基礎コンピュータ工学
第２章 情報の表現
（パート４：２の補数の和差）

https://github.com/tctsigemura/TecTextBook

本スライドの入手：

２進数の和差の計算（復習）

２進数の場合は以下のようになる．

- １より大きくなる時に桁上げが発生する．

```
  010     001     010     011     011
+ 001   + 001   + 011   + 001   + 011
  011     010     101     100     110
```

- 桁借りでは２借りてくる．

```
  011     010     101     100     110
- 001   - 001   - 011   - 001   - 011
  010     001     010     011     011
```


２進数の和差の計算（復習）

10 進数の計算と２進数の計算をしなさい．

3+8

10 進	２進
3	0011
+ 8	+ 1000

5+7

10 進	２進
5	0101
+ 7	+ 0111

11-8

10 進	２進
11	1011
- 8	- 1000

12-7

10 進	２進
12	1100
- 7	- 0111

負数の表現（復習）

- ２の補数による負数の表現
  ２の補数（$2^n - x$）を負数の表現に使用する．

４ビット２進数の２の補数（$2^4 - x = y$）

もとの数 (x)	補数へ変換		補数 (y)
0	$1\boxed{0000}_2 - \boxed{0000}_2$	=	$1\boxed{0000}_2$
1	$1\boxed{0000}_2 - \boxed{0001}_2$	=	$\boxed{1111}_2$
2	$1\boxed{0000}_2 - \boxed{0010}_2$	=	$\boxed{1110}_2$
3	$1\boxed{0000}_2 - \boxed{0011}_2$	=	$\boxed{1101}_2$
4	$1\boxed{0000}_2 - \boxed{0100}_2$	=	$\boxed{1100}_2$
5	$1\boxed{0000}_2 - \boxed{0101}_2$	=	$\boxed{1011}_2$
6	$1\boxed{0000}_2 - \boxed{0110}_2$	=	$\boxed{1010}_2$
7	$1\boxed{0000}_2 - \boxed{0111}_2$	=	$\boxed{1001}_2$
8	$1\boxed{0000}_2 - \boxed{1000}_2$	=	$\boxed{1000}_2$

負数の表現（復習）

- ２の補数の求め方
  ビット反転＋１
  $x = +3_{10} = 0011_2$（もとの数）
  $y = -3_{10} = 1100_2 + 1 = 1101_2$（２の補数）
  元に戻すのもビット反転＋１
  $y = -3_{10} = 1101_2$（２の補数）
  $y = +3_{10} = 0010_2 + 1 = 0011_2$（もとの数）
- 表現できる数値の範囲
  4 ビット：$-8 \sim +7$ $(-2^3 \sim +(2^3 - 1))$
  n ビット：$-2^{n-1} \sim +(2^{n-1} - 1)$
- 正負の判定
  最上位ビットが
  ０：正の値を表現している．
  １：負の値を表現している．

負の数を含む計算

２の補数表現の負数は符号無し２進数と同じ手順で計算できる！！

- 最上位ビットからの桁上げは無視する．

```
  0010  (+2)      1011  (-5)      1101  (-3)
+ 1111  (-1)    + 0101  (+5)    + 1101  (-3)
  0001  (+1)      0000  (+0)      1010  (-6)
```

- 仕組み
  - 正の数と負の数の和（-b を２の補数 $(2^n - b)$ と表現する）
    正の値 a と負の値-b の和を計算し 2^n（最上位の桁上げ）を無視する
    $a + (-b) = a + (2^n - b) = 2^n + a - b = a - b$
  - 負の数と負の数の和（-a，-b を２の補数で表現する）
    2^n（最上位からの桁上げ）を一つ無視すると
    $(-a) + (-b) = (2^n - a) + (2^n - b) = 2^n - (a + b)$

負の数を含む計算

2 の補数表現の負数は符号無し 2 進数と同じ手順で計算できる！！

- 最上位ビットの桁借りは制限なしとする．

```
   0010  (+2)       0000  (+0)       1101  (-3)
 - 1111  (-1)     - 0101  (+5)     - 1010  (-6)
 ----------       ----------       ----------
   0011  (+3)       1011  (-5)       0011  (+3)
```

- 仕組み
  - 正の数と負の数の差（-b を 2 の補数 $(2^n - b)$ と表現する）
    正の値 a と負の値-b の差を計算し -2^n（最上位の桁借り）を許す
    $a - (-b) = a - (2^n - b) = -2^n + a + b = a + b$
  - 負の数と負の数の差（-a，-b を 2 の補数で表現する）
    2^n（最上位からの桁上げ）を一つ無視すると
    $(-a) - (-b) = (2^n - a) - (2^n - b) = (-a) + b$

負数を含む計算（問題 1/2）

問題１１：次の計算を 2 進数と 10 進数でしなさい．
（ただし，2 進数は 2 の補数表現形式になっている）

1) $0011\ 0010_2 + 0011\ 0010_2 = \boxed{}_2 \rightarrow \boxed{}_{10} + \boxed{}_{10} = \boxed{}_{10}$

2) $1111\ 1111_2 + 1111\ 1111_2 = \boxed{}_2 \rightarrow \boxed{}_{10} + \boxed{}_{10} = \boxed{}_{10}$

負数を含む計算（問題 2/2）

3) $0110\ 0100_2 + 1001\ 1100_2 = \boxed{}_2 \rightarrow \boxed{}_{10} + \boxed{}_{10} = \boxed{}_{10}$

4) $1111\ 0000_2 + 1110\ 1111_2 = \boxed{}_2 \rightarrow \boxed{}_{10} + \boxed{}_{10} = \boxed{}_{10}$

5) $0001\ 0000_2 - 1110\ 1111_2 = \boxed{}_2 \rightarrow \boxed{}_{10} - \boxed{}_{10} = \boxed{}_{10}$