

## 第四章 生产函数

### 一、生产函数

在一定时期内，在技术水平不变的情况下，生产中所使用的各种生产要素的数量与所能生产的最大产量之间的关系。

公式： $Q=f(L, K)$ 。  $L$  为劳动投入量， $K$  为资本投入量， $Q$  为最大产量。

### 二、短期生产函数

指生产者来不及调整全部生产要素的数量，至少有一种生产要素的数量是固定不变的时间周期。

$Q=f(L, \bar{K})$  (资本投入量固定)

1 • 劳动的总产量  $TPL=f(L, \bar{K})$ ：指与（一定的可变要素）劳动投入量相对应的最大产量。

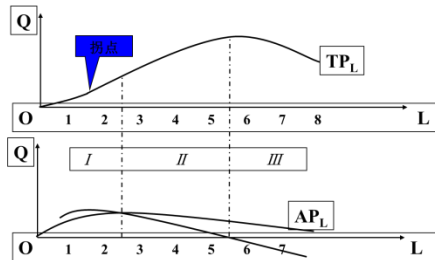
2 • 劳动的平均产量  $APL=f(L, \bar{K}) / L$

3 • 劳动的边际产量  $MPL$ ：增加一单位可变要素劳动投入量所增加的产量。公式为：

$$MP_L = \frac{\Delta TPL(L, \bar{K})}{\Delta L}, MP_L = \frac{dTPL(L, \bar{K})}{dL}$$

#### ★ 边际报酬递减规律

在技术水平不变的条件下，在连续等量地把某一种可变要素投入到生产中去的时候，当这种要素的投入量小于某一特定值时，增加该要素所带来的边际产量是递增的；当它连续增加超过某一特定值时，所带的边际产量的增加是减少的。该规律决定了 **MP** 曲线先上升再下降特征。



通过图形：

1、只要边际产量是正的，总产量总是增加的；只要边际产量是负的，总产量总是减少的；边际产量为 0，总产量最大。

2、边际产量大于平均产量，则平均产量曲线上升；边际产量小于平均产量，平均产量曲线下降；边际产量等于平均产量，平均产量最大。

对三个阶段的描述，从边际产量，平均产量，总产量进行描述。

三个阶段中，第 2 阶段是生产者进行短期生产的决策区间。

### 三、长期生产函数

长期生产函数可以调整全部生产要素数量的时间周期。 $Q=f(L, K)$ 。

#### 3.1 等产量曲线（参考无差异曲线记忆）

在技术水平不变条件下生产同一产量的两种生产要素投入量的所有不同组合的

轨迹。

### 3.2 边际技术替代率：(MRTS)

在维持产量水平不变的条件下，增加一单位某种生产要素投入时所减少的另一种要素的投入数量。(参考边际替代率记忆)

$$MRTS_{LK} = -\frac{\Delta K}{\Delta L} = -\frac{dK}{dL}$$

#### 边际技术替代率下降规律 (MRTS)

在维持产量不变的前提下，当一种生产要素的投入量不断增加时，每一单位的这种生产要素所能替代的另一种生产要素的数量是递减的。(参考边际替代率递减记忆)

## 四、生产函数的几种具体形状

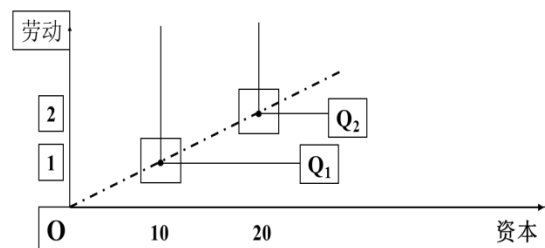
### 4.1 固定替代比例的生产函数(线性生产函数)

在每一产量水平上任何两种生产要素之间的替代比例都是固定的。

$$Q = aL + bK$$

### 4.2 固定投入比例的生产函数 (也称之为里昂惕夫生产函数)

在每一个产量水平上任何一对要素投入量之间的比例都是固定的。



$$Q = \min \left\{ \frac{L}{u}, \frac{K}{v} \right\}$$

其中  $u$ 、 $v$  是常数。产量  $Q$  取决于  $\frac{L}{u}$  以及  $\frac{K}{v}$  比值中最小的那一个。

### 4.3 柯布一道格拉斯生产函数

$$Q = AL^{\alpha}K^{\beta}$$

需要能够利用求导等方式计算边际产量，平均产量公式。

注意：当  $\alpha + \beta = 1$  时， $\alpha$  为劳动所得在总产量中所占的份额， $\beta$  为资本所得在总产量中所占的份额。

## 五、规模报酬

### 1 规模报酬递增

产量增加的比例大于各种生产要素增加比例； $f(\lambda L, \lambda K) > \lambda f(L, K)$ , 且  $\lambda > 1$ 。

### 2 规模报酬不变

产量增加的比例等于各种生产要素增加比例； $f(\lambda L, \lambda K) = \lambda f(L, K)$ , 且  $\lambda > 1$ 。

### 3 规模报酬递减

产量增加的比例小于各种生产要素增加比例。 $f(\lambda L, \lambda K) < \lambda f(L, K)$ , 且  $\lambda > 1$ 。

## 第五章 成本

### 一、成本的概念

#### 1.1 机会成本

指生产者放弃使用相同的生产要素在其他生产用途中所能得到的最高收入。

#### 1.2 生产成本（显成本和隐成本）

显成本指厂商在生产要素市场上购买或租用生产过程所需的要素的实际支出。例如，工资、利息、地租

隐成本指厂商使用自己的生产要素用于生产过程的那些要素的总价格。例如，企业家才能。

#### 1.3 经济利润

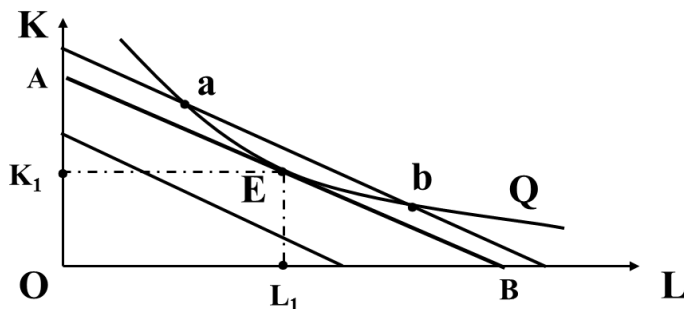
经济利润=总收益-总成本

总成本=隐成本+显成本

正常利润（隐成本）：指厂商对自己所提供的企业家才能的报酬。

### 二、成本最小化

**2.1 最优组合点：**等产量线与等成本线的切点 E，厂商应该选择 E 点的要素组合。也是最小成本点。



对最小成本点 E 的解释：

如果厂商开始时在 a 点生产。

只要， $MRTSLK > PL/PK$  时，厂商就会不断地用劳动去替代资本，沿着 Q（同样的产量）由 a 向 E 靠近（越来越低的成本）；

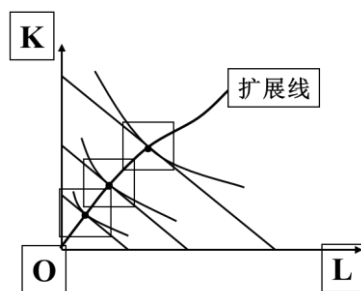
如果厂商开始时在 b 点生产。

只要， $MRTSLK < PL/PK$  时，厂商就会不断地用资本去替代劳动，沿着 Q（同样的产量）由 b 向 E 靠近（越来越低的成本）。

最终，厂商在（E 点） $MRTSLK = PL/PK$  时实现了生产的均衡。

对偶问题：产量最大化。

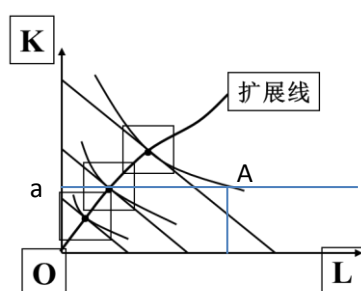
### 三、扩展线与短期总成本



扩展线是厂商长期生产的最优路径，利用扩展线从成本最小化角度出发，可以得到长期生产的总成本。

### 3.1 短期最小总成本

短期内假设资本投入量固定，则最小总成本为资本投入与短期等产量曲线的交点。



## 四、短期成本曲线

### 4.1 短期总成本（STC）

$$STC = w \cdot L(Q) + r \cdot K = f(Q) + b$$

$w$  为工资， $r$  为利率。 $w \cdot L(Q)$  是随产量而变的可变成本，而  $r \cdot K$  是不变成本。

### 4.2 短期成本的分类（7 种）

1、总不变成本  $TFC$ ：是指厂商在短期内为生产一定数量的产品对不变生产要素支付的总成本。 $TFC$  不随产量的变化而变化，即使产量为零， $TFC$  依然存在。

2、总可变成本  $TVC(Q)$ ：是指厂商在短期内生产一定数量产品对可变生产要素支付的总成本。 $TVC(Q)$  是  $Q$  的增函数。

3、总成本  $TC(Q) = TFC + TVC(Q)$

4、平均不变成本  $AFC(Q) = TFC/Q$ ：是指厂商在短期内平均生产一单位产品消耗的不变成本。

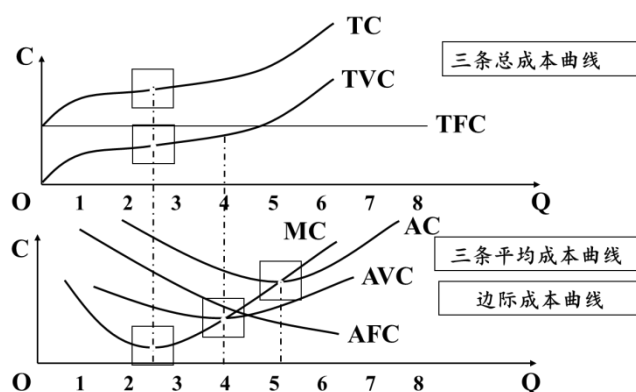
$AFC(Q)$  是  $Q$  的减函数。

5、平均可变成本  $AVC(Q) = TVC(Q)/Q$ ：是指厂商短期内平均生产一单位产品消耗的可变成本。

6、平均总成本  $AC(Q) = TC(Q)/Q = AFC(Q) + AVC(Q)$

7、边际成本  $MC$ ：是指厂商在短期内增加一单位产量时所增加的总成本。

$$MC = \Delta TC(Q) / \Delta Q = dTC(Q) / dQ$$



### ★ AVC、AC、MC 曲线

曲线特点：

- 1、总不变成本 TFC 是一条水平线。
- 2、总可变成本 TVC(Q) 是一条向右上方倾斜的曲线。特征来源于边际报酬递减规律。
- 3、总成本  $TC(Q) = TFC + TVC(Q)$  把 TVC(Q) 曲线向上平移 TFC 个单位得到，因此与 TVC(Q) 曲线的特征相同。
- 4、MC 曲线与 AVC 曲线相交于 AVC 曲线的最低点；MC 曲线与 AC 曲线相交于 AC 曲线的最低点。MC 曲线的最低点对应于 TC 曲线和 TVC 曲线的拐点。原因边际报酬递减。

## 五、短期产量曲线与短期成本曲线之间关系

短期生产函数：  $Q = f(L, K)$

短期成本函数：  $TC(Q) = TFC + TVC(Q) = TFC + w \cdot L(Q)$

### 5.1、边际产量与边际成本

求导得  $MC = dTC/dQ = dTVC/dQ + dTFC/dQ = w \cdot dL/dQ$

所以：  $MC = w / (dQ/dL) = w / MPL$

### 5.2、平均产量与平均可变成本

$AVC = TVC/Q = w \cdot L/Q = w / APL$

## 六、长期成本曲线

在长期内，厂商可以根据产量的要求调整全部的生产要素投入量，甚至可以进入或者退出一个行业。因此，厂商所有的成本都是可变的。

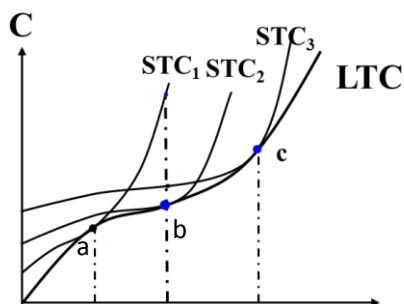
### 6.1 长期总成本

长期总成本 LTC

长期平均成本 LAC

长期边际成本 LMC

长期总成本曲线可由短期总成本曲线得到

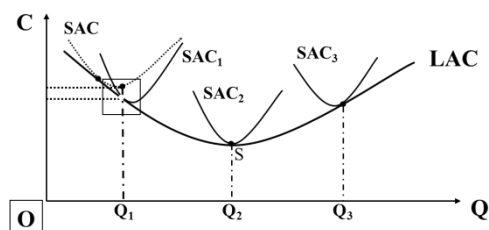


在长期，厂商可以改变全部生产要素投入量，选择最优的生产规模，于是，厂商必然会选择  $STC_2$  曲线所代表的生产规模进行生产，从而将总成本降低到所能达到的最低水平，即厂商在  $STC_2$  曲线上  $b$  点进行生产  $Q_2$ 。类似地在长期，厂商为生产  $Q_1$  的产量会选择  $a$  点，由  $STC_1$  曲线所代表的生产规模。  
长期总成本曲线是短期总成本曲线的包络线。

## 6.2 长期平均成本

$$LAC = LTC(Q) / Q$$

LAC 曲线可以由 SAC 曲线得到：



★长期平均成本曲线是无数条短期平均成本曲线的包络线。

LAC 曲线表示：厂商在长期，在每一产量水平上，通过选择最优生产规模所能够实现的最小平均成本。

规模经济或者外在经济导致 LAC 曲线平行上移。

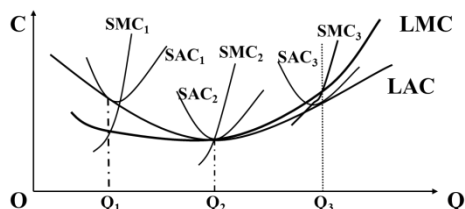
## 6.3 长期边际成本 LMC

长期边际成本 LMC 表示厂商在长期增加一单位产量所引起的最低总成本的增加量。

$$LMC(Q) = \Delta LTC(Q) / \Delta Q = dLTC(Q) / dQ$$

1、LMC 曲线可以由 LTC 曲线得到斜率。

2、LMC 曲线可以由 SMC 曲线得到



长期总成本 LTC 曲线是短期总成本 STC 曲线的包络线。在长期，在每一产量水平上，LTC 曲线都与一条代表最优生产规模的 STC 曲线相切，也即，在该产量水平上，LTC 曲线与 STC 曲线的斜率相等，则

$$\star LMC = SMC$$

## 七、干中学

干中学是指个人、技术人员和管理者等从经验中获得生产技能和知识，从而降低长期成本。

长期成本下降的原因有：

- 1、厂商在长期可以选择最优的生产规模进行生产，而在短期会受到既定的生产规模的限制；
- 2、规模经济。
- 3、外在经济。
- 4、干中学。