

Expresiones

Ricardo Pérez López

IES Doñana, curso 2022/2023



Generado el 2022/09/25 a las 10:46:00

- 1. El lenguaje de programación Python
- 2. Elementos de un programa
- 3. Valores
- 4. Operaciones
- 5. Otros conceptos sobre operaciones
- 6. Operaciones predefinidas



1. El lenguaje de programación Python

- 1.1 Historia
- 1.2 Características principales
- 1.3 Instalación
- 1.4 Funcionamiento del intérprete



1.1. Historia

⁴/144

Historia

Python fue creado a finales de los ochenta por Guido van Rossum en el Centro para las Matemáticas y la Informática (CWI, Centrum Wiskunde & Informatica), en los Países Bajos, como un sucesor del lenguaje de programación ABC.

Logo de Python

- El nombre del lenguaje proviene de la afición de su creador por los humoristas británicos Monty Python.
 - Python alcanzó la versión 1.0 en enero de 1994.
 - Python 2.0 se publicó en octubre de 2000 con muchas grandes mejoras.
 Actualmente, Python 2 está obsoleto.
 - Python 3.0 se publicó en septiembre de 2008 y es una gran revisión del lenguaje que no es totalmente retrocompatible con Python 2.



1.2. Características principales



Características principales

- Python es un lenguaje interpretado, dinámico y multiplataforma, cuya filosofía hace hincapié en una sintaxis que favorezca un código legible.
- Es un lenguaje de programación multiparadigma. Esto significa que más que forzar a los programadores a adoptar un estilo particular de programación, permite varios estilos: programación orientada a objetos, programación estructurada y programación funcional.
- Tiene una gran biblioteca estándar, usada para una diversidad de tareas. Esto viene de la filosofía «pilas incluidas» (batteries included) en referencia a los módulos de Python.
- Es administrado por la Python Software Foundation y posee una licencia de código abierto.
- La estructura de un programa se define por su anidamiento.



1.3. Instalación



Instalación

Instalación en Debian:

 Python 3 ya viene instalado en Debian 11 y posteriores, pero es conveniente ejecutar los siguientes comandos desde un terminal del sistema operativo:

1.3. Instalación

```
$ sudo apt update
$ sudo apt install python-is-python3 python3-pip
$ mkdir -p ~/.local/bin
```

Al acabar, cerrar la sesión con el sistema operativo y abrir una nueva antes de continuar.

 Asimismo, es conveniente asegurarse de que no hay ciertos paquetes de Python instalados provenientes del repositorio de Debian (se instalarán directamente desde Visual Studio Code):

```
$ sudo apt purge --autoremove pylint jupyter mypy python3-autopep8
```



► Instalación en Windows:

- 1. Visitar https://www.python.org/downloads/windows y descargar desde ahí la última versión estable.
- Durante la instalación, marcar la casilla que activa la opción de añadir comandos al PATH.



1.4. Funcionamiento del intérprete

1.4.1 Entrar y salir del intérprete



Funcionamiento del intérprete

- El intérprete de Python tiene dos modos de funcionamiento:
 - 1. Modo interactivo (REPL): se abre una sesión interactiva con el intérprete donde éste nos solicita que introduzcamos una instrucción (sentencia o expresión) y, a continuación, la ejecuta inmediatamente, para luego volver a solicitar una nueva instrucción, repitiendo este ciclo indefinidamente en un diálogo continuo entre el programador y el intérprete.
 - Es el modo más apropiado para aprender el lenguaje o hacer pruebas rápidas, y el que empezaremos a usar nosotros.
 - Modo por lotes: el intérprete ejecuta un programa previamente escrito por el programador y almacenado en archivos fuente (llamados scripts) que contienen instrucciones que el intérprete va ejecutando una tras otra.
 - Es el modo que utilizan los usuarios para ejecutar los programas previamente confeccionados por los programadores.



Entrar y salir del intérprete

Para entrar en el intérprete interactivo, se usa el comando python desde la línea de órdenes del sistema operativo:

```
$ python
Python 3.10.7 (main, Sep 8 2022, 14:34:29) [GCC 12.2.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>>
```

El mensaje que obtengamos puede que no sea exactamente igual, pero es importante comprobar que estamos usando Python $3\ y$ no 2.

- ▶ Para salir, se pulsa Ctrl+D en Ubuntu o Ctrl+Z en Windows.
- ► El >>> es el prompt del intérprete de Python, desde el que se ejecutan las expresiones y sentencias que tecleemos:

```
>>> 4 + 3
7
>>>
```



2. Elementos de un programa

- 2.1 Expresiones y sentencias
- 2.2 Sintaxis y semántica de las expresiones



2.1. Expresiones y sentencias



Expresiones y sentencias

- El código fuente de un programa está formado por instrucciones que pertenecen a dos grandes grupos principales:
 - Expresiones: son secuencias de símbolos que representan valores y que están formados por datos y (posiblemente) operaciones a realizar sobre esos datos. El valor al que representa la expresión se obtiene evaluando dicha expresión.
 - Sentencias: son órdenes que sirven para pedirle al intérprete que ejecute una determinada acción.
- Las sentencias pueden contener expresiones.
- En muchos lenguajes de programación, una expresión por sí sola también es una sentencia válida, ya que expresan la orden de calcular el valor de la expresión.





Las **expresiones** se evalúan y denotan un valor.

Las sentencias se ejecutan y provocan una acción.



2.2. Sintaxis y semántica de las expresiones



Sintaxis y semántica de las expresiones

Definición:

Una **expresión** es una frase (secuencia de símbolos) sintáctica y semánticamente correcta según las reglas del lenguaje que estamos utilizando, cuya finalidad es la de *representar* o **denotar** un determinado objeto abstracto, al que denominamos el **valor** de la expresión.

- ► El ejemplo clásico es el de las expresiones aritméticas:
 - Están formadas por secuencias de números junto con símbolos que representan operaciones aritméticas a realizar con esos números.
 - Denotan un valor numérico, que es el resultado de calcular el valor de la expresión tras hacer las operaciones que aparecen en ella.

Por ejemplo, la expresión (2 * (3 + 5)) denota un valor, que es el número abstracto **dieciséis**.



- La sintaxis de las expresiones correctamente formadas deben satisfacer la gramática del lenguaje en el que están escritas.
- Si una expresión es sintácticamente correcta, su semántica (es decir, su significado) es el valor al que representa.
- En un lenguaje de programación existen muchos tipos de expresiones, dependiendo del tipo de los datos y de las operaciones involucradas en dicha expresión.
- Empezaremos trabajando con las expresiones aritméticas más sencillas para ir incorporando cada vez más elementos nuevos que nos permitan crear expresiones más complejas.



 Para ello, nos basaremos en la siguiente gramática, la cual es una simplificación modificada de la gramática real que deben satisfacer las expresiones en Python:

```
⟨expresión⟩ ::= ⟨operación⟩ | ⟨literal⟩ | ⟨nombre⟩ ⟨operación⟩ ::= (⟨expresión⟩ ⟨operador_binario⟩ ⟨expresión⟩) | (⟨operador_unario⟩ ⟨expresión⟩) | ⟨llamada_función⟩ | ⟨llamada_método⟩ ⟨nombre⟩ ::= identificador ⟨literal⟩ ::= entero | real | cadena | ... ⟨operador_binario⟩ ::= + | - | * | / | / | ** | % | ... ⟨operador_unario⟩ ::= + | - | ... | ⟨operador_unario⟩ ::= ⟨función⟩ ([⟨lista_argumentos⟩]) ⟨función⟩ ::= identificador ⟨llamada_método⟩ ::= ⟨objeto⟩ .⟨método⟩ ([⟨lista_argumentos⟩]) ⟨objeto⟩ ::= ⟨expresión⟩ ⟨método⟩ ::= identificador ⟨lista_argumentos⟩ ::= ⟨expresión⟩ ⟨método⟩ ::= ⟨expresión⟩ ⟨, ⟨expresión⟩)*
```



- Los símbolos terminales identificador, entero, real y cadena representan cada uno de ellos a una multitud de secuencias de caracteres que siguen un determinado patrón.
- A las secuencias de caracteres que se ajustan al patrón léxico de un símbolo terminal determinado se les denomina lexemas.
 - Un identificador es una secuencia de caracteres que puede estar formada por letras y dígitos, siempre y cuando empiece por una letra. Los identificadores representan nombres. Por ej.: x, n1 o dni.
 - Un entero es una secuencia de dígitos sin punto decimal que representa a un número entero. Por ej.: 25 o 140.
 - Un real es una secuencia de dígitos y otros caracteres especiales (el . o la e) que representa a un número real. Por ej.: 12.4 o 4e3.
 - Una cadena es una secuencia de caracteres encerrada entre comillas simples
 (') o dobles ("). Por ej.: "Hola" o 'Juan Martinez'.
- Normalmente, los espacios en blanco se usan para separar y distinguir los diferentes componentes léxicos. Así se sabe que 12 representa al entero 12 y no a los dos enteros 1 y 2.



Esta gramática reconoce expresiones totalmente parentizadas, en las que cada operación a realizar con operadores va agrupada entre paréntesis, aunque no sea estrictamente necesario, como por ejemplo:

$$(3 + (4 - 7))$$

- Otros ejemplos de expresiones que satisfacen dicha gramática:
 - **2**4
 - (4 + 5)
 - **■** (-(8 * 3.5))
 - (9 * (x 2))
 - Z
 - \blacksquare (abs(-3) + (max(8, 5) / 2))
- Sabemos que todas esas expresiones son sintácticamente correctas según nuestra gramática porque podemos construir derivaciones desde el símbolo inicial (expresión) hasta cada expresión.



Ejercicio

1. Obtener las derivaciones correspondientes de cada una de las expresiones.



- Muchas veces, de ahora en adelante representaremos las expresiones combinando distintos colores y estilos tipográficos con la única finalidad de facilitar la lectura y ayudar a reconocer los diferentes elementos sintácticos que las componen.
- A esta técnica se la denomina resaltado de sintaxis.
- Por ejemplo, las expresiones anteriores quedarían así:

```
■ (3 + (4 - 7))

■ 24

■ (4 + 5)

■ (-(8 * 3.5))

■ (9 * (x - 2))

■ 2

■ (abs(-3) + (max(8, 5) / 2))
```



3. Valores

- 3.1 Datos, tipos y valores
- 3.2 Evaluación de expresiones
- 3.3 Expresión canónica y forma normal
- 3.4 Formas normales y evaluación
- 3.5 Literales
- 3.6 Identificadores



3.1. Datos, tipos y valores



Datos, tipos y valores

- La Informática es la ciencia que estudia los sistemas de procesamiento automático de la información, también llamados sistemas informáticos.
- Esos sistemas procesan la información de forma automática siguiendo las instrucciones de un programa.
- Las instrucciones que forman el programa son las que dictan qué operaciones hay que realizar con la información.
- Esa información se codifica, almacena y manipula en forma de datos.
- Los datos, por tanto, son información codificada y almacenada en un formato y en un soporte adecuados para ser manipulados por un sistema informático.



- Esos datos pueden ser:
 - Datos de entrada o salida, que representan información de interés para el usuario del programa y que, o bien se reciben del usuario o bien se envían al usuario, respectivamente.
 - Datos internos que usa el programa para su correcto funcionamiento.
- La información concreta que un dato almacena en un momento dado se denomina el valor del dato. Se dice que un dato posee (o tiene o contiene) un valor, o que vale ese valor.
 - Si el valor de un dato nunca cambia, decimos que ese dato es constante.
 - En cambio, si el valor de un dato puede cambiar durante el funcionamiento del programa, decimos que es un dato variable.



- Los valores se agrupan en tipos, que son conjuntos de valores que comparten características comunes.
- Entre esas características comunes destacan, principalmente, las **operaciones** que se pueden realizar con esos valores.
- En consecuencia, el tipo al que pertenece un valor determina también el conjunto de operaciones que se pueden realizar sobre ese valor.
- ▶ Por tanto, cada valor pertenece a un tipo.
- Igualmente, también decimos que los datos tienen un tipo, que es el tipo de los valores que puede tener el dato. Por eso, a los tipos también se les llama tipos de datos.



El **tipo de un dato** determina el conjunto de *valores* que puede tomar un dato de ese tipo y, por tanto, también las *operaciones* que se pueden realizar con ese dato.

- Los datos se pueden manipular dentro de un programa haciendo que formen parte de expresiones y evaluando dichas expresiones.
- El valor de una expresión se obtiene a través del valor de los datos que contiene, y podemos manipular esos datos a través de las operaciones que actúan sobre ellos dentro de la expresión.





Relación entre información, datos, valores, tipos y operaciones



Ejemplo

- Supongamos que queremos representar en un sistema informático la edad de una persona.
- Esa información la codificamos en un **dato** al que llamaremos *edad*.
- Ese dato edad será un dato variable, ya que la edad de una persona cambia con el tiempo y, por tanto, el valor que contenga el dato podrá cambiar.
- Por otra parte, la edad de una persona se puede representar mediante un número entero no negativo (mayor o igual que cero), así que el dato edad debería contener un valor que sea un número entero sin signo.
- Por tanto, el tipo del dato edad es el conjunto de los números enteros sin signo y, en consecuencia, el valor del dato edad podría ser cualquiera de los números que están dentro de ese conjunto.



- Si, por ejemplo, una determinada persona tiene una edad de 12 años, decimos que el valor del dato edad para esa persona es 12, o que su edad vale 12 (actualmente).
- Dentro de un año, el valor de ese dato pasará a ser 13.
- Por eso decimos que la edad es un dato variable.
- ▶ En cambio, su fecha de nacimiento es un valor constante, ya que nunca cambia.
- Recordemos que el tipo de un dato también determina las operaciones que podemos realizar con él, ya que (en principio) cada operación sólo actúa sobre datos de un determinado tipo.
- Como el dato edad es un número entero, podemos realizar operaciones aritméticas sobre él. Por ejemplo, podemos restar la edad al año actual para averiguar el año de nacimiento de esa persona.



- En Python, los tipos de datos básicos son los siguientes (entre paréntesis va el nombre que tienen cada uno de esos tipos en Python):
 - Números enteros (int): los números (positivos o negativos) que sólo tienen parte entera, como el cuatro o el menos tres.
 - Números reales (float): los números (positivos o negativos) que tienen parte entera y parte fraccionaria, como el siete con cuatro o el menos ocho con diecisiete.
 - Cadenas de caracteres (str): secuencias de caracteres (letras, dígitos, símbolos, etc.), como nombres de personas, direcciones, o cualquier texto en general.
 - Lógicos (bool): sólo contiene dos valores que representan dos posibilidades contrarias, como verdadero o falso, sí o no, encendido o apagado, etc.
- Por tanto, cuando un dato es un número entero, en Python decimos que pertenece al tipo int; cuando es una cadena, decimos que pertenece al tipo str; etcétera.



- Para indicar que un dato tiene (o pertenece a) un determinado tipo, se pueden usar distintas notaciones dependiendo del lenguaje empleado.
- Por ejemplo, si queremos indicar que el dato edad es un número entero (es decir, que es de tipo entero), se puede representar así:
 - En Matemáticas y Teoría de Tipos:

 $\textit{edad}: \mathbb{Z}$

■ En Python:

edad: int

■ En Java:

int edad



3.2. Evaluación de expresiones



Evaluación de expresiones

- Evaluar una expresión consiste en determinar el valor de la expresión. Es decir, una expresión representa o denota el valor que se obtiene al evaluarla.
- ▶ El **tipo de la expresión** es el tipo del valor de esa expresión.
- ▶ Una *subexpresión* es una expresión contenida dentro de otra.
- La evaluación de una expresión, en esencia, es el proceso de sustituir (o reescribir), dentro de ella, unas subexpresiones por otras que, según indiquen ciertas reglas, estén más cerca del valor final a calcular, y así hasta calcular el valor de la expresión al completo.
- Al mismo tiempo, también se va calculando el tipo de sus subexpresiones (el tipo del valor de cada subexpresión) y, finalmente, se obtiene el tipo de la propia expresión, que será el tipo del valor de esa expresión.
- Además de las expresiones existen las sentencias, que no poseen ningún valor y que, por tanto, no se evalúan sino que se ejecutan. Las sentencias son básicas en los paradigmas imperativos.



Podemos decir que las expresiones:

```
3
(1 + 2)
(5 - 2)
```

denotan todas el mismo **valor** (el número abstracto **tres**, cuyo **tipo** es el conjunto de los *números enteros*).

- Es decir: todas esas expresiones son representaciones diferentes del mismo ente abstracto.
- Cuando introducimos una expresión en el intérprete, lo que hace éste es buscar la representación más simplificada o reducida posible.

En el ejemplo anterior, sería la expresión 3.

 Por eso a menudo usamos, indistintamente, los términos reducir, simplificar y evaluar.



3.3. Expresión canónica y forma normal



Expresión canónica y forma normal

- Los ordenadores no manipulan valores, sino que sólo pueden manejar representaciones concretas de los mismos.
 Por eiemplo: utilizan la codificación binaria en complemento a dos para
- representar los números enteros.
- ▶ Pedimos que la **representación del valor** resultado de una evaluación sea **única**.
- De esta forma, seleccionaremos de cada conjunto de expresiones que denoten el mismo valor, a lo sumo una que llamaremos expresión canónica de ese valor.
- Además, llamaremos a la expresión canónica que representa el valor de una expresión la forma normal de esa expresión.
- ▶ Con esta restricción pueden quedar expresiones sin forma normal.



Recuerda

Se dice:

- Expresión canónica de un valor.
- Forma normal de una expresión.



Ejemplo

De las expresiones anteriores:

```
(1 + 2)
(5 - 2)
```

3

que denotan todas el mismo valor abstracto **tres**, seleccionamos una (la expresión 3) como la **expresión canónica** de ese valor.

- Igualmente, la expresión 3 es la forma normal de todas las expresiones anteriores (y de cualquier otra expresión con valor tres).
- Es importante no confundir el valor abstracto tres con la expresión 3 que representa dicho valor.



- ► Hay valores que no tienen expresión canónica:
 - Las funciones (los valores de tipo función).
 - El número π no tiene representación decimal finita, por lo que tampoco tiene expresión canónica.
- ▶ Y hay expresiones que no tienen forma normal:
 - Si definimos inf = inf + 1, la expresión inf (que es un número) no tiene forma normal.
 - Lo mismo ocurre con $\frac{1}{0}$.



3.4. Formas normales y evaluación



Formas normales y evaluación

- Según lo visto hasta ahora, la evaluación de una expresión es el proceso de encontrar su forma normal.
- Para ello, el intérprete evalúa la expresión reduciendo sus subexpresiones según las reglas del lenguaje y las operaciones que aparecen en ellas, buscando su forma normal.
- El sistema de evaluación dentro del intérprete está hecho de tal forma que cuando ya no es posible reducir más la expresión es porque se ha llegado a la forma normal.
- ▶ Recordemos que no todos los valores tienen forma normal.



- El orden en el que se van reduciendo las subexpresiones no debe influir en el resultado de evaluar una expresión, así que debería dar igual elegir una u otra subexpresión.
- De todas formas, los lenguajes de programación suelen imponer un orden concreto a la hora de evaluar las expresiones.
- Tanto en Python como en Java (los dos lenguajes que veremos), el orden de evaluación es de izquierda a derecha (salvo excepciones):

Orden de evaluación de las expresiones:

Al evaluar una expresión, las subexpresiones que la forman siempre se evaluarán de izquierda a derecha.

► El orden de evaluación de las subexpresiones es un asunto más complejo de lo que parece, y lo estudiaremos en profundidad en posteriores apartados.





Evaluación de una expresión



Ejemplos

- Evaluar la expresión (2 + 3):
 - La expresión está formada por un operador + que actúa sobre las dos subexpresiones 2 y 3. Por tanto, habrá que evaluar primero esas dos subexpresiones, siempre de izquierda a derecha:

```
(2 + 3)  # se evalúa primero 2 (que devuelve 2)
= (2 + 3)  # luego se evalúa 3 (que devuelve 3)
= (2 + 3)  # ahora se evalúa (2 + 3) (que devuelve 5)
= 5
```

El + por sí solo no se evalúa, ya que no es una expresión válida.

- ► Por tanto, la expresión 5 es la *forma normal* de la expresión (2 + 3), y ambas representan al valor **cinco**, que es un valor de **tipo entero**.
- Asimismo, decimos que 5 es la expresión canónica del valor cinco, de tipo entero (es la expresión que mejor representa a ese valor).



- Evaluar la expresión (2 * (3 + 5)):
 - La expresión está formada por un operador * que actúa sobre las dos subexpresiones 2 y (3 * 5).
 - La segunda subexpresión, a su vez, está formada por un operador + que actúa sobre las dos subexpresiones 3 y 5.
 - Todas las subexpresiones se evalúan siempre de izquierda a derecha, a medida que se van reduciendo:

```
(2 + (3 * 5))  # se evalúa primero 2 (que devuelve 2)
= (2 + (3 * 5))  # se evalúa 3 (que devuelve 3)
= (2 + (3 * 5))  # se evalúa 5 (que devuelve 5)
= (2 + (3 * 5))  # se evalúa (3 * 5) (que devuelve 15)
= (2 + 15)  # se evalúa (2 + 15) (que devuelve 17)
= 17
```

▶ Por tanto, la expresión 17 es la *forma normal* de la expresión (2 + (3 * 5)). Ambas representan al valor **diecisiete**, que es un valor de **tipo entero**, pero 17 es la *expresión canónica* de ese valor.



- Evaluar la expresión ((2 + 5) * 3):
 - La expresión está formada por un operador * que actúa sobre las dos subexpresiones (2 + 5) y 3.
 - La primera subexpresión, a su vez, está formada por un operador + que actúa sobre las dos subexpresiones 2 y 5.
 - Todas las subexpresiones se evalúan siempre de izquierda a derecha, a medida que se van reduciendo:

```
((2 + 5) * 3)  # se evalúa primero 2 (que devuelve 2)
= ((2 + 5) * 3)  # se evalúa 5 (que devuelve 5)
= ((2 + 5) * 3)  # se evalúa (2 + 5) (que devuelve 7)
= (7 * 3)  # se evalúa 3 (que devuelve 3)
= (7 * 3)  # se evalúa (7 * 3) (que devuelve 21)
= 21
```

▶ Por tanto, la expresión 21 es la *forma normal* de la expresión ((2 + 5) * 3). Ambas representan al valor **veintiuno**, que es un valor de **tipo entero**, pero 21 es la *expresión canónica* de ese valor.



- De ahora en adelante, para simplificar las explicaciones, a menudo usaremos la expresión canónica de un valor como si fuera el valor mismo, cuando ya sabemos que, en realidad, no son lo mismo.
- Por ejemplo: diremos «el valor 21» cuando, en realidad, 21 no es el propio valor veintiuno, sino una expresión que representa al valor veintiuno.
- Esto lo haremos en contextos donde no haya confusión, y siempre entendiendo que cuando decimos «el valor 21» nos referimos al valor que representa la expresión 21.



3.5. Literales

3.5. Literales



Literales

- Los literales constituyen las expresiones más sencillas del lenguaje.
- Un literal es una expresión simple que denota un valor concreto, constante y fijo, escrito directamente en la expresión y ya totalmente reducido (o casi) a su expresión canónica.
- Los literales tienen que satisfacer las reglas léxicas del lenguaje, que son las que determinan qué forma pueden tener los componentes léxicos del programa (como números, cadenas, identificadores, etc.).
- Gracias a esas reglas, el intérprete puede identificar qué literales son, qué valor representan y de qué tipo son.



► Ejemplos de distintos tipos de literales:

Números enteros (tipo int)	Números reales (tipo float)	Cadenas (tipo str)
-2	3.5	"hola"
-1	-2.7	'pepe'
0		"25"
1		и и
2		

- Algunas reglas léxicas son:
 - Si el número tiene un . decimal, es que es un número real.
 - Si algo va entre comillas (simples ' o dobles ") es que es una cadena.
- ▶ En apartados posteriores estudiaremos los tipos de datos con más profundidad.



- Con frecuencia, un literal resulta ser la expresión canónica del valor al que denotan y la forma normal de todas las posibles expresiones que denotan ese valor.
- Por consiguiente, suelen estar ya totalmente simplificados.
- Por ejemplo, el 3.5 es un literal que denota el valor numérico tres y medio, es su expresión canónica y es la forma normal de cualquier expresión que denote dicho valor.
- Por tanto, el literal 3.5 es la forma más reducida de representar el valor tres y medio.
- Es decir: si le pedimos al intérprete que calcule el resultado de 7 / 2, nos devolverá la expresión 3.5.
- Sin embargo, el 3.5 no es el único literal que denota el valor numérico tres y medio. Por ejemplo, los literales 3.50, 3.500 o 03.50 también denotan ese mismo valor, pero la forma normal de todos ellos es 3.5.
- ► O sea: hay varias maneras de escribir un literal que denote el valor **tres y medio**, pero sólo el literal 3.5 es la forma normal de todas ellas.



- Igualmente, la forma normal de todas las posibles expresiones que denotan el valor numérico dos es el literal 2.
- ► El literal 2 es la forma más reducida de representar el valor dos.
- ▶ Pero no es el único literal que denota dicho valor.
- El literal 02 no es correcto según las reglas léxicas del lenguaje, pero sí que podemos usar la expresión 0b10, que es un literal que representa el valor dos escrito en binario.
- Igualmente, las reglas léxicas del lenguaje permiten usar el carácter _ dentro de un número, por lo que el valor numérico cuatro millones se puede representar con el literal 4_000_000, si bien su forma normal sigue siendo simplemente 4000000.
- Finalmente, las cadenas se pueden escribir con comillas simples (') o dobles ("), pero la forma normal de una cadena siempre usa las simples (salvo que la propia cadena incluya una comilla simple como un carácter más, en cuyo caso se usarán las comillas dobles en su forma normal).



3.6. Identificadores



Identificadores

- Los identificadores son nombres que representan elementos dentro de un programa.
- Por ejemplo, el nombre de una función es un identificador porque representa a la función.
- Los identificadores deben cumplir unas reglas sintácticas que dependen del lenguaje de programación, pero generalmente se resumen en que:
 - Pueden estar formados por combinaciones de letras, dígitos y algunos caracteres especiales como _ (por ejemplo, salida_principal23).
 - No pueden empezar con un dígito, ya que eso los confundiría con un número (por ejemplo, 9abc).
 - La mayoría de los lenguajes distinguen las mayúsculas de las minúsculas, por lo que cantidad, Cantidad y CANTIDAD son normalmente identificadores distintos (así ocurre en Python y Java).



4. Operaciones

- 4.1 Clasificación
- 4.2 Operadores
- 4.3 Funciones
- 4.4 Métodos



4.1. Clasificación



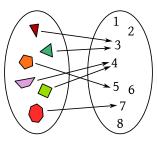
Clasificación

- Ya hemos visto que en una expresión puede haber:
 - Datos (constantes o variables).
 - Operaciones a realizar sobre esos datos.
- ► A su vez, las operaciones pueden aparecer en forma de:
 - Operadores
 - Funciones
 - Métodos





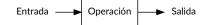
- Matemáticamente, una operación se corresponde con el concepto de función.
- En Matemáticas, una función es una regla que asocia a cada elemento de un conjunto (el dominio) exactamente un elemento (ni más ni menos) de un segundo conjunto (el codominio o rango).
- A su vez, las funciones están definidas sobre un conjunto origen y un conjunto imagen.



Función matemática que asocia a cada polígono con su número de lados



- En Programación, el concepto de operación es también similar al de función matemática, pero con su propia terminología y funcionamiento.
- Desde el punto de vista de la Programación, las operaciones son dispositivos que transforman datos de entrada en datos de salida:



- Esos datos de entrada se denominan argumentos u operandos, según el tipo de operación.
- Asimismo, los datos de salida representan el resultado o valor de retorno de la operación.
- El valor de retorno se calcula como resultado de procesar los datos de entrada y, por tanto, depende de la operación a realizar y de los datos recibidos por la entrada.
- Visto así, las operaciones son subprogramas, es decir, pequeños programas dentro de otros programas.



- Los operadores, las funciones y los métodos no son más que diferentes formas sintácticas de expresar una operación.
- ▶ En la práctica, apenas hay diferencias sustanciales entre las tres formas.
- Por ejemplo, la operación «cuadrado» actúa asociando cada número real con otro número real: el cuadrado del número (el número multiplicado por sí mismo).
- Así, esa operación asocia el número 4 con el 16, y el 7 con el 49.
- ► Aquí, tanto el dominio como el codominio de la operación serían R, el conjunto de los números reales.
- Por tanto, podemos definirla diciendo que es una función que asocia ℝ (su conjunto origen) con ℝ (su conjunto imagen), lo que se puede representar así:

 $cuadrado: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$



- Otro ejemplo sería la operación «inverso», que asocia a cada número real otro número real: el inverso del número (1 dividido entre el número).
- Así, esa operación asocia el número 4 con el 0.25 $(\frac{1}{4})$ y el 5 con 0.2 $(\frac{1}{5})$.
- ▶ El conjunto origen y el conjunto imagen siguen siendo ℝ.
- Pero, en este caso, el dominio no coincide con el conjunto origen, ya que no existe el inverso del número $0\left(\frac{1}{0}\right)$ («inverso» es una operación *parcial*). Por tanto, el conjunto origen podrá ser $\mathbb R$ pero su dominio deberá excluir al cero:

$$dom(\textit{inverso}) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

(En cambio, el conjunto imagen sí coincide con el codominio.)

► En consecuencia, podemos definir la función de la siguiente manera:

inverso :
$$\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$

sabiendo que el dominio de la función no contiene a todo el conjunto origen (el cero no está).



- Otro ejemplo sería la operación «suma», que asocia a cada pareja de números reales otro número real: la suma de ambos.
- ▶ Esa operación asocia, por ejemplo, los números 2 y 3 con el número 5.
- ▶ En este caso, el dominio de la operación «suma» sería el producto cartesiano del conjunto de los números reales consigo mismo (es decir, el conjunto $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ formado por parejas de números reales).
- Por tanto, podemos definir la operación «suma» diciendo que es una operación que asocia $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ (su conjunto origen) con \mathbb{R} (su conjunto imagen), lo que se puede representar así:

$$\mathit{suma}: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$



4.2. Operadores

- 4.2.1 Aridad de operadores
- 4.2.2 Notación de los operadores
- 4.2.3 Paréntesis
- 4.2.4 Prioridad de operadores
- 4.2.5 Asociatividad de operadores
- 4.2.6 Paréntesis y orden de evaluación
- 4.2.7 Tipos de operandos



Operadores

- Un operador es un símbolo o palabra clave que representa una operación a realizar sobre unos datos.
- Los datos sobre los que actúa un operador se denominan **operandos**.
- Por ejemplo, los operadores aritméticos +, -, * y /, cuando actúan sobre operandos numéricos, representan las operaciones de suma, resta, multiplicación y división, respectivamente.
 - En la expresión (3 + 4):
 - Los operandos son 3 y 4.
 - El operador es + y representa la operación «suma de números».
 - En la expresión (9 * 8):
 - Los operandos son 9 y 8.
 - El operador es * y representa la operación «multiplicación de números».



► Por tanto, la operación «suma» de la que hablamos anteriormente, se puede representar así usando el operador +:

$$\underline{\ }+\underline{\ }:\mathbb{R}\times\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$$

 Por tanto, el operador + acepta dos operandos (dos números reales) y devuelve un número real.



Aridad de operadores

- La **aridad** de un operador es el número de operandos sobre los que opera.
- Los operadores se clasifican según su aridad en:
 - Unarios: operan sobre un único operando.
 Por ejemplo, el operador de cambio de signo: (-(5 + 3)).
 - Binarios: operan sobre dos operandos.
 Por ejemplo, la mayoría de los operadores aritméticos.
 - Ternarios: operan sobre tres operandos.
 Veremos un ejemplo más adelante.



Notación de los operadores

- La notación de un operador indica en qué posición se escribe dicho operador con respecto a sus operandos en una expresión.
- ▶ Los operadores se pueden escribir:
 - Con **notación prefija**: cuando el operador se escribe *antes* que los operandos.
 - Es el que se usa habitualmente para los operadores **unarios**, como el operador de cambio de signo.
 - Con notación infija: cuando el operador se escribe entre los operandos.
 - Es el que se usa habitualmente para los operadores binarios.
 - Con notación postfija: cuando el operador se escribe después que los operandos.
 - Se usa poco en la práctica, salvo casos especiales.



Paréntesis

- Los paréntesis sirven para agrupar elementos dentro de una expresión y romper la posible ambigüedad que pueda haber respecto a qué operador actúa sobre qué operandos.
- Se usan, sobre todo, para hacer que varios elementos de una expresión actúen como uno solo (una subexpresión) al realizar una operación.
 - Por ejemplo:

```
((3 + 4) * 5) vale 35
(3 + (4 * 5)) vale 23
```

- Una expresión está correctamente parentizada si tiene los paréntesis bien colocados según dicta la gramática del lenguaje.
- Una expresión está totalmente parentizada si agrupa con paréntesis a todas las operaciones con sus operandos.



- Hasta ahora, según nuestra gramática, las expresiones correctamente parentizadas son precisamente las que están totalmente parentizadas.
- Por ejemplo:
 - 2 +) 3 *(5(no está correctamente parentizada.
 - (4 + (2 * 5)) está correcta y totalmente parentizada.
 - 2 + 5 no está totalmente parentizada y, por tanto, no está correctamente parentizada según nuestra gramática.
- Para reducir la cantidad de paréntesis en una expresión, podemos cambiar nuestra gramática acudiendo a un esquema de prioridades y asociatividades de operadores.
- Haciendo eso, ya no hará falta exigir que las expresiones estén totalmente parentizadas.



Prioridad de operadores

► En ausencia de paréntesis, cuando un operando está afectado a izquierda y derecha por **operadores de distinta prioridad**, se aplican las reglas de la **prioridad**:

```
8 + 4 * 2
```

El 4 está afectado a izquierda y derecha por los operadores + y *, que tienen distinta prioridad, por lo que se aplican las reglas de la prioridad. El * tiene m'as prioridad que el *, así que agrupa primero el *. Equivale a:

```
8 + (4 * 2)
```

Si hiciéramos:

```
(8 + 4) * 2
```

el resultado sería distinto.

 Ver prioridad de los operadores en Python en https://docs.python.org/3/reference/expressions.html#operator-precedence.



Asociatividad de operadores

 En ausencia de paréntesis, cuando un operando está afectado a izquierda y derecha por operadores de la misma prioridad (o por el mismo operador), se aplican las reglas de la asociatividad:

```
8 / 4 / 2
```

El 4 está afectado a derecha e izquierda por el mismo operador /, por lo que se aplican las reglas de la asociatividad. El / es *asociativo por la izquierda*, así que agrupa primero el operador que está a la izquierda. Equivale a hacer:

```
(8 / 4) / 2
```

Si hiciéramos:

```
8 / (4 / 2)
```

el resultado sería distinto.

 En Python, todos los operadores son asociativos por la izquierda excepto el **, que es asociativo por la derecha.



Incorporando las reglas de la prioridad y la asociatividad, y eliminando la necesidad de que las expresiones estén totalmente parentizadas, nuestra gramática quedaría ahora sí:

 Ahora, cualquier expresión puede llevar paréntesis si es necesario, pero si no son necesarios se pueden omitir.



Paréntesis y orden de evaluación

- Es importante entender que los paréntesis sirven para agrupar elementos, pero por sí mismos no son suficientes para imponer un determinado orden de evaluación.
- Por ejemplo, en la expresión 4 * (3 + 5), el intérprete intenta hacer el producto de 4 por (3 + 5), pero no puede hacerlo hasta haber calculado primero la suma de 3 y 5.
- Por eso el intérprete calcula primero la suma y finalmente hace el producto, porque para hacer el producto primero necesita haber reducido sus operandos a dos números que se puedan multiplicar.
- El efecto final es que parece que los paréntesis han obligado a hacer primero la suma, como si los paréntesis fuesen una especie de operador cuya finalidad es la de aumentar la prioridad de lo que hay dentro.



En concreto, la evaluación de esa expresión sería:

```
4 * (3 + 5)  # se evalúa 4 (que devuelve 4)

= 4 * (3 + 5)  # se evalúa 3 (que devuelve 3)

= 4 * (3 + 5)  # se evalúa 5 (que devuelve 5)

= 4 * (3 + 5)  # se evalúa (3 + 5) (que devuelve 8)

= 4 * 8  # se evalúa 4 * 8 (que devuelve 32)

= 32
```

► Sin paréntesis, la expresión 4 * 3 + 5 se evaluaría así:

```
4 * 3 + 5  # se evalúa 4 (que devuelve 4)

= 4 * 3 + 5  # se evalúa 3 (que devuelve 3)

= 4 * 3 + 5  # se evalúa 4 * 3 (que devuelve 12)

= 12 + 5  # se evalúa 5 (que devuelve 5)

= 12 + 5  # se evalúa 12 + 5 (que devuelve 17)

= 17
```

Aquí se puede hacer el producto antes que la suma porque los dos operandos del * están ya totalmente reducidos.



- ► Pero, ¿qué ocurre con expresión (2 + 3) * (4 + 5)?
- ► En un principio, ocurre algo parecido a lo de antes: para poder hacer el producto, primero hay que calcular las dos sumas, ya que los operandos del * son los valores que resultan de hacer esas sumas.
- La cuestión es: ¿qué suma se hace primero? O dicho de otra forma: ¿en qué orden se evalúan los operandos del operador *?
- Matemáticamente no hay ninguna diferencia entre calcular primero 2 + 3 y luego
 4 + 5 o hacerlo al revés.
- Pero ya sabemos que Python impone un orden de evaluación de izquierda a derecha al reducir las subexpresiones.
- ▶ Por tanto, primero se evaluaría (2 + 3), y después (4 + 5).
- El orden de evaluación no viene determinado por los paréntesis, sino por las reglas del lenguaje y el funcionamiento interno del intérprete.



► En concreto, la evaluación de esa expresión sería:

```
(2 + 3) * (4 + 5)  # se evalúa 2 (que devuelve 2)

= (2 + 3) * (4 + 5)  # se evalúa 3 (que devuelve 3)

= (2 + 3) * (4 + 5)  # se evalúa (2 + 3) (que devuelve 5)

= 5 * (4 + 5)  # se evalúa (que devuelve 4)

= 5 * (4 + 5)  # se evalúa el último 5 (que devuelve 5)

= 5 * (4 + 5)  # se evalúa (4 + 5) (que devuelve 9)

= 5 * 9  # se evalúa 5 * 9 (que devuelve 45)

45
```



Tipos de operandos

- Los operadores esperan que cada uno de sus operandos pertenezcan a un determinado tipo. Si intentamos aplicar un operador sobre operandos de tipos incorrectos, obtendremos resultados inesperados (o, directamente, un error).
- Por ejemplo, los operadores aritméticos esperan operandos de tipo numérico. Así, si intentamos dividir dos cadenas usando el operador /, nos dará un error de tipos (TypeError):

```
>>> "hola" / "pepe"
Traceback (most recent call last):
File "<stdin>", line 1, in <module>
TypeError: unsupported operand type(s) for /: 'str' and 'str'
>>>
```

- ▶ Durante la evaluación de una expresión, se deberá ir calculando tanto el valor como el tipo de cada subexpresión, y se debería ir comprobando si los tipos de los operandos son los adecuados para cada operación.
- ► El concepto de **tipo de dato** es uno de los más importantes en Programación y lo estudiaremos en profundidad más adelante.



4.3. Funciones

- 4.3.1 Evaluación de expresiones con funciones
- 4.3.2 Composición de operaciones y funciones



Funciones

- Como cualquier otro tipo de operación, las funciones en Programación reciben unos datos de entrada y devuelven un valor de salida.
- ▶ En Programación, los datos de entrada de una función se denominan **argumentos**.
- Por tanto, los argumentos para las funciones son como los operandos para los operadores.
- Las funciones reciben los argumentos a través de sus parámetros.
- ▶ Para usar una función hay que conocer su **signatura**, la cual informa de:
 - El nombre de la función, que es un identificador que hace referencia a la función.
 - El número, tipo, nombre y posición de sus parámetros.
 - El tipo de retorno, o tipo del resultado que devuelve.



 Por ejemplo, la función abs, que está predefinida en Python, podría tener la siguiente signatura:

```
abs(x: int) -> int
```

- Esa signatura nos dice que:
 - La función se llama abs.
 - Tiene un único parámetro llamado <u>x</u> que puede tomar cualquier valor de tipo int (un número entero).
 - Por tanto, los argumentos que puede recibir la función (sus datos de entrada) deben ser valores numéricos de tipo entero, ya que los parámetros de una función representan a los argumentos dentro de la función.
 - Su tipo de retorno es int, por lo que devuelve como resultado un número entero.



 La signatura de una función es el tipo de la función, si consideramos que las funciones también son valores que pertenecen a un tipo, como cualquier otro valor.

Lo mismo se aplica a cualquier operación, no sólo a funciones.

- El tipo de una función (su signatura) se puede representar de varias formas según el lenguaje utilizado. Por ejemplo:
 - En Matemáticas y en Teoría de tipos:

```
abs: Z → Z
pow: R × R → R

■ En Python:
abs(x: int) -> int
pow(base: float, exp: float) -> float

■ En Java:
int abs(int x)
double pow(double base, double exp)
```



- ► De aquí se puede deducir que:
 - El producto cartesiano de los tipos de los parámetros de una función en Programación se corresponde con el conjunto origen de una función matemática.
 - El tipo de retorno de una función en Programación se corresponde con el conjunto imagen de una función matemática.



- ▶ Para usar la función, lo que hacemos es **llamar** o **invocar** a la función.
- «Llamar a una función» consiste en aplicar dicha función a unos argumentos, que son los datos sobre los que queremos que actúe la función.
- La aplicación de una función a unos argumentos es una expresión mediante la cual solicitamos que se realice una operación (que tiene forma de función) pasándole a ésta (a través de los argumentos) los datos sobre los que queremos que actúe la operación.
- A la aplicación de una función a unos argumentos también se la denomina invocación de la función o llamada a la función.



- En la llamada a la función, los argumentos sustituyen a los parámetros según el orden en el que aparecen en la llamada, haciendo corresponder el primer argumento con el primer parámetro, el segundo con el segundo y así sucesivamente.
- Dicho de otra forma: los parámetros toman los valores de los argumentos correspondientes.
- ► También se dice que los argumentos se pasan a los parámetros.
- Por eso debe haber tantos argumentos como parámetros, ni más ni menos.



Sintácticamente, la llamada a una función tiene esta forma:

```
⟨|lamada_función⟩ ::= ⟨función⟩([⟨lista_argumentos⟩])
⟨función⟩ ::= identificador
⟨lista_argumentos⟩ ::= ⟨expresión⟩(, ⟨expresión⟩)*
```

▶ Por ejemplo, si queremos calcular el valor absoluto del número −3, podemos llamar a la función abs pasándole -3 como su argumento:

```
abs(-3)
```

- En esta llamada, las siguientes tres afirmaciones son equivalentes (son tres formas distintas de decir lo mismo):
 - «El argumento -3 se pasa a la función abs a través del parámetro x».
 - «El argumento -3 se pasa al parámetro x».
 - «El parámetro x toma el valor -3».
- ► El resultado de la llamada a la función será el valor que devuelve (en este caso, el valor 3). Por tanto, la expresión abs(-3) vale 3.



 Como la función abs está predefinida en Python, se puede usar directamente. Por ejemplo:

```
>>> abs(-3)
3
```

- Al igual que pasa con los operadores, es importante respetar la signatura de una función. Eso significa, entre otras cosas, que sus argumentos deben pertenecer al tipo correcto (el tipo indicado por su parámetro correspondiente).
- Por ejemplo, si aplicamos la función abs a un argumento de un tipo incorrecto (digamos, una cadena en lugar de un número), obtendremos un error TypeError:

```
>>> abs("hola")
Traceback (most recent call last):
File "<stdin>", line 1, in <module>
TypeError: bad operand type for abs(): 'str'
>>>
```



- Igualmente, el número de argumentos que se pasan a la función durante la llamada a la misma debe ser el correcto.
- Es decir: el número de argumentos en la llamada a la función debe coincidir con el número de parámetros de la función.
- Si pasamos a la función más o menos argumentos de los indicados en su lista de parámetros, obtendremos un error TypeError:

```
>>> abs()
Traceback (most recent call last):
    File "cstdin>", line 1, in <module>
TypeError: abs() takes exactly one argument (0 given)
>>> abs(4, 2)
Traceback (most recent call last):
    File "cstdin>", line 1, in <module>
TypeError: abs() takes exactly one argument (2 given)
```

Siempre hay que respetar el número y tipo de los datos sobre los que actúa una operación, tenga ésta la forma que tenga. Por ejemplo, con los operadores también hay que hacerlo.



 Otro ejemplo es la función len, que devuelve la longitud de una cadena (el número de caracteres que contiene). Su signatura sería:

```
len(cadena: str) -> int
```

▶ Un ejemplo de llamada a la función len:

```
>>> len("hola")
4
```

Sabemos que hay que cumplir la signatura de la función. Por tanto, debemos pasarle un único argumento de tipo cadena. Si le pasamos más argumentos, o bien le pasamos un argumento de otro tipo, dará error:

```
>>> len(23)
Traceback (most recent call last):
File "<stdin>", line 1, in <module>
TypeError: object of type 'int' has no len()
>>> len("hola", "pepe")
Traceback (most recent call last):
File "<stdin>", line 1, in <module>
TypeError: len() takes exactly one argument (2 given)
```



Otro ejemplo es la función pow, que realiza la operación de elevar un número a la potencia de otro. Su signatura (simplificada) podría ser:

```
pow(base: int, exp: int) -> int
```

- Curiosamente, la misma operación existe en Python de dos formas diferentes:
 - Como operador (**):

```
>>> 2 ** 3
8
```

Como función (pow):

```
>>> pow(2, 3)
8
```

• En ambos casos, la operación es exactamente la misma.



- Al llamar a la función pow hay que tener en cuenta que tiene dos parámetros, por lo que hay que pasarle dos argumentos.
- Además, hay que recordar que importa el orden al pasar los argumentos en la llamada a la función.
- El primer argumento se pasaría al primer parámetro (base) y el segundo se pasaría al segundo (exp).
- Por tanto, el primer argumento debe ser la base y el segundo debe ser el exponente, y no al revés.
- ► No es lo mismo hacer pow(2, 3) que hacer pow(3, 2):

```
>>> pow(2, 3) # aquí, el parámetro «base» toma el valor 2 y «exp» el valor 3
8
>>> pow(3, 2) # aquí, el parámetro «base» toma el valor 3 y «exp» el valor 2
9
```



Como último ejemplo, la función max devuelve el máximo de dos valores recibidos como argumentos:

```
\max(arg_1, arg_2)
```

- Aquí es más complicado definir su signatura, ya que max admite argumentos de varios tipos (se puede calcular el máximo de dos números, de dos cadenas... de casi cualquier par de cosas que sean comparables entre sí).
- Por ejemplo:

```
>>> max(13, 28)
28
>>> max("hola", "pepe")
'pepe'
>>> max(2, "hola")
Traceback (most recent call last):
   File "<stdin>", line 1, in <module>
TypeError: '>' not supported between instances of 'str' and 'int'
```



- Es interesante tener en cuenta que el nombre de una función (como abs, len o max) es un identificador que representa a la propia función.
- Es decir, que max es una expresión válida cuyo valor es la propia función «máximo de dos números».
- ▶ Si le pedimos al intérprete que nos muestre el valor de la expresión max, nos dice:

```
>>> max
<br/>
<built-in function max>
```

(Recordemos que las funciones no tienen forma normal.)

En resumen: la expresión max devuelve la propia función «máximo de dos números» y la expresión max(4, 8) devuelve el valor 8.

Conclusión: las funciones también son valores.



Evaluación de expresiones con funciones

- Una llamada a función es una expresión válida, por lo que podemos colocar una llamada a función en cualquier lugar donde sea sintácticamente correcto situar un valor.
- La evaluación de una expresión que contiene llamadas a funciones se realiza sustituyendo (reduciendo) cada llamada a función por su valor correspondiente, es decir, por el valor que dicha función devuelve dependiendo de sus argumentos (su resultado).
- Por ejemplo, en la siguiente expresión se combinan varias funciones y operadores:

```
abs(-12) + max(13, 28)
```

Aquí se llama a la función abs con el argumento -12 y a la función max con los argumentos 13 y 28, y finalmente se suman los dos valores obtenidos.



- ¿Cómo se calcula el valor de toda la expresión anterior?
- En la expresión abs(-12) + max(13, 28) tenemos que calcular la suma de dos valores, pero esos valores aún no los conocemos porque son los resultados que se obtienen al llamar a dos funciones.
- Por tanto, lo primero que tenemos que hacer es evaluar las dos subexpresiones principales que contiene dicha expresión:
 - abs(-12)
 - \blacksquare max(13, 28)
- ► ¿Cuál se evalúa primero?



- En Matemáticas no importa el orden de evaluación de las subexpresiones, ya que el resultado debe ser siempre el mismo, así que da igual evaluar primero uno u otro.
- Por tanto, la evaluación paso a paso de la expresión matemática anterior, podría ser de cualquiera de estas dos formas:

1.
$$\begin{cases} \frac{abs(-12) + max(13, 28)}{= 12 + max(13, 28)} \\ = \frac{12 + 28}{= 40} \end{cases}$$
2.
$$\begin{cases} abs(-12) + \frac{max(13, 28)}{= abs(-12) + 28} \\ = \frac{12 + 28}{= 40} \\ = 40 \end{cases}$$

En cada paso, la subexpresión $\underline{\text{subrayada}}$ es la que se va a evaluar (reducir) en el paso siguiente.



- En programación funcional ocurre lo mismo que en Matemáticas, gracias a que se cumple la transparencia referencial.
- Sin embargo, Python no es un lenguaje funcional puro, por lo que resulta importante tener en cuenta el orden de evaluación que sigue al evaluar las subexpresiones que forman una expresión.
- Concretamente, ya sabemos que Python siempre evalúa las expresiones de izquierda a derecha.



En Python, la expresión anterior se escribe exactamente igual, ya que Python conoce las funciones abs y max (son funciones predefinidas en el lenguaje):

```
>>> abs(-12) + max(13, 28)
40
```

Sabiendo que Python evalúa de izquierda a derecha, la evaluación de la expresión anterior en Python sería:

```
abs(-12) + max(13, 28)  # se evalúa abs (devuelve una función)

= abs(-12) + max(13, 28)  # se evalúa -12 (devuelve -12)

= abs(-12) + max(13, 28)  # se evalúa abs(-12) (devuelve 12)

= 12 + max(13, 28)  # se evalúa max (devuelve una función)

= 12 + max(13, 28)  # se evalúa 13 (devuelve 13)

= 12 + max(13, 28)  # se evalúa 28 (devuelve 28)

= 12 + max(13, 28)  # se evalúa 28 (devuelve 28)

= 12 + max(13, 28)  # se evalúa max(13, 28) (devuelve 28)

= 12 + 28  # se evalúa 12 + 28 (devuelve 40)

= 40
```



Composición de operaciones y funciones

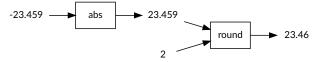
- Como acabamos de ver, el resultado de una operación puede ser un dato sobre el que aplicar otra operación dentro de la misma expresión:
 - En 4 * (3 + 5), el resultado de (3 + 5) se usa como operando para el operador *.
 - En abs(-12) + max(13, 28), los resultados de llamar a las funciones abs y max son los operandos del operador +.
- A esto se le denomina composición de operaciones.



- La manera más sencilla de realizar varias operaciones sobre los mismos datos es componer las operaciones, es decir, hacer que el resultado de una operación sea la entrada de otra operación.
- Se va creando así una secuencia de operaciones donde la salida de una es la entrada de la siguiente.
- Cuando el resultado de una función se usa como argumento de otra función le llamamos composición de funciones:

```
round(abs(-23.459), 2) # devuelve 23.46
```

En programación funcional, la composición de funciones es una técnica que ayuda a descomponer un problema en partes que se van resolviendo por pasos como en una cadena de montaje.





4.4. Métodos



Métodos

- Los métodos son, para la programación orientada a objetos, el equivalente a las funciones para la programación funcional.
- En programación orientada a objetos, los objetos son datos activos o inteligentes a los que podemos enviar mensajes y que son capaces de reaccionar y responder ante la recepción de esos mensajes.
- Si le mandamos un mensaje a un objeto, le estamos pidiendo que ejecute un método. Al hacerlo, el objeto está respondiendo a la recepción de ese mensaje.
- Los métodos son como funciones pero, al llamar a un método, en la lista de argumentos siempre hay uno especialmente destacado, que es el objeto que recibe la orden de ejecutar el método y que, por tanto, es el objeto sobre el que recae directamente la acción del método.
- Por eso decimos que el objeto es quien ejecuta el método, o que el método se invoca (o se llama) sobre ese objeto.



La gramática de las llamadas a métodos es la siguiente:

```
⟨|lamada_método⟩ ::= ⟨objeto⟩.⟨método⟩([⟨lista_argumentos⟩])
⟨objeto⟩ ::= ⟨expresión⟩
⟨método⟩ ::= identificador
⟨|lista_argumentos⟩ ::= ⟨expresión⟩(, ⟨expresión⟩)*
```

Según esta gramática, las llamadas a métodos tienen esta forma:

$$o.m(a_1, a_2, ..., a_n)$$

donde:

- o es el objeto que recibe el mensaje (dicho de otra forma: el objeto sobre el que se ejecuta el método).
- *m* es el **nombre** del método.
- a_1, a_2, \ldots, a_n son los **argumentos** del método (si los hay).



- Esta llamada se puede leer de cualquiera de estas formas:
 - «Se **llama** (o **invoca**) al método \underline{m} sobre el objeto \underline{o} con los argumentos $a_1, a_2, \ldots, \underline{a_n}$ ».
 - «Se **ejecuta** el método \underline{m} sobre el objeto \underline{o} con los argumentos $\underline{a_1},\underline{a_2},\ldots,\underline{a_n}$ ».
 - «Se **envía el mensaje** \underline{m} al objeto \underline{o} con los argumentos a_1, a_2, \dots, a_n ».



▶ En la práctica, no habría mucha diferencia entre tener un método y hacer:

$$o.m(a_1, a_2, ..., a_n)$$

y tener una función y hacer:

$$m(0, a_1, a_2, \ldots, a_n)$$

- ▶ Pero conceptualmente, hay una gran diferencia entre un estilo y otro:
 - El primero es más orientado a objetos: decimos que el objeto o «recibe» un mensaje solicitando la ejecución del método m.
 - En cambio, el segundo es más funcional: decimos que la función m se aplica a sus argumentos, de los cuales o es uno más.
- Python es un lenguaje multiparadigma que soporta ambos estilos y, por tanto, dispone de funciones y de métodos. Hasta que no estudiemos la orientación a objetos, supondremos que un método es como otra forma sintáctica de escribir una función.



Por ejemplo:

Las cadenas responden al método count, que devuelve el número de veces que aparece una subcadena dentro de la cadena:

```
>>> 'hola caracola'.count('ol')
2
>>> 'hola caracola'.count('a')
4
```

 Si count fuese una función en Python en lugar de un método (cosa que no ocurre), recibiría dos parámetros: la cadena y la subcadena. En tal caso, se usaría así:

```
count('hola caracola', 'ol')
```

(Esto no funciona en Python.)



- Hemos visto que, para acceder a un método de un objeto, se utiliza el operador punto (.).
- Es un operador *binario*, por lo que requiere dos operandos.
- ▶ Su operando izquierdo debe ser un objeto:
 - Técnicamente, un objeto es un valor estructurado que contiene elementos a los que se puede acceder mediante su nombre.
 - A los elementos que contiene un objeto se les denomina atributos de ese objeto.
 - Por tanto, los métodos son atributos, aunque un objeto puede tener otros atributos que no son métodos y que veremos en posteriores temas.
- Su operando derecho debe ser el nombre de un atributo contenido en dicho objeto.



- Dos consecuencias interesantes de lo anterior:
 - El nombre de un método (como count) es el identificador de un atributo que pertenece al objeto sobre el que se ejecuta el método.
 - Si \(\text{m\'etodo}\)\) es el nombre de un m\'etodo v\'alido para el objeto \(\langle objeto\), la expresi\(\text{o}\) \(\langle objeto\). \(\text{\m'etodo}\) nos devuelve el propio m\'etodo en s\(\text{i}\).
- Por tanto, si le pedimos al intérprete que nos muestre el valor de la expresión 'hola'.count, nos dirá algo así:

```
>>> 'hola'.count
<br/>
<built-in method count of str object at 0x7f41e9cb6870>
```

(Los métodos son casos especiales de funciones y, por tanto, no tienen forma normal.)

En resumen: la expresión 'hola'.count devuelve el propio método, y la expresión 'hola'.count('o') devuelve el valor 1.

Conclusión: los métodos (como las funciones) también son valores.



- Como el método pertenece al objeto, sólo existe en el contexto de ese objeto.
- Eso quiere decir que la expresión 'hola'.count devuelve el método count definido sobre los objetos de tipo str.
- En cambio, count, por sí solo, no es nada, ya que sería como intentar evaluar una función llamada count, que no existe en Python.
- Por tanto, la evaluación de la expresión 'hola'.count('o') se haría de la siguiente forma:

```
'hola'.count('o')  # se evalúa 'hola' (devuelve 'hola')
= 'hola'.count('o')  # se evalúa 'hola'.count (devuelve un método)
= 'hola'.count('o')  # se evalúa 'o' (devuelve 'o')
= 'hola'.count('o')  # se evalúa 'hola'.count('o') (devuelve 1)
1
```

Observar que en el segundo paso se evalúa 'hola'.count y no count, ya que count es un atributo del objeto 'hola' y no existe fuera de las cadenas.



5. Otros conceptos sobre operaciones

- 5.1 Tipos polimórficos y operaciones polimórficas
- 5.2 Sobrecarga de operaciones
- 5.3 Equivalencia entre formas de operaciones
- 5.4 Igualdad de operaciones



5.1. Tipos polimórficos y operaciones polimórficas



Tipos polimórficos y operaciones polimórficas

Hasta ahora, hemos visto que la función abs de Python tiene la siguiente signatura:

```
abs(x: int) -> int
```

 Pero sabemos que también puede actuar sobre números reales, por lo que también podría tener la siguiente signatura:

```
abs(x: float) -> float
```

▶ En realidad, podríamos definir la función abs de Python con la siguiente signatura:

```
abs(x: Number) -> Number
```

donde Number es un tipo que representa a todos los tipos numéricos en Python (como int o float).



- Eso quiere decir que el parámetro <u>x</u> de la función abs admite un valor de cualquier tipo numérico, ya sea un entero o un real.
- Por tanto, Number es un tipo que representa a varios tipos a la vez.
- Cuando eso ocurre, decimos que ese tipo es polimórfico.
 Por eso podemos afirmar que Number es un tipo polimórfico en Python.
- De la misma forma (aunque se utiliza menos), podemos decir que un valor polimórfico es un valor que pertenece a un tipo polimórfico.
- Asimismo, una operación polimórfica es aquella en cuya signatura aparece algún tipo polimórfico.
 - Por ejemplo, la función abs definida con un parámetro de tipo Number sería polimórfica, ya que ese parámetro tendría un tipo polimórfico.



5.2. Sobrecarga de operaciones



Sobrecarga de operaciones

- Un mismo operador, nombre de función o nombre de método puede representar varias operaciones diferentes, dependiendo del tipo de los operandos o argumentos sobre los que actúa.
- Un ejemplo sencillo en Python es el operador +:
 - Cuando actúa sobre números, representa la operación de suma:

```
>>> 2 + 3
5
```

Cuando actúa sobre cadenas, representa la concatenación de cadenas:

```
>>> "hola" + "pepe"
'holapepe'
```

 Cuando esto ocurre, decimos que el operador (o la función, o el método) está sobrecargado.



 Es decir, es como si el operador + representara dos operaciones distintas con dos signaturas distintas:

```
+(a: Number, b: Number) -> Number
+(a: str. b: str) -> str
```

de forma que, al usar el operador en una expresión del tipo:

$$\langle expr 1 \rangle + \langle expr 2 \rangle$$

el intérprete llamará a una de las dos operaciones, dependiendo de los tipos de $\langle expr_1 \rangle$ y $\langle expr_2 \rangle$.

- La sobrecarga no es polimorfismo, pero induce un cierto tipo de polimorfismo que se denomina polimorfismo ad-hoc.
- Esto es así porque tener varias operaciones diferentes con el mismo nombre pero con distinta signatura, equivale a tener una sola operación polimórfica donde algunos operandos pueden tomar un valor de varios tipos.

Por ejemplo, los tipos de a y b representarían a la vez a Number y str.



5.3. Equivalencia entre formas de operaciones



Equivalencia entre formas de operaciones

- ▶ Una operación puede tener forma de **operador**, de **función** o de **método**.
- ▶ También podemos encontrarnos operaciones con más de una forma.
- Por ejemplo, ya vimos anteriormente la operación «longitud», que consiste en determinar el número de caracteres que tiene una cadena. Esta operación se puede hacer:
 - Con la función len, pasando la cadena como argumento:

```
>>> len("hola")
4
```

Con el método __len__ ejecutado sobre la cadena:

```
>>> "hola".__len__()
4
```



- De hecho, en Python hay operaciones que tienen las tres formas. Por ejemplo, ya vimos anteriormente la operación potencia, que consiste en elevar un número a la potencia de otro (x^y). Esta operación se puede hacer:
 - Con el operador **:

```
>>> 2 ** 4
16
```

Con la función pow:

```
>>> pow(2, 4)
16
```

■ Con el método __pow__:

```
>>> (2).__pow__(4)
16
```



- La forma más general de representar una operación es la función, ya que cualquier operación se puede expresar en forma de función (cosa que no ocurre con los operadores y los métodos).
- Los operadores y los métodos son formas sintácticas especiales para representar operaciones que se podrían representar igualmente mediante funciones.
- Por eso, al hablar de operaciones, y mientras no se diga lo contrario, podremos suponer que están representadas como funciones.
- Eso implica que los conceptos de conjunto origen, conjunto imagen, dominio, rango, aridad, argumento, resultado, composición y asociación (o correspondencia), que estudiamos cuando hablamos de las funciones, también existen en los operadores y los métodos.
- Es decir: todos esos son conceptos propios de cualquier operación, da igual la forma que tenga esta.



- Muchos lenguajes de programación no permiten definir nuevos operadores, pero sí permiten definir nuevas funciones (o métodos, dependiendo del paradigma utilizado).
- En algunos lenguajes, los operadores son casos particulares de funciones (o métodos) y se pueden definir como tales. Por tanto, en estos lenguajes se pueden crear nuevos operadores definiendo nuevas funciones (o métodos).



5.4. Igualdad de operaciones



Igualdad de operaciones

- Dos operaciones son iguales si devuelven resultados iguales para argumentos iguales.
- Este principio recibe el nombre de principio de extensionalidad.

Principio de extensionalidad:

f = g si y sólo si f(x) = g(x) para todo x.

- Por ejemplo: una función que calcule el doble de su argumento multiplicándolo por 2, sería exactamente igual a otra función que calcule el doble de su argumento sumándolo consigo mismo.
 - En ambos casos, las dos funciones devolverán siempre los mismos resultados ante los mismos argumentos.
- Cuando dos operaciones son iguales, podemos usar una u otra indistintamente.



6. Operaciones predefinidas

- 6.1 Operadores predefinidos
- 6.2 Funciones predefinidas
- 6.3 Métodos predefinidos



6.1. Operadores predefinidos

- 6.1.1 Operadores aritméticos
- 6.1.2 Operadores de cadenas



Operadores aritméticos

Operador	Descripción	Ejemplo	Resultado	Comentarios
+	Suma	3 + 4	7	
-	Resta	3 - 4	-1	
*	Producto	3 * 4	12	
/	División	3 / 4	0.75	Devuelve un float
%	Módulo	4 % 3 8 % 3	1 2	Resto de la división
**	Exponente	3 ** 4	81	Devuelve 3 ⁴
//	División entera hacia abajo	4 // 3 -4 // 3	1 -2	??



Operadores de cadenas

Operador	Descripción	Ejemplo	Resultado
+	Concatenación	'ab' + 'cd' 'ab' 'cd'	'abcd'
*	Repetición	'ab' * 3 3 * 'ab'	'ababab' 'ababab'
[0]	Primer carácter	'hola'[0]	'h'
[1:]	Resto de cadena	'hola'[1:]	'ola'



6.2. Funciones predefinidas

6.2.1 Funciones matemáticas y módulos



Funciones predefinidas

Función	Descripción	Ejemplo	Resultado
abs(n)	Valor absoluto	abs(-23)	23
len(cad)	Longitud de la cadena	len('hola')	4
$\max(n_1(, n_2)^+)$	Valor máximo	max(2, 5, 3)	5
$\min(n_1(,n_2)^+)$	Valor mínimo	min(2, 5, 3)	2
<pre>round(n[, p])</pre>	Redondeo	round(23.493) round(23.493, 1)	23 23.5
type(v)	Tipo del valor	type(23.5)	<class 'float'=""></class>



Funciones matemáticas y módulos

- Python incluye una gran cantidad de funciones matemáticas agrupadas dentro del módulo math.
- Los módulos en Python son conjuntos de funciones (y más cosas) que se pueden importar dentro de nuestra sesión o programa.
- ▶ Son la base de la **programación modular**, que ya estudiaremos.
- Para importar una función de un módulo se puede usar la orden from. Por ejemplo, para importar la función gcd del módulo math se haría:

```
>>> from math import gcd # importamos la función gcd que está en el módulo math
>>> gcd(16, 6) # la función se usa como cualquier otra
2
```

▶ Una vez importada, la función ya se puede usar directamente como cualquier otra.



► También se puede **importar directamente el módulo en sí** usando la orden **import**.

```
>>> import math  # importamos el módulo math
```

- Al importar el módulo, lo que se importan no son sus funciones, sino el propio módulo, el cual es un objeto (de tipo module) al que se accede a través de su nombre y cuyos atributos son (entre otras cosas) las funciones que están definidas dentro del módulo.
- Por eso, para poder llamar a una función del módulo usando esta técnica, debemos indicar el nombre del módulo, seguido de un punto (.) y el nombre de la función:

```
>>> import math # importamos el módulo math
>>> math.gcd(16, 6) # la función gcd sigue estando dentro del módulo
2
```

```
math.gcd(16, 6)

función
módulo
```



 Eso significa que podríamos ampliar nuestra gramática para permitir que el nombre de una función en una llamada pudiera contener la parte del módulo:

```
\langle (|lamada_función\) ::= \langle función\([\langle ([\lista_argumentos\)])\) \langle función\\ ::= [\langle módulo\rangle ::= identificador\) \tag{módulo\rangle ::= identificador\}
```

Pero técnicamente no es necesario, ya que las funciones contenidas en un módulo se invocan como si fueran métodos que se ejecutan sobre el objeto módulo, por lo que la sintaxis es la misma que para los métodos y está ya recogida en nuestra gramática:

```
⟨Ilamada_método⟩ ::= ⟨objeto⟩.⟨método⟩([⟨lista_argumentos⟩])
⟨objeto⟩ ::= ⟨expresión⟩
⟨método⟩ ::= identificador
```

 Esto nos dice que hay una relación muy estrecha entre funciones y métodos (de hecho, los métodos son funciones que se invocan de una forma especial).



- De hecho, cuando el objeto es un módulo, no hablamos de métodos sino de funciones (los módulos no contienen métodos).
- ► No es lo mismo math, que math.gcd, que math.gcd(16, 6):
 - math es un módulo (un objeto de tipo module).
 - math.gcd es una función (no es un método porque math es un módulo).
 - math.gcd(16, 6) es una llamada a función.

```
>>> import math
>>> math
<module 'math' (built-in)>
>>> math.gcd
<built-in function gcd>
>>> math.gcd(16, 6)
2
```

 La lista completa de funciones que incluye el módulo math se puede consultar en su documentación:

https://docs.python.org/3/library/math.html



- ► El lenguaje Python es, principalmente, un lenguaje **orientado a objetos**.
- De hecho, todos los datos en Python son objetos que tienen sus propios atributos (métodos, entre otros) a los que se le puede acceder usando el operador punto (.).
- Por ello, en Python los términos «dato», «valor» y «objeto» son sinónimos en la práctica.
- Los números, las cadenas, los módulos, las funciones... todos son objetos.
- Incluso los métodos son objetos, ya que, en realidad, son funciones contenidas dentro de otros objetos, y las funciones son objetos.
- ► Hasta los tipos (como int o str) son objetos que tienen sus propios atributos.
- Entraremos a estudiar más en detalle estas características cuando veamos la programación orientada a objetos.



El módulo operator

► El módulo operator contiene, en forma de funciones, las operaciones básicas que hasta ahora hemos utilizado en forma de operadores:

Operador	Operación	Función en el módulo operator
+	Suma	add
-	Resta	sub
-	Cambio de signo	neg
*	Multiplicación	mul
/	División	truediv
%	Módulo	mod
**	Exponente	pow
//	División entera hacia abajo	floordiv



- Gracias al módulo operator, podemos reescribir con funciones las expresiones que utilizan operadores.
- Por ejemplo, la expresión:

```
>>> 3 * (4 + 5) - 10
17
```

se puede reescribir como:

```
>>> from operator import add, mul, sub
>>> sub(mul(3, add(4, 5)), 10)
17
```

- Pasar los operadores de una expresión a funciones es un ejercicio muy interesante que ayuda a entender en qué orden se evalúan las subexpresiones y por qué.
- ► En Python, en una llamada a función, los argumentos se evalúan siempre antes que la propia llamada (y de izquierda a derecha).



► La expresión 3 * (4 + 5) - 10 se evalúa así:

Y la expresión sub(mul(3, add(4, 5)), 10) se evalúa así:

```
sub(mul(3, add(4, 5)), 10)  # se evalúa sub (devuelve la función resta)

= sub(mul(3, add(4, 5)), 10)  # se evalúa mul (devuelve la función multiplicación)

= sub(mul(3, add(4, 5)), 10)  # se evalúa 3 (devuelve 3)

= sub(mul(3, add(4, 5)), 10)  # se evalúa add (devuelve la función suma)

= sub(mul(3, add(4, 5)), 10)  # se evalúa 4 (devuelve 4)

= sub(mul(3, add(4, 5)), 10)  # se evalúa 5 (devuelve 5)

= sub(mul(3, add(4, 5)), 10)  # se evalúa add(4, 5) (devuelve 9)

= sub(mul(3, add(4, 5)), 10)  # se evalúa add(4, 5) (devuelve 27)

= sub(27, 10)  # se evalúa 10 (devuelve 10)

= sub(27, 10)  # se evalúa sub(27, 10) (devuelve 17)

= 17
```



6.3. Métodos predefinidos



Métodos predefinidos

- Igualmente, en la documentación podemos encontrar una lista de métodos interesantes que operan sobre cadenas:
 - https://docs.python.org/3/library/stdtypes.html #string-methods



7. Bibliografía

Bibliografía

- Abelson, Harold, Gerald Jay Sussman, and Julie Sussman. 1996. Structure and Interpretation of Computer Programs. 2nd ed. Cambridge, Mass.: New York: MIT Press; McGraw-Hill.
- Blanco, Javier, Silvina Smith, and Damián Barsotti. 2009. *Cálculo de Programas*. Córdoba, Argentina: Universidad Nacional de Córdoba.
- Van-Roy, Peter, and Seif Haridi. 2004. Concepts, Techniques, and Models of Computer Programming. Cambridge, Mass: MIT Press.