

Programación funcional II

Ricardo Pérez López

IES Doñana, curso 2019/2020



1. Abstracciones funcionales
2. Composición de funciones
3. Tipos de datos compuestos
4. Computabilidad
5. Funciones de orden superior

1. Abstracciones funcionales

- 1.1 Expresiones lambda
- 1.2 Orden de evaluación
- 1.3 Funciones y procesos
- 1.4 Registros de activación

1.1. Expresiones lambda

1.1.1 Parámetros y cuerpos

1.1.2 Aplicación funcional

1.1.3 Variables ligadas y libres

1.1.4 Ámbito de una variable ligada

1.1.5 Variables *sombreadas*

1.1.6 Expresiones lambda y entornos

1.1.7 Renombrado de parámetros

1.1. Expresiones lambda

- ▶ Las **expresiones lambda** (también llamadas **abstracciones lambda** o **funciones anónimas** en algunos lenguajes) son expresiones que capturan la idea abstracta de «función».
- ▶ Son la forma más simple y primitiva de describir funciones en un lenguaje funcional.
- ▶ Su sintaxis (simplificada) es:

```
<expr_lambda> ::= lambda [<lista_parámetros>] : <expresión>  
<lista_parámetros> := <identificador> (, <identificador>)*
```

- ▶ Por ejemplo:

```
lambda x, y: x + y
```

Parámetros y cuerpos

- ▶ Los identificadores que aparecen entre la palabra clave `lambda` y el carácter de dos puntos (`:`) son los **parámetros** de la expresión lambda.
- ▶ La expresión que aparece tras los dos puntos (`:`) es el **cuerpo** de la expresión lambda.
- ▶ En el ejemplo anterior:

```
lambda x, y: x + y
```

- Los parámetros son `x` e `y`.
- El cuerpo es `x + y`.
- Esta expresión lambda captura la idea general de sumar dos valores (que en principio pueden ser de cualquier tipo, siempre y cuando admitan el operador `+`).

Aplicación funcional

- ▶ De la misma manera que decíamos que podemos aplicar una función a unos argumentos, también podemos aplicar una expresión lambda a unos argumentos.
- ▶ Recordemos que *aplicar* una función a unos argumentos producía el valor que la función asocia a esos argumentos en el conjunto imagen.
- ▶ Por ejemplo, la aplicación de la función *max* sobre los argumentos 3 y 5 se denota como $\text{max}(3, 5)$ y eso denota el valor 5.
- ▶ Igualmente, la aplicación de una expresión lambda como

```
lambda x, y: x + y
```

sobre los argumentos 4 y 3 se representa así:

```
(lambda x, y: x + y)(4, 3)
```

- Si hacemos la siguiente definición:

```
suma = lambda x, y: x + y
```

a partir de ese momento podemos usar `suma` en lugar de su valor (la expresión `lambda`), por lo que podemos hacer:

```
suma(4, 3)
```

en lugar de

```
(lambda x, y: x + y)(4, 3)
```


Evaluación de una aplicación funcional

- ▶ En nuestro modelo de sustitución, la **evaluación de la aplicación de una expresión lambda** consiste en **sustituir**, en el cuerpo de la expresión lambda, **cada parámetro por su argumento correspondiente** (por orden) y devolver la expresión resultante *parentizada* (entre paréntesis).
- ▶ A esta operación se la denomina **aplicación funcional** o **β -reducción**.
- ▶ Siguiendo con el ejemplo anterior:

```
(lambda x, y: x + y)(4, 3)
```

sustituimos en el cuerpo de la expresión lambda los parámetros x e y por los argumentos 4 y 3 , respectivamente, y parentizamos la expresión resultante, lo que da:

```
(4 + 3)
```

que simplificando (según las reglas del operador $+$) da 7 .

- Lo mismo podemos hacer si definimos previamente la expresión lambda ligándola a un identificador:

```
suma = lambda x, y: x + y
```

- Así, la aplicación de la expresión lambda resulta más fácil y clara de escribir:

```
suma(4, 3)
```

- En ambos casos, el resultado es el mismo (7).

Importante:

En **Python**, el **orden de evaluación** de cualquier expresión siempre es **de izquierda a derecha**.

Ejemplos

- Dado el siguiente código:

```
suma = lambda x, y: x + y
```

¿Cuánto vale la expresión siguiente?

```
suma(4, 3) * suma(2, 7)
```

Según el modelo de sustitución, reescribimos:

```
suma(4,3) * suma(2, 7)
= (lambda x, y: x + y)(4, 3) * (lambda x, y: x + y)(2, 7)
= (4 + 3) * (lambda x, y: x + y)(2, 7)
= 7 * (lambda x, y: x + y)(2, 7)
= 7 * (2 + 7)
= 7 * 9
= 63
```

Variables ligadas y libres

- ▶ Si un identificador aparece en la lista de parámetros de la expresión lambda, a ese identificador le llamamos **variable ligada** de la expresión lambda.
- ▶ En caso contrario, le llamamos **variable libre** de la expresión lambda.
- ▶ En el ejemplo anterior:

```
lambda x, y: x + y
```

los dos identificadores que aparecen en el cuerpo (x e y) son variables ligadas, ya que ambos aparecen en la lista de parámetros de la expresión lambda.

- ▶ En cambio, en la expresión lambda:

```
lambda x, y: x + y + z
```

x e y son variables ligadas mientras que z es libre.

- ▶ Para que una expresión lambda funcione, sus variables libres deben estar ligadas a algún valor en el entorno **en el momento de evaluar una aplicación** de la expresión lambda sobre unos argumentos.
- ▶ Por ejemplo:

```
prueba = lambda x, y: x + y + z  
prueba(4, 3)
```

da error porque **z** no está definido (no está ligado a ningún valor en el entorno).

- ▶ En cambio:

```
1 prueba = lambda x, y: x + y + z  
2 z = 9  
3 prueba(4, 3)
```

sí funciona (y devuelve **16**) porque en el momento de evaluar la expresión lambda (en la línea 3) el identificador **z** está ligado a un valor (**9**).

- ▶ Observar que no es necesario que las variables libres estén ligadas en el entorno cuando se *crea* la expresión lambda, sino cuando se *aplica*.

- ▶ Una expresión lambda cuyo cuerpo sólo contiene variables ligadas, es una expresión cuyo valor sólo va a depender de los argumentos que se usen cuando se aplique la expresión lambda.
- ▶ En cambio, el valor de una expresión lambda que contenga variables libres dependerá no sólo de los valores de sus argumentos, sino también de los valores a los que estén ligadas las variables libres al evaluar la expresión lambda.
- ▶ Por ejemplo, podemos escribir una expresión lambda que calcule la suma de tres números a partir de otra expresión lambda que calcule la suma de dos números:

```
lambda x, y, z: suma(x, y) + z
```

En este caso, hay un identificador (`suma`) que no aparece en la lista de parámetros de la expresión lambda (por lo que es una variable libre).

Por tanto, el valor de la expresión lambda anterior dependerá de lo que valga `suma` (de lo que haga, de lo que devuelva...).

Ámbito de una variable ligada

- ▶ Recordemos que el **ámbito de una ligadura** es la porción del programa en la que dicha ligadura tiene validez.
- ▶ Hemos visto que **un parámetro** de una expresión lambda **es una variable ligada** en el cuerpo de dicha expresión lambda.
- ▶ En realidad, lo que hace la expresión lambda es **ligar al parámetro con la variable ligada que está dentro del cuerpo**, y esa ligadura existe únicamente en el cuerpo de la expresión lambda.
- ▶ Por tanto, **el ámbito de una variable ligada es el cuerpo de la expresión lambda** que la liga con su parámetro.
- ▶ También se dice que la variable ligada tiene un **ámbito local** a la expresión lambda.
- ▶ Por contraste, los identificadores que no tienen ámbito local se dice que tienen un **ámbito global**.

► Por ejemplo:

```
1  # Aquí empieza el script (no hay más definiciones antes de esta línea):  
2  producto = lambda x: x * x  
3  y = producto(3)  
4  z = x + 1      # da error
```

- La expresión lambda de la línea 2 tiene un parámetro (*x*) ligado a la variable ligada *x* situada en el cuerpo de la expresión lambda.
- Por tanto, el ámbito de la variable ligada *x* es el **cuerpo** de la expresión lambda (*x * x*).
- Eso quiere decir que, fuera de la expresión lambda, no es posible acceder al valor de la variable ligada, al encontrarnos **fuera de su ámbito**.
- Por ello, la línea 4 dará un error al intentar acceder al valor de un identificador no ligado.

Variables sombreadas

- ▶ ¿Qué ocurre cuando una expresión lambda contiene como parámetros nombres que ya están definidos (ligados) en el entorno?
- ▶ Por ejemplo:

```
1  x = 4
2  total = (lambda x: x * x)(3) # Su valor es 9
```

- ▶ La **x** que aparece en la línea 1 es diferente a la que aparece en la lista de parámetros de la expresión lambda de la línea 2.
- ▶ En este caso, decimos que **el parámetro x hace sombra** al identificador **x** que, en el entorno, está ligado al valor 4.
- ▶ Por tanto, el identificador **x** que aparece en el cuerpo de la expresión lambda **hace referencia al parámetro x de la expresión lambda**, y **no** al identificador **x** que está fuera de la expresión lambda (y que aquí está ligado al valor 4).

- ▶ Que el parámetro haga sombra al identificador de fuera significa que no podemos acceder a ese identificador externo desde el cuerpo de la expresión lambda como si fuera una variable libre.
- ▶ Si necesitáramos acceder al valor de la `x` que está fuera de la expresión lambda, lo que podemos hacer es cambiar el nombre al parámetro `x`. Por ejemplo:

```
1  x = 4
2  total = (lambda w: w * x)(3) # Su valor es 12
```

Así, tendremos en la expresión lambda una variable ligada (el parámetro `w`) y una variable libre (el identificador `x`).

Expresiones lambda y entornos

- ▶ Recordemos que el **entorno** es el conjunto de todas las ligaduras que son accesibles en un punto concreto de un programa.
- ▶ Para calcular el entorno en un punto dado, debemos tener en cuenta las ligaduras, así como los ámbitos de dichas ligaduras y las variables ligadas que hagan sombra a otras situadas en el mismo ámbito.

► Por ejemplo:

```
1  x = 4
2  z = 1
3  suma = (lambda x, y: x + y + z)(8, 12)
4  y = 3
5  z = 9
```

► En cada línea tendríamos los siguientes entornos:

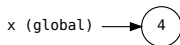


Figura 1: Entorno en la línea 1

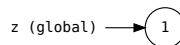
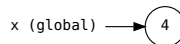


Figura 2: Entorno en la línea 2

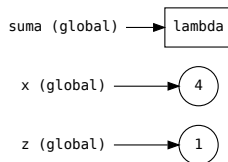


Figura 3: Entorno en la línea 3 fuera de la expresión lambda

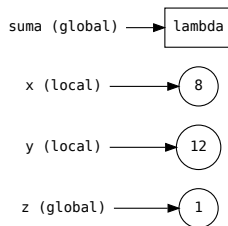


Figura 4: Entorno en la línea 3 en el cuerpo de la expresión lambda

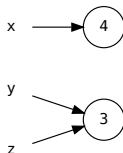


Figura 5: Entorno en la línea 4

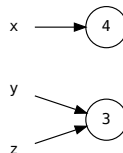


Figura 6: Entorno en la línea 5

Renombrado de parámetros

- ▶ Los parámetros se pueden *renombrar* (siempre que se haga de forma adecuada) sin que se altere el significado de la expresión lambda.
- ▶ A esta operación se la denomina **α -conversión**.
- ▶ Un ejemplo de α -conversión es la que hicimos antes.
- ▶ La α -conversión hay que hacerla correctamente para evitar efectos indeseados. Por ejemplo, en:

```
lambda x, y: x + y + z
```

si renombramos x a z tendríamos:

```
lambda z, y: z + y + z
```

lo que es claramente incorrecto. A este fenómeno indeseable se le denomina **captura de variables**.

1.2. Orden de evaluación

1.2.1 Orden aplicativo

1.2.2 Orden normal

1.3. Funciones y procesos

1.4. Registros de activación

2. Composición de funciones

3. Tipos de datos compuestos

3.1 Cadenas

3.2 Listas

3.1. Cadenas

3.2. Listas

4. Computabilidad

4.1 Funciones recursivas

4.2 Un lenguaje Turing-completo

4.1. Funciones recursivas

4.1.1 Recursividad lineal

4.1.2 Recursividad en árbol

Procesos lineales recursivos

Procesos lineales iterativos

4.2. Un lenguaje Turing-completo

5. Funciones de orden superior

5.1 `map()`

5.2 `filter()`

5.3 `reduce()`

5.1. map()

5.2. filter()

5.3. reduce()