5-1) Wiederholen Sie das Kapitel zur Vektorrechnung im Einleitungsteil.

5-2) Die Multiplikation mit $A = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}$ dreht einen Ortsvektor **r** im $\mathbb{R}^2$ um den Winkel φ.

Bestätigen Sie das durch Rechnung für $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

5-3) $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \\ -4 \end{pmatrix}$ $\mathbf{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\mathbf{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

Zeigen Sie: **a** und **b** sind orthogonal.

Welchen Winkel schließen **c** und **d** ein?

5-4) $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Zerlegen Sie **x** in die Summe zweier Vektoren: in einen Vektor $\mathbf{x_1}$ in Richtung von **y** und in einen Vektor $\mathbf{x_2}$ senkrecht zu **y**. Damit $\mathbf{x_2}$ senkrecht auf **y** bzw. $\mathbf{x_1}$ steht, muss $\mathbf{x_1}$ die senkrechte Projektion von **x** auf **y** sein.

5-5) In einem Magnetfeld erfährt die sich mit einer Geschwindigkeit **v** bewegende Elementarladung e die Lorentz-Kraft $\mathbf{F} = e\cdot(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$, wobei **B** die magnetische Flussdichte bedeutet.

Ein Elektron ($e = -1.602\cdot 10^{-19}$ C) fliegt mit der Geschwindigkeit $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 35 \\ 50 \end{pmatrix}$ km/s durch ein Magnetfeld mit der Flussdichte $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -20 \end{pmatrix}$ mT.

Geben Sie Betrag und Richtung der Kraft an, die auf das Elektron ausgeübt wird.

5-6) Gegeben sei das Dreieck mit den Eckpunkten A = (1|–1|3), B = (2|1|4) und C = (1|0|5).
Stellen Sie zunächst die Dreieckseiten als Vektoren dar.
a) Prüfen Sie, ob es sich um ein rechtwinkliges Dreieck handelt.
b) Geben Sie den Normalenvektor der Dreiecksfläche an.
c) Berechnen Sie über das Vektorprodukt den Flächeninhalt des Dreiecks.
d) $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{AC}$ spannen ein Parallelogramm auf.
Geben Sie die Koordinaten des vierten Eckpunktes D an.

5-7) Bestimmen Sie die Geraden in vektorieller Parameterdarstellung

r(t) durch (4|2|8) und (3|6|11) und **q**(s) durch (5|8|21) und (7|10|31).

a) Liegt der Punkt (5|-2|6) auf der Geraden **r**(t)?

b) Prüfen Sie, ob die Geraden parallel verlaufen.

c) Prüfen Sie, ob die Geraden sich schneiden, und bestimmen Sie den Schnittpunkt!

d) Berechnen Sie den Schnittwinkel der Geraden.

5-8) Was für eine Kurve wird durch die folgenden Gleichungen beschrieben?

a) $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 9 = 0$ b) $3x^2 - 12x - y + 4 = 0$

Geben Sie die Bestimmungsstücke sowie für a) eine Parameterdarstellung an!

5-9) Bestimmen Sie die Gleichung des Kreises, der die x-Achse im Punkt (3|0) berührt und durch (0|1) geht.
Hinweis: Überlegen Sie zunächst, wie die Koordinaten des Mittelpunktes aussehen!

5-10) Skizzieren Sie die Kurve $\mathbf{r}(t) = \begin{pmatrix} 2+2\cos t \\ 2\sin t \end{pmatrix}$, $0 \le t \le \pi$. a) Um was für eine Kurve handelt es sich?

b) Markieren Sie auf der Kurve den Punkt $t = \pi / 4$ und berechnen Sie dort die Tangentensteigung.

5-11) Zum Probieren:
In den 4 Ecken eines Quadrats befinden sich jeweils gleichgroße Ladungen.
Das Quadrat liegt in der x-y-Ebene, seine Seiten sind parallel zu den Koordinatenachsen und sein Mittelpunkt ist der Ursprung des Koordinatensystems. Die Seitenlänge beträgt 2m.

Bestimmen Sie den Vektor der Feldstärke **E** im Punkt P = (0|0|2) (räumliches Problem!).
Beachten Sie, dass Sie E_x und E_y ohne Rechnung durch Symmetriebetrachtungen erhalten.

Hinweis: Für das el. Feld einer Punktladung Q gilt $|\mathbf{E}| = \dfrac{|Q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, r ist die Entfernung zur Ladung.

5-12) Informieren Sie sich über das Spatprodukt!

Vorrechnen: **5-4**) (2), **5-6**) a)(1) b)(1) c)(1) d)(1), **5-7**) a)(1) b)(1) c)(2.5) d)(1) **5-8**) a)(1), **5-9**) (2), **5-10**) (1.5), **5-11**) (2.5), **5-13**) (Vorführen 1.5)

Mit MATLAB : 5-3), 5-6), 5-8) (vorgegebene Gleichung mit ezplot darstellen), 5-10)
Informieren Sie sich: Wie berechnet man: Betrag eines Vektors (was bewirkt **norm** / was bewirkt **abs** ?), **a**°, Skalarprodukt, Vektorprodukt (testen Sie **dot** und **cross**)

5-13) Bei der Parameterdarstellung einer Funktion in MATLAB können Sie dasselbe machen wie am Oszilloskop: Sie geben für x- und y-Richtung getrennt Wechselspannungen vor und können die resultierende Kurve betrachten, die durch Zusammensetzung von x- und y-Koordinate entsteht.
Experimentieren Sie mit verschiedenen Kreisfrequenzen und Amplituden!
Ist ω_x / ω_y eine rationale Zahl, entstehen die sog**. Lissajous-Figuren**.

Achtung! Verwechseln Sie diese Art des Zusammenfügens von x- und y-Koordinate nicht mit der Addition von Schwingungen!

5-3) 79.92° 5-4) $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ 5-5) $112 \cdot 10^{-18}$ N in Richtung der pos. x-Achse 5-6) a) / b) $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ c) $\frac{1}{2}\sqrt{14}$ FE d) (2|2|6)

5-7) a) / b) / c) (3|6|11) d) 47.21° 5-8) a) Kreis R=2, M=(-2|3) , x= -2+2cost, y=3+2sint b) Parabel $y=3(x-2)^2 - 8$, S=(2|-8)

5-9) R=5, M=(3|5) 5-10) b) –1 5-11) $\mathbf{E} = \dfrac{8\,Q}{4\pi\varepsilon_0\, 6\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$