

# 第四章 控制系统的设计

## 4.1 经典SISO系统的控制设计

4.1.1 基本概念

4.1.2 基本PID控制算法

4.1.3 PID参数对控制性能的影响

4.1.4 PID参数确定

## 4.1.1 基本概念

设计一个自动控制系统一般经过以下三步：

- ❖ 根据任务要求，**选定控制对象**；
- ❖ 根据性能指标的要求，确定系统的控制规律，并**设计出满足这个控制规律的控制**器，初步选定构成控制器的元器件；
- ❖ 将选定的控制对象和控制器组成控制系统，如果构成的系统不能满足或不能全部满足设计要求的性能指标，还必须**增加合适的元件**，按一定的方式连接到原系统中，使重新组合起来的系统全面满足设计要求。

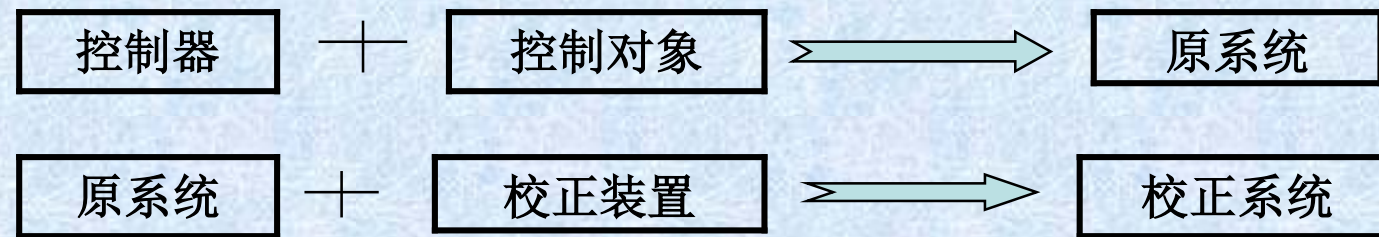


图5—1 系统综合与校正示意图

能使系统的控制性能满足控制要求而有目的地增添的元件称为控制系统的**校正元件**或称**校正装置**。

- 必须指出，并非所有经过设计的系统都要经过综合与校正。这一步骤，对于控制精度和稳定性能都要求较高的系统，往往需要引入校正装置才能使原系统的性能得到充分的改善和补偿。反之，若原系统本身结构就简单而且控制规律与性能指标要求又不高，通过调整其控制器的放大系数就能使系统满足实际要求的性能指标。
- 控制系统包括两部分
  - 不可变部分：执行元件和测量元件一旦选定，其参数和结构就固定了。
  - 可变部分：当系统通过调节放大元件的参数仍不能满足系统性能指标时，我们要加入附加装置来改善系统性能。我们称之为校正装置。
- 校正的实质就是通过系统的零极点来改变系统性能。



## ✦ 系统性能指标

### ✦ 时域指标

超调量 $\sigma_p$ , 调节时间 $t_s$

静态误差系数 $K_p, K_v, K_a$

常常将时域指标转化为相应的频域指标进行校正装置的设计

### ✦ 闭环频域指标

谐振峰值 $M_r$ , 谐振频率 $\omega_r$

带宽频率 $\omega_b$

### ✦ 开环频域指标

剪切频率 $\omega_c$

幅值裕度 $K_g$ , 相角裕度 $\gamma$

## 系统分析与校正的差别:

- 系统分析的任务是根据已知的系统，求出系统的性能指标和分析这些性能指标与系统参数之间的关系，分析的结果具有唯一性。
- 系统的综合与校正的任务是根据控制系统应具备的性能指标以及原系统在性能指标上的缺陷来确定校正装置(元件)的结构、参数和连接方式。从逻辑上讲，系统的综合与校正是系统分析的逆问题。同时，**满足系统性能指标的校正装置的结构、参数和连接方式不是唯一的**，需对系统各方面性能、成本、体积、重量以及可行性综合考虑，选出最佳方案。

校正装置的连接方式:

(1) 串联校正

(2) 反馈校正

(3) 前馈校正

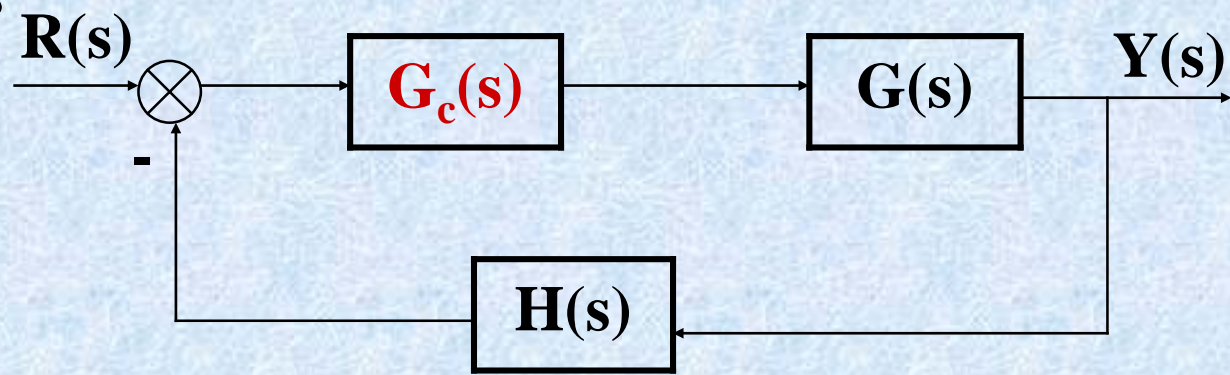
$G_c(s)$ : 校正装置传递函数

$G(s)$ : 原系统前向通道的传递函数

$H(s)$ : 原系统反馈通道的传递函数

## 串联校正

串联校正的接入位置应视校正装置本身的物理特性和原系统的结构而定。一般情况下，对于体积小、重量轻、容量小的校正装置(电器装置居多)，常加在系统信号容量不大的地方，即比较靠近输入信号的前向通道中。相反，对于体积、重量、容量较大的校正装置(如无源网络、机械、液压、气动装置等)，常串接在容量较大的部位，即比较靠近输出信号的前向通道中。



6-2 串联校正



## 反馈校正

反馈校正就是将校正装置 $G_c(s)$ 反向并接在原系统前向通道的一个或几个环节上，构成局部反馈回路。

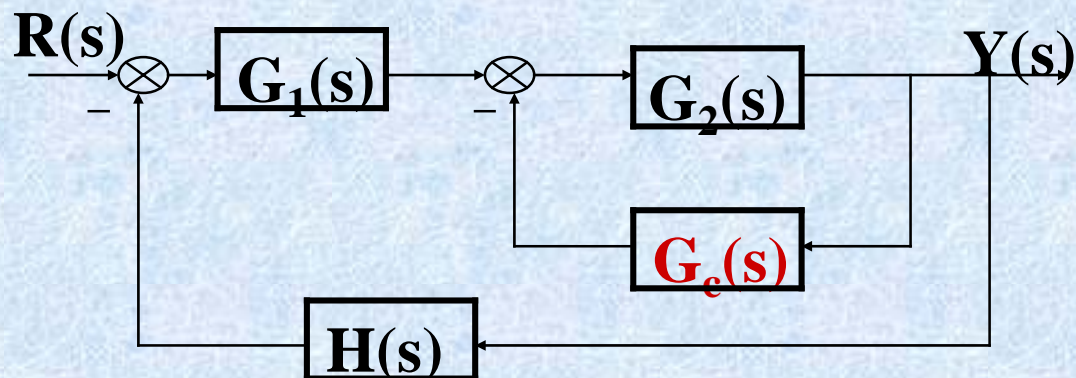


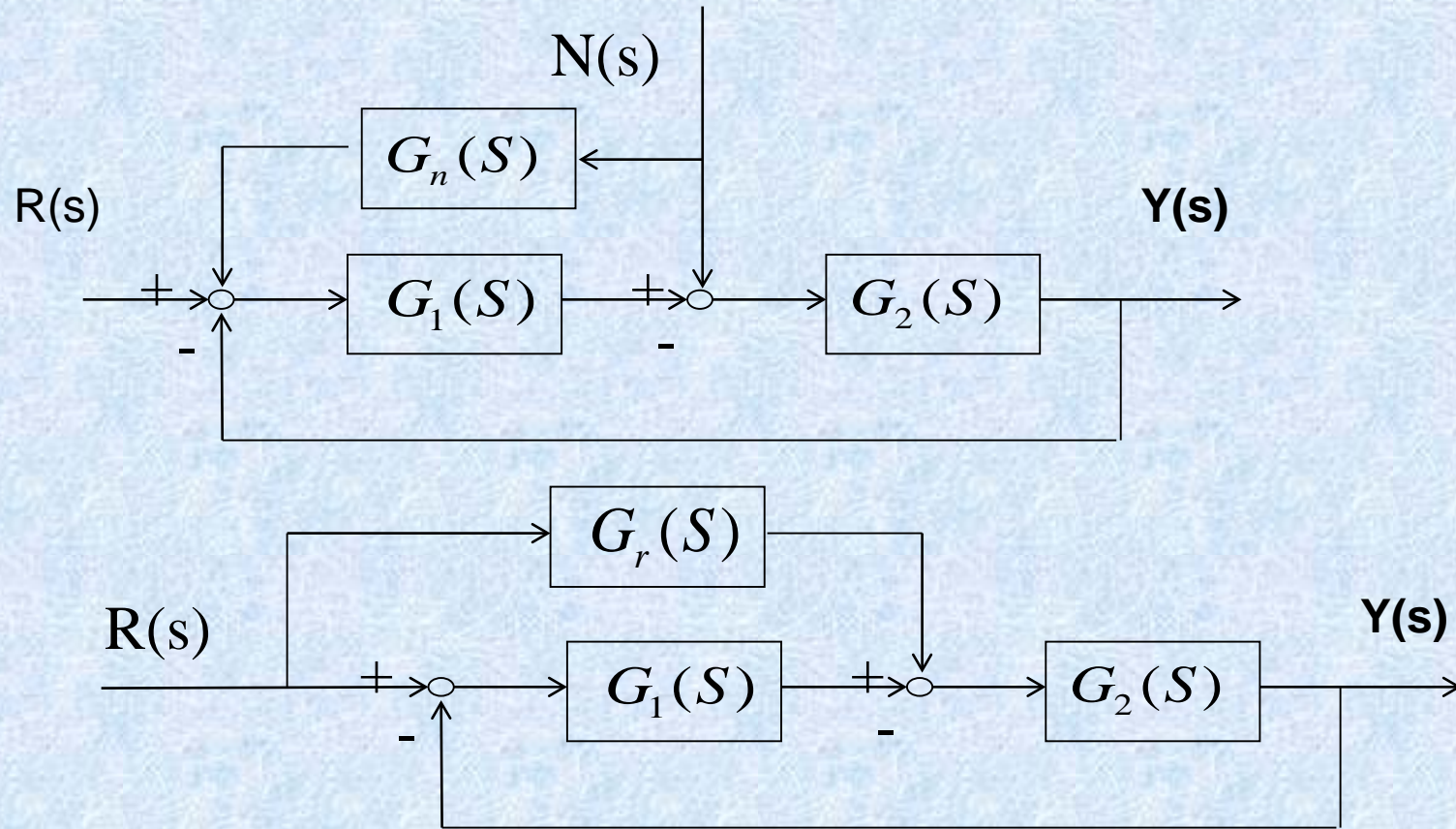
图6—4 反馈校正

由于反馈校正装置的输入端信号取自于原系统的输出端或原系统前向通道中某个环节的输出端，信号功率一般都比较大大，因此，在校正装置中不需要设置放大电路，有利于校正装置的简化。但由于输入信号功率比较大，校正装置的容量和体积相应要大一些。

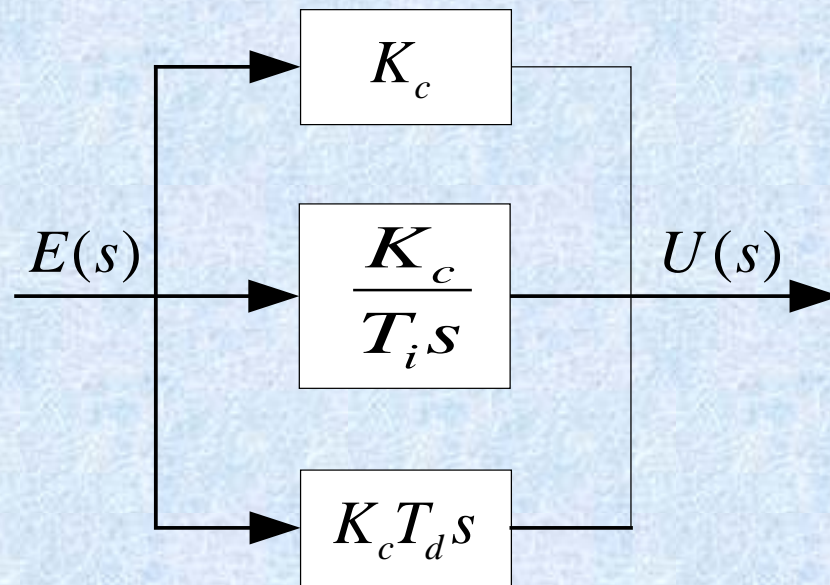


## 前馈校正:

根据参考输入或扰动输入的大小进行，  
适合开环或闭环，为复合控制



- 串联校正方式：PID  
比例、积分、微分
- PID控制在工业上比较常用。其工作原理可由比例(P)、积分(I)、微分(D)三环节并联直观地说明。



频域形式： 
$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_c \left[ 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right]$$

时域形式： 
$$u(t) = K_c \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right]$$

- 为什么在工业过程控制中大都（将近90%以上）采用PID控制器？

PID控制器作为工业控制中的主导控制器结构，其获得成功应用的关键在于，大多数过程可由低阶动态环节（一阶或二阶惯性加纯滞后）近似逼近，而针对此类过程, PID控制器代表了在不知道被控对象数学模型的基础上一个实用而廉价的解。PID不需要依赖于系统的精确传递函数。

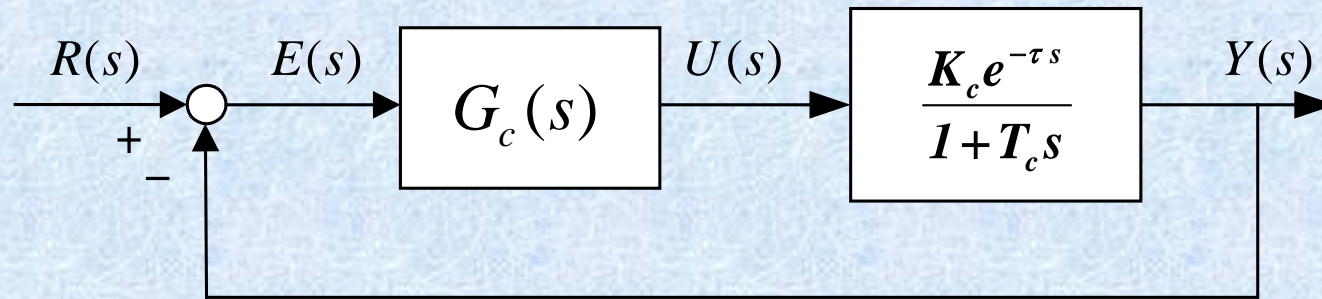


## 4.1.2 基本PID控制算法

- 比例(P)控制
- 积分(I)控制
- 比例积分(PI)控制
- 微分(D)控制
- 比例微分(PD)控制
- 比例积分微分(PID)控制
- 基本PID控制算法小结

## 比例 (P) 控制

- 比例 (P) 作用:  $u(t) = K_p e(t)$   $K_p$  为比例增益



假设在初始稳态（平衡）条件下，有

$$e(0) = r(0) - y(0) = 0, u(0) = 0$$

当  $t \geq 0$  时，在外界扰动影响下，实际各变量为：

$$r(t), y(t), u(t)$$

考虑设定值阶跃扰动，在  $r(t) = r(\infty) > 0$  下，有式：

$$e(t) = r(t) - y(t), K_p(r(t) - y(t)) = u(t), y(\infty) = K_c u(\infty)$$

在稳态条件下，即当  $t \rightarrow \infty$  时，设定值阶跃输入导致的稳态偏差为：

$$e(\infty) = \frac{1}{1 + K_c K_p} r(\infty)$$

以上结果也可直接从静态比例控制系统结构方框图获得。由上式可以看到，控制器的比例增益越大，控制稳态误差越小。但降低系统的相对稳定性，甚至可能造成闭环系统不稳定。



- 优缺点

- 比例控制及时、快速、控制作用强，可提高系统的控制精度（即可降低系统的稳态误差）。
- 但其具有致命的缺点——有稳态偏差且降低相对稳定性甚至使系统不稳定。

当扰动发生后，经过比例控制，系统虽然能达到新的稳定，但是永远回不到原来的给定值上。也就是说，新的平衡值相对于原来地平衡值有一差值。

比例控制使得稳定裕度减小，甚至小于0。

## 积分(I)控制

• 积分作用:  $u(t) = \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau$

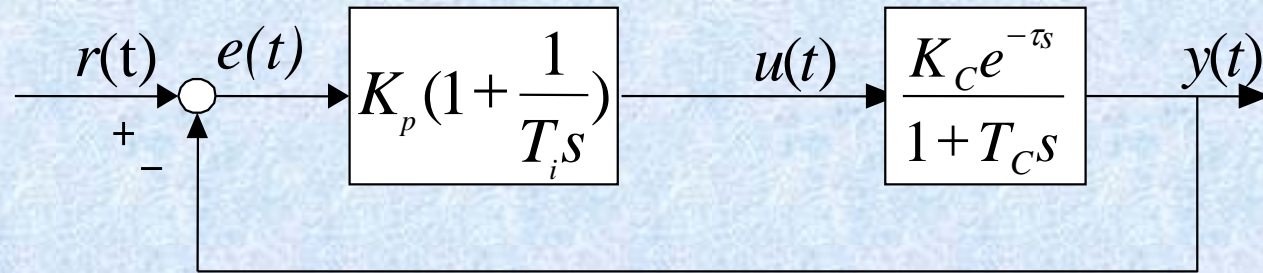
传递函数为  $\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{1}{T_i s}$  定义:  $T_i$  为“积分时间常数”。

### ✦ 优缺点

- 前向通道上**提高控制系统的型别**，改善系统的稳态精度。
- 积分作用在控制中会造成过调现象，乃至引起被控参数的振荡。因为 $u(t)$ 的大小及方向，只决定于历史偏差 $e(t)$ 的方向及大小，而不考虑其当前的变化速度的方向及大小。
- **积分作用滞后90度，对稳定性不利**；且调节缓慢，不及时。

## 比例积分 (PI) 控制

✨ 比例积分作用是比例作用和积分作用的综合

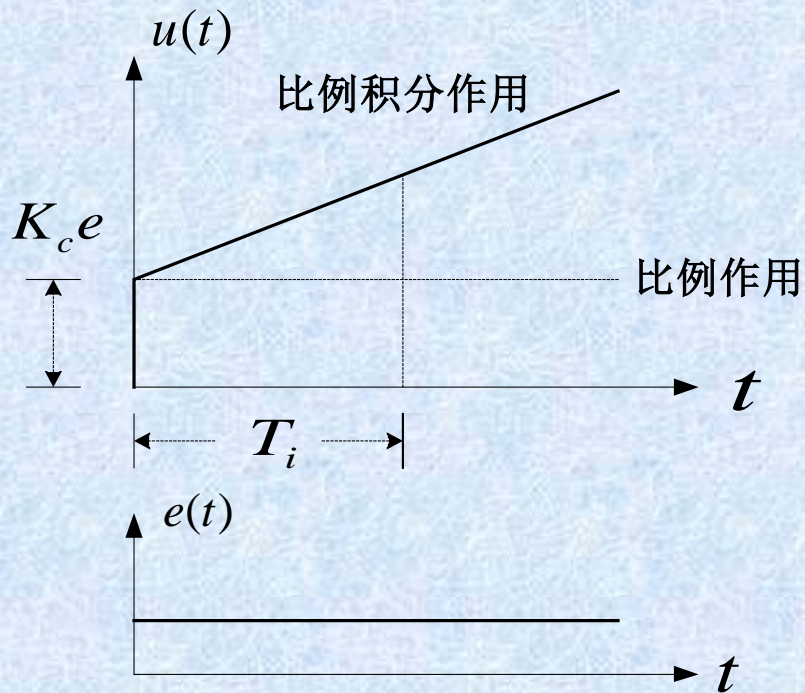


$$u(t) = K_p \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \right], \quad U(s) = K_p \left[ 1 + \frac{1}{T_i s} \right] E(s)$$

在前向通道上，相当于系统增加了一个位于原点的极点，和一个s左半平面的零点，该零点可以抵消极点所产生的相位滞后，以缓和积分环节带来的对稳定性不利的影响。



- 积分控制器的阶跃响应特性：



在单位阶跃偏差输入条件下，每过一个积分时间常数时间  $T_i$ ，积分项产生一个比例作用的效果。以此来测量  $T_i$  的大小。

比例积分作用主要用来改善系统的稳态性能

## 微分(D)控制

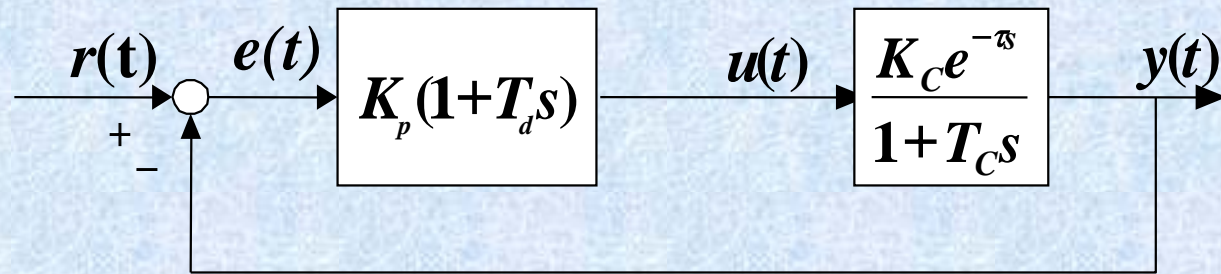
- 微分作用:

$$\Delta u = T_d \frac{d\Delta e}{dt}$$

- 微分作用是**根据偏差变化的速度大小来修正控制**。可称为“超前”控制作用，能有效地改善惯性滞后比较大的被控对象的控制质量。
- 微分作用总是阻止被控量的任何变化。
- 适当地加入微分控制，**可有效抑制振荡、提高系统的动态性能**。
- 实际中的微分控制由比例作用和近似微分作用组成。

## 5.2.5 比例微分(PD)控制

✧比例微分作用是比例作用和微分作用的综合

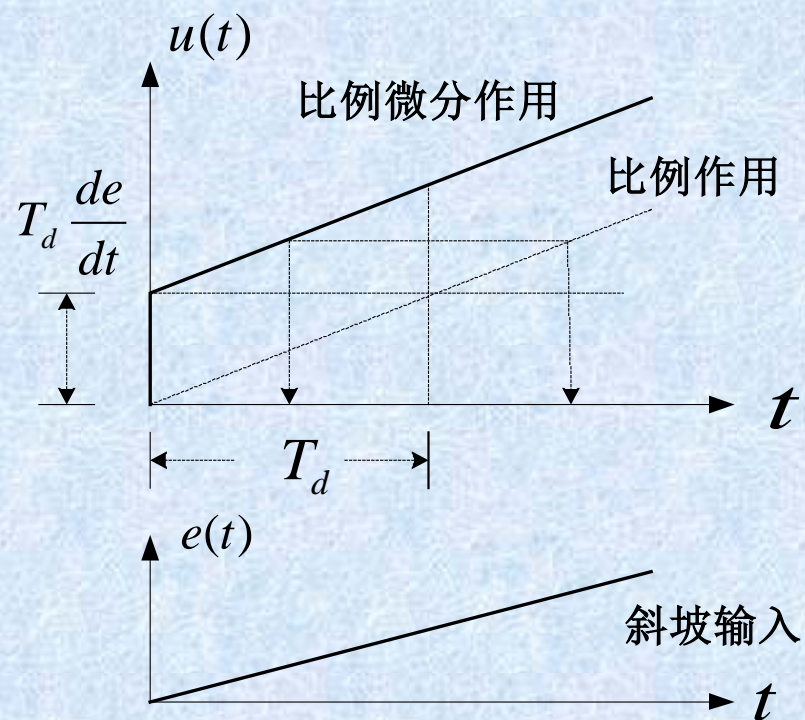


$$u(t) = K_p \left[ e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt} \right]$$

$$U(s) = K_p [1 + T_d s] E(s)$$

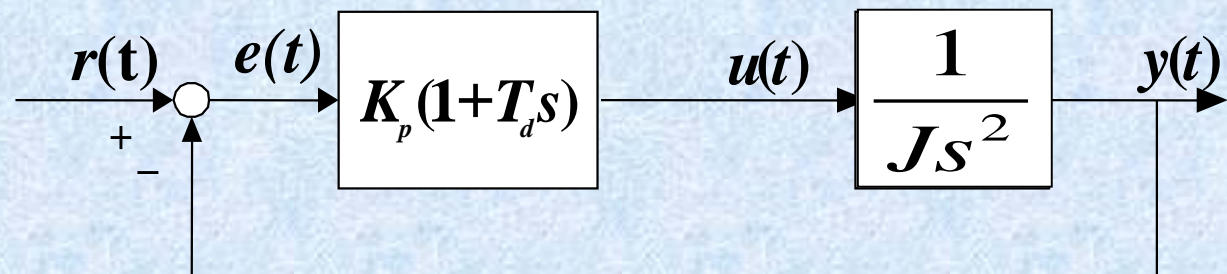


- 微分控制器的阶跃响应特性



在斜坡输入条件下，要达到同样的  $u(t)$ ，PD作用要比单纯P作用快，提前的时间就是  $T_d$ 。

例：如下图所示，当 $T_d$ 为0和不为0时系统的阶跃响应有何区别？

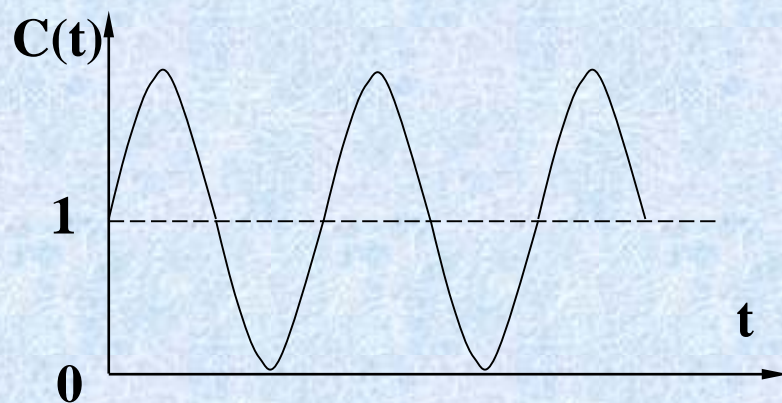


解：当 $T_d$ 为0时系统闭环传函为

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_p}{Js^2 + K_p}$$

这是二阶无阻尼临界稳定系统。

其中  $\zeta = 0, \omega_n = \sqrt{\frac{K_p}{J}}$

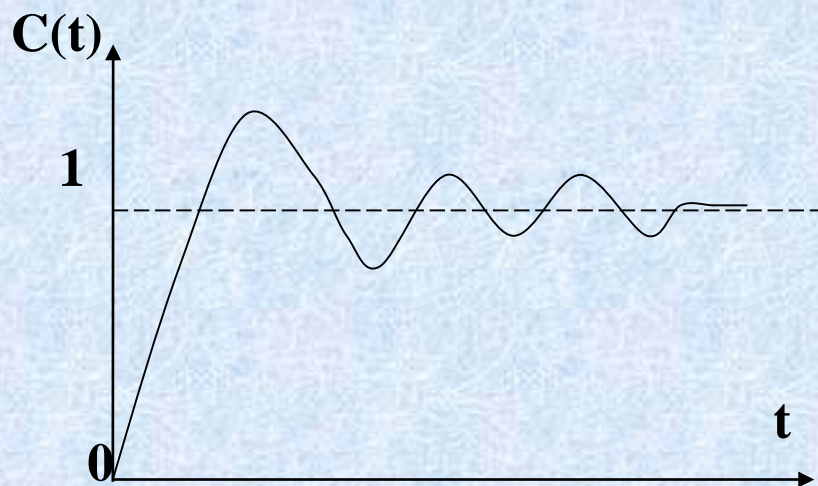


系统响应曲线如上所示。

当 $T_d$ 不等于0时系统闭环传函为  $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_p(1+T_d s)}{Js^2 + K_p T_d s + K_p}$

由特征方程可知，当  $J, K_p, T_d > 0$ ，系统的  $\zeta > 0$ 。

系统响应曲线如下所示。



可见微分控制增加了系统的阻尼，有助于改善系统的动态性能。

## 比例积分微分(PID)控制

- PID控制

包含上述三种控制规律的调节器称为PID调节器

$$u(t) = K_p \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right]$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left[ 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right]$$

它可以结合三种作用的优点（积分改善稳态性能，微分改善动态性能），较好的满足生产过程自动控制的要求。根据实际情况选择其三个参数： $K_p$ 、 $T_i$ 、 $T_d$



## 基本PID控制算法小结

$$\text{P :} \quad u(t) = K_c e(t) \quad \longrightarrow \quad \frac{U(s)}{E(s)} = K_c$$

$$\text{PI :} \quad u(t) = K_c \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \right]$$
$$\quad \longrightarrow \quad \frac{U(s)}{E(s)} = K_c \left[ 1 + \frac{1}{T_i s} \right]$$

$$\text{PID :} \quad u(t) = K_c \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right]$$
$$\quad \longrightarrow \quad \frac{U(s)}{E(s)} = K_c \left[ 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right]$$

### 4. 1. 3 PID参数对控制性能的影响

- $K_p$  对过渡过程的影响

增益  $K_p$  的增大，使系统的调节作用增强，但稳定性下降；

- $T_i$  对系统性能的影响

积分作用的增强（即  $T_i$  下降），使系统稳态误差减小，但稳定性下降；

- $T_d$  对系统性能的影响

微分作用的增强（即  $T_d$  增大），从理论上讲使系统的超前作用增强，稳定性得到加强，但高频噪声起放大作用。因而，微分作用不适合于测量噪声较大的对象。

## 4.1.4 PID参数确定

✧ PID参数确定的法则由齐格勒和尼柯尔斯提出，是在实验阶跃响应的基础上根据临界稳定系统的 $K_p$ 值建立起来。

✧ 不知道控制对象的数学模型时，这些法则依然有效。因此PID控制在实际中广泛应用。

✧ 两种方法

✧ 动态响应法

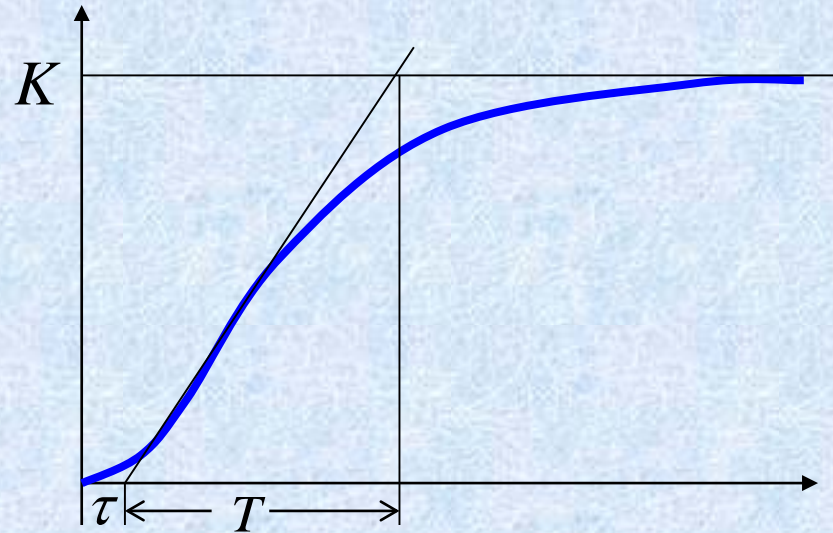
✧ 临界增益法

## 4.1.4 动态响应法

### ✧ 步骤

第一步：求取动态响应曲线。

第二步：估计被控对象的传递函数。



上述的S形曲线的传函为 
$$G(s) = \frac{Ke^{-\tau s}}{Ts + 1}$$

将其拐点切线和时间轴和 $c(t)=K$ 的交点可得到  $\tau$  和  $T$  的值，如上图所示



第三步：由齐格勒-尼柯尔斯给出的调整法则表，确定PID参数。

控制器类型	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$T / \tau$	$\infty$	0
PI	$0.9T / \tau$	$3.3\tau$	0
PID	$1.2T / \tau$	$2\tau$	$0.5\tau$

因此可得

$$G_{PID} = K_p \left[ 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right] = 1.2 \frac{T}{\tau} \left( 1 + \frac{1}{2\tau s} + 0.5\tau s \right) = 0.6T \frac{(s + \frac{1}{\tau})^2}{s}$$

PID控制器有一个位于原点的极点和两个左半平面的零点

## ✧ 注意

✧ 系统开环下测出阶跃响应

✧ 单位阶跃响应曲线为S形。

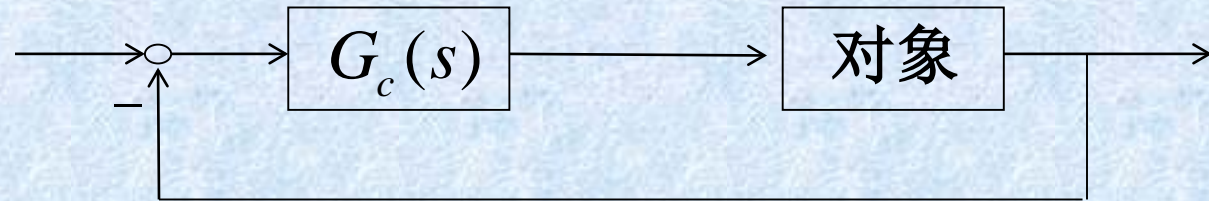
✧ 能保证阶跃响应的最大峰值和第二峰值之比为4:1

✧ 可进行系统微调。

✧ 被控对象有积分环节和复数极点时不适用。

## 临界增益法

✧ 临界增益法在系统闭环情况下进行



✧ 步骤

第一步：令  $T_i = \infty, T_d = 0$  ，将控制器设置为比例控制。将  $K_p$  从0 增大，首次出现等幅振荡时，记下此时的增益为  $K_{ps}$  和振荡周期  $T_s$ 。

第二步：由齐格勒-尼柯尔斯给出的调整法则表，确定PID参数。

控制器类型	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$0.5 K_{ps}$	$\infty$	0
PI	$0.45 K_{ps}$	$0.83 T_s$	0
PID	$0.6 K_{ps}$	$0.5 T_s$	$0.125 T_s$

因此可得

$$G_{PID} = K_p \left[ 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right]$$

$$= 0.6 K_{ps} \left( 1 + \frac{1}{0.5 T_s s} + 0.125 T_s s \right) = 0.075 K_{ps} T_s \frac{\left( s + \frac{4}{T_s} \right)^2}{s}$$

PID控制器有一个位于原点的极点和两个左半平面的零点



例：控制对象方程为  $\frac{1}{s(s+1)(s+5)}$ ，试用临界增益法确定PID控制器参数  $K_p, T_i, T_d$  使得超调量不超过25%。如超调量过大则微调。

解：令  $T_i = \infty, T_d = 0$ ，得到  $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_p}{s(s+1)(s+5) + K_p}$

系统特征方程为  $s^3 + 6s^2 + 5s + K_p = 0$

利用劳斯判据

$s^3$	1	5
$s^2$	6	$K_p$
$s^1$	$\frac{30 - K_p}{6}$	
$s^0$	$K_p$	

可知临界增益  
为  $K_{ps} = 30$

将 $K_{ps}$ 代入特征方程, 令 $s=j\omega$ , 得到

$$(j\omega)^3 + 6(j\omega)^2 + 5(j\omega) + K_p = 0$$

$$\Rightarrow 6(5 - \omega^2) + j\omega(5 - \omega^2) = 0 \quad \Rightarrow \omega = \sqrt{5}$$

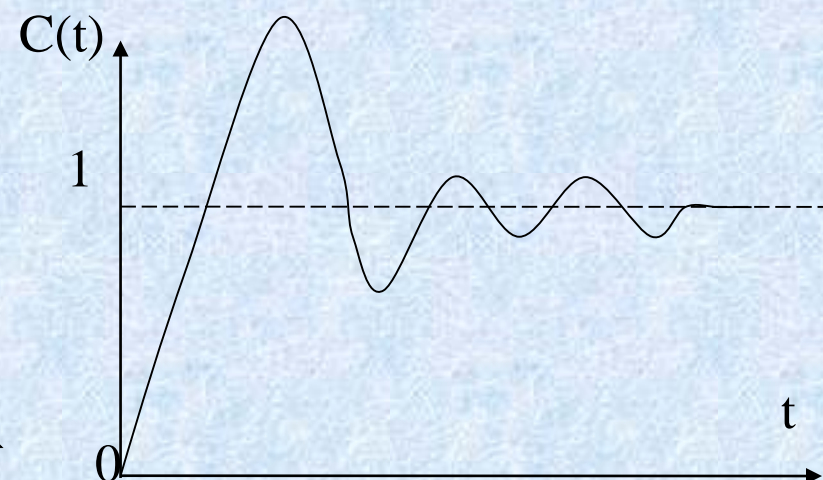
$$\Rightarrow T_s = \frac{2\pi}{\omega} = 2.81$$

查表得  $K_p = 0.6K_{ps} = 2.81$   $T_i = 0.5T_s = 1.405$

$$T_d = 0.125T_s = 0.35$$

$$G_{PID} = K_p \left[ 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right] = \frac{6.3(s + 1.42)^2}{s}$$

系统的阶跃响应如右图所示。可见其超调量很大，经计算接近72%。



要降低超调量，应使PID带来的零点进行调整，如果将  $s = -1.42$  调至  $s = -0.6$ ，得到

$$\begin{aligned} G_{PID} &= 18 \left[ 1 + \frac{1}{3.3s} + 0.83s \right] \\ &= \frac{15(s + 0.6)^2}{s} \end{aligned}$$

可以计算出超调量在20%左右

