

## 基礎コンピュータ工学 第2章 情報の表現 (パート3：2進数の計算と2の補数)

<https://github.com/tctsigemura/TecTextBook>

本スライドの入手：



基礎コンピュータ工学第2章 情報の表現 (パート3)

1 / 16

## 2進数の和差の計算

10進数の場合を思い出してみる。

- 9より大きくなる時に桁上げが発生する。

$$\begin{array}{r} 103 \\ + 104 \\ \hline 207 \end{array} \quad \begin{array}{r} 105 \\ + 107 \\ \hline 212 \end{array} \quad \begin{array}{r} 135 \\ + 127 \\ \hline 262 \end{array} \quad \begin{array}{r} 155 \\ + 167 \\ \hline 322 \end{array} \quad \begin{array}{r} 099 \\ + 001 \\ \hline 100 \end{array}$$

- 桁借りでは10借りてくる。

$$\begin{array}{r} 207 \\ - 104 \\ \hline 103 \end{array} \quad \begin{array}{r} 212 \\ - 107 \\ \hline 105 \end{array} \quad \begin{array}{r} 262 \\ - 127 \\ \hline 135 \end{array} \quad \begin{array}{r} 322 \\ - 167 \\ \hline 155 \end{array} \quad \begin{array}{r} 100 \\ - 001 \\ \hline 099 \end{array}$$

基礎コンピュータ工学第2章 情報の表現 (パート3)

2 / 16

## 2進数の和差の計算

2進数の場合は以下になる。

- 1より大きくなる時に桁上げが発生する。

$$\begin{array}{r} 010 \\ + 001 \\ \hline 011 \end{array} \quad \begin{array}{r} 001 \\ + 001 \\ \hline 010 \end{array} \quad \begin{array}{r} 010 \\ + 011 \\ \hline 101 \end{array} \quad \begin{array}{r} 011 \\ + 001 \\ \hline 100 \end{array} \quad \begin{array}{r} 011 \\ + 011 \\ \hline 110 \end{array}$$

- 桁借りでは2借りてくる。

$$\begin{array}{r} 011 \\ - 001 \\ \hline 010 \end{array} \quad \begin{array}{r} 010 \\ - 001 \\ \hline 001 \end{array} \quad \begin{array}{r} 101 \\ - 011 \\ \hline 010 \end{array} \quad \begin{array}{r} 100 \\ - 001 \\ \hline 011 \end{array} \quad \begin{array}{r} 110 \\ - 011 \\ \hline 011 \end{array}$$

基礎コンピュータ工学第2章 情報の表現 (パート3)

3 / 16

## 2進数の和差の計算 (問題)

問題8：10進数の計算と2進数の計算を下さい。

3+8

$$\begin{array}{r} 10 \text{ 進} \\ 3 \\ + 8 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \text{ 進} \\ 0011 \\ + 1000 \\ \hline \end{array}$$

5+7

$$\begin{array}{r} 10 \text{ 進} \\ 5 \\ + 7 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \text{ 進} \\ 0101 \\ + 0111 \\ \hline \end{array}$$

11-8

$$\begin{array}{r} 10 \text{ 進} \\ 11 \\ - 8 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \text{ 進} \\ 1011 \\ - 1000 \\ \hline \end{array}$$

12-7

$$\begin{array}{r} 10 \text{ 進} \\ 12 \\ - 7 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \text{ 進} \\ 1100 \\ - 0111 \\ \hline \end{array}$$

基礎コンピュータ工学第2章 情報の表現 (パート3)

4 / 16

## 負数の表現

負の数を2進数でどのようにビットで表現するか約束する。

### (1) 符号付き絶対値表現

左端のビットを符号(+/−)として使用する。

4ビット符号付き絶対値表現の例

負数	2進数	正数	2進数
-7	1111 <sub>2</sub>	+7	0111 <sub>2</sub>
-6	1110 <sub>2</sub>	+6	0110 <sub>2</sub>
-5	1101 <sub>2</sub>	+5	0101 <sub>2</sub>
...	...	...	...
-1	1001 <sub>2</sub>	+1	0001 <sub>2</sub>
-0	1000 <sub>2</sub>	+0	0000 <sub>2</sub>

- 4ビットで−7から+7の範囲を表現できる。

- 0の表現が二つある(−0と+0)。

基礎コンピュータ工学第2章 情報の表現 (パート3)

5 / 16

## 負数の表現

補数表現

- $n$ 桁の $b$ 進数において

$b^n$ から $x$ を引いた数 $y$ を $x$ に対する「 $b$ の補数」と呼ぶ。  
 $y = b^n - x$  ( $y$ は $x$ に対する $b$ の補数)

- $n$ 桁の $b$ 進数において

$b^n - 1$ から $x$ を引いた数 $z$ を $x$ に対する「 $(b-1)$ の補数」と呼ぶ。

$$z = b^n - 1 - x \quad (z \text{ は } x \text{ に対する } (b-1) \text{ の補数})$$

基礎コンピュータ工学第2章 情報の表現 (パート3)

6 / 16

## 負数の表現

2桁の10進数における補数の例

$$\begin{array}{rcl}
 b = 10\text{進数} & & \\
 n = 2\text{桁} & 100 & \\
 b^n = 100 & -25 & 75 \text{ は } 25 \text{ に対する} \\
 x = 25 & \hline 75 & \text{10の補数}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 b = 10\text{進数} & & \\
 n = 2\text{桁} & 99 & \\
 b^n - 1 = 99 & -25 & 74 \text{ は } 25 \text{ に対する} \\
 x = 25 & \hline 74 & \text{9の補数}
 \end{array}$$

## 負数の表現

4桁の2進数における補数の例

$$\begin{array}{rcl}
 b = 2\text{進数} & & 0110_2 \text{ は} \\
 n = 4\text{桁} & 10000_2 & 1010_2 \text{ に} \\
 b^n = 10000_2 & -1010_2 & \text{対する} \\
 x = 1010_2 & \hline 0110_2 & \text{2の補数}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 b = 2\text{進数} & & 0101_2 \text{ は} \\
 n = 4\text{桁} & 1111_2 & 1010_2 \text{ に} \\
 b^n - 1 = 1111_2 & -1010_2 & \text{対する} \\
 x = 1010_2 & \hline 0101_2 & \text{1の補数}
 \end{array}$$

## 負数の表現

(2) 1の補数による負数の表現

1の補数を負数の表現に使用する。

4ビット2進数の1の補数 ( $2^4 - 1 - x = z$ )

もとの数 (x)	補数へ変換	補数 (z)
0	$1111_2 - 0000_2 =$	$1111_2$
1	$1111_2 - 0001_2 =$	$1110_2$
2	$1111_2 - 0010_2 =$	$1101_2$
3	$1111_2 - 0011_2 =$	$1100_2$
4	$1111_2 - 0100_2 =$	$1011_2$
5	$1111_2 - 0101_2 =$	$1010_2$
6	$1111_2 - 0110_2 =$	$1001_2$
7	$1111_2 - 0111_2 =$	$1000_2$

## 負数の表現

1の補数を用いた符号付き数値

-7	$1000_2$	-	-	-	-	-	-	+
-6	$1001_2$	-	-	-	-	-	-	+
-5	$1010_2$	-	-	-	-	-	+	
-4	$1011_2$	-	-	-	-	+		
-3	$1100_2$	-	-	-	+			
-2	$1101_2$	-	-	+				
-1	$1110_2$	-	+					
-0	$1111_2$	+						
+0	$0000_2$	+						
+1	$0001_2$	-	+					
+2	$0010_2$	-	-	+				
+3	$0011_2$	-	-	-	+			
+4	$0100_2$	-	-	-	-	+		
+5	$0101_2$	-	-	-	-	-	+	
+6	$0110_2$	-	-	-	-	-	-	+
+7	$0111_2$	-	-	-	-	-	-	+

## 負数の表現

- 1の補数の求め方

ビット反転

$$x = +3_{10} = 0011_2 \text{ (もとの数)}$$

$$y = -3_{10} = 1100_2 \text{ (1の補数)}$$

- 表現できる数値の範囲

$$4 \text{ ビット: } -7 \sim +7 \text{ (} -(2^3 - 1) \sim + (2^3 - 1) \text{)}$$

$$n \text{ ビット: } -(2^{n-1} - 1) \sim + (2^{n-1} - 1)$$

- 正負の判定

最上位ビットが

0: 正の値を表現している。

1: 負の値を表現している。

## 負数の表現

(3) 2の補数による負数の表現

2の補数 ( $2^n - x$ ) を負数の表現に使用する。4ビット2進数の2の補数 ( $2^4 - x = y$ )

もとの数 (x)	補数へ変換	補数 (y)
0	$1 \overline{0000}_2 - \overline{0000}_2 =$	$1 \overline{0000}_2$
1	$1 \overline{0000}_2 - \overline{0001}_2 =$	$1 \overline{1111}_2$
2	$1 \overline{0000}_2 - \overline{0010}_2 =$	$1 \overline{1110}_2$
3	$1 \overline{0000}_2 - \overline{0011}_2 =$	$1 \overline{1101}_2$
4	$1 \overline{0000}_2 - \overline{0100}_2 =$	$1 \overline{1100}_2$
5	$1 \overline{0000}_2 - \overline{0101}_2 =$	$1 \overline{1011}_2$
6	$1 \overline{0000}_2 - \overline{0110}_2 =$	$1 \overline{1010}_2$
7	$1 \overline{0000}_2 - \overline{0111}_2 =$	$1 \overline{1001}_2$
8	$1 \overline{0000}_2 - \overline{1000}_2 =$	$1 \overline{1000}_2$

## 負数の表現

2 の補数を用いた符号付き数値

-8	1000 <sub>2</sub>	-	-	-	-	-	-	-	+
-7	1001 <sub>2</sub>	-	-	-	-	-	-	+	+
-6	1010 <sub>2</sub>	-	-	-	-	-	+	+	+
-5	1011 <sub>2</sub>	-	-	-	-	-	+	+	+
-4	1100 <sub>2</sub>	-	-	-	-	+	+	+	+
-3	1101 <sub>2</sub>	-	-	-	+	+	+	+	+
-2	1110 <sub>2</sub>	-	-	+	+	+	+	+	+
-1	1111 <sub>2</sub>	-	+	+	+	+	+	+	+
0	0000 <sub>2</sub>	+	+	+	+	+	+	+	+
1	0001 <sub>2</sub>	-	+	+	+	+	+	+	+
2	0010 <sub>2</sub>	-	-	+	+	+	+	+	+
3	0011 <sub>2</sub>	-	-	-	+	+	+	+	+
4	0100 <sub>2</sub>	-	-	-	-	+	+	+	+
5	0101 <sub>2</sub>	-	-	-	-	-	+	+	+
6	0110 <sub>2</sub>	-	-	-	-	-	-	+	+
7	0111 <sub>2</sub>	-	-	-	-	-	-	-	+

## 負数の表現

- 2 の補数の求め方  
ビット反転 + 1  
 $x = +3_{10} = 0011_2$  (もとの数)  
 $y = -3_{10} = 1100_2 + 1 = 1101_2$  (2 の補数)  
元に戻すのもビット反転 + 1  
 $y = -3_{10} = 1101_2$  (2 の補数)  
 $y = +3_{10} = 0010_2 + 1 = 0011_2$  (もとの数)
- 表現できる数値の範囲  
4 ビット:  $-8 \sim +7$  ( $-2^3 \sim + (2^3 - 1)$ )  
n ビット:  $-2^{n-1} \sim + (2^{n-1} - 1)$
- 正負の判定  
最上位ビットが  
0 : 正の値を表現している,  
1 : 負の値を表現している.

## 負数の表現 (問題 1/2)

問題 9 : 次の 10 進数を 2 の補数表現形式の 4 桁の 2 進数に変換しなさい.

- 1)  $4_{10}$
- 2)  $-4_{10}$
- 3)  $5_{10}$
- 4)  $-5_{10}$
- 5)  $6_{10}$
- 6)  $-6_{10}$

## 負数の表現 (問題 2/2)

問題 10 : 次の 2 の補数表現形式の 4 桁の 2 進数を 10 進数に変換しなさい.

- 1)  $1001_2$
- 2)  $0111_2$
- 3)  $1101_2$
- 4)  $0011_2$
- 5)  $1011_2$
- 6)  $1100_2$