

# 卒業論文

前景・背景の大域的な色分布の同時  
マッチングによる画像セグメンテーション

平成24年2月8日 提出

指導教員 苗村 健 准教授

電子情報工学科

03 - 093012 谷合 竜典

---

## 内容梗概

---

画像中から特定の領域を抽出する画像セグメンテーションという問題がある。これは画像編集や物体認識などの処理を行う際に不可欠な課題であり、これまでに様々な手法が提示されてきたが、その多くはある種のエネルギー関数を最適化することで画素ごとに前景または背景のラベルを与える2値ラベリング問題に帰着する。

このエネルギー関数は、画素ごとに独立した尤度を記述するローカルモデルが主流であった。これはグラフカットを直接適用できる形式であったが用いられる情報が少なく細端部が切断されやすいなどの問題があった。一方、近年になり、領域全体の色分布の適合性を記述するグローバルモデルが提案され、中でも Bhattacharyya 距離に基づき前景または背景の色分布をマッチングする手法では、従来のローカルモデルを凌ぐ精度でのセグメンテーションを実現した。しかし、高精度なセグメンテーションを実現するには、前景または背景の高精度な色分布入力を必要とし、この仮定は多くの応用において現実的ではない。

この仮定を緩和するため、本稿では、前景および背景色分布の大域的な適合性を同時に考慮することで、近似的な分布入力に対しても高精度なセグメンテーションを実現する新たな数学的モデルを提案する。本論では、このモデルに対するパラメータの推定方法と新たな最適化手法を与え、評価実験にて提案手法がローカルモデルおよび先行モデルより優れていることを示した。また同時に、ローカルおよびグローバルモデルに基づく手法に対しての比較実験により、両者の特性関係を明らかにした。

---

# 目次

---

<b>第 1 章 序論</b>	<b>1</b>
1.1 背景 . . . . .	1
1.2 目的 . . . . .	2
<b>第 2 章 関連研究</b>	<b>3</b>
2.1 グラフカット . . . . .	3
2.2 画像セグメンテーション . . . . .	4
2.2.1 ローカルモデル . . . . .	5
2.2.2 グローバルモデル . . . . .	5
<b>第 3 章 提案手法</b>	<b>8</b>
3.1 前景と背景の色分布の同時マッチング . . . . .	8
3.1.1 推定モデルの定式化 . . . . .	8
3.1.2 エネルギー関数のパラメータ推定 . . . . .	9
3.2 エネルギー関数 $\mathcal{E}(L)$ の最適化 . . . . .	10
3.2.1 エネルギー関数 $\mathcal{E}(L)$ の上界関数の導出 . . . . .	10
3.2.2 最適化アルゴリズム . . . . .	12
<b>第 4 章 評価実験</b>	<b>15</b>
4.1 同時マッチング関数の評価実験 . . . . .	15
4.1.1 実験方法 . . . . .	16
4.1.2 実験結果 . . . . .	16
4.2 画像セグメンテーション実験 . . . . .	17
4.2.1 共通の実験設定 . . . . .	17
4.2.2 Lasso-Trimap を用いた近似分布によるセグメンテーション実験 . . . . .	18
4.2.3 ブロックマスクを用いた近似分布によるセグメンテーション実験 . . . . .	20
4.2.4 カラーノイズを用いた近似分布によるセグメンテーション実験 . . . . .	21
<b>第 5 章 結論</b>	<b>22</b>
<b>参考文献</b>	<b>23</b>
<b>付録</b>	<b>24</b>
A.1 $\mathcal{E}(L) \geq \mathcal{D}(L; \eta)$ の導出 . . . . .	24
A.2 $\mathcal{E}(L)$ の上界関数 $\hat{\mathcal{E}}(L)$ の導出 . . . . .	25

---

# 第1章

## 序論

---

### 1.1 背景

画像セグメンテーションとは、画像領域を前景と背景に区分けする、すなわち画像中から特定領域を切り出す問題である（図 1.1 参照）。画像セグメンテーションは物体認識や画像編集にとって不可欠な過程であり、様々な手法が提案されているが、そのほとんどはエネルギー関数を最適化する 2 値ラベリング問題に帰着する。

エネルギー関数は一般的にアピアランスの適合性と空間的な連続性を記述する 2 つの項から成る。近年まで、アピアランス適合性は各画素ごとに独立に記述されたローカルモデルが主流であった [1, 2, 3, 4]。これは、エネルギー関数が画素ごとに独立な unary term の和と、2 画素間の空間的連続性を記述する pairwise term の和の 2 つの項のみを含む形式で記述されるモデルで、グラフカット [5, 6] と呼ばれる最適化手法を用いて直接的に大域解を求められる。しかしこのようなローカルモデルは、アピアランスのグローバルな適合性を考慮しないため、縮小バイアス（shrinking bias）により物体の細端部が切断されやすい（shortcutting）などの問題がある [7]。

一方、最近の研究 [8, 9, 10] により、領域全体のアピアランス適合性を記述するグローバルモデルが従来のローカルモデルよりも有効であることが示された。このグローバルモデルは、領域の色分布の適合性をアピアランスの尺度とするもので、直接的に unary term として定式化できないいた



図 1.1: 画像セグメンテーションと 2 値ラベル  
(a) では黄色い花びらの領域が前景として白く縁どられ、ほかの領域を背景としている。(b) では前景を白、背景を黒とした 2 値画像でラベリングを表現している。

め，数学的な扱いはやや複雑である。

その中でも文献 [9] では，アピアランスの適合性の尺度を Bhattacharyya 距離として定式化し，参照色分布と色分布が適合する画像領域を抽出しセグメンテーションする Bhattacharyya Measure Graph Cut (BMGC) と呼ばれる手法を提案した。彼らの示した実験結果により，参照色分布として物体領域の真で密な色分布が与えられた場合には，BMGC 手法により非常に高精度なセグメンテーションが実現できることが示された。しかしながら，そのような色分布は一般に未知のパラメータであり，多くの応用において現実的ではない。また近似的な参照色分布が与えられた場合には大きく精度を損なうことも示された [10]。

この問題に対して文献 [10] では，参照色分布が抽出領域の色分布と適合するという従来の仮定（適合仮定）と同時に，参照色分布が相補領域の色分布とは異なるという新たな仮定（相補仮定）を加えることで，バウンディングボックスで得られるような近似的な参照色分布に対しても比較的精度の良い結果が得られることを示した。

## 1.2 目的

これまでに提案してきたグローバルモデルに分類されるセグメンテーション手法 [8, 9, 10] は，いずれも前景または背景どちらかの参照色分布が与えられ，それと適合する画像領域を抽出するという基本方針を持つ。しかし先述のとおり，与えられた参照色分布が近似値である場合においては大きく精度を損なうものであった。Pham ら [10] はこの問題に対して相補仮定を設けることで大幅な改善を示したが，前景と背景のアピアランスが似ている画像などに対してこの仮定を直接用いることは必ずしも有効ではない。

そこで本研究では，前景および背景の参照色分布の両方を用い，両者の適合性を同時にはかる新たな数学的モデルを提案し，近似的な色分布入力に対してもロバストで高精度なセグメンテーションの実現を試みる。

---

## 第2章

# 関連研究

---

本章では本研究に関連した研究事例を紹介する。

### 2.1 グラフカット

コンピュータビジョンの分野で重要なグラフカット [5, 6] という手法を紹介する。グラフカットは、特に次の形式で表されるエネルギー関数を多項式時間で最小化する最適化手法である。

$$\mathcal{E}(\mathbf{L}) = \mathcal{A}(\mathbf{L}) + \lambda \mathcal{S}(\mathbf{L}) \quad (2.1)$$

$$= \sum_{p \in P} g_p(\mathbf{L}_p) + \sum_{(p,q) \in N} h_{pq}(\mathbf{L}_p, \mathbf{L}_q) \quad (2.2)$$

以下、議論を簡単にするために、画像における2値ラベリング問題に当てはめて考える。すなわち、 $P \subset \mathbb{R}^2$  を全画素集合、 $N \subset P \times P$  を隣接する画素組の集合、 $\mathbf{L}$  を2値ラベルとするとき、画像中のすべての画素  $\forall p \in P$  に対して、ラベル  $L_p$  が  $F$ (前景) または  $B$ (背景) のどちらであるかを求める問題である。このとき第1, 2項は、その機能からデータ項と平滑化項、またはその形式から unary 項と pairwise 項などと呼ばれ、それぞれアピアランスの適合性とラベルの空間的連続性を記述する。

グラフカットでは、式 (2.2) のデータ項を各画素が前景または背景だったときに発生するコスト、平滑化項を隣り合う画素でラベルが変化するときに発生するコストと捉え、図 2.1 に示すような有向グラフに置き換える。すなわち、各画素  $\forall p \in P$  に対応するノードと、背景ターミナル  $t$ 、前景ターミナル  $s$  をつくり、前景ターミナルから各ノードへの辺には  $g_p(\mathbf{L}_p = F)$  の重みを、各ノードから背景ターミナルへの辺には  $g_p(\mathbf{L}_p = B)$  の重みを、隣接ノード同士を結ぶ辺には  $h_{pq}(\mathbf{L}_p = B, \mathbf{L}_q = F)$  および  $h_{pq}(\mathbf{L}_p = F, \mathbf{L}_q = B)$  の重みを割り当てるグラフをつくる。この時、エネルギー関数  $\mathcal{E}(\mathbf{L})$  を最小化するラベル  $\mathbf{L}^*$  を求めることは、図 2.1 のグラフ上で各ノードを前景ターミナル側または背景ターミナル側へと切り分ける切断面のうち、切断コストが最小の切断面(図 2.2)を求める問題に帰着される。これはグラフ理論においては最大流/最小カット問題と呼ばれ、最小コストの切断面を多項式時間で求めるアルゴリズムがいくつか知られている [5]。

ただし留意しなければいけないのは、図 2.1 のグラフに含まれる平滑化項は  $h_{pq}(B, F)$  と  $h_{pq}(F, B)$  のみで  $h_{pq}(B, B)$  と  $h_{pq}(F, F)$  は含まれていないことである。これらを無視してもグラフの最小カットが式 (2.2) のエネルギー関数  $\mathcal{E}(\mathbf{L})$  の最小解と同じであることを保証するには、 $\mathbf{L}$  が2値変数ラベルの場合、平滑化項の関数  $h_{pq}$  が以下の劣モジュラ性(submodularity)を満たす必要がある。

$$h_{pq}(B, B) + h_{pq}(F, F) \leq h_{pq}(F, B) + h_{pq}(B, F) \quad (2.3)$$

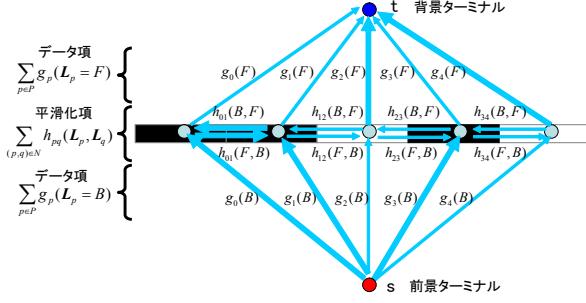


図 2.1: グラフ問題への帰着

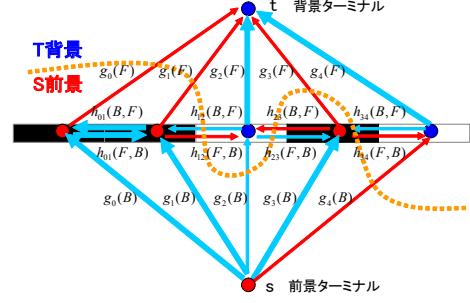


図 2.2: グラフ最小コスト切断面



図 2.3: Interactive Graph Cutsによるセグメンテーション例

ユーザは手がかりとして前景領域に赤線、背景領域に青線を描き入れ、そこから得られた前景・背景のハードラベルおよび色情報をもとにグラフカットを実行する。緑線のセグメンテーション結果が示すとおり、shrinking biasにより細端部が切斷されやすい（出典：文献 [7]）

## 2.2 画像セグメンテーション

本稿では、セグメンテーション手法をローカルモデルとグローバルモデルの2つに分類する。ローカルモデルは、アピアランス適合性として画素ごとに独立な unary term の和による記述

$$\mathcal{A}(\mathbf{L}) = \sum_{p \in P} g_p(\mathbf{L}_p) \quad (2.4)$$

を与える。一方グローバルモデルは、複数の画素のラベル値を同時に扱う関数による記述

$$\mathcal{A}(\mathbf{L}) \neq \sum_{p \in P} g_p(\mathbf{L}_p) \quad (2.5)$$

を与える。ローカルモデルは参照する色情報やセグメンテーション範囲が局所的な場合、または色分布が疎である場合などには有効であるが、セグメンテーション範囲が広範囲にわたる場合や色情報が大域的かつ密な分布として得られる場合などはグローバルなアピアランス適合をはかるグローバルモデルが有効とされる。本稿で提案する手法は、このグローバルモデルに属され、グローバルモデルの適用可能性を広げようとするものである。

以下に、この分類に基づいて先行研究で提案されたセグメンテーション手法を紹介する。

### 2.2.1 ローカルモデル

#### Interactive Graph Cuts [1]

画像セグメンテーションを実現するために，Boykovらは，グラフカットを用いて解くInteractive Graph Cutsを提案した．この手法は図2.3のように，まずユーザが前景・背景の一部をマークすることで，色分布を学習すると同時にその領域にハード制約を与え，他の領域には色分布とコントラストによるソフト制約を与える．そしてこれらの制約に対してグラフカットを用いて最適解を求める．

すなわち，式(2.2)に示すエネルギー関数において，

$$g_p(l) = \begin{cases} \infty & \text{for } p \in \mathbf{H}_{\bar{l}}, \\ -\log \mathcal{H}_l(I_p) & \text{for } p \notin \mathbf{H}_{\bar{l}} \end{cases} \quad (2.6)$$

$$h_{pq}(\mathbf{L}_p, \mathbf{L}_q) = \lambda \delta_{\mathbf{L}_p \neq \mathbf{L}_q} \exp \left( -\frac{|I_p - I_q|^2}{2\sigma^2} \right) / |p - q| \quad (2.7)$$

と与えるもので，ここで  $\mathbf{H}_l$  はユーザにより与えられる前景 ( $l = F$ ) または背景 ( $l = B$ ) のマーク領域であり， $\mathcal{H}_l(z)$  はそれらの領域から学習される色分布である．また  $\bar{l}$  は

$$\bar{l} = \begin{cases} B & \text{for } (l = F) \\ F & \text{for } (l = B) \end{cases} \quad (2.8)$$

と定義される． $\delta_{(.)}$  は  $\delta_{true} = 1, \delta_{false} = 0$  と定義される関数，また  $\sigma^2$  は画像のコントラストの強さを表すパラメータで，しばしば  $\sigma^2 = E[|I_p - I_q|^2]$  として自動的に求められる．

Interactive Graph Cuts のように，ユーザが前景および背景領域にマークを描き入れてセグメンテーションを行うInteractive Segmentationには，その他にも Paint Selection[2] , Lazy Snapping[3] , Geodesic Graph Cut[7] などがある．

#### GrabCut [4]

ユーザの入力をより少なくするために，RotherらはGrabCutを提案している．GrabCutは，グラフカットを繰り返し実行してセグメンテーションを行う手法である．はじめに，ユーザは図2.4に示されているような物体を含む矩形領域を指定する．そこから前景・背景それぞれにおいて Gaussian Mixture Model (GMM) を作り，グラフカットを適用する．得られたセグメンテーション結果に対して，ユーザが前景および背景部分を描き入れて修正し，これをを利用してGMMを更新，グラフカットを適用する．これを繰り返してセグメンテーションを行うのがGrabCutである．

### 2.2.2 グローバルモデル

#### Trust Region Graph Cut [8]

Rotherらは，参照色分布と抽出領域の色分布を適合させる大域制約を取り入れてセグメンテーションを行った．彼らは，アピアランス適合性をヒストグラムの差分の L1 ノルムにより定式化し，Trust Region Graph Cut (TRGC) と呼ばれるパラメトリック線形近似手法により最適化する手法を示した．しかし，TRGC手法にはパラメータが対象物体の大きさに強く依存する性質があり，物体の大きさが変化するシーンでの物体追跡などには容易に適用できないなどいくつかの根本的な問題点が文献[9]にて指摘された．

### Bhattacharyya Measure Graph Cut [9]

Ayed らは、Bhattacharyya 距離をアピアランス適合性として用いることで、参照色分布として物体の真で密な色分布が入力された際に、それと一致する色分布をもつ領域を抽出するセグメンテーション手法 Bhattacharyya Measure Graph Cut (BMGC 手法) を提案した。

BMGC 手法は、具体的にはアピアランス適合性として確率分布の類似度を表す Bhattacharyya 係数  $\mathcal{B}(,)$  を用いたエネルギー関数

$$\mathcal{E}_l(\mathbf{L}) = -\mathcal{B}(\mathcal{P}_l^{\mathbf{L}}, \mathcal{H}_l) + \lambda \mathcal{S}(\mathbf{L}) \quad (2.9)$$

を与える、これを最小化することで色分布  $\mathcal{P}_l^{\mathbf{L}}(z)$  と参照色分布  $\mathcal{H}_l(z)$  が一致するような 2 値領域ラベル  $\mathbf{L}$  を求める手法である。ここで Bhattacharyya 係数  $\mathcal{B}(,)$  は確率分布  $f(z), g(z)$  に対して

$$\mathcal{B}(f, g) = \sum_{z \in Z} \sqrt{f(z)g(z)} \leq 1 \quad (2.10)$$

と定義され、 $f(z) = g(z)$  の時に最大値 1 をとする。また

$$\mathcal{P}_l^{\mathbf{L}}(z) = \frac{\sum_{p \in \mathbf{R}_l^{\mathbf{L}}} K_z(I_p)}{|\mathbf{R}_l^{\mathbf{L}}|} \quad (2.11)$$

はラベル  $\mathbf{L}$  の前景 ( $l = F$ ) または背景 ( $l = B$ ) 領域  $\mathbf{R}_l^{\mathbf{L}}$  の色分布に対するカーネル密度推定 (KDE) を表し、 $|\mathbf{R}|$  は領域  $\mathbf{R}$  の面積 (単位画素) を表す。 $\mathcal{H}_l(z)$  は対応する前景または背景の参照色分布であり、つまり式 (2.9) は、 $l = F$  のとき前景分布マッチングを、 $l = B$  のとき背景分布マッチングを行う関数定義となる。なお、 $\lambda \mathcal{S}(\mathbf{L})$  は平滑化項を表し、またカーネル関数  $K_z$  は任意の関数を与えることが可能であるが、たとえば以下のような定義が可能である：

$$K_z(I_p) = \begin{cases} 1 & \text{for } I_p \in z \\ 0 & \text{for } I_p \notin z \end{cases} \quad (2.12)$$

すなわち、この場合、 $\mathcal{P}_l^{\mathbf{L}}$  はヒストグラムとなる。ここで  $z$  はヒストグラムの bin を表し、たとえば RGB 空間での  $64 \times 64 \times 64$  の 3 次元ヒストグラムを用いる場合では、 $z$  は  $4 \times 4 \times 4$  サイズの立方体である。また  $Z$  は  $z$  の集合とする。

本来、式 (2.9) は unary term を含まないためグラフカットによる直接的な最適化は不可能である。だが Ayed らは、エネルギー関数  $\mathcal{E}_l(\mathbf{L})$  に対してグラフカットが適用できる形式の上界関数  $\mathcal{G}_l(\mathbf{L}) \geq \mathcal{E}_l(\mathbf{L})$  を与え、これを補助関数としてグラフカットにより繰り返し最小化することでエネルギー関数  $\mathcal{E}_l(\mathbf{L})$  を最適化し、高精度なセグメンテーションを実現した (図 2.5 参照)。

一方で、この BMGC 手法は参照色分布として真で密な色分布が与えられた場合は高い精度でのセグメンテーションが可能だが、一般には未知のパラメータである真の参照色分布を入力とする仮定は現実的に困難であり、バウンディングボックスなどで得られた近似分布に対しては大きく精度を落とすことが文献 [10] により指摘された (図 2.6 参照)。また、前景分布または背景分布の適合性のみのを考慮する点にも改善の余地が残る。

### Iterated Distribution Matching [10]

Pham らは、BMGC 手法の問題点である近似分布入力に対するロバスト性に対して、入力分布が真の色分布に近いという従来の適合仮定に加え、相補領域の分布とは異なるという相補仮定を新

たに与え、近似分布を手がかりに真の分布とその領域を同時に推定する手法 Iterated Distribution Matching (IDM手法) を提案した。IDM手法では、BMGC手法では困難だったバウンディングボックスで得られるような近似分布入力に対しても、従来手法を上回る精度を実現した(図2.7参照)。

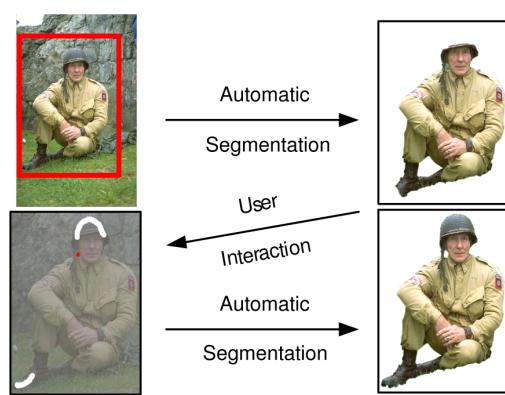


図2.4: GrabCutのインタラクション  
最初に矩形領域を指定し初期セグメンテーションを実行した後、前景部分(白)および背景部分(赤)を描いて指定し、結果を修正していく。(出典:文献[4])。

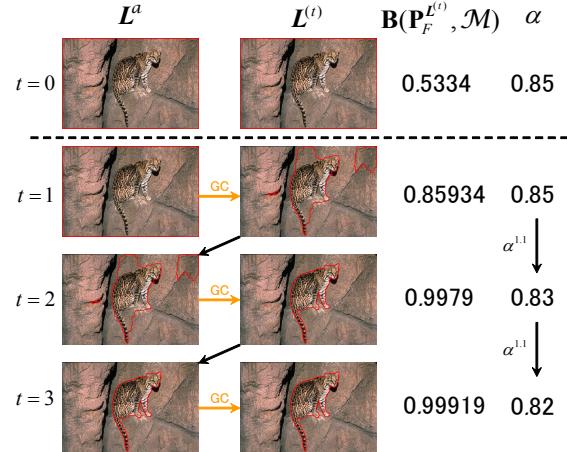
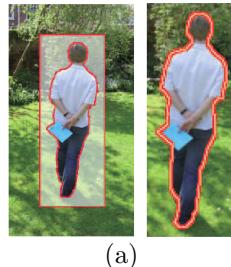


図2.5: BMGC手法による前景分布マッチング  
一つ前のセグメンテーション結果を次のセグメンテーション実行時の補助ラベル  $L^a$ にして、結果が収束するまで前景を縮小していく。(図は一部文献[9]より引用)



(a)



(b)

図2.6: BMGC手法: 真分布とバウンディングボックスによる近似分布による比較  
(a)ではBB内側の真背景領域から学習した色分布を参照色分布とし、また(b)ではBB外側領域から学習した近似背景分布を参照色分布として、BMGC手法によりBB内をセグメンテーションした。(出典:文献[10])。

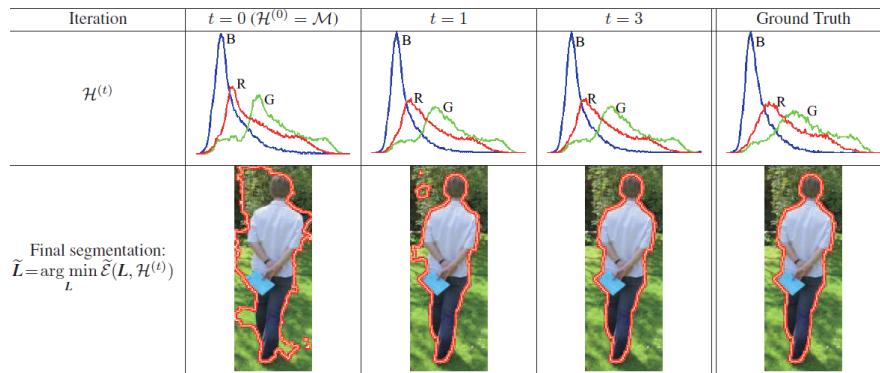


図2.7: IDM手法によるバウンディングボックスセグメンテーション  
BB外側の色分布を背景分布の手がかりとし、グラフカットを繰り返しながらラベルと色分布を更新し、BB内側の真背景分布とその領域を推定する。(出典:文献[10])

---

# 第3章

## 提案手法

---

本章では本研究で提案する，前景および背景の大域的な色分布の同時マッチングによる画像セグメンテーション手法“Dual Cut”について述べる．

### 3.1 前景と背景の色分布の同時マッチング

#### 3.1.1 推定モデルの定式化

##### エネルギー関数の定義

本研究では，入力として前景および背景の大域的な近似色分布  $\mathcal{H}_F(z) \simeq \mathcal{P}_F^{L^*}(z)$ ,  $\mathcal{H}_B(z) \simeq \mathcal{P}_B^{L^*}(z)$  が与えられた際に，対応する前景と背景領域に画像を区分けするセグメンテーションラベル  $L^*$  を推定し出力する画像セグメンテーション問題について議論する．そして先行研究 [9] の根本的な問題点を踏まえ，近似的な分布入力に対してもセグメンテーション精度を高めるよう，本研究の提案する推定モデルを以下のようなエネルギー関数として与える：

$$\mathcal{E}(\mathbf{L}) = -\lambda_F \cdot \underbrace{\mathcal{B}(\mathcal{P}_F^L, \mathcal{H}_F)}_{\text{前景マッチング項}} - \lambda_B \cdot \underbrace{\mathcal{B}(\mathcal{P}_B^L, \mathcal{H}_B)}_{\text{背景マッチング項}} + \lambda_S \cdot \mathcal{S}(\mathbf{L}) \quad (3.1)$$

すなわち，アピアランス適合性の尺度として，Bhattacharyya 係数  $\mathcal{B}(,)$  により前景分布の適合性をはかる前景マッチング項と，背景分布の適合性をはかる背景マッチング項の和を与えることで，前景と背景の色分布の同時マッチングを行うモデルである（図 3.1 参照）．ここで  $\lambda_S \mathcal{S}(\mathbf{L})$  はラベルの空間的連続性を記述する平滑化項である．

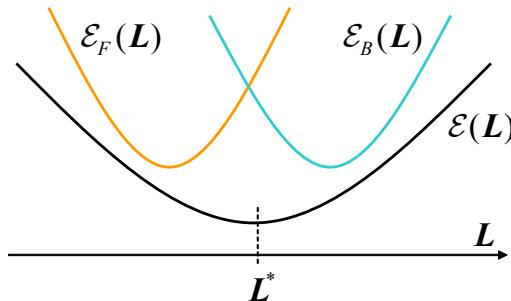


図 3.1: 同時マッチングエネルギー関数

### 課題：重み付けパラメータ

このようなモデルにおいて、最も重要な問題は、前景項と背景項の重み付けパラメータ  $\lambda_F$  および  $\lambda_B$  をどのように定めるかという点である。これは、特に前景および背景の参照色分布が真の色分布と等しい場合、我々は近似的な算出により

$$\lambda_F = r_F^{L^*} = \frac{|\mathbf{R}_F^{L^*}|}{|\mathbf{R}_F^A|}, \quad \lambda_B = r_B^{L^*} = \frac{|\mathbf{R}_B^{L^*}|}{|\mathbf{R}_F^A|} \quad (3.2)$$

であること、すなわち画像全体の面積に対する前景/背景の面積比が最適な重み付けパラメータであることを得た（証明は省略する）。ここで、 $A$  は画像全体を前景とするラベルを表す。

しかし先にも述べたように、本研究では入力として与えられる参照色分布  $\mathcal{H}_l(z)$  は近似値を想定しており、どちらの分布がどの程度の信頼性を有するのかも不明である。また未知パラメータである  $L^*$  を用いた式 (3.2) のような面積比もまた未知であるため、このような状況において、どのような重み付けパラメータをどのようにして定めたらよいかが問題となる。

### 3.1.2 エネルギー関数のパラメータ推定

参照色分布が近似値で与えられた場合において、我々は以下のようなエネルギー関数  $\mathcal{E}(L)$  を得た：

$$\mathcal{E}(L) = -\mathcal{D}(L; \tilde{r}_F) + \lambda_S \cdot \mathcal{S}(L), \quad \text{where} \quad (3.3)$$

$$\mathcal{D}(L; \tilde{r}_F) = \sqrt{\tilde{r}_F \cdot r_F^L} \cdot \mathcal{B}(\mathcal{P}_F^L, \mathcal{H}_F) + \sqrt{\tilde{r}_B \cdot r_B^L} \cdot \mathcal{B}(\mathcal{P}_B^L, \mathcal{H}_B), \quad (3.4)$$

$$\lambda_S = \lambda \left( \sqrt{\tilde{r}_F \cdot r_F^L} + \sqrt{\tilde{r}_B \cdot r_B^L} \right). \quad (3.5)$$

ここで  $\tilde{r}_F \in [0, 1]$  および  $\tilde{r}_B = 1 - \tilde{r}_F$  は、後述する方法で求められる前景および背景の面積比  $r_F^{L^*}$ 、 $r_B^{L^*}$  の推定値である。この結論の導出にあたり、先ほどのように前景マッチングと背景マッチングというような個別の概念から求めるのではなく、画像全体の色分布のマッチングという全く新たな観点から導出する。

### パラメータの導出

まずはじめに、 $\mathcal{H}_F$  および  $\mathcal{H}_B$  の 2 つの参照色分布により画像全体の色分布を記述することを考える。そこで画像全体の色分布を任意のラベル  $L$  を用いて

$$\Omega(z) = \mathcal{P}_F^A(z) = r_F^L \cdot \mathcal{P}_F^L(z) + r_B^L \cdot \mathcal{P}_B^L(z) \quad (3.6)$$

と表したとき、その近似値をパラメータ  $\eta \in [0, 1]$  と参照色分布を用いて

$$\tilde{\Omega}(z; \eta) = \eta \cdot \mathcal{H}_F(z) + (1 - \eta) \cdot \mathcal{H}_B(z) \quad (3.7)$$

を定める。それらの類似度を Bhattacharyya 係数により

$$\mathcal{E}_A(\eta) = \mathcal{B}(\Omega(z), \tilde{\Omega}(z; \eta)) \quad (3.8)$$

と定めると、画像全体の色分布の類似度  $\mathcal{E}_A(\eta)$  は 1 パラメータによる関数であるから容易に最大化ができる、その際のパラメータ  $\eta$  を

$$\tilde{r}_F = \arg \max_{\eta} \mathcal{E}_A(\eta) \quad (3.9)$$

と定める。なお、 $\tilde{r}_F$  と  $\tilde{r}_B = 1 - \tilde{r}_F$  は  $\mathcal{H}_F$  と  $\mathcal{H}_B$  により画像全体分布を記述する際に各参照色分布がもつ相対的な影響度を表し、これらは概ね各面積比  $r_F^L$  と  $r_B^L$  の推定値となる。これは画像全体の分布に対して

$$\Omega(z) = r_F^L \cdot \mathcal{P}_F^L(z) + r_B^L \cdot \mathcal{P}_B^L(z) \quad (3.10)$$

という形式を与えることが可能なことに由来する。

一方で、 $\mathcal{E}_A(\eta)$  に対する数学的な諸変形により、この関数を上界関数とし、前景分布マッチングと背景分布マッチングの 2 つの項から成る同時マッチング関数

$$\mathcal{D}(\mathbf{L}; \eta) = \sqrt{\eta \cdot r_F^L} \cdot \mathcal{B}(\mathcal{P}_F^L, \mathcal{H}_F) + \sqrt{(1-\eta) \cdot r_B^L} \cdot \mathcal{B}(\mathcal{P}_B^L, \mathcal{H}_B) \quad (3.11)$$

$$\leq \mathcal{E}_A(\eta) \quad (3.12)$$

が求まる（詳細な導出は付録 A.1 を参照）。ここで  $\eta = \tilde{r}_F$  とすることは、 $\mathcal{D}(\mathbf{L}; \eta)$  の上界  $\mathcal{E}_A(\eta)$  を  $\mathcal{E}_A(\tilde{r}_F)$  に最大化することであり、またこのとき不等式  $\mathcal{E}_A(\tilde{r}_F) \geq \mathcal{D}(\mathbf{L}; \tilde{r}_F)$  の等号成立条件として 2 通りの十分条件（上：適合条件、下：相補条件）

$$\text{for each } z \in Z, \quad \begin{cases} r_F^L = \tilde{r}_F, \mathcal{P}_F^L(z) = \mathcal{H}_F(z), \mathcal{P}_B^L(z) = \mathcal{H}_B(z) \\ \mathcal{P}_F^L(z) \cdot \mathcal{H}_B(z) = \mathcal{P}_B^L(z) \cdot \mathcal{H}_F(z) = 0 \end{cases} \text{ or} \quad (3.13)$$

が与えられる。この適合条件および相補条件はどちらもセグメンテーションを行う際の指標として有効とされるもので [10]、つまりこの条件が満たされる時に  $\mathcal{D}(\mathbf{L}; \tilde{r}_F)$  が最大値  $\mathcal{E}_A(\tilde{r}_F)$  をとり、そのとき同時マッチング関数  $\mathcal{D}$  が画像全体マッチング関数  $\mathcal{E}_A$  に一致することになる。ここで、 $\mathcal{D}(\mathbf{L}; \tilde{r}_F)$  の上界が

$$\mathcal{D}(\mathbf{L}; \eta) \leq \sqrt{\tilde{r}_F \cdot r_F^L} + \sqrt{\tilde{r}_B \cdot r_B^L} \quad (3.14)$$

によっても制限されることを考慮して、

$$\lambda_S = \lambda \left( \sqrt{\tilde{r}_F \cdot r_F^L} + \sqrt{\tilde{r}_B \cdot r_B^L} \right) \quad (3.15)$$

とする。

さらに、参照色分布のどちらかが対象画像と全く関係なく信頼性のない値である場合、すなわち

$$\mathcal{H}_l(z) \cdot \Omega(z) = 0 \quad \text{for } \forall z \in Z \quad (3.16)$$

となる時は  $\tilde{r}_l = 0$  となり、このときエネルギー関数  $\mathcal{E}(\mathbf{L})$  は

$$\mathcal{E}(\mathbf{L}) = -\sqrt{r_l^L} \cdot \mathcal{B}(\mathcal{P}_l^L, \mathcal{H}_l) + \sqrt{r_l^L} \cdot \lambda \mathcal{S}(\mathbf{L}) \quad (3.17)$$

のような 1 つの相補なる色分布  $\mathcal{H}_l$  によるマッチングのエネルギー関数になることが容易にわかる。

以上より、我々は関数  $\mathcal{D}(\mathbf{L}; \tilde{r}_F)$  の負値をアピアランス適合性の尺度として用いた式 (3.3) に示すエネルギー関数  $\mathcal{E}(\mathbf{L})$  が、前景および背景の色分布の同時マッチングを行う際に有効な目的関数であると考え、この関数を最小化のようなラベル  $\mathbf{L}$  を求める最適化手法を以下の節にて述べる。

## 3.2 エネルギー関数 $\mathcal{E}(\mathbf{L})$ の最適化

### 3.2.1 エネルギー関数 $\mathcal{E}(\mathbf{L})$ の上界関数の導出

補助関数

式 (3.3) は unary term を含まないため、グラフカット [5] 適用による直接的な最適化が不可能である。そこで、BMGC 手法 [9] で用いられた unary term と pairwise term の和から成る補助関数

の概念を導入することで  $\mathcal{E}(\mathbf{L})$  の最適化を試みる。ここで  $g(\mathbf{L}, \mathbf{L}^c)$  が  $f(\mathbf{L})$  の補助関数であるとは、関数  $g$  が

$$\begin{cases} f(\mathbf{L}) \leq g(\mathbf{L}, \mathbf{L}^c) \\ f(\mathbf{L}) = g(\mathbf{L}, \mathbf{L}) \end{cases} \quad (3.18)$$

の条件を満たすもののこと、 $\mathbf{L}^c$  は補助ラベル [9] と呼ばれる定数ラベルであり、 $\mathbf{R}_l^{L^c} \supseteq \mathbf{R}_l^L$  といった  $L$  に対する一方的な関係を有する。関数  $g$  が  $f$  の補助関数である時、

$$\mathbf{L}^{(\tau+1)} = \arg \min_{\mathbf{L}} g(\mathbf{L}, \mathbf{L}^{(\tau)}) \quad (3.19)$$

なる繰り返し更新において、 $f(\mathbf{L}^{(\tau)})$  が増加しないことが式 (3.18), (3.19) により

$$f(\mathbf{L}^{(\tau+1)}) \leq g(\mathbf{L}^{(\tau+1)}, \mathbf{L}^{(\tau)}) \leq g(\mathbf{L}^{(\tau)}, \mathbf{L}^{(\tau)}) = f(\mathbf{L}^{(\tau)}) \quad (3.20)$$

と示すことができる<sup>1</sup>。

### 前景項・背景項の補助関数とエネルギー関数 $\mathcal{E}(\mathbf{L})$ の近似上界関数

上述の補助関数の概念を式 (3.3) の重み付きの前景項および背景項に対して適用し、 $\mathbf{R}_F^{L^a} \supseteq \mathbf{R}_F^L \supseteq \mathbf{R}_F^{L^b}$  なる補助ラベル  $L^a, L^b$  (図 3.2 参照) を用いたグラフカット適用可能な上界関数

$$\sqrt{\tilde{r}_F \cdot r_F^{L^a}} \cdot \mathcal{G}_F(\mathbf{L}, \mathbf{L}^a, \alpha) \geq -\sqrt{\tilde{r}_F \cdot r_F^L} \cdot \mathcal{B}(\mathcal{P}_F^L, \mathcal{H}_F) \quad \text{for } \forall \alpha \in [0, 1] \quad (3.21)$$

$$\sqrt{\tilde{r}_B \cdot r_B^{L^b}} \cdot \mathcal{G}_B(\mathbf{L}, \mathbf{L}^b, \beta) \geq -\sqrt{\tilde{r}_B \cdot r_B^L} \cdot \mathcal{B}(\mathcal{P}_B^L, \mathcal{H}_B) \quad \text{for } \forall \beta \in [0, 1] \quad (3.22)$$

をそれぞれ導入する。これらは  $\alpha = 0$  および  $\beta = 0$  の時にそれぞれ式 (3.19) の条件を満たす補助関数となる。したがって、 $\alpha$  および  $\beta$  には十分小さな正実数を与える、徐々に減少させるものとする<sup>2</sup>。また  $\mathcal{G}_l(\mathbf{L}, \mathbf{L}^c, \epsilon)$  は BMGC 手法により用いられた  $-\mathcal{B}(\mathcal{P}_l^L, \mathcal{H}_l)$  の補助関数であり、付録 A.2 の導出により、 $\mathbf{R}_l^{L^c} \supseteq \mathbf{R}_l^L$  なる補助ラベル  $L^c$  と、正実数  $\epsilon \in [0, 1]$  を用いて、

$$\begin{aligned} & \mathcal{G}_l(\mathbf{L}, \mathbf{L}^c, \epsilon) \\ &= \sum_{p \in \mathbf{R}_l^L} \frac{\delta_{L_p^c=l}}{|\mathbf{R}_l^{L^c}|} \left( -\mathcal{B}(\mathcal{P}_l^{L^c}, \mathcal{H}_l) + \sum_{z \in Z} K_z(I_p) \sqrt{\frac{\mathcal{M}(z)}{\mathcal{P}_l^{L^c}(z)}} \right) + (1 - \epsilon) \sum_{p \in \mathbf{R}_l^L} \frac{-\mathcal{B}(\mathcal{P}_l^{L^c}, \mathcal{H}_l)}{|\mathbf{R}_l^{L^c}|} \end{aligned} \quad (3.23)$$

と与えられる。上式が示すように  $\mathcal{G}_l$  は unary term の和により表される。

最後にこれらを用いて、unary term と pairwise term による  $\mathcal{E}(\mathbf{L})$  の上界関数

$$\hat{\mathcal{E}}(\mathbf{L}, \mathbf{L}^a, \mathbf{L}^b, \alpha, \beta) = \sqrt{\tilde{r}_F \cdot r_F^{L^a}} \cdot \mathcal{G}_F(\mathbf{L}, \mathbf{L}^a, \alpha) + \sqrt{\tilde{r}_B \cdot r_B^{L^b}} \cdot \mathcal{G}_B(\mathbf{L}, \mathbf{L}^b, \beta) + \hat{\lambda}_S \mathcal{S}(\mathbf{L}) \quad (3.24)$$

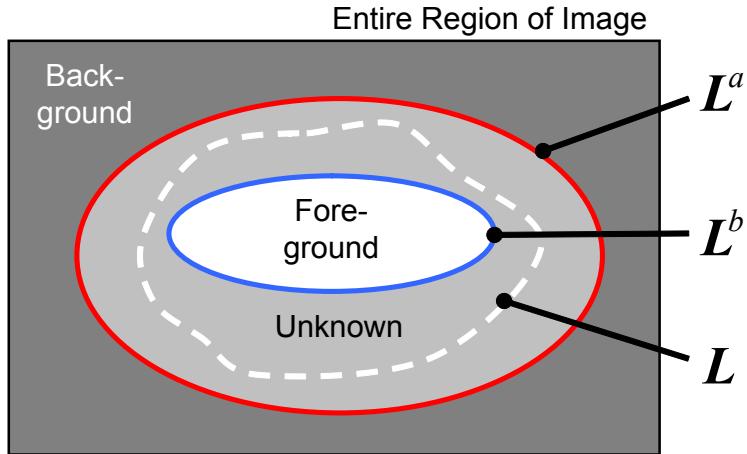
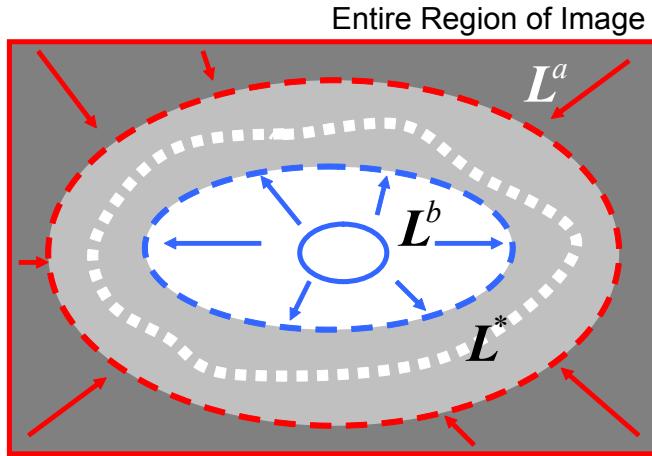
$$= \mathcal{G}(\mathbf{L}, \mathbf{L}^a, \mathbf{L}^b, \alpha, \beta) + \hat{\lambda}_S \mathcal{S}(\mathbf{L}) \quad (3.25)$$

$$\geq \mathcal{E}(\mathbf{L}), \quad (3.26)$$

$$\text{where } \hat{\lambda}_S = \lambda \left( \sqrt{\tilde{r}_F \cdot r_F^{L^a}} + \sqrt{\tilde{r}_B \cdot r_B^{L^b}} \right) \geq \lambda_S \quad (3.27)$$

<sup>1</sup>文献 [11] の図 1 には、この補助関数の性質が図示されているので別途参照されたい。

<sup>2</sup>詳しい説明は文献 [9] を参照されたい。

図 3.2:  $L$  と補助ラベル  $L^a$  および  $L^b$  の関係図 3.3: 真ラベル  $L^*$  近傍での補助ラベル更新

を推定し、これを反復的に最小化することで  $\mathcal{E}(L)$  の最適化を行う（以上の詳細な導出は付録 A.2 を参照されたい）。ただし、この  $\mathcal{E}(L)$  の上界関数  $\hat{\mathcal{E}}(L, L^a, L^b, \alpha, \beta)$  に関しては、 $\alpha = \beta = 0$  および  $L = L^a = L^b$  のとき  $\mathcal{E}(L) = \hat{\mathcal{E}}(L, L^a, L^b, \alpha, \beta)$  が成り立つが、変数ラベル  $L$  が定数である補助ラベル  $L^a, L^b$  により両側から固定されるため、厳密には  $\hat{\mathcal{E}}(L)$  は  $\mathcal{E}(L)$  の補助関数としては機能しない。しかしながら  $R_F^{L^a} \supset R_F^{L^b}$  かつ  $L^a \simeq L^b$  なる補助ラベルが与えられた際には、 $\hat{\mathcal{E}}(L, L^a, L^b, \alpha, \beta)$  は  $\mathcal{E}(L)$  の良い近似関数となるため、以下に述べる最適化手順では、補助関数  $L^a, L^b$  を真の境界  $L^*$  と推定される領域周辺で徐々に狭めながら（図 3.3 参照）、繰り返しグラフカットを適用することで  $\mathcal{E}(L)$  の最適化を試みる。

### 3.2.2 最適化アルゴリズム

エネルギー関数  $\mathcal{E}(L)$  を最適化するアルゴリズムは大まかに、前景・背景モデルの更新および最終カットの 2 ステップの繰り返しで行う。以下にアルゴリズムの全体の流れを示す。

## 最適化アルゴリズムの全体の流れ

1: 初期化

- 1.1: 補助ラベル  $\mathbf{L}^a, \mathbf{L}^b$  の初期化 :  $\mathbf{L}_p^a = F, \mathbf{L}_p^b = B \quad \forall p \in \mathbf{R}_F^A$
- 1.2: 前景面積比  $\tilde{r}_F$  の推定 :  $\tilde{r}_F = \arg \max_{\eta} \mathcal{E}_A(\eta)$
- 1.3: 同時マッチング関数  $\mathcal{D}(\mathbf{L})$  の初期化 :  $\mathcal{D}(\mathbf{L}) = \mathcal{D}(\mathbf{L}; \tilde{r}_F)$
- 1.4: 結果格納ラベル  $\mathbf{L}^F, \mathbf{L}^B, \mathbf{L}^D$  の初期化 :  $\mathbf{L}^F = \mathbf{L}^B = \mathbf{L}^D = null$
- 1.5: ローカルモデルによる結果の取得 :  $\mathbf{L}^{\text{local}} = \text{standard\_graphcut}(\mathcal{H}_F, \mathcal{H}_B)$   
ただしローカルモデルによる補助を使用しない場合は  $\mathbf{L}^{\text{local}} = null$

2: 以下の手順を一定回数繰り返し

2.1: 前景・背景モデルの更新

- 2.1.1: 前景モデルの更新 : 手続き 1-A により  $\mathbf{L}^F$  を更新
- 2.1.2: 背景モデルの更新 : 手続き 1-B により  $\mathbf{L}^B$  を更新
- 2.1.3: 補助ラベルの更新 : 手続き 2 により  $\mathbf{L}^a, \mathbf{L}^b$  を更新

2.2: 最終カット

- 2.2.1: グラフカット : 式 (3.26) により  $\mathbf{L}^{(t)} = \arg \min_{\mathbf{L}} \hat{\mathcal{E}}(\mathbf{L}, \mathbf{L}^a, \mathbf{L}^b, \alpha_0, \beta_0)$  と更新
- 2.2.2: これまでの結果と比較して更新 :  $\mathbf{L}^D = \arg \max_{\mathbf{L}=\mathbf{L}^{(t)}, \mathbf{L}^D} \mathcal{D}(\mathbf{L})$
- 2.2.3: 補助ラベルの更新 : 手続き 2 により  $\mathbf{L}^a, \mathbf{L}^b$  を更新

3: 最終的な結果の出力 : return  $\mathbf{L}^D$

## 手続き 1-A : 前景モデルの更新

- 1:  $\alpha, \beta$  の初期化 :  $\alpha = \alpha_0, \beta = \beta_0$
- 2: 補助ラベル  $\mathbf{L}^{(a)}, \mathbf{L}^{(b)}$  の初期化 :  $\mathbf{L}^{(a)} = \mathbf{L}^a, \mathbf{L}^{(b)} = \mathbf{L}^b$
- 3:  $\mathcal{D}(\mathbf{L}^{(\tau)})$  が収束または減少するまで以下を繰り返し,  $\mathcal{D}(\mathbf{L}^{(\tau)})$  を最大化 :
  - 3.1: グラフカット : 式 (3.26) により  $\mathbf{L}^{(\tau)} = \arg \min_{\mathbf{L}} \hat{\mathcal{E}}(\mathbf{L}, \mathbf{L}^{(a)}, \mathbf{L}^{(b)}, \alpha, \beta)$  と更新
  - 3.2: 補助ラベル  $\mathbf{L}^{(a)}$  の更新 :  $\mathbf{L}^{(a)} = \mathbf{L}^{(\tau)}$
  - 3.3:  $\alpha$  を減少させる :  $\alpha = \alpha^\rho \quad (\rho > 1)$
- 4: これまでの結果と比較して更新 :  $\mathbf{L}^F = \arg \max_{\mathbf{L}=\mathbf{L}^{(\tau)}, \mathbf{L}^F} \mathcal{D}(\mathbf{L})$

## 手続き 1-B : 背景モデルの更新

手続き 1-A と同様の手続きを行う。ただし, 3.2において補助ラベルを  $\mathbf{L}^{(b)} = \mathbf{L}^{(\tau)}$  と更新, 3.3において  $\beta$  を  $\beta = \beta^\gamma \quad (\gamma > 1)$  と減少, 4において  $\mathbf{L}^B = \arg \max_{\mathbf{L}=\mathbf{L}^{(\tau)}, \mathbf{L}^B} \mathcal{D}(\mathbf{L})$  と比較して更新する。

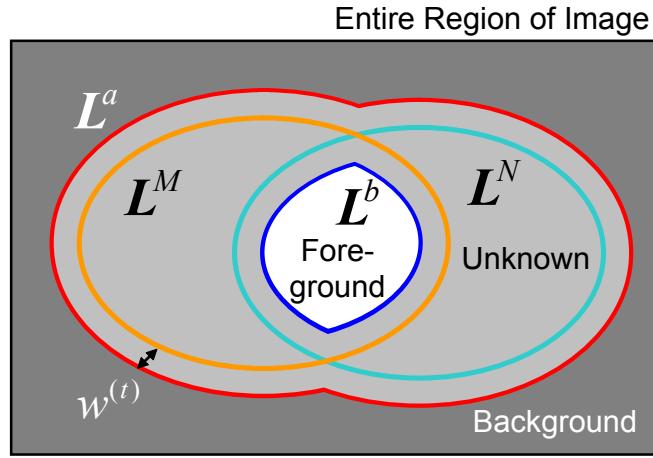


図 3.4:  $L^M$  と  $L^N$  による補助ラベルの更新

### 手続き 2：補助ラベルの更新

補助ラベルの更新は、 $\mathcal{D}(L)$  の値が大きいラベルを  $L^F, L^B, L^D, L^{\text{local}}$  から 2 つ選び、それら 2 つのラベルの境界線近傍および 2 つのラベルの相違相違なる領域を未知領域とした補助ラベル（図 3.4 参照）を生成する。具体的には以下のアルゴリズムにより行う。

- 1:  $\mathcal{D}(L)$  の値が最も大きい 2 つのラベル  $L^M, L^N$  を  $L^F, L^B, L^D, L^{\text{local}}$  から選択
- 2:  $L^M$  と  $L^N$  の境界をそれぞれ両側に  $w^{(t)}$  画素縁取ったラベル  $\tilde{L}$  を求める
- 3: 未知領域  $L^U$  を求める :  $L^U = \tilde{L} \cup (L^M \oplus L^N)$
- 4: 補助ラベル  $L^a$  の更新 :  $L^a = L^M \cup L^U$
- 5: 補助ラベル  $L^b$  の更新 :  $L^b = L^a \oplus L^U$

ここで、演算  $\oplus$  は 2 つのラベルの相違領域を、 $\cup$  は前景和領域を求めるものである。

---

# 第4章

## 評価実験

---

本章では，提案手法 Dual Cut に関する評価実験を行い，第3章にて導出したパラメータ推定による同時マッチング関数と，そのエネルギー関数  $\mathcal{E}(\mathbf{L})$  に対して与えた最適化手法の有効性を検証する．なお検証の際には，図4.1に示すような Microsoft Segmentation Dataset より与えられる50枚の画像および，そのGround Truth ラベル，Lasso-Trimap ラベルを用いた．

### 4.1 同時マッチング関数の評価実験

提案するパラメータ推定を用いた式(3.4)に示す関数  $\mathcal{D}(\mathbf{L}; \tilde{r}_F)$  が，前景と背景の色分布による同時マッチングの評価関数として有効なものなのかを検証するにあたり，前景項と背景項の重みを均等に0.5として与えたパラメータ推定なしの関数

$$\mathcal{D}_H(\mathbf{L}) = 0.5 \cdot \mathcal{B}(\mathcal{P}_F^L, \mathcal{H}_F) + 0.5 \cdot \mathcal{B}(\mathcal{P}_B^L, \mathcal{H}_B) \quad (4.1)$$

と比較する．

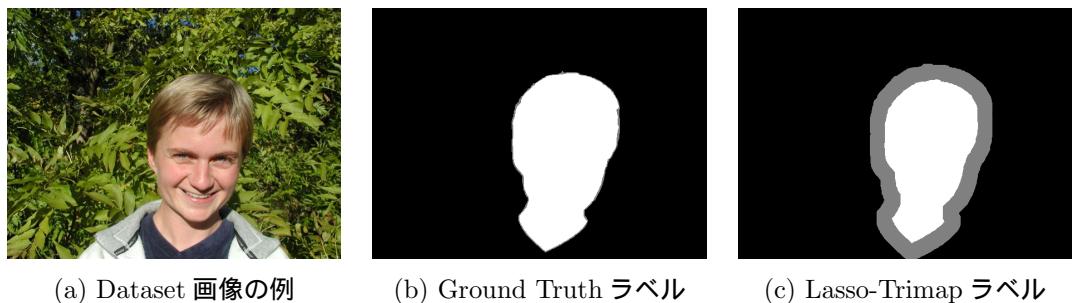


図4.1: Microsoft Segmentation Dataset の例  
このDatasetでは(a)のような画像に対して，(b) 真のセグメンテーションラベルと，その境界を一定幅で縁取って未知領域とした(c) Lasso-Trimap が与えられている．Trimapとは前景領域，背景領域，未知領域からなる3値ラベルである．

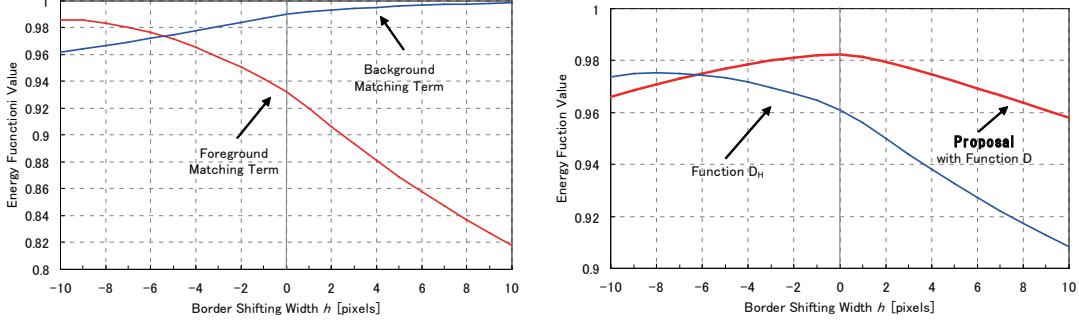


図 4.2: 境界を真ラベルからずらした際のエネルギー関数の推移  
グラフ左は前景項および背景項の変化を表している。また、グラフ右ではそれらを推定パラメータで重み付けをした関数  $D$  と 0.5 で重み付けした関数  $D_H$  をプロットしている。関数  $D$  が  $h = 0$  の時に極大をとり真の大域解を捉えていることから、提案手法によるパラメータ推定の妥当性を示している。

#### 4.1.1 実験方法

この実験では、前景および背景の近似的な参照色分布を、各画像の Lasso-Trimap の前景領域ラベル  $T^F$  および背景領域ラベル  $T^B$  を用いて

$$\mathcal{H}_F(z) = \mathcal{P}_F^{T^F}(z), \quad \mathcal{H}_B(z) = \mathcal{P}_F^{T^B}(z) \quad (4.2)$$

と与える。そして、前景項  $\mathcal{B}(\mathcal{P}_F^L, \mathcal{H}_F)$  および背景項  $\mathcal{B}(\mathcal{P}_B^L, \mathcal{H}_B)$  と、さらにそれらを重み付け結合した  $\mathcal{D}(L; \tilde{r}_F)$  および  $\mathcal{D}_H(L)$  に対して、Dataset の Ground Truth 前景領域ラベル  $G (= L^*)$  を外側に整数  $h$  画素拡張したラベル  $G^{(h)}$  ( $h < 0$  の時は縮小) を  $L = G^{(h)}$  として与え、その際の各関数の値を  $-10 \leq h \leq 10$  の範囲で測定する。このとき各測定点  $h$  に対して、それぞれ Dataset の 50 枚の画像における測定値の平均値を結果として用いる。なお、 $\tilde{r}_F$  は式 (3.9) による推定値を用いた。また色分布モデルとして、RGB による  $64 \times 64 \times 64$  の 3 次元ヒストグラムを用いた。

#### 4.1.2 実験結果

図 4.2 に、前景項  $\mathcal{B}(\mathcal{P}_F^{G^{(h)}}, \mathcal{H}_F)$  および背景項  $\mathcal{B}(\mathcal{P}_B^{G^{(h)}}, \mathcal{H}_B)$  の値をプロットしたグラフと、それらを面積比ベースで重み付けをした関数  $\mathcal{D}(G^{(h)}; \tilde{r}_F)$  と両者を 0.5 で重み付けした関数  $\mathcal{D}_H(G^{(h)})$  の比較グラフをそれぞれ示す。

関数  $\mathcal{D}(G^{(h)}; \tilde{r}_F)$  は、 $h = 0$ 、すなわち  $G^{(h)} = G$  と Ground Truth ラベルが与えられた時に極大をとる理想的な曲線を描いている。しかし  $\mathcal{D}_H(G^{(h)})$  ではそのような形とは大きくことなり、前景項の性質に大きく影響された形を描いている。これは我々の考えにしたがえば、Dataset より与えられた 50 枚の画像のほとんどが前景よりも背景の面積が大きいため、前景項および背景項の両者に対して均等に 0.5 の重みを与えた際には前景項に過剰な重みを与えてしまうことが原因である。このことからも、面積比に基づく重み付けをした同時マッチング関数  $\mathcal{D}(L; \tilde{r}_F)$  が、前景と背景の色分布の同時マッチングの指標として有効なことがわかる。

## 4.2 画像セグメンテーション実験

### 4.2.1 共通の実験設定

以下に述べる実験において、共通する設定を述べる。

実行時間が表示されている結果に対しては、Windows 7、モバイル版 Core i7 2.8GHz (2640M)、8GB メモリのノートパソコンを使用した。さらにこの節のすべての実験において、セグメンテーション対象範囲は画像全体とし、評価対象として

- (a) アピアランス評価に  $\mathcal{D}(\mathbf{L}; \tilde{r}_F)$  を用いた本来の Dual Cut
- (b) アピアランス評価に  $\mathcal{D}_H(\mathbf{L})$  を用いたパラメータ推定なしの Dual Cut
- (c) BMGC 手法 [9] (前景マッチングモデル)
- (d) BMGC 手法 [9] (背景マッチングモデル)
- (e) Interactive Graph Cuts[1] によるローカルモデル セグメンテーション

の 5 つの手法によりセグメンテーション実験を行った。(b) については、

$$\mathcal{E}_H(\mathbf{L}) = -\mathcal{D}_H(\mathbf{L}) + \lambda \mathcal{S}(\mathbf{L}) \quad (4.3)$$

$$\leq 0.5 \cdot \mathcal{G}_F(\mathbf{L}, \mathbf{L}^a, \alpha) + 0.5 \cdot \mathcal{G}_B(\mathbf{L}, \mathbf{L}^b, \beta) + \lambda \mathcal{S}(\mathbf{L}) \quad (4.4)$$

なる上界関数を用いて本来の Dual Cut と同等の最適化手法を適用する。また、グラフカットのアルゴリズムは Boykov と Kolmogorov による実装 [5] を用い、精度の評価尺度には誤りピクセル率 (EPR : Error Pixel Rate)

$$EPR = \frac{\text{誤って分類された画素数}}{\text{セグメンテーション対象領域の画素数 (画像全体面積)}} \quad (4.5)$$

を用いて Dataset の 50 枚の画像に対する平均値により評価した。色分布モデルは、すべてにおいて共通で、RGB による  $64 \times 64 \times 64$  の 3 次元ヒストグラムを用いた。

また (a), (b) の Dual Cut および (c), (d) の BMGC 手法に対しては、平滑化項  $\lambda \mathcal{S}(\mathbf{L})$  を

$$\lambda \mathcal{S}(\mathbf{L}) = \lambda \sum_{(p,q) \in N} \delta_{\mathbf{L}_p \neq \mathbf{L}_q} \left( \frac{1}{1 + |I_p - I_q|^2} + \epsilon \right) / |p - q| \quad (4.6)$$

と定義する。一方、(e) の Interactive Graph Cuts に対しては、従来の一般的な関数に対して定数項  $\epsilon$  を加えて拡張し

$$\lambda \mathcal{S}(\mathbf{L}) = \lambda \sum_{(p,q) \in N} \delta_{\mathbf{L}_p \neq \mathbf{L}_q} \left( e^{-\beta |I_p - I_q|^2} + \epsilon \right) / |p - q| \quad (4.7)$$

と定義する。なお  $N$  は 8 近傍の隣接画素組の集合である。平滑化項のパラメータとして、式 (4.2) による Lasso-Trimap の近似分布的な入力に対して調節されたパラメータ (表 4.1) と、真の色分布なる入力に対して調節されたパラメータ (表 4.2) の 2 パターンを用いる。

また (a), (b) の Dual Cut のパラメータとして、 $\alpha = \beta = 0.85$ ,  $\rho = \gamma = 1.1$  を用い、反復回数は 2 回、補助ラベル更新時のマージン幅は  $w^{(t)} = \{25(t=1), 5(t=2)\}$  画素とした。最適化アルゴリズム内で用いるローカルモデルによる結果  $\mathbf{L}^{\text{local}}$  は (e) によるセグメンテーション結果をそのまま用いた。

表 4.1: パラメータ 1:Lasso-Trimap 近似色分布

手法	$\lambda$	$\epsilon$
(a) Dual Cut	$10^{-3}$	$8 \times 10^{-4}$
(b) Dual Cut ( $\mathcal{D}_H$ )	$6 \times 10^{-3}$	$5 \times 10^{-4}$
(c) BMGC (前景)	$16 \times 10^{-3}$	$8 \times 10^{-4}$
(d) BMGC (背景)	$4 \times 10^{-3}$	$10^{-3}$
(e) ローカルモデル	50	0

表 4.2: パラメータ 2:真色分布

手法	$\lambda$	$\epsilon$
(a) Dual Cut	$2 \times 10^{-4}$	$10^{-2}$
(b) Dual Cut ( $\mathcal{D}_H$ )	$4 \times 10^{-4}$	$2 \times 10^{-2}$
(c) BMGC (前景)	$10^{-4}$	$5 \times 10^{-2}$
(d) BMGC (背景)	$5 \times 10^{-4}$	$2 \times 10^{-3}$
(e) ローカルモデル	60	2/60

表 4.3: Lasso-Trimap 近似分布による各手法の精度の比較

手法	パラメータ 1 (表 4.1)		パラメータ 2 (表 4.2)	
	EPR (mean±std) [%]	Time [sec]	EPR (mean±std) [%]	Time [sec]
(a) Dual Cut	$1.226 \pm 0.788\%$	2.32	$1.345 \pm 0.820\%$	2.37
(b) Dual Cut ( $\mathcal{D}_H$ )	$1.959 \pm 1.279\%$	3.05	$2.281 \pm 1.343\%$	2.82
(c) BMGC (前景)	$3.509 \pm 2.903\%$	1.75	$4.635 \pm 2.798\%$	0.54
(d) BMGC (背景)	$2.032 \pm 1.683\%$	0.84	$2.429 \pm 1.974\%$	0.49
(e) ローカルモデル	$1.530 \pm 0.958\%$	0.23	$1.590 \pm 1.120\%$	0.25

#### 4.2.2 Lasso-Trimap を用いた近似分布によるセグメンテーション実験

##### 実験方法

この実験では、第 4.1 節の実験と同様にして式 (4.2) により Dataset Lasso-Trimap から近似参照色分布を生成し、それをもとに各手法でセグメンテーションを行った。なお、パラメータは表 4.1 に示す値 (パラメータ 1) および表 4.2 に示す値 (パラメータ 2) の 2 通りを用いた。

##### 実験結果

表 4.3 に各手法における平均 EPR および標準偏差、画像 1 枚あたりの平均実行時間を示す。また最適な設定 (パラメータ 1) において、(a) 提案手法は 50 枚の画像中、(b)  $\mathcal{D}_H$  による Dual Cut で 41、(c) 前景モデルの BMGC で 46、(d) 背景モデルの BMGC で 41、(e) ローカルモデルで 39 の画像に対して、精度が上回った。

セグメンテーション結果の例を図 4.3 に示す。結果の特徴として、(a) 提案手法 Dual Cut は前景背景のグローバルなアピアランスの適合性をはかるため、細端部においてもより正確なセグメンテーションが実現されている。一方 (e) ローカルモデルは shortcircuiting により細端部が切断されやすく、また Lasso-Trimap からの参照色分布を用いたため、(c) 前景モデルの BMGC は縮小傾向、(d) 背景モデルの BMGC は拡張傾向、前景モデルの重みが強い (b)  $\mathcal{D}_H$  による Dual Cut は (c) 前景モデルの BMGC と同じ縮小傾向にあるといえる。

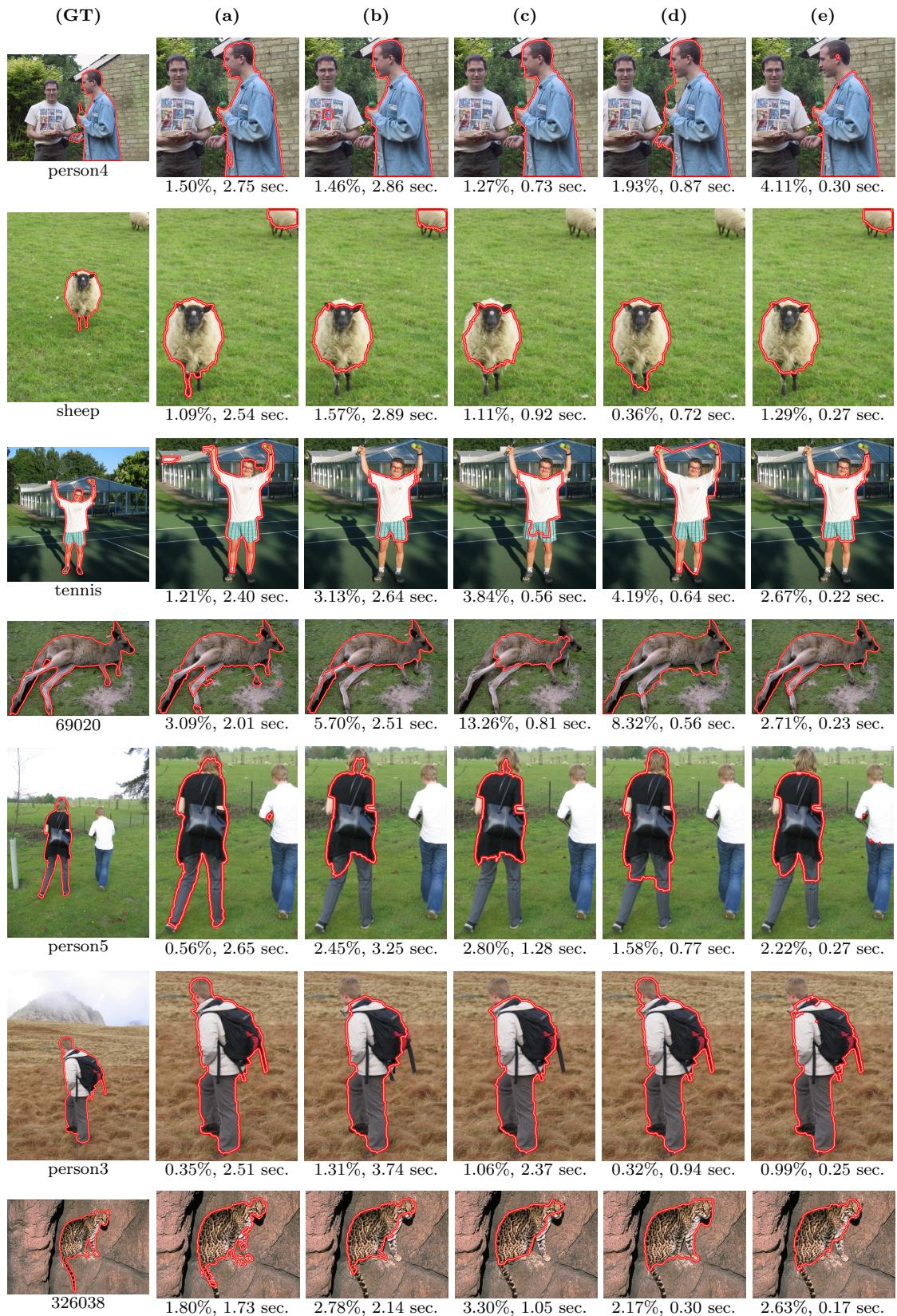


図 4.3: Lasso-Trimap 近似分布によるセグメンテーション結果の比較

左から (GT) 対象画像とその Ground Truth ラベル, (a) 提案手法, (b) $\mathcal{D}_H$  による Dual Cut, (c) 前景モデル BMGC, (d) 背景モデル BMGC, (e) ローカルモデルによる結果を並べた。ただし結果に関しては各手法で差異のある部分のみを示した。(a) 提案手法は他の手法と比べると、とくに細端部において、より正確なセグメンテーションを実現していることがわかる。

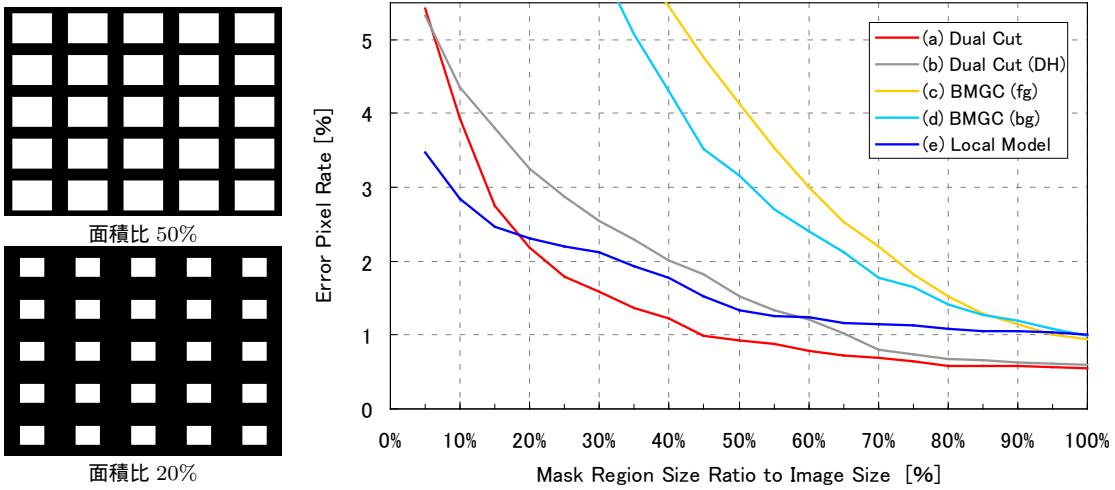


図 4.4: ブロックマスクによる近似分布での平均 EPR の推移

この実験では左図のように  $5 \times 5$  の画像形状と相似な長方形マスクを均等に配置し、この白い長方形領域のみから色を参照することで近似分布を生成する。グラフから、参照領域 100% ~ 20% の高・中精度の参照分布入力に対して (a) 提案手法が他の手法を上回った。特に (c),(d) の前景または背景のみのモデルと比べ、提案手法が先行モデルの根本的な問題を克服していることがわかる。また (b) との比較により提案手法によるパラメータ推定の有効性が示せた。

#### 4.2.3 ブロックマスクを用いた近似分布によるセグメンテーション実験

##### 実験方法

この実験では、真のラベル  $G$  を用いて参照色分布を生成する際に、図 4.4 左のように、 $5 \times 5$  個の画像形状と相似なる長方形を均等に配置したマスクを施して近似分布を生成する。すなわち、マスクの白領域（色参照領域）を前景とするラベル  $M$  を用いて参照色分布を

$$\mathcal{H}_F(z) = \mathcal{P}_F^{L^F}(z) \quad \text{where} \quad \mathbf{R}_F^{L^F} = \mathbf{R}_F^G \cap \mathbf{R}_F^M, \quad (4.8)$$

$$\mathcal{H}_B(z) = \mathcal{P}_B^{L^B}(z) \quad \text{where} \quad \mathbf{R}_B^{L^B} = \mathbf{R}_B^G \cap \mathbf{R}_B^M \quad (4.9)$$

と与える。この時、マスクの面積比（参照面積率） $r_F^M$  を 100% から 5% まで 5% 刻みに変えることで、分布を Ground Truth から極めて荒い分布まで変化させ、それぞれのマスク面積比においての各手法の平均 EPR を測定した。なお、パラメータは表 4.2 に示す値を用いた。

##### 実験結果

この実験での各手法の平均 EPR の推移を図 4.4 のグラフに示す。結果が示すように、参照領域 100% ~ 20% の高・中精度の参照分布入力に対して、(a) 提案手法が他のすべての手法を上回っていることがわかり、それ以上参照分布が崩れると、(e) ローカルモデルが勝るという結果が得られた。これは分布を一致させるグローバルモデルが、崩れた分布とマッチングさせようとして逆に精度を落としたためだと考えられる。またこの実験のように、対象画像の一部を参照して生成した分布を入力とした場合、(c)(d)BMGC 手法はその参照領域に一致させようとするため精度を大きく落とす。グラフでは全容を省いたが、これらは最終的に参照面積率 5% において (c) 前景モデルは 13.4%，(d) 背景モデルは 21.6% となった。これは BMGC 手法が前景または背景の分布のみの適合性しか考慮しないという根本的な問題による。また (b) の  $\mathcal{D}_H$  による手法と比較しても、ほぼすべてにおいて提案手法が上回り、同時マッチング関数  $\mathcal{D}(L; \tilde{r}_F)$  の有効性を示している。

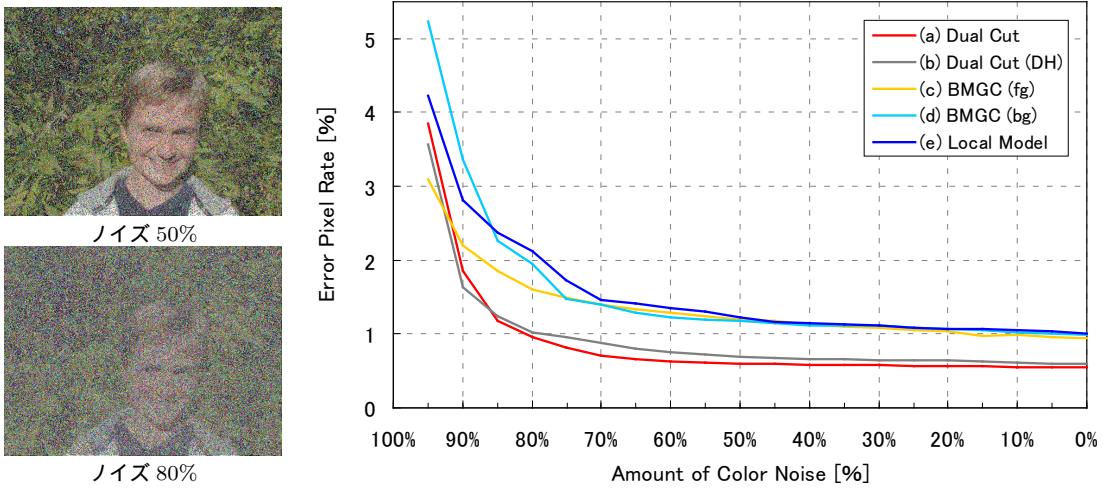


図 4.5: ブロックマスクによる近似分布での平均 EPR の推移

この実験では左図のように画像に対してランダムな位置に RGB 空間上で一様なカラーノイズを加え、この画像から参照分布を生成する。グラフから、どの手法も概ね強いノイズ耐性を示したが、中でも (a) 提案手法は、ノイズ含有率 0% ~ 70% の高・中精度の参照分布入力に対して最も高いノイズ耐性と精度を示した。前景と背景の色分布の適合性という、他の手法と比べより多くの情報を用いる提案手法は、よりロバストなセグメンテーションを実現できると言える。

#### 4.2.4 カラーノイズを用いた近似分布によるセグメンテーション実験

##### 実験方法

この実験では、真のラベル  $G$  を用いて参照色分布を生成する際に、図 4.5 左のように、画像に対してランダムな位置に RGB 空間上で一様分布なカラーノイズを加えた画像を用いて近似分布を生成する。この時、画像面積に対するノイズ画素の含有率を 0% から 95% まで 5% 刻みに変えることで、分布を Ground Truth から大量のノイズを含んだ分布まで変化させ、それぞれのノイズ含有率においての各手法の平均 EPR を測定した。なお、パラメータは表 4.2 に示す値を用い、測定は各プロット点において 10 回実行した平均により算出した。

##### 実験結果

この実験での各手法の平均 EPR の推移を図 4.5 のグラフに示す。結果が示すように、どの手法も概ねノイズに対する高いロバスト性を示した。これは一様分布なるノイズでは色分布が崩れにくいためであると考えられる。しかしその中でも (a) 提案手法はノイズ 0% ~ 70% の高・中精度の参照分布入力に対して、他の手法と比べ最も高いノイズ耐性を示した。これは提案手法が前景の色情報と背景の色情報、そして両者の分布形状という、他の手法と比べてよりリッチな情報を用いるためだと考えられる。また、それ以下の精度の参照分布入力に対しては、提案手法は (b)  $\mathcal{D}_H$  による手法や (c) 前景モデルの BMGC に一部劣る結果となったが、これは大量のノイズを含んだ分布に対しては面積比  $\tilde{r}_F$  の推定が安定しなかったためだと推察する。

---

## 第5章

# 結論

---

本研究では、色分布を入力として、画像中の対応領域を抽出する画像セグメンテーション問題において、与えられた色分布が必ずしも正確でなくとも、前景および背景色分布を同時にマッチングする同時大域制約に基づきセグメンテーションを行う手法を提案した。

本研究の貢献は主に、

1. 前景・背景の同時マッチングモデルとそのパラメータの理論的な推定手法を導き、
2. 同時大域制約に基づくエネルギー関数に対して最適化手法を与え、
3. 評価実験において本手法の有効性、およびローカル/グローバルモデルによる手法の特性を明らかにしたこと

の3つである。特に評価実験においては、本研究にて導いたパラメータ推定の妥当性と最適化手法の有効性を示し、さらには、本手法が先行モデルの根本的な問題を克服し、とくに中・高精度の分布入力に対しては一般的な従来手法をも上回る精度でセグメンテーション可能なことを示した。

### 今後の展望

これらの結果から、本手法の応用として、隣り合うフレームの類似度が比較的高いという性質を持つ動画への適用が考えられ、動画像セグメンテーションへの応用を今後の展望としたい。また、本研究にて与えた最適化手法は近似的な手法であり、今後の課題として改善の余地が残っていることにも留意されたい。

---

## 参考文献

---

- [1] Y. Boykov, M. P. Jolly, “*Interactive Graph Cuts* for Optimal Boundary & Region Segmentation of Objects in N-D Images,” Proc. of IEEE International Conference on Computer Vision, pp.105–112 (2001).
- [2] J. Liu, J. Sun, H. Y. Shum, “Paint selection,” ACM Trans. on Graphics (SIGGRAPH 2009), Vol. 28, No. 3, pp. 1–7 (2009).
- [3] Y. Li, J. Sun, C. K. Tang, H. Y. Shum, “Lazy snapping,” ACM Trans. on Graphics (SIGGRAPH 2004), Vol. 23, No. 3, pp. 303–308 (2004).
- [4] C. Rother, V. Kolmogorov, A. Blake, “GrabCut: Interactive Foreground Extraction Using Iterated Graph Cuts,” ACM Trans. on Graphics (SIGGRAPH 2004), Vol. 23, No. 3, pp. 309–314 (2004).
- [5] Y. Boykov and V. Kolmogorov, “An experimental comparison of min-cut/max-flow algorithms for energy minimization in vision,” Trans. on IEEE Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 26, No. 9, pp. 1124–1137 (2004).
- [6] 石川博, “グラフカット,” 情報処理学会研究報告, 2007-CVIM-158-26, pp. 193–204 (2007).
- [7] B. L. Price, B. Morse, S. Cohen, “Geodesic Graph Cut for Interactive Image Segmentation,” Proc. of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, pp. 3288–3295, (2010).
- [8] C. Rother, V. Kolmogorov, T. Minka, and A. Blake, “Cosegmentation of Image Pairs by Histogram Matching—Incorporating a Global Constraint into MRFs,” Proc. of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, pp. 993–1000 (2006).
- [9] I. B. Ayed, H. M. Chen, K. Punithakumar, I. Ross, S. Li, “Graph cut segmentation with a global constraint: Recovering region distribution via a bound of the Bhattacharyya measure,” Proc. of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, pp. 3288–3295 (2010).
- [10] V. Q. Pham, K. Takahashi, T. Naemura, “Foreground-Background Segmentation using Iterated Distribution Matching,” Proc. of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, pp. 2113–2120 (2011).
- [11] D. D. Lee and H. S. Seung, “Algorithms for non-negative matrix factorization,” Proc. of Conference on Neural Information Processing Systems, pp. 556–562 (2002).

---

# 付録

---

## A.1 $\mathcal{E}(\mathbf{L}) \geq \mathcal{D}(\mathbf{L}; \eta)$ の導出

便宜上，画像全体の色分布  $\Omega(z)$  および参照色分布によるその近似分布  $\tilde{\Omega}(z; \eta)$  をそれぞれ

$$\Omega(z) = r_F^L \cdot \mathcal{P}_F^L(z) + r_B^L \cdot \mathcal{P}_B^L(z) \quad (1)$$

$$= F_1 + B_1 \quad (2)$$

$$\tilde{\Omega}(z; \eta) = \eta \cdot \mathcal{H}_F(z) + (1 - \eta) \cdot \mathcal{H}_B(z) \quad (3)$$

$$= F_2 + B_2 \quad (4)$$

と置く．ここで  $F_1, B_1, F_2, B_2$  はそれぞれ

$$F_1 = r_F^L \cdot \mathcal{P}_F^L(z), \quad B_1 = r_B^L \cdot \mathcal{P}_B^L(z), \quad F_2 = \eta \cdot \mathcal{H}_F(z), \quad B_2 = (1 - \eta) \cdot \mathcal{H}_B(z) \quad (5)$$

である．このとき

$$\mathcal{E}_A(\mathbf{L}) = \mathcal{B}(\Omega, \tilde{\Omega}(\eta)) \quad (6)$$

$$= \sum_{z \in Z} \sqrt{F_1 F_2 + (F_1 B_2 + B_1 F_2) + B_1 B_2} \quad (7)$$

$$\geq \sum_{z \in Z} \sqrt{F_1 F_2 + 2\sqrt{F_1 B_2 B_1 F_2} + B_1 B_2} \quad (8)$$

$$= \sum_{z \in Z} \sqrt{(\sqrt{F_1 F_2} + \sqrt{B_1 B_2})^2} \quad (9)$$

$$= \sum_{z \in Z} \sqrt{F_1 F_2} + \sum_{z \in Z} \sqrt{B_1 B_2} \quad (10)$$

$$= \sqrt{\eta \cdot r_F^L} \sum_{z \in Z} \sqrt{\mathcal{P}_F^L \mathcal{H}_F} + \sqrt{(1 - \eta) \cdot r_B^L} \sum_{z \in Z} \sqrt{\mathcal{P}_B^L \mathcal{H}_B} \quad (11)$$

$$= \mathcal{D}(\mathbf{L}; \eta) \quad (12)$$

より， $\mathcal{E}_A(\mathbf{L}) \geq \mathcal{D}(\mathbf{L}; \eta)$  が成立する．式(7)から式(8)は相加平均と相乗平均の関係

$$\frac{\alpha + \beta}{2} \geq \sqrt{\alpha \beta} \quad (\text{equals when } \alpha = \beta) \quad (13)$$

によるもので，したがって  $\mathcal{E}_A(\mathbf{L}) \geq \mathcal{D}(\mathbf{L}; \eta)$  の等号成立条件は  $F_1 B_2 = B_1 F_2$ ，すなわち

$$r_F^L \cdot \mathcal{P}_F^L(z) \cdot (1 - \eta) \cdot \mathcal{H}_B(z) = r_B^L \cdot \mathcal{P}_B^L(z) \cdot \eta \cdot \mathcal{H}_F(z) \quad (14)$$

であり，式(3.13)の2つの条件はこれを満たす．

## A.2 $\mathcal{E}(\mathbf{L})$ の上界関数 $\hat{\mathcal{E}}(\mathbf{L})$ の導出

$\mathcal{E}(\mathbf{L})$  の上界関数の導出にあたり、まず関数  $-\mathcal{B}(\mathcal{P}_l^{\mathbf{L}}, \mathcal{H}_l)$  の上界なる補助関数の導出を行う [9]。定数で  $\mathbf{R}_l^{\mathbf{L}^c} \subseteq \mathbf{R}_l^{\mathbf{L}}$  なる補助ラベル  $\mathbf{L}^c$  により、

$$\mathbf{R}_l^{\mathbf{L}} = \mathbf{R}_l^{\mathbf{L}^c} \setminus (\mathbf{R}_l^{\mathbf{L}^c} \cap \mathbf{R}_l^{\mathbf{L}^c}) \quad (15)$$

の関係を用いて

$$-\mathcal{B}(\mathcal{P}_l^{\mathbf{L}}, \mathcal{H}_l) = -\sum_{z \in Z} \sqrt{\mathcal{P}_l^{\mathbf{L}} \mathcal{H}_l} \quad (16)$$

$$\leq -\sum_{z \in Z} \sqrt{\frac{\sum_{p \in \mathbf{R}_l^{\mathbf{L}}} K_z(I_p)}{|\mathbf{R}_l^{\mathbf{L}^c}|} \mathcal{H}_l} \quad (17)$$

$$= -\sum_{z \in Z} \sqrt{\frac{\sum_{p \in \mathbf{R}_l^{\mathbf{L}^c}} K_z(I_p) - \sum_{p \in \mathbf{R}_l^{\mathbf{L}^c} \cap \mathbf{R}_l^{\mathbf{L}^c}} K_z(I_p)}{|\mathbf{R}_l^{\mathbf{L}^c}|} \mathcal{H}_l} \quad (18)$$

$$= -\sum_{z \in Z} \sqrt{1 - \frac{\sum_{p \in \mathbf{R}_l^{\mathbf{L}^c} \cap \mathbf{R}_l^{\mathbf{L}^c}} K_z(I_p)}{\sum_{p \in \mathbf{R}_l^{\mathbf{L}^c}} K_z(I_p)}} \sqrt{\mathcal{P}_l^{\mathbf{L}^c} \mathcal{H}_l}. \quad (19)$$

ここで不等式

$$\sqrt{1-x} \geq 1-x \quad \text{for } \forall x \in [0, 1] \quad (20)$$

を適用して、

$$-\mathcal{B}(\mathcal{P}_l^{\mathbf{L}}, \mathcal{H}_l) \leq -\sum_{z \in Z} \left( 1 - \frac{\sum_{p \in \mathbf{R}_l^{\mathbf{L}^c} \cap \mathbf{R}_l^{\mathbf{L}^c}} K_z(I_p)}{\sum_{p \in \mathbf{R}_l^{\mathbf{L}^c}} K_z(I_p)} \right) \sqrt{\mathcal{P}_l^{\mathbf{L}^c} \mathcal{H}_l} \quad (21)$$

$$= -\mathcal{B}(\mathcal{P}_l^{\mathbf{L}^c}, \mathcal{H}_l) + \sum_{p \in \mathbf{R}_l^{\mathbf{L}}} \frac{\delta_{L_p^c=l}}{|\mathbf{R}_l^{\mathbf{L}^c}|} \sum_{z \in Z} K_z(I_p) \sqrt{\frac{\mathcal{M}(z)}{\mathcal{P}_l^{\mathbf{L}^c}(z)}} \quad (22)$$

$$= \sum_{p \in \mathbf{R}_l^{\mathbf{L}}} \frac{\delta_{L_p^c=l}}{|\mathbf{R}_l^{\mathbf{L}^c}|} \left( -\mathcal{B}(\mathcal{P}_l^{\mathbf{L}^c}, \mathcal{H}_l) + \sum_{z \in Z} K_z(I_p) \sqrt{\frac{\mathcal{M}(z)}{\mathcal{P}_l^{\mathbf{L}^c}(z)}} \right) + \sum_{p \in \mathbf{R}_l^{\mathbf{L}}} \frac{-\mathcal{B}(\mathcal{P}_l^{\mathbf{L}^c}, \mathcal{H}_l)}{|\mathbf{R}_l^{\mathbf{L}^c}|} \quad (23)$$

$$\leq \sum_{p \in \mathbf{R}_l^{\mathbf{L}}} \frac{\delta_{L_p^c=l}}{|\mathbf{R}_l^{\mathbf{L}^c}|} \left( -\mathcal{B}(\mathcal{P}_l^{\mathbf{L}^c}, \mathcal{H}_l) + \sum_{z \in Z} K_z(I_p) \sqrt{\frac{\mathcal{M}(z)}{\mathcal{P}_l^{\mathbf{L}^c}(z)}} \right) + (1-\epsilon) \sum_{p \in \mathbf{R}_l^{\mathbf{L}}} \frac{-\mathcal{B}(\mathcal{P}_l^{\mathbf{L}^c}, \mathcal{H}_l)}{|\mathbf{R}_l^{\mathbf{L}^c}|} \quad (24)$$

$$= \mathcal{G}_l(\mathbf{L}, \mathbf{L}^c, \epsilon) \quad (25)$$

と求まる。ただし  $\epsilon$  は  $\forall \epsilon \in [0, 1]$  なる正実数であり、 $\epsilon = 0$  のとき

$$-\mathcal{B}(\mathcal{P}_l^{\mathbf{L}}, \mathcal{H}_l) = \mathcal{G}_l(\mathbf{L}, \mathbf{L}, 0) \quad (26)$$

より、式 (3.18) の条件を満たすので  $\mathcal{G}_l$  は  $-\mathcal{B}(\mathcal{P}_l^{\mathbf{L}}, \mathcal{H}_l)$  の補助関数である。

一方、重み付きマッチング項については

$$-\sqrt{\tilde{r}_l r_l^{\mathbf{L}}} \mathcal{B}(\mathcal{P}_l^{\mathbf{L}}, \mathcal{H}_l) = -\sqrt{\tilde{r}_l \frac{|\mathbf{R}_F^{\mathbf{L}}|}{|\mathbf{R}_F^{\mathbf{A}}|}} \sum_{z \in Z} \sqrt{\frac{\sum_{p \in \mathbf{R}_l^{\mathbf{L}}} K_z(I_p)}{|\mathbf{R}_l^{\mathbf{L}}|} \mathcal{H}_l} \quad (27)$$

$$= -\sqrt{\tilde{r}_l \frac{|\mathbf{R}_F^{\mathbf{L}^c}|}{|\mathbf{R}_F^{\mathbf{A}}|}} \sum_{z \in Z} \sqrt{\frac{\sum_{p \in \mathbf{R}_l^{\mathbf{L}}} K_z(I_p)}{|\mathbf{R}_l^{\mathbf{L}^c}|} \mathcal{H}_l} \quad (28)$$

であるから式 (17) 以降を利用して

$$-\sqrt{\tilde{r}_l r_l^L} \mathcal{B}(\mathcal{P}_l^L, \mathcal{H}_l) \leq \sqrt{\tilde{r}_l r_l^{L^c}} \mathcal{G}_l(\mathbf{L}, \mathbf{L}^c, \epsilon) \quad (29)$$

と求まり、これもまた  $\epsilon = 0$  のとき、 $\mathbf{L} = \mathbf{L}^c$  により等号成立するので補助関数となる。

さらに  $r_F^L \leq r_F^{L^a}$ 、 $r_B^L \leq r_B^{L^b}$  の関係から

$$\lambda_S = \lambda \left( \sqrt{\tilde{r}_F \cdot r_F^L} + \sqrt{\tilde{r}_B \cdot r_B^L} \right) \quad (30)$$

$$\leq \lambda \left( \sqrt{\tilde{r}_F \cdot r_F^{L^a}} + \sqrt{\tilde{r}_B \cdot r_B^{L^b}} \right) \quad (31)$$

$$= \hat{\lambda}_S \quad (32)$$

が求まる。

以上の結果より、unary term および pairwise term の和表現による  $\mathcal{E}(\mathbf{L})$  の上界関数

$$\hat{\mathcal{E}}(\mathbf{L}) = \sqrt{\tilde{r}_F \cdot r_F^{L^a}} \cdot \mathcal{G}_F(\mathbf{L}, \mathbf{L}^a, \alpha) + \sqrt{\tilde{r}_B \cdot r_B^{L^b}} \cdot \mathcal{G}_B(\mathbf{L}, \mathbf{L}^b, \beta) + \hat{\lambda}_S \cdot \mathcal{S}(\mathbf{L}) \quad (33)$$

$$\geq \mathcal{E}(\mathbf{L}) \quad (34)$$

が導かれる。

---

## 謝辞

---

本研究を進めるにあたり，フリーダムな私を広い懐でもって研究室のメンバーとして受け入れてくださいり，素晴らしい研究環境を用意してくださった苗村准教授に深く感謝いたします。

また，現電気通信大学 高橋桂太助教授には，研究を始めて以来，多岐に渡る内容で手厚いご指導を賜りました。心より御礼申し上げます。

Pham Viet Quoc 先輩には，その深い知識を惜しげなく教授下さり，研究方針や実験設定などに關して的確な助言を賜りました。心から感謝の意を表したいと思います。

中島諒先輩には，研究内容や論文執筆，また研究室での活動全般に關して，日頃から幅広いご支援を賜りました。厚く御礼申し上げます。

白石卓也先輩には，いつも気軽に話しかけてくださいり，研究室に難なく馴染むことができました。本当にありがとうございます。

また，研究室生活において大変お世話になった苗村研究室の先輩方や，ともに研究生活を過ごした片岡拓朗氏，田中恭太郎氏，西村光平氏，野村浩氣氏にもお礼を申し上げます。

最後に，常に理解者として支えてくださった家族の皆様に深く感謝いたします。

2012年2月8日  
谷合 竜典