

Programación estructurada

Ricardo Pérez López

IES Doñana, curso 2020/2021

Generado el 10 de noviembre de 2020 a las 19:03:00

Índice general

1. Aspectos teóricos de la programación estructurada	2
1.1. Programación estructurada	2
1.2. Programa restringido	3
1.3. Programa propio	4
1.4. Estructura	5
1.5. Programa estructurado	6
1.5.1. Ventajas de los programas estructurados	9
1.6. Teorema de Böhm-Jacopini	9
2. Estructuras básicas de control	9
2.1. Secuencia	9
2.2. Selección	10
2.3. Iteración	12
2.4. Otras sentencias de control	14
2.4.1. <code>break</code>	14
2.4.2. <code>continue</code>	14
2.4.3. Excepciones	15
2.4.4. Gestores de contexto	17
3. Metodología de la programación estructurada	18
3.1. Diseño descendente por refinamiento sucesivo	18
3.2. Recursos abstractos	19
3.3. Ejemplo	20
4. Funciones imperativas	21
4.1. Definición de funciones imperativas	21
4.2. Llamadas a funciones imperativas	23
4.3. Paso de argumentos	24
4.4. La sentencia <code>return</code>	25
4.5. Ámbito de variables	27
4.5.1. Variables locales	28
4.5.2. Variables globales	29

4.6. Funciones locales a funciones	33
4.6.1. <code>nonlocal</code>	34

1. Aspectos teóricos de la programación estructurada

1.1. Programación estructurada

La **programación estructurada** es una técnica de programación cuyo **objetivo** es **conseguir programas fiables y fácilmente mantenibles**.

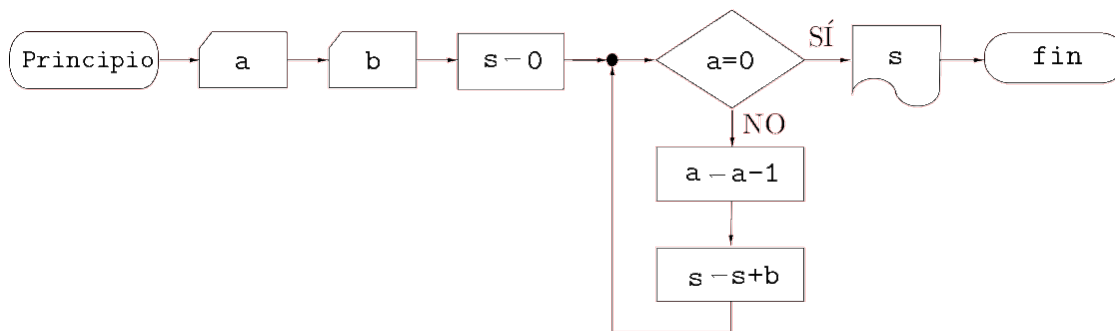
Su estudio puede dividirse en dos partes bien diferenciadas:

- Por una parte, el **estudio conceptual** se centra en ver qué se entiende por «programa estructurado» para estudiar con detalle sus características fundamentales.
- Por otra parte, dentro del **enfoque práctico** se presentará una metodología que permite construir programas estructurados paso a paso, detallando cada vez más sus instrucciones componentes.

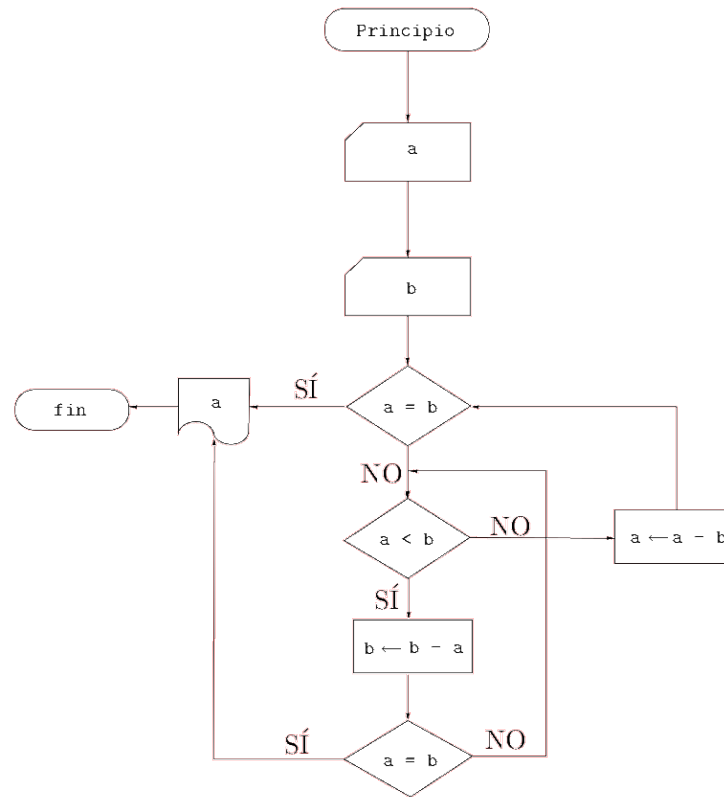
Las ideas que dieron lugar a la programación estructurada ya fueron expuestas por **E. W. Dijkstra** en 1965, aunque el fundamento teórico está basado en los trabajos de **Böhm y Jacopini** publicados en 1966.

La programación estructurada surge como respuesta a los problemas que aparecen cuando se programa sin una disciplina y unos límites que marquen la creación de programas claros y correctos.

Un programador disciplinado crearía programas fáciles de leer. Por ejemplo, el siguiente programa que calcula el producto de dos números:



En cambio, un programador indisciplinado crearía programas más difíciles de leer:



Si un programa se escribe de cualquier manera, aun funcione correctamente, puede resultar engorroso, críptico, ilegible y casi imposible de modificar.

Lo que hay que hacer, en primer lugar, es impedir que el programador pueda escribir programas de cualquier manera, y para ello hay que restringir sus opciones a la hora de construir programas de forma que el diagrama resultante sea fácil de leer, entender y mantener.

Ese diagrama, una vez terminado, debe estar construido combinando sólo unos pocos tipos de bloques y cumpliendo una serie de restricciones.

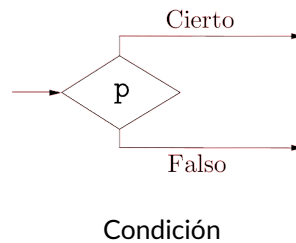
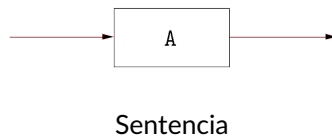
1.2. Programa restringido

Un **programa restringido** es aquel que se construye combinando únicamente los tres siguientes bloques constructivos:

Sentencia, que sirve para representar una instrucción (por ejemplo: de lectura, escritura, asignación...).

Condición, que sirve para bifurcar el flujo del programa dependiendo del valor (verdadero o falso) de una expresión lógica.

Agrupamiento, que sirve para agrupar líneas de flujo que procedan de distintos lugares.



1.3. Programa propio

Se dice que un programa restringido es un **programa propio** (o *limpio*) si reúne las tres condiciones siguientes:

1. Todo bloque posee un único punto de entrada y otro único punto de salida.
2. Para cualquier bloque, existe al menos un camino desde la entrada hasta él y otro camino desde él hasta la salida.
3. No existen bucles infinitos.

Estas condiciones restringen aún más el concepto de *programa*, de modo que sólo serán válidos aquéllos que estén diseñados mediante el uso apropiado del agrupamiento y sin bloques superfluos o formando bucles sin salida.

Este es un ejemplo de un programa que no es propio por no tener una única salida:



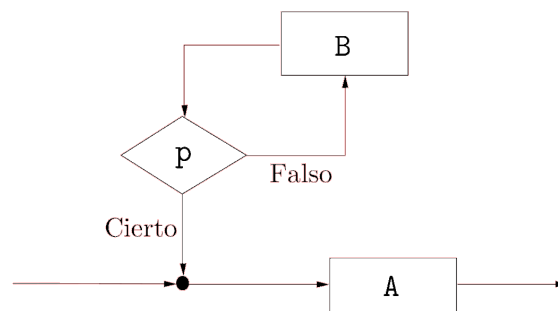
Agrupando las salidas se obtiene un programa propio:



Aquí se observa otro programa que no es propio, ya que existen bloques (los A, C y q) que no tienen un camino hasta la salida; si el programa llegara hasta esos bloques se bloquearía, pues no es posible terminar la ejecución:



Aquí aparece un programa que tampoco es propio porque contiene bloques inaccesibles desde la entrada del diagrama:

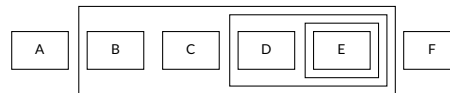


1.4. Estructura

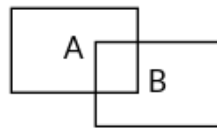
Una **estructura** es una construcción sintáctica (o bloque constructivo) que se puede **anidar completamente** dentro de otra.

Eso significa que, dadas dos estructuras cualesquiera, o una está incluida completamente dentro de la otra, o no se tocan en absoluto.

Por tanto, los bordes de dos estructuras nunca pueden cruzarse:



Estructuras



Estas no son estructuras

1.5. Programa estructurado

Un **programa estructurado** es un programa construido combinando las siguientes estructuras (llamadas **estructuras de control**):

- La **secuencia** de dos sentencias A y B.
- La **selección** entre dos sentencias A y B dependiendo de un predicado p .
- La **iteración**, que repite una sentencia A dependiendo del valor lógico de un predicado p .

Las estructuras de control son sentencias compuestas que contienen, a su vez, otras sentencias.



Secuencia



En pseudocódigo:

- Secuencia:

```
A
B
```

- Selección:

```
si p entonces
  A
sino
  B
```

- Iteración:

```
mientras p hacer
  A
```

Cada una de las sentencias que aparecen en una estructura pueden ser, a su vez, estructuras.

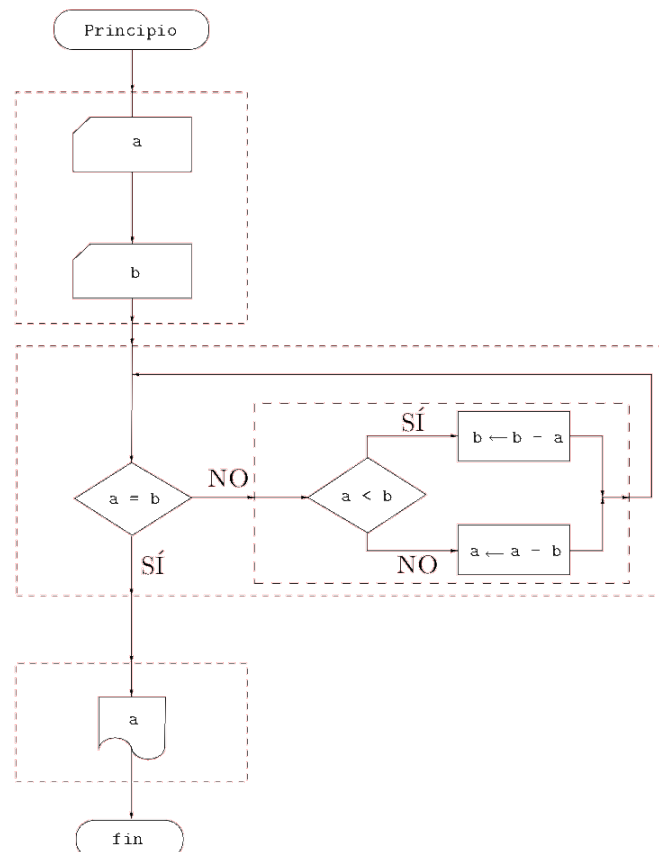
- Esto es así porque se considera que una estructura también es una sentencia (una sentencia *compuesta*, en vez de una sentencia *simple*).
- Por tanto, una estructura puede aparecer en cualquier parte donde se espere una sentencia.

Resumiendo, en un programa podemos tener **dos tipos de sentencias**:

- **Sentencias simples.**
- **Estructuras de control**, que son sentencias **compuestas** formadas a su vez por otras sentencias (que podrán ser, a su vez, simples o compuestas, recursivamente).

Por consiguiente, todo programa puede verse como una única sentencia, simple o compuesta por otras.

Un programa estructurado equivalente al del ejemplo anterior, pero mucho más claro, sería:



```

inicio
leer a
leer b
mientras  $a \neq b$  hacer
  si  $a < b$  entonces
     $b \leftarrow b - a$ 
  sino
     $a \leftarrow a - b$ 
escribir a
fin
  
```


1.5.1. Ventajas de los programas estructurados

Las principales **ventajas de los programas estructurados** frente a los no estructurados son:

- Son más fáciles de entender, ya que básicamente se pueden leer de arriba abajo de estructura en estructura como cualquier otro texto sin tener que estar continuamente saltando de un punto a otro del programa.
- Es más fácil demostrar que son correctos, ya que las estructuras anidadas pueden verse como cajas negras, lo que facilita trabajar a diferentes niveles de abstracción.
- Se reducen los costes de mantenimiento.
- Aumenta la productividad del programador.
- Los programas quedan mejor documentados internamente.

1.6. Teorema de Böhm-Jacopini

El **teorema de Böhm-Jacopini**, también llamado **teorema de la estructura**, garantiza que todo programa propio se puede estructurar.

Se enuncia formalmente así:

Teorema de la estructura:

Todo programa propio es equivalente a un programa estructurado.

Por tanto, los programas estructurados son suficientemente expresivos como para expresar cualquier programa razonable.

Y además, por su naturaleza estructurada resultan programas más sencillos y claros.

En consecuencia, no hay excusa para no estructurar nuestros programas.

2. Estructuras básicas de control

2.1. Secuencia

La estructura secuencial en Python consiste sencillamente en poner cada sentencia una tras otra al mismo nivel de indentación.

No requiere de ninguna otra sintaxis particular ni palabras clave.

Una secuencia de sentencias actúa sintácticamente como si fuera una sola sentencia; por lo tanto, en cualquier lugar del programa donde se pueda poner una sentencia, se puede poner una secuencia de sentencias (que actuarían como una sola formando un bloque).

Esto es así porque, como vimos, toda sentencia puede ser simple o compuesta (una estructura) y, por tanto, **toda estructura es también una sentencia** (actúa como si fuera una única sentencia pero compuesta por otras de forma recursiva).

Por tanto, en cualquier parte donde se pueda poner una sentencia, se puede poner una estructura.

La sintaxis es, sencillamente:

```
<secuencia> ::=  
<sentencia>  
<sentencia>*
```

Las sentencias deben empezar todas en el mismo nivel de indentación (misma posición horizontal o *columna*).

Concepto fundamental:

En Python, la **estructura** del programa viene definida por la **indentación** del código.

Por tanto, las instrucciones que aparecen juntas en el mismo nivel de indentación (es decir, las que empiezan en la misma columna) pertenecen a la misma estructura.

Ejemplo:

```
x = 1  
y = 2  
f = lambda a, b: a + b  
z = f(x + y)
```

Estas cuatro sentencias, al estar todas juntas y en el mismo nivel de indentación, actúan como una sola sentencia en bloque (forman una estructura *secuencial*) y se ejecutan en orden de arriba abajo.

A partir de ahora, tenemos que una sentencia puede ser una sentencia simple o una sentencia compuesta (una estructura):

```
<sentencia> ::= <sentencia_simple> | <estructura>  
<estructura> ::= <secuencia>  
<secuencia> ::=  
<sentencia>  
<sentencia>*
```

2.2. Selección

La selección (o estructura alternativa) en Python tiene la siguiente sintaxis:

```
<selección> ::=  
if <condición>:  
    <sentencia>  
[elif <condición>:  
    <sentencia>]*  
[else:  
    <sentencia>]
```

Ejemplos:

```
if 4 == 3:
    print('Son distintos')
    x = 5
```

```
if 4 == 3:
    print('Son distintos')
    x = 5
else:
    print('Son iguales')
    x = 9
```

```
if x < 2:
    print('Es menor que dos')
elif x <= 9:
    print('Está comprendido entre 2 y 9')
    x = 5
elif x < 12:
    print('Es mayor que 9 y menor que 12')
else:
    print('Es mayor o igual que 12')
```

En el siguiente código:

```
1 a = 4
2 b = 3
3 if a == b:
4     print('Son distintos')
5     x = 5
6 else:
7     print('Son iguales')
```

tenemos las siguientes estructuras, anidadas una dentro de la otra:

1. Una secuencia formada por un bloque de tres sentencias: las asignaciones `a = 4` y `b = 3` y la sentencia `if ... else` que va desde la línea 3 hasta la 8.
2. La selección `if ... else`.
3. Una secuencia formada por las sentencias de las líneas 4–5.

Cada estructura es una sentencia en sí misma, y contiene a otras sentencias (que pueden ser simples u otras estructuras).

Aquí se ven representadas visualmente las estructuras que forman el código fuente del programa:



Representación de las distintas estructuras que forman el código

Ahora nuestra gramática se amplía:

```
⟨sentencia⟩ ::= ⟨sentencia_simple⟩ | ⟨estructura⟩
⟨estructura⟩ ::= ⟨secuencia⟩ | ⟨selección⟩
⟨selección⟩ ::=
if ⟨condición⟩:
    ⟨sentencia⟩
[elif ⟨condición⟩:
    ⟨sentencia⟩]*
[else:
    ⟨sentencia⟩]
```

2.3. Iteración

La iteración (estructura *iterativa* o *repetitiva*) en Python tiene la siguiente sintaxis:

```
⟨iteración⟩ ::=
while ⟨condición⟩:
    ⟨sentencia⟩
```

A esta estructura se la llama **bucle while** o, simplemente, **bucle**.

La *⟨sentencia⟩* es el **cuerpo** del bucle.

Cada ejecución del cuerpo del bucle se denomina **iteración**.

Ejemplos

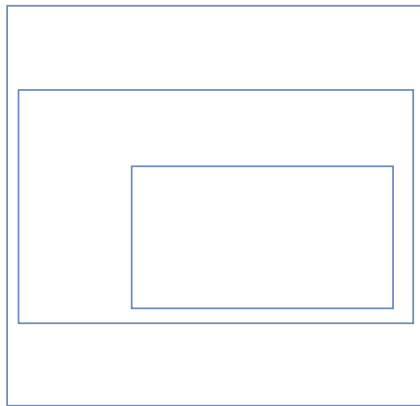
El siguiente código:

```
x = 0
while x < 5:
    print(x)
```

```
x += 1  
print('Fin')
```

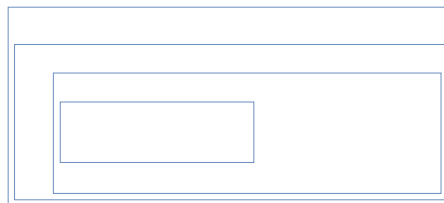
genera la siguiente salida:

```
0  
1  
2  
3  
4  
Fin
```



Estructuras en el código

```
salida = False  
while not salida:  
    x = input('Introduce un número: ')  
    if x == 2:  
        salida = True  
print(x)
```



Estructuras en el código

Ahora ampliamos de nuevo nuestra gramática:

```
<sentencia> ::= <sentencia_simple> | <estructura>  
<estructura> ::= <secuencia> | <selección> | <iteración>  
<iteración> ::=  
  while <condición>:  
    <sentencia>
```

2.4. Otras sentencias de control

2.4.1. break

La sentencia `break` finaliza el bucle que la contiene.

El flujo de control del programa pasa a la sentencia inmediatamente posterior al cuerpo del bucle.

Si la sentencia `break` se encuentra dentro de un bucle anidado (un bucle dentro de otro bucle), finalizará el bucle más interno.

```
i = 0  
s = "string"  
while i < len(s):  
    val = s[i]  
    i += 1  
    if val == "i":  
        break  
    print(val)  
print("Fin")
```

produce:

```
s  
t  
r  
i  
n  
g  
Fin
```

2.4.2. continue

La sentencia `continue` se usa para saltarse el resto del código dentro de un bucle en la iteración actual.

El bucle no finaliza sino que continúa con la siguiente iteración.

```
i = 0  
s = "string"  
while i < len(s):  
    val = s[i]  
    i += 1  
    if val == "i":  
        continue  
    print(val)  
print("Fin")
```

produce:

```
s
t
r
n
g
Fin
```

2.4.3. Excepciones

Incluso aunque una sentencia o expresión sea sintácticamente correcta, puede provocar un error cuando se intente ejecutar o evaluar.

Los errores detectados durante la ejecución del programa se denominan **excepciones** y no tienen por qué ser incondicionalmente fatales si se capturan y se gestionan adecuadamente.

En cambio, la mayoría de las excepciones no son gestionadas por el programa y, por consiguiente, provocan mensajes de error y la terminación de la ejecución del programa.

Por ejemplo:

```
>>> 10 * (1 / 0)
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
ZeroDivisionError: division by zero
>>> 4 + spam * 3
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
NameError: name 'spam' is not defined
>>> '2' + 2
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
TypeError: Can't convert 'int' object to str implicitly
```

La última línea del mensaje de error indica qué ha ocurrido.

Hay distintos tipos de excepciones y ese tipo se muestra como parte del mensaje: los tipos del ejemplo anterior son `ZeroDivisionError`, `NameError` y `TypeError`.

El resto de la línea proporciona detalles sobre el tipo de excepción y qué lo causó.

2.4.3.1. Gestión de excepciones

Es posible escribir programas que gestionen excepciones concretas.

Para ello se utiliza una estructura de control llamada **try ... except**.

La sintaxis es:

```
<gestión_excepciones> ::=
try:
    <sentencia>
except [<excepcion> [as <identificador>]]:
    <sentencia>+
```

```
[else:
    <sentencia>]
[finally:
    <sentencia>]
```

donde:

```
<excepcion> ::= <nombre_excepcion>
               | (<nombre_excepcion>(<nombre_excepcion>)*)
```

Su funcionamiento es el siguiente:

- Se intenta ejecutar el bloque de sentencias del **try**.
- Si durante su ejecución no se levanta ninguna excepción, se saltan los **except** y se ejecutan las sentencias del **else**.
- Si se levanta alguna excepción, se busca (por orden de arriba abajo) algún **except** que cuadre con el tipo de excepción que se la lanzado y, si se encuentra, se ejecutan sus sentencias asociadas.
- Finalmente, y en cualquier caso (se haya levantado alguna excepción o no), se ejecutan las sentencias del **finally**.

Por ejemplo, el siguiente programa pide al usuario que introduzca un número entero por la entrada. Si el dato introducido es correcto (es un número entero), lo muestra a la salida multiplicado por tres y dice que la cosa acabó bien. Si no, muestra un mensaje de advertencia:

```
try:
    x = int(input("Introduzca un número entero: "))
    print(x * 3)
except ValueError:
    print(";Vaya! No ha introducido un número entero.")
else:
    print("La cosa ha acabado bien.")
finally:
    print("Fin")
```

En cualquiera de los dos casos, siempre acaba diciendo **Fin**.

Y volvemos a ampliar de nuevo nuestra gramática:

```
<sentencia> ::= <sentencia_simple> | <estructura>
<estructura> ::= <secuencia>
                | <selección>
                | <iteración>
                | <gestión_excepciones>
<gestión_excepciones> ::=
try:
    <sentencia>
except [<excepcion>] [as <identificador>]:
    <sentencia>*
```



```
[else:  
    <sentencia>]  
[finally:  
    <sentencia>]
```

2.4.4. Gestores de contexto

A veces un programa necesita trabajar con recursos externos:

- Archivos locales.
- Conexiones a bases de datos.
- Conexiones de red.

Trabajar con esos recursos siempre implica los siguientes pasos:

1. Abrir el recurso (solicitar la apertura o la conexión al sistema operativo).
2. Usar el recurso.
3. Cerrar el recurso (solicitar su cierre o su desconexión al sistema operativo).

Por ejemplo, al trabajar con archivos hay que:

1. Abrir el archivo con `f = open(...)`.
2. Usar el archivo con `f.read(...)`, `f.write(...)`, etc.
3. Cerrar el archivo con `f.close()`.

La **cantidad de recursos abiertos** al mismo tiempo está **limitada** por el sistema operativo o el intérprete.

Por ejemplo, si intentamos abrir demasiados archivos a la vez, el intérprete nos devolverá el error: `OSError: [Errno 24] Too many open files`.

Además, cada recurso abierto consume, a su vez, recursos del sistema operativo o del intérprete (memoria, descriptores internos, etcétera).

Por ello, es importante **acordarse de cerrar el recurso** una vez hayamos terminado de trabajar con él, para que el sistema operativo o el intérprete pueda liberar los recursos que está consumiendo y éstos se puedan reutilizar.

Para ello, se puede usar un **try ... finally**:

```
f = open('hola.txt', 'w')  
try:  
    f.write('¡Hola, mundo!')  
finally:  
    f.close()
```

Esto garantiza que el archivo se cerrará aunque el `f.write(...)` levante una excepción.

Los gestores de contexto son un mecanismo más cómodo y elegante para trabajar con recursos y asegurarse de que se cierran al final.

Para ello, se usa la sentencia **with ... as**, cuya sintaxis es:

```
<gestor_contexto> ::=  
with <expresión> [as <identificador>]:  
    <sentencia>
```

El siguiente código es equivalente al anterior:

```
with open('hola.txt', 'w') as f:  
    f.write('¡Hola, mundo!')
```

La sentencia **with ... as** es una estructura de control que hace lo siguiente:

1. Evalúa la *<expresión>*, que deberá devolver un **gestor de recursos**.
Los gestores de recursos son objetos que responden a los métodos `__enter__` y `__exit__`.
2. Llama al método `__enter__` sobre el objeto, el cual debe abrir y devolver el recurso.
3. Ese recurso se asigna a la variable del *identificador*.
4. Ejecuta la *sentencia* que, por supuesto, puede ser simple o compuesta.
5. Cuando termina de ejecutar la sentencia, llama al método `__exit__` sobre el objeto inicial, el cual se encargará de cerrar el recurso.

Por tanto, al salir de la estructura de control **with ... as**, se garantiza que el recurso asignado a *f* está cerrado.

Eso significa que, en el siguiente código, la última llamada al método `write` fallará al no estar abierto el recurso:

```
>>> with open('hola.txt', 'w') as f:  
...     f.write('¡Hola, mundo!')  
...  
13  
>>> f.write('Esto fallará')  
Traceback (most recent call last):  
  File "<stdin>", line 1, in <module>  
ValueError: I/O operation on closed file.
```

3. Metodología de la programación estructurada

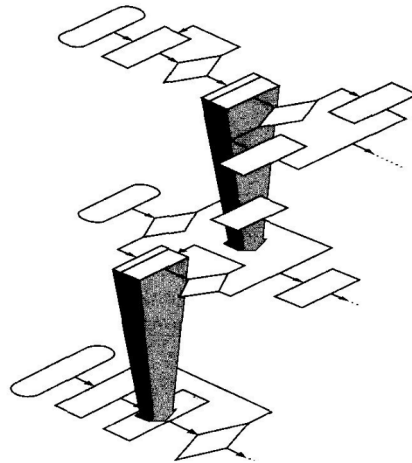
3.1. Diseño descendente por refinamiento sucesivo

El diseño descendente es la técnica que permite descomponer un problema complejo en problemas más sencillos, realizándose esta operación de forma sucesiva hasta llegar al mínimo nivel de abstracción en el cual se pueden codificar directamente las operaciones en un lenguaje de programación estructurado.

Con esta técnica, los programas se crean en distintos niveles de refinamiento, de forma que cada nuevo nivel define la solución de forma más concreta y subdivide las operaciones en otras menos abstractas.

Los programas se diseñan de lo general a lo particular por medio de sucesivos refinamientos o descomposiciones que nos van acercando a las instrucciones finales del programa.

El último nivel permite la codificación directa en un lenguaje de programación.



Diseño descendente por refinamiento sucesivo

3.2. Recursos abstractos

Descomponer un programa en términos de recursos abstractos consiste en descomponer una determinada sentencia compleja en un número de sentencias mas simples, capaces de ser ejecutadas por un ordenador, y que constituirán sus instrucciones.

Es el complemento perfecto para el diseño descendente y el que nos proporciona el método a seguir para obtener un nuevo nivel de refinamiento a partir del anterior.

Se basa en suponer que, en cada nivel de refinamiento, todos los elementos (instrucciones, expresiones, funciones, etc.) que aparecen en la solución están ya disponibles directamente en el lenguaje de programación, aunque no sea verdad.

Esos elementos o recursos se denominan abstractos porque los podemos usar directamente en un determinado nivel de refinamiento sin tener que saber cómo funcionan realmente por dentro, o incluso si existen realmente. Nosotros suponemos que sí existen y que hacen lo que tienen que hacer sin preocuparnos del cómo.

En el siguiente refinamiento, aquellos elementos que no estén implementados ya directamente en el lenguaje se refinarán, bajando el nivel de abstracción y acercándonos cada vez más a una solución que sí se pueda implementar en el lenguaje.

El refinamiento acaba cuando la solución se encuentra completamente definida usando los elementos del lenguaje de programación (ya no hay recursos abstractos).

3.3. Ejemplo

Supongamos que queremos escribir un programa que muestre una tabla de multiplicar de tamaño $n \times n$.

Por ejemplo, para $n = 10$ tendríamos:

1	2	3	...	10
2	4	6	...	20
3	6	9	...	30
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
10	20	30	...	100

Una primera versión (burda) del programa podría ser:

```

inicio
  leer  $n$ 
  construir la tabla de  $n \times n$ 
fin
```

donde el programa se plantea como una secuencia de dos sentencias: preguntar el tamaño de la tabla deseada y construir la tabla propiamente dicha.

La sentencia «**leer n** » ya está suficientemente refinada (se puede traducir a un lenguaje de programación) pero la segunda no (por tanto, es un recurso abstracto).

La construcción de la tabla se puede realizar fácilmente escribiendo en una fila los múltiplos de 1, en la fila inferior los múltiplos de 2, y así sucesivamente hasta que lleguemos a los múltiplos de n .

Por tanto, el siguiente paso es refinar la sentencia abstracta «**construir la tabla de $n \times n$** », creando un nuevo nivel de refinamiento:

```

inicio
  leer  $n$ 
  # construir la tabla de  $n \times n$ :
   $i \leftarrow 1$ 
  mientras  $i \leq n$ :
    escribir la fila de  $i$ 
     $i \leftarrow i + 1$ 
fin
```

donde ahora aparece la sentencia «**escribir la fila de i** », que escribe cada una de las filas de la tabla, y que habrá que refinar porque no se puede traducir directamente al lenguaje de programación.

En este (último) nivel refinamos la sentencia que nos falta, quedando:

```

inicio
  leer  $n$ 
```

```

{ construir la tabla de  $n \times n$ : }
 $i \leftarrow 1$ 
mientras  $i \leq n$ :
    { escribir la fila de  $i$ : }
     $j \leftarrow 1$ 
    mientras  $j \leq n$ :
        escribir  $i \times j$ 
         $j \leftarrow j + 1$ 
    escribir un salto de línea
     $i \leftarrow i + 1$ 
fin

```

Ese programa es directamente traducible a Python:

```

n = int(input('Introduce el número: '))
i = 1
while i <= n:
    j = 1
    while j <= n:
        print(i * j, end=' ')
        j += 1
    print()
    i += 1

```

O mejor aún:

```

try:
    n = int(input('Introduce el número: '))
    i = 1
    while i <= n:
        j = 1
        while j <= n:
            print(f'{i * j:>3}', end=' ')
            j += 1
        print()
        i += 1
except ValueError:
    print('Número incorrecto')

```

4. Funciones imperativas

4.1. Definición de funciones imperativas

En programación imperativa también podemos definir funciones.

Al igual que ocurre en programación funcional, una función en programación imperativa es una construcción sintáctica que acepta argumentos y produce un resultado.

Pero a diferencia de lo que ocurre en programación funcional, una función en programación imperativa contiene **sentencias**.

Las funciones en programación imperativa conforman los bloques básicos que nos permiten **descomponer un programa en partes** que se combinan entre sí.

Todavía podemos construir funciones mediante expresiones lambda, pero las funciones imperativas tienen ventajas:

- Podemos escribir **sentencias** dentro de las funciones imperativas.
- Podemos escribir funciones que no devuelvan ningún resultado porque su cometido es provocar algún efecto lateral.

La **definición** de una función imperativa tiene la siguiente sintaxis:

```

<definición_función> ::=
def <nombre>([<lista_parámetros>]):
    <cuerpo>

```

donde:

```

<lista_parámetros> ::= identificador [, identificador]*
<cuerpo> ::= <sentencia>

```

Por ejemplo:

```

def saluda(persona):
    print('Hola', persona)
    print('Encantado de saludarte')

def despide():
    print('Hasta luego, Lucas')

```

La definición de una función imperativa es una **sentencia compuesta**, es decir, una **estructura** (como las estructuras de control **if**, **while**, etcétera).

Por tanto, puede aparecer en cualquier lugar del programa donde pueda haber una sentencia.

Como en cualquier otra estructura, las sentencias que contiene (las que van en el **cuerpo** de la función) van **indentadas** (o *sangradas*) dentro de la definición de la función.

Por tanto (de nuevo, como en cualquier otra estructura), el final de la función se deduce al encontrarse una sentencia **menos indentada** que el cuerpo, o bien el final del *script*.

En consecuencia, nuestra gramática se vuelve a ampliar:

```

<sentencia> ::= <sentencia_simple> | <estructura>
<estructura> ::= <secuencia>
                | <selección>
                | <iteración>
                | <gestión_excepciones>
                | <definición_función>
<definición_función> ::=
def <nombre>([<lista_parámetros>]):
    <sentencia>

```

4.2. Llamadas a funciones imperativas

Cuando se llama a una función imperativa, ocurre lo siguiente (en este orden):

1. Como siempre que se llama a una función, se crea un nuevo marco en el entorno (que contiene los parámetros así como las ligaduras y variables locales a su ámbito) y se almacena en la pila de control su registro de activación.
2. Se pasan los argumentos de la llamada a los parámetros de la función.
Recordemos que en Python se sigue el orden aplicativo (o evaluación estricta): primero se evalúan los argumentos y después se pasan a los parámetros correspondientes.
3. El flujo de control del programa se transfiere al bloque de sentencias que forman el cuerpo de la función y se ejecuta éste.

Cuando se finaliza la ejecución de las sentencias que forman el cuerpo de la función:

1. Se genera su valor de retorno (en breve veremos cómo).
2. Se saca su registro de activación de la pila.
3. Se devuelve el control de la ejecución a la línea de código que llamó a la función.
4. Se sustituye, en dicha línea, la llamada a la función por su valor de retorno.
5. Se continúa la ejecución del programa desde ese punto.

Por ejemplo:

```
def saluda(persona):  
    print('Hola', persona)  
    print('Encantado de saludarte')  
  
def despide():  
    print('Hasta luego, Lucas')  
  
saluda('Pepe')  
print('El gusto es mío')  
saluda('Juan')  
despide()  
print('Sayonara, baby')
```

Produce la siguiente salida:

```
Hola Pepe  
Encantado de saludarte  
El gusto es mío  
Hola Juan  
Encantado de saludarte  
Hasta luego, Lucas  
Sayonara, baby
```

Ver ejecución paso a paso en [Pythontutor](#)

Una función puede llamar a otra.

Por ejemplo, este programa:

```
def saluda(persona):  
    print('Hola', persona)  
    quiensoy()  
    print('Encantado de saludarte')  
  
def despide():  
    print('Hasta luego, Lucas')  
  
def quiensoy():  
    print('Me llamo Ricardo')  
  
saluda('Pepe')  
print('El gusto es mío')  
saluda('Juan')  
despide()  
print('Sayonara, baby')
```

Produce la siguiente salida:

```
Hola Pepe  
Me llamo Ricardo  
Encantado de saludarte  
El gusto es mío  
Hola Juan  
Me llamo Ricardo  
Encantado de saludarte  
Hasta luego, Lucas  
Sayonara, baby
```

Ver ejecución paso a paso en [Pythontutor](#)

La función debe estar definida antes de poder llamarla.

Eso significa que el intérprete de Python debe ejecutar el `def` de una función antes de que el programa pueda llamar a esa función.

Por ejemplo, el siguiente programa lanzaría el error «*NameError: name 'hola' is not defined*» en la línea 1:

```
1 hola()  
2  
3 def hola():  
4     print('hola')
```

En cambio, este funcionaría perfectamente:

```
1 def hola():  
2     print('hola')  
3  
4 hola()
```

4.3. Paso de argumentos

En el marco de la función llamada se almacenan, entre otras cosas, los parámetros de la función.

Al principio, los parámetros contendrán los valores de los argumentos que se hayan pasado a la función al llamar a la misma.

Existen distintos mecanismos de paso de argumentos, dependiendo del lenguaje de programación utilizado.

Los más conocidos son los llamados **paso de argumentos por valor** y **paso de argumentos por referencia**.

En Python existe un único mecanismo de paso de argumentos llamado **paso de argumentos por asignación**, que en la práctica resulta bastante sencillo.

Consiste en suponer que **el argumento se asigna al parámetro** correspondiente, teniendo en cuenta todo lo relacionado con los *alias* de variables, inmutabilidad, mutabilidad, etcétera.

Por ejemplo:

```
1 def saluda(persona):
2     print('Hola', persona)
3     print('Encantado de saludarte')
4
5 saluda('Manolo') # Saluda a Manolo
6 x = 'Juan'
7 saluda(x)        # Saluda a Juan
```

En la línea 5 se asigna a `persona` el valor `'Manolo'`.

En la línea 7 se asigna a `persona` el valor de `x`, como si se hiciera `persona = x`, lo que sabemos que crea un *alias* (aunque eso no nos afectaría, ya que el valor pasado es una cadena y, por tanto, inmutable).

En caso de pasar un argumento mutable:

```
def cambia(l):
    print(l)
    l.append(99)

lista = [1, 2, 3]
cambia(lista) # Imprime [1, 2, 3]
print(lista)  # Imprime [1, 2, 3, 99]
```

La función es capaz de **cambiar el estado interno de la lista que se ha pasado como argumento** porque:

- Al llamar a la función, el argumento `lista` se pasa a la función **asignándola** al parámetro `l` como si hubiera hecho `l = lista`.
- Eso hace que ambas variables sean *alias* una de la otra (se refieren al mismo objeto).
- Por tanto, la función está modificando la misma variable que se ha pasado como argumento (`lista`).

4.4. La sentencia `return`

Para devolver el resultado de la función al código que la llamó, hay que usar una sentencia **`return`**.

Cuando el intérprete encuentra una sentencia **`return`** dentro de una función:

1. se finaliza la ejecución de la función,

2. se devuelve el control al punto del programa en el que se llamó a la función y
3. la función devuelve como resultado el valor de retorno definido en la sentencia **return**.

Por ejemplo:

```
1 def suma(x, y):  
2     return x + y  
3  
4 a = int(input('Introduce el primer número: '))  
5 b = int(input('Introduce el segundo número: '))  
6 resultado = suma(a, b)  
7 print('El resultado es:', resultado)
```

La función se define en las líneas 1-2. El intérprete lee la definición de la función pero no ejecuta las sentencias de su cuerpo en ese momento (lo hará cuando se *llame* a la función).

En la línea 6 se llama a la función `suma` pasándole como argumentos los valores de `a` y `b`, asignándoseles a `x` e `y`, respectivamente.

Dentro de la función, se calcula la suma `x + y` y la sentencia **return** finaliza la ejecución de la función, devolviendo el control al punto en el que se la llamó (la línea 6) y haciendo que su valor de retorno sea el valor calculado en la suma anterior (el valor de la expresión que acompaña al **return**).

El valor de retorno de la función sustituye a la llamada a la función en la expresión en la que aparece dicha llamada, al igual que ocurre con las expresiones lambda.

Por tanto, una vez finalizada la ejecución de la función, la línea 6 se reescribe sustituyendo la llamada a la función por su valor.

Si, por ejemplo, suponemos que el usuario ha introducido los valores 5 y 7 en las variables `a` y `b`, respectivamente, tras finalizar la ejecución de la función tendríamos que la línea 6 quedaría:

```
resultado = 12
```

y la ejecución del programa continuaría por ahí.

También es posible usar la sentencia **return** sin devolver ningún valor.

En ese caso, su utilidad es la de finalizar la ejecución de la función en algún punto intermedio de su código.

Pero en Python todas las funciones devuelven algún valor.

Lo que ocurre en este caso es que la función devuelve el valor `None`:

```
def hola():  
    print('Hola')  
    return  
    print('Adiós') # aquí no llega  
  
hola()
```

imprime:

Hola

```
def hola():  
    print('Hola')  
    return  
    print('Adiós')  
  
x = hola() # devuelve None  
print(x)
```

imprime:

Hola
None

Cuando se alcanza el final del cuerpo de una función sin haberse ejecutado antes ninguna sentencia **return**, es como si la última sentencia del cuerpo de la función fuese un **return** sin valor de retorno.

Por ejemplo:

```
def hola():  
    print('Hola')
```

equivale a:

```
def hola():  
    print('Hola')  
    return
```

Esa última sentencia **return** nunca es necesario ponerla, ya que la ejecución de una función termina automáticamente (y retorna al punto donde se la llamó) cuando ya no quedan más sentencias que ejecutar en su cuerpo.

4.5. Ámbito de variables

La función `suma` se podría haber escrito así:

```
def suma(x, y):  
    res = x + y  
    return res
```

y el efecto final habría sido el mismo.

La variable `res` que aparece en el cuerpo de la función es una **variable local** y sólo existe dentro de la función. Por tanto, esto sería incorrecto:

```
1 def suma(x, y):  
2     res = x + y  
3     return res  
4  
5 resultado = suma(4, 3)  
6 print(res) # da error
```

Fuera de la función, la variable `res` no está definida en el entorno (que está formado sólo por el

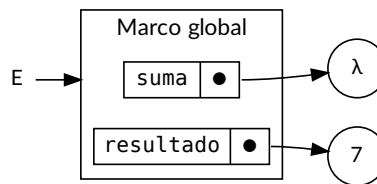
marco global) y por eso da error en la línea 6.

Eso significa que se crea un nuevo marco en el entorno que contendrá, en principio, los parámetros, las variables locales y las ligaduras locales a la función.

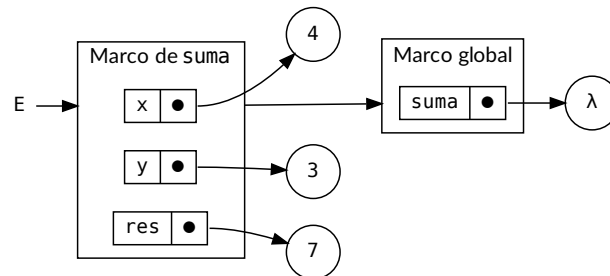
```

1 def suma(x, y):
2     res = x + y
3     return res
4
5 resultado = suma(4, 3)
6 print(resultado)

```



Entorno en la línea 6



Entorno dentro de la función `suma`

4.5.1. Variables locales

Al igual que pasa con las expresiones lambda, las definiciones de funciones generan un nuevo ámbito.

Tanto los **parámetros** como las **variables** y las **ligaduras** que se crean en el cuerpo de la función son **locales** a ella, y por tanto sólo existen dentro de ella.

Su **ámbito** es el **cuerpo de la función** a la que pertenecen.

Los **parámetros** se pueden usar libremente en cualquier parte del cuerpo de la función porque ya se les ha asignado un valor.

En cambio, se produce un error `UnboundLocalError` si se intenta usar una **variable local** antes de asignarle un valor:

```
>>> def hola():
...     print(x) # x es una variable local pero aún no tiene valor asignado
...     x = 1    # aquí es donde empieza a tener un valor
...
>>> hola()
UnboundLocalError: local variable 'x' referenced before assignment
```

4.5.2. Variables globales

Desde dentro de una función es posible usar variables globales, ya que se encuentran en el **entorno** de la función.

Se puede **acceder** al valor de una variable global directamente:

```
x = 4

def prueba():
    print(x)

prueba() # imprime 4
```

Pero para poder **modificar** una variable global es necesario que la función la declare previamente como *global*.

De no hacerlo así, el intérprete supondría que el programador quiere crear una variable local que tiene el mismo nombre que la global:

```
x = 4

def prueba():
    x = 5 # esta variable es local

prueba()
print(x) # imprime 4
```

Como en Python no existen las *declaraciones* de variables, el intérprete tiene que **averiguar por sí mismo qué ámbito tiene una variable**.

Lo hace con una regla muy sencilla:

Si hay una **asignación** a una variable **dentro** de una función, esa variable se considera **local** a la función.

El siguiente código genera un error «*UnboundLocalError: local variable 'x' referenced before assignment*». ¿Por qué?

```
x = 4

def prueba():
    x = x + 4
    print(x)
```

```
prueba()
```

Como la función `prueba` asigna un valor a `x`, Python considera que `x` es local a la función.

Pero en la expresión `x + 4`, la variable `x` aún no tiene ningún valor asignado, por lo que genera un error «variable local `x` referenciada antes de ser asignada».

4.5.2.1. `global`

Para informar al intérprete que una determinada variable es global, se usa la sentencia `global`:

```
x = 4

def prueba():
    global x # informa que la variable 'x' es global
    x = 5    # cambia el valor de la variable global 'x'

prueba()
print(x) # imprime 5
```

Si la variable global no existe en el momento de realizar la asignación, se crea. Por tanto, una función puede crear nuevas variables globales usando `global`:

```
def prueba():
    global y # informa que la variable 'y' (que aún no existe) es global
    y = 9    # se crea una nueva variable global 'y' que antes no existía

prueba()
print(y) # imprime 9
```

Las reglas básicas de uso de la sentencia `global` en Python son:

- Cuando se crea una variable **dentro** de una función (asignándole un valor), por omisión es **local**.
- Cuando se crea una variable **fuera** de una función, por omisión es **global** (no hace falta usar la sentencia `global`).
- Se usa la sentencia `global` para cambiar el valor de una variable global *dentro* de una función (si la variable global no existía previamente, se crea durante la asignación).
- El uso de la sentencia `global` *fuera* de una función no tiene ningún efecto.
- La sentencia `global` debe aparecer *antes* de que se use la variable global correspondiente.

4.5.2.2. Efectos laterales

Cambiar el estado de una variable global es uno de los ejemplos más claros y conocidos de los llamados **efectos laterales**.

Recordemos que **una función tiene (o provoca) efectos laterales cuando provoca cambios de estado observables desde el exterior de la función**, más allá de calcular y devolver su valor de retorno.

Por ejemplo:

- Cuando cambia el valor de una variable global.
- Cuando cambia un argumento mutable.
- Cuando realiza una operación de entrada/salida.
- Cuando llama a otras funciones que provocan efectos laterales.

Los efectos laterales hacen que el comportamiento de un programa sea más difícil de predecir.

La pureza o impureza de una función tienen mucho que ver con los efectos laterales.

Una función es **pura** si lo único que hace es calcular su valor de retorno, el cual sólo depende del valor de sus argumentos.

Por tanto, una función es **impura** si cumple al menos una de las siguientes condiciones:

- **Provoca efectos laterales**, porque está haciendo algo más que calcular su valor de retorno.
- Su valor de retorno depende de algo más que de sus argumentos (p. ej., de una variable global).

En una expresión, no podemos sustituir libremente una llamada a una función impura por su valor de retorno.

Por tanto, decimos que una función impura no cumple la **transparencia referencial**.

El siguiente es un ejemplo de **función impura**, ya que provoca el **efecto lateral** de ejecutar una **operación de entrada/salida** (la función `print`):

```
def suma(x, y):  
    res = x + y  
    print('La suma vale', res)  
    return res
```

Cualquiera que desee usar la función `suma`, pero no sepa cómo está construida internamente, podría pensar que lo único que hace es calcular la suma de dos números, pero resulta que **también imprime un mensaje en la salida**, por lo que el resultado que se obtiene al ejecutar el siguiente programa no es el que cabría esperar:

Programa:

```
resultado = suma(4, 3) + suma(8, 5)  
print(resultado)
```

Resultado:

```
La suma vale 7  
La suma vale 13  
20
```

Las llamadas a la función `suma` no se pueden sustituir por su valor de retorno correspondiente. Es decir, que no es lo mismo hacer:

```
resultado = suma(4, 3) + suma(8, 5)
```

que hacer:

```
resultado = 7 + 13
```

porque en el primer caso se imprimen cosas por pantalla y en el segundo no.

Por tanto, la función `suma` es **impura** porque **no cumple la transparencia referencial**, y no la cumple porque provoca un **efecto lateral**.

Si una función necesita **acceder al valor de una variable global**, también **pierde la transparencia referencial**, ya que la convierte en **impura** porque su valor de retorno puede depender de algo más que de sus argumentos (en este caso, del valor de la variable global).

En consecuencia, la función podría producir **resultados distintos en momentos diferentes** ante los mismos argumentos:

```
def suma(x, y):
    res = x + y + z # impureza: depende del valor de una variable global (z)
    return res

z = 5
print(suma(4, 3)) # imprime 12
z = 2
print(suma(4, 3)) # imprime 9
```

En este caso, la función es **impura**, aunque no provoca efectos laterales (pero sí podría verse afectada por efectos laterales provocados por otra función que modifique el valor de la variable global `z`).

Igualmente, el **uso de la sentencia `global`** supone otra forma más de **perder transparencia referencial** porque, gracias a ella, una función puede cambiar el valor de una variable global, lo que la convertiría en **impura** ya que provoca un **efecto lateral** (la modificación de la variable global).

En consecuencia, esa misma función podría producir **resultados distintos en momentos diferentes** ante los mismos argumentos:

```
def suma(x, y):
    global z
    res = x + y + z # impureza: depende del valor de una variable global
    z += 1          # efecto lateral: cambia una variable global
    return res

z = 0
print(suma(4, 3)) # imprime 7
print(suma(4, 3)) # la misma llamada a función ahora imprime 8
```

O también podría afectar a otras funciones que dependan del valor de la variable global.

En ese caso, **ambas funciones serían impuras: la que provoca el efecto lateral y la que se ve afectada por ella**.

Por ejemplo, las siguientes dos funciones son **impuras**, cada una por un motivo:

```
def cambia(x):
    global z
    z += x          # efecto lateral: cambia una variable global
```



```
def suma(x, y):  
    return x + y + z    # impureza: depende del valor de una variable global  
  
z = 0  
print(suma(4, 3))      # imprime 7  
cambia(2)              # provoca un efecto lateral  
print(suma(4, 3))      # ahora imprime 9
```

Aunque los efectos laterales resultan indeseables en general, a veces es precisamente el efecto que deseamos.

Por ejemplo, podemos diseñar una función que modifique los elementos de una lista en lugar de devolver una lista nueva:

```
def cambia(lista, indice, valor):  
    lista[indice] = valor    # modifica el argumento recibido  
  
l = [1, 2, 3, 4]  
cambia(l, 2, 99)           # cambia l  
print(l)                   # imprime [1, 2, 99, 4]
```

Si la función no pudiera cambiar directamente el interior de la lista tendría que crear una lista nueva, lo que resultaría menos eficiente porque consumiría más memoria:

```
def cambia(lista, indice, valor):  
    nueva = lista[:]        # hace una copia de la lista  
    nueva[indice] = valor   # modifica la copia  
    return nueva           # devuelve la copia  
  
l = [1, 2, 3, 4]  
print(cambia(l, 2, 99))    # imprime [1, 2, 99, 4]
```

4.6. Funciones locales a funciones

En Python es posible definir **funciones locales** a una función.

Las funciones locales también se denominan **funciones internas** o **funciones anidadas**.

Una función local se define **dentro** de otra función y, por tanto, sólo existe dentro de la función en la que se ha definido.

Su **ámbito** es el cuerpo de la función donde se ha definido (la función que la contiene), pero al igual que pasa con las variables locales, sólo se pueden usar (llamar) después de haberse definido, es decir, después de haberse ejecutado el `def` de la función interna.

Evita la superpoblación de funciones en el ámbito más externo cuando sólo tiene sentido su uso en un ámbito más interno.

Por ejemplo:

```
def fact(n):  
    def fact_iter(n, acc):  
        if n == 0:  
            return acc
```

```
    else:
        return fact_iter(n - 1, acc * n)
    return fact_iter(n, 1)

print(fact(5))

# daría un error porque fact_iter no existe en el ámbito global:
print(fact_iter(5, 1))
```

La función `fact_iter` es local a la función `fact`.

Por tanto, no se puede usar fuera de `fact`, ya que sólo existe en el ámbito de la función `fact` (es decir, en el cuerpo de la función `fact`).

Tampoco se puede usar `fact_iter` dentro de `fact` antes de definirla:

```
1 def fact(n):
2     print(fact_iter(n, 1)) # error: se usa antes de definirse
3     def fact_iter(n, acc): # aquí es donde empieza su definición
4         if n == 0:
5             return acc
6         else:
7             return fact_iter(n - 1, acc * n)
```

Esto ocurre porque la sentencia `def` crea una ligadura entre `fact_iter` y su valor (la función), pero esa ligadura sólo empieza a existir cuando se ejecuta la sentencia `def`, y no antes.

Es importante recordar la diferencia entre el ámbito de una ligadura y el ámbito de creación de la ligadura:

- El ámbito de creación de la ligadura entre `fact_iter` y su valor es el cuerpo de la función `fact`.
- El ámbito de la ligadura empieza en la línea 3 y acaba al final del ámbito de `fact` (no existe antes de la línea 3).

Como cualquier otra función, las funciones locales definen un nuevo ámbito.

Ese nuevo ámbito está anidado dentro del ámbito de la función en la que se define.

En el ejemplo anterior, el ámbito de `fact_iter` está contenido en el ámbito de `fact`.

Como cualquier otro ámbito, ese nuevo ámbito crea un nuevo marco en el entorno.

Y ese nuevo marco apunta al marco del ámbito que lo contiene, es decir, el marco de la función que contiene a la local.

En el ejemplo anterior, el marco de `fact_iter` apunta al marco de `fact`, el cual a su vez apunta al marco global.

4.6.1. `nonlocal`

Una función local puede **acceder** al valor de las variables locales a la función que la contiene, ya que se encuentran dentro de su ámbito (aunque en otro marco).

En cambio, cuando una función local quiere **modificar** el valor de una variable local a la función que la contiene, debe declararla previamente como **no local** con la sentencia **nonlocal**.

De lo contrario, al intentar cambiar el valor de la variable, el intérprete crearía una nueva variable local a la función actual, que haría sombra a la variable que queremos modificar y que pertenece a otra función.

Es algo similar a lo que ocurre con las variables globales.

```
def fact(n):
    def fact_iter(acc):
        nonlocal n
        if n == 0:
            return acc
        else:
            acc *= n
            n -= 1
            return fact_iter(acc)
    return fact_iter(1)

print(fact(5))
```

La función local `fact_iter` puede acceder a la variable `n`, que es local a la función `fact`.

Como la variable `n` está declarada **no local** en `fact_iter`, también puede modificarla.

De esta forma, ya no es necesario pasar el valor de `n` como argumento a la función `fact_iter` y puede modificarla directamente.

Ejercicios

Ejercicios

1. Considérese la siguiente fórmula (debida a Herón de Alejandría), que expresa el valor de la superficie S de un triángulo cualquiera en función de sus lados, a , b y c :

$$S = \sqrt{\frac{a+b+c}{2} \left(\frac{a+b+c}{2} - a \right) \left(\frac{a+b+c}{2} - b \right) \left(\frac{a+b+c}{2} - c \right)}$$

Escribir una función que obtenga el valor S a partir de a , b y c , evitando el cálculo repetido del semiperímetro, $sp = \frac{a+b+c}{2}$, y almacenando el resultado finalmente en la variable S .

2. Escribir tres funciones que impriman las siguientes salidas en función de la cantidad de líneas que se desean (· es un espacio en blanco):

```
*****      * *      * . . . * . . .
*****      * . *      * . * * * . . .
*****      * . . *      * * * * * . .
*****      * . . . *      * * * * * * .
*****      * . . . . *      * * * * * * *
*****      * . . . . . *      * . . . * . . .
```

3. Convertir una cantidad de tiempo (en segundos, \mathbb{Z}) en la correspondiente en horas, minutos y segundos, con arreglo al siguiente formato:

3817 segundos = 1 horas, 3 minutos y 37 segundos

4. Escribir un programa que, en primer lugar, lea los coeficientes a_2 , a_1 y a_0 de un polinomio de segundo grado

$$a_2x^2 + a_1x + a_0$$

y escriba ese polinomio. Y, en segundo, lea el valor de x y escriba qué valor toma el polinomio para esa x .

Para facilitar la salida, se supondrá que los coeficientes y x son enteros. Por ejemplo, si los coeficientes y x son 1, 2, 3 y 2, respectivamente, la salida puede ser:

$$1x^2 + 2x + 3$$

$$p(2) = 9$$

5. Escribir un programa apropiado para cada una de las siguientes tareas:
- Pedir los dos términos de una fracción y dar el valor de la división correspondiente, a no ser que sea nulo el hipotético denominador, en cuyo caso se avisará del error.
 - Pedir los coeficientes de una ecuación de segundo grado y dar las dos soluciones correspondientes, comprobando previamente si el discriminante es positivo o no.
 - Pedir los coeficientes de la recta $ax + by + c = 0$ y dar su pendiente y su ordenada en el origen en caso de que existan, o el mensaje apropiado en otro caso.
 - Pedir un número natural n y dar sus divisores.
6. Escribir un programa que lea un carácter, correspondiente a un dígito hexadecimal:

0, 1, ..., 9, A, B, ..., F

y lo convierta en el valor decimal correspondiente:

0, 1, ..., 9, 10, 11, ..., 15

7. Para hallar en qué fecha cae el Domingo de Pascua de un **anyo** cualquiera, basta con hallar las cantidades **a** y **b** siguientes:

```
a = (19 * (anyo % 19) + 24) % 30
b = (2 * (anyo % 4) + 4 * (anyo % 7) + 6 * a + 5) % 7
```

y entonces, ese Domingo es el 22 de marzo + **a** + **b** días, que podría caer en abril. Escriba un programa que realice estos cálculos, produciendo una entrada y salida claras.

8. Escribir una función para hallar $\binom{n}{k}$, donde n y k son datos enteros positivos,

a. mediante la fórmula $\frac{n!}{(n-k)!k!}$

b. mediante la fórmula $\frac{n(n-1)\dots(k+1)}{(n-k)!}$

¿Qué ventajas presenta la segunda con respecto a la primera?

Bibliografía

Pareja Flores, Cristóbal, Manuel Ojeda Aciego, Ángel Andeyro Quesada, and Carlos Rossi Jiménez. 1997. *Desarrollo de Algoritmos y Técnicas de Programación En Pascal*. Madrid: Ra-Ma.