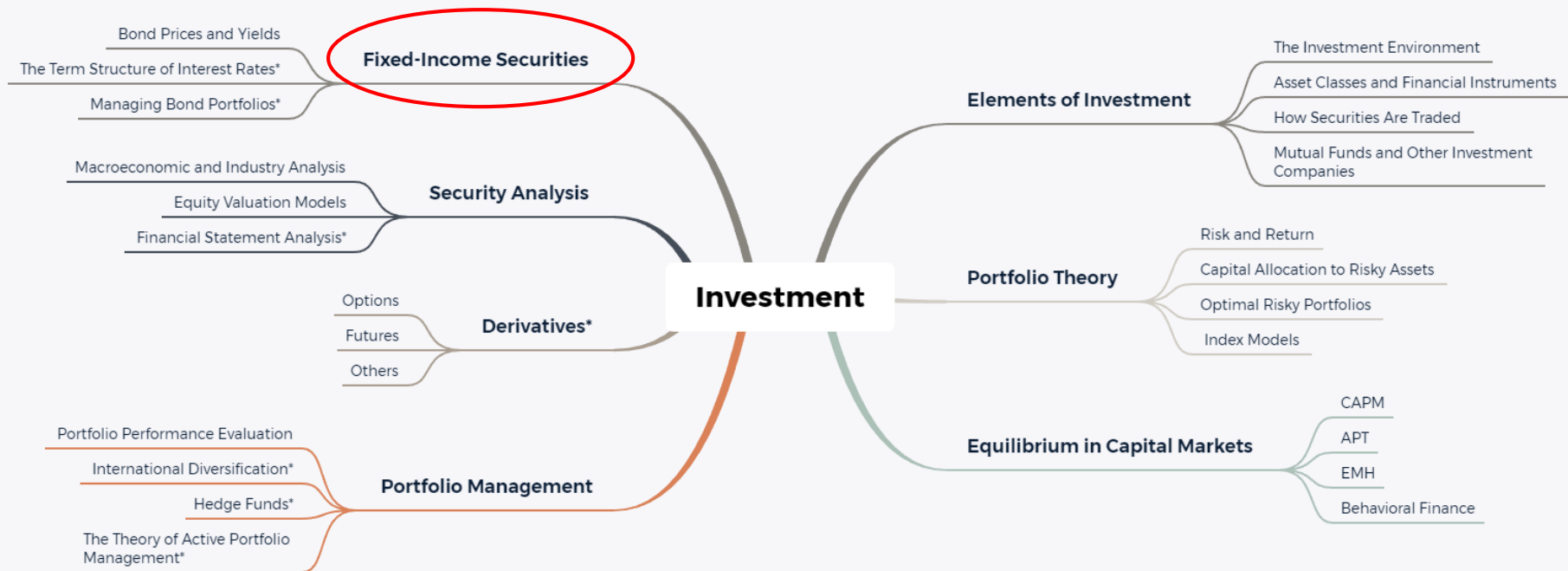




固定收益证券



BONDS

收益率曲线 (YTM and T)

- 预期理论 $(1+y_n)^n = (1+y_{n-1})^{n-1}(1+f_n)$
- 流动性偏好理论

债券组合管理(P and YTM)

- 利率敏感性

- 久期 $W_t = \frac{CF_t / (1 + ytm)^t}{Price}$ $Dur = \sum_{t=1}^N W_t \times t$ $\frac{\Delta P}{P} = -D \times \frac{\Delta y}{1 + y}$

- 修正久期 $D^* = D / (1 + y)$

- 凸性 $\frac{\Delta P}{P} = -D^* \times \Delta y$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P}{P} &= -D \times \frac{\Delta y}{(1 + y)} + \left[1/2 \times Convexity \times \Delta y^2 \right] \\ &= -D^* \Delta y + \left[1/2 \times Convexity \times \Delta y^2 \right] \end{aligned}$$

债券的特点

债券是种负债，是发行人(借款人)对债券持有人(债权人)的债务

债券面值(Par Value)是到期时偿还的本金，通常为1000美金

- 票面利率 (息票率) 决定了决定了所需支付的利息
 - 每半年支付一次
 - 票面利率可以为0
 - 利息支付被称作“息票支付”
- 契约是发行人和债券持有人之间的合同，它规定了票面利率、到期日和票面价值

美国中长期国债

中期及长期国债可以直接从财政部购买

- 中期国债的期限是1~10年；长期国债的期限是10~30年。

最小面额为100美元，但通常1000美元更为常见

- Bid/ask prices are quoted as a percentage of par value.

公司债券

可赎回债券 callable bond

- 可以在到期日之前被赎回

可转换债券 convertible bond

- 可以将所持债券转换成一定数量的公司普通股

可回卖债券 puttable bond

- 赋予了持有人收回本金或继续持有的选择权。

浮动利率债券

- 票面利息率是可调整的

优先股

同时具有普通股和固定收益证券的特征

- 股利支付是永久性的
- 不支付股息不会破产
- 优先股股利先于普通股支付
- 没有税收减免

债券市场创新

逆向浮动利率债券

资产支持证券

巨灾债券

- 投资者因承担更高票面利率的风险而获得补偿。但一旦发生灾难，债券持有人将失去全部或部分投资。

指数债券

- 通货膨胀保值债券 (TIPS: Treasury Inflation-Protected Securities)

TABLE 14.1 不受通货膨胀影响的国债本金和利息支付

Time	Inflation in Year Just Ended	Par Value	Coupon Payment	+	Principal Repayment	=	Total Payment
0		\$1,000.00					
1	2%	1,020.00	\$40.80	\$	0	\$	40.80
2	3	1,050.60	42.02		0		42.02
3	1	1,061.11	42.44		1,061.11		1,103.55

债券定价

$$P_B = \sum_{t=1}^T \frac{C}{(1+r)^t} + \frac{\text{Par Value}}{(1+r)^T}$$

P_B = 债券价格

C_t = 票息

T = 存续期

r = 半年折现率

EXAMPLE 14.2: 债券定价

30年到期，票面利率为8%，市场利率为10%

$$\text{Price} = \sum_{t=1}^{60} \frac{\$40}{(1.05)^t} + \frac{\$1000}{(1.05)^{60}}$$

$$\text{Price} = \$810.71$$

债券价格与收益 BOND PRICES AND YIELDS

价格和到期收益率存在负相关关系

债券价格曲线（图14.3）具有凸性

债券期限越长，其价格对市场利率的变化越敏感（表 14.2）

FIGURE 14.3 债券价格与收益率的反向关系

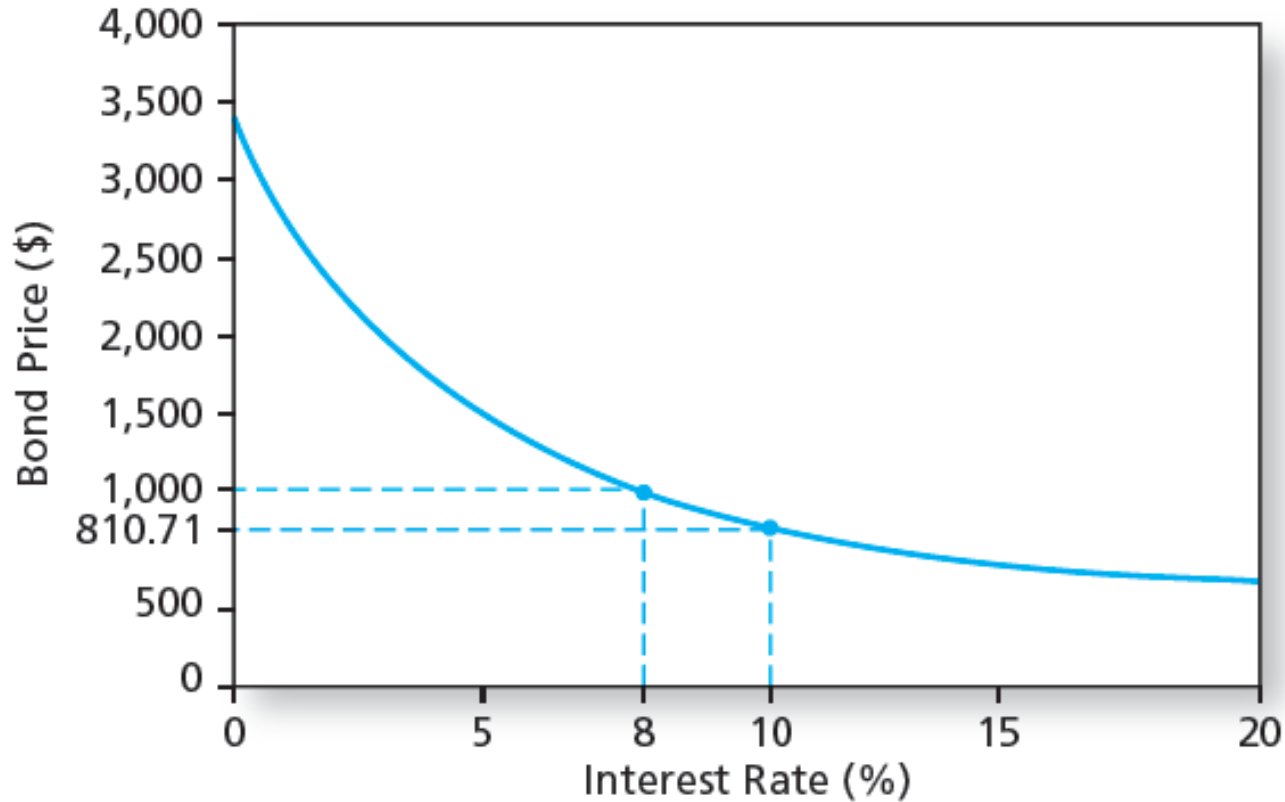


TABLE 14.2 不同市场利率下的债券价格

Time to Maturity	Bond Price at Given Market Interest Rate				
	2%	4%	6%	8%	10%
1 year	1,059.11	1,038.83	1,019.13	1,000.00	981.41
10 years	1,541.37	1,327.03	1,148.77	1,000.00	875.35
20 years	1,985.04	1,547.11	1,231.15	1,000.00	828.41
30 years	2,348.65	1,695.22	1,276.76	1,000.00	810.71

债券收益率：到期收益率

使债券的产生现金流的现值等于其价格的折现率为到期收益率(YTM-yield to maturity)

- 在以下方程式中求解 r

$$P_B = \sum_{t=1}^T \frac{C}{(1+r)^t} + \frac{\text{Par Value}}{(1+r)^T}$$

到期收益率的例子

假设一个8%息票率，30年期债券售价为1276.76美元。它的平均回报率是多少？

$$\$1276.76 = \sum_{t=1}^{60} \frac{\$40}{(1+r)^t} + \frac{1000}{(1+r)^{60}}$$

- r = 半年收益率3%
- 债券等值收益率 = 6%
- 实际年利率EAR = $((1.03)^2) - 1 = 6.09\%$

债券收益率：到期收益率vs当期收益率

什么是到期收益率？

- 是债券投资的内部收益率
- 使债券的产生现金流的现值等于其价格的折现率为到期收益率

$$\text{Bond value} = \sum_{t=1}^T \frac{\text{Coupon}}{(1+r)^t} + \frac{\text{Par value}}{(1+r)^T}$$
$$\text{Price} = \text{Coupon} \times \frac{1}{r} \left[1 - \frac{1}{(1+r)^T} \right] + \text{Par value} \times \frac{1}{(1+r)^T}$$
$$= \text{Coupon} \times \text{Annuity factor}(r, T) + \text{Par value} \times \text{PV factor}(r, T)$$

什么是当期收益率？

- 债券的年利息除以债券价格

什么是溢价/折价债券？

- 高于/低于票面价值的债券

对于溢价债券来说

- 息票率>当期收益率>YTM

对于贴现债券，关系是相反的

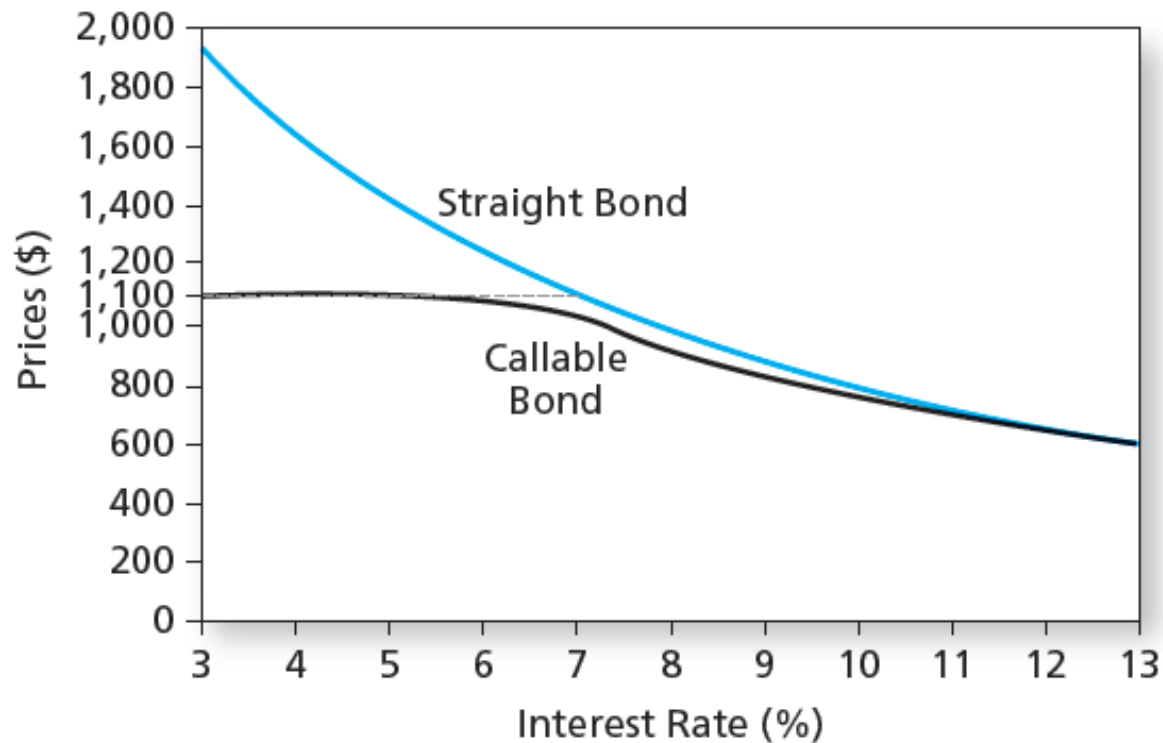
赎回收益率

如果利率下降，债券的价格就会随之上升

可赎回债券的价格在低利率范围内是平缓的，因为回购或赎回的风险很高

当利率较高时，可赎回债券的风险可以忽略不计，不可赎回债券和可赎回债券的价值趋同

FIGURE 14.4 债券价格：可赎回和不可赎回的债券



考虑市场上交易的两种零息债券，债券A和债券B，基于下表中的信息：

Bond	Years to maturity	Face value	Current price
A	1	\$1,000	\$980
B	2	\$1,000	\$950

(a) 计算债券A和B的YTM

Solution:

(a) Price of a 1-year bond, A:

$$\$980 = 1000 / (1 + r_1). \text{ So, } r_1 = 2.04\%$$

Price of a 2-year bond, B:

$$\$950 = 1000 / ((1 + r_2)^2). \text{ So, } r_2 = 2.60\%$$

债券收益率：已实现收益率vs到期收益率

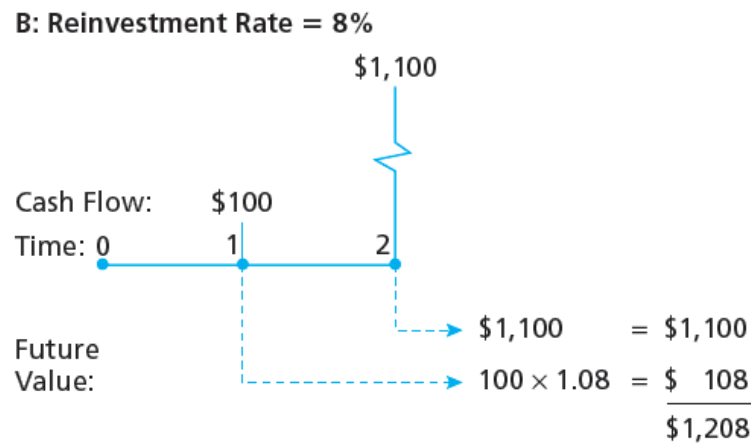
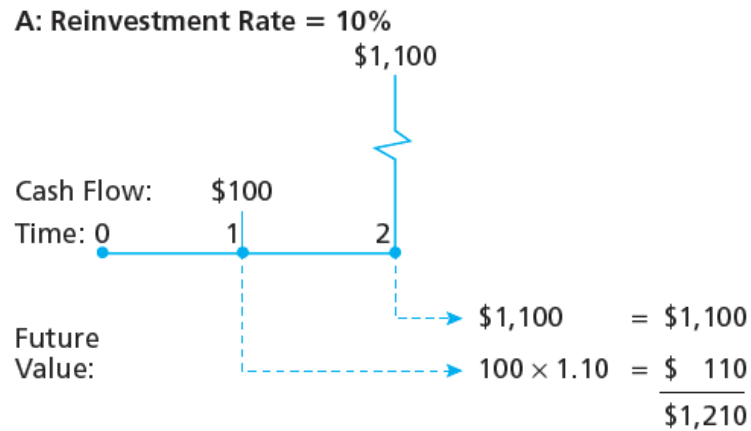
再投资假设

- 再投资收益率等于到期收益率的情况下，实际收益率等于到期收益率

持有期回报率

- 利率的变化会影响收益
- 利息的再投资
- 债券价格的变化

图14.5投资资金的增长



举例:已实现收益率

如果利息的再投资利率低于10%，那么投资的最终价值将低于1,210美元，实现的复合收益将低于10%。举例来说，假设利息再投资利率只有8%。

Future value of first coupon payment with interest earnings = $\$100 \times 1.08 = \108

+Cash payment in second year (final coupon plus par value)	\$1100
--	--------

= Total value of investment with reinvested coupons	\$1208
---	--------

假设所有的利息都被再投资，实现的复合收益是投资基金的复合增长率。这位投资者以面值1000美元的价格购买了这只债券，投资金额增至1208美元。

$$V_0(1 + r)^2 = V_2$$
$$r = 9.91\%$$

举例: 投资期限分析

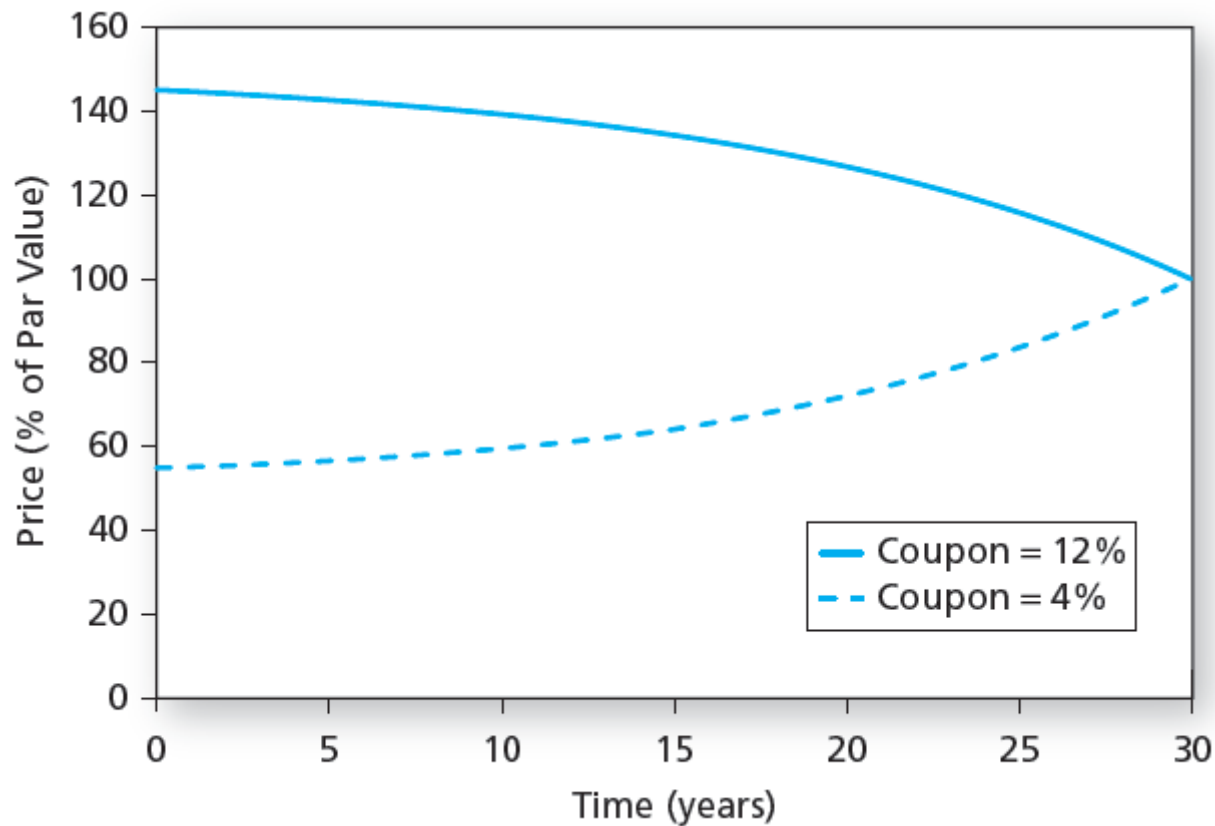
假设你以980美元的价格买了一个30年期，年息7.5%的债券(到期收益率为7.67%)，并计划持有20年。

你的预测是债券的到期利率为8%，持有到期时的再投资率为6%。

在你的投资期限结束时，债券会离到期日还有10年，因此预测债券此时价格(使用到期收益率 8%)是966.45美元。这20张票息将随着复利的增长而增长，至2758.92元。(这是利率为6%的20年期75美元年金的未来价值。)

根据这些预测，你的980美元投资将在20年后增长到966.45美元
 $+ \$ 2758.92 = \$ 3725.37$;这相当于年化复合收益6.90%

图14.6 30年期、息票利率为6.5%的债券的价格轨迹



到期收益率和持有期收益率

YTM

YTM是债券持有至到期时的平均回报率

取决于票面利率、期限和票面价值

所有这些都是在已知的

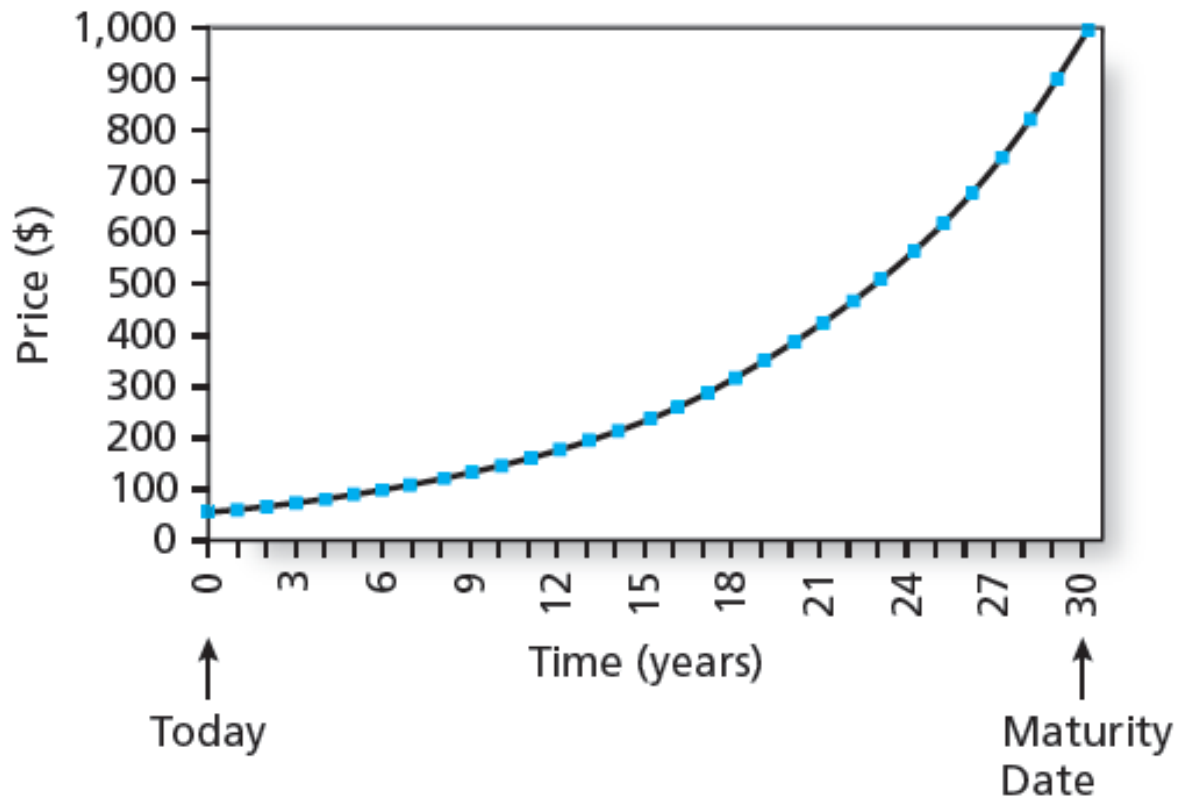
HPR

HPR是特定投资周期的回报率

HPR取决于债券在持有期结束时的价格，即未知的未来价值

HPR 极少能准确预测。

FIGURE 14.7 30年期零息票债券价格随时间变化的曲线



违约风险与债券定价

评级公司

穆迪投资服务，标准普尔，惠誉

评级类别

最高评级是AAA或Aaa

投资级债券的评级为BBB或Baa及以上

投机级/垃圾债券的评级低于BBB或Baa

违约风险与债券价格

评级机构使用的评级因素

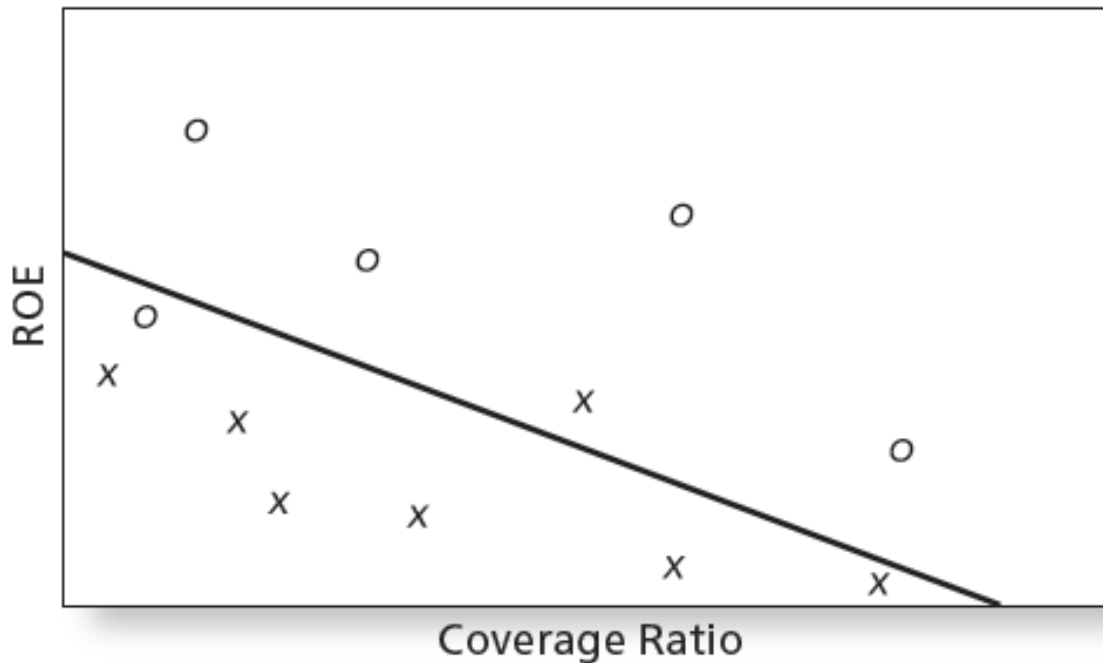
- 偿债能力比率 Coverage ratios
 - 衡量一个公司偿还债务的能力
- 杠杆率、负债权益比 Leverage ratios, debt-to-equity ratio
- 流动比率 Liquidity ratios
 - 衡量公司偿付短期债务的能力
- 盈利比率 Profitability ratios
- 现金流负债比 Cash flow-to-debt ratio

TABLE 14.3 长期债券的财务比率和违约风险等级

	3-year medians						
	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
EBIT interest coverage multiple	23.8	19.5	8.0	4.7	2.5	1.2	0.4
EBITDA interest coverage multiple	25.5	24.6	10.2	6.5	3.5	1.9	0.9
Funds from operations/total debt (%)	203.3	79.9	48.0	35.9	22.4	11.5	5.0
Free operating cash flow/total debt (%)	127.6	44.5	25.0	17.3	8.3	2.8	(2.1)
Total debt/EBITDA multiple	0.4	0.9	1.6	2.2	3.5	5.3	7.9
Return on capital (%)	27.6	27.0	17.5	13.4	11.3	8.7	3.2
Total debt/total debt + equity (%)	12.4	28.3	37.5	42.5	53.7	75.9	113.5

FIGURE 14.9 差异分析

X: firms that eventually went bankrupt
O: firms that remain solvent



The discriminant analysis determines the equation of the line that best separates the X and O observations.

违约风险的保护

偿债基金：一种提前赎回债券的方式

次级额外债务：限制额外借贷数额

股利限制：迫使公司保留资产，而不是将其支付给股东

抵押品：如果公司违约，债券持有者可以得到公司的某一特定资产

违约风险和收益率

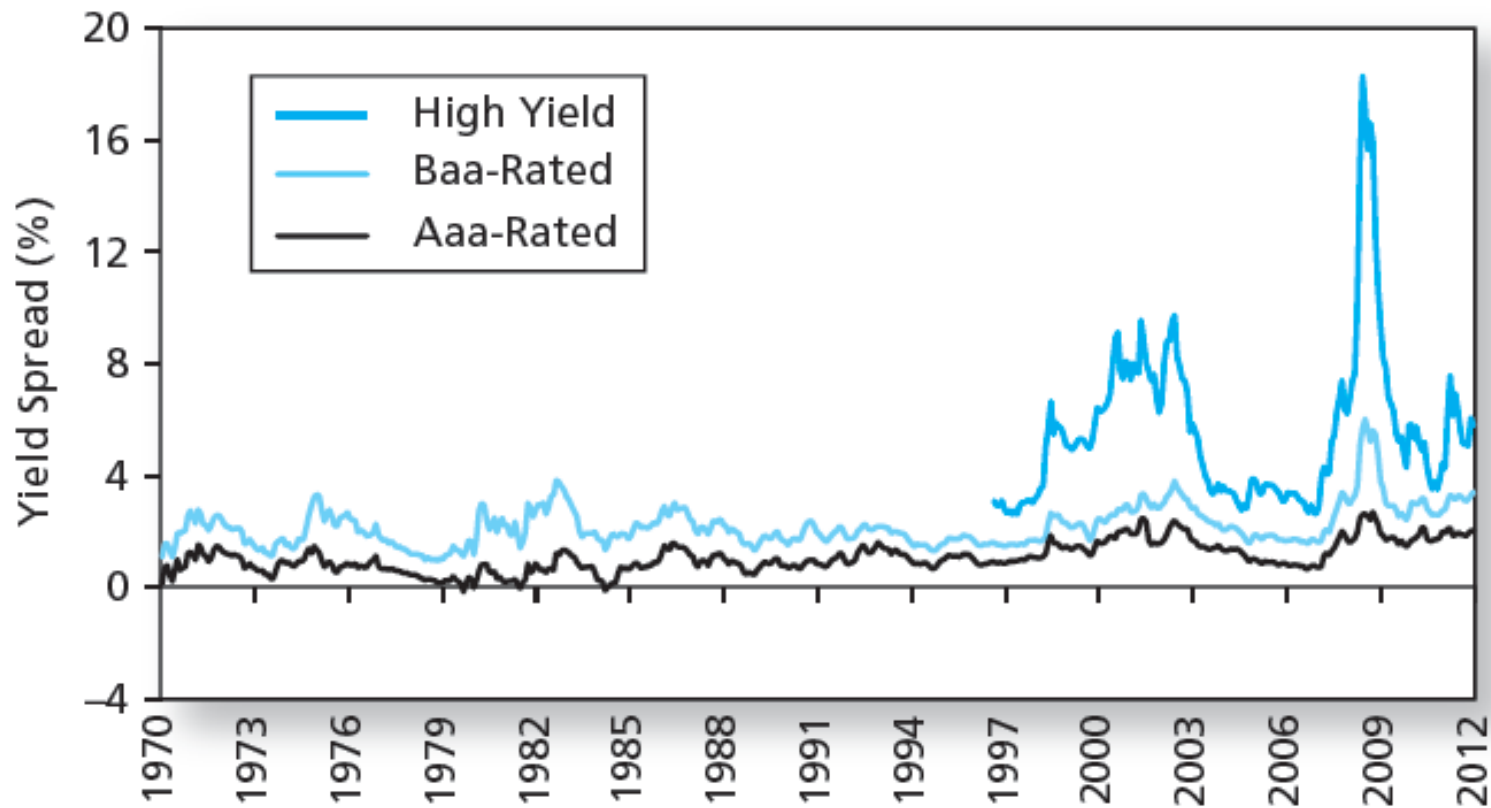
债权工具的到期期限相同但利率却不不同的现象称为利率的风险结构

基于预期现金流的收益率和基于承诺现金流的收益率是有区别的

期望收益率与承诺收益率之差为违约风险溢价

预期到期收益率必须考虑到违约的可能性。

FIGURE 14.11 收益率的分布



信用违约掉期

信用违约掉期(CDS) 实际上是对公司债券或者是贷款违约风险的保险政策。

CDS 的购买者每年需支付保险费。

CDS 发行者承诺购买违约债券或者支付给CDS持有者债券面值和市场价格之间的差价。

信用违约掉期

债券持有机机构，如银行，通过购买信用违约掉期将债券评级提高到AAA来增强他们贷款组合的信誉。

在债券价格将要下降时也可以使用信用违约掉期来投机。

这就意味着更多的未偿还信用违约掉期是为了对实物债券保险。

图14.12 信用违约掉期价格

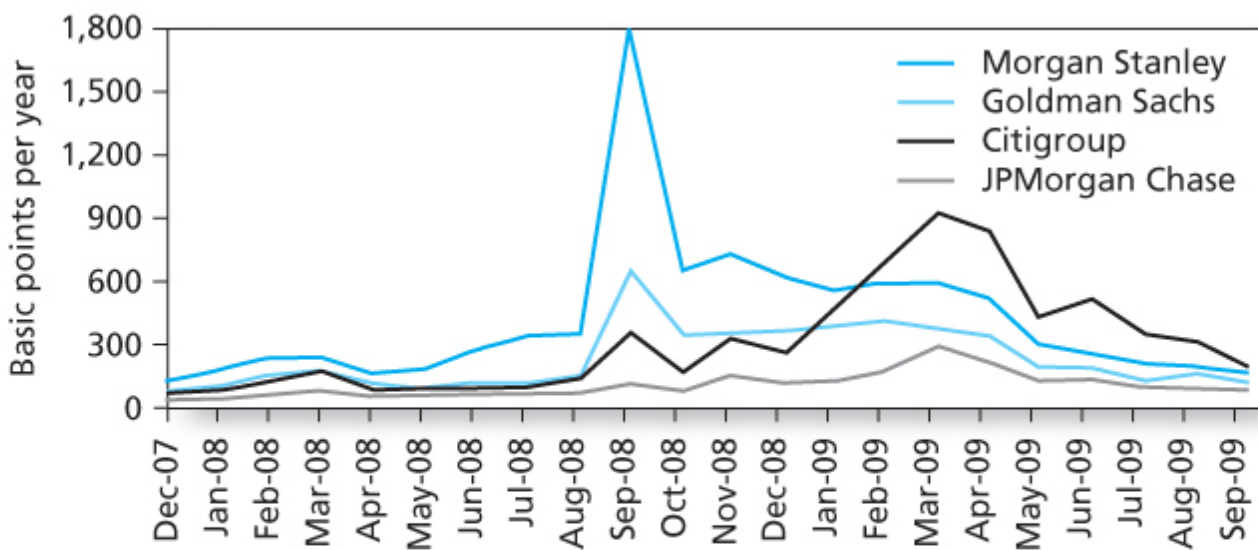
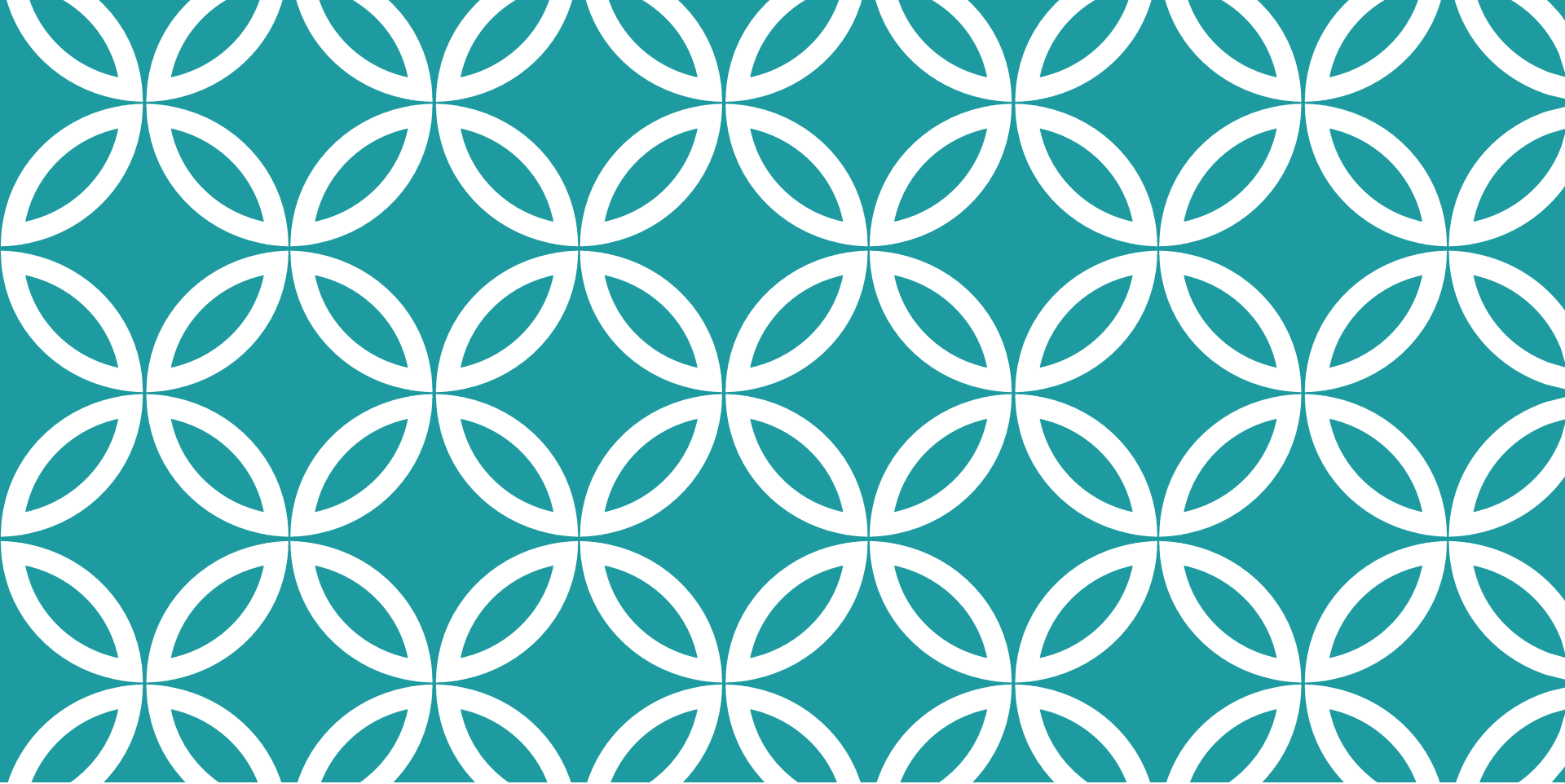


Figure 14.12 Prices of Credit Default Swaps



CHAPTER 15

利率的期限结构
(YTM and Time)

利率期限结构（收益率曲线）

投资市场上，不同期限债券的到期收益率不同。我们将某个时点期限不同但其他条件相同的各种债券（通常是零息国债）的到期收益率之间的关系称为**利率期限结构**。与利率期限结构等价的曲线图形被称为**收益率曲线**。

为什么到期日不同的债券要提供不同的收益率？

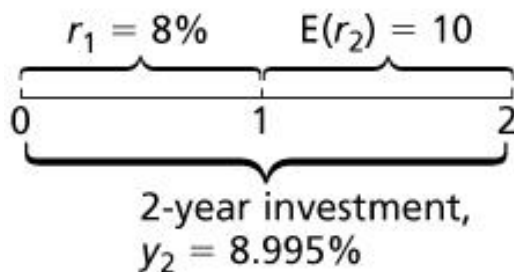
两个假说

- 1，预期假说
- 2，流动性偏好假说

1. 期望假说

可观测的长期利率是当期和预期未来的短期利率的函数

两年期债券利率(y_2):



2-year cumulative
expected returns

$$1.08 \times 1.10 = 1.188$$

$$1.08995^2 = 1.188$$

r_1 = 一年期债券的当期收益率 current interest rate on a one-year bond

$E(r_2)$ = 预期未来短期利率 expected future short-term rate (i.e. forward rate)

= 一年之后的一年期利率 one-year rate, one year from now

预期假说

$$(1 + y_n)^n = (1 + y_{n-1})^{n-1} (1 + f_n)$$

$$(1.12)^2 = (1.11)^1 (1.1301)$$

Using 1-yr and 2-yr interest rates:

Longer term rate, $y_n = 12\%$


Shorter term rate, $y_{n-1} = 11\%$

One year forward rate, f_n , for the second year =

one-year rate, one year from now = 13.01%

Q1. 一年期、两年期和三年期的无违约零息债券到期收益率分别为7%、8%、9%。第二年的隐含远期利率(一年之后的一年期;利率)为多少

- ☐ A 2%
- ☐ B 8%
- ☐ C 9%
- ☐ D 11%


$$(1.07)(1+f) = (1.08)(1.08)$$

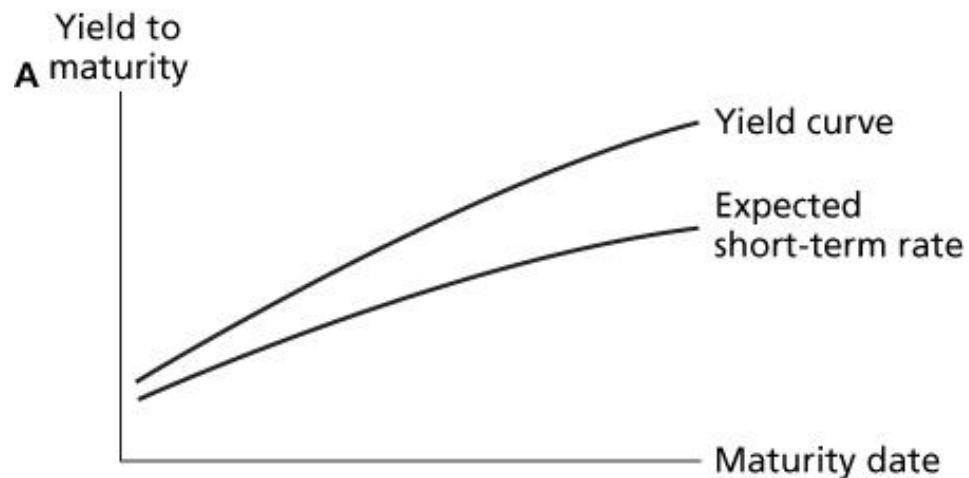
$$f = 9\%$$

2. 流动性偏好假说

要持有长期债权，投资者可能需要流动性补偿

Why?

一些投资者可能需要在到期日之前出售债券。
这意味着需要承担利率风险。
较长期债券的利率风险较高，
因此，他们需要额外的收益来持有长期债券。

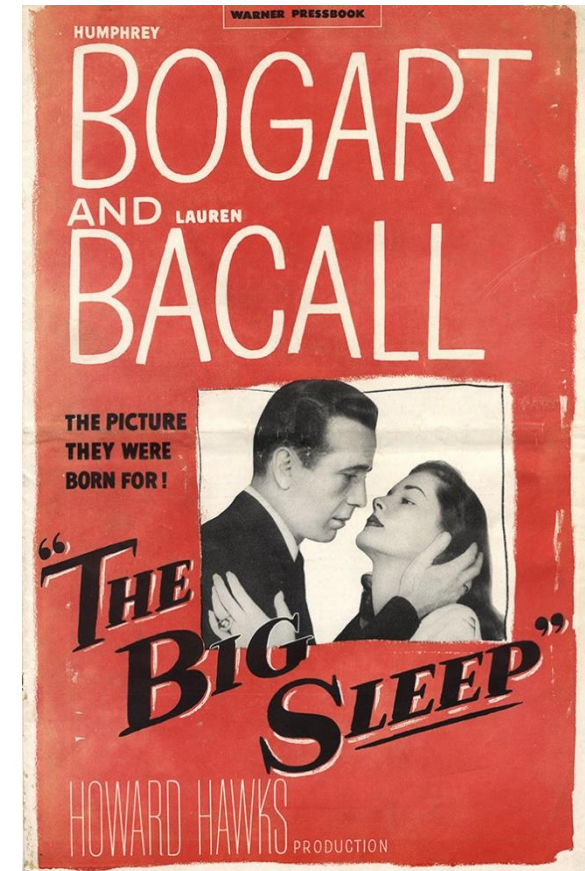


更长期限: 更多不确定性

A long delay m

In case anything
happen

a longer night i
more bad drea



Q2. 如果收益率曲线是向上倾斜的, 下列哪个陈述是正确的

- I. 根据预期假说, 投资者预期未来的短期利率会保持不变。
- II. 投资者会要求更大的流动性补偿来持有长期投资

- ☐ A I only
- ☐ B II only.
- ☐ C I and II
- ☐ D Neither

SOLUTION

I could be valid.

Expectations hypothesis + Liquidity preference hypothesis
Flat yield curve + rising yield curve
= **Overall rising yield curve.**

II could be valid.

Rising yield curve due to liquidity preference hypothesis alone.

Q3. 根据利率期限结构的流动性偏好理论，长期公司债券相对于短期债券收益的增加可能是由于

- ☐ A 流动性溢价下降
- ☐ B 预计未来经济即将衰退
- ☐ C 预期未来通货膨胀下降
- ☐ D 预期利率的波动会增加

Q4. 根据期限结构的预期理论, 如果收益率曲线是向下倾斜的, 这表明投资者预期短期利率会在未来?

- ☐ A 上升
- ☐ B 下降
- ☐ C 不变
- ☐ D 以不可预知的方式改变

假设目前面值100元的1年期、2年期和3年期零息国债的价格分别为95.2元、89元和81.6元。市场预期未来三年的利率是多少？

(1) 计算三种债券的到期收益率 (YTM)

$$95.2 = \frac{100}{1+r_1} \quad 89 = \frac{100}{(1+r_2)^2} \quad 81.6 = \frac{100}{(1+r_3)^3}$$

得到1年期、2年期和3年期到期收益率分别为5%，6%和7%，利率曲线是正向的。

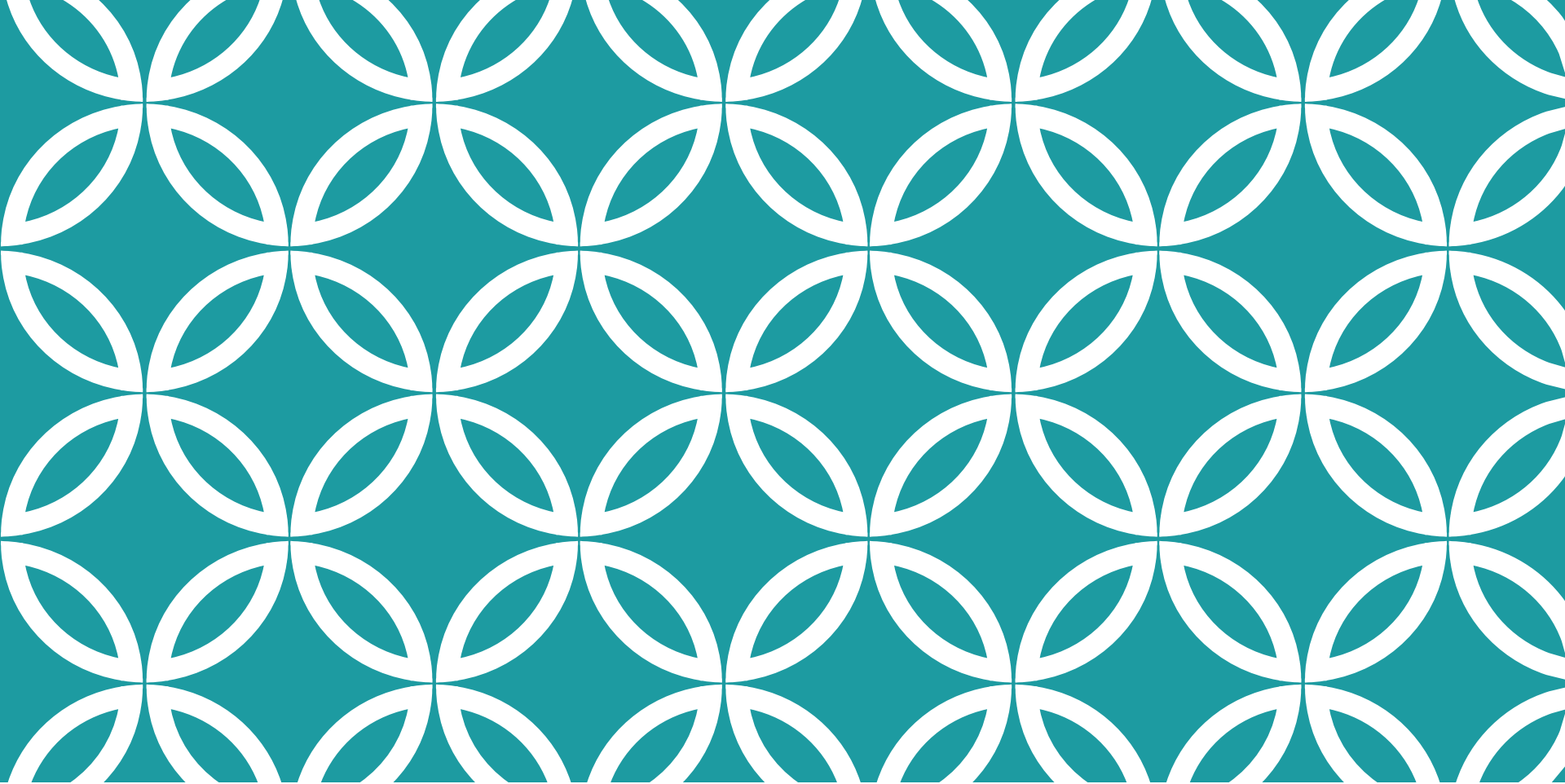
(2) 计算第二年市场预期利率：

$$(1 + 6\%)^2 = (1 + 5\%)(1 + r_2^*) \quad r_2^* = 7.01\%$$

(3) 计算第三年市场预期利率：

$$(1 + 7\%)^3 = (1 + 6\%)^2(1 + r_3^*) \quad r_3^* = 9.03\%$$

综上，在到期收益率分别为5%，6%和7%的情形下，市场预期未来三年利率分别为5%，7.01%和9.03%，即市场利率呈现上升趋势。



CHAPTER 16

债券资产组合管理
(P and YTM)

债券价格与收益的关系

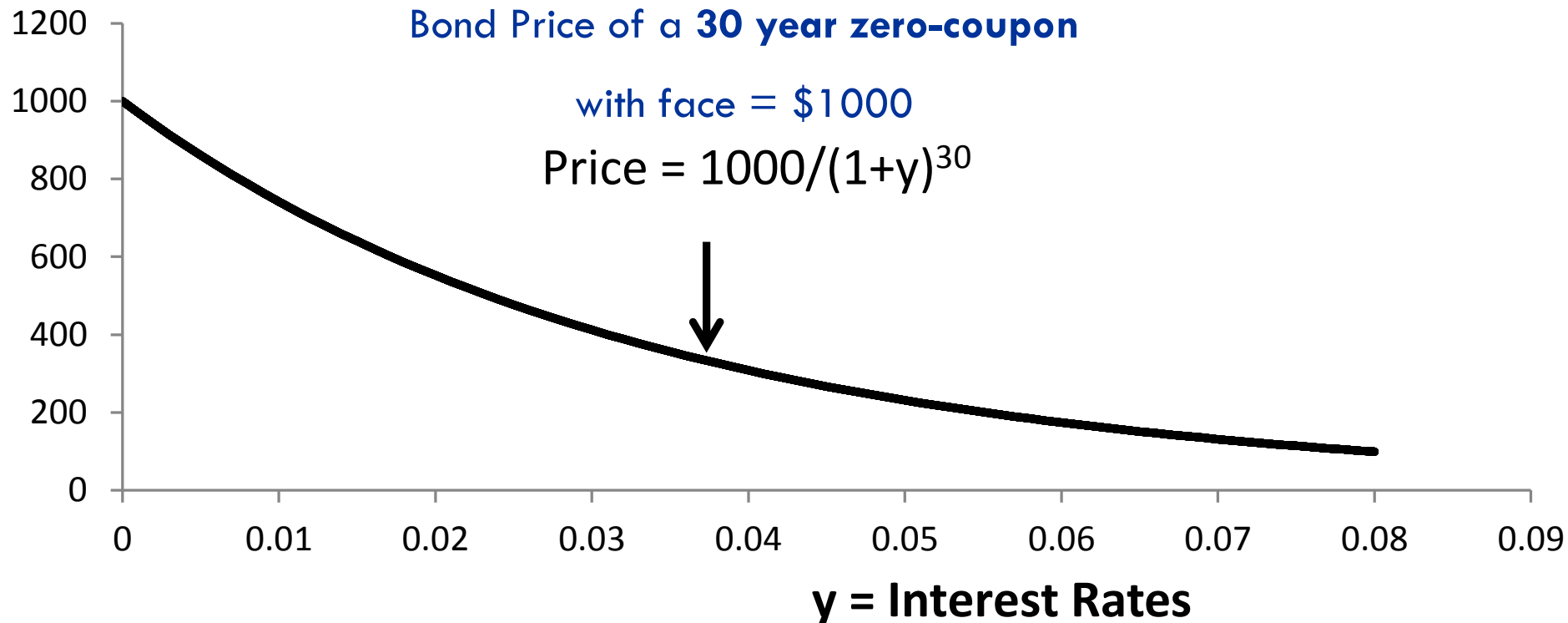
债券价格变动与市场利率变动呈反向关系

Bond Price

Bond Price of a **30 year zero-coupon**

with face = \$1000

$$\text{Price} = 1000 / (1+y)^{30}$$



利率敏感性

当利率变化时债券价格会增加/减少多少

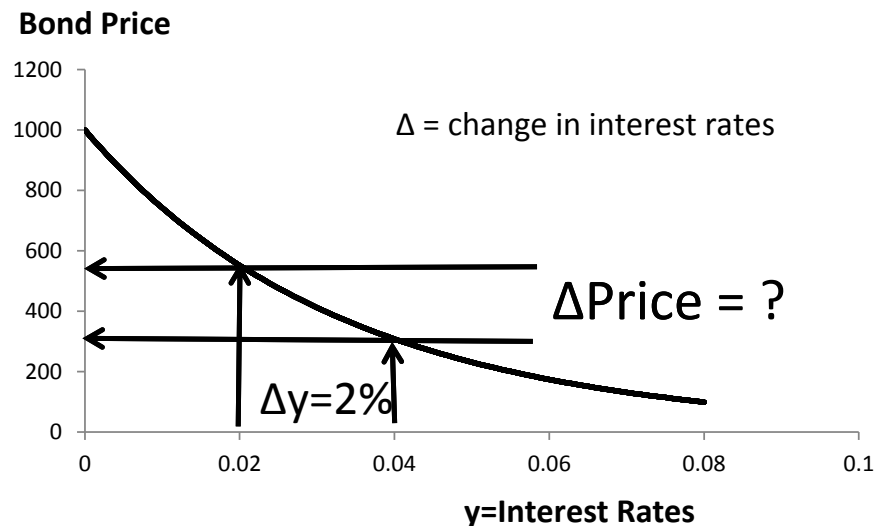
债券价格变动大小与初始市场利率高低呈反向变动关系

Other common terms for Interest Rate Sensitivity:

Price sensitivity

Price volatility

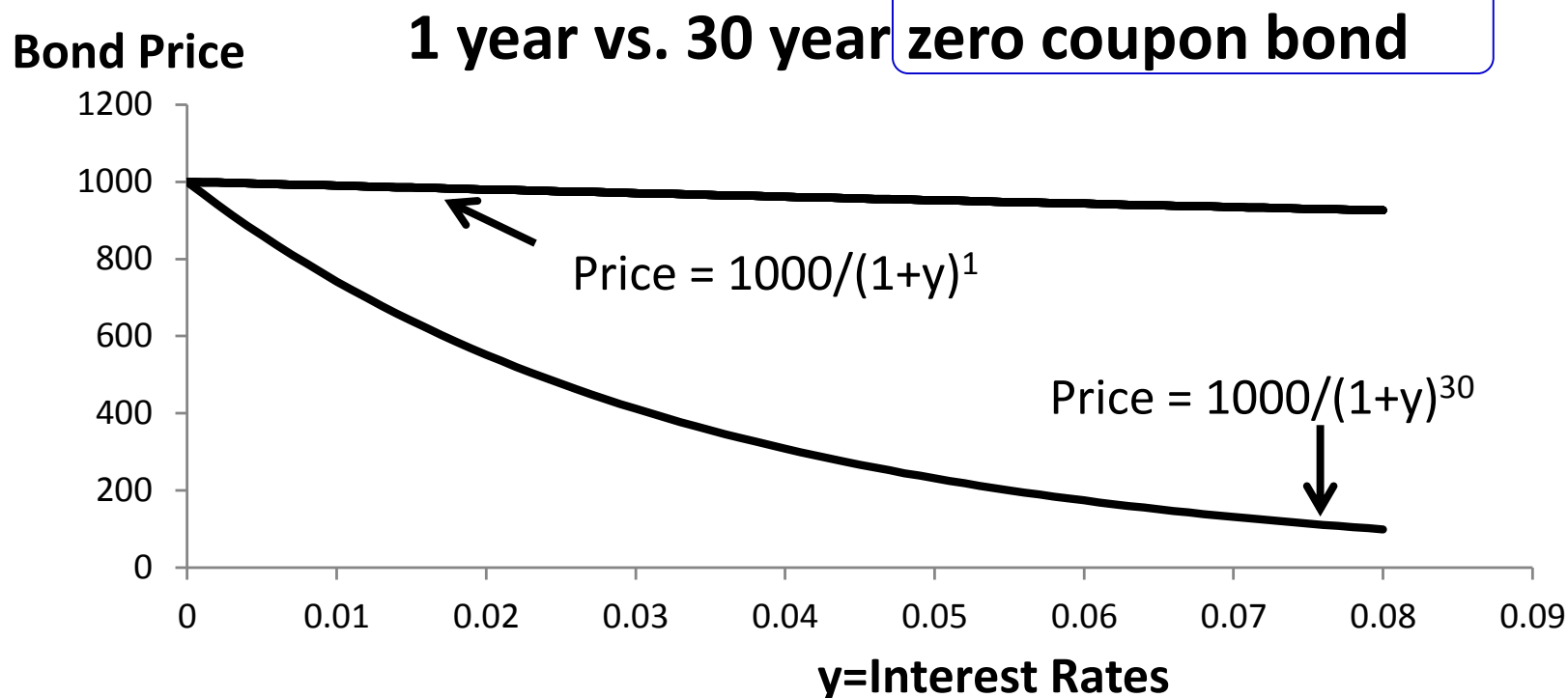
低利率时期更重视利率变动风险



举例:比较利率敏感性

长期债券的价格变动受市场利率变动的影响大于短期债券

30年期零息债券比一年期零息债券更敏感。



什么决定了利率敏感性?

If This Variable is Higher

Interest Rate Sensitivity

到期日

更高*

票面利率

更低

到期利率

更低

*Generally true, although there are some exceptions (fixed income course)

Bonds that pay cash flows (Coupon) sooner have lower interest rate sensitivity.

票息率越高的债券价格变动受市场利率变动的影响越小

Q5. 当利率变化时，哪种债券的价格波动最大？

- ☐ A 高票息、短到期时间
- ☐ B 高票息、长到期时间
- ☐ C 低票息、短到期时间
- ☐ D 低票息、长到期时间

单选题 1分

Q6. 将下列债券的利率敏感性由高到低进行排序

- I. 8%票息，不可赎回的20年期票面利率债券
- II. 9%票息，不可赎回的20年到期的溢价债券
- III. 30年期的零息债券

A I, II, III

B II, III, I

C III, I, II

D III, II, I

Rank the interest sensitivity of the following from the most sensitive to an interest rate change to the least sensitive:

- I. 8% coupon, non-callable 20-year maturity par bond
- II. 9% coupon, currently callable 20-year maturity par bond
- III. Zero-coupon 30-year maturity bond

Note: Callable: The issuer could call back the bond before maturity. → Lower sensitivity.

9% is higher, → Lower sensitivity too.

- A. I, II, III
- B. II, III, I
- C. III, I, II
- D. III, II, I

举例

考虑一个五年期的票息率为10%按年支付利息的债券

1	2	3	4	5
\$100	\$100	\$100	\$100	\$1100

把这个债券考虑成一个由五个不同期限的零息债券构成的投资组合

- 这五个债券期限的加权平均代表了一种有效期限。
- 因为例中的债券每次支付时间先于到期日，它的有效期限小于5年。

衡量债券的有效期限的变量是**久期**，债券投资回收期。利用久期可以比较不同债券的利率敏感性。

该债券未来五年的现金流为(100,100,100,100,1100).假设折现率为10%，则未来5年现金流现值为(90.9, 82.6, 75.1, 68.3, 683)，每年回收债券投资成本\$1000美元的 资金比例是(9.1%, 8.3%, 7.5%, 6.8%, 68.3%)，收回债券投资成本的加权平均时间是

$$9.1\% \times 1 + 8.3\% \times 2 + 7.5\% \times 3 + 6.8\% \times 4 + 68\% \times 5 = 4.15\text{年}$$

久期计算：9% COUPON, 8% YTM, 4 YEAR ANNUAL PAYMENT BOND PRICED AT \$1033.12

$$W_t = \frac{CF_t / (1 + ytm)^t}{Price} \quad Dur = \sum_{t=1}^N W_t \times t$$

Year (T)	Cash Flow	PV @8% $CF_T / (1+ytm)^T$	% of Value PV/Price	Weighted % of Value (PV/Price)*T
1	\$ 90	\$83.33	8.06%	0.0806
2	90	77.16	7.47%	0.1494
3	90	71.45	6.92%	0.2076
4	\$1090	\$801.18	77.55%	3.1020
Totals		\$1,033.12	100.00%	3.5396 yrs

Duration = 3.5396 years

DURATION (MACAULAY'S DURATION) MEASURES THE EFFECTIVE MATURITY OF A BOND

如何计算久期:

债券每次支付时间的加权平均，每次支付时间的权重应该是这次支付在债券总价值中所占的比重。

除了零息债券，其他所有债券的久期都应该小于其到期时间。

零息债券的久期等于其到期时间

$$w_t = [CF_t / (1 + y)^t] / \text{Price}$$

$$D = \sum_{t=1}^T t \times w_t$$

CF_t = 时间 t 所发生的现金流

从交易角度来考虑久期，如果你预期利率会下降，你会购买怎么样的债券

- ☐ A 低票息、长到期
- ☐ B 高票息、短到期
- ☐ C 高票息、长到期
- ☐ D 零票息、长到期

SOLUTION

Answer is choice 4: zero, long.

Expect YTM to fall =>

- Buy bond with greatest price sensitivity to experience the largest price appreciation
- The lowest coupon bond (= a zero) and the longest maturity bond.

久期的经济意义

久期是收回债券投资成本的加权平均时间，虽然定义明确，但其经济意义是什么常令投资人困惑。我们借助数学分析探讨

据公式 $PV(CF_t) = \frac{CF_t}{(1+r)^t}$ ，对利率求导

$$\frac{dPV(CF_t)}{dr} = \frac{-tCF_t}{(1+r)^{t+1}} = \frac{-t}{(1+r)} PV(CF_t)$$

对债券估值公式 $P = \sum_{t=1}^T PV(CF_t)$ 求导可得：

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dr} &= \sum_{t=1}^T \frac{dPV(CF_t)}{dr} = \sum_{t=1}^T \frac{-t}{(1+r)} PV(CF_t) = -\frac{1}{(1+r)} \sum_{t=1}^T tPV(CF_t) = \\ &= -\frac{P}{(1+r)} \sum_{t=1}^T \frac{PV(CF_t)}{P} \times t = -\frac{P}{(1+r)} \times D \end{aligned}$$

由此推得： $D = -\frac{1+r}{P} \times \frac{dP}{dr}$

债券的利率风险：市场利率发生微小变动时债券价格的变动

久期/价格关系

当利率变化时债券价格会变动多少？

价格变化与久期成比例，而与到期时间无关

$$P\% = \frac{\Delta P}{P} = -D \times \frac{\Delta r}{1+r}$$

$D = \text{Duration (Macaulay's)}$
 $y = \text{yield}$

从业者通常使用 **修正久期** D^*

$$D^* = D / (1+r)$$
$$\frac{\Delta P}{P} = -D^* \times \Delta r$$

例 16.1 久期

一个两年期债券的久期是1.8852年，票面利率是8%，半年付息一次，其出售价格为964.54元，到期收益率是10%。为了进行比较，考虑以下零息债券，其久期和期限都是1.8852年。

每一债券的久期是 $1.8852 \times 2 = 3.7704$ 个半年周期。

且每一周期的利率是5%。

修正周期是 $D^* = 3.7704 / (1 + 0.05) = 3.591$ 个半年周期。

例 16.1 久期

假设半年期利率又5%增长至5.01%，债券价格应该下降：

$$\frac{\Delta P}{P} = -D^* \times \Delta r$$

$$=-3.591 \times 0.01\% = -0.03591\%$$

相同久期的债券实际上利率敏感性相同。

例 16.1 久期

息票债券

息票债券的初始销售价格是\$964.540，当收益上升至5.01%时，价格下降到\$964.1942。

下降了0.0359%

零息债券

零息债券的初始售价是
 $\$1,000 / 1.05^{3.7704} = \831.9704 。

收益率更高时，它的卖价是
 $\$1,000 / 1.0501^{3.7704} =$
\$831.6717。价格下降了
0.0359%。

久期法则

法则 1 零息债券的久期等于它的到期时间。

法则2 到期时间不变时，当息票率较高时，债券久期较短。

法则 3 票面利率不变时，债券久期会随期限增加而增加。

法则 4 保持其他因素都不变，当债券到期收益率较低时，息票债券的久期会较长。

法则5 终身年金的久期 $= (1+r) / r$

久期的应用

1. 免疫策略

- 免疫：使得债券投资收益免受利率变化的影响
- 利率变化时，债券投资受到以下两方面影响：
 - 价格风险：利率变化引起资产价格变动，价格变动导致投资债券的资本利得变动
 - 再投资风险：利率变化引起期间利息再投资收益变动

利率变化	价格风险	再投资风险
上升	资本利得下降	再投资收益上升
下降	资本利得上升	再投资收益下降

- 如何抵消两种风险？
 - 对于一个T年期的付息债券，如果持有时间相对较短，则在利率发生变化时，持有期间获得的利息收入较少，相应的再投资收益变化小，而债券价格变动幅度变化相对较大，这时两种风险很难相互抵消
 - 反之，如果持有时间过长，持有期间获得的利息收入较多，相应的再投资收益变大，而债券价格变动幅度变化相对较小，这时两种风险也很难相互抵消
 - 如银行的资产和负债
 - 因此，债券投资要对利率风险免疫，持有时间必须适度，这个最佳持有长度就是债券的久期。

免疫策略举例

现有5年期和6年期两种债券，其到期收益率都是8%，息票率都是8%。某投资人拟将100万元投资在一只债券上，5年后获得留学资格需要资金146.93万元。如果市场利率此后不发生变化，两只债券都能达到投资人的要求，但若利率在第三年下降或上升50个基点，应买入那只债券？

若第三年市场利率下跌50bp到7.5%，则投资5年期债券到期时的现金流，包括利息再投资、收回本金等共计

$$8 \times (1 + 8\%) \times (1 + 7.5\%)^3 + 8 \times (1 + 7.5\%)^3 + 8 \times (1 + 7.5\%)^2 + 8 \times (1 + 7.5\%) + 108 = 146.52 \text{万元}$$

投资6年期债券到期到第五年末的现金流，包括利息再投资、第五年末出售债券的价格等共计

$$8 \times (1 + 8\%) \times (1 + 7.5\%)^3 + 8 \times (1 + 7.5\%)^3 + 8 \times (1 + 7.5\%)^2 + 8 \times (1 + 7.5\%) + 8 + 100.47 = 146.98 \text{万元} > 146.93$$

因此，投资人买入5年期债券届时资金缺口为0.41万元，买入6年期债券资金剩余为0.05万元

若第三年市场利率上升50bp到8.5%，则投资5年期债券到期时的现金流，包括利息再投资、收回本金等共计

$$8 \times (1 + 8\%) \times (1 + 8.5\%)^3 + 8 \times (1 + 8.5\%)^3 + 8 \times (1 + 8.5\%)^2 + 8 \times (1 + 8.5\%) + 108 = 147.35 \text{万元}$$

投资6年期债券到期到第五年末的现金流，包括利息再投资、第五年末出售债券的价格等共计

$$8 \times (1 + 8\%) \times (1 + 8.5\%)^3 + 8 \times (1 + 8.5\%)^3 + 8 \times (1 + 8.5\%)^2 + 8 \times (1 + 8.5\%) + 8 + 99.54 = 146.89 \text{万元}$$

因此，投资人买入5年期债券有0.42万元的资金剩余，买入6年期债券资金剩余为0.04万元

综上所述，6年期债券价值未来波幅较小，买入6年期债券能够基本完成投资目标，这就是免疫的作用，因为6年期债券的久期是4.99年，几乎和投资年限相等。

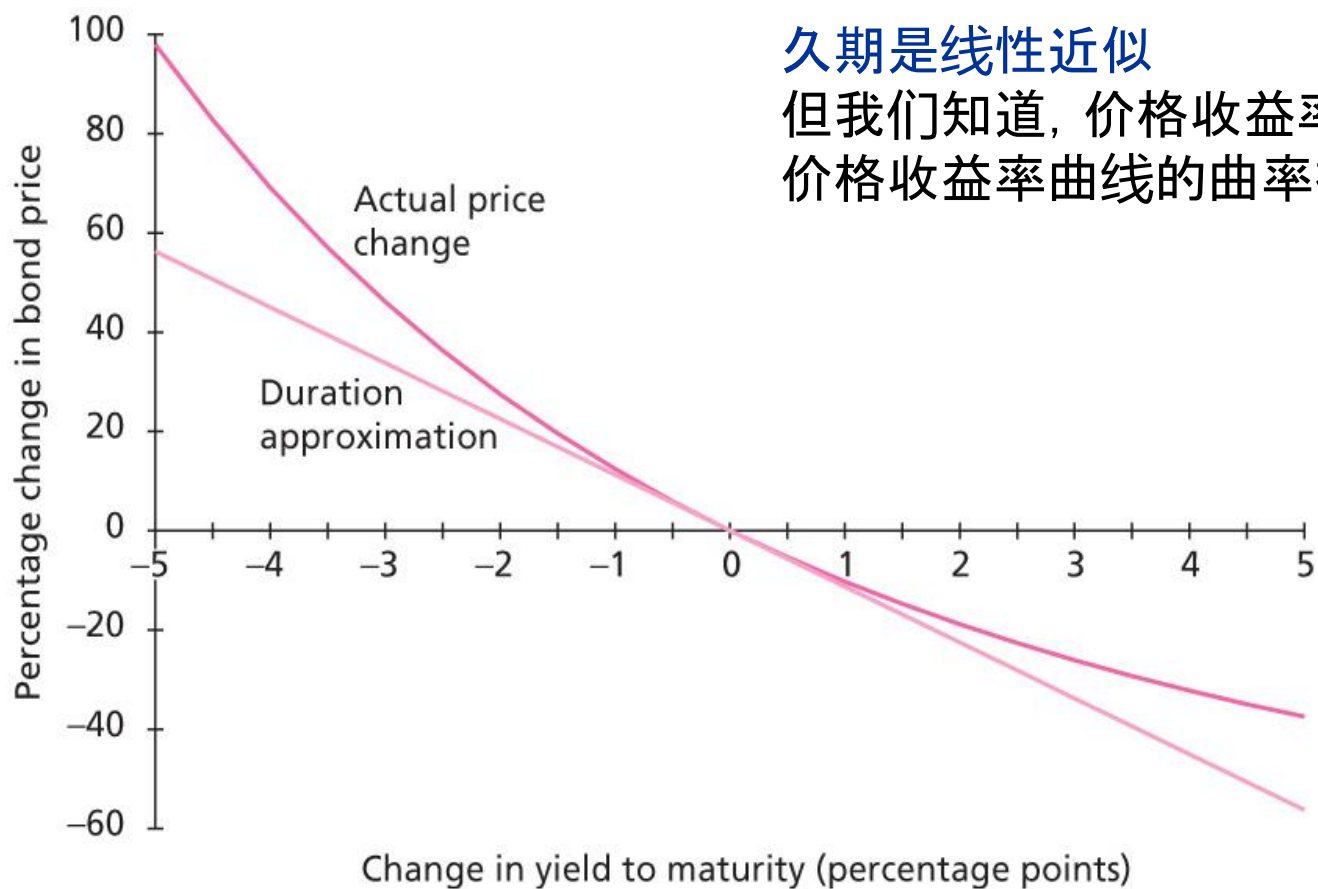
久期的应用

2. 债券价格变化的近似计算

$$\frac{dP}{dr} \approx \frac{\Delta P}{\Delta r}$$

$$D \approx -\frac{1+r}{P} \times \frac{\Delta P}{\Delta r}$$

久期定价错误

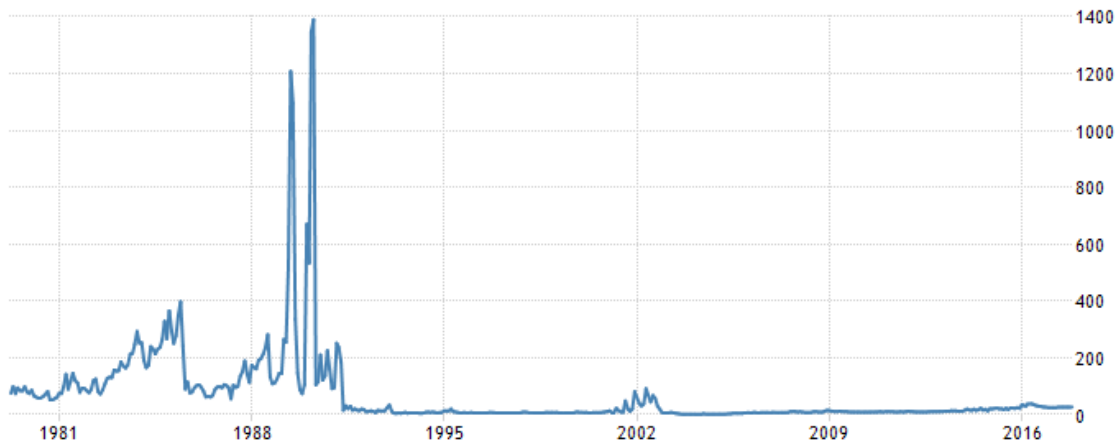


久期是线性近似

但我们知道，价格收益率曲线是非线性的
价格收益率曲线的曲率被称为凸性

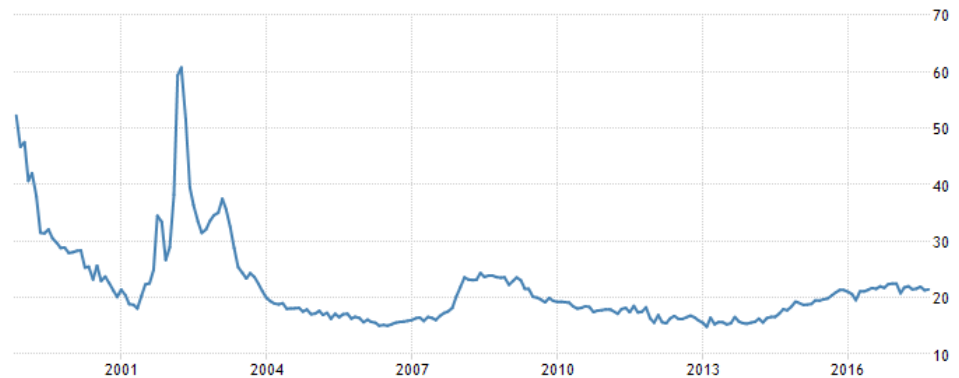
LATIN AMERICAN INTEREST RATES

ARGENTINA 35-DAYLEBAC RATE



SOURCE: TRADINGECONOMICS.COM | CENTRAL BANK OF ARGENTINA

VENEZUELA INTEREST RATE

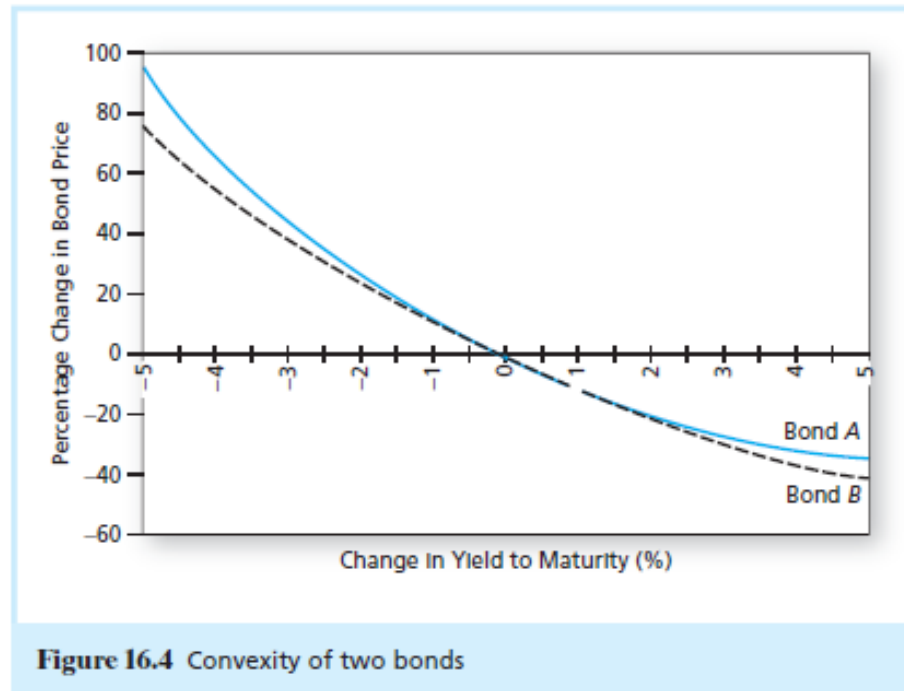


SOURCE: TRADINGECONOMICS.COM | BANCO CENTRAL DE VENEZUELA



投资者为什么喜欢凸性?

当收益率下降时、曲率较大的债券在价格上的收益大于在收益率上升时的损失。



凸性

我们可以把凸性量化为价格-收益率曲线斜率的变化率, 表示为债券价格的一部分

$$Convexity = \frac{1}{P \times (1+y)^2} \sum_{t=1}^n \left[\frac{CF_t}{(1+y)^t} (t^2 + t) \right]$$

Where: CF_t is the cash flow (interest and/or principal) at time t and $y = ytm$

Prediction model including convexity

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P}{P} &= -D \times \frac{\Delta y}{(1+y)} + \left[1/2 \times Convexity \times \Delta y^2 \right] \\ &= -D^* \Delta y + \left[1/2 \times Convexity \times \Delta y^2 \right] \end{aligned}$$

In practice, convexity is important when interest rate changes are large.



Convexity implies that duration predictions:

- I. Underestimate the percentage increase in bond price when the yield falls.
- II. Underestimate the percentage decrease in bond price when the yield rises.
- III. Overestimate the percentage increase in bond price when the yield falls.
- IV. Overestimate the percentage decrease in bond price when the yield rises.

- A. I and III only
- B. II and IV only
- C. I and IV only
- D. II and III only



Convexity implies that duration predictions:

- I. Underestimate the percentage increase in bond price when the yield falls.
- II. Underestimate the percentage decrease in bond price when the yield rises.
- III. Overestimate the percentage increase in bond price when the yield falls.
- IV. Overestimate the percentage decrease in bond price when the yield rises.

- A. I and III only
- B. II and IV only
- C. I and IV only
- D. II and III only

计算一个9%票息率，3年期，票面价值为1000元，到期收益率15%的债券的修正久期：

- ☐ A 2.38
- ☐ B 2.42
- ☐ C 2.74
- ☐ D 3.00

Time	CF	PV(CF)15%	W_t	$t \cdot W_t$
1	90	78.26	0.09068	0.09068
2	90	68.05	0.07886	0.15771
3	1090	716.69	0.83046	2.49138
		863.01	1.00	2.73978
		$D = 2.73978 / 1.15^3$		2.38241

CRITICAL THINKING 1



如果投资者偏好短期债券的流动性，这是否属于流动性偏好理论？

是的。这是流动性偏好理论的推论，投资者持有长期债券需要额外的补偿。因为他们更喜欢短期债券的流动性。

CRITICAL THINKING 2



用简单的语言解释：什么是久期？

一种衡量债券价格对利率变化的敏感性的方法，通过结合债券的特征，如票息、到期时间和YTM

CRITICAL THINKING 3



一般来说，长期利率比短期利率波动率小。然而长期债券的收益率比短期债券更不稳定，如何协调这两个经验观察，用今天所学的概念来解释

虽然短期利率相比于长期利率更不稳定，但较长期债券的期限越长，收益率也就越不稳定。

存续期越长，对利率的敏感性越大，因此短期债券的利率波动更大，而长期债券的价格波动更大，这是可能存在的