



# 第六章

风险厌恶和风险资产配置

# 风险资产配置

投资者一般会规避风险除非风险意味着更高的收益。

用效用模型可以得出风险组合和无风险组合之间的资本最优配置。

# 风险和风险厌恶

## 投机



承担一定的风险并获得相应的报酬

- 为风险溢价承担风险
- 大概率
- 公平博弈：风险溢价为零的风险投资

## 赌博



为了享受冒险的乐趣而在一个不确定的结果上下注

- 小概率

# 风险厌恶和效用价值

投资者将考虑:

- 无风险资产
- 有正的风险溢价的投资品

投资组合的吸引力随着期望收益的增加和风险的减少而增加

收益与风险同时增加是会怎么样呢？

# 表 6.1 可供选择的风险分析资产组合 (无风险利率 = 5%)

**Table 6.1**

Available risky  
portfolios (Risk-free  
rate = 5%)

Portfolio	Risk Premium	Expected Return	Risk (SD)
L (low risk)	2%	7%	5%
M (medium risk)	4	9	10
H (high risk)	8	13	20

投资者会根据风险收益情况为每个资产组合给出一个效用值分数。

- 资产组合越有吸引力其效用值分数越高
- 期望收益越高，风险越小效用值越高

# 效用函数

$U$  = 效用值

$E(r)$  = 某一资产或资产组合的期望收益

$A$  = 风险厌恶系数

- $A$ 越大，风险厌恶程度越高

$\sigma^2$  = 收益的方差

$\frac{1}{2}$  = 一个约定俗成的系数

$$U = E(r) - \frac{1}{2} A \sigma^2$$

收益率必须采用小数形式

**Table 6.1**

Available risky  
portfolios (Risk-free  
rate = 5%)

Portfolio	Risk Premium	Expected Return	Risk (SD)
<i>L</i> (low risk)	2%	7%	5%
<i>M</i> (medium risk)	4	9	10
<i>H</i> (high risk)	8	13	20

Investor Risk Aversion ( <i>A</i> )	Utility Score of Portfolio <i>L</i> [ $E(r) = .07$ ; $\sigma = .05$ ]	Utility Score of Portfolio <i>M</i> [ $E(r) = .09$ ; $\sigma = .10$ ]	Utility Score of Portfolio <i>H</i> [ $E(r) = .13$ ; $\sigma = .20$ ]
2.0	$.07 - \frac{1}{2} \times 2 \times .05^2 = .0675$	$.09 - \frac{1}{2} \times 2 \times .1^2 = .0800$	$.13 - \frac{1}{2} \times 2 \times .2^2 = .09$
3.5	$.07 - \frac{1}{2} \times 3.5 \times .05^2 = .0656$	$.09 - \frac{1}{2} \times 3.5 \times .1^2 = .0725$	$.13 - \frac{1}{2} \times 3.5 \times .2^2 = .06$
5.0	$.07 - \frac{1}{2} \times 5 \times .05^2 = .0638$	$.09 - \frac{1}{2} \times 5 \times .1^2 = .0650$	$.13 - \frac{1}{2} \times 5 \times .2^2 = .03$

**Table 6.2**

Utility scores of alternative portfolios for investors with varying degrees of risk aversion

- 可以把风险资产的效用值看做投资者的**确定等价收益率** (certainty equivalent rate)
  - 即无风险资产为达到与风险资产相同的效用所需要的收益率。这个比率是比较不同组合带来效用值最自然最直接的方法。

# 风险态度

想象一下，你有一张彩票可以支付你\$20,000或\$0，每种情况的概率为 $\frac{1}{2}$

- **确定等价收益率**: 决策者愿意接受的最低确定金额
- **风险中性** ( $A=0$ ) – 10,000美元收益的稳定投资和期望收益为10,000美元的赌局对于你来说没有什么差别. 仅凭预期收益率判断风险前景
- **风险厌恶** (risk-averse) ( $A>0$ ) – 你宁可选择低于10,000美元收益的稳定投资（比如\$9,000），也不愿选择有风险的赌局. 这个差值就是**风险溢价**
- **风险偏好** (risk-loving) ( $A<0$ ) – 你要求一个高于10,000美元的稳定收益（比如\$11,000）才肯放弃下注

$$U = E(r) - \frac{1}{2} A \sigma^2$$





# 估计风险厌恶系数

使用调查问卷

观察面对风险时个人的决定

观察人们愿意付出多大代价来规避风险

## 投资者风险承受能力调查问卷（个人投资者）

投资者姓名：\_\_\_\_\_

证件类型及证件号码：\_\_\_\_\_

为规范公司开放式基金/特定客户资产管理计划销售行为，确保相关产品销售的适用性，切实保障投资人的权益，先需对投资人的风险承受能力做评估，请完成以下风险调查问卷。

**免责声明：**投资人应确认在进行问卷调查时，所做的选项真实、准确、完整和可靠，以便于本公司根据投资人的风险等级，对投资人的投资行为，仅做出表面是否匹配的检查 and 提示，本次调查不构成任何投资建议，或对投资人的投资决策形成实质影响，如投资人在进行问卷调查时欺诈、隐瞒或有其他不实陈述而导致问卷调查结果与投资实际情况不符，本公司不承担任何责任。

### （一）投资目的（单选）

1、您投资基金主要用于什么目的？（ ）

- A、短期内资产快速增值
- B、购置房、车
- C、子女教育
- D、养老
- E、补贴家用

2、您期望获得的年均收益率是？（ ）

- A、50%以上
- B、30-50%(含)之间
- C、10-30%(含)之间
- D、5-10%(含)之间
- E、5%(含)以下

### （二）投资期限（单选）

3、您计划中的基金投资期限有多长？（ ）

- A、10年以上
- B、5-10年
- C、3-5年
- D、1-3年
- E、短线波段操作

### （三）投资经验（单选）

4、股票、债券、基金、股指期货，这四类投资品种您深入了解几种？（ ）

- A、全部都了解
- B、了解三种
- C、了解两种
- D、了解一种
- E、全都不了解

5、您是否有过投资股票、债券和基金的经历？（ ）

- A、有，超过10年了
- B、有，在5到10年之间
- C、有，在3到5年之间
- D、有，但是少于3年
- E、无

### （四）财务状况（单选）

6、您目前的个人及家庭财务状况属于以下哪一种？（ ）

- A、非常富裕且未来收入将大幅增长
- B、有较为丰厚的积蓄且未来收入持续增长
- C、有一定积蓄且未来收入保持稳定
- D、收入和支出相抵且未来收入将维持现状
- E、有较大数额未到期的负债且未来收入不会增加甚至降低

# 视频回顾



# 均值-方差(M-V) 准则

纵轴是期望收益，横轴是标准差

- P点西北方向的任何组合都优于组合P

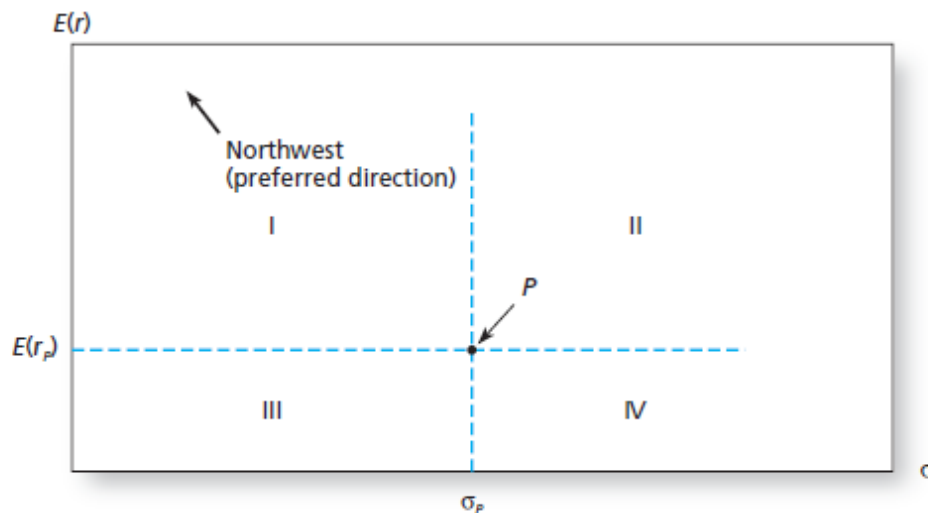
如何评判两个投资组合的吸引力？

**均值-方差准则：**假设投资组合A优于投资组合B:

$$E(r_A) \geq E(r_B)$$

与  $\sigma_A \leq \sigma_B$

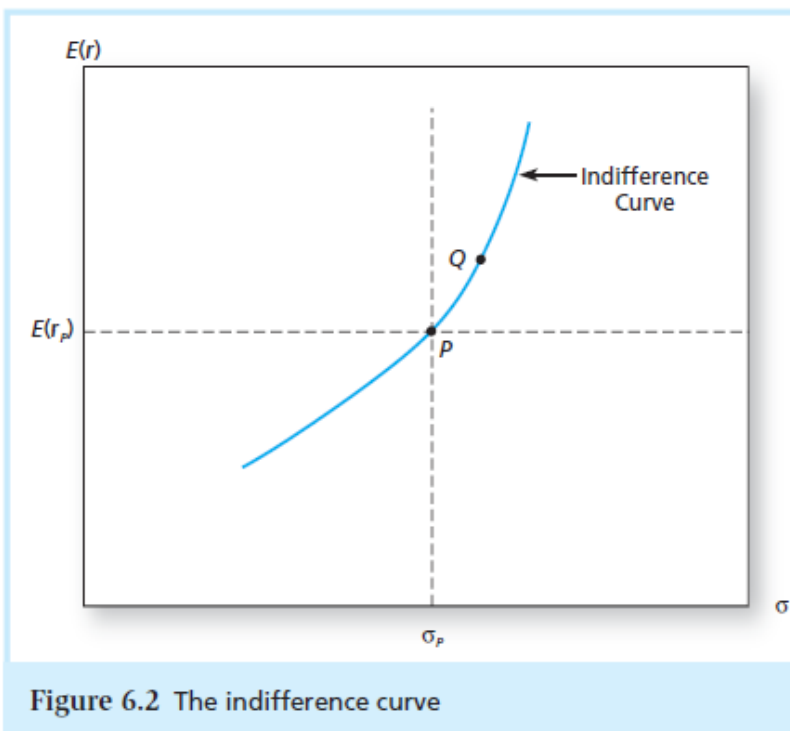
至少有一个条件严格成立



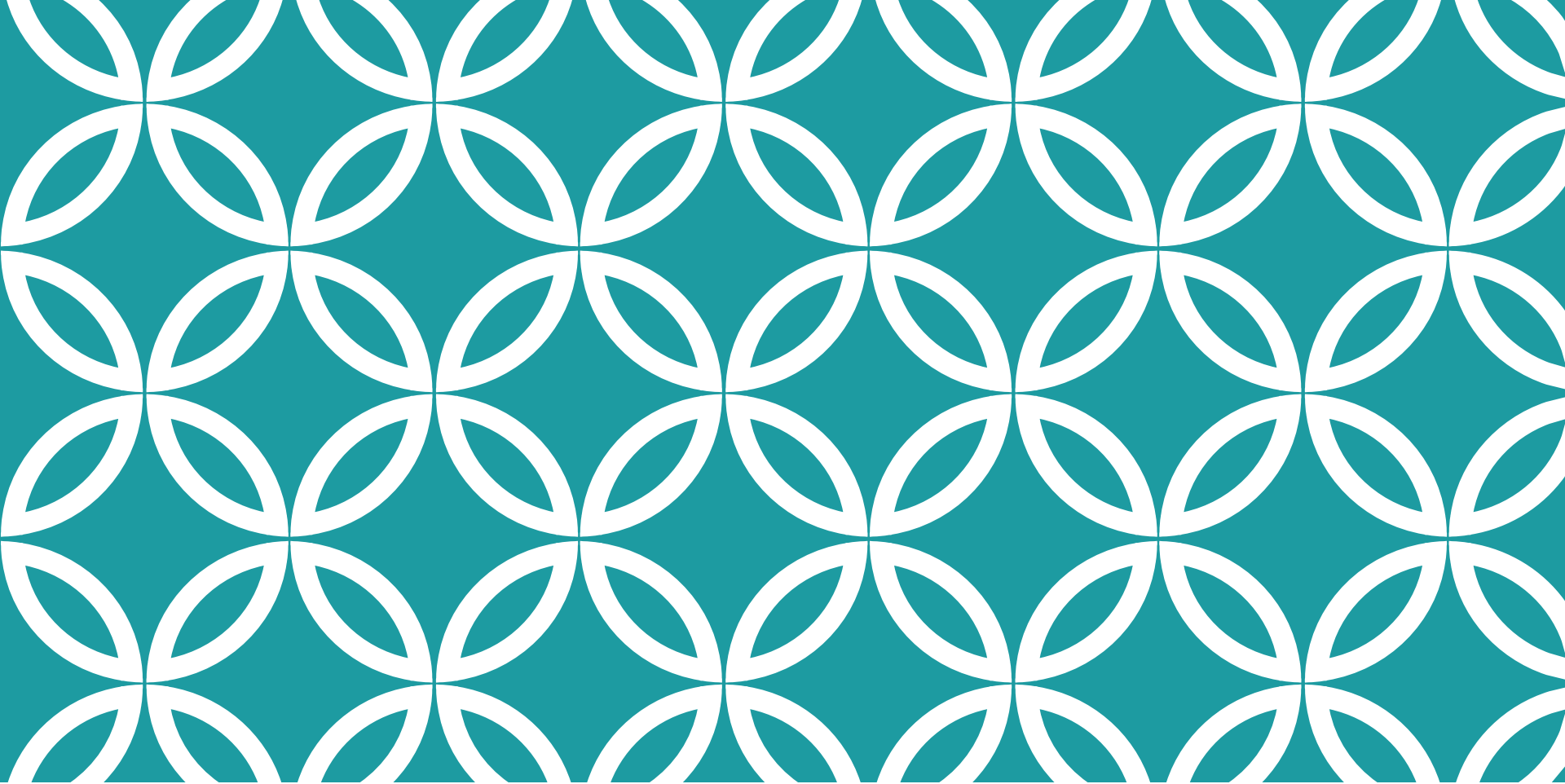
# 无差异曲线

假设投资者确认了所有和P等效用的投资组合，从P点开始，效用随标准差的增加而减少，这必须以期望收益率的提高作为补偿。因此对于投资者而言，Q点和P具有相同的吸引力

高风险高期望收益的资产和低风险低收益的组合对投资者的吸引力相同。在均值-标准差图表中，用一条曲线将这些效用相同的所有资产组合连在一起，就构成了无差异曲线(indifference curve)。



Q1.与图6-2 的无差异曲线相比，一个风险厌恶程度更低的投资者的无差异曲线会如何变化？画出过P点的两条无差异曲线。



目标: 构建只有两种资产的最优组合, 即风险资产和无风险资产

风险资产与无风  
险资产组合  
的资本配置

# 风险资产与无风险资产组合的资本配置

## 资本配置:

是投资组合构建中最重要的问题

多少配置股票、长期债券，多少配置现金、货币基金？

## 控制风险:

简化方法: 只需控制投资于风险资产组合和无风险资产组合的比重。



# 基本资产配置

总市值	\$300,000
无风险的货币市场基金	\$90,000
股权权益	\$113,400
长期债券	\$96,600
所有的风险资产	\$210,000

$$W_E = \frac{\$113,400}{\$210,000} = 0.54 \quad W_B = \frac{\$96,600}{\$210,000} = 0.46$$

# 基本资产配置

用P表示风险投资组合，在完整资产组合中，用y表示风险投资的比重，用(1-y)表示无风险投资的比重：

$$y = \frac{\$210,000}{\$300,000} = 0.7$$

$$1 - y = \frac{\$90,000}{\$300,000} = 0.3$$

$$E : \frac{\$113,400}{\$300,000} = .378$$

$$B : \frac{\$96,600}{\$300,000} = .322$$

# 无风险资产

只有政府可以发行无违约风险的债券。

- 实际中无风险资产是一种指数化债券，只有在投资期限等于投资者愿意持有的期限时才能对投资者的实际收益率进行担保。

短期国库券被看做无风险资产。

实际操作中，货币市场基金也被看做无风险资产。

# 完整资产组合

通过无风险资产和风险资产之间合理分配投资基金，有可能建立一个完整的资产组合。

- 假设分配给风险投资组合P的比例为 $y$ ,  $E(r_p)$ ,  $\sigma_{rp}$
- 分配给无风险资产F的比例是 $(1-y)$ ,  $r_f$
- 完整资产组合C的期望收益和方差为

$$E(r_c) = yE(r_p) + (1 - y)r_f = r_f + y[E(r_p) - r_f],$$

$$\sigma_c = y\sigma_{rp} + (1-y)\sigma_{rf} = y\sigma_{rp}$$

$E[r_c]$  和  $\sigma_c$  分别是 $E[r_p]$ 和 $r_f$ , 以及  $\sigma_{rp}$ 的线性组合.

## 单选题 1分

Q2. 投资者将她70%的财富配置在期望收益率15%方差5%的风险资产中，另外30%购买短期国库券，回报率为5%。她的资产组合期望收益率和标准差分别是多少？

- ☐ A 12%, 10%
- ☐ B 12%, 25.7%
- ☐ C 12%, 15.7%
- ☐ D None of the above

$$\begin{aligned} E(r_c) &= yE(r_p) + (1 - y)r_f \\ &= 0.7(15\%) + 0.3(5\%) \\ &= 12\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_c &= y\sigma_{rp} + (1-y)\sigma_{rf} \\ &= 0.7 (0.05)^{1/2} \\ &= 15.7\% \end{aligned}$$

# 例： 使用 6.4 的数据

$$r_f = 7\%$$

$$\sigma_{rf} = 0\%$$

$$E(r_p) = 15\%$$

$$\sigma_p = 22\%$$

$$y = \% \text{ in } p$$

$$(1-y) = \% \text{ in } r_f$$

- 完整的资产投资组合的期望收益率

$$E(r_c) = r_f + y[E(r_P) - r_f]$$

$$E(r_c) = 7 + y(15 - 7)$$

- 完整的资产投资组合的风险

$$\sigma_c = y\sigma_p = 22y$$

# 例

重新整理，把  $y = \sigma_C / \sigma_P$  代入得：

$$E(r_C) = r_f + \frac{\sigma_C}{\sigma_P} [E(r_P) - r_f] = 7 + \frac{8}{22} \sigma_C$$

$$Slope = \frac{E(r_P) - r_f}{\sigma_P} = \frac{8}{22}$$

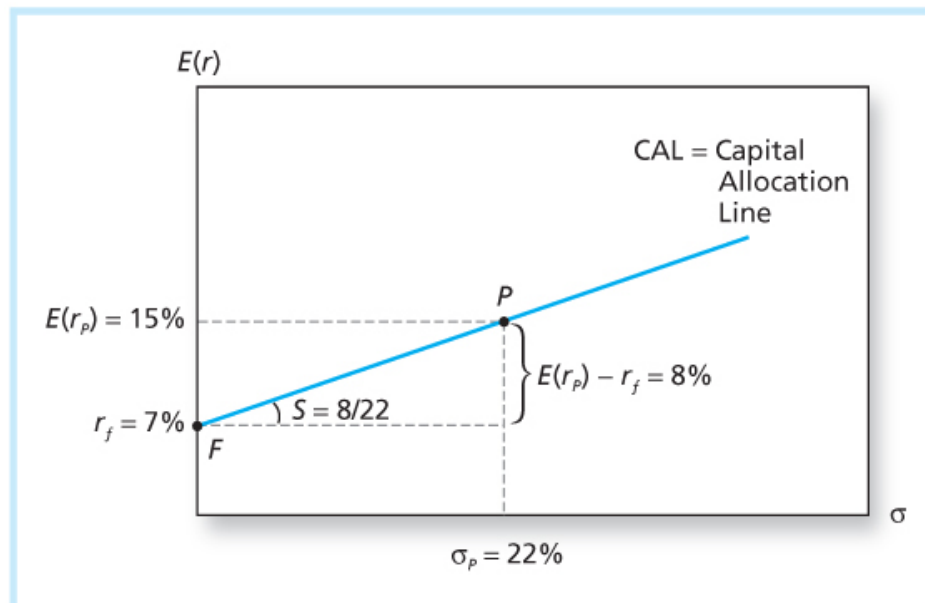


# 资本配置线(CAL)

$$E(r_C) = r_f + \frac{E(r_P) - r_f}{\sigma_P} \sigma_C$$

斜率  $S =$

- 每单位额外风险的额外收益
- 收益风险比
- 夏普比率



**Figure 6.4** The investment opportunity set with a risky asset and a risk-free asset in the expected return–standard deviation plane

# 资本配置线的杠杆

以 $r_f=7\%$ 借出资金，以 $r_f=9\%$ 借入资金

- 借出资金的资本配置线的斜率 =  $8/22 = 0.36$
- 借入资金的资本配置线的斜率 =  $6/22 = 0.27$

资本配置线在P点重合

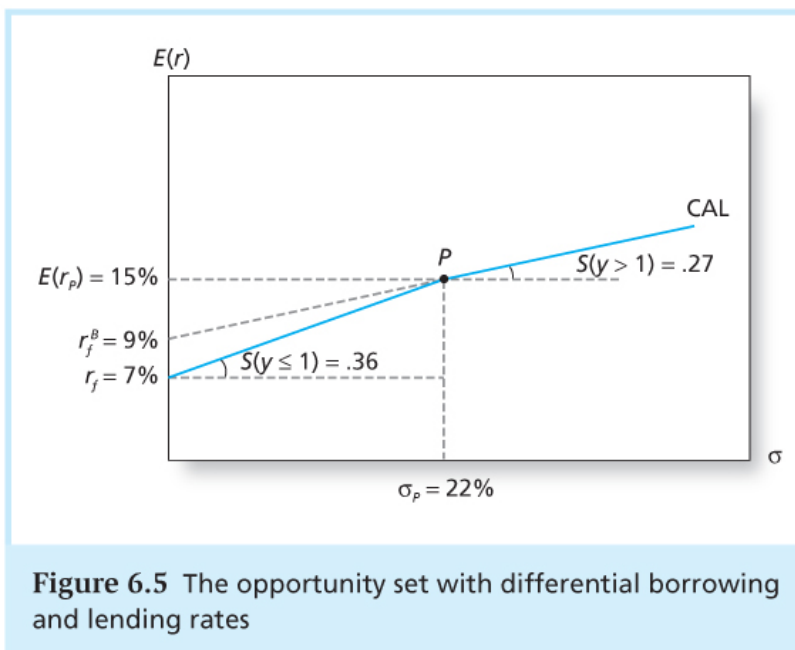


图6.5 借贷利率不相等时的可行集

Q3.以下哪几个表述是正确的?

- ☐ A 风险组合的配置减少，夏普比率会降低
- ☐ B 借入利率越高，有杠杆时夏普比率越低
- ☐ C 无风险利率固定时，如果风险组合的期望收益率和标准差都翻倍，夏普比率也会翻倍
- ☐ D 风险组合风险溢价不变，无风险利率越高，夏普比率越高

# 风险容忍度与资产配置

投资者必须从可行集中选择一种最优的资产组合C。

- 完整资产组合的期望收益:

$$E(r_c) = r_f + y \left[ E(r_P) - r_f \right]$$

- 方差:

$$\sigma_C^2 = y^2 \sigma_P^2$$

$$\begin{aligned} \max_y U &= E(r_c) - \frac{1}{2} A \sigma_C^2 \\ &= r_f + y [E(r_P) - r_f] - \frac{1}{2} A y^2 \sigma_P^2 \end{aligned}$$

$$y^* = \frac{E(r_P) - r_f}{A \sigma^2}$$

$r_f = 7\%$ ,  $E(r_P) = 15\%$ ,  $\sigma_P = 22\%$ ,  $A = 4$ . 风险资产组合P的最优权重 $y$ 为

$$y^* = \frac{.15 - .07}{4 \times .22^2} = .41$$

为了最大化效用，投资者会配置41%的风险资产组合，59%的无风险资产

这个完整资产组合的

期望收益率  $E(r_C) = .07 + .41 \times (.15 - .07) = 10.28\%$

标准差  $\sigma_C = .41 \times .22 = 9.02\%$

风险溢价  $E(r_C) - r_f = 3.28\%$

夏普比率  $[E(r_C) - r_f] / \sigma_P = 0.36$

如果A下降会发生什么？

Q4.考虑一个风险组合，年末现金流为70000 美元或200000 美元，两者概率相等。短期国债利率为6%。

- a. 如果追求风险溢价为8%，你愿意投资多少钱？
- b. 期望收益率是多少？
- c. 追求风险溢价为12% 呢？
- d. 对比（a）和（c）的答案，你对风险溢价和风险组合的售价之间的关系有什么结论？

## Q4. SUGGESTED SOLUTION

- a. The expected cash flow is:  $(0.5 \times \$70,000) + (0.5 \times 200,000) = \$135,000$

With a risk premium of 8% over the risk-free rate of 6%, the required rate of return is 14%. Therefore, the PV of the portfolio is:  $\$135,000 / 1.14 = \$118,421$

- b. If the portfolio is purchased for \$118,421, and provides an expected cash inflow of \$135,000, then the expected rate of return  $[E(r)]$  is :  $\$118,421 \times [1 + E(r)] = \$135,000$

Therefore,  $E(r) = 14\%$ . The portfolio price is set to equate the expected rate of return with the required rate of return.

- c. If the risk premium over T-bills is now 12%, then the required return is:  $6\% + 12\% = 18\%$ . The PV of the portfolio is now:  $\$135,000 / 1.18 = \$114,407$
- d. For a given expected cash flow, portfolios that command greater risk premia must sell at lower prices. The extra discount from expected value is a penalty for risk.

# 表 6.4 风险厌恶系数 $A=4$ 的投资者 不同风险资产比例 $y$ 带来的效用值

**Table 6.4**

Utility levels for various positions in risky assets ( $y$ ) for an investor with risk aversion  $A = 4$

(1) $y$	(2) $E(r_D)$	(3) $\sigma_C$	(4) $U = E(r) - \frac{1}{2}A\sigma^2$
0	.070	0	.0700
0.1	.078	.022	.0770
0.2	.086	.044	.0821
0.3	.094	.066	.0853
0.4	.102	.088	.0865
0.5	.110	.110	.0858
0.6	.118	.132	.0832
0.7	.126	.154	.0786
0.8	.134	.176	.0720
0.9	.142	.198	.0636
1.0	.150	.220	.0532



图 6.6 效用值关于风险资产比例 $y$ 的函数

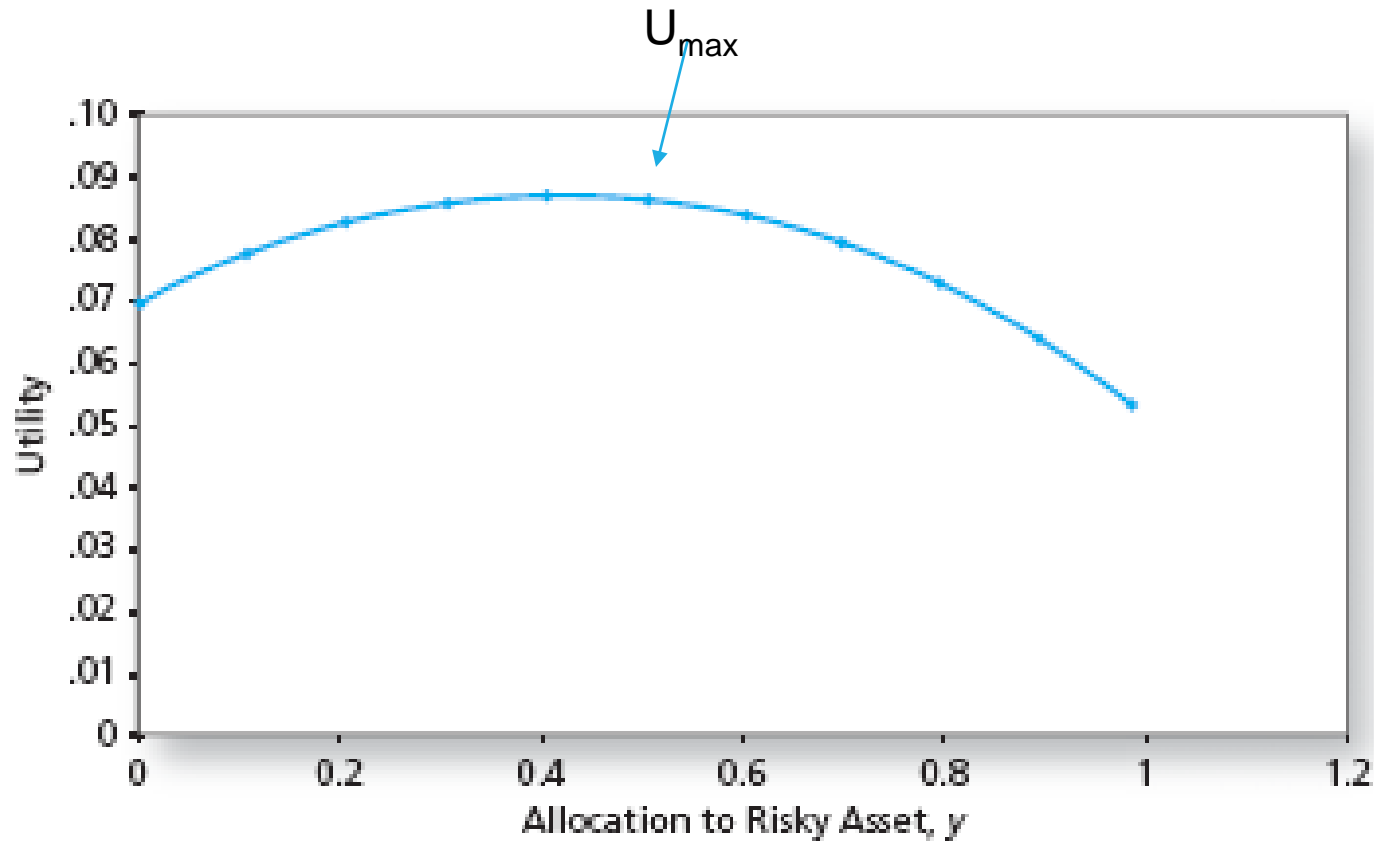


Figure 6.6 Utility as a function of allocation to the risky asset,  $y$

# 表 6.5 无差异曲线的数字计算

**Table 6.5**

Spreadsheet calculations of indifference curves (Entries in columns 2–4 are expected returns necessary to provide specified utility value.)

$\sigma$	$A = 2$		$A = 4$	
	$U = .05$	$U = .09$	$U = .05$	$U = .09$
0	.0500	.0900	.050	.090
.05	.0525	.0925	.055	.095
.10	.0600	.1000	.070	.110
.15	.0725	.1125	.095	.135
.20	.0900	.1300	.130	.170
.25	.1125	.1525	.175	.215
.30	.1400	.1800	.230	.270
.35	.1725	.2125	.295	.335
.40	.2100	.2500	.370	.410
.45	.2525	.2925	.455	.495
.50	.3000	.3400	.550	.590

图 6.7  $U=0.05$  和  $U=0.09$  分别对  
 $A=2$  和  $A=4$  的无差异曲线

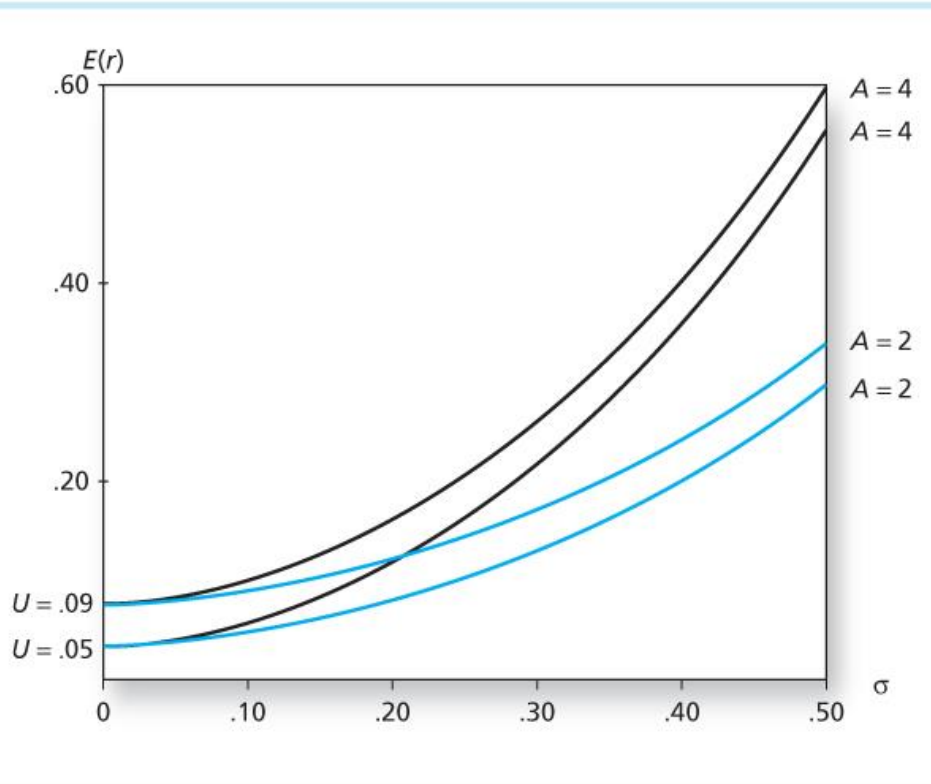
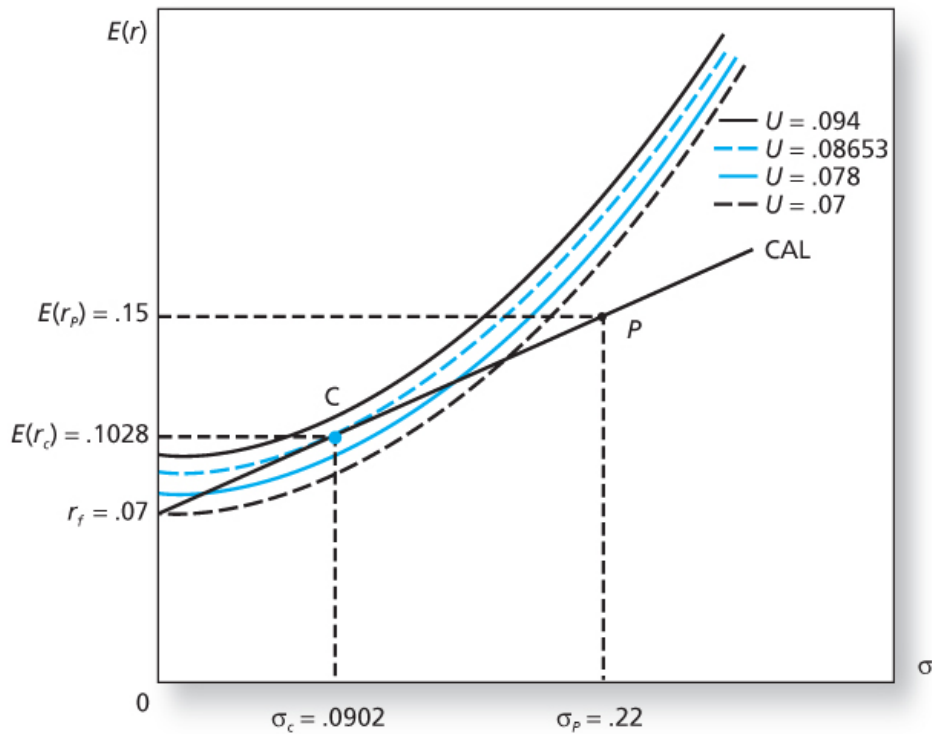


Figure 6.7 Indifference curves for  $U = .05$  and  $U = .09$  with  
 $A = 2$  and  $A = 4$

# 图 6.8 用无差异曲线寻找最优组合



**Figure 6.8** Finding the optimal complete portfolio by using indifference curves

# 表 6.6 四条无差异曲线和资本配置线的期望收益

**Table 6.6**

Expected returns on four indifference curves and the CAL. Investor's risk aversion is  $A = 4$ .

$\sigma$	$U = .07$	$U = .078$	$U = .08653$	$U = .094$	CAL
0	.0700	.0780	.0865	.0940	.0700
.02	.0708	.0788	.0873	.0948	.0773
.04	.0732	.0812	.0897	.0972	.0845
.06	.0772	.0852	.0937	.1012	.0918
.08	.0828	.0908	.0993	.1068	.0991
.0902	.0863	.0943	.1028	.1103	.1028
.10	.0900	.0980	.1065	.1140	.1064
.12	.0988	.1068	.1153	.1228	.1136
.14	.1092	.1172	.1257	.1332	.1209
.18	.1348	.1428	.1513	.1588	.1355
.22	.1668	.1748	.1833	.1908	.1500
.26	.2052	.2132	.2217	.2292	.1645
.30	.2500	.2580	.2665	.2740	.1791

Q5. 对于风险厌恶系数为3的投资者，在期望收益和风险平面上画出效用值为0.05的无差异曲线（提示：选取几个可能的标准差取值，分别找出使 $u=0.05$ 的对应期望收益值）

Q6. 现在画出风险厌恶系数为4的投资者效用为0.05的曲线，你发现了什么？

Q7. 画出风险中性的投资者效用为0.05的无差异曲线.

Q8. 风险偏好者的风险厌恶系数是怎样的？ 画出这类投资者的无差异曲线.

## 被动策略：资本市场线

被动策略是指避免任何直接或间接证券分析的投资决策。

供给和需求的力量会使这种决策成为众多投资者的理性选择。



# 被动策略: 资本市场线

一个合适的被动投资策略投资品是分散化的股票投资，如标准普尔500.

**资本市场线**是指1月期国债和一般股票指数(例如标准普尔500)构成的资本配置线

# 被动策略：资本市场线

被动策略包括了两个被动的投资组合，资本市场线就代表了这样的策略：

1. 无风险的短期国债（或货币市场基金）
2. 模仿公开市场指数的普通股基金

# 被动策略：资本市场线

从1926~2009年的历史数据上看，被动策略提供的平均风险溢价为7.9%，标准差是20.8%，报酬-波动比率是0.38

## 巴菲特的十年赌约

- 2007年，巴菲特打赌在接下来的10年中，没有投资人可以选到一个至少投资于5只对冲基金的投资组合能够超越低费率的标普500指数基金的表现
- 当全球股市在2017年底收官的时候，巴菲特迈入胜利者的圈子，声称向Girls Inc. of Omaha慈善组织捐款超过200万美元。



# 小结

The indifference curve 无差异曲线

The capital allocation line 资本配置线

最优权重