

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»

ФАКУЛЬТЕТ ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ И КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНИКИ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

по дисциплине

‘ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА’

Вариант №19

Выполнил:

Студент группы Р3213

Свиридов Дмитрий

Витальевич

Преподаватель:

Малышева Татьяна

Алексеевна



УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Санкт-Петербург, 2021

Цель работы

Изучить численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений и реализовать один из них средствами программирования.

Описание метода

Метод Гаусса с выбором главного элемента по столбцам.

Схема с выбором главного элемента является одной из модификаций метода Гаусса. Идеей является такая перестановка уравнений, чтобы на k -ом шаге исключения ведущим элементом a_{ii} оказывался наибольший по модулю элемент k -го столбца.

Листинг программы

```
def solve_minor(matrix, i, j):
    """ Найти минор элемента матрицы """
    n = len(matrix)
    return [[matrix[row][col] for col in range(n) if col != j] for row in range(n) if row != i]

def solve_det(matrix):
    """ Найти определитель матрицы """
    n = len(matrix)
    if n == 1:
        return matrix[0][0]
    det = 0
    sgn = 1
    for j in range(n):
        det += sgn * matrix[0][j] * solve_det(solve_minor(matrix, 0, j))
        sgn *= -1
    return det

def solve(matrix):
    """ Метод Гаусса с выбором главного элемента по столбцам """
    n = len(matrix)
    det = solve_det([matrix[i][:n] for i in range(n)])
    if det == 0:
        return None

    # Прямой ход
    for i in range(n - 1):
        # Поиск максимального элемента в столбце
        max_i = i
        for m in range(i + 1, n):
            if abs(matrix[m][i]) > abs(matrix[max_i][i]):
                max_i = m

        # Перестановка строк
        if max_i != i:
            for j in range(n + 1):
                matrix[i][j], matrix[max_i][j] = matrix[max_i][j], matrix[i][j]

        # Исключение i-того неизвестного
        for k in range(i + 1, n):
            coef = matrix[k][i] / matrix[i][i]
            for j in range(i, n + 1):
                matrix[k][j] -= coef * matrix[i][j]

    reduced_matrix = matrix[:]

    # Обратный ход
    roots = [0] * n
    for i in range(n - 1, -1, -1):
        s_part = 0
        for j in range(i + 1, n):
            s_part += matrix[i][j] * roots[j]
        roots[i] = (matrix[i][n] - s_part) / matrix[i][i]
```

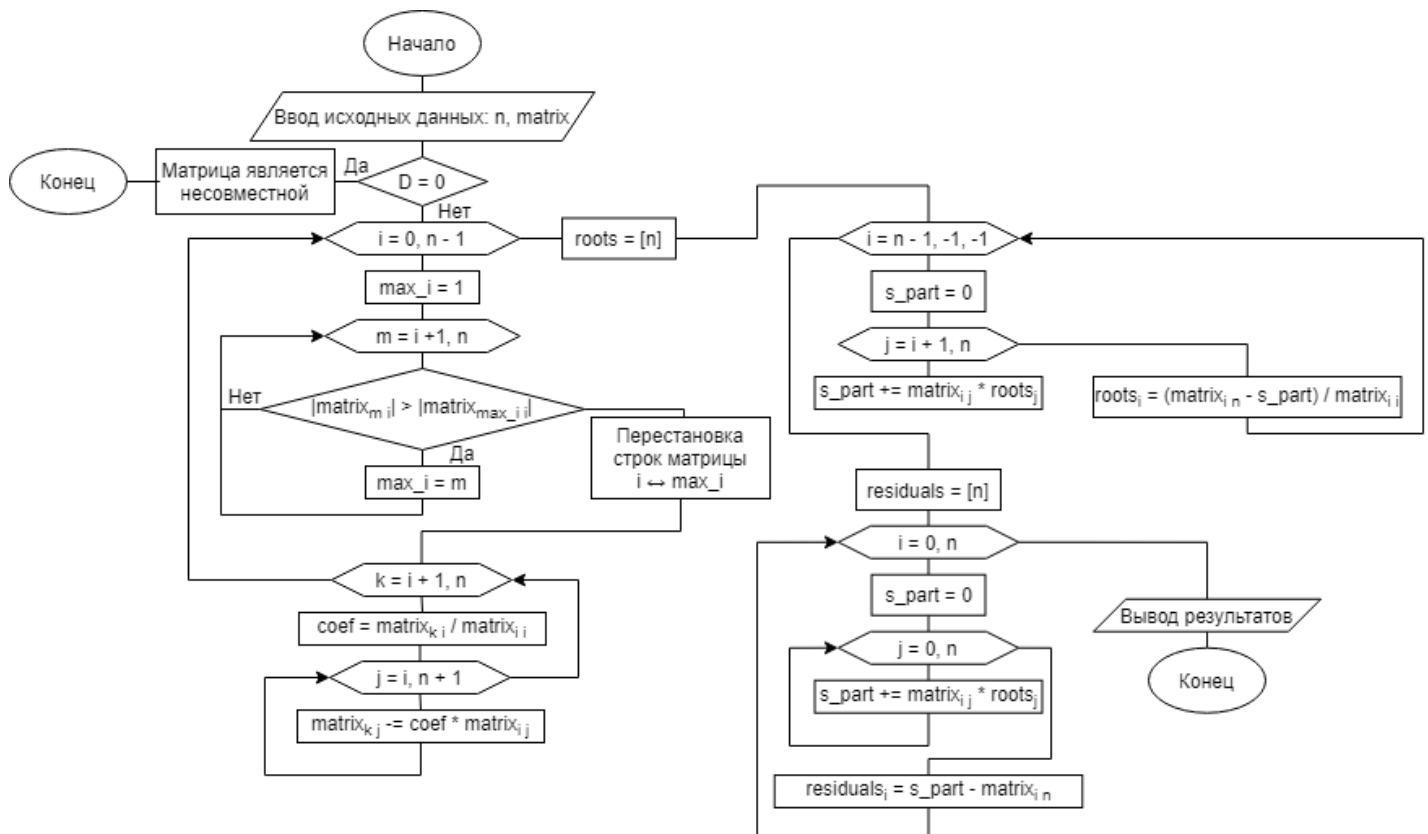
```

# Вычисление невязок
residuals = [0] * n
for i in range(n):
    s_part = 0
    for j in range(n):
        s_part += matrix[i][j] * roots[j]
    residuals[i] = s_part - matrix[i][n]

return det, reduced_matrix, roots, residuals

```

Блок-схема метода



Примеры работы программы

```
Лабораторная работа #1 (19)
Метод Гаусса с выбором главного элемента по столбцам

Взять коэффициенты из файла (+) или ввести с клавиатуры (-)?
>>> -
Вводите коэффициенты матрицы через пробел строка за строкой.
Порядок матрицы: 4
Коэффициенты матрицы:
1 3 5 7 12
3 5 7 1 0
5 7 1 3 4
7 1 3 5 16

Определитель:
2048.0

Преобразованная матрица:
      7.0      1.0      3.0      5.0      16.0
      0.0      6.286     -1.143     -0.571     -7.429
      0.0      0.0      6.545     -0.727     -1.455
      0.0      0.0      0.0      7.111     14.222

Вектор неизвестных:
0.99999999999999998
-1.0
3.392348130799089e-17
2.0000000000000004

Вектор невязок:
0.0
0.0
0.0
1.7763568394002505e-15
```

```
Определитель:
226767994425.0

Преобразованная матрица:
      545.0      51.0      3.0      3.0      1.0      9.0      88.0
      0.0      57.701     11.571     19.571     -0.143     -0.288     -7.594
      0.0      0.0      54.01      5.135     77.941      2.484     448.876
      0.0      0.0      0.0     211.748      5.314      3.121     306.655
      0.0      0.0      0.0      0.0     10.955      3.038      14.399
      0.0      0.0     -0.0      0.0      0.0     57.556    -107.854

Вектор неизвестных:
0.31377697927973375
-1.7472650638097207
5.61462394326593
1.4298023992942055
1.8339803905244156
-1.8739105412626618

Вектор невязок:
0.0
-7.105427357601002e-15
-5.684341886080802e-14
0.0
1.7763568394002505e-15
0.0
```

Вывод

В результате выполнения данной лабораторной работой я познакомился с численными методами решения математических задач на примере систем алгебраических уравнений, реализовав на языке программирования Python метод Гаусса с выбором главного элемента по столбцам.