

基礎コンピュータ工学

第2章 情報の表現

(パート3：2進数の計算と2の補数)

<https://github.com/tctsigemura/TecTextBook>

本スライドの入手：



2進数の和差の計算

10進数の場合を思い出してみる.

- 9 より大きくなる時に桁上げが発生する.

103	105	135	155	099
+ 104	+ 107	+ 127	+ 167	+ 001
<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>
207	212	262	322	100

- 桁借りでは10 借りてくる.

207	212	262	322	100
- 104	- 107	- 127	- 167	- 001
<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>
103	105	135	155	099

2進数の和差の計算

2進数の場合は以下のようになる.

- 1 より大きくなる時に桁上げが発生する.

010	001	010	011	011
+ 001	+ 001	+ 011	+ 001	+ 011
-----	-----	-----	-----	-----
011	010	101	100	110

- 桁借りでは2借りてくる.

011	010	101	100	110
- 001	- 001	- 011	- 001	- 011
-----	-----	-----	-----	-----
010	001	010	011	011

2進数の和差の計算（問題）

問題8：10進数の計算と2進数の計算をなさい。

3+8

10進

3

+ 8

2進

0011

+ 1000

5+7

10進

5

+ 7

2進

0101

+ 0111

11-8

10進

11

- 8

2進

1011

- 1000

12-7

10進

12

- 7

2進

1100

- 0111

負数の表現

負の数を2進数でどのようにビットで表現するか約束する.

(1) 符号付き絶対値表現

左端のビットを符号 (+ / -) として使用する.

4ビット符号付き絶対値表現の例

負数	2進数	正数	2進数
-7	1111 ₂	+7	0111 ₂
-6	1110 ₂	+6	0110 ₂
-5	1101 ₂	+5	0101 ₂
...
-1	1001 ₂	+1	0001 ₂
-0	1000 ₂	+0	0000 ₂

- 4ビットで-7から+7の範囲を表現できる.
- 0の表現が二つある (-0 と +0).

補数表現

- n 桁の b 進数において
 b^n から x を引いた数 y を x に対する「 b の補数」と呼ぶ.
$$y = b^n - x \quad (y \text{ は } x \text{ に対する } b \text{ の補数})$$
- n 桁の b 進数において
 $b^n - 1$ から x を引いた数 z を x に対する「 $(b - 1)$ の補数」と呼ぶ.
$$z = b^n - 1 - x \quad (z \text{ は } x \text{ に対する } (b - 1) \text{ の補数})$$

負数の表現

2桁の10進数における補数の例

$b = 10$ 進数

$n = 2$ 桁 100

$b^n = 100$ -25 75 は 25 に対す

$x = 25$ $\frac{\quad}{75}$ る 10 の補数

$b = 10$ 進数

$n = 2$ 桁 99

$b^n - 1 = 99$ -25 74 は 25 に対す

$x = 25$ $\frac{\quad}{74}$ る 9 の補数

4桁の2進数における補数の例

$b = 2$ 進数		0110_2 は
$n = 4$ 桁	10000_2	1010_2 に
$b^n = 10000_2$	-1010_2	対する
$x = 1010_2$	<hr/>	<u>2 の補数</u>
	0110_2	

$b = 2$ 進数		0101_2 は
$n = 4$ 桁	1111_2	1010_2 に
$b^n - 1 = 1111_2$	-1010_2	対する
$x = 1010_2$	<hr/>	<u>1 の補数</u>
	0101_2	

負数の表現

(2) 1 の補数による負数の表現

1 の補数を負数の表現に使用する.

4 ビット 2 進数の 1 の補数 ($2^4 - 1 - x = z$)

もとの数 (x)	補数へ変換	補数 (z)
0	$1111_2 - 0000_2 =$	1111_2
1	$1111_2 - 0001_2 =$	1110_2
2	$1111_2 - 0010_2 =$	1101_2
3	$1111_2 - 0011_2 =$	1100_2
4	$1111_2 - 0100_2 =$	1011_2
5	$1111_2 - 0101_2 =$	1010_2
6	$1111_2 - 0110_2 =$	1001_2
7	$1111_2 - 0111_2 =$	1000_2

負数の表現

1 の補数を用いた符号付き数値

-7	1000 ₂	-	-	-	-	-	-	-	+
-6	1001 ₂	-	-	-	-	-	-	+	
-5	1010 ₂	-	-	-	-	-	+		
-4	1011 ₂	-	-	-	-	+			
-3	1100 ₂	-	-	-	+				
-2	1101 ₂	-	-	+					
-1	1110 ₂	-	+						
-0	1111 ₂	+							
+0	0000 ₂	+							
+1	0001 ₂	-	+						
+2	0010 ₂	-	-	+					
+3	0011 ₂	-	-	-	+				
+4	0100 ₂	-	-	-	-	+			
+5	0101 ₂	-	-	-	-	-	+		
+6	0110 ₂	-	-	-	-	-	-	+	
+7	0111 ₂	-	-	-	-	-	-	-	+

負数の表現

- 1 の補数の求め方

ビット反転

$$x = +3_{10} = 0011_2 \text{ (もとの数)}$$

$$y = -3_{10} = 1100_2 \text{ (1 の補数)}$$

- 表現できる数値の範囲

$$4 \text{ ビット} : -7 \sim +7 \text{ } (-(2^3 - 1) \sim +(2^3 - 1))$$

$$n \text{ ビット} : -(2^{n-1} - 1) \sim +(2^{n-1} - 1)$$

- 正負の判定

最上位ビットが

0 : 正の値を表現している.

1 : 負の値を表現している.

負数の表現

(3) 2の補数による負数の表現

2の補数 ($2^n - x$) を負数の表現に使用する.

4ビット2進数の2の補数 ($2^4 - x = y$)

もとの数 (x)	補数へ変換			補数 (y)
0	1 0000 ₂	−	0000 ₂	= 1 0000 ₂
1	1 0000 ₂	−	0001 ₂	= 1 1111 ₂
2	1 0000 ₂	−	0010 ₂	= 1 1110 ₂
3	1 0000 ₂	−	0011 ₂	= 1 1101 ₂
4	1 0000 ₂	−	0100 ₂	= 1 1100 ₂
5	1 0000 ₂	−	0101 ₂	= 1 1011 ₂
6	1 0000 ₂	−	0110 ₂	= 1 1010 ₂
7	1 0000 ₂	−	0111 ₂	= 1 1001 ₂
8	1 0000 ₂	−	1000 ₂	= 1 0000 ₂

負数の表現

2の補数を用いた符号付き数値

-8	1000 ₂								
-7	1001 ₂	-	-	-	-	-	-	-	+
-6	1010 ₂	-	-	-	-	-	-	+	
-5	1011 ₂	-	-	-	-	-	+		
-4	1100 ₂	-	-	-	-	+			
-3	1101 ₂	-	-	-	+				
-2	1110 ₂	-	-	+					
-1	1111 ₂	-	+						
0	0000 ₂	+							
1	0001 ₂	-	+						
2	0010 ₂	-	-	+					
3	0011 ₂	-	-	-	+				
4	0100 ₂	-	-	-	-	+			
5	0101 ₂	-	-	-	-	-	+		
6	0110 ₂	-	-	-	-	-	-	+	
7	0111 ₂	-	-	-	-	-	-	-	+

負数の表現

- 2 の補数の求め方

ビット反転 + 1

$$x = +3_{10} = 0011_2 \text{ (もとの数)}$$

$$y = -3_{10} = 1100_2 + 1 = 1101_2 \text{ (2 の補数)}$$

元に戻すのもビット反転 + 1

$$y = -3_{10} = 1101_2 \text{ (2 の補数)}$$

$$y = +3_{10} = 0010_2 + 1 = 0011_2 \text{ (もとの数)}$$

- 表現できる数値の範囲

$$4 \text{ ビット} : -8 \sim +7 \text{ } (-2^3 \sim + (2^3 - 1))$$

$$n \text{ ビット} : -2^{n-1} \sim + (2^{n-1} - 1)$$

- 正負の判定

最上位ビットが

0 : 正の値を表現している.

1 : 負の値を表現している.

負数の表現 (問題 1/2)

問題 9 : 次の 10 進数を 2 の補数表現形式の 4 桁の 2 進数に変換しなさい.

1) 4_{10}

2) -4_{10}

3) 5_{10}

4) -5_{10}

5) 6_{10}

6) -6_{10}

負数の表現 (問題 2/2)

問題 10 : 次の 2 の補数表現形式の 4 桁の 2 進数を 10 進数に変換しなさい.

1) 1001_2

2) 0111_2

3) 1101_2

4) 0011_2

5) 1011_2

6) 1100_2