

基礎コンピュータ工学

第2章 情報の表現

(パート4：2の補数の和差)

<https://github.com/tctsigemura/TecTextBook>

本スライドの入手：



2進数の和差の計算（復習）

2進数の場合は以下のようになる.

- 1 より大きくなる時に桁上げが発生する.

010	001	010	011	011
+ 001	+ 001	+ 011	+ 001	+ 011
-----	-----	-----	-----	-----
011	010	101	100	110

- 桁借りでは2借りてくる.

011	010	101	100	110
- 001	- 001	- 011	- 001	- 011
-----	-----	-----	-----	-----
010	001	010	011	011

2進数の和差の計算（復習）

10進数の計算と2進数の計算をなさい。

3+8

10進

3

+ 8

2進

0011

+ 1000

5+7

10進

5

+ 7

2進

0101

+ 0111

11-8

10進

11

- 8

2進

1011

- 1000

12-7

10進

12

- 7

2進

1100

- 0111

負数の表現 (復習)

- 2の補数による負数の表現
2の補数 ($2^n - x$) を負数の表現に使用する.

4ビット2進数の2の補数 ($2^4 - x = y$)

もとの数 (x)	補数へ変換			補数 (y)
0	1	0000 ₂	=	1 0000 ₂
1	1	0000 ₂	=	1111 ₂
2	1	0000 ₂	=	1110 ₂
3	1	0000 ₂	=	1101 ₂
4	1	0000 ₂	=	1100 ₂
5	1	0000 ₂	=	1011 ₂
6	1	0000 ₂	=	1010 ₂
7	1	0000 ₂	=	1001 ₂
8	1	0000 ₂	=	1000 ₂

負数の表現（復習）

- 2 の補数の求め方

ビット反転 + 1

$$x = +3_{10} = 0011_2 \text{ (もとの数)}$$

$$y = -3_{10} = 1100_2 + 1 = 1101_2 \text{ (2 の補数)}$$

元に戻すのもビット反転 + 1

$$y = -3_{10} = 1101_2 \text{ (2 の補数)}$$

$$y = +3_{10} = 0010_2 + 1 = 0011_2 \text{ (もとの数)}$$

- 表現できる数値の範囲

$$4 \text{ ビット} : -8 \sim +7 \text{ } (-2^3 \sim + (2^3 - 1))$$

$$n \text{ ビット} : -2^{n-1} \sim + (2^{n-1} - 1)$$

- 正負の判定

最上位ビットが

0 : 正の値を表現している.

1 : 負の値を表現している.

負の数を含む計算

2の補数表現の負数は符号無し2進数と同じ手順で計算できる！！

- 最上位ビットからの桁上げは無視する.

0010	(+2)	1011	(-5)	1101	(-3)			
+	1111	(-1)	+	0101	(+5)	+	1101	(-3)
<hr/>			<hr/>			<hr/>		
0001	(+1)	0000	(+0)	1010	(-6)			

- 仕組み

- 正の数と負の数の和 ($-b$ を2の補数 $(2^n - b)$ と表現する)
正の値 a と負の値 $-b$ の和を計算し 2^n (最上位の桁上げ) を無視する
$$a + (-b) = a + (2^n - b) = 2^n + a - b = a - b$$
- 負の数と負の数の和 ($-a, -b$ を2の補数で表現する)
 2^n (最上位からの桁上げ) を一つ無視すると
$$(-a) + (-b) = (2^n - a) + (2^n - b) = 2^n - (a + b)$$

負の数を含む計算

2の補数表現の負数は符号無し2進数と同じ手順で計算できる！！

- 最上位ビットの桁借りは制限なしとする.

0010	(+2)	0000	(+0)	1101	(-3)
- 1111	(-1)	- 0101	(+5)	- 1010	(-6)
<hr/>		<hr/>		<hr/>	
0011	(+3)	1011	(-5)	0011	(+3)

- 仕組み

- 正の数と負の数の差 ($-b$ を2の補数 $(2^n - b)$ と表現する)
正の値 a と負の値 $-b$ の差を計算し -2^n (最上位の桁借り) を許す
$$a - (-b) = a - (2^n - b) = -2^n + a + b = a + b$$
- 負の数と負の数の差 ($-a, -b$ を2の補数で表現する)
 2^n (最上位からの桁上げ) を一つ無視すると
$$(-a) - (-b) = (2^n - a) - (2^n - b) = (-a) + b$$

負数を含む計算（問題 1/2）

問題 1 1 : 次の計算を 2 進数と 10 進数でしなさい。
(ただし, 2 進数は 2 の補数表現形式になっている)

$$\begin{array}{rcl} 1) & \begin{array}{r} 0011\ 0010_2 \\ +\ 0011\ 0010_2 \\ \hline \end{array} & \rightarrow \begin{array}{r} \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \\ +\ \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \\ \hline \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \end{array} \begin{array}{l} 10 \\ 10 \\ 10 \end{array} \\ & \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} 2 & \end{array}$$
$$\begin{array}{rcl} 2) & \begin{array}{r} 1111\ 1111_2 \\ +\ 1111\ 1111_2 \\ \hline \end{array} & \rightarrow \begin{array}{r} \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \\ +\ \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \\ \hline \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \end{array} \begin{array}{l} 10 \\ 10 \\ 10 \end{array} \\ & \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} 2 & \end{array}$$

負数を含む計算（問題 2/2）

3)
$$\begin{array}{r} 0110\ 0100_2 \\ +\ 1001\ 1100_2 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} \boxed{}_{10} \\ \boxed{}_{10} \\ \hline \boxed{}_{10} \end{array}$$

4)
$$\begin{array}{r} 1111\ 0000_2 \\ +\ 1110\ 1111_2 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} \boxed{}_{10} \\ \boxed{}_{10} \\ \hline \boxed{}_{10} \end{array}$$

5)
$$\begin{array}{r} 0001\ 0000_2 \\ -\ 1110\ 1111_2 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} \boxed{}_{10} \\ \boxed{}_{10} \\ \hline \boxed{}_{10} \end{array}$$