

APRIL 30, 2022

# 力密度法结构找形 研究与实现

**Thornton Tomasetti**

# 内容

---

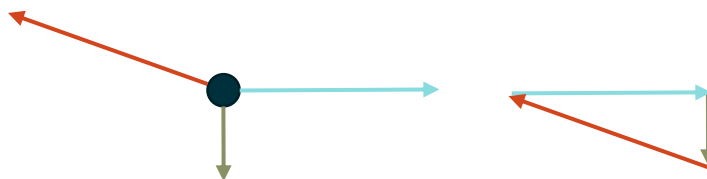
1. 力密度法介绍
2. 找形流程
3. 样例展示（轮辐式张拉屋盖）
4. 自重下找形
5. 结论和下一步工作
6. 简单教程

# 力密度法介绍

- 基于力和杆件长度的比值，即“力密度”

$$\rho = \frac{F}{L}$$

- 每个节点都处于轴力静力平衡，且杆件走向与其内力平行



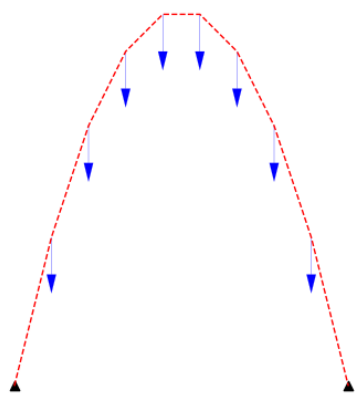
- 假设：拉杆力密度为正值，压杆力密度为负值

$$\rho \begin{cases} > 0 & \text{if } N > 0 \\ < 0 & \text{if } N < 0 \end{cases}$$

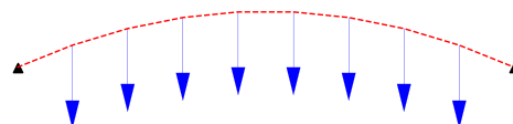
- 可假设所有杆件力密度为定值，或分组定值：杆件越长，轴力越大

# 力密度法介绍

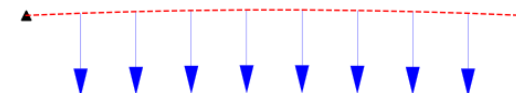
- 整体力密度越大，结构矢高越小；反之整体力密度越小，结构矢高越大



$$\rho = -1$$



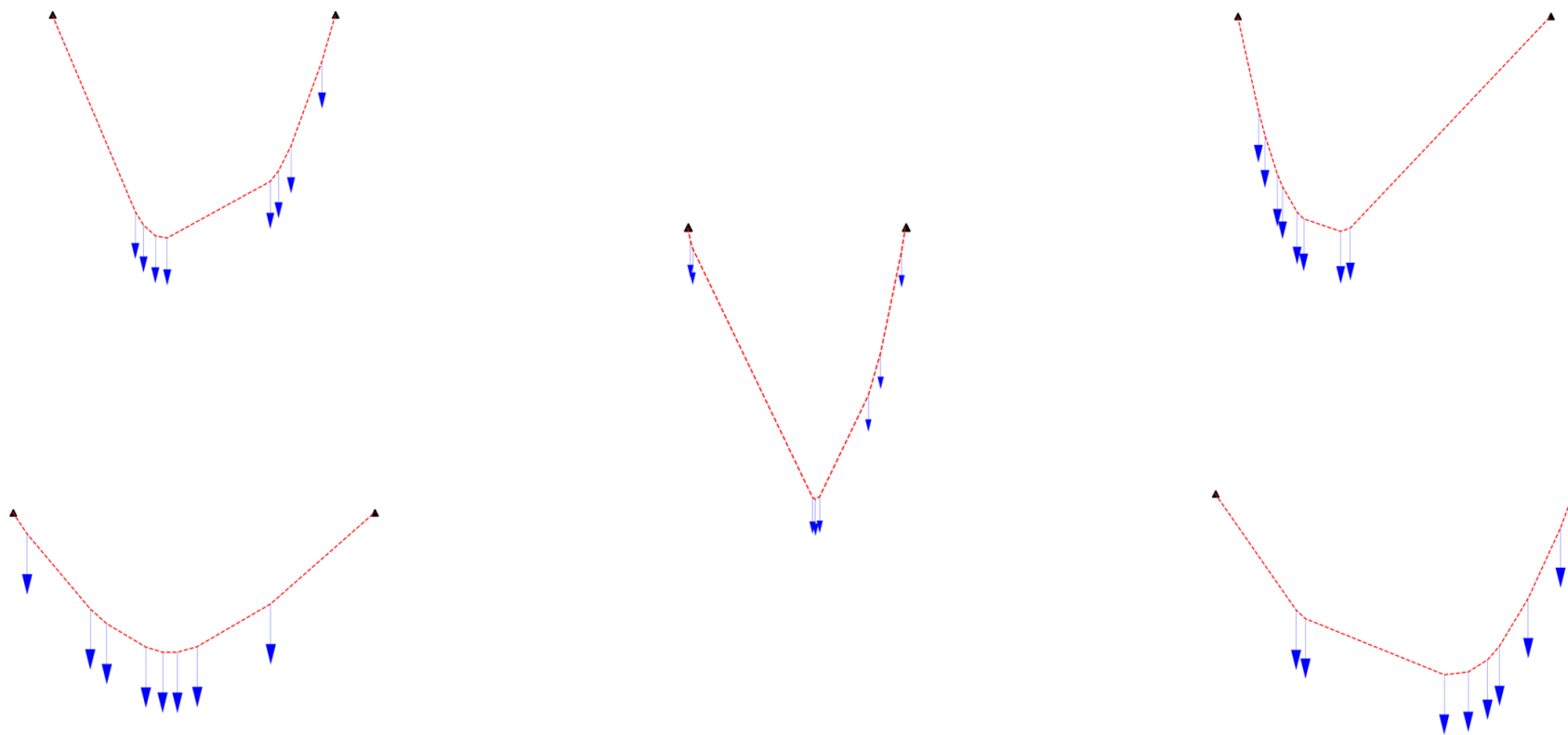
$$\rho = -10$$



$$\rho = -100$$

# 力密度法介绍

- 与某节点相连的杆件，力密度越大的杆件长度越小，力密度越小的杆件长度越大



# 找形流程

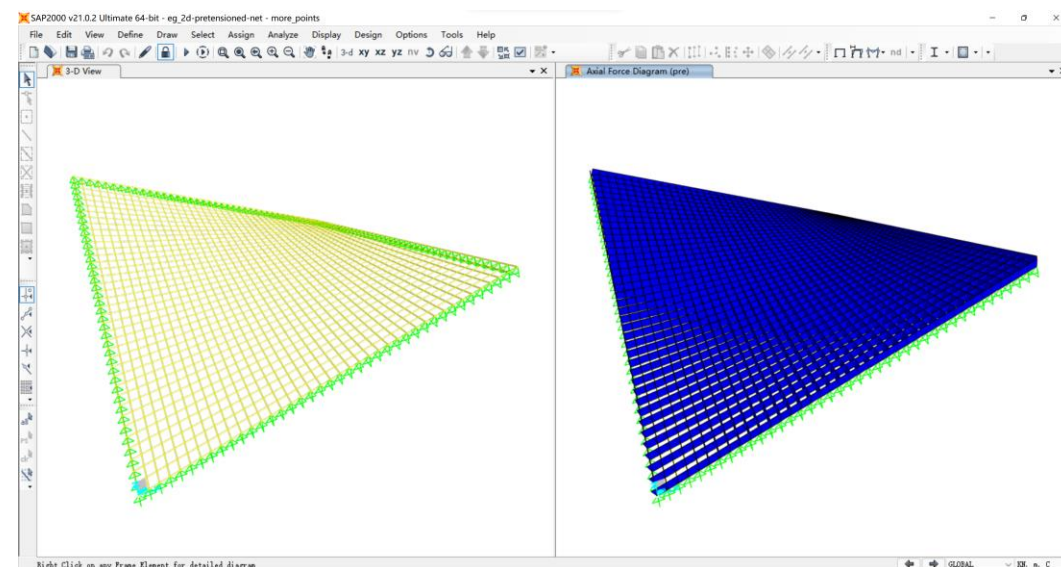
## ➤ 采用自编Python程序实现

- **输入：** 网格定义、边界约束、初始荷载、初始节点位置、力密度值 **or** SAP2000初始模型
- **输出：** 符合静力平衡的**新节点位置**和**杆件内力**

```
aaa = TwoDShapeFinding(m, n, 2)
aaa.set_fix(*constrain)
aaa.set_init_F(*loading)
aaa.set_init_z(*boundary_z)
aaa.set_connectivities()
aaa.set_force_density(1000)
```

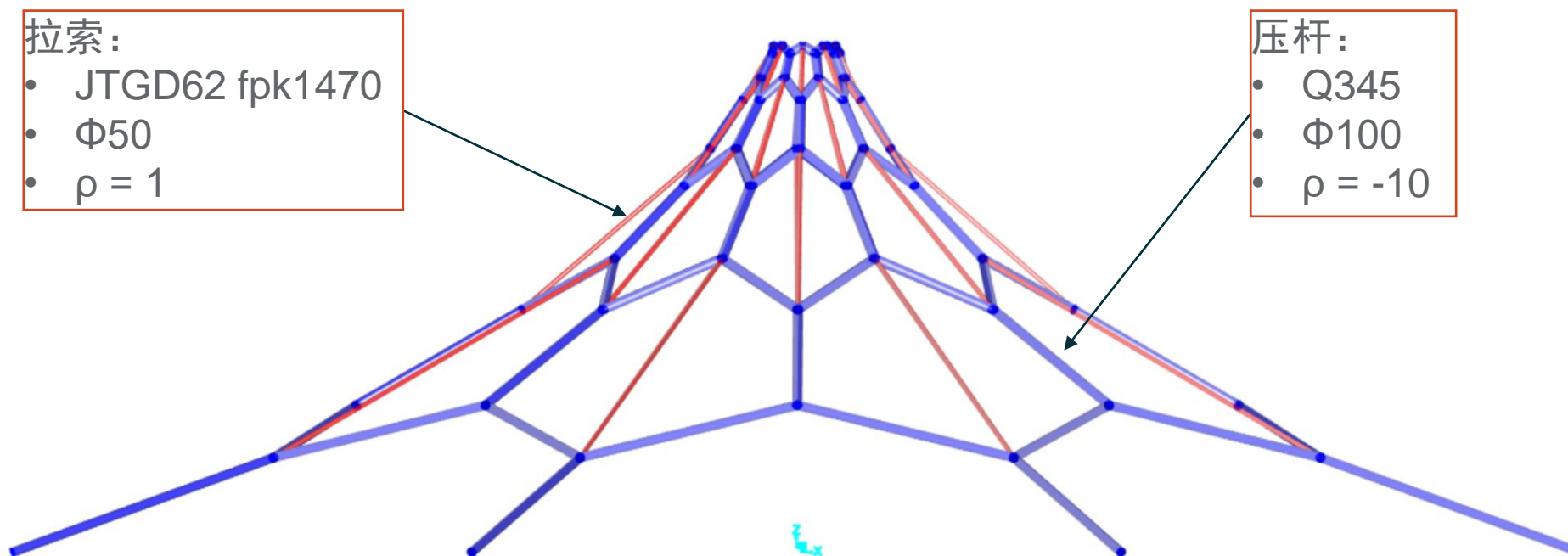
OR

SAP2000®



# 找形流程

- 可在SAP2000中对构件进行分组，指定不同的材料属性、截面和力密度值



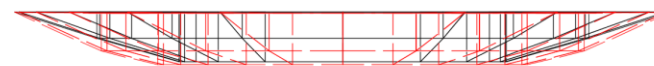
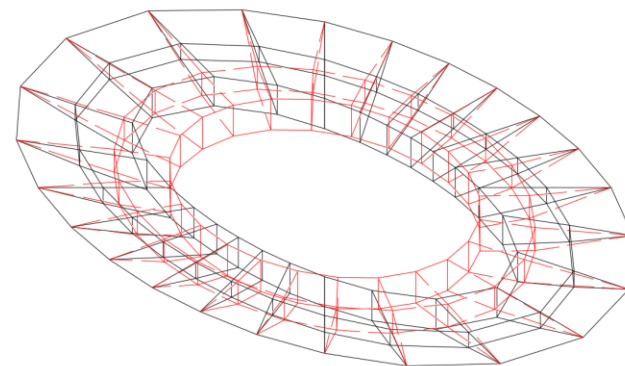
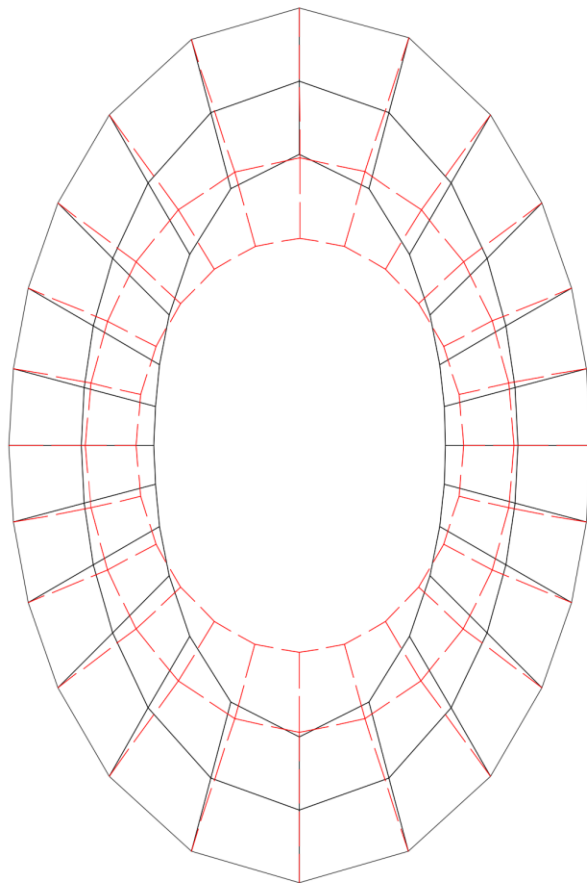
# 样例展示——轮辐式张拉屋盖

## ■ 初始形状为同心椭圆

- 外环300mx200m
- 内环200mx100m，矢高15m
- 径向索为直线

## ■ 找形后

- 外环为支座，形状不变
- 内环142mx112m，矢高15.6m
- 径向索为下凸折线，更加合理



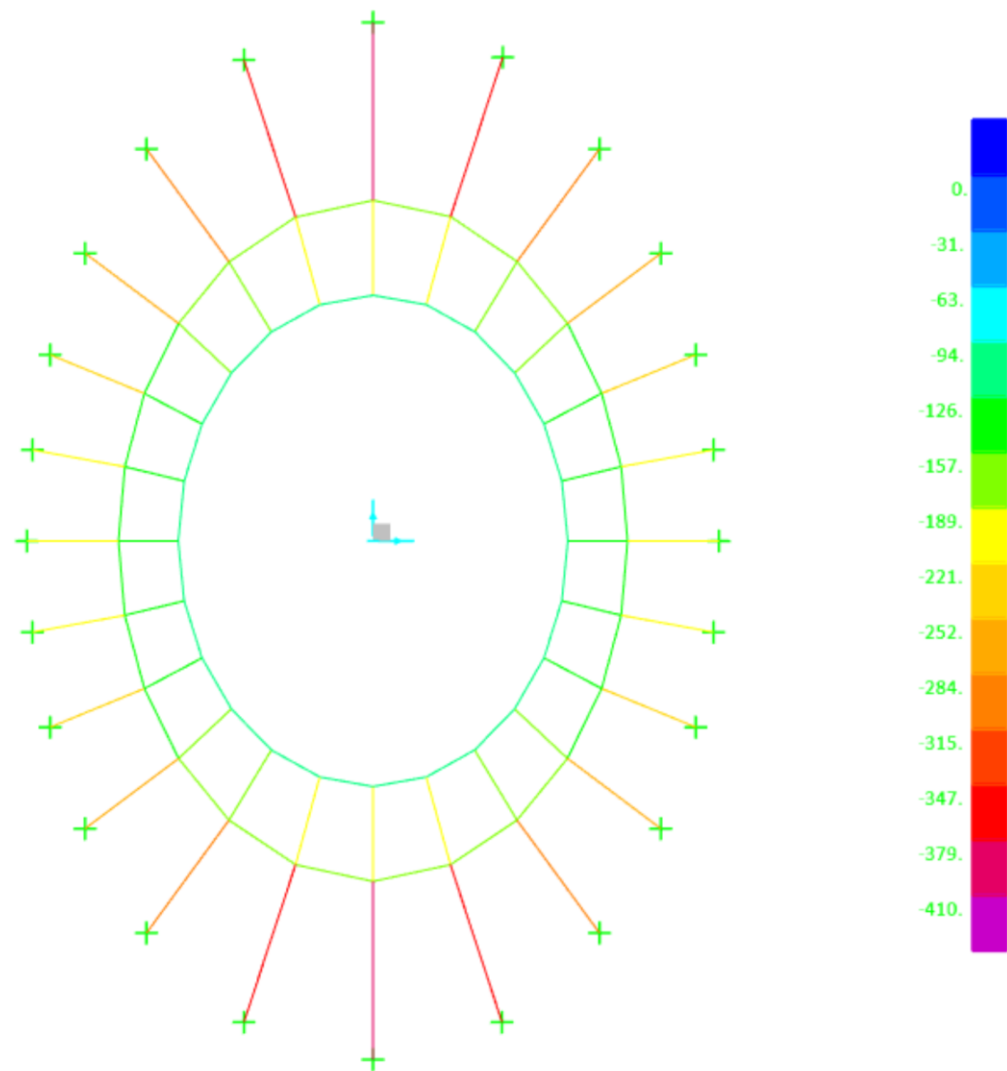
—— 初始形状  
- - - 找形后形状



# 样例展示——轮辐式张拉屋盖

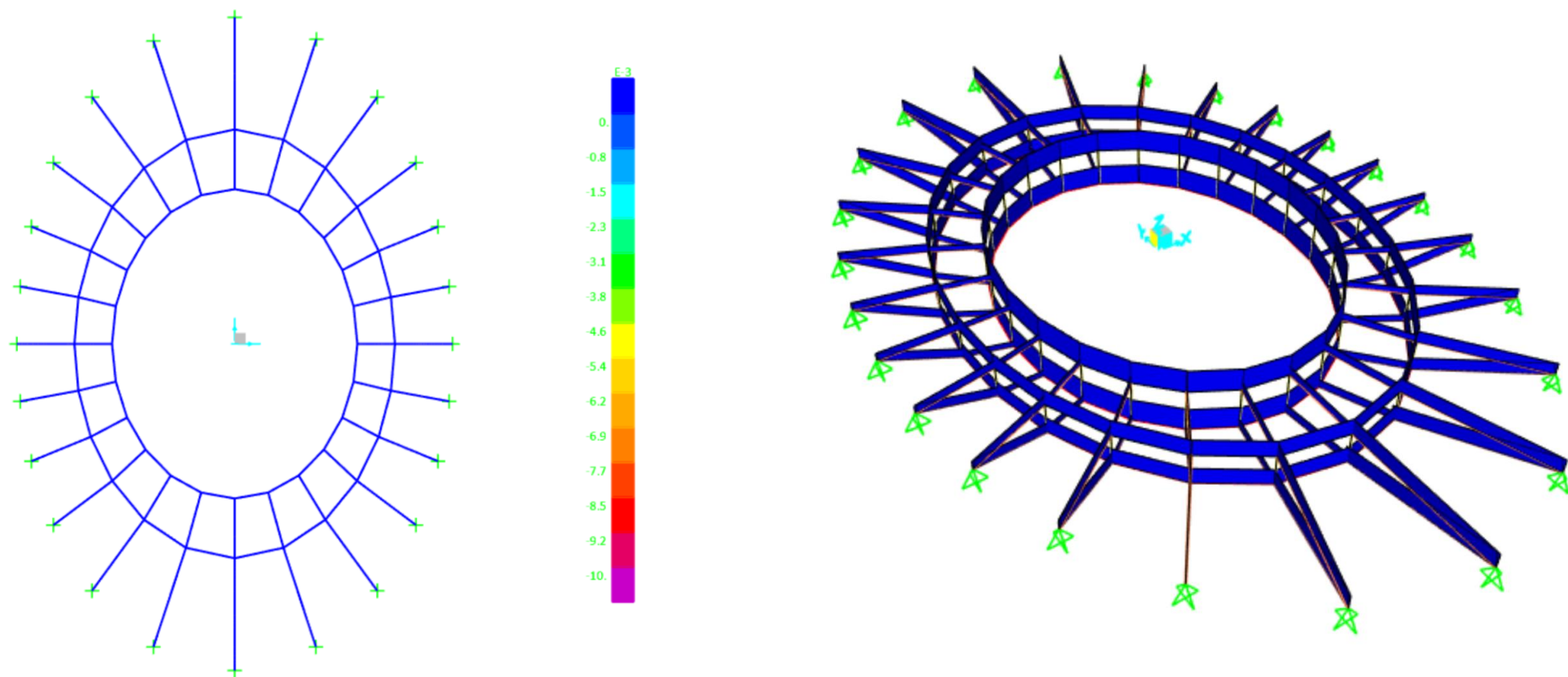
## ➤ 等效降温法初始温度的施加

- 程序自动反算后输入到SAP2000
- 长轴向温度值最大大，短轴温度适当降低
- 中环索温度较低，内环索为最低



# 样例展示——轮辐式张拉屋盖

- 初始工况下变形为0
- Pre工况下(Pre\_loading+Pre\_temp), 所有索均受拉



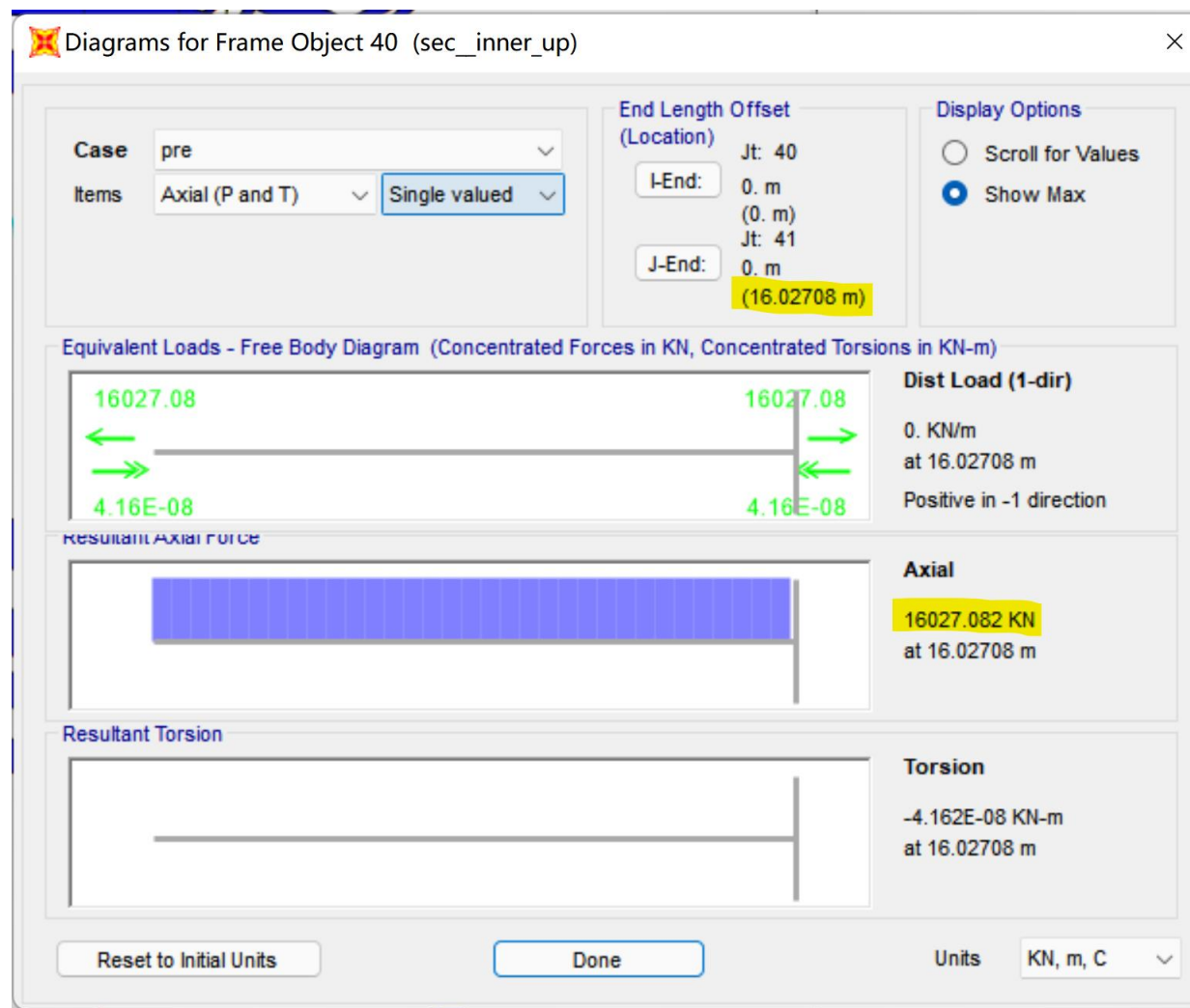
# 样例展示——轮辐式张拉屋盖

## ■ 力密度验证

$$l = 16.027m; F = 16027kN$$

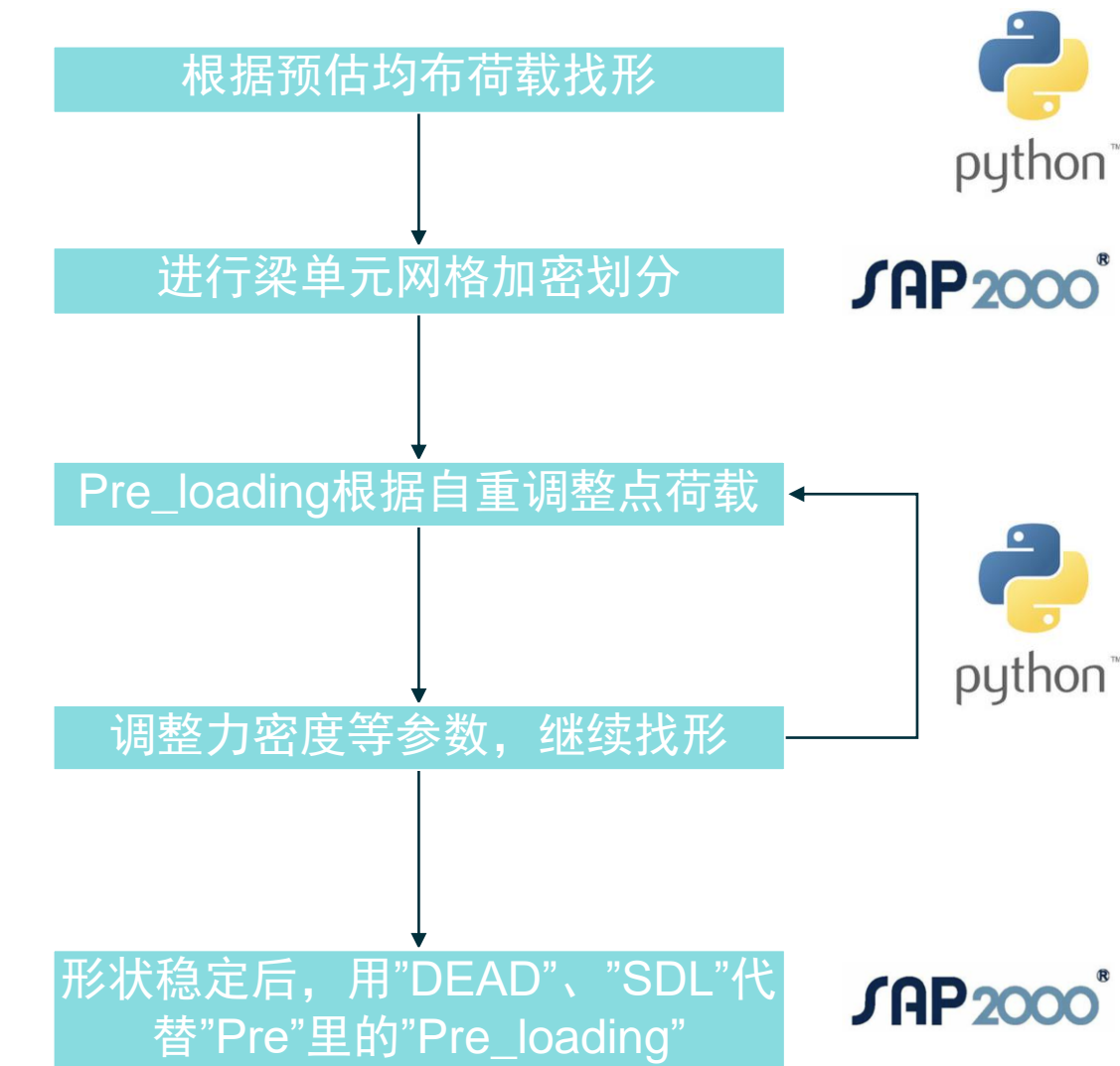
$$\rho = \frac{16027kN}{16.027m} = 1000kN/m$$

➤ Sap2000分析得到的力密度和初始输入完全一致



```
["inner_up", "China", "JTG", "JTGD62-fpk1470", 7,  
0.3, 1000],
```

# 自重下找形



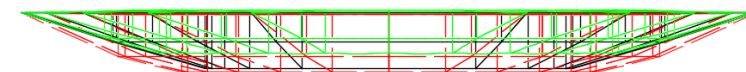
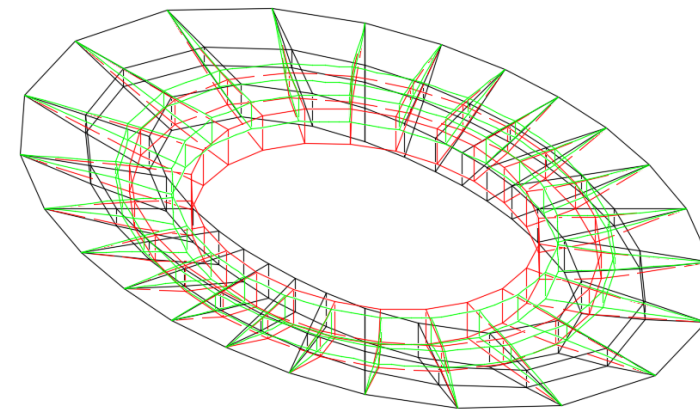
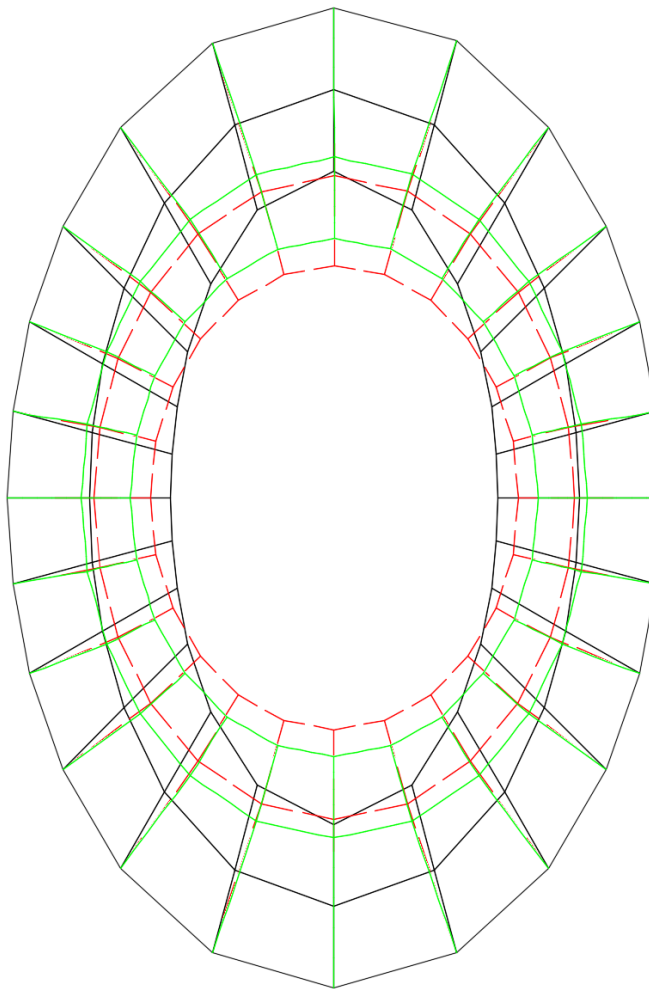
```
a.init_fr_sap2000("Pre_loading",  
a.init_fr_sap2000(mass_assign(a.SapModel, "Pre_loading"),
```

➤ 循环计算次数越多，形状越准确

# 自重下找形——轮辐式张拉屋盖

## ■ 自重找形后

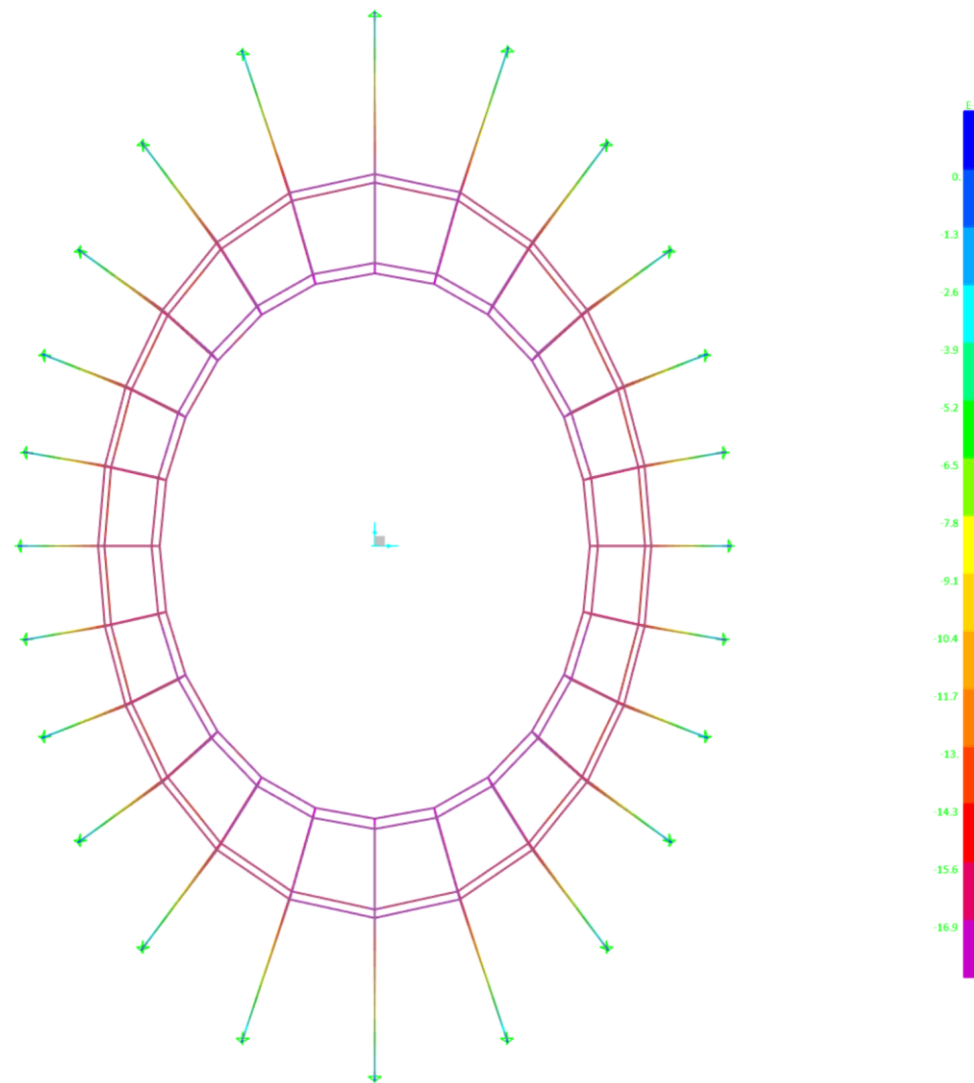
- 内环尺寸增加到158x124
- 结构上弦上鼓约1m
- 矢高减小到10m



—— 初始形状  
- - - 找形后形状  
—— 自重找形后形状

# 自重下找形——轮辐式张拉屋盖

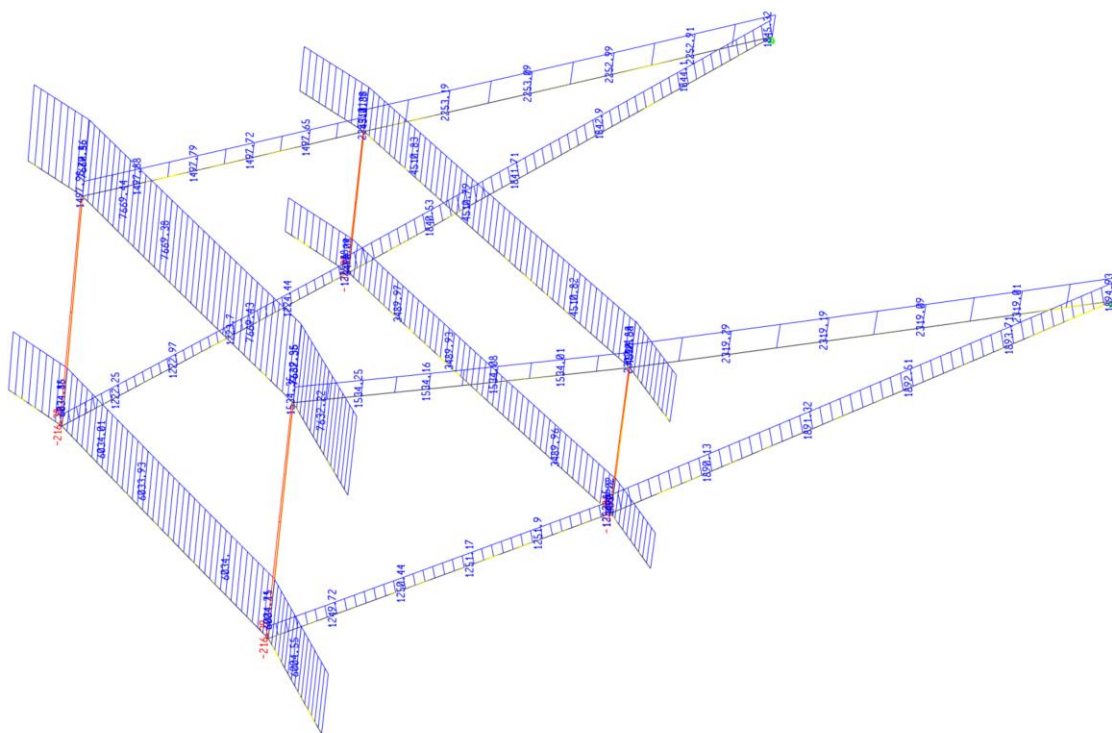
- 成型态下最大竖向变形仅约16.9mm
- 整体变形较为均匀



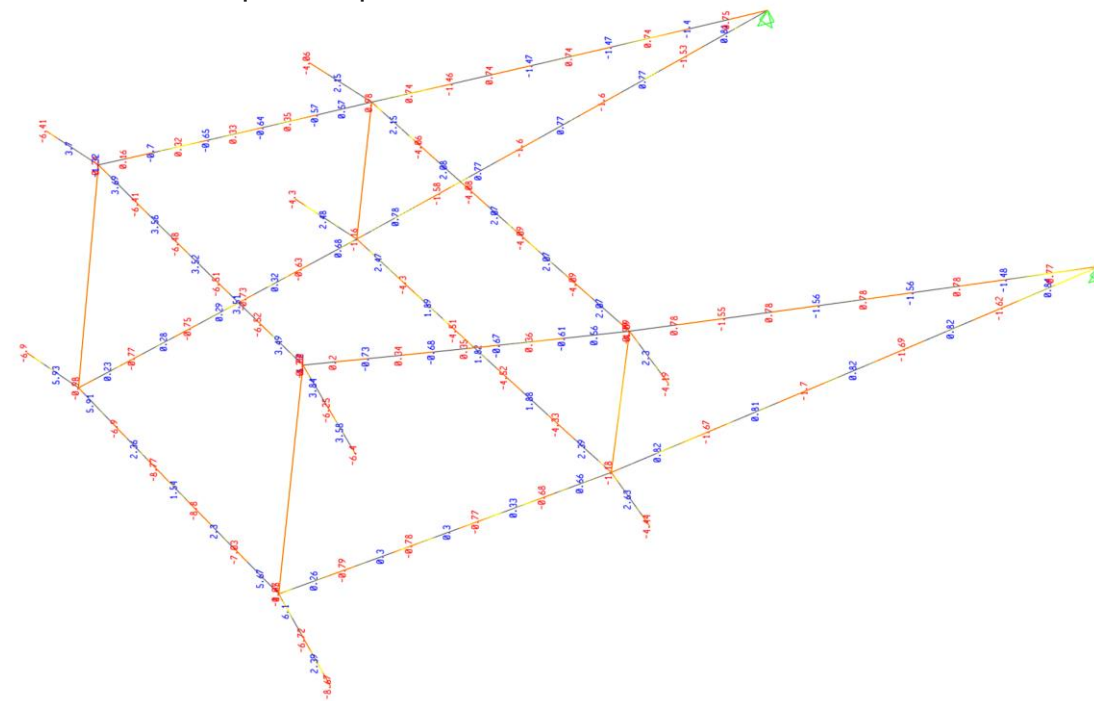
# 自重下找形——轮辐式张拉屋盖

- 结构仍受轴力为主，次内力可以忽略

■ Dead+SDL+pre\_temp轴力图



■ Dead+SDL+pre\_temp弯矩图



# 结论和下一步工作

- 经过算例验证，本程序找到的结构形状是正确的
- 针对广州体育场的建议：
  - 因上弦形状固定，可将上弦转化为点荷载进行下弦拉索的找形
  - 下弦形状确定后，进行上下弦模型组装和分析
  - 可能需多轮迭代，得到最终的屋盖形状

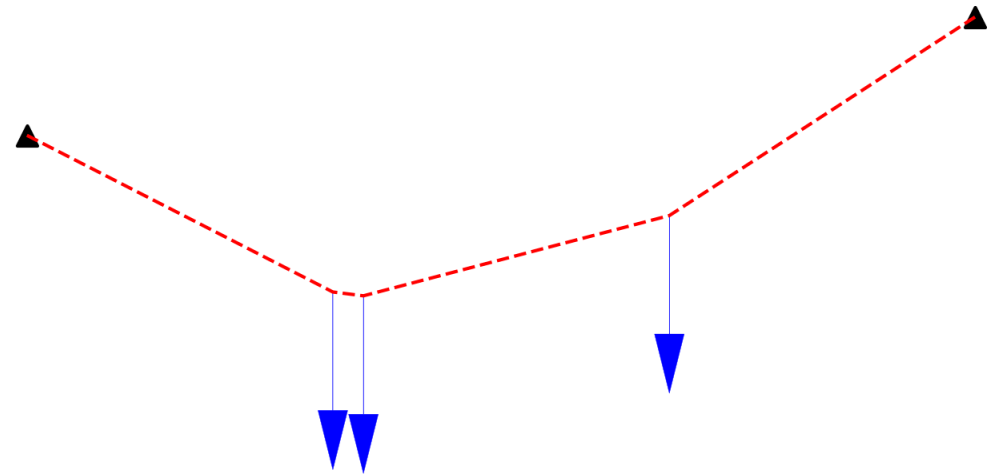


# 简单教程

`pip install TwoD-Form-Finding`

```
from TwoD_Form_Finding import TwoDShapeFinding

# get_started-1d_rope
ccc = TwoDShapeFinding(5, 1, 2)
ccc.set_fix([0, 0], [4, 0])
ccc.set_init_F([1, 0, 1], [2, 0, 1], [3, 0, 1])
ccc.set_init_z([0, 0, -1])
ccc.set_connectivities()
ccc.set_force_density(1, [1, 10])
ll = ccc.force_density("g", False)
```



# THANK YOU

---

Contact info

HHuang@ThorntonTomasetti.com

