumento debe ser la base y el segundo debe ser el exponente, y no al revés.
- No es lo mismo hacer `pow(2, 3)` que hacer `pow(3, 2)`:

```
>>> pow(2, 3)
8
>>> pow(3, 2)
9
```

- Como último ejemplo, la función `max` devuelve el máximo de dos valores recibidos como argumentos:

  `max(`*arg1*`,` *arg2*`)`

- Aquí es más complicado definir su signatura, ya que `max` admite argumentos de varios tipos (se puede calcular el máximo de dos números, de dos cadenas... de casi cualquier par de cosas que sean *comparables* entre sí).
- Por ejemplo:

```
>>> max(13, 28)
28
>>> max("hola", "pepe")
'pepe'
>>> max(2, "hola")
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
TypeError: '>' not supported between instances of 'str' and 'int'
```

Evaluación de expresiones con funciones

- Una llamada a función es una expresión válida, por lo que podemos colocar una llamada a función en cualquier lugar donde sea sintácticamente correcto situar un valor.
- La evaluación de una expresión que contiene llamadas a funciones se realiza sustituyendo (*reduciendo*) cada llamada a función por su valor correspondiente, es decir, por el valor que dicha función devuelve dependiendo de sus argumentos.
- Por ejemplo, en la siguiente expresión se combinan varias funciones y operadores:

  ```
  abs(-12) + max(13, 28)
  ```

  Aquí se llama a la función *abs* con el argumento -12 y a la función *max* con los argumentos 13 y 28, y finalmente se suman los dos valores obtenidos.

- ¿Cómo se calcula el valor de toda la expresión anterior?
- En la expresión `abs(-12) + max(13, 28)` tenemos que calcular la suma de dos valores, pero esos valores aún no los conocemos porque son el resultado de llamar a dos funciones.
- Por tanto, lo primero que tenemos que hacer es evaluar las dos subexpresiones principales que contiene dicha expresión:
  - `abs(-12)`
  - `max(13, 28)`
- ¿Cuál se evalúa primero?

- En Matemáticas no importa el orden de evaluación de las subexpresiones, ya que el resultado debe ser siempre el mismo, así que da igual evaluar primero uno u otro.
- Por tanto, la evaluación paso a paso de la expresión matemática anterior, podría ser de cualquiera de estas dos formas:

1.
$$\begin{cases} \underline{abs(-12)} + max(13, 28) \\ = 12 + \underline{max(13, 28)} \\ = \underline{12 + 28} \\ = 40 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} abs(-12) + \underline{max(13, 28)} \\ = \underline{abs(-12)} + 28 \\ = \underline{12 + 28} \\ = 40 \end{cases}$$

En cada paso, la subexpresión subrayada es la que se va a evaluar (reducir) en el paso siguiente.

- En programación funcional ocurre lo mismo que en Matemáticas, gracias a que se cumple la *transparencia referencial*.
- Sin embargo, Python no es un lenguaje funcional puro, y llegado el momento será importante tener en cuenta el orden de evaluación que sigue al evaluar las subexpresiones que forman una expresión.
- Por eso, no debemos olvidar que **Python siempre evalúa las expresiones de izquierda a derecha**.

- En Python, la expresión anterior se escribe exactamente igual, ya que Python conoce las funciones *abs* y *max* (son **funciones predefinidas** en el lenguaje):

```
>>> abs(-12) + max(13, 28)
40
```

- Sabiendo que Python evalúa de izquierda a derecha, la evaluación de la expresión anterior en Python sería:

```
abs(-12) + max(13, 28)   # se evalúa -12 (devuelve -12)
abs(-12) + max(13, 28)   # se evalúa abs(-12) (devuelve 12)
= 12 + max(13, 28)       # se evalúa 13 (devuelve 13)
= 12 + max(13, 28)       # se evalúa 28 (devuelve 28)
= 12 + max(13, 28)       # se evalúa max(13, 28) (devuelve 28)
= 12 + 28                # se evalúa 12 + 28 (devuelve 40)
= 40
```

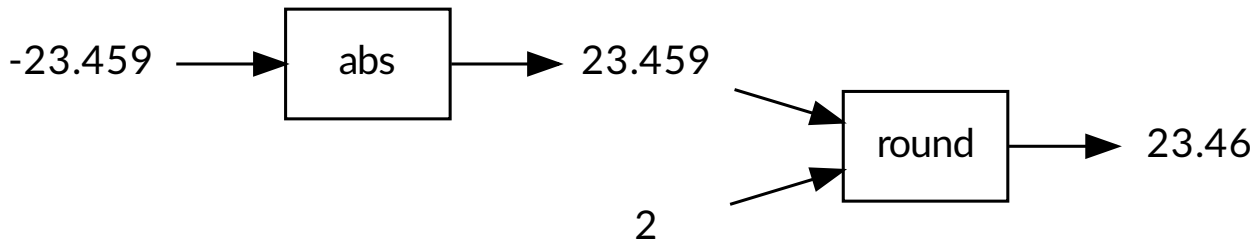
Composición de operaciones y funciones

- Como acabamos de ver, el resultado de una operación puede ser un dato sobre el que aplicar otra operación dentro de la misma expresión:
  - En `4 * (3 + 5)`, el resultado de `(3 + 5)` se usa como operando para el operador `*`.
  - En `abs(-12) + max(13, 28)`, los resultados de llamar a las funciones `abs` y `max` son los operandos del operador `+`.
- A esto se le denomina **composición de operaciones**.
- El orden en el que se evalúan este tipo de expresiones (aquellas que contienen composición de operaciones) es algo que se estudiará más en profundidad en el siguiente tema.

- La manera más sencilla de realizar varias operaciones sobre los mismos datos es componer las operaciones, es decir, hacer que el resultado de una operación sea la entrada de otra operación.
- Se va creando así una **secuencia de operaciones** donde la salida de una es la entrada de la siguiente.
- Cuando el resultado de una función se usa como argumento de otra función le llamamos **composición de funciones**:

```
round(abs(-23.459), 2)  # devuelve 23.46
```

- En programación funcional, la composición de funciones es una técnica que ayuda a **descomponer un problema en partes** que se van resolviendo por pasos como en una **cadena de montaje**.



4.4. Métodos

Métodos

- Los **métodos** son, para la **programación orientada a *objetos***, el equivalente a las **funciones** para la **programación *funcional***.
- Los métodos son como funciones, pero en este caso se dice que actúan *sobre* un valor, que es el **objeto** sobre el que recae la acción del método.
- La *aplicación* de un método se denomina **invocación** o **llamada** al método, y se escribe:

$$v.m()$$

que representa la **llamada** al método m **sobre el *objeto*** v.

- La gramática de las llamadas a métodos es la siguiente:

⟨*llamada_método*⟩ ::= ⟨*expresión*⟩`.identificador(`[⟨*lista_argumentos*⟩]`)`
⟨*lista_argumentos*⟩ ::= ⟨*expresión*⟩(`,` ⟨*expresión*⟩)*

- Esta llamada se puede leer de cualquiera de estas formas:
  - Se **llama** (o **invoca**) al método *m* sobre el objeto *v*.
  - Se **ejecuta** el método *m* sobre el objeto *v*.
  - Se **envía el mensaje** *m* al objeto *v*.
- Los métodos también pueden tener argumentos, como cualquier función:

$$v.m(a_1, a_2, \ldots, a_n)$$

y en tal caso, los argumentos se pasarían al método correspondiente.

- En la práctica, no hay mucha diferencia entre tener un método y hacer:

$$v.m(a_1, a_2, \ldots, a_n)$$

  y tener una función y hacer:

$$m(v, a_1, a_2, \ldots, a_n)$$

- Pero conceptualmente, hay una gran diferencia entre un estilo y otro:
  - El primero es más **orientado a objetos**: decimos que el *objeto* v «recibe» un mensaje solicitando la ejecución del método m.
  - En cambio, el segundo es más **funcional**: decimos que la *función* m se aplica a sus argumentos, de los cuales v es uno más.
- Python es un lenguaje *multiparadigma* que soporta ambos estilos y, por tanto, dispone de funciones y de métodos. Hasta que no veamos la orientación a objetos, supondremos que un método es como otra forma de escribir una función.

- Por ejemplo:

  Las cadenas tienen definidas el método `count`, que devuelve el número de veces que aparece una subcadena dentro de la cadena:

```
'hola caracola'.count('ol')
```

  devuelve 2.

```
'hola caracola'.count('a')
```

  devuelve 4.

- Si `count` fuese una función en lugar de un método, recibiría dos parámetros: la cadena y la subcadena. En tal caso, se usaría así:

```
count('hola caracola', 'ol')
```

5. Otros conceptos sobre operaciones

5.1. Sobrecarga de operaciones

Sobrecarga de operaciones

- Un **mismo operador** (o nombre de función o método) puede representar **varias operaciones diferentes**, dependiendo del tipo de los operandos o argumentos sobre los que actúa.
- Un ejemplo sencillo en Python es el operador `+`:
  - Cuando actúa sobre números, representa la operación de suma:

```
>>> 2 + 3
5
```

  - Cuando actúa sobre cadenas, representa la *concatenación* de cadenas:

```
>>> "hola" + "pepe"
'holapepe'
```

- Cuando esto ocurre, decimos que el operador (o la función, o el método) está **sobrecargado**.

5.2. Equivalencia entre formas de operaciones

Equivalencia entre formas de operaciones

- Una operación puede tener *forma* de **operador**, de **función** o de **método**.
- También podemos encontrarnos operaciones con más de una forma.
- Por ejemplo, ya vimos anteriormente la operación *longitud*, que consiste en determinar el número de caracteres que tiene una cadena. Esta operación se puede hacer:
  - Con la función `len`:

```
>>> len("hola")
4
```

  - Con el método `__len__`:

```
>>> "hola".__len__()
4
```

- De hecho, en Python hay operaciones que tienen **las tres formas**. Por ejemplo, ya vimos anteriormente la operación *potencia*, que consiste en elevar un número a la potencia de otro (x^y). Esta operación se puede hacer:
  - Con el operador `**`:

```
>>> 2 ** 4
16
```

  - Con la función `pow`:

```
>>> pow(2, 4)
16
```

  - Con el método `__pow__`:

```
>>> (2).__pow__(4)
16
```

- Otro ejemplo es la operación *contiene*, que consiste en comprobar si una cadena contiene a otra (una *subcadena*). Esa operación también tiene tres formas:
  - El operador `in`:

```
>>> "o" in "hola"
True
```

  - La función `str.__contains__`:

```
>>> str.__contains__("hola", "o")
True
```

  - El método `__contains__` ejecutado sobre la cadena (y pasando la subcadena como argumento):

```
>>> "hola".__contains__("o")
True
```

    Observar que, en este caso, el objeto que recibe el mensaje (es decir, el objeto al que se le pide que ejecute el método) es la cadena `"hola"`. Es como si le preguntáramos a la cadena `"hola"` si contiene la subcadena `"o"`.

- Y la suma de dos números enteros se puede expresar:
  - Mediante el operador `+`:

```
4 + 3
```

  - Mediante la función `int.__add__`:

```
int.__add__(4, 3)
```

  - Mediante el método `__add__` ejecutado sobre uno de los enteros (y pasando el otro número como *argumento* del método):

```
(4).__add__(3)
```

- La forma **más general** de representar una operación es la **función**, ya que *cualquier operación se puede expresar en forma de función* (cosa que no ocurre con los operadores y los métodos).
- Los operadores y los métodos son **formas sintácticas especiales** para representar operaciones que se podrían representar igualmente mediante funciones.
- Por eso, al hablar de operaciones, y mientras no se diga lo contrario, podremos suponer que están representadas como funciones.
- Eso implica que los conceptos de *dominio*, *rango*, *aridad*, *argumento*, *resultado*, *composición* y *asociación* (o *correspondencia*), que estudiamos cuando hablamos de las funciones, también existen en los operadores y los métodos.
- Es decir: todos esos son conceptos propios de cualquier operación, da igual la forma que tenga esta.

- Muchos lenguajes de programación no permiten definir nuevos operadores, pero sí permiten definir nuevas funciones (o métodos, dependiendo del paradigma utilizado).
- En algunos lenguajes, los operadores son casos particulares de funciones (o métodos) y se pueden definir como tales. Por tanto, en estos lenguajes se pueden crear nuevos operadores definiendo nuevas funciones (o métodos).

5.3. Igualdad de operaciones

Igualdad de operaciones

- Dos operaciones son **iguales** si devuelven resultados iguales para argumentos iguales.
- Este principio recibe el nombre de **principio de extensionalidad**.

> **Principio de extensionalidad:**
>
> $f = g$ si y sólo si $f(x) = g(x)$ para todo x.

- Por ejemplo: una función que calcule el doble de su argumento multiplicándolo por 2, sería exactamente igual a otra función que calcule el doble de su argumento sumándolo consigo mismo.

  En ambos casos, las dos funciones devolverán siempre los mismos resultados ante los mismos argumentos.
- Cuando dos operaciones son iguales, podemos usar una u otra indistintamente.

6. Operaciones predefinidas

6.1. Operadores predefinidos

Operadores aritméticos

Operador	Descripción	Ejemplo	Resultado	Comentarios
`+`	Suma	`3 + 4`	`7`	
`-`	Resta	`3 - 4`	`-1`	
`*`	Producto	`3 * 4`	`12`	
`/`	División	`3 / 4`	`0.75`	Devuelve un `float`
`%`	Módulo	`4 % 3` `8 % 3`	`1` `2`	Resto de la división
`**`	Exponente	`3 ** 4`	`81`	Devuelve 3^4
`//`	División entera hacia abajo	`4 // 3` `-4 // 3`	`1` `-2`	 ??

Operadores de cadenas

Operador	Descripción	Ejemplo	Resultado
`+`	Concatenación	`'ab' + 'cd'` `'ab' 'cd'`	`'abcd'`
`*`	Repetición	`'ab' * 3` `3 * 'ab'`	`'ababab'` `'ababab'`
`[0]`	Primer carácter	`'hola'[0]`	`'h'`
`[1:]`	Resto de cadena	`'hola'[1:]`	`'ola'`

6.2. Funciones predefinidas

6.2.1 Funciones matemáticas

Funciones predefinidas

Función	Descripción	Ejemplo	Resultado
`abs(`*n*`)`	Valor absoluto	`abs(-23)`	`23`
`len(`*cad*`)`	Longitud de la cadena	`len('hola')`	`4`
`max(`n_1`(, `n_2`)*)`	Valor máximo	`max(2, 5, 3)`	`5`
`min(`n_1`(, `n_2`)*)`	Valor mínimo	`min(2, 5, 3)`	`2`
`round(`*n*`[, `*p*`])`	Redondeo	`round(23.493)` `round(23.493, 1)`	`23` `23.5`
`type(`*v*`)`	Tipo del valor	`type(23.5)`	`<class 'float'>`

Funciones matemáticas

- Python incluye una gran cantidad de funciones matemáticas agrupadas dentro del módulo `math`.
- Los **módulos** en Python son conjuntos de funciones (y más cosas) que se pueden **importar** dentro de nuestra sesión o programa.
- Son la base de la **programación modular**, que ya estudiaremos.
- Para *importar* una función de un módulo se puede usar la orden `from`. Por ejemplo, para importar la función `gcd` (que calcula el máximo común divisor de dos números) del módulo `math` se haría:

```
>>> from math import gcd  # importamos la función gcd que está en el módulo math
>>> gcd(16, 6)            # la función se usa como cualquier otra
2
```

- Una vez importada, la función ya se puede usar como cualquier otra.

- También se puede importar directamente el módulo en sí:

```
>>> import math       # importamos el módulo math
>>> math.gcd(16, 6)  # la función gcd sigue estando dentro del módulo
2
```

- Al importar el módulo, lo que se importan no son sus funciones, sino el nombre y la definición del propio módulo, el cual contiene dentro la definición de sus funciones.
- Por eso, para poder llamar a una función del módulo usando esta técnica, debemos indicar el nombre del módulo, seguido de un punto (`.`) y el nombre de la función:

```
math.gcd(16, 6)
└┬─ └┬┘
 │   └──── función
 └─ módulo
```

- El punto `.` es un operador que nos permite acceder al interior de estructuras que tienen definiciones propias, como los módulos.

- Eso significa que debemos ampliar nuestra gramática para permitir que el nombre de una función en una llamada pueda contener la parte del módulo:

  ⟨*nombre_función*⟩ ::= [**identificador.**]**identificador**

- La lista completa de funciones que incluye el módulo `math` se puede consultar en su documentación:

  https://docs.python.org/3/library/math.html

6.3. Métodos predefinidos

Métodos predefinidos

- Igualmente, en la documentación podemos encontrar una lista de métodos interesantes que operan con datos de tipo cadena:

  https://docs.python.org/3/library/stdtypes.html#string-methods

7. Ejercicios

7.1. Ejercicios

Ejercicios

2. Representar la evaluación las siguientes expresiones, aplicando paso a paso la reducción que corresponda. Indicar también el tipo del valor resultante:

   a. `3 + 6 * 14`
   b. `8 + 7 * 3.0 + 4 * 6`
   c. `-4 * 7 + 2 ** 3 / 4 - 5`
   d. `4 / 2 * 3 / 6 + 6 / 2 / 1 / 5 ** 2 / 4 * 2`

3. Convertir en expresiones aritméticas algorítmicas las siguientes expresiones algebraicas:

   a. $5 \cdot (x + y)$
   b. $a^2 + b^2$
   c. $\frac{x+y}{u+\frac{w}{a}}$
   d. $\frac{x}{y} \cdot (z + w)$

4. Determinar, según las reglas de prioridad y asociatividad del lenguaje Python, qué paréntesis sobran en las siguientes expresiones. Reescribirlas sin los paréntesis sobrantes. Calcular su valor y deducir su tipo:

   a. `(8 + (7 * 3) + 4 * 6)`
   b. `-(2 ** 3)`
   c. `(33 + (3 * 4)) / 5`
   d. `2 ** (2 * 3)`
   e. `(3.0) + (2 * (18 - 4 ** 2))`
   f. `(16 * 6) - (3) * 2`

5. Usar la función `math.sqrt` para escribir dos expresiones en Python que calculen las dos soluciones a la ecuación de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$.

   Recordar que las soluciones son:

$$x_1 = -b + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = -b - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

6. Evaluar las siguientes expresiones:

   a. `9 - 5 - 3`
   b. `2 // 3 + 3 / 5`
   c. `9 // 2 / 5`
   d. `7 % 5 % 3`
   e. `7 % (5 % 3)`
   f. `(7 % 5) % 3`
   g. `(7 % 5 % 3)`
   h. `((12 + 3) // 2) / (8 - (5 + 1))`
   i. `12 / 2 * 3`
   j. `math.sqrt(math.cos(4))`
   k. `math.cos(math.sqrt(4))`
   l. `math.trunc(815.66) + round(815.66)`

7. Escribir las siguientes expresiones algorítmicas como expresiones algebraicas:

   a. `b ** 2 - 4 * a * c`
   b. `3 * x ** 4 - 5 * x ** 3 + x * 12 - 17`
   c. `(b + d) / (c + 4)`
   d. `(x ** 2 + y ** 2) ** (1 / 2)`

8. Bibliografía

Bibliografía

Abelson, Harold, Gerald Jay Sussman, and Julie Sussman. 1996. *Structure and Interpretation of Computer Programs*. 2nd ed. Cambridge, Mass. : New York: MIT Press ; McGraw-Hill.

Blanco, Javier, Silvina Smith, and Damián Barsotti. 2009. *Cálculo de Programas*. Córdoba, Argentina: Universidad Nacional de Córdoba.

Van-Roy, Peter, and Seif Haridi. 2004. *Concepts, Techniques, and Models of Computer Programming*. Cambridge, Mass: MIT Press.