

# 金融工程第四次作业

Jun, 2018

## 1 问答题

- (1) 假设某种不支付红利股票的市价为50元，无风险利率为10%，该股票的年波动率为30%，求以该股票为标的资产、执行价格为50元、期限为3个月的欧式看跌期权的价格。
- (2) 标的股票价格为31元，执行价格为30元，无风险年利率为10%，3个月期的欧式看涨期权价格为3元，欧式看跌期权价格为2.25元，如何套利？如果看跌期权价格为1元呢？(提示：写成表格的形式)

- (3) 假设 $S_t$ 满足如下的随机微分过程

$$dS_t = (a + bS_t)dt + \sigma dW_t,$$

其中 $a, b, \sigma$ 为常数， $W_t$ 为标准布朗运动。试写出 $Y_t = e^{-bt}S_t$ 所满足的随机微分方程。

- (4) 假定一个无股息股票的收益率为 $\mu$ ，波动率为 $\sigma$ 。你所在的安泰证券刚刚宣布它将交易在时刻 $T$ 收益为 $\ln S_T$ 的衍生产品，其中 $S_T$ 为股票在 $T$ 时刻的价格。
  - (a) 采用风险中性定价理论对该衍生产品进行定价。
  - (b) 验证你得出的价格满足下式子：

$$\frac{\partial f}{\partial t} + rS \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = rf \quad (1)$$

- (5) 投资者作一个50ETF期权的组合策略，他将买入一份价格为0.09的看涨期权和买入一份价格为0.032的看跌期权。两个期权都是欧式期权，行权价都是2.6，且都是在一个月后到期。50ETF的当前价格是2.651，无风险利率是3%。问题：
  - (a) 当这个组合策略的期权到期时，要使得这个策略处于盈亏平衡点，即把资金成本考虑在内，不盈利也不亏本，那么50ETF的价格是多少？
  - (b) 试画出这个策略的到期损益函数。
  - (c) 如果期权到期日50ETF的价格是2.5或者2.7，那么这两种情况下这个组合的利润为多少？

## 2 编程题

某期权交易员发现期权市场波动率指数过高，认为投资者过度反应，波动率将来有较大可能下跌。当前50ETF 价格为2.651，无风险利率为3%。距到期日28个自然日、行权价为2.65元的看涨和看跌期权报价分别为0.1205和0.1134，合约乘数均为10000。试回答以下问题：

- (1) 根据题意，你认为该交易员应如何构建期权组合？
- (2) 编程计算看涨期权的隐含波动率和看跌期权的隐含波动率。（提示：由于期权价格是波动率的增函数，可以采用二分法计算。）
- (3) 该期权组合的希腊字母 $\delta, \gamma, v, \rho$  分别为多少？
- (4) 根据希腊字母，分析该期权组合在以下情境下的损益情况：
  - (a) 50ETF上涨和下跌1%，
  - (b) 波动率上涨或下跌1%，
  - (c) 时间流逝一天。