基礎コンピュータ工学
第２章 情報の表現
（パート４：２の補数の和差）

https://github.com/tctsigemura/TecTextBook

本スライドの入手：

２進数の和差の計算（復習）

2進数の場合は以下のようになる．

- 1より大きくなる時に桁上げが発生する．

$$\begin{array}{r}010\\+\quad 001\\\hline 011\end{array}\qquad\begin{array}{r}001\\+\quad 001\\\hline 010\end{array}\qquad\begin{array}{r}010\\+\quad 011\\\hline 101\end{array}\qquad\begin{array}{r}011\\+\quad 001\\\hline 100\end{array}\qquad\begin{array}{r}011\\+\quad 011\\\hline 110\end{array}$$

- 桁借りでは2借りてくる．

$$\begin{array}{r}011\\-\quad 001\\\hline 010\end{array}\qquad\begin{array}{r}010\\-\quad 001\\\hline 001\end{array}\qquad\begin{array}{r}101\\-\quad 011\\\hline 010\end{array}\qquad\begin{array}{r}100\\-\quad 001\\\hline 011\end{array}\qquad\begin{array}{r}110\\-\quad 011\\\hline 011\end{array}$$

2進数の和差の計算（復習）

10 進数の計算と 2 進数の計算をしなさい．

3+8

10 進	2 進
3	0011
+ 8	+ 1000

5+7

10 進	2 進
5	0101
+ 7	+ 0111

11-8

10 進	2 進
11	1011
− 8	− 1000

12-7

10 進	2 進
12	1100
− 7	− 0111

負数の表現（復習）

- 2の補数による負数の表現
  2の補数（$2^n - x$）を負数の表現に使用する．

4ビット2進数の2の補数（$2^4 - x = y$）

もとの数 (x)	補数へ変換		補数 (y)
0	$1\boxed{0000}_2 - \boxed{0000}_2$	=	$1\boxed{0000}_2$
1	$1\boxed{0000}_2 - \boxed{0001}_2$	=	$\boxed{1111}_2$
2	$1\boxed{0000}_2 - \boxed{0010}_2$	=	$\boxed{1110}_2$
3	$1\boxed{0000}_2 - \boxed{0011}_2$	=	$\boxed{1101}_2$
4	$1\boxed{0000}_2 - \boxed{0100}_2$	=	$\boxed{1100}_2$
5	$1\boxed{0000}_2 - \boxed{0101}_2$	=	$\boxed{1011}_2$
6	$1\boxed{0000}_2 - \boxed{0110}_2$	=	$\boxed{1010}_2$
7	$1\boxed{0000}_2 - \boxed{0111}_2$	=	$\boxed{1001}_2$
8	$1\boxed{0000}_2 - \boxed{1000}_2$	=	$\boxed{1000}_2$

負数の表現（復習）

- ２の補数の求め方
  ビット反転＋１
  $x = +3_{10} = 0011_2$（もとの数）
  $y = -3_{10} = 1100_2 + 1 = 1101_2$（２の補数）
  元に戻すのもビット反転＋１
  $y = -3_{10} = 1101_2$（２の補数）
  $y = +3_{10} = 0010_2 + 1 = 0011_2$（もとの数）

- 表現できる数値の範囲
  4 ビット：-8〜$+7$ $(-2^3$〜$+(2^3-1))$
  n ビット：-2^{n-1}〜$+(2^{n-1}-1)$

- 正負の判定
  最上位ビットが
  0：正の値を表現している.
  1：負の値を表現している.

負の数を含む計算

2 の補数表現の負数は符号無し *2* 進数と同じ手順で計算できる！！

- 最上位ビットからの桁上げは無視する.

	0010	(+2)		1011	(-5)		1101	(-3)
+	1111	(-1)	+	0101	(+5)	+	1101	(-3)
	0001	(+1)		0000	(+0)		1010	(-6)

- 仕組み
  - 正の数と負の数の和（-b を 2 の補数 $(2^n - b)$ と表現する）
    正の値 a と負の値-b の和を計算し 2^n（最上位の桁上げ）を無視する
    $$a + (-b) = a + (2^n - b) = 2^n + a - b = a - b$$
  - 負の数と負の数の和（-a，-b を 2 の補数で表現する）
    2^n（最上位からの桁上げ）を一つ無視すると
    $(-a) + (-b) = (2^n - a) + (2^n - b) = 2^n - (a + b)$

負の数を含む計算

2の補数表現の負数は符号無し2進数と同じ手順で計算できる！！

- 最上位ビットの桁借りは制限なしとする．

	0010	(+2)		0000	(+0)		1101	(-3)
-	1111	(-1)	-	0101	(+5)	-	1010	(-6)
	0011	(+3)		1011	(-5)		0011	(+3)

- 仕組み
  - 正の数と負の数の差（-b を 2 の補数 $(2^n - b)$ と表現する）
    正の値 a と負の値-b の差を計算し -2^n（最上位の桁借り）を許す
    $$a - (-b) = a - (2^n - b) = -2^n + a + b = a + b$$
  - 負の数と負の数の差（-a，-b を 2 の補数で表現する）
    2^n（最上位からの桁上げ）を一つ無視すると
    $(-a) - (-b) = (2^n - a) - (2^n - b) = (-a) + b$

負数を含む計算（問題 1/2）

問題１１：次の計算を 2 進数と 10 進数でしなさい.
（ただし，2 進数は 2 の補数表現形式になっている）

1)
$$\begin{array}{rr} & 0011\ 0010_2 \\ + & 0011\ 0010_2 \\ \hline & \boxed{}_2 \end{array} \rightarrow \begin{array}{rr} & \boxed{}_{10} \\ + & \boxed{}_{10} \\ \hline & \boxed{}_{10} \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{rr} & 1111\ 1111_2 \\ + & 1111\ 1111_2 \\ \hline & \boxed{}_2 \end{array} \rightarrow \begin{array}{rr} & \boxed{}_{10} \\ + & \boxed{}_{10} \\ \hline & \boxed{}_{10} \end{array}$$

負数を含む計算（問題 2/2）

3)

$$
\begin{array}{rr}
 & 0110\ 0100_2 \\
+ & 1001\ 1100_2 \\
\hline
 & \boxed{}_2
\end{array}
\rightarrow
\begin{array}{rr}
 & \boxed{}_{10} \\
+ & \boxed{}_{10} \\
\hline
 & \boxed{}_{10}
\end{array}
$$

4)

$$
\begin{array}{rr}
 & 1111\ 0000_2 \\
+ & 1110\ 1111_2 \\
\hline
 & \boxed{}_2
\end{array}
\rightarrow
\begin{array}{rr}
 & \boxed{}_{10} \\
+ & \boxed{}_{10} \\
\hline
 & \boxed{}_{10}
\end{array}
$$

5)

$$
\begin{array}{rr}
 & 0001\ 0000_2 \\
- & 1110\ 1111_2 \\
\hline
 & \boxed{}_2
\end{array}
\rightarrow
\begin{array}{rr}
 & \boxed{}_{10} \\
- & \boxed{}_{10} \\
\hline
 & \boxed{}_{10}
\end{array}
$$