Relatório 1º projecto ASA 2022/2023

Grupo: TP053

Aluno(s): Rui Amaral (103155)

Descrição do Problema e da Solução

Para descobrir todas as maneiras de ladrilhar uma área, recorreu-se à programação dinâmica de forma a dividir cada situação em vários subproblemas cada vez mais simples, até chegar a um caso base, cuja solução se conhece.

Na solução implementada, cada área é representada por um vetor com **n** entradas, cada uma representando o comprimento da linha com esse índice.

Para resolver um problema, encontramos o ponto mais à direita (coluna mais comprida) com índice mais alto e obtemos vários subproblemas retirando quadrados com "raíz" nesse ponto, um subproblema para cada tamanho de quadrado que é possível retirar nesse ponto (nunca terá lado maior que **n**). Cada subproblema será então equivalente ao problema "pai" com um quadrado (de lado >= 1) a menos, que lhe foi retirado do ponto mais à direita da área.

A solução do problema original será então igual à soma das soluções dos seus subproblemas. Como vamos removendo quadrados às áreas, estas vão ficando mais reduzidas até que se chega a uma situação em que a coluna máxima tem tamanho <=1, cujo número de soluções é conhecido (tem apenas uma solução que corresponde a ser preenchida por quadrados de lado 1).

À medida que se resolvem as várias situações, vão-se armazenando as soluções de problemas individuais caso o programa necessite de aceder a esse valor mais tarde durante a sua execução.

Análise Teórica

Seja **N** o lado de uma área quadrada (em que **n** = **m** e cada linha tem comprimento máximo).

Durante a execução do programa temos as seguintes fases:

- Leitura dos dados de entrada: simples leitura do input, com ciclo(s) a depender linearmente de **N**. Logo, **O(N)**.
- Verificação dos dados lidos (para identificar o caso em que todas as colunas têm comprimento 0) em tempo constante. Logo, **O(1)**.
- Chamada de função recursiva:
    - Verificação se o problema já foi resolvido durante a execução do programa (verificar se uma certa key está presente numa hashtable). Em média realizar-se-á em tempo constante, mas no pior caso é **O(N).**
    - Iteração sobre vetor problema para encontrar coluna mais comprida que depende linearmente de **N**. Logo **O(N)**.
    - Verificação se a coluna maior obtida é maior que 1 (para identificar o caso base) em tempo constante. Logo, **O(1)**.

Relatório 1º projecto ASA 2022/2023

Grupo: TP053

Aluno(s): Rui Amaral (103155)

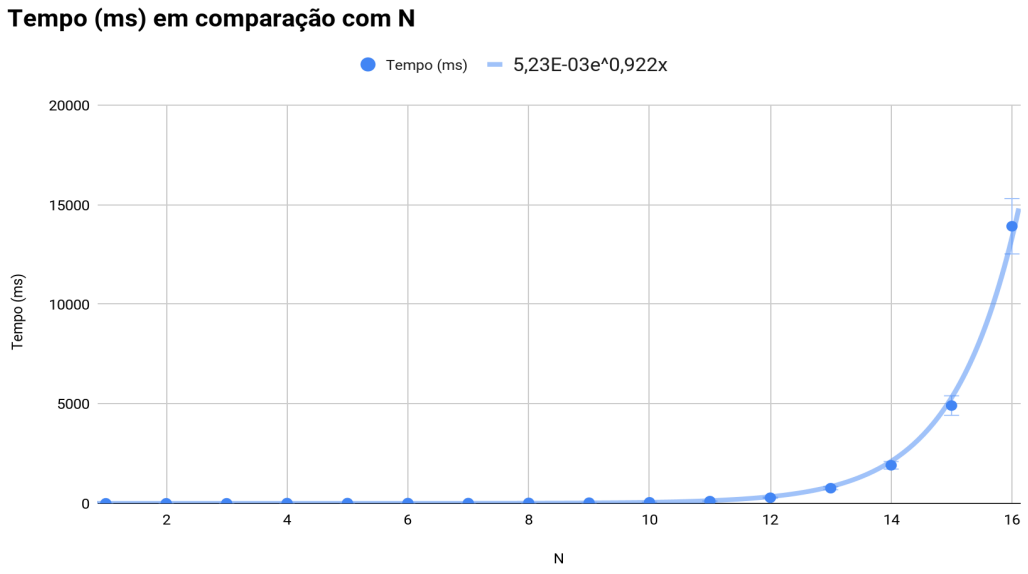
  - Extração dos subproblemas através de dois ciclos que dependem linearmente de **N**. Logo **O(N²)**.
  - Invocação recursiva da função dentro de um ciclo que depende linearmente de **N**, logo, esta será invocada **O(N)** vezes.
- A cada chamada da função recursiva, os vetores problema vão tendo cada vez menor área, supomos então que a cada chamada da função, **N** diminui. Ou seja, teremos aproximadamente: **T(N) = N*T(N-1) + N²**.
- Apresentação do resultado em tempo constante. Logo, **O(1)**.

Complexidade global da solução: **O(N + T(N))**

Avaliação Experimental dos Resultados

Ao analisar o comportamento do programa, podemos determinar a complexidade temporal na prática.

Foi feito o registo do tempo que o programa demora a resolver problemas quadrados (em que **n** = **m** e cada linha tem comprimento máximo). Seja **N** a medida do lado de cada problema. Ao fazer este registo para 16 valores de **N** (de 1 a 16), obtemos o seguinte gráfico:



Com este conjunto de pontos, obtemos a equação da linha: **5,23E-3e^0,922N**.

Esta experiência permite determinar a complexidade temporal prática da solução que é então definida por: **O(e^N)**.