Aussagenlogik

Junktoren:

$\neg$	Negation
$\land$	und
$\lor$	oder
$\Rightarrow$	Implikation (Nur falsch, wenn w auf f zeigt)
$\Leftrightarrow$	Äquivalenz

Bindungsstärke: $\neg > \land, \lor > \Rightarrow, \Leftrightarrow$

Gesetze:

1. $A \land B \Leftrightarrow B \land A$
2. $A \land (B \land C) \Leftrightarrow (A \land B) \land C$
3. $A \land (B \lor C) \Leftrightarrow (A \land B) \lor (A \land C)$
4. $A \land (A \lor B) \Leftrightarrow A$

De Morgan:

1. $\neg(A \land B) \Leftrightarrow \neg A \lor \neg B$
2. $\neg(A \lor B) \Leftrightarrow \neg A \land \neg B$

Negations NF: Das $\neg$ steht nur direkt vor Aussagen oder Konstanten

Verallg. Konj: Verbindung von Aussagen mit $\land$ und in NNF

Disjunktive NF: Verbindung von Aussagen in Verallg. Konj. mit $\lor$

Verallg. Disj.: Verbindung von Aussagen mit $\lor$ und in NNF

Konj NF: Verbindung von Aussagen in Veallg. Disj. mit $\land$

Karnaugh-Veitch:

	B	B	¬B	¬B
A	w	f	f	w
¬A	w	f	w	w
	C	¬C	C	¬C

$(A \land \neg A) \land (B \lor \neg B) \land C \Leftrightarrow C$

$(\neg A \land \neg B) \land (\cancel{C \land \neg C}) \Leftrightarrow (\neg A \land \neg B)$

$(\neg A \land \neg B) \land C$

Prädikatenlogik

Quantoren:

$\forall$ Allquantor ("für alle.")

$\exists$ Existenzquantor ("es gibt.")

Wahrheitstabelle für $\neg A \land (\neg B \lor C)$ zeichnen

A	B	C	¬A	¬B	¬B ∨ C	¬A ∧ (¬B ∨ C)
w	w	w	f	f	w	f
w	w	f	f	f	f	f
w	f	w	f	w	w	f
w	f	f	f	w	w	f
f	w	w	w	f	w	w
f	w	f	w	f	f	f
f	f	w	w	w	w	w
f	f	f	w	w	w	w

$(\neg(\neg B \lor \neg A) \lor C) \land (A \lor \neg C) \land (B \lor \neg C)$ vereinfachen

$((B \land A) \lor C) \land ((A \land B) \lor \neg C)$

$(B \land A) \lor (\cancel{C \land \neg C})$

$= B \land A$

A	B	C	G
w	w	w	w
w	w	f	f
w	f	w	w
w	f	f	f
f	w	w	w
f	w	f	f
f	f	w	w
f	f	f	w

a) Disj. NF

b) Konj NF

a) $(A \land B \land C) \lor (A \land \neg B \land C) \lor (\neg A \land B \land C) \lor (\neg A \land \neg B \land C) \lor (\neg A \land \neg B \land \neg C)$

b) $\neg((A \land B \land \neg C) \lor (A \land \neg B \land \neg C) \lor (\neg A \land B \land \neg C))$

$\neg(A \land B \land \neg C) \land \neg(A \land \neg B \land \neg C) \land \neg(\neg A \land B \land \neg C)$

$(\neg A \lor \neg B \lor C) \land (\neg A \lor B \lor C) \land (A \lor \neg B \lor C)$

Vollständige Induktion

1- Verankerung: Prüfen, ob Aussage $A(n)$ für ersten Wert korrekt ist

1- Schritt: Formel für $n \to n+1$ aufschreiben

1- Annahme: $A(n)$ beweisen

1- Behauptung: $A(n+1)$

1- Beweis: Richtigkeit von $A(n+1)$ mit $A(n)$ beweisen

Mengenlehre

Symbole:

- $\cup$ Vereinigungsmenge (Alle Elemente von beiden Mengen)
- $\cap$ Schnittmenge (In beide Mengen vorkommend)
- $\subset$ Teilmenge
- $\subseteq$ Echte Teilmenge
- $\in$ Element von
- $\setminus$ Mengendifferenz
- $|\ |$ Mächtigkeit (Anzahl Elemente)
- $\bar{\ }$ Komplement ($\bar{A}$ = nicht A)
- $\times$ Kartesische Produkt

Gesetze:

$A \cap B = B \cap A$

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

$A \cap A = A$

$A \cup (A \cap B) = A$

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$\bar{\bar{A}} = A$

$A \cap \bar{A} = \emptyset$

$A \cup \bar{A} = M$

$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

Bindungsstärke: $\bar{\ } > \cup, \cap, \setminus$

Kartesisches Prod: $A \times B = \{(a,b) \mid a \in A, b \in B\}$

$A_1 \times B \times C = \{(a,b,c) \mid a \in A, b \in B, c \in C\}$

Relation: $R \subset A = \prod_{i=1}^{n} A_i = A_1 \times A_2 \times \quad \times A_n$

Falls $R \subset A \times A$:

reflexiv $\forall a \in A : (a,a) \in \mathbb{R}$

symetrisch: $\forall a,b \in A \quad (a,b) \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (b,A) \in \mathbb{R}$

transitiv: $\forall a,b,c \in A : (a,b) \in \mathbb{R} \wedge (b,c) \in \mathbb{R} \Rightarrow (a,c) \in \mathbb{R}$

---

1. **1- Verankerung**: $S(n) = \sum_{k=1}^{n} k = \frac{1}{2} n \cdot (n+1)$, $n_0 = 1$

Links: $\sum_{k=1}^{1} k = 1$, Rechts: $\frac{1}{2}\, 1\, (1+1) = 1$ erfüllt für $n_0 = 1$

2. **1- Schritt**: $n \to n+1$

a) **1- Annahme**: $S(n) : \sum_{k=1}^{n} k = \frac{1}{2}\, n(n+1)$

b) **1- Behauptung**: $S(n+1) : \sum_{k=1}^{n+1} k = \frac{1}{2} \cdot (n+1)(n+2)$

c) **1- Beweis**: $\sum_{k=1}^{n+1} k = \left(\sum_{k=1}^{n} k\right) + n+1$ Alle k mit n+1 ersetzen

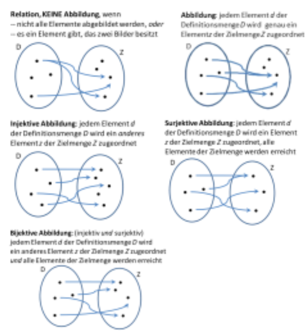
$\sum_{k=1}^{n+1} k = \frac{1}{2} n(n+1) + n + 1$

$\sum_{k=1}^{n+1} k = \frac{1}{2}(n^2 + n + 2n + 2) = \frac{1}{2}(n^2 + 3n + 2)$

$\sum_{k=1}^{n+1} k = \frac{1}{2}(n+1)(n+2)$

$\frac{1}{2}(n+1)(n+2) = \frac{1}{2}(n+1)(n+2)$

Abbildung:



Modulo

Teiler: $T(b,a) \iff \exists q \in \mathbb{Z} : b \cdot q = a$

$b \mid a \iff T(b,a)$

Modulo $a \equiv r \bmod b \iff b \mid a - r$

Euklid Alg.: $a, b \in \mathbb{N},\ a \neq b,\ a \neq 0,\ b \neq 0$

$ggT(a,b) = 1 \Rightarrow$ Multiplikative Inverse zu b im Modul a

Erw. Eukl. Alg.: $u_n = s_{n-1}$ $\qquad v_n = t_{n-1}$

$s_n = u_{n-1} - q_{n-1} \cdot s_{n-1}$ $\qquad t_n = v_{n-1} - q_{n-1} \cdot t_{n-1}$

Kleiner Fermat: $p \in \mathbb{N}$ p ist Primzahl, $x \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$, $ggT(x,p) = 1$

$x^{p-1} = 1 \bmod p$

Satz von Euler: $\varphi(n)$ = Anzahl Elemente in $\mathbb{Z}_n^*$

$\varphi(p) = p - 1$ $\qquad p$ = Primzahl

$\varphi(p^n) = p^{n-1} \cdot (p-1)$

$\varphi(n\ m) = \varphi(n) \cdot \varphi(m)$

Nullteiler: Nicht teilerfremd zu x (2, 3, 4, 6, 8, 9, 10 zu 12)

$\mathbb{Z}_x^*$: Teilerfremd zu x (1, 5, 7, 11 zu 12)

RSA-Verschl.:

1. 2 Primzahlen p, q wählen
   Produkt $n = p \cdot q$ berechnen
2. $\varphi(n)$ berechnen
3. $0 \leq a \leq \varphi(n)$, $ggT(\varphi(n), a) = 1$
4. Multiplikative Inverse von a in $\mathbb{Z}_{\varphi(n)}$
   $a \cdot b \equiv 1 \bmod \varphi(n)$
5. n und b veröffentlichen
6. Privaten Schlüssel a geheim behalten
7. Buchstabentabelle vereinbaren

8 Mit öffentlichen Schlüssel verschlüsseln

$x^b \bmod n \equiv y$

9. Entschlüsseln mit privatem Schlüssel

$y^a \bmod n \equiv x$

Euklid. Alg. ggT(122, 72)

Nr.	x	y	q	r
1	122	72	1	50
2	72	50	1	22
3	50	22	2	6
4	22	6	3	4
5	6	4	1	2
6	4	$\underline{\underline{2}}$	2	0

Modulo - Rechnen

$15^{101} \bmod 22$, $\varphi(22) = 10$

$ggT(15,22) = 1 \Rightarrow 15^{\cancel{10} \cdot \cancel{10}+1} \bmod 22 = 15$

Multiplikative Inverse

7 in $\mathbb{Z}_{10} = \underline{\underline{3}} \cdot 7 = 1 \bmod 10$

Erw. Euklid. Alg. ggT(99, 79)

Nr	x	y	q	r	u	s	v	t
1	99	79	1	20	1	0	0	1
2	79	20	3	29	0	1	1	-1
3	20	19	1	1	1	-3	-1	4
4	19	$\underline{\underline{1}}$	19	0	-3	$\underline{\underline{4}}$	4	$\underline{\underline{-5}}$

Nr. 2: $s = 1 - 1 \cdot 0 = 1$, $t = 0 - 1 \cdot 1 = -1$

Kleiner Fermat

$2^{98} \bmod 5$ $\qquad p = 5$ = Primzahl

$2^4 \equiv 1 \bmod 5$

$2^{4 \cdot 24 + 2} \equiv \cancel{(2^4)^{24}} \cdot 2^2 \equiv \underline{\underline{4}}$

Eulersche φ-Funktion

$\varphi(27) = \varphi(3^3) = 3^{3-1}(3-1) = \underline{\underline{18}}$

$p = 3,\ q = 11$

$n = 3 \cdot 11 = 33$

$\varphi(33) = \varphi(3) \cdot \varphi(11) = 20$

$a = 3$

x	y	q	r	u	s	v	t
20	3	6	2	1	0	0	1
3	2	1	1	0	1	1	-6
2	1	2	0	1	$\underline{\underline{-1}}$	-6	$\underline{\underline{7}}$

$-1 \cdot 20 + 7 \cdot 3 \bmod 20 \equiv 1 \rightarrow$ korrekt, $b = 7$

O = 20, S = 24, T = 25

$20^7 \bmod 33 \equiv 26 \rightarrow$ U

$26^3 \bmod 33 \equiv 20$

Lineare Gleichungssysteme

Transponierte Mat.: $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}$ $A^T = \begin{bmatrix} a & d \\ b & e \\ c & f \end{bmatrix}$

Diagonalmatrix: $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ $a_{ij} = 0$ wenn $i \neq j$

Einheitsmatrix: $E = \begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{bmatrix}$ $n = m$

Symetrische M.: $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 4 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ $A = A^T$

Dreiecksmatrix: $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ obere Dreiecksmatrix $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ untere Dreiecksmatrix

Addition: $\begin{bmatrix} a_{1,1} \dots & a_{1,n} \\ a_{m,1} \dots & a_{m,n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{1,1} \dots & b_{1,n} \\ b_{m,1} \dots & b_{m,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1,1}+b_{1,1} \dots & a_{1,n}+b_{1,n} \\ a_{m,1}+b_{m,1} \dots & a_{n,m}+b_{n,m} \end{bmatrix}$

Multiplikation: $k \cdot \begin{bmatrix} a_{1,1} \dots & a_{1,n} \\ a_{m,1} \dots & a_{m,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka_{1,1} \dots & ka_{1,n} \\ ka_{m,1} \dots & ka_{m,n} \end{bmatrix}$

Matrizenmult.: $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & 22 \\ 43 & 50 \end{bmatrix}$

Anzahl Spalten in A = Anzahl Zeilen in B

$A \cdot B \neq B \cdot A$

Inverse Matrix: $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$

$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

Abbildung: $A^{-1} \cdot \vec{r_q} = \vec{r_p}$ oder $A \cdot \vec{r_p} = \vec{r_q}$

Tausch: Zeilentausch ohne Probleme, Spaltentausch am Schluss rückgängig

Gesetze

$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$

$(A + B) \cdot C = AC + BC$

$A \cdot \sigma = \sigma$

$(r \cdot s) \cdot A = r(s \cdot A)$

$(r \cdot s) A = rA + sA$

$(A^T)^T = A$

$(A + B)^T = A^T + B^T$

$(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$ ⇐ WICHTIG

$(r \cdot A)^T = r^T A^T$

Matrix bestimmen $P_1 P_2 \rightarrow Q_1 Q_2$

$P_1 = (-1, -2)$, $P_2 = (2, 1)$, $Q_1 = (3, -1)$, $Q_2 = (0, -1)$

$M_a = \begin{bmatrix} P_{1,x} & P_{2,x} \\ P_{1,y} & P_{2,y} \end{bmatrix}$ $M_e = \begin{bmatrix} Q_{1,x} & Q_{2,x} \\ Q_{1,y} & Q_{2,y} \end{bmatrix}$

$M = M_e \cdot M_a^{-1}$

$M = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \frac{1}{3} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}}}$

Punkt zu M bestimmen

$\vec{r_{p'}} = M \cdot \vec{r_p}$

$\vec{r_p} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} = \vec{r_{p'}}$

Urbild

Urbild berechnen mit M^{-1}

$M^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

$\vec{r_Q} = M^{-1} \cdot \vec{r_{Q'}}$

Lösungsmenge in Mengenschreibweise $Lös(A, \vec{b})$

$Lös(A, \vec{b}) = \left\{ \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \vec{x} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}, s \in \mathbb{R} \right\}$

Vektoren

Gesetze: $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$

$(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$

27 December 2021 09:04

$\vec{v} + \vec{0} = \vec{v}$

$\vec{v} - \vec{v} = \vec{0}$

Betrag: $\|\vec{v}\| = \sqrt{v_0^2 + v_1^2 + \dots + v_n^2}$

$\|r\,\vec{v}\| = |r| \cdot \|\vec{v}\|$

Skalarprodukt: $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|\,\cos(\alpha)$

$\cos(\alpha) = \frac{\vec{u}\,\vec{v}}{\|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|}$

Kreuzprodukt: $\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_2 v_3 - u_3 v_2 \\ u_3 v_1 - u_1 v_3 \\ u_1 v_2 - u_2 v_1 \end{bmatrix}$

$u_1 \quad v_1$

$u_2 \quad v_2$

Projektionsvekt.: $\text{Proj}_{\vec{u}}\,\vec{v}$ (Projektion von $\vec{v}$ auf $\vec{u}$)

$\text{Proj}_{\vec{u}}\,\vec{v} = \frac{\vec{u}\,\vec{v}}{\|\vec{v}\|^2} \cdot \vec{v}$

Lineare Abbildung

Lin. Abbildung: $L(\vec{x} + \vec{y}) = L(\vec{x}) + L(\vec{y})$

$L(c \cdot \vec{x}) = c\,L(\vec{x})$

Einheitsvektor: $\vec{e}_1 = (1,0,0)$, $\vec{e}_2 = (0,1,0)$, $\vec{e}_3 = (0,0,1)$

2-Finger G.: $M_a = \begin{bmatrix} F_x & G_x \\ F_y & G_y \end{bmatrix}$, $M_e = \begin{bmatrix} F_x' & G_x' \\ F_y' & G_y' \end{bmatrix}$

$M = M_e \cdot M_a^{-1}$

$M \cdot \vec{r}_x = \vec{r}_x\,'$

Differenzvekt.: $\vec{PQ} = \vec{Q} - \vec{P} = \vec{r}$, $\vec{r} + \overset{\vec{DV}}{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}} = 0$

Betrag von $\vec{v} = (2, 1, -3)$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{2^2 + 1^2 + (-3)^2} = \sqrt{14}$

Skalarprodukt Senkrechte berechnen

$\vec{u} = (-1, 1, 2)$

$(-1, 1, 2)(x_1, x_2, x_3) = 0$

$-x_1 + x_2 + 2x = 0 \quad / (-1)$

$[1 \ \ -1 \ \ -2 \ \vdots \ 0]$

$x_2 = s, \quad x_3 = t \in \mathbb{R}$

$x_1 = s + 2t$

$\Rightarrow \quad \vec{x} = \begin{bmatrix} s + 2t \\ s \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

$s = t = 1: \quad \vec{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ist $\vec{x} \perp \vec{u}$

Geraden und Ebenen

Differenzvektor: $\vec{PQ} = Q - P = \vec{x}$, $x_1 + x_2 = 0$, $\vec{n} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

Parameterform: $\vec{x} = \vec{a} + s \cdot \vec{r} \qquad s \in \mathbb{R}^2$

$\vec{a}$ zeigt auf Punkt, $\vec{r}$ bestimmt die Richtung, s skaliert $\vec{r}$

Normalenvektor: $\vec{r} \cdot \vec{x} = 0$

Allg. Koord. form: $a \cdot \vec{x}_1 + b\,\vec{x}_2 + c = 0$ $\quad a, b, c$ = Normalenvektor

Allg. NF: $\vec{n}\,(\vec{r}_x - d) = 0$ $\quad \vec{n}$ = Normalenvektor

$d = P \cdot Q - d = 0$

Hessesche NF: $\|\vec{n}\| = j$

$\frac{1}{j} \cdot \vec{n} \cdot \vec{x} + \frac{d}{j} = 0$

Lin. unabhängig: V_1 abhängig von V_2, wenn $s \cdot V_1 = V_2$

Determinante

Berechnung:

$n = 1$: $A = [a_{11}] \Rightarrow \det(A) = a_{11}$

$n = 2$: $\det(A) = ad - bc$

$n = 3$: $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ $\det(A) = 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$

$$A = \left[\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{matrix}\right] \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

$a_{11} a_{22} a_{33} + a_{12} a_{23} a_{31} + a_{13} a_{21} a_{32}$

$- a_{31} a_{22} a_{13} - a_{32} a_{23} a_{11} - a_{33} a_{21} a_{12}$

$n \geq 4$: Laplus-sche Entwicklungssatz

Eigenwerte / Eigenvektoren

Eigenwerte

$A \cdot \vec{x} = R \cdot \vec{x}$

$(A - RE) \cdot \vec{x} = \vec{0} \qquad \vec{x} \neq \vec{0}$

$\det(A - RE) = 0$

$\begin{vmatrix} a-R & b \\ c & d-R \end{vmatrix}$

$(a-R)(d-R) - cb = 0$

Calculate for R

Eigenvektoren: $(A - RE)\ \vec{x} = \vec{0}$

Matrix einsetzen und für $\vec{x}$ lösen

Cramersche Regel

Berechnung: $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ $\vec{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$

$\det(A) = a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12}$

$\det(A_1) = \det\left(\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}\right) = b_1 a_{22} - b_2 a_{12}$

$\det(A_2) = \det\left(\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}\right) = a_{11} b_2 - a_{21} b_1$

$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)}, \quad x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)}$

$\vec{x} = (x_1, x_2)$

Determinante mit Gauss-Algorithmus

$\det(A) = \det(E) \cdot$ "Alle Multiplikation/Division von Zeilen"

$\det(E) \cdot 2 : 3$ etc.