

Ejercicio de Variables Aleatorias y Prueba de Hipótesis

Diplomado de Probabilidad y Estadística Matemática en R

[http:// synergy.vision/](http://synergy.vision/)

Contenido

Variables aleatorias	5
Ejercicio 1	5
Ejercicio 2	5
Ejercicio 3	5
Ejercicio 4	6
Ejercicio 5	6
Ejercicio 6	7
Ejercicio 7	7
Ejercicio 8	8
Ejercicio 9	8
Ejercicio 10	9
Ejercicio 11	10
Ejercicio 12	10
Ejercicio 13	10
Ejercicio 14	11
Ejercicio 15	11
Ejercicio 16	12

Ejercicio 17	12
Ejercicio 18	13
Ejercicio 19	14
Ejercicio 20	14
Ejercicio 21	15
Ejercicio 22	16
Ejercicio 23	16
Ejercicio 24	17
Ejercicio 25	17
Prueba de hipótesis	19
Ejercicio 1	19
Ejercicio 2	20
Ejercicio 3	21
Ejercicio 4	22
Ejercicio 5	23
Ejercicio 6	24
Ejercicio 7	25
Ejercicio 8	26
Ejercicio 9	27
Ejercicio 10	28
Ejercicio 11	29
Ejercicio 12	30
Ejercicio 13	31

Ejercicio 14	32
Ejercicio 15	34
Ejercicio 16	36
Ejercicio 17	37
Ejercicio 18	38
Ejercicio 19	39
Ejercicio 20	40
Ejercicio 21	41
Ejercicio 22	42
Ejercicio 23	43
Ejercicio 24	44
Ejercicio 25	45
Ejercicio 26	46
Ejercicio 27	47
Ejercicio 28	50
Ejercicio 29	51
Ejercicio 30	52
Ejercicio 31	53
Ejercicio 32	54
Ejercicio 33	56
Ejercicio 34	57
Ejercicio 35	58
Ejercicio 36	60

Ejercicio 37	62
Ejercicio 38	63
Ejercicio 39	65
Ejercicio 40	67
Ejercicio 41	69
Ejercicio 42	71
Ejercicio 43	73
Ejercicio 44	75
Ejercicio 45	77
Ejercicio 46	79
Ejercicio 47	81
Ejercicio 48	84
Ejercicio 49	86
Ejercicio 50	88
Ejercicio 51	90
Ejercicio 52	91

Variables aleatorias

Ejercicio 1

Una muestra aleatoria simple es una muestra extraída de tal manera que cada miembro de la población tiene:

- A. alguna posibilidad de ser seleccionado en la muestra.
- B. la misma posibilidad de ser incluido en la muestra.
- C. 1% de probabilidad de ser incluido en la muestra.

Solución:

La respuesta correcta es la B. Para una muestra aleatoria simple, cualquier miembro de la población tiene la misma posibilidad de ser incluido en la muestra.

Ejercicio 2

El error de muestreo se define como:

- A. un error que ocurre cuando se dibuja una muestra de menos de 30 elementos.
- B. un error que ocurre durante la recopilación, grabación y tabulación de datos.
- C. la diferencia entre el valor de una muestra estadística y el valor del parámetro de población correspondiente

Solución:

La respuesta correcta es la C. El error de muestreo es la resta entre el valor de una muestra estadística (media, varianza ó desviación estándar de la muestra) y el valor del parámetro correspondiente de la población (El valor real de la media, varianza ó desviación estándar de la población).

Ejercicio 3

La edad media de los candidatos CFA es de 28 años. La edad media de una muestra aleatoria de 100 candidatos es de 26.5 años. La diferencia de 1.5 años se llama:

- A. error aleatorio.

B. error de muestreo.

C. error poblacional

Solución:

La respuesta correcta es la B. Pues el error de muestreo es la diferencia entre el valor de una muestra estadística (en este caso la media de la muestra) y el valor del parámetro correspondiente de la población (la media de la población).

Ejercicio 4

Si n es grande y la desviación estándar de la población es desconocida, el error estándar de la distribución muestral de la media muestral es igual a:

A. Desviación estándar de la muestra dividida por el tamaño de la muestra.

B. Desviación estándar de la población multiplicada por el tamaño de la muestra.

C. Desviación estándar de la muestra dividida por la raíz cuadrada del tamaño de la muestra.

Solución:

La respuesta correcta es la C. Para n suficientemente grande y desviación estándar de la población conocida, el error estándar de la media muestral es igual a la desviación estándar poblacional entre la raíz cuadrada del tamaño de la muestra. En cambio si la desviación estándar poblacional es desconocida, usamos en su lugar la desviación estándar de la muestra, por lo que el error estándar de la media muestral vendría siendo la desviación estándar de la muestra dividida por la raíz cuadrada del tamaño de la muestra.

Ejercicio 5

El error estándar de la distribución de muestreo de la media muestral para un tamaño de muestra de n extraído de una población con una media de μ y una desviación estándar de σ es:

A. Desviación estándar de la muestra dividida por el tamaño de la muestra.

B. Desviación estándar de la muestra dividida por la raíz cuadrada del tamaño de la muestra.

C. Desviación estándar poblacional dividida por la raíz cuadrada del tamaño de la muestra.

Solución:

La respuesta correcta es la C. Para n suficientemente grande y desviación estándar de la población conocida, el error estándar de la media muestral es igual a la desviación estándar poblacional entre la raíz cuadrada del tamaño de la muestra.

Ejercicio 6

Para aplicar el teorema del límite central a la distribución muestral de la media muestral, la muestra generalmente se considera grande si n es mayor que:

- A. 20.
- B. 25.
- C. 30.

Solución:

La respuesta correcta es la C. Para aplicar el teorema central del límite, se considera que la muestra es suficientemente grande si n es mayor o igual a 30 ($n \geq 30$).

Ejercicio 7

Supongamos que una población tiene una media de 14 con una desviación estándar de 2. Si se extrae una muestra aleatoria de 49 observaciones de esta población, el error estándar de la media muestral es el más cercano a:

- A. 0.04
- B. 0.29
- C. 2.00

Solución:

La respuesta correcta es la B. El error estándar de la media muestral viene dado por la desviación estándar poblacional (que es conocida) entre la raíz cuadrada del tamaño de la muestra, por lo que el error estándar de la media muestral es $\frac{2}{\sqrt{49}} = \frac{2}{7} = 0.2857 \approx 0.29$.

Ejercicio 8

La media de la población es 30 y la media de una muestra de tamaño 100 es 28.5. La varianza de la muestra es 25. El error estándar de la media muestral es el más cercano a:

- A. 0.05
- B. 0.25
- C. 0.50

Solución:

La respuesta correcta es la C. El error estándar de la media muestral viene dado por la desviación estándar poblacional entre la raíz cuadrada del tamaño de la muestra, como en este caso la desviación estándar poblacional es desconocida usamos en su lugar la desviación estándar de la muestra que viene dado por la raíz cuadrada de la varianza muestral que es de 25. Por lo que el error estándar de la media muestral es $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{100}} = \frac{5}{10} = 0.5$.

Ejercicio 9

Una muestra aleatoria de 100 clientes de computadoras consumió un promedio de \$ 75 en la tienda. Suponiendo que la distribución es normal y la desviación estándar de la población es de \$ 20, el intervalo de confianza del 95% para la media de la población es el más cercano a:

- A. \$ 71.08 a \$ 78.92.
- B. \$ 73.89 a \$ 80.11.
- C. \$ 74.56 a \$ 79.44.

Solución:

La respuesta correcta es la A. Suponiendo que la población de clientes que gastan en computadoras tiene una distribución normal con varianza poblacional conocida, entonces el intervalo de confianza para la media de la población se puede calcular mediante:

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Donde,

$\bar{x} = 75$ = Media muestral.

$1 - \alpha = 95\%$ = Grado de confianza.

$z_{\alpha/2} = 1.96 =$ Factor de confiabilidad.

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{20}{\sqrt{100}} = 2 = \text{Error estándar de la media muestral.}$$

Sustituyendo los valores, el intervalo de confianza del 95% para la media de la población es de: (71.08\$, 78.92\$).

Ejercicio 10

Best Computers, Inc., vende computadoras y partes de computadoras por correo. Una muestra de 25 pedidos recientes mostró que el tiempo medio requerido para enviar estos pedidos fue de 70 horas con una desviación estándar de muestra de 14 horas. Suponiendo que la población se distribuye normalmente, el intervalo de confianza del 99% para la media de la población es:

A. 70 ± 2.80 horas.

B. 70 ± 6.98 horas.

C. 70 ± 7.83 horas.

Solución:

La respuesta correcta es la C. Suponiendo que el tiempo de envío tiene una distribución normal con varianza poblacional desconocida, entonces el intervalo de confianza para la media de la población se puede calcular mediante:

$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Donde,

$\bar{x} = 70 =$ Media muestral.

$1 - \alpha = 99\% =$ Grado de confianza.

$t_{\alpha/2} = 2.797 =$ Factor de t -confiabilidad con $n - 1$ grados de libertad.

$$\frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{14}{\sqrt{25}} = 2.8 = \text{Error estándar de la media muestral.}$$

Sustituyendo los valores, el intervalo de confianza del 99% para la media poblacional es de:

$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} = 70 \pm 2.797 \times 2.8 = 70 \pm 7.83$$

Ejercicio 11

La distribución de muestreo de una estadística es la distribución de probabilidad compuesta de todos los posibles:

- A. observaciones de la población subyacente.
- B. estadísticas de muestra calculadas a partir de muestras de distintos tamaños extraídas de la misma población.
- C. estadísticas de muestra calculadas a partir de muestras del mismo tamaño extraídas de la misma población.

Solución:

La respuesta correcta es la C. La distribución de muestreo de una muestra estadística es la distribución de probabilidad de todas las posibles muestras estadísticas calculadas a partir de un conjunto de muestras de igual tamaño extraídas de la misma población.

Ejercicio 12

La muestra de las relaciones deuda / capital de 25 bancos estadounidenses que cotizan en bolsa a nivel fiscal fin de año 2003 es un ejemplo de:

- A. una estimación puntual.
- B. datos transversales.
- C. una muestra aleatoria estratificada.

Solución:

La respuesta correcta es la B. Pues esta muestra se recolectó en el mismo punto único de tiempo como lo fue al final del año 2003.

Ejercicio 13

¿Cuál de las siguientes opciones es menos probable que sea una propiedad deseable de una estimación?

- A. Confiabilidad.
- B. Eficiencia.

C. Consistencia.

Solución:

Las propiedades deseables de un estimador son: Eficiencia, consistencia e imparcialidad, es decir, la menos probable de ser una propiedad deseable de un estimador es la Confiabilidad. Por lo que la opción correcta es la A.

Ejercicio 14

Si la varianza de la distribución muestral de un estimador es menor que todos los demás estimadores insesgados del parámetro de interés, el estimador es:

- A. eficiente.
- B. imparcial.
- C. consistente.

Solución:

Un estimador insesgado o imparcial es también eficiente, si la varianza de la distribución muestral es menor que todos los demás estimadores insesgados del parámetro de interés. Por lo que la respuesta correcta es la opción A.

Ejercicio 15

¿Cuál de las siguientes opciones es menos probable que sea una propiedad de la distribución t de Student?

- A. y los grados de libertad se hacen más grandes, la varianza se acerca a cero.
- B. Se define por un solo parámetro, los grados de libertad, que es igual a $n - 1$.
- C. Tiene más probabilidad en las colas y menos en el pico que una distribución normal estándar.

solución:

Las propiedades de una distribución t-student, son:

1. Es simétrica.
2. Se define por un solo parámetro, que corresponde a los grados de libertad y estos son iguales al número de la muestra, o observaciones, menos uno, es decir, $n - 1$.

3. Tiene más probabilidad en las colas y menos en el pico que una distribución normal estándar.
4. Cuando los grados de libertad se hacen más grandes, la forma de la distribución t-sudent es mas parecida a una distribución normal estándar, es decir, la varianza no se acerca a cero.

Por lo que la propiedad menos probable es la opción A.

Ejercicio 16

Un analista que utiliza datos históricos que no estaban disponibles públicamente en el período de tiempo que se está estudiando tendrá una muestra con:

- A. parcialidad de anticipación.
- B. Sesgo de período de tiempo.
- C. sesgo de selección de muestra.

Solución:

Cuando se estudia o utiliza unos datos que no estan disponibles públicamente en el tiempo que se estudia entonces estamos hablando de una muestra con parcialidad de anticipación. Por lo que la respuesta correcta es la opción A.

Ejercicio 17

El intervalo de confianza del 95% de la media muestral de la edad de los empleados de una corporación importante es de 19 años a 44 años según una estadística z. La población de empleados es más de 5.000 y el tamaño de muestra de esta prueba es 100. Suponiendo que la población está normalmente distribuida, el error estándar de la media de la edad de los empleados es cercano a:

- A. 1.96.
- B. 2.58.
- C. 6.38

Solución:

Supongamos que la población de empleados tiene una distribución normal con varianza desconocida, entonces usando una estadística z el intervalo de confianza se puede calcular:

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} s_{\bar{x}}$$

Donde,

\bar{x} = Media muestral.

$1 - \alpha$ = Probabilidad del intervalo de confianza.

α = Nivel de significancia.

$z_{\alpha/2}$ = Factor de confiabilidad.

$s_{\bar{x}}$ = Error estándar de la media muestral.

n =Tamaño dela muestra.

Así, tenemos que: $n = 100$, $1 - \alpha = 95\%$ entonces $\alpha=5\%$.

Comunmente el factor de confiabilidad de una distribución normal estándar es:

$z_{\alpha/2} = 1.960$ para una probabilidad de 95%.

La media muestral en este caso es el punto medio del intervalo de confianza, $\bar{x} = \frac{19 + 44}{2} = 31.5$

Queremos calcular $s_{\bar{x}}$, entonces usando el límite superior del intervalo tenemos,

$$\bar{x} + z_{\alpha/2} s_{\bar{x}} = 44$$

Sustituyendo nos queda,

$$31.5 + 1.96 s_{\bar{x}} = 44$$

Despejando tenemos,

$$s_{\bar{x}} = \frac{44 - 31.5}{1.96} = 6.38$$

Así, el error estándar de la media muestral es de 6.38. Por lo tanto la respuesta correcta es la opción C.

Ejercicio 18

¿Cuál de los siguientes está *más estrechamente* relacionado con el sesgo de supervivencia?

A. Estudios de precio por libro.

B. Estudios de muestreo de bonos estratificados.

C. Estudios de desempeño de fondos mutuos.

Solución:

El sesgo de supervivencia está más estrechamente relacionado con el estudio de desempeño de fondos mutuos ya que el análisis de fondos mutuos con un sesgo de supervivencia dará resultados que sobrestimarán el rendimiento promedio de los fondos mutuos porque la base de los datos sólo incluye los fondos de mejor rendimiento. Por lo que la respuesta correcta es la opción C.

Ejercicio 19

¿Cuál es la estadística de prueba más apropiada para construir intervalos de confianza para la media poblacional cuando la población está distribuida normalmente, pero la varianza es desconocida?

- A. La estadística z en α con n grados de libertad.
- B. La estadística t en $\alpha/2$ con n grados de libertad.
- C. La estadística t en $\alpha/2$ con $n - 1$ grados de libertad.

Solución:

La estadística de prueba más apropiada para construir intervalos de confianza para la media poblacional cuando la población está distribuida normalmente, pero la varianza es desconocida es la estadística t en $\alpha/2$ con $n - 1$ grados de libertad. La estadística z en α con n grados de libertad es aceptable cuando el tamaño de la muestra es grande, pero como no es el caso, la estadística t siempre es apropiada bajo estas condiciones. Por lo tanto la opción correcta es la C.

Ejercicio 20

Cuando se estima un intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución no normal cuando se desconoce la varianza de la población y el tamaño de la muestra es grande ($n > 30$), un analista puede usar aceptablemente:

- A. bien una estadística z o una estadística t .
- B. solo una estadística z en α con n grados de libertad.
- C. solo una estadística t en $\alpha/2$ con n grados de libertad.

Solución:

La respuesta correcta es la opción A. Cuando se estima un intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución no normal cuando se desconoce la varianza de la población y el tamaño de la muestra es grande ($n > 30$), un analista puede usar aceptablemente bien una estadística z o una estadística t . Sin embargo, el estadístico t es más recomendable por proveer un rango más conservador (más ancho) en un nivel dado de significancia.

Ejercicio 21

Jenny Fox evalúa a los gerentes que tienen una desviación estándar de la población de la sección transversal de rendimientos del 8%. Si los rendimientos son independientes entre los gerentes, ¿qué tan grande necesita Fox una muestra, para que el error estándar de la muestra sea de 1.265%?

- A. 7.
- B. 30.
- C. 40.

Solución:

El error estándar muestral está dado por:

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Sustituyendo, nos queda:

$$1.265 = \frac{8}{\sqrt{n}}$$

Despejando n ,

$$n = \left(\frac{8}{1.265} \right)^2$$

Finalmente, tenemos que $n = 40$. Por lo tanto la muestra que necesita Fox es de 40, así la respuesta correcta es la opción C.

Ejercicio 22

Los rendimientos anuales de las acciones pequeñas tienen una media poblacional del 12% y una desviación estándar de la población del 20%. Si los rendimientos se distribuyen normalmente, un intervalo de confianza del 90% en los rendimientos medios durante un período de 5 años es:

- A. 5.40% a 18.60%.
- B. -2.75% a 26.75%.
- C. -5.52% a 29.52%.

Solución:

Como sabemos la desviación estándar y la población está distribuida normalmente, entonces podemos usar el estadístico z, donde el intervalo de confianza esta dado de la siguiente forma:

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

$z_{\alpha/2} = 1.645$ para una probabilidad de 90%.

Luego, el límite superior e inferior del intervalo es,

$$12 + 1.645 \left(\frac{20}{\sqrt{5}} \right) = 26.7$$

$$12 - 1.645 \left(\frac{20}{\sqrt{5}} \right) = -2.7$$

Por lo tanto, la respuesta correcta es la opción B.

Ejercicio 23

Usando un muestreo aleatorio, un gerente quiere construir una cartera de 50 acciones que se aproximará a los rendimientos de un amplio índice de mercado que contiene 200 acciones. Explique cómo podría usar el muestreo aleatorio simple y el muestreo aleatorio estratificado para seleccionar poblaciones del índice y las posibles ventajas del muestreo aleatorio estratificado.

Solución:

El muestreo aleatorio simple es un método para seleccionar una muestra de tal manera que cada items o persona de la población siendo estudiada tenga la misma probabilidad de estar

incluida en la muestra. Es decir, se realiza un proceso de escogencia aleatoria de 50 acciones con la misma probabilidad de escogencia de una población de 200 acciones.

El muestreo aleatorio estratificado es un sistema de clasificación para separar una población en pequeños grupos basados en una o más características. De cada subgrupo o estrato, es tomada una muestra aleatoria y los resultados son agrupados. Para este caso, se puede dividir las acciones en capitalización o industria y formar los subgrupos. En este contexto el muestreo aleatorio estratificado tiene ventaja sobre el muestreo simple ya que permite trabajar con características que aportan más información a la hora de tomar decisiones con la muestra.

Ejercicio 24

Un analista ha tomado una muestra aleatoria de 50 observaciones de una población para la cual quiere estimar el promedio de la población. Ella cree que la distribución de esta población está negativamente sesgada.

- A. ¿Puede usar la media muestral para estimar la media poblacional y construir un intervalo de confianza? Explique.
- B. ¿Cuáles son las propiedades estadísticas deseables de un estimador?
- C. ¿Cuál de estas propiedades posee la muestra como un estimador de la media de la población?

Solución:

- A. Sí se puede usar la media muestral para estimar la media poblacional y construir un intervalo de confianza usando el resultado del Teorema Central del Límite, que a partir de una muestra mayor a 30, podemos aproximar la distribución de la población a una distribución normal y construir un intervalo de confianza.
- B. Las propiedades estadísticas deseables de un estimador son: Imparcial o insesgado, eficiente y consistente.
- C. La media muestral tiene todas estas propiedades.

Ejercicio 25

Una muestra aleatoria de las estimaciones de ganancias de los analistas tiene una media de \$ 2.84 y una desviación estándar de \$ 0.40. ¿Qué podemos decir sobre el intervalo de confianza del 90% para las ganancias del próximo período si:

A. ¿el tamaño de muestra es 20?

B. ¿el tamaño de muestra es 40?

¿Qué enunciado probabilístico podríamos hacer al nivel de confianza del 90%? si:

C. ¿el tamaño de muestra fue 15?

D. ¿el tamaño de muestra fue 60?

Solución:

Para los items A y B, no se puede decir algo concreto del intervalo de confianza de 90% de la ganancias para el proximo período ya que no se tiene información de la distribución de la población si es normal o no normal.

C. No se puede asumir que la distribución es normal, no se puede hacer alguna inferencia si la muestra es de solo 15.

D. Sí la muestra es de 60, podemos asumir gracias al Teorema Central del límite que la distribución es normal, así podemos usar el t estadístico de 90% con 59 grados de libertad, para calcular el intervalo de confianza,

$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2} s_{\bar{x}}$$

$t_{\alpha/2} = 1.671$ con 90%.

sustituyendo, tenemos:

$$2.84 + 1.671 \left(\frac{0.40}{\sqrt{60}} \right) = 2.93$$

$$2.84 - 1.671 \left(\frac{0.40}{\sqrt{60}} \right) = 2.75$$

Prueba de hipótesis

Ejercicio 1

¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre la prueba de hipótesis es más precisa?

- A. Un error Tipo II rechaza la hipótesis nula cuando es realmente verdadera.
- B. El nivel de significancia es igual a uno menos la probabilidad de un error de Tipo I.
- C. Una prueba de dos vías con un nivel de significancia del 5% tiene valores críticos z_{α} de ± 1.96 .

Solución:

Un error Tipo II acepta la hipótesis nula cuando es falsa y un error Tipo I rechaza la hipótesis nula cuando es realmente verdadera. El nivel de significancia es igual a un error de Tipo I. Por lo que la respuesta correcta es la opción C.

Si el nivel de significancia es 5%, para una prueba de dos vías tenemos las siguientes probabilidades

$$\begin{aligned} P(\mathcal{Z} < z_{\alpha/2}) &= \alpha/2 \\ P(\mathcal{Z} < z_{0.05/2}) &= 0.05/2 \\ P(\mathcal{Z} < z_{0.025}) &= 0.025 \\ P(\mathcal{Z} < z_{0.025}) &= 0.025 \\ P(\mathcal{Z} < -1.96) &= 0.025 \end{aligned}$$

Y

$$\begin{aligned} P(\mathcal{Z} > z_{1-\alpha/2}) &= \alpha/2 \\ P(\mathcal{Z} > z_{1-0.05/2}) &= 0.05/2 \\ P(\mathcal{Z} > z_{1-0.025}) &= 0.025 \\ P(\mathcal{Z} > z_{0.975}) &= 0.025 \\ P(\mathcal{Z} > 1.96) &= 0.025 \end{aligned}$$

Ejercicio 2

¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre la prueba de hipótesis es menos precisa?

- A. El poder de la prueba $= 1 - P(\text{error Tipo II})$.
- B. Si la estadística calculada nos da $\mathcal{Z} = -2$ y el valor crítico $z_\alpha = -1.96$, la hipótesis es rechazada.
- C. La estadística calculada \mathcal{Z} para una prueba de una muestra simple cuando la varianza poblacional σ^2 es conocida:

$$\mathcal{Z} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Solución:

La respuesta correcta es la opción C. ya que la estadística calculada \mathcal{Z} para una prueba de una muestra simple, cuando la varianza poblacional es conocida es:

$$\mathcal{Z} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

(σ^2 es la varianza).

Use la siguiente información para responder las preguntas 3 a 7.

Austin Roberts cree que el precio promedio de las casas en el área es mayor a \$145.000.

Una muestra aleatoria de 36 casas en el área tiene un precio promedio de \$149.750. La desviación estándar de la población es de \$24.000, y Roberts quiere realizar una prueba de hipótesis a un nivel de 1% del significado.

Ejercicio 3

La hipótesis alternativa apropiada es:

A. $H_a : \mu < \$145.000$

B. $H_a : \mu \geq \$145.000$

C. $H_a : \mu > \$145.000$

Solución:

La hipótesis alternativa en este caso es lo que Austin Roberts quiere probar, que es que el precio promedio de las casas en el área es mayor a \$145.000. Así, la respuesta correcta es la opción C. La hipótesis alternativa es mayor a \$145.000. $H_a : \mu > \$145.000$.

Ejercicio 4

El valor de la estadística de prueba calculada es más cercano a:

A. 0.67.

B. 1.19.

C. 4.00.

Solución:

El estadístico \mathcal{Z} es la prueba de hipótesis apropiada de la media de la población cuando la población está normalmente distribuida con varianza conocida. El estadístico se calcula de la siguiente forma:

$$\mathcal{Z} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Donde,

\bar{X} = Media de la muestra.

μ_0 = Media de la población.

σ = Desviación estándar de la población.

n = Tamaño de la muestra.

Sustituyendo, nos queda:

$$\mathcal{Z} = \frac{149750 - 145000}{\frac{24000}{\sqrt{36}}} = 1.1875 \approx 1.19$$

Por lo que, $\mathcal{Z} = 1.19$. Así la respuesta correcta es la opción B.

Ejercicio 5

¿Cuál de los siguientes describe con más precisión la estructura de prueba adecuada?

- A. Prueba de dos colas.
- B. Prueba de una cola.
- C. Prueba Chi-cuadrado.

Solución:

La hipótesis alternativa, $H_a : \mu > \$145.000$, sólo permite valores mayores al valor hipotético. Por eso la prueba de una cola describe con mayor precisión la prueba. La respuesta correcta es la opción B.

Tenemos también que la varianza poblacional es conocida, por lo que la prueba estadística apropiada es Z .

Ejercicio 6

El valor crítico de la estadística Z es:

- A. ± 1.96
- B. $+2.33$
- C. ± 2.33

Solución:

Para un nivel 1% de significancia el valor crítico de Z es, $z_{\alpha} = z_{0.01} = 2.33$. Como la prueba es de una cola y $H_a : \mu > \$145.000$ entonces el valor crítico de z_{α} es positivo. Por lo que la respuesta correcta es la opción B.

Ejercicio 7

Con un nivel de importancia del 1%, Roberts debería:

- A. Rechaza la hipótesis nula.
- B. No puede rechazar la hipótesis nula.
- C. Ni acepto ni rechazo la hipótesis nula.

Solución:

Se rechaza la hipótesis nula H_o si $Z > z_{\alpha}$. Como $1.19 < 2.33$ entonces Roberts no puede rechazar la hipótesis nula. La respuesta correcta es la opción B.

Use la siguiente información para responder las preguntas 8 a 13.

Un analista está realizando una prueba de hipótesis para determinar si el tiempo medio empleado en la investigación de inversión es diferente de tres horas por día. La prueba se realiza en el 5% nivel de significancia y utiliza una muestra aleatoria de 64 administradores de cartera, donde el tiempo medio dedicado a la investigación es de 2.5 horas. La desviación estándar de la población es 1.5 horas.

Ejercicio 8

La hipótesis nula apropiada para la prueba descrita es:

- A. $H_0 : \mu = 3\text{horas}$
- B. $H_0 : \mu \leq 3\text{horas}$
- C. $H_0 : \mu \geq 3\text{horas}$

Solución:

Cómo el analista está realizando una prueba de hipótesis para determinar si el tiempo medio empleado en la investigación de inversión es diferente de tres horas por día, entonces se tiene una hipótesis alternativa $H_a : \mu \neq 3\text{horas}$. Por lo que la hipótesis nula sería $H_0 : \mu = 3\text{horas}$. Por lo tanto la respuesta correcta es la opción A.

Ejercicio 9

Esto es un:

- A. Prueba de una cola.
- B. Prueba de dos colas.
- C. Prueba de comparaciones pareadas.

Solución:

La prueba de dos colas es más apropiada ya que se quiere saber si el tiempo medio empleado en la investigación de inversión es diferente de tres horas por día. Esto es para una prueba alternativa $H_a : \mu \neq 3 \text{ horas}$. Es decir, que sea mayor o menor a 3 horas. Por lo tanto la opción correcta es la opción B.

Ejercicio 10

La estadística Z calculada es:

A. -2.67

B. $+0.33$

C. $+2.67$

Solución:

La estadística Z es:

$$\begin{aligned} Z &= \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \\ &= \frac{2.5 - 3}{\frac{1.5}{\sqrt{64}}} \\ Z &= -2.666 \end{aligned}$$

Así $Z = -2.67$. Por lo que la respuesta correcta es la opción A.

Ejercicio 11

El valor crítico z_α de la estadística de prueba es (son):

- A. -1.96
- B. $+1.96$
- C. ± 1.96

Solución:

Para un nivel 5% de significancia el valor crítico de \mathcal{Z} es, $z_{\alpha/2} = z_{0.025} = 1.96$. Como la prueba es de dos colas y $H_a : \mu \neq 3$ horas entonces el valor crítico de \mathcal{Z} es ± 1.96 . Por lo que la respuesta correcta es la opción C.

Ejercicio 12

El intervalo de confianza del 95% para la media de la población es:

- A. $1.00 < \mu < 3.50$.
- B. $0.54 < \mu < 4.46$.
- C. $2.13 < \mu < 2.87$.

Solución:

Usando una estadística \mathcal{Z} el intervalo de confianza se puede calcular:

$$\bar{X} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Sustituyendo, nos queda:

$$2.5 \pm 1.96 \left(\frac{1.5}{64} \right)$$

El límite superior es: 2.87.

El límite inferior es: 2.13.

Por lo tanto la respuesta correcta es la opción C.

Ejercicio 13

El analista debería más apropiadamente:

- A. Rechaza la hipótesis nula.
- B. No puede rechazar la hipótesis nula.
- C. No llegar a ninguna conclusión porque no se dio la desviación estándar de la muestra.

Solución:

Se rechaza la hipótesis nula H_0 si $Z < -z_{\alpha/2}$ o $Z > z_{\alpha/2}$. Como $-2.67 < -1.96$ entonces se rechaza la hipótesis nula. La respuesta correcta es la opción A.

Ejercicio 14

Se realizó un estudio para determinar si la desviación estándar de la información mensual los costos de mantenimiento de un avión Pepper III son de \$300. Una muestra de 30 Pepper IIIs tuvo un costo de mantenimiento mensual promedio de \$3.025 y una desviación estándar de \$325. Usando un nivel de significancia del 5%, cuál de los siguientes es la más apropiada con respecto a la diferencia entre el valor hipotético de la varianza poblacional y la varianza muestral?

- A. La población y las variaciones de muestra son significativamente diferentes.
- B. La población y las variaciones de muestra no son significativamente diferentes.
- C. No hay muestras que puedan usarse para probar las diferencias de varianza en pequeñas muestras.

Solución:

La estructura de la prueba es:

$$H_0 : \sigma^2 = 300^2$$

$$H_a : \sigma^2 \neq 300^2$$

Se tiene una prueba de dos colas ya que la hipótesis alternativa es $H_a : \sigma^2 \neq 300^2$. Cómo el valor hipotético es la varianza poblacional para la muestra, el estadístico de prueba es χ^2 , lo que para $n - 1 = 30 - 1 = 29$ grados de libertad se calcula de la siguiente forma:

$$\chi_{n-1}^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$$

Donde,

s^2 = Varianza de la muestra.

n = Tamaño de la muestra.

σ_0^2 = Valor hipotético de la varianza poblacional bajo la hipótesis nula.

Sustituyendo, nos queda:

$$\chi_{n-1}^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$$

$$\chi_{29}^2 = \frac{(29)325^2}{300^2}$$

$$\chi_{29}^2 = 34.03$$

Para un nivel 5% de significancia el valor crítico de χ_{29}^2 es, $\chi_{\alpha/2}^2 = \chi_{0.025}^2 = 45.722$ por la derecha por ser una prueba de dos colas y $\chi_{1-\alpha/2}^2 = \chi_{0.975}^2 = 16.047$ por la izquierda.

Se rechaza la hipótesis nula H_0 si $\chi_{24}^2 > \chi_{\alpha/2}^2$ o $\chi_{24}^2 < \chi_{1-\alpha/2}^2$. Como $34.03 < 45.722$ y $34.03 > 16.047$ entonces no se puede rechazar la hipótesis nula. Es decir, la población y las variaciones de muestra no son significativamente diferentes, por lo que la respuesta correcta es la opción B.

Use la siguiente información para responder las preguntas 15 a la 18.

Se tomaron dos muestras de dos poblaciones normalmente distribuidas. Para la primera muestra, el promedio fue de \$50 y la desviación estándar fue de \$5. Para la segunda muestra, el promedio fue \$55 y la desviación estándar fue de \$6. La primera muestra consiste en 25 observaciones y la segunda muestra consiste en 36 observaciones. (Nota: en las preguntas a continuación, los subíndices “1” y “2” indica la primera y la segunda muestra, respectivamente)

Ejercicio 15

Considere la hipótesis estructurada como $H_0 : \mu_1 = \$48$ frente a $H_a : \mu_1 \neq \$48$. A un nivel de significación del 1%, la hipótesis nula:

- A. No puede ser rechazado.
- B. Debe ser rechazado.
- C. No puede ser probado usando esta muestra de información provista.

Solución:

Se tiene una prueba de dos colas ya que la hipótesis alternativa es $H_a : \mu \neq \$48$. Como la varianza poblacional es desconocida para la primera muestra, el estadístico de prueba es T , lo que para $n - 1 = 25 - 1 = 24$ grados de libertad se calcula de la siguiente forma:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

Donde,

\bar{X} = Media de la muestra.

μ_0 = Media de la población.

s = Desviación estándar de la muestra.

n = Tamaño de la muestra.

Sustituyendo, nos queda:

$$T = \frac{50 - 48}{\frac{5}{\sqrt{25}}}$$

$$T = 2$$

Para un nivel 1% de significancia el valor crítico de T es, $t_{24} = 2.797$. Como la prueba es de dos colas entonces el valor crítico de t_{24} es ± 2.797 .

Se rechaza la hipótesis nula H_0 si $T < -t_{24}$ o $T > t_{24}$. Como $2 < 2.797$ y $2 > -2.797$ entonces no se puede rechazar la hipótesis nula. La respuesta correcta es la opción A.

Ejercicio 16

Utilizando un nivel de significancia del 5% y una estructura de prueba de hipótesis de $H_0 : \sigma_1^2 \leq 24$ contra $H_a : \sigma_1^2 > 24$, la hipótesis nula:

- A. No puede ser rechazado.
- B. Debe ser rechazado.
- C. No puede ser probado usando esta muestra de información provista.

Solución:

Se tiene una prueba de una cola ya que la hipótesis alternativa es $H_a : \sigma^2 > 24$. Como el valor hipotético es la varianza poblacional para la primera muestra, el estadístico de prueba es χ^2 , lo que para $n - 1 = 25 - 1 = 24$ grados de libertad se calcula de la siguiente forma:

$$\chi_{n-1}^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$$

Donde σ_0^2 es la varianza de la población bajo la hipótesis nula.

Sustituyendo, nos queda:

$$\begin{aligned}\chi_{24}^2 &= \frac{(24)5^2}{24} \\ \chi_{24}^2 &= 25\end{aligned}$$

Para un nivel 5% de significancia el valor crítico de χ_{24}^2 es, $\chi_{24}^2 - \text{critico} = 36.415$.

Se rechaza la hipótesis nula H_0 si $\chi_{24}^2 > \chi_{\alpha,24}^2$. Como $25 < 36.415$ y entonces no se puede rechazar la hipótesis nula. La respuesta correcta es la opción A.

Ejercicio 17

Considere la hipótesis estructurada como $H_0 : \mu_1 \leq \$48$ frente a $H_a : \mu_1 > \$48$. Con un nivel de significancia del 5%, la hipótesis nula:

- A. No puede ser rechazado.
- B. Debe ser rechazado.
- C. No puede ser probado usando la información de muestra proporcionada.

Solución:

Se tiene una prueba de una cola ya que la hipótesis alternativa es $H_a : \mu > \$48$. Como la varianza poblacional es desconocida para la primera muestra, el estadístico de prueba es T , lo que para $n - 1 = 25 - 1 = 24$ grados de libertad se calcula de la siguiente forma:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

Sustituyendo, nos queda:

$$T = \frac{50 - 48}{\frac{5}{\sqrt{25}}}$$

$$T = 2$$

Para un nivel 5% de significancia el valor crítico de T es, $t_{24} = 1.711$. Como la prueba es de una cola positiva entonces el valor crítico de t_{24} es $+1.711$.

Se rechaza la hipótesis nula H_0 si $T > t_{24}$. Como $2 > 1.711$ entonces se rechaza la hipótesis nula. La respuesta correcta es la opción B.

Ejercicio 18

Utilizando un nivel de significancia del 5% para una prueba del nulo de $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$, contra la alternativa de $H_a : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$, la hipótesis nula:

- A. No puede ser rechazado.
- B. Debe ser rechazado.
- C. No puede ser probado usando la información de muestra proporcionada.

Solución:

Cómo tenemos una comparación de varianzas entre las muestras, el estadístico de prueba más apropiado es F , lo que para $df_1 = n - 1 = 25 - 1 = 24$ y $df_2 = 35$ grados de libertad de ambas muestras se calcula el estadístico F de la siguiente forma:

$$F = \frac{s_2^2}{s_1^2}$$

Sustituyendo, nos queda:

$$\begin{aligned} F &= \frac{6^2}{5^2} \\ &= \frac{36}{25} \\ F &= 1.44 \end{aligned}$$

Para un nivel 5% de significancia el valor crítico de F es, $F_{24,35,\alpha/2} = F_{24,35,0.025} = 2.18$.

Se rechaza la hipótesis nula H_0 si $F > F_{24,35,0.025}$. Cómo $1.44 < 2.18$ entonces no se puede rechazar la hipótesis nula. Por lo que las varianzas poblacionales son significativamente iguales. La respuesta correcta es la opción A.

Ejercicio 19

Si el nivel de significancia de una prueba es 0.05 y la probabilidad de un error de Tipo II es 0.15, ¿cuál es el poder de la prueba?

- A. 0.850.
- B. 0.950.
- C. 0.975.

Solución:

El poder de la prueba está dado por:

$$1 - P(\text{error tipo II})$$

Sustituyendo, tenemos que el poder de la prueba es $1 - 0.15 = 0.85$. Por lo tanto la respuesta correcta es la opción A.

Ejercicio 20

¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre la distribución F y la distribución de Chi cuadrado es menos precisa? Ambas distribuciones:

- A. Son asimétricos.
- B. Están limitados por cero a la izquierda.
- C. Tienen medias que son menores que sus desviaciones estándar.

Solución:

Las distribuciones F y Chi cuadrado son asimétricas y ambas están limitadas por cero a la izquierda. Por lo que la afirmación menos precisa es que tienen medias que son menores que sus desviaciones estándar. Por lo tanto, la respuesta correcta es la opción C.

Ejercicio 21

El estadístico de prueba apropiado para una prueba de igualdad de varianzas para dos variables aleatorias distribuidas normalmente, basadas en dos muestras aleatorias independientes, es el:

- A. Prueba T
- B. Prueba F
- C. Prueba χ^2

Solución:

El estadístico de prueba apropiado para ésta prueba es el estadístico F . Por lo tanto la respuesta correcta es la opción B.

Ejercicio 22

La estadística de prueba apropiada para probar la hipótesis de que la varianza de una población normalmente distribuida es igual a 13 es la:

- A. Prueba T
- B. Prueba F
- C. Prueba χ^2

Solución:

Para probar una hipótesis referente a una varianza poblacional como valor hipotético, se tiene que la estadística apropiada para ésta prueba es el estadístico χ^2 . Por lo tanto la respuesta correcta es la opción C.

Ejercicio 23

William Adams quiere probar si los rendimientos mensuales medios en los últimos cinco años son iguales para dos acciones. Si él supone que las distribuciones de devoluciones son normales y tienen las mismas variaciones, el tipo de prueba y la estadística de prueba son las mejores descritas como:

- A. Prueba de comparaciones pareadas, estadística-T.
- B. Prueba de comparaciones pareadas, estadística-F.
- C. Diferencia en la prueba de medios, estadística-T.

Solución:

Cuando no se conoce las varianzas poblacionales de las poblaciones y se asumen que son iguales, entonces el tipo de prueba y la estadística de prueba más apropiada son la prueba de comparaciones pareadas y la estadística T . Por lo tanto la opción correcta es la A.

Ejercicio 24

¿Cuál de las siguientes suposiciones es menos probable que se requiera para la diferencia en la prueba de medias basada en dos muestras?

- A. Las dos muestras son independientes.
- B. Las dos poblaciones se distribuyen normalmente.
- C. Las dos poblaciones tienen varianzas iguales.

Solución:

La menos probable es que las dos poblaciones tengan varianzas iguales, ya que se puede suponer que no son iguales y se usa también el estadístico T para éste caso. Por lo tanto la respuesta correcta es la opción C.

Ejercicio 25

Para una prueba de hipótesis con una probabilidad de un error tipo II del 60% y una probabilidad de un error Tipo I de 5%, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es más precisa?

- A. El poder de la prueba es del 40%, y hay un 5% de probabilidad de que la prueba estadística excederá los valores críticos.
- B. Hay un 95% de probabilidad de que la estadística de prueba se encuentre entre el valor crítico si ésta es una prueba de dos colas.
- C. Hay un 5% de probabilidad de que la hipótesis nula sea rechazada cuando es realmente cierto, y la probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando es falso es 40%.

Solución:

Hay un 5% de probabilidad de que la hipótesis nula sea rechazada cuando es realmente cierto, esto es la probabilidad de cometer un error Tipo I. La probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando es falsa es 40%, la cual es llamado el poder de la prueba y es $1 - P(\text{error tipo II}) = 1 - 0.6 = 0.4$.

Las opciones A y B no son necesariamente ciertas. Por lo que la respuesta correcta es la opción C.

Ejercicio 26

Ralph Rollins, un investigador, cree que las acciones de las empresas que han aparecido en un periódico financiero determinado con un titular e historia positivo regresan más sobre una base ajustada por riesgo. Recopila datos sobre el rendimiento ajustado por riesgo para estas acciones durante los seis meses posteriores a su aparición en la portada, y los datos sobre los rendimientos ajustados al riesgo para una muestra del mismo tamaño de empresas con características similares a las empresas de portada combinadas por período de tiempo.

- A. Indique las probables hipótesis nula y alternativa para una prueba de su creencia.
- B. ¿Es esta una prueba de una o dos colas?
- C. Describe los pasos para probar una hipótesis como la nula que indicaste en la parte A.

Solución:

A. La hipótesis nula es lo que se quiere refutar, es decir, podría ser que la media de las acciones que han aparecido en los periódicos financieros es menor que las acciones sobre una base ajustada de riesgo. La hipótesis alternativa podría ser que la media de las acciones que han aparecido en los periódicos financieros es mayor que las acciones sobre una base ajustada de riesgo.

B. Ésta prueba podría ser una prueba de una cola.

C. Los pasos a seguir son:

1. Declarar la hipótesis nula cómo en A.
2. Seleccionar el estadístico de prueba apropiado.
3. Decidir el nivel de significancia apropiado.
4. Determinar la regla para la región de rechazo de la prueba.
5. Coleccionar el conjunto de los datos.
6. Calcular la muestra estadística.
7. Tomar una decisión con respecto a la región de rechazo de la prueba.
8. Tomar decisiones o inferencias basadas en los resultados.

Ejercicio 27

Para cada una de las siguientes hipótesis, describa la prueba apropiada, identifique la estadística de prueba apropiada y explique en qué condiciones debe rechazarse la hipótesis nula.

A. Un investigador tiene rendimientos de más de 52 semanas para un índice de gas natural y para un índice de reservas de petróleo y quiere saber si los retornos semanales son iguales. Supongamos que los rendimientos son aproximadamente normales repartido.

B. Un investigador tiene dos muestras independientes que están distribuidas de manera aproximadamente normal. Ella desea comprobar si los valores medios de las dos variables aleatorias son iguales y supone que las varianzas de las poblaciones de las que se extrajeron las dos muestras son iguales. Como pregunta adicional aquí, ¿cómo se deben calcular los grados de libertad?

C. Un investigador desea determinar si las varianzas poblacionales de dos variables aleatorias normalmente distribuidas son iguales en función de dos tamaños de tamaños n_1 y n_2 . Como una pregunta adicional aquí, ¿cómo deberían calcularse los grados de libertad?

D. Un investigador quiere probar si la varianza de una población distribuida normalmente es igual a 0.00165. Como pregunta adicional aquí, ¿cómo deberían calcularse los grados de libertad?

Solución:

A) Dado que los rendimientos de los índices del gas natural y los índices de las reservas de petróleo podrían estar correlacionadas y por ende no ser independientes, además de que los rendimientos están normalmente distribuidos, la prueba apropiada es la de comparación de pares de dos colas. El estadístico a usar, el cual es una prueba- t con $n - 1$ grados de libertad, está dado por:

$$\mathcal{T} = \frac{\bar{d} - \mu_{dz}}{s_{\bar{d}}}$$

Donde,

$$\bar{d} = \text{media de la muestra de las diferencias de los rendimientos semanales} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i$$

d_i = diferencia entre los rendimientos semanales de los índices.

μ_{dz} = media hipotética de las diferencias semanales, que en este caso es cero.

$$s_{\bar{d}} = \text{error estándar de la diferencia de media} = \frac{s_d}{\sqrt{n}}$$

$$s_d = \text{muestra de la desviación estándar de las diferencias} = \left(\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n - 1} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Rechazamos la hipótesis nula si el t -estadístico es mayor (ó menor) al valor crítico positivo (ó negativo).

- B) Dado que las dos muestras son independientes y normalmente distribuidas, además que las varianzas de las dos poblaciones son iguales, entonces la prueba apropiada es la de diferencia de medias de dos poblaciones con varianzas desconocidas pero iguales de dos colas. El estadístico a usar, el cual es una prueba- t con $n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad, está dado por:

$$\mathcal{T} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - D_o}{S \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

Donde,

$$D_o = \mu_1 - \mu_2 \quad \text{en este caso } D_o = 0$$

$$S = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

Rechazamos la hipótesis nula si el t -estadístico es mayor (ó menor) al valor crítico positivo (ó negativo).

- C) Dado que las dos poblaciones están normlamente distribuidas y queremos saber si las varianzas de estas dos poblaciones son iguales, la prueba de hipótesis apropiada es la comparación de varianzas de dos poblaciones. El estadístico a usar, el cual tiene distribución F con $n_1 - 1$ y $n_2 - 1$ grados de libertad, está dado por:

$$\mathcal{F} = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

Donde,

s_1^2 = Varianza de la muestra de n_1 observaciones de la población 1

s_2^2 = Varianza de la muestra de n_2 observaciones de la población 2

Rechazamos la hipótesis nula si el F -estadístico es mayor al valor crítico.

- D) Dada una población distribuida normalmente, queremos saber si la varianza de la población es igual a 0.00165. La prueba apropiada es la referente a una varianza poblacional de dos colas. El estadístico a usar, el cual tiene distribución $Chi - cuadrado$ con $n - 1$ grados de libertad, está dado por:

$$\chi = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_o^2}$$

Rechazamos la hipótesis nula si el estadístico de prueba es mayor (ó menor) al valor crítico superior (ó inferior).

Ejercicio 28

De un total de 10.200 préstamos otorgados por una unión de crédito de empleados del Estado en el último periodo de cinco años, se muestrearon 350 para determinar qué proporción de los préstamos se otorgaron a mujeres. Esta muestra indicó que el 39% de los créditos fue dado a empleadas. Un censo completo de préstamos de hace cinco años mostraba que el 41% de los prestatarios eran mujeres. A un nivel de significancia del 0.02, ¿puede concluir que la proporción de préstamos otorgados a mujeres ha cambiado significativamente en los últimos cinco años?

Solución:

Queremos saber si la proporción de préstamos otorgados a mujeres ha cambiado en los últimos cinco años, establecemos la siguiente hipótesis:

$H_o : p_o = 0.41$ Proporción de préstamos que se mantiene

$H_a : p_o \neq 0.41$ Proporción de préstamos que ha cambiado

$\alpha = 0.02$

La prueba apropiada es una prueba de proporciones de dos colas. El estadístico de prueba a usar está dado por:

$$\mathcal{P} = \frac{(\bar{p} - p_o)\sqrt{n}}{\sqrt{p_o(1 - p_o)}}$$

Donde los valores críticos están dados por los valores $\pm z_{\frac{\alpha}{2}}$ y además:

$\bar{p} = 0.39$ Proporción de la muestra

$p_o = 0.41$

Sustituyendo estos valores en el estadístico y sabiendo que $z_{0.01} = \pm 2.323$, tenemos:

$$\begin{aligned}\mathcal{P} &= \frac{(0.39 - 0.41)\sqrt{350}}{\sqrt{0.41 \times 0.59}} \\ &= \frac{-0.02\sqrt{350}}{\sqrt{0.2419}} \\ &= -0.7607\end{aligned}$$

como el valor crítico negativo es de -2.323 tenemos que, $-0.7607 > -2.323$, por lo que no rechazamos la hipótesis nula. Por lo que la proporción de préstamos otorgados a las mujeres no ha cambiado significativamente.

Ejercicio 29

Algunos teóricos financieros creen que los precios diarios del mercado de valores constituyen una “caminata aleatoria con tendencia positiva”. Si esto es correcto, entonces el promedio industrial Dow Jones debería mostrar una ganancia en más del 50% de todos los días de actividad financiera. Si el promedio se incrementó en 101 de 175 días escogidos aleatoriamente, ¿qué piensa de la teoría sugerida? Use un nivel de significancia de 0.01.

Solución:

Queremos saber si los precios diarios del mercado tienen una tendencia positiva, para esto el promedio del Dow Jones debe mostrar una ganancia positiva en más del 50%. Establecemos la siguiente hipótesis:

$H_o: p_o \leq 0.5$ Proporción de ganancias menor ó igual a 50%

$H_a: p_o > 0.5$ Proporción de ganancias mayor a 50%

$\alpha = 0.01$

La prueba apropiada es una prueba de proporciones de una cola. El estadístico de prueba a usar está dado por:

$$\mathcal{P} = \frac{(\bar{p} - p_o)\sqrt{n}}{\sqrt{p_o(1 - p_o)}}$$

Donde el valor crítico está dado por $z_{0.01} = 2.323$ y además:

$\bar{p} = \frac{101}{175} = 0.57$ Proporción de la muestra

$p_o = 0.5$

Sustituyendo los valores tenemos:

$$\begin{aligned}\mathcal{P} &= \frac{(0.57 - 0.5)\sqrt{175}}{\sqrt{0.5 \times 0.5}} \\ &= \frac{0.07\sqrt{175}}{\sqrt{0.25}} \\ &= 1.85\end{aligned}$$

Como el valor crítico es de 2.323 tenemos que, $1.85 < 2.323$, por lo que no rechazamos la hipótesis nula. Por lo que la teoría sugerida con un nivel de significancia del 0.01 no es correcta.

Ejercicio 30

Rick Douglas, el nuevo gerente de Food Barn, está interesado en el porcentaje de clientes totalmente satisfechos con la tienda. El gerente anterior tenía el 86% de clientes totalmente satisfechos y Rick asegura que lo mismo se cumple hoy. Rick obtuvo una muestra de 187 clientes y encontró que 157 estaban satisfechos por completo. Con un nivel de significancia del 1%, ¿existe evidencia de que la afirmación de Rick es válida?

Solución:

Queremos saber si la proporción de clientes están bastante satisfechos con la tienda, establecemos la siguiente hipótesis:

$H_o : p_o = 0.86$ Afirmación de la proporción de clientes satisfechos

$H_a : p_o \neq 0.86$ Proporción de clientes que no cumplen con la afirmación

$\alpha = 0.01$

La prueba apropiada es una prueba de proporciones de dos colas. El estadístico de prueba a usar está dado por:

$$\mathcal{P} = \frac{(\bar{p} - p_o)\sqrt{n}}{\sqrt{p_o(1 - p_o)}}$$

Donde los valores críticos están dados por los valores $\pm z_{\frac{\alpha}{2}}$ y además:

$\bar{p} = \frac{157}{187} = 0.83$ Proporción de la muestra

$p_o = 0.86$

Sustituyendo estos valores en el estadístico y sabiendo que $z_{0.005} = \pm 2.578$, tenemos:

$$\begin{aligned}\mathcal{P} &= \frac{(0.83 - 0.86)\sqrt{187}}{\sqrt{0.86 \times 0.14}} \\ &= \frac{-0.03\sqrt{187}}{\sqrt{0.1204}} \\ &= -1.18\end{aligned}$$

como el valor crítico negativo es de -2.578 tenemos que, $-1.18 > -2.578$, por lo que no rechazamos la hipótesis nula. Por lo que la afirmación de Rick es válida.

Ejercicio 31

La corredora de bienes raíces Elaine Snyderman tomó una muestra aleatoria de 12 hogares de un prestigioso suburbio de Chicago y encontró que el valor de mercado promedio estimado era \$780,000 con una desviación estándar de \$49,000. Pruebe la hipótesis de que para todas las casas del área, el valor estimado medio es \$825,000, hipótesis alternativa de que es menor que \$825,000. Utilice el nivel de significancia de 0.05.

Solución:

Estableceremos la siguiente hipótesis:

$$H_o : \mu_o = 825000\$$$

$$H_a : \mu_o < 825000\$$$

$$\alpha = 0.05$$

La prueba apropiada es una prueba de medias con varianza poblacional desconocida de una cola. El estadístico de prueba a usar está dado por:

$$\mathcal{T} = \frac{(\bar{x} - \mu_o)\sqrt{n}}{s}$$

Donde el valor crítico está dado por el valor negativo de $t_{0.05}$ con $n - 1$ grados de libertad y además:

$$\bar{x} = 780000\$ \quad \text{Media de la muestra}$$

$$s = 49000\$ \quad \text{Desviación estándar de la muestra}$$

$$\mu_o = 825000\$$$

Sustituyendo estos valores en el estadístico y sabiendo que $t_{0.05} = -1.796$, tenemos:

$$\begin{aligned}\mathcal{T} &= \frac{(780000 - 825000)\sqrt{12}}{49000} \\ &= \frac{-45000\sqrt{12}}{49000} \\ &= -3.18\end{aligned}$$

Como el valor crítico es de -1.796 tenemos que, $-3.18 < -1.796$, por lo que rechazamos la hipótesis nula. Por lo que asumimos la hipótesis alternativa de que el valor medio es menor a 825,000\$.

Ejercicio 32

Con la caída del mercado petrolero de principios de 1986, los educadores del Texas se preocuparon por la forma en que las pérdidas resultantes en los ingresos del Estado (estimadas en cerca de \$100 millones por cada disminución de un dólar en el precio del barril de petróleo) afectarían sus presupuestos. La directiva estatal de educación pensaba que la situación no sería crítica en tanto pudieran estar razonablemente seguros de que el precio permanecería arriba de \$18 por barril. Encuestaron a 13 economistas especializados en el mercado del petróleo, elegidos al azar, y les pidieron que predijeran qué tanto bajarían los precios antes de repuntar. Las 13 predicciones promediaron \$21.60, con una desviación estándar de \$4.65. Para un nivel $\alpha = 0.01$, ¿es la predicción promedio significativamente mayor que \$18.00? ¿Debe la directiva de educación concluir que es improbable una crisis presupuestaria? Explique su respuesta.

Solución:

Queremos saber si el promedio de los precios del barril del petróleo es significativamente mayor que 18\$, establecemos la siguiente hipótesis:

$H_0: \mu \leq 18\$$ Promedio menor ó igual a 18\$

$H_a: \mu > 18\$$ Promedio mayor a 18\$

$\alpha = 0.01$

La prueba apropiada es una prueba de medias con varianza poblacional desconocida de una cola. El estadístico de prueba a usar está dado por:

$$\mathcal{T} = \frac{(\bar{X} - \mu_0)\sqrt{n}}{S}$$

Donde el valor crítico está dado por $t_{0.01}$ con $n - 1$ grados de libertad y además:

$\bar{x} = 21.60\$$ Media de la muestra

$S = 4.65\$$ Desviación estándar de la muestra

$\mu_0 = 18\$$

Sustituyendo estos valores en el estadístico y sabiendo que $t_{0.01} = 2.681$, tenemos:

$$\begin{aligned}\mathcal{T} &= \frac{(21.60 - 18)\sqrt{13}}{4.65} \\ &= \frac{3.6\sqrt{13}}{4.65} \\ &= 2.79\end{aligned}$$

Como el valor crítico es de 2.681 tenemos que, $2.79 > 2.681$, por lo que rechazamos la hipótesis nula. Lo que implica que el promedio con un nivel de significancia de 0.01 es significativamente mayor a 18\$, por lo que la directiva puede concluir que es improbable una crisis presupuestaria.

Ejercicio 33

En un día promedio, alrededor del 5% de las acciones de la Bolsa de Valores de Nueva York muestran una nueva alza para ese año. El viernes 18 de septiembre de 1992, el promedio industrial Dow Jones cerró en 3,282 con un fuerte volumen de más de 136 millones de títulos negociados. Una muestra aleatoria de 120 títulos determinó que 16 de ellos habían mostrado nuevas alzas anuales ese día. Usando un nivel de significancia de 0.01, ¿deberíamos concluir que más títulos de los habituales tuvieron nuevas alzas anuales ese día?

Solución:

Queremos saber si más títulos de los habituales tuvieron alzas del más del 5%. Establecemos la siguiente hipótesis:

$H_o: p_o \leq 0.05$ Proporción de títulos menor ó igual a 5%

$H_a: p_o > 0.05$ Proporción de títulos mayor a 5%

$\alpha = 0.01$

La prueba apropiada es una prueba de proporciones de una cola. El estadístico de prueba a usar está dado por:

$$\mathcal{P} = \frac{(\bar{p} - p_o)\sqrt{n}}{\sqrt{p_o(1 - p_o)}}$$

Donde el valor crítico está dado por $z_{0.01} = 2.323$ y además:

$\bar{p} = \frac{16}{120} = 0.13$ Proporción de la muestra

$p_o = 0.05$

Sustituyendo los valores tenemos:

$$\begin{aligned}\mathcal{P} &= \frac{(0.13 - 0.05)\sqrt{120}}{\sqrt{0.05 \times 0.95}} \\ &= \frac{0.08\sqrt{120}}{\sqrt{0.0475}} \\ &= 4.020\end{aligned}$$

Como el valor crítico es de 2.323 tenemos que, $4.020 > 2.323$, por lo que rechazamos la hipótesis nula. Por lo que más de los títulos habituales tuvieron nuevas alzas anuales ese día.

Ejercicio 34

¿Cuál es la probabilidad de que estemos rechazando una hipótesis nula verdadera cuando rechazamos el valor hipotético debido a que

- La estadística de muestra difiere del valor hipotético en más de 2.15 errores estándar en cualquier dirección.
- El valor del estadístico de la muestra es mayor en más de 1.6 errores estándar.
- El valor del estadístico de la muestra es menor que el valor hipotético en más de 2.33 errores estándar.

Solución:

- Si la estadística de muestra es menor ó mayor al valor hipotético en más de 2.15 errores estándar entonces la probabilidad de rechazar la hipótesis nula si es verdadera es de $P(Z \leq -2.15) = \phi(-2.15) = 0.0158 = 1.58\%$.
- Si la estadística de muestra es mayor al valor hipotético en más de 1.6 errores estándar entonces la probabilidad de rechazar la hipótesis nula si es verdadera es de $1 - P(Z \leq 1.6) = 1 - \phi(1.6) = 1 - 0.9452 = 0.05 = 5\%$.
- Si la estadística de muestra es menor al valor hipotético en más de 2.33 errores estándar entonces la probabilidad de rechazar la hipótesis nula si es verdadera es de $P(Z \leq -2.33) = \phi(-2.33) = 0.01 = 1\%$.

Los distribuidores de fondo de inversión mutua *abiertos* venden acciones adicionales a los individuos que desean invertir en estos fondos. Estas acciones están valuadas como *valores de activo neto*, el valor de estos títulos representados por las acciones de los fondos, más una comisión (o cargo) en el intervalo de 0 a 8%. los fondos *cerrados*, por otra parte, tienen un número fijo de acciones. Estas acciones se negocian en varias bolsas de valores a precios determinados por el mercado. Si el precio es mayor que el valor activo neto, se dice que la acción se vende con *prima*: si sucede lo contrario se vende con *descuento*. Una muestra aleatoria de 15 fondos cerrados el 4 de junio de 1993, encontró los descuentos (valores negativos) y las primas (valores positivos) expresados en porcentajes y enumerados en la tabla MR8-1. Utilice esta información para responder los ejercicios 35 y 36.

Tabla MR8-1	Nombre del título	Descuento/prima
Descuentos y primas para una muestra de 15 fondos mutualistas cerrados	Blue Chip Value	+4.7
	Gabelli Equity Trust	-0.7
	Liberty All-Star	+5.3
	Central Fund of Canada	+9.2
	Global Health Sciences	-0.3
	Patriot Global Dividend	-0.3
	Preferred Income	+5.0
	Austria Fund	+0.4
	Emerging Mexico	-1.9
	First Australia	+0.5
	Germany Fund	+5.8
	Japan Equity	-8.2
	Latin America Equity	-9.4
	Morgan Stanley Emerging Markets	+10.3
	Turkish Investment	+1.7

Ejercicio 35

¿Se vende significativamente menos fondos de acciones de interés variable con descuentos que con primas? Pruebe a un nivel $\alpha = 0.01$.

Solución:

Queremos saber si se venden menos fondos de acciones con descuentos que con primas. Establecemos la siguiente hipótesis:

$H_o: p_o \geq 0.6$ Proporción de acciones con descuentos que venden más que las acciones con primas

$H_a: p_o < 0.6$ Proporción de acciones con descuentos que venden menos que las acciones con primas

$$\alpha = 0.01$$

La prueba apropiada es una prueba de proporciones de una cola. El estadístico de prueba a usar está dado por:

$$\mathcal{P} = \frac{(\bar{p} - p_o)\sqrt{n}}{\sqrt{p_o(1 - p_o)}}$$

Donde el valor crítico está dado por $z_{0.01} = -2.323$ y además:

$$\bar{p} = \frac{6}{15} = 0.4 \quad \text{Proporción de la muestra}$$

$$p_o = 0.6$$

Sustituyendo los valores tenemos:

$$\begin{aligned} \mathcal{P} &= \frac{(0.4 - 0.6)\sqrt{15}}{\sqrt{0.6 \times 0.4}} \\ &= \frac{-0.2\sqrt{15}}{\sqrt{0.24}} \\ &= -1.58 \end{aligned}$$

Como el valor crítico es de -2.323 tenemos que, $-1.58 > -2.323$, por lo que no rechazamos la hipótesis nula. Por lo que no se venden significativamente menos acciones con descuentos que con primas.

Ejercicio 36

Un profesor de finanzas desarrolló una teoría que predice que los fondos de acciones de interés variable cerrados se deberían vender con una prima cercana al 5% en promedio. Suponiendo que la población descuento/prima tiene una distribución aproximadamente normal, ¿apoya la información muestreada esta teoría? Pruebe con $\alpha = 0.05$.

Solución:

Veamos si la teoría que desarrolló el profesor es acertada. Establecemos la siguiente hipótesis:

$H_o: \mu_o = 0.05$ Promedio de venta de las acciones con primas

$H_a: \mu_o \neq 0.05$ Promedio distinto de venta de las acciones con primas

$\alpha = 0.05$

La prueba apropiada es una prueba de medias con varianza poblacional desconocida de dos colas. El estadístico de prueba a usar está dado por:

$$\mathcal{T} = \frac{(\bar{x} - \mu_o)\sqrt{n}}{s}$$

Donde el valor crítico está dado por $\pm t_{0.025}$ con $n - 1$ grados de libertad y además:

\bar{x} Media de la muestra

s Desviación estándar de la muestra

$\mu_o = 0.05$

\bar{x} y s están dados por:

```
Fondos<-c(4.7,-0.7,5.3,9.2,-0.3,-0.3,5.0,0.4,-1.9,0.5,
          5.8,-8.2,-9.4,10.3,1.7)
```

```
mean(Fondos)
```

```
[1] 1.473333
```

```
sd(Fondos)
```

```
[1] 5.543138
```

Sustituyendo estos valores en el estadístico y sabiendo que $t_{0.025} = \pm 2.145$, tenemos:

$$\begin{aligned}\mathcal{T} &= \frac{(0.0174 - 0.05)\sqrt{15}}{0.0554} \\ &= \frac{-0.0326\sqrt{15}}{0.0554} \\ &= -2.27\end{aligned}$$

Como el valor crítico es de -2.145 tenemos que, $-2.27 < -2.145$, por lo que rechazamos la hipótesis nula. Lo que implica que la información muestreada no apoya la teoría.

Ejercicio 37

Una corredora de bolsa afirma que puede predecir, con el 85% de certeza, el ascenso o caída, durante el mes siguiente, de un valor del mercado de valores. Para probarlo, predice el resultado de 60 valores y acierta en 45 de sus predicciones ¿Presentan estos datos evidencia concluyente (con $\alpha = 0.04$) de que la exactitud de sus predicciones es significativamente menor que el 85% declarado?

Solución:

Queremos saber si las predicciones de la corredora de bolsa son acertadas. Establecemos la siguiente hipótesis:

$H_o : p_o = 0.85$ Afirmación de la proporción de las predicciones

$H_a : p_o < 0.85$ Proporción de las predicciones que no cumplen con la afirmación

$\alpha = 0.04$

La prueba apropiada es una prueba de proporciones de una cola. El estadístico de prueba a usar está dado por:

$$\mathcal{P} = \frac{(\bar{p} - p_o)\sqrt{n}}{\sqrt{p_o(1 - p_o)}}$$

Donde el valor crítico está dado por $z_{0.04} = -1.75$ y además:

$\bar{p} = \frac{45}{60} = 0.75$ Proporción de la muestra

$p_o = 0.85$

Sustituyendo los valores tenemos:

$$\begin{aligned}\mathcal{P} &= \frac{(0.75 - 0.85)\sqrt{60}}{\sqrt{0.85 \times 0.15}} \\ &= \frac{-0.1\sqrt{60}}{\sqrt{0.1275}} \\ &= -2.16\end{aligned}$$

Como el valor crítico es de -1.75 tenemos que, $-2.16 < -1.75$, por lo que rechazamos la hipótesis nula. Lo que implica que las predicciones son significativamente menor que el 85% declarado.

Ejercicio 38

En 1993, el Consejo de Estándares para Contabilidad Financiera (CECF) consideró una propuesta para requerir que las compañías informaran el efecto potencial de la opción de compra de acciones de los empleados sobre los ingresos por acción (IPA). Una muestra aleatoria de 41 empresas de alta tecnología (AT) reveló que la nueva propuesta reduciría el IPA en un promedio del 13.8%, con una desviación estándar del 18.9%. Una muestra aleatoria de 35 productores de bienes de consumo (BC) mostró que la propuesta reduciría el IPA en 9.1% en promedio, con desviación estándar del 8.7%. Con base en estas muestras, ¿es razonable concluir (para $\alpha = 0.10$) que la propuesta de la CECF causaría una mayor reducción en el IPA para las empresas de alta tecnología que para los productores de bienes de consumo?

Solución:

Queremos saber si la propuesta de la CECF causaría una mayor reducción en el IPA para las empresas de (AT) que para los productores de bienes de consumo. Establecemos la siguiente hipótesis:

$H_o : \mu_1 = \mu_2$ Misma reducción para ambas

$H_a : \mu_1 > \mu_2$ Mayor reducción para (AT) que (BC)

$\alpha = 0.1$

La prueba apropiada es una prueba para diferencias entre medias de una cola. El estadístico de prueba a usar está dado por:

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

Donde el valor crítico está dado por $z_{0.01} = 1.28$ y además:

$\bar{x}_1 = 0.138$ Media muestra 1

$\bar{x}_2 = 0.091$ Media muestra 2

$s_1 = 0.189$ Desviación estándar muestra 1

$s_2 = 0.087$ Desviación estándar muestra 2

$n_1 = 41$ Tamaño muestra 1

$n_2 = 35$ Tamaño muestra 2

$\mu_1 - \mu_2 = 0$

Sustituyendo estos valores tenemos:

$$\begin{aligned} Z &= \frac{0.138 - 0.091}{\sqrt{\frac{0.0357}{41} + \frac{0.007569}{35}}} \\ &= \frac{0.047}{0.0329} \\ &= 1.42 \end{aligned}$$

Como el valor crítico es de 1.28 tenemos que, $1.42 > 1.28$, por lo que rechazamos la hipótesis nula. Por lo que la propuesta de la CECF causaría una mayor reducción en el IPA para las empresas de alta tecnología (AT).

Ejercicio 39

El 1 de enero de 1996 se tomó una muestra de 32 fondos mutualistas de la bolsa de valores, y se encontró que la tasa promedio de rendimiento anual durante los 30 días anteriores fue del 3,23%, con una desviación estándar de la muestra del 0.51%. Un año antes, una muestra de 38 fondos mutualistas indicó una tasa promedio de rendimiento del 4.36%, con una desviación estándar de la muestra del 0.84%. ¿Es razonable llegar a la conclusión (a un nivel $\alpha = 0.05$) de que las tasas de interés del mercado de dinero declinaron durante 1995?

Solución:

Veamos si las tasas de interés del mercado declinaron durante 1995. Establecemos la siguiente hipótesis:

$H_o : \mu_1 = \mu_2$ Tasas de interés iguales

$H_a : \mu_1 - \mu_2 < 0$ Diferencias de las tasas de interés menor a 0%

$\alpha = 0.05$

La prueba apropiada es una prueba para diferencias entre medias de una cola. El estadístico de prueba a usar está dado por:

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

Donde el valor crítico está dado por $z_{0.05} = -1.64$ y además:

$\bar{x}_1 = 0.0323$ Media muestra 1

$\bar{x}_2 = 0.0436$ Media muestra 2

$s_1 = 0.0051$ Desviación estándar muestra 2

$s_2 = 0.0084$ Desviación estándar muestra 1

$n_1 = 32$ Tamaño muestra 1

$n_2 = 38$ Tamaño muestra 2

$\mu_1 - \mu_2 = 0$

Sustituyendo estos valores tenemos:

$$\begin{aligned} Z &= \frac{0.0323 - 0.0436}{\sqrt{\frac{0.00002601}{32} + \frac{0.00007056}{38}}} \\ &= \frac{-0.0113}{0.001633} \\ &= -6.91 \end{aligned}$$

Como el valor crítico es de -1.64 tenemos que, $-6.91 < -1.64$, por lo que rechazamos la hipótesis nula. Por lo que las tasas de interés del mercado declinaron en el año 1995 con un nivel de significancia de $\alpha = 0.05$.

Ejercicio 40

Una organización de crédito y seguros ha desarrollado un nuevo método de alta tecnología para capacitar al nuevo personal de ventas. La compañía obtuvo una muestra de 16 empleados capacitados de la manera original y encontró ventas diarias promedio de \$688 con desviación estándar de la muestra de \$32.63. También tomaron una muestra de 11 empleados capacitados con el método nuevo y encontraron un promedio de ventas diarias de \$706 con desviación estándar de la muestra de \$24.84. Para $\alpha = 0.05$, ¿puede la compañía concluir que el promedio diario de ventas aumenta con el nuevo plan?

Solución:

Veamos si el promedio diario de ventas aumenta con el nuevo plan. Establecemos la siguiente hipótesis:

$H_o : \mu_1 = \mu_2$ El promedio de ventas que no tuvo variación

$H_a : \mu_1 - \mu_2 < 0$ Promedio de ventas que aumentaron con el nuevo plan

$\alpha = 0.05$

La prueba apropiada es una prueba para diferencias entre medias para muestras pequeñas de una cola. El estadístico de prueba a usar está dado por:

$$\mathcal{T} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

Donde el valor crítico está dado por el valor negativo de $t_{0.05}$ con $n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad y además:

$$S = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

$\bar{x}_1 = 688\$$ Media muestra 1

$\bar{x}_2 = 706\$$ Media muestra 2

$s_1 = 32.63\$$ Desviación estándar muestra 2

$s_2 = 24.84\$$ Desviación estándar muestra 1

$n_1 = 16$ Tamaño muestra 1

$n_2 = 11$ Tamaño muestra 2

$\mu_1 - \mu_2 = 0$

Sustituyendo estos valores en el estadístico y sabiendo que $t_{0.05} = -1.708$ tenemos:

$$\begin{aligned}\mathcal{T} &= \frac{688 - 706}{29.75 \times \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{11}}} \\ &= \frac{-18}{11.65} \\ &= -1.54\end{aligned}$$

Como el valor crítico es de -1.708 tenemos que, $-1.54 > -1.708$, por lo que no rechazamos la hipótesis nula. Por lo que el promedio diario de ventas no ha aumentado de forma significativa.

Ejercicio 41

Los datos de la tabla corresponden a una muestra aleatoria de nueve empresas tomadas de la sección "Digest of Earnings Reports" (Resumen de Informes de Ingresos) del the Wall Street Journal del 6 de febrero de 1992:

- Encuentre el cambio medio en los ingresos por acción, entre 1991 y 1992.
- Encuentre la desviación estándar del cambio y la desviación estándar del error de la media.
- ¿Fueron diferentes los ingresos medios por acción en 1991 y 1992? Pruebe con un nivel $\alpha = 0.02$.

Empresa	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ingreso de 1991	1.38	1.26	3.64	3.50	2.47	3.21	1.05	1.98	2.72
Ingreso de 1992	2.48	1.50	4.59	3.06	2.11	2.80	1.59	0.92	0.47

Solución:

- Calculemos la media de las diferencias de los ingresos de las empresas entre el año 1991 y 1992 usando **R**, tenemos:

```
Ing1991<-c(1.38,1.26,3.64,3.50,2.47,3.21,1.05,1.98,2.72)
Ing1992<-c(2.48,1.50,4.59,3.06,2.11,2.80,1.59,0.92,0.47)
Dif<-Ing1992-Ing1991
mean(Dif)
```

```
[1] -0.1877778
```

- Calculemos la desviación estándar de las diferencias y del error de la media en **R**.

La desviación estándar de las diferencias es:

```
sd(Dif)
```

```
[1] 1.050104
```

La desviación estándar del error de la media es:

```
sd(Dif)/sqrt(9)
```

```
[1] 0.3500348
```

- Queremos saber si los ingresos medios fueron diferentes. Establecemos la siguiente hipótesis:

$H_o : \mu_1 - \mu_2 = 0$ Ingresos medios iguales

$H_a : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ Ingresos medios distintos

$\alpha = 0.02$

La prueba apropiada es una prueba para diferencias entre medias para muestras pequeñas y dependientes de dos colas. El estadístico de prueba a usar está dado por:

$$\mathcal{T} = \frac{[(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)]\sqrt{n}}{s_d}$$

Donde el valor crítico está dado por $\pm t_{0.02}$ con $n - 1$ grados de libertad y además:

$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = -0.187$ Diferencia entre las muestras

$n = 9$ Tamaño de la muestra

$s_d = 1.05$ Desviación estándar de las diferencias de las muestras

$\mu_1 - \mu_2 = 0$

Sustituyendo estos valores en el estadístico y sabiendo que $t_{0.02} = \pm 2.896$ tenemos:

$$\begin{aligned}\mathcal{T} &= \frac{-0.187}{0.35} \\ &= -0.53\end{aligned}$$

Como el valor crítico es de -2.896 tenemos que, $-0.53 > -2.896$, por lo que no rechazamos la hipótesis nula. Lo que implica que los ingresos medios no fueron significativamente diferentes.

Ejercicio 42

El viernes, aumento el precio (avanzaron) de 11 acciones de una muestra aleatoria de 40 tomada de las 2,500 acciones negociadas en la Bolsa de Valores de Nueva York. En una muestra tomada el jueves, de 60 acciones de la misma Bolsa, 24 acciones avanzaron. A un nivel $\alpha = 0.10$, ¿puede llegar a la conclusión de que una proporción menor de las acciones de la Bolsa de Valores avanzaron el viernes con respecto al jueves?

Solución:

Queremos saber si la proporción de las acciones que avanzaron el viernes es menor que la proporción que avanzó el jueves. Establecemos la siguiente hipótesis:

$H_o : p_1 = p_2$ Misma proporción entre estos dos días

$H_a : p_1 < p_2$ Proporción del viernes menor que la del jueves

$\alpha = 0.1$

La prueba apropiada es una prueba para diferencias entre proporciones de una cola. El estadístico de prueba a usar está dado por:

$$\mathcal{P} = \frac{(\bar{p}_1 - \bar{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n_1} + \frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n_2}}}$$

Donde el valor crítico está dado por el valor negativo de $z_{0.1}$ y además:

$$\hat{p} = \frac{n_1 \bar{p}_1 + n_2 \bar{p}_2}{n_1 + n_2}$$

$$\bar{p}_1 = \frac{11}{40} = 0.275 \quad \text{Proporción muestra 1}$$

$$\bar{p}_2 = \frac{24}{60} = 0.4 \quad \text{Proporción muestra 2}$$

$$n_1 = 40 \quad \text{Tamaño de la muestra 1}$$

$$n_2 = 60 \quad \text{Tamaño de la muestra 2}$$

$$p_1 - p_2 = 0$$

Sustituyendo estos valores en el estadístico y sabiendo que $z_{0.1} = -1.28$ tenemos:

$$\begin{aligned}\mathcal{P} &= \frac{0.275 - 0.4}{\sqrt{\frac{0.35 \times 0.65}{40} + \frac{0.35 \times 0.65}{60}}} \\ &= \frac{-0.125}{0.097} \\ &= -1.288\end{aligned}$$

Como el valor crítico es de -1.28 tenemos que, $-1.288 < -1.28$, por lo que rechazamos la hipótesis nula. Lo que implica que una proporción más pequeña avanzó el viernes.

Ejercicio 43

MacroSwift acaba de liberar al mercado un nuevo procesador de textos y la compañía está interesada en determinar si las personas en el grupo de edad 30-39 califican al programa de manera distintas a las del grupo 40-49. MacroSwift muestreó al azar a 175 personas del grupo 30-39 que compraron el producto y encontró que 87 calificaron al programa como excelente; de ellos 52 comprarían una actualización. También muestreó a 220 personas del grupo 40-49 y encontró que 94 calificaron al software como excelente; de ellos 37 comprarían una actualización. ¿Hay una diferencia significativa en las proporciones de personas en los dos grupos de edad que califican al programa como excelente al nivel $\alpha = 0.05$? ¿Es cierto el mismo resultado en cuanto a las proporciones de personas que planean comprar una actualización?

Solución:

Veamos primero si existe una diferencia significativa en las proporciones de las personas de los dos grupos de edad que califican al programa como excelente. Establecemos la siguiente hipótesis:

$H_o : p_1 - p_2 = 0$ Misma proporción entre los dos grupos

$H_a : p_1 - p_2 \neq 0$ Proporciones distintas

$\alpha = 0.05$

La prueba apropiada es una prueba para diferencias entre proporciones de dos colas. El estadístico de prueba a usar está dado por:

$$\mathcal{P} = \frac{(\bar{p}_1 - \bar{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n_1} + \frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n_2}}}$$

Donde el valor crítico está dado por $\pm z_{0.0250}$ y además:

$$\hat{p} = \frac{n_1 \bar{p}_1 + n_2 \bar{p}_2}{n_1 + n_2}$$

$$\bar{p}_1 = \frac{87}{175} = 0.497 \quad \text{Proporción muestra 1}$$

$$\bar{p}_2 = \frac{94}{220} = 0.427 \quad \text{Proporción muestra 2}$$

$$n_1 = 175 \quad \text{Tamaño de la muestra 1}$$

$$n_2 = 220 \quad \text{Tamaño de la muestra 2}$$

$$p_1 - p_2 = 0$$

Sustituyendo estos valores en el estadístico y sabiendo que $z_{0.0250} = \pm 1.96$ tenemos:

$$\begin{aligned} \mathcal{P} &= \frac{0.497 - 0.427}{\sqrt{\frac{0.458 \times 0.541}{175} + \frac{0.458 \times 0.541}{220}}} \\ &= \frac{0.07}{0.05} \\ &= 1.4 \end{aligned}$$

Como el valor crítico es de 1.96 tenemos que, $1.4 < 1.96$, por lo que no rechazamos la hipótesis nula. Lo que implica que no existe una diferencia significativa entre las dos proporciones.

Ahora veamos si existe una diferencia significativa en cuanto a las proporciones de personas que planean comprar una actualización. Establecemos la siguiente hipótesis:

$H_o : p_1 - p_2 = 0$ Misma proporción entre los dos grupos

$H_a : p_1 - p_2 \neq 0$ Proporciones distintas

$\alpha = 0.05$

Usando el mismo estadístico de prueba, con valor crítico dado por $z_{0.0250} = \pm 1.96$ tenemos:

$\bar{p}_1 = \frac{52}{87} = 0.597$ Proporción muestra 1

$\bar{p}_2 = \frac{37}{94} = 0.393$ Proporción muestra 2

$n_1 = 87$ Tamaño de la muestra 1

$n_2 = 94$ Tamaño de la muestra 2

$p_1 - p_2 = 0$

Sustituyendo nos queda:

$$\begin{aligned} \mathcal{P} &= \frac{0.597 - 0.393}{\sqrt{\frac{0.491 \times 0.508}{87} + \frac{0.491 \times 0.508}{94}}} \\ &= \frac{0.204}{0.074} \\ &= 2.75 \end{aligned}$$

Como el valor crítico es de 1.96 tenemos que, $2.75 > 1.96$, por lo que rechazamos la hipótesis nula. Lo que implica que existe una diferencia significativa entre las dos proporciones.

Ejercicio 44

La compañía Ben & Jerry's Homemade, es una empresa que se dedica a la venta de helados no convencionales, con sabores extravagantes como el de galleta con chispas de chocolate. En un artículo en The Wall Street Journal se consigna que parte del éxito de la compañía se debe a que atrae a los adultos jóvenes (quienes presumiblemente serán fieles a la compañía durante su periodo pico de consumo de helados). Suponga que un investigador de mercado lleva a cabo una encuesta a la salida de un supermercado y hace una sola pregunta a 200 compradores consecutivos del helado Ben & Jerry's y a 200 compradores de la marca competidora de Haagen-Daz de Grand Metropolitan: "¿Tiene usted menos de 25 años?" Si el 7% de los aficionados al helado de Ben & Jerry's dice "sí" y solamente el 3% de los aficionados al otro helado dice "sí", ¿esto confirma la conclusión del artículo, para 10% de nivel de significancia?

Solución:

Veamos si la proporción de adultos jóvenes es una parte del éxito de la compañía. Establecemos la siguiente hipótesis:

$H_o : p_1 - p_2 \leq 0$ Misma ó menor proporción de jóvenes que prefieren Ben & Jerry's al de Haagen-Daz

$H_a : p_1 > p_2$ Mayor proporción de jóvenes que prefieren Ben & Jerry's al de Haagen-Daz

$\alpha = 0.1$

La prueba apropiada es una prueba para diferencias entre proporciones de una cola. El estadístico de prueba a usar está dado por:

$$\mathcal{P} = \frac{(\bar{p}_1 - \bar{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n_1} + \frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n_2}}}$$

Donde el valor crítico está dado por $z_{0.1}$ y además:

$$\hat{p} = \frac{n_1 \bar{p}_1 + n_2 \bar{p}_2}{n_1 + n_2}$$

$\bar{p}_1 = 0.07$ Proporción muestra 1

$\bar{p}_2 = 0.03$ Proporción muestra 2

$n_1 = 200$ Tamaño de la muestra 1

$n_2 = 200$ Tamaño de la muestra 2

$p_1 - p_2 = 0$

Sustituyendo estos valores en el estadístico y sabiendo que $z_{0.1} = 1.28$ tenemos:

$$\begin{aligned}\mathcal{P} &= \frac{0.07 - 0.03}{\sqrt{\frac{0.05 \times 0.95}{200} + \frac{0.05 \times 0.95}{200}}} \\ &= \frac{0.04}{0.021} \\ &= 1.90\end{aligned}$$

Como el valor crítico es de 1.28 tenemos que, $1.90 > 1.28$, por lo que rechazamos la hipótesis nula. Lo que implica que con estos datos se confirma la conclusión del artículo.

Ejercicio 45

Considere los datos de la tabla que sigue. En los primeros tres meses 1993, la venta de automóviles de lujo en Estados Unidos disminuyó ligeramente, pero la proporción de automóviles de lujo que fueron importados se incrementó. Las cifras se muestran en la siguiente tabla. ¿Es significativo el cambio en el porcentaje de mercado de automóviles importados con respecto a los domésticos, al nivel del 5%?

	Ventas de autos de lujo 1992	Primer trimestre 1993
Porcentaje de autos nacionales	47.5	46.2
Porcentaje de autos importados	52.5	53.8
Total de unidades vendidas	373,842	372,442

Solución:

Queremos saber si es significativo el cambio de porcentaje de mercado de automóviles importados con respecto a los domésticos. Establecemos la siguiente hipótesis:

$H_o: \mu_1 - \mu_2 = 0$ Ventas medias iguales

$H_a: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ Ventas medias distintas

$\alpha = 0.05$

La prueba apropiada es una prueba para diferencias entre medias para muestras pequeñas y dependientes de dos colas. El estadístico de prueba a usar está dado por:

$$\mathcal{T} = \frac{[(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)]\sqrt{n}}{s_d}$$

Donde el valor crítico está dado por $\pm t_{0.05}$ con $n - 1$ grados de libertad y además:

$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 46.85 - 53.15 = -6.3$ Diferencia entre las muestras

$n = 2$ Tamaño de la muestra

s_d Desviación estándar de las diferencias de las muestras

$\mu_1 - \mu_2 = 0$

Para calcular la desviación estándar usamos:

```
Nacionales<-c(47.5,46.2)
Importados<-c(52.5,53.8)
Dif1<-Nacionales-Importados
sd(Dif1)
```

[1] 1.838478

Sustituyendo estos valores en el estadístico y sabiendo que $t_{0.05} = \pm 12.71$ tenemos:

$$\begin{aligned}\mathcal{T} &= \frac{-6.3\sqrt{2}}{1.838} \\ &= -4.84\end{aligned}$$

Como el valor crítico es de -12.71 tenemos que, $-4.84 > -12.71$, por lo que no rechazamos la hipótesis nula. Lo que implica que no hubo un cambio significativo en las ventas de autos.

Ejercicio 46

En octubre de 1992, una investigación entre 120 macroeconomistas indicó que 87 de ellos creían que la recesión ya había terminado. Una investigación de 150 agentes de adquisiciones encontró que 89 de éstos creían que la recesión ya había terminado. Al nivel $\alpha = 0.10$, ¿se puede concluir que los agentes de adquisiciones eran más pesimistas acerca de la economía de Estados Unidos que los macroeconomistas?

Solución:

Queremos saber si se puede concluir que los agentes de adquisiciones eran más pesimistas (ó lo que es lo mismo a menos optimistas) que los macroeconomistas acerca de la economía de Estados Unidos. Establemos la siguiente hipótesis:

$H_o : p_1 - p_2 = 0$ Igual proporción entre los agentes y macroeconomistas

$H_a : p_1 < p_2$ Proporción de agentes menos optimistas que los macroeconomistas

$\alpha = 0.1$

La prueba apropiada es una prueba para diferencias entre proporciones de una cola. El estadístico de prueba a usar está dado por:

$$\mathcal{P} = \frac{(\bar{p}_1 - \bar{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n_1} + \frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n_2}}}$$

Donde el valor crítico está dado por el valor negativo de $z_{0.1}$ y además:

$$\hat{p} = \frac{n_1 \bar{p}_1 + n_2 \bar{p}_2}{n_1 + n_2}$$

$$\bar{p}_1 = \frac{89}{150} = 0.593 \quad \text{Proporción muestra 1}$$

$$\bar{p}_2 = \frac{87}{120} = 0.725 \quad \text{Proporción muestra 2}$$

$$n_1 = 150 \quad \text{Tamaño de la muestra 1}$$

$$n_2 = 120 \quad \text{Tamaño de la muestra 2}$$

$$p_1 - p_2 = 0$$

Sustituyendo estos valores en el estadístico y sabiendo que $z_{0.1} = -1.28$ tenemos:

$$\begin{aligned}\mathcal{P} &= \frac{0.593 - 0.725}{\sqrt{\frac{0.65 \times 0.35}{150} + \frac{0.65 \times 0.35}{120}}} \\ &= \frac{-0.132}{0.058} \\ &= -2.27\end{aligned}$$

Como el valor crítico es de -1.28 tenemos que, $-2.27 < -1.28$, por lo que rechazamos la hipótesis nula. Lo que implica que los agentes de adquisiciones eran menos optimistas que los macroeconomistas.

Ejercicio 47

Los largometrajes de animación proporciona grandes ganancias a The Walt Disney Company. Las películas de éxito, como *Aladdin*, pueden producir ingresos mayores a los 300 millones de dólares después de sus costos de producción. Pero cada año, además de estos éxitos espectaculares, algunas películas de animación más modestas llegan a las pantallas. Un analista obtuvo un listado de los ingresos totales (la suma de boletos vendidos) de la primera presentación de todas las películas de animación exhibidas entre 1986 y 1992, los datos reunidos son los siguientes (en millones de dólares):

Un Cuento Americano	Universal	44.9
Los Perros Van al Cielo	MGM/UA	26.2
Ferngully: El Bosque Perdido	Twentieth Century Fox	20.9
Fievel va al Oeste	Universal	20.2
Mundo Cool	Paramount	13.7
Rock-a-Doddle	Twentieth Century Fox	11.6
Bebe's Kids	Paramount	7.5
Ositos Cariñositos II	Columbia	5.4
Pinocho y el Emperador de la Noche	New World	2.7
Ositos Cariñositos	Cineplex	2.2
Babar: la Película	New Line	1.4
Oliver y Compañía	Disney	52.6
Rescuers Down Under	Disney	27.8
El Gran Ratón Detective	Disney	24.2
Los Rescatadores	Disney	21.1
Patoaventuras	Disney	18.1

Para $\alpha = 0.05$, ¿estos datos apoyan la conclusión de que “aun excluyendo los grandes éxitos, las películas animadas de Disney ganan más que la competencia?”.

Solución:

Veamos si las películas de Disney ganan más que la competencia. Establecemos la siguiente hipótesis:

$H_o : \mu_1 = \mu_2$ El promedio de ganancias no varía

$H_a : \mu_1 > \mu_2$ Promedio de ganancias de Disney mayor al resto

$\alpha = 0.05$

La prueba apropiada es una prueba para diferencias entre medias para muestras pequeñas de una cola. El estadístico de prueba a usar está dado por:

$$\mathcal{T} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

Donde el valor crítico está dado $t_{0.05}$ con $n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad y además:

$$S = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

\bar{x}_1 Media muestra 1

\bar{x}_2 Media muestra 2

s_1 Desviación estándar muestra 2

s_2 Desviación estándar muestra 1

$n_1 = 5$ Tamaño muestra 1

$n_2 = 11$ Tamaño muestra 2

$\mu_1 - \mu_2 = 0$

Calculemos $\bar{x}_1, \bar{x}_2, s_1, s_2$ mediante R:

```
mDisney<-c(52.6,27.8,24.2,21.1,18.1)
mediaD<-mean(mDisney)
mediaD
```

```
[1] 28.76
```

```
mcompe<-c(44.9,26.2,20.9,20.2,13.7,11.6,7.5,5.4,2.7,2.2,1.4)
mediacomp<-mean(mcompe)
mediacomp
```

```
[1] 14.24545
```

```
sd(mDisney)
```

```
[1] 13.80554
```

```
sd(mcompe)
```

```
[1] 13.17872
```

Sustituyendo estos valores en el estadístico y sabiendo que $t_{0.05} = 1.761$ tenemos:

$$\begin{aligned}\mathcal{T} &= \frac{28.76 - 14.24}{13.35 \times \sqrt{\frac{1}{5} + \frac{1}{11}}} \\ &= \frac{14.52}{7.2} \\ &= 2.01\end{aligned}$$

Como el valor crítico es de 1.761 tenemos que, $2.01 > 1.761$, por lo que rechazamos la hipótesis nula. Por lo que las películas animadas de Disney ganan más que la competencia aún excluyendo los grandes éxitos.

Ejercicio 48

El promedio de Transporte Dow-Jones está basado en los precios de cierre de las acciones comunes de 20 compañías aéreas, ferrocarriles y de fletes. El 24 de mayo de 1993, el precio promedio de estas 20 acciones disminuyó de \$47.156 a \$47.150. Tomando estas acciones como una muestra aleatoria de todas las acciones relacionadas con el transporte, ¿es significativa la disminución observada? Explique su respuesta.

Acciones	Cierre 5/21/93	Cierre 5/24/93
Airborne Freight	23.500	23.375
Alaska Airlines	16.750	16.625
American President	50.750	52.000
AMR	71.625	71.875
Burlington Northern	53.875	54.000
Carolina Freightways	13.125	13.000
Conrail	51.375	51.875
Consolidated Freightways	15.375	15.625
CSX	71.125	70.750
Delta Airlines	60.250	60.750
Federal Express	49.750	49.375
Norfolk and Southern	61.875	61.250
Roadway	54.750	55.000
Ryder System	27.250	27.125
Santa Fe Pacific	16.750	17.000
Southwest Airline	40.375	40.500
UAL	138.750	138.750
Union Pacific	63.250	63.000
USAir Group	22.500	22.625
XTRA	40.125	38.500
Average Price	47.156	47.150

Solución:

Veamos si la disminución de las acciones fueron significativas. Establecemos la siguiente hipótesis:

$H_o : \mu_1 - \mu_2 = 0$ Sin diferencias significativas

$H_a : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ Diferencias significativas

La prueba apropiada es una prueba para diferencias entre medias para muestras pequeñas y dependientes de dos colas. El estadístico de prueba a usar está dado por:

$$\mathcal{T} = \frac{[(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)]\sqrt{n}}{s_d}$$

Donde,

$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 47,150\$ - 47.156\$ = -6\$$ Diferencia entre las muestras

$n = 20$ Tamaño de la muestra

s_d Desviación estándar de las diferencias de las muestras

$\mu_1 - \mu_2 = 0$

Calculemos s_d mediante R:

```
Cierre1<-c(23500,16750,50750,71625,53875,13125,51375,15375,71125,60250,
           49750,61875,54750,27250,16750,40375,138750,63250,22500,40125)
Cierre2<-c(23375,16625,52000,71875,54000,13000,51875,15625,70750,60750,
           49375,61250,55000,27125,17000,40500,138750,63000,22625,38500)
Dif2<-Cierre2-Cierre1
sd(Dif2)
```

```
[1] 552.3202
```

Sustituyendo estos valores en el estadístico tenemos:

$$\begin{aligned}\mathcal{T} &= \frac{-6\sqrt{20}}{552.32} \\ &= -0.048\end{aligned}$$

El valor del estadístico de prueba (-0.048) es muy cercano a cero. Por lo que la disminución observada no es muy significativa (es decir, tomamos a H_0 como cierta).

Ejercicio 49

En un estudio económico se trata de determinar si los proyectos industriales textiles generan un mayor empleo que los proyectos en industrias de manufacturas de muebles.

Una muestra tomada de 16 industrias textiles, indicó que los nuevos empleos por cada millón de bolívares de inversión fueron 400, con desviación típica de 20. En una muestra de 14 industrias de muebles se generaron 380 empleos por cada millón de bolívares invertidos, con desviación típica de 18. Suponiendo $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma^2$ el estudio concluyó que los proyectos textiles generaban un 6% más de empleos que los otros. ¿Se justifica la conclusión? ¿Podría ser rechazada la hipótesis de igualdad de la creación media de empleos con $\sigma = 0.05$?

Solución:

Veamos si las industrias textiles generan más empleos que las industrias de muebles. Establezcamos la siguiente hipótesis:

$H_o : \mu_1 = \mu_2$ El promedio de empleos no varía

$H_a : \mu_1 > \mu_2$ Promedio de empleos textiles mayor al de muebles

$\alpha = 0.06$

La prueba apropiada es una prueba para diferencias entre medias para muestras pequeñas de una cola. El estadístico de prueba a usar está dado por:

$$\mathcal{T} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

Donde el valor crítico está dado $t_{0.06}$ con $n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad y además:

$$S = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

$\bar{x}_1 = 400$ Media muestra 1

$\bar{x}_2 = 380$ Media muestra 2

$s_1 = 20$ Desviación estándar muestra 2

$s_2 = 18$ Desviación estándar muestra 1

$n_1 = 16$ Tamaño muestra 1

$n_2 = 14$ Tamaño muestra 2

$\mu_1 - \mu_2 = 0$

Sustituyendo estos valores en el estadístico y sabiendo que $t_{0.06} = 1.8$ tenemos:

$$\begin{aligned}\mathcal{T} &= \frac{400 - 380}{19.097 \times \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{14}}} \\ &= \frac{20}{6.988} \\ &= 2.86\end{aligned}$$

Como el valor crítico es de 1.8 tenemos que, $2.86 > 1.8$, por lo que rechazamos la hipótesis nula. Por lo que la industria textil genera más empleo que las industrias de muebles.

Ejercicio 50

Se desea saber si los mercados de Maracaibo y Caracas son iguales respecto al precio que los consumidores están dispuestos a pagar por un cierto producto. Suponga las varianzas iguales. Una muestra de 10 consumidores en Maracaibo dio un precio medio de Bs. 5, con una desviación típica de Bs. 2; en Caracas una muestra de 15 consumidores dio un precio medio de Bs. 5,50, con una desviación típica de Bs. 2,10. $\alpha = 0,05$.

Solución:

Queremos saber si los mercados de las dos ciudades son iguales con respecto al precio que los consumidores están dispuestos a pagar. Establecemos la siguiente hipótesis:

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$ Mercados iguales

$H_a : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ Mercados distintos

$\alpha = 0.05$

La prueba apropiada es una prueba para diferencias entre medias para muestras pequeñas de dos colas. El estadístico de prueba a usar está dado por:

$$\mathcal{T} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

Donde el valor crítico está dado $\pm t_{0.05}$ con $n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad y además:

$$S = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

$\bar{x}_1 = 5$ Media muestra 1

$\bar{x}_2 = 5.50$ Media muestra 2

$s_1 = 2$ Desviación estándar muestra 2

$s_2 = 2.10$ Desviación estándar muestra 1

$n_1 = 10$ Tamaño muestra 1

$n_2 = 15$ Tamaño muestra 2

$\mu_1 - \mu_2 = 0$

Sustituyendo estos valores en el estadístico y sabiendo que $t_{0.05} = \pm 2.069$ tenemos:

$$\begin{aligned}\mathcal{T} &= \frac{5 - 5.50}{2.06 \times \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{15}}} \\ &= \frac{-0.5}{1.06} \\ &= -0.47\end{aligned}$$

Como el valor crítico es de 2.069 tenemos que, $-0.47 > -2.069$, por lo que no rechazamos la hipótesis nula. Por lo que los mercados en las dos ciudades son iguales.

Ejercicio 51

En una ciudad se escogió una muestra aleatoria de 121 personas para preguntarles el precio que estarían dispuestas a pagar por un determinado artículo, dando una media de Bs. 5,50, con una desviación típica de Bs. 0,50. En otra ciudad una muestra de 61 personas dio una media de Bs. 5, con una desviación típica de Bs. 0,37. ¿Hay diferencia significativa en las varianzas de los precios? $\alpha = 0.05$.

Solución:

Cómo tenemos una comparación de varianzas entre las poblaciones, el estadístico que adecuado para esta prueba es el estadístico F , donde la prueba de hipótesis es la siguiente,

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_a : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

Para $v_1 = n_1 - 1 = 121 - 1 = 120$ grados de libertad de la primera ciudad y $v_2 = n_2 - 1 = 61 - 1 = 60$ grados de libertad para la otra ciudad, entonces el estadístico F es,

$$\mathcal{F} = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

Sustituyendo las varianzas muestrales de cada ciudad, tenemos que,

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &= \frac{s_1^2}{s_2^2} \\ &= \frac{(0.50)^2}{(0.37)^2} \\ &= 1.83 \end{aligned}$$

Cómo la hipótesis alternativa es de dos colas, entonces se rechaza la hipótesis nula si $F > F_{v_2, \alpha/2}^{v_1}$. Luego, para un nivel de significancia de 5% se tiene que $F_{60, 0.025}^{120} = 1.58$. Como $1.83 > 1.58$, entonces se rechaza la hipótesis nula. Esto quiere decir, que las dos ciudades tienen varianzas significativamente diferentes con un nivel de significancia de 5%.

Ejercicio 52

Los siguientes datos corresponden a la clasificación de empresas vendedoras de un mismo producto según dos criterios: El área de la zona metropolitana en que están ubicadas, y el volumen de ventas con relación al promedio de éstas:

	Sabana Grande	Centro	Otras zonas	Total
Ventas menores que el promedio	58	46	38	142
Ventas en el promedio	102	160	84	346
Ventas mayores que el promedio	34	51	60	145
Total	194	257	182	633

- a) ¿Según estos datos se podría decir que la ubicación influye en el volumen de ventas?
 $\alpha = 0.05$. Calcular el coeficiente de contingencia.

Solución:

Veamos si la ubicación influye en el volumen de ventas. Establecemos la siguiente hipótesis:

$H_o : \mu_1 - \mu_2 = 0$ Sin diferencias significativas

$H_a : \mu_1 > \mu_2$ Mayor ventas por ubicación

La prueba apropiada es una prueba para diferencias entre medias para muestras pequeñas y dependientes de una cola. El estadístico de prueba a usar está dado por:

$$\mathcal{T} = \frac{[(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)]\sqrt{n}}{s_d}$$

Donde,

$\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ Diferencia entre las muestras

$n = 3$ Tamaño de la muestra

s_d Desviación estándar de las diferencias de las muestras

$\mu_1 - \mu_2 = 0$

Calculemos \bar{x}_1 , \bar{x}_2 y s_d mediante R:

```
zonas<-c(194,257,182)
ventas<-c(142,346,145)
Dif3<-zonas-ventas
mean(Dif3)
```

```
[1] 0
```

```
sd(Dif3)
```

```
[1] 77.4403
```

Tenemos que $\bar{x}_1\bar{x}_2 = 0$, lo que implica que el estadístico de prueba es igual a cero. Por lo que rechazamos la hipótesis nula. La ubicación no influye en el volumen de ventas.