

# Ejercicios de funciones recursivas

Programación — DAW

Ricardo Pérez López

IES Doñana

Curso 2020/2021

1. Dada la siguiente función matemática:

$$f(n) = \begin{cases} 0 & \text{si } n = 0 \\ 1 + 2 \cdot f(n - 1) & \text{si } n > 0 \end{cases}$$

calcular el valor de  $f(3)$ .

2. La función `potencia` tiene la siguiente especificación:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pre : } b \geq 0 \\ \text{potencia}(a : \text{int}, b : \text{int}) \rightarrow \text{int} \\ \text{Post : potencia}(a, b) = a^b \end{array} \right.$$

- a) Implementar la función de forma no recursiva.  
b) Implementar la función de forma recursiva.

3. La función `repite` tiene la siguiente especificación:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pre : } n \geq 0 \\ \text{repite}(s : \text{str}, n : \text{int}) \rightarrow \text{str} \\ \text{Post : repite}(s, n) = s * n \end{array} \right.$$

Implementar la función de forma recursiva.

4. La suma lenta es un algoritmo para sumar dos números para el que sólo necesitamos saber cuáles son el anterior y el siguiente de un número dado. El algoritmo se basa en la siguiente recurrencia:

$$suma\_lenta(a, b) = \begin{cases} b & \text{si } a = 0 \\ suma\_lenta(ant(a), sig(b)) & \text{si } a > 0 \end{cases}$$

Suponiendo que tenemos las siguientes funciones `ant` y `sig`:

```
ant = lambda n: n - 1
sig = lambda n: n + 1
```

Se pide:

- a) Escribir su especificación.
  - b) Implementar una función recursiva que satisfaga dicha especificación.
5. La función `suma_digitos` calcula la suma de los dígitos de un número entero:

```
suma_digitos(423) = 4 + 2 + 3 = 9
suma_digitos(7) = 7
```

Se pide:

- a) Escribir su especificación.
  - b) Implementar una función recursiva que satisfaga dicha especificación.
- Indicación:* Recordar que `n // 10` le quita el último dígito a `n`. Además, `n % 10` devuelve el último dígito de `n`.
6. La función `voltea` le da la vuelta a un número entero:

```
voltea(423) = 324
voltea(7) = 7
```

Se pide:

- a) Escribir su especificación.
  - b) Implementar una función recursiva que satisfaga dicha especificación.
- Indicación:* Usar la función `digitos` que devuelve la cantidad de dígitos que tiene un entero. Usar además la indicación del ejercicio anterior.

7. La función `par_positivo` determina si un número entero positivo es par:

```
par_positivo(0) = True
par_positivo(1) = False
par_positivo(27) = False
par_positivo(82) = True
```

Se pide:

- a) Escribir su especificación.
  - b) Implementar una función recursiva que satisfaga dicha especificación.
8. La función `par` determina si un número entero (positivo o negativo) es par:

```
par(0) = True
par(1) = False
par(-27) = False
```

Se pide:

- a) Escribir su especificación.
- b) Implementar una función recursiva que satisfaga dicha especificación.
- c) ¿Cómo se podría implementar una función `impar` a partir de la función `par`?

## Soluciones

$$\begin{aligned}
 1. \quad & f(3) \\
 &= 1 + 2 \cdot f(2) \\
 &= 1 + 2 \cdot (1 + f(1)) \\
 &= 1 + 2 \cdot (1 + 2 \cdot (1 + 2 \cdot f(0))) \\
 &= 1 + 2 \cdot (1 + 2 \cdot (1 + 2 \cdot 0)) \\
 &= 1 + 2 \cdot (1 + 2 \cdot 1) \\
 &= 1 + 2 \cdot 3 \\
 &= 7.
 \end{aligned}$$

$$2. \quad a) \text{ potencia} = \text{lambda } a, b: a ** b$$

$$b) \text{ potencia} = \text{lambda } a, b: 1 \text{ if } b == 0 \text{ else } a * \text{potencia}(a, b - 1)$$

$$3. \text{ repite} = \text{lambda } s, n: '' \text{ if } n == 0 \text{ else } s + \text{repite}(s, n - 1)$$

$$4. \quad a) \left\{ \begin{array}{l} \text{Pre: } a \geq 0 \\ \text{suma\_lenta}(a: \text{int}, b: \text{int}) \rightarrow \text{int} \\ \text{Post: } \text{suma\_lenta}(a, b) = a + b \end{array} \right.$$

$$b) \text{ suma\_lenta} = \text{lambda } a, b: b \text{ if } a == 0 \text{ else } \text{suma\_lenta}(\text{ant}(a), \text{sig}(b))$$

$$5. \quad a) \left\{ \begin{array}{l} \text{Pre: } n \geq 0 \\ \text{suma\_digitos}(n: \text{int}) \rightarrow \text{int} \\ \text{Post: } \text{suma\_digitos}(n) = \text{la suma de los dígitos de } n \end{array} \right.$$

$$b) \text{ suma\_digitos} = \text{lambda } n: n \text{ if } n < 10 \text{ else } (n \% 10) + \text{suma\_digitos}(n // 10)$$

$$6. \quad a) \left\{ \begin{array}{l} \text{Pre: } n \geq 0 \\ \text{voltea}(n: \text{int}) \rightarrow \text{int} \\ \text{Post: } \text{voltea}(n) = \text{el número } n \text{ con los dígitos al revés} \end{array} \right.$$

$$b) \text{ voltea} = \text{lambda } n: n \text{ if } n < 10 \text{ else } \backslash \\ (n \% 10) * 10 ** (\text{digitos}(n) - 1) + \text{voltea}(n // 10)$$

$$7. \quad a) \left\{ \begin{array}{l} \text{Pre: } n \geq 0 \\ \text{par\_positivo}(n: \text{int}) \rightarrow \text{bool} \\ \text{Post: } \text{par\_positivo}(n) = \begin{cases} \text{True} & \text{si } n \text{ es par} \\ \text{False} & \text{en caso contrario} \end{cases} \end{array} \right.$$

b) `par_positivo = lambda n: True if n == 0 else \`  
`False if par_positivo(n - 1) else \`  
`True`

8. a) 
$$\left\{ \begin{array}{l} \textbf{Pre : } \text{True} \\ \text{par}(n: \text{int}) \rightarrow \text{bool} \\ \textbf{Post : } \text{par}(n) = \begin{cases} \text{True} & \text{si } n \text{ es par} \\ \text{False} & \text{en caso contrario} \end{cases} \end{array} \right.$$

b) `par = lambda n: True if n == 0 else \`  
`False if par(abs(n) - 1) else \`  
`True`

c) `impar = lambda n: not par(n)`