$n \geq 3$: <u>Entwicklungssatz von Laplace</u> für $D = \begin{vmatrix} a_{11} & -- & a_{1n} \\ | & & | \\ a_{n1} & -- & a_{nn} \end{vmatrix}$

D_{ij} : = Unterdeterminante, die durch Streichen der i-ten Zeile und j-ten Spalte entsteht

Entwicklung nach der i-ten Zeile :

$$\boxed{D = a_{i1}(-1)^{i+1}D_{i1} + a_{i2}(-1)^{i+2}D_{i2} + \ldots + a_{in}(-1)^{i+n}D_{in}}$$

$(-1)^{i+j}$ - Vorzeichenkorrektur nach dem Schachbrett

$$\boxed{\begin{matrix} + & - & + & \cdots \\ - & + & - & \\ + & - & + & \\ \vdots & & & \end{matrix}}$$

$(-1)^{i+j} D_{ij} = A_{ij}$ Adjunkte von a_{ij}

- Rechenregeln für Determinanten

1) Alle Zeilen $\rightarrow$ Spalten (bzw. umgekehrt) verändert den Wert nicht.

2) Vertauschung zweier Zeilen (Spalten) – Vorzeichenwechsel.

3) $\lambda \cdot$ Zeile (Spalte) $=$ $\lambda \cdot$ Determinante .
(Gemeinsamer Faktor einer Zeile (Spalte) läßt sich vorziehen!)

4) Eine Determinante wird Null, wenn

a) eine Zeile (Spalte) nur Nullen enthält

oder b) 2 Zeilen (Spalten) übereinstimmen

oder c) 1 Zeile (Spalte) das Vielfache einer anderen Zeile (Spalte) ist.

5) Zu einer Zeile (Spalte) darf das Vielfache einer anderen Zeile (Spalte) addiert werden, ohne daß der Wert sich ändert.

6)
$$\begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & \cdots \\ 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} \cdot \ldots \cdot a_{nn}$$