Diercksen Mathe 1 KE1 Übungsblatt 5 **Integrieren, Trigonometrische Funktionen** (Kap. 4.1-4.6)

4-1) Geben Sie die Stammfunktion F(x) zu f(x) an, deren Graph den angegebenen Punkt $P=(x_0|y_0)$ enthält:
$f(x) = \frac{(x-1)^2}{x^4}$ P=(2 | 1/24) . Hinweis: Zähler ausmultiplizieren, einzeln dividieren.

4-2) Integrieren Sie: a) $\int x^2(2+3x^{\frac{1}{2}})dx$ b) $\int \frac{dx}{4x+2}$ c) $\int (4x+3)^2 dx$ d) $\int 2e^{2-x}dx$ e) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x}}$

4-3) Was ergibt die Ableitung der folgenden Ausdrücke nach x? a) $\int \sin(x^2)dx$ b) $\int_2^x e^{-t^2}dt$

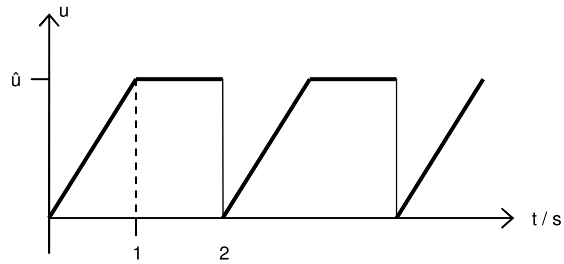
4-4) Welche Fläche schließt die Kurve $y = 4x(x^2-4)$ mit der x-Achse im Intervall $-4 \leq x \leq 4$ ein? (Skizze!)

4-5) Für den freien Fall ohne Luftwiderstand ist die Beschleunigung a = const = g.
Ermitteln Sie daraus den Weg s(t), wenn $s(0) = s_0$ und $v(0) = v_0$.

4-6) Berechnen Sie den quadratischen Mittelwert

(Effektivwert) $U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (u(t))^2\, dt}$

für die skizzierte Spannung.



4-7) Der Ladestrom eines Kondensators ist $i = i_0 e^{-\frac{t}{RC}}$. Es gilt $i = \frac{dq}{dt}$.
Berechnen Sie daraus die Kondensatorladung, wenn der Ladevorgang bei t=0 beginnt und beliebig lange andauert. Der Kondensator soll zum Zeitpunkt t=0 ungeladen sein.

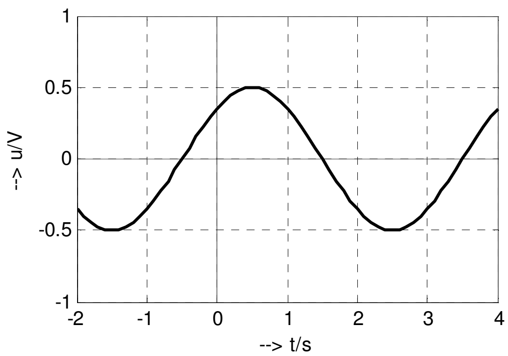
4-8) Im Erdreich befindet sich eine Metallkugel mit dem Durchmesser D=20cm, in die ein Strom von I = 1A eingespeist wird. Berechnen Sie die Spannung der Kugel gegen einen Punkt in großer Entfernung.
Sie müssen zunächst die Stromdichte J und dann die elektrische Feldstärke E in bel. Abstand r zur Kugel bestimmen ($E=J / \gamma$, $\gamma=2\cdot 10^{-2}$ S/m).

4-9) Zeigen Sie die folgenden Beziehungen, die in der Differenzialrechnung und Integralrechnung öfter angewendet werden (Umformungen aus der Vorlesung benutzen):
a) sinx cosx = ½ sin2x b) $\sin(\arccos(x)) = \sqrt{1-x^2}$ (Anleitung: $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$)

4-10) Wo nimmt die Funktion y = cost den Wert y= ½ an?

4-11) Skizzieren Sie a) $y = 1.5 \sin(\frac{1}{2}t + \frac{\pi}{4})$ b) y = | sint | c) $y = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos t$ d) $y = \sin^2 t$ (umformen!).

4-12) Bestimmen Sie aus der Zeichnung die Spannung $u(t) = \hat{u} \sin(\omega t + \varphi)$

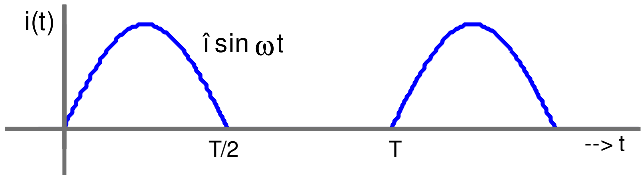


4-13) Von einer Schwingung $y(t) = A \sin(\omega t+\varphi)$ $(A>0,\ \omega>0)$ sei bekannt:

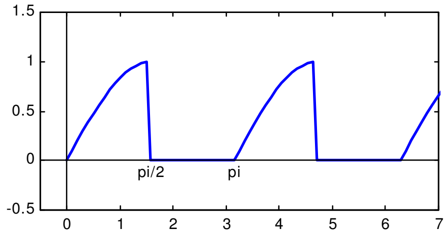
- Das 1. Maximum $y_{max} = 5$ cm wird nach $t_1 = 3$ s erreicht.
- Das 1. Minimum $y_{min} = -5$ cm wird nach $t_2 = 10$ s erreicht.

Bestimmen Sie A, ω und φ !

4-14) Ein Einweggleichrichter erzeuge den skizzierten Strom mit der Periodendauer $T = 2\pi / \omega$. Berechnen Sie den linearen Mittelwert für eine Periode.



4-15)



$$f(t) = \begin{cases} \sin t & \text{für } 0 \le t < \pi/2 \\ 0 & \text{für } \pi/2 \le t < \pi \end{cases}$$

periodisch fortgesetzt

Berechnen Sie den quadratischen Mittelwert (Effektivwert) für die angegebene Funktion.

4-16) Berechnen Sie die durchschnittliche Leistung $P = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)\, i(t)\, dt$ für $u(t) = \hat{u} \sin \omega t,\ i(t) = \hat{\imath} \sin(\omega t + \varphi)$.

Hinweis: Zerlegen Sie zunächst $\sin(\omega t+\varphi)$ mit dem Additiontheorem.

Zum **Vorrechnen**: 4-1) (1.5), 4-2) a)-e) (je 1), 4-4) (2), 4-5) (1.5), 4-6) (2), 4-7) (1.5), 4-9) b) (1)
4-10) (1), 4-12) (1), 4-13)(1.5) 4-15) (2 P.) 4-16) (2.5 P.)

Aufgaben mit MATLAB: 4-2), **4-4)**, 4-7), 4-11), 4-15), 4-16)

4-17) Integrale lassen sich numerisch berechnen, indem man die “Streifeninhalte“ addiert. Das ermöglicht auch die Berechnung eines bestimmten Integrals, wenn die Funktion nur in Form einzelner (Mess-) Punkte vorliegt. Probieren Sie die Routine **trapz** aus!

4-1) $-1/x + 1/x^2 - 1/(3x^3) + 1/3$ 4-2) a) $2x^3/3 + 6x^{7/2}/7 + C$ b) $1/4 \ln|4x+2|$ c) $\frac{1}{12}(4x+3)^3$ d) $-2\, e^{2-x}$ e) $-2\sqrt{1-x}$

4-3) a) $\sin(x^2)$ b) e^{-x^2} 4-4) 320 4-6) $\sqrt{\frac{2}{3}}\,\hat{u}$ 4-7) $i_0 RC$ 4-8) 39.79 V

4-11) a) A=1.5, ω=1/2, T=4π, $t_0 = -\pi/2$ 4-12) $u = 0.5\text{V} \sin(\frac{\pi}{2} s^{-1}\, t + \frac{\pi}{4})$ 4-13) A=5cm, $\omega = \pi/7\ s^{-1}$, $\varphi = \pi/14$ 4-14) $\hat{\imath}/\pi$ 4-15) ½

4-16) $P = ½\, \hat{u}\, \hat{\imath} \cos\varphi$