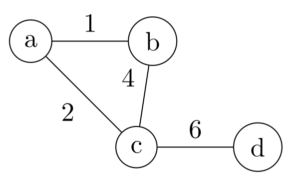
# Øving 2

Del 3 og 4

Spørsmål, mulige feil og annen hjelp tas via Piazza.
Gjennomgås 12.02.18

## Oppgave 1




(a) Skriv ut eksplisitt den grafiske matroiden for denne grafen. Med andre ord: Matroiden er $(E, \mathbf{S})$ - hva er $E$ og $\mathbf{S}$ uttrykt med $a, b, c, d$?

(b) Skriv ut hva $T$ er for hver iterasjon i den grådige algoritmen anvendt på denne matroiden.

## Oppgave 2

*Tatt fra Jungnickel – exercise 5.1.5.*

Let $G$ be a graph. A *matching* in $G$ is a set of edges which do not have any vertices in common. Show that the matchings in a graph $G$ do not form a matroid in general, even if G is bipartite.

## Oppgave 3

*Tatt fra Jungnickel – exercise 5.2.5.*

Let $G = (V, E)$ be a connected graph which is not a tree. Prove that subsets of $E$ which contain at most one cycle form a matroid on $E$. Does the analogous result hold if we choose as independent sets all subsets of $E$ containing at most two cycles?

## Oppgave 4

*Tatt fra Williamson & Schmoys – exercise 3.1.*

Consider the following greedy algorithm for the knapsack problem. We initially sort all the items in order of non-increasing ratio to size so that $v_1/s_1 \geq v_2/s_2 \geq \cdots v_n/s_n$. Let $i^*$ be the index of an item of maximum value so that $v^* = \max_{i \in I} v_i$. The greedy algorithm puts items in the knapsack in index order until the next item no longer fits; that is, it finds $k$ such that $\sum_{i=1}^{k} s_i \leq B$ but $\sum_{i=1}^{k+1} s_i > B$. The algorithm returns either $\{1, \ldots, k\}$ or $\{i^*\}$, whichever has greater value. Prove that this algorithm is a 1/2-approximation algorithm for the knapsack problem.

# Oppgave 5

Oppgaven omhandler algoritmen beskrevet i seksjon 4.1 (s. 88).

Gitt

$$\begin{aligned} p_1 &= 10 \\ p_2 &= 1 \\ p_3 &= 2 \\ p_4 &= 2 \\ p_5 &= 3 \end{aligned}$$

og

$$\begin{aligned} r_1 &= 0 \\ r_2 &= 8 \\ r_3 &= 11 \\ r_4 &= 12 \\ r_5 &= 11 \end{aligned}$$

(a) Hvilken oppgaveplan vil avrundingsalgoritmen gi og hva er målverdien til denne løsningen?

(b) Hva er den optimale oppgaveplanen og hva er målverdien til denne løsningen?

(c) Lag en instans med minst tre oppgaver som overlapper der avrundingsalgoritmen vil gi optimalt svar.

(d) Lag en instans som vil gi $\frac{\text{APX}}{\text{OPT}} \geq 1.9$ med avrundingsalgoritmen.

# Oppgave 6

*Tatt fra Vazirani.*

Avrundingsalgoritmen for mengdedekkingsproblemet i seksjon 1.3 (s. 13) runder opp løsningene hvis $x_j^* \geq 1/f$. La oss istedenfor se på en algoritme som runder opp løsningene hvis $x_j^* > 0$. Vis at dette også er en $f$-approksimering ved hjelp av komplementær slakkhet.