

## Analysis 1 – Kurztest

*Es besteht kein Zusammenhang zur Prüfungsrelevanz des hier präsentierten Stoffes. Die Bearbeitungszeit dieses Kurztests beträgt 20 Minuten.*

**Aufgabe 1.** Beweise:  $\forall n \in \mathbb{N} : n \geq 4 \implies n! > 2^n$ .

**Aufgabe 2.** Stelle folgende komplexe Zahlen in kartesischen Koordinaten dar:

$$z_1 = (4 - 3i)(-2i + 8), \quad z_2 = (1 + 2i)^{-1}, \quad z_3 = |3 - 4i|.$$

**Aufgabe 3.** Es seien  $z \in \mathbb{C}$  und  $U \subseteq \mathbb{C}$ . Definiere folgende Aussage mithilfe eines prädikatenlogischen Ausdrucks: “ $U$  ist eine offene Umgebung von  $z$ .”

**Aufgabe 4.** Es sei  $(z_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{C}^{\mathbb{N}}$ . Definiere folgende Aussage mithilfe eines prädikatenlogischen Ausdrucks: “ $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$  konvergiert in  $\mathbb{C}$ .”

**Aufgabe 5.** Bestimme, im Falle der Existenz, das Supremum, Infimum, Minimum und Maximum der Menge  $M = [0, 1] \cap \left(\bigcup_{n \in \mathbb{N}} [\frac{1}{n}, n]\right)$ .

**Aufgabe 6.**

(a) Zeige: Die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$  konvergiert.

(b) Berechne  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ .

(c) Berechne  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \sin\left(\frac{1}{n}\right)$ .

**Aufgabe 7.** Zeige, dass die komplexe Konjugation  $\bar{\cdot} : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  eine stetige Abbildung ist.

**Aufgabe 8.** Berechne schnell:

(a)

$$\frac{d}{dx} \log\left(x + \sqrt{1 + x^2}\right), \quad x > 0,$$

(b)

$$\frac{d}{dx} \exp\left(-x^{3/2}\right), \quad x > 0.$$