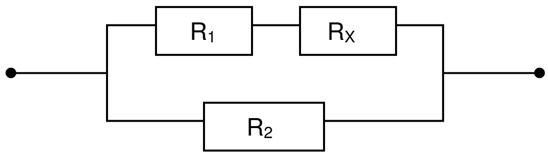
Diercksen Mathe 1 BKE1 **Wiederholungsübung**

1)



$R_1 = 2\ \text{k}\Omega$, $R_2 = 5\ \text{k}\Omega$

R_X ist so zu bestimmen, dass R_X gleich dem Gesamtwiderstand R ist.

2)
$$\begin{aligned} x_1 \qquad\quad + x_3 &= u \\ -3x_1 - 2x_2 - x_3 &= v \\ 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= w \end{aligned} \qquad \text{a)} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \text{b)} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ -5 \end{pmatrix}$$

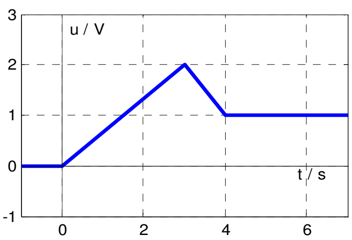
Untersuchen Sie das Gleichungssystem auf seine Lösbarkeit und geben Sie, falls vorhanden, die Lösungen an.
Benutzen Sie den Gauß-Algorithmus!

c) Was sind unterbestimmte / überbestimmte Gleichungssysteme und wie löst man sie?

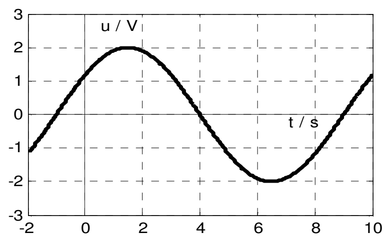
3)
$$\begin{aligned} x_1 - x_2 \qquad\quad &= -5 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 &= 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= -3 \end{aligned} \qquad C = \begin{pmatrix} -4 & -3 & 1 \\ -5 & -3 & 1 \\ 6 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

a) Prüfen Sie mit einer Determinante die Lösbarkeit.
b) Berechnen Sie x_2 über die Cramersche Regel.
c) Zeigen Sie: C ist die inverse Matrix zur Koeffizientenmatrix.
d) Ermitteln Sie mit der inversen Matrix die Lös. d. Gleich.systems.

4)



5)



4) Beschreiben Sie die skizzierte Spannung als Funktion u = u(t) (mit Einheiten).

5) a) Stellen Sie u(t) aus der Skizze in der Form $u = \hat{u}\sin(\omega t+\varphi)$ dar !
b) Skizzieren Sie die harmonische Schwingung $y(t) = 2\sin(2s^{-1}t-4)$.
c) Wiederholen Sie die Additionstheoreme für sin und cos und deren Umformungen.

6) Der Scheitel einer Parabel habe die x-Koordinate 2, weitere Punkte der Parabel sind (1 | 1.5) und (4 | 6)
a) Geben Sie die Parabel in der Form $y = a_2x^2+a_1x+a_0$ an!
b) Wie lautet die Funktionsgleichung, wenn Sie die Parabel um 3 nach rechts verschieben?

7) Welche Kurve wird beschrieben durch a) $2x+4y-8 = 0$ b) $2x-y^2-4 = 0$ c) $2y-x^2-4 = 0$ d) $x^2+y^2-2y-15 = 0$?
Geben Sie die charakteristischen Bestimmungsstücke an, für d) auch die Parameterdarstellung.

8) $y = \frac{1}{8}e^{2x} - 2$ beschreibt einen Anstiegsvorgang. Wo schneidet die Funktion die x-Achse?
Welchen Wert hat sie für x=ln3 ? Skizzieren Sie die Funktion!
(ohne Taschenrechner, Ergebnisse in möglichst einfacher Form).

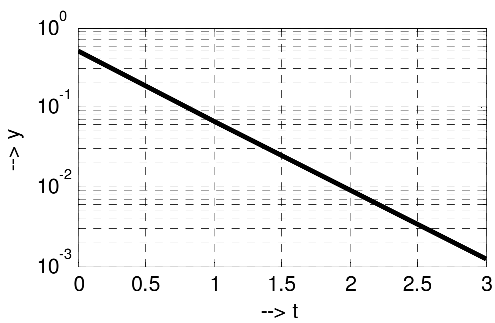
9) $q(t) = q_0\ e^{-}$ beschreibt die Abnahme der Ladung bei der Kondensatorentladung. Skizzieren Sie q(t)!
Wann ist q(t) auf 10% des Anfangswertes q_0 gesunken? (RC=0.3 ms).

10) a) Berechnen Sie die Tangente zur Spannung

$$u(t) = u_0\,(1 - e^{-\frac{t}{5s}}) \quad \text{in } t_0=0.$$

Skizzieren Sie u(t) und Tangente!

b) In der log. Darstellung (s. Skizze) ist die Funktion $y = a\,e^{bt}$ dargestellt. Bestimmen Sie a und b aus der Zeichnung.

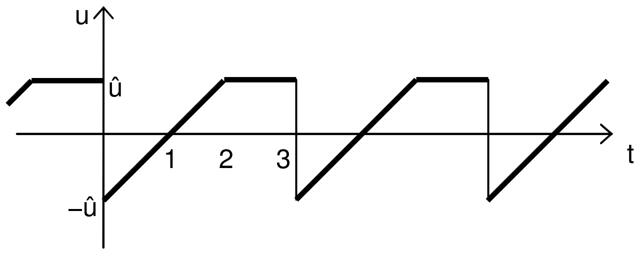


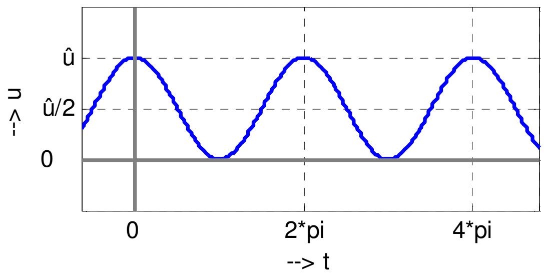
11) Differenzieren Sie: a) $y = x^3\, e^{-\frac{x}{2}}$ b) $y = \frac{k}{x^2+a^2}$ c) $y = \ln\sqrt{1+x^2}$ d) $y = 3^x$ e) $y = \frac{x-1}{x+1}$ f) $y = x\sqrt{1+2x^2}$

12) $i(t) = 2\text{ mA}\; e^{-\frac{t}{5\text{ms}}}$ sei der Ladestrom eines Kondensators. Berechnen Sie daraus q(t) mit q(0)=0. Es ist $i = \frac{dq}{dt}$.

13) a) $\int \frac{1}{2x+3}dx$ b) $\int x^3\sqrt{x}\,dx$ c) $\int \frac{1}{(x-1)^2}dx$ d) $\int_0^{\pi/8} \cos^2(2t)\,dt$ e) $\int \frac{x-1}{x+1}dx$ (erst Polynomdivision)

14) Berechnen Sie den quadratischen Mittelwert (Effektivwert) für die skizzierte Spannungen.





$u(t) = \frac{\hat{u}}{2}(\cos t + 1)$.

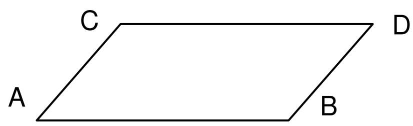
15) $\vec{F_1} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix} N \quad \vec{F_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} N$

a) Geben Sie eine Kraft an, die den Betrag 2 N und die Richtung von $\vec{F_1}$ hat.

b) Wie lautet die senkrechte Projektion von $\vec{F_1}$ auf $\vec{F_2}$?

16) Vom Parallelogramm ABCD seien die Eckpunkte

$A = (0 \mid 0 \mid 1)$, $B = (4 \mid 0 \mid 1)$ und $C = (\sqrt{2} \mid 1 \mid 2)$ gegeben.



a) Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes D.
b) Berechnen Sie den Winkel bei A.
c) Geben Sie einen Vektor an, der senkrecht auf der Ebene steht, in der das Parallelogramm liegt. Probe?
d) Liegt der Punkt $E = (2 \mid \sqrt{2} \mid 1+\sqrt{2})$ auf der Geraden durch A und C? Liegt E auf der Seite $\overline{AC}$?

17) Bestimmen Sie für die aperiodische Schwingung $\mathbf{y = f(t) = 5\,(1-3t)\,e^{-2t}}$, $\mathbf{t \geq 0}$, Nullstellen, f(0), Extrema und das Verhalten für $t \to \infty$. Skizzieren Sie die Funktion.

18) Bestimmen Sie das Taylorpolynom 3. Grades für $f(x) = \ln(1-x)$ für $x_0=0$.

19) Mit einer Brückenschaltung wurden die Widerstände $R_1 = (450 \pm 2)\,\Omega$ und $R_2 = (150 \pm 1)\,\Omega$ bestimmt.
Geben Sie den Gesamtwiderstand R für die Parallelschaltung von R_1 und R_2 an.
Bestimmen Sie den Fehler ΔR als Maximalfehler bei linearer Fehlerfortpflanzung.

20) Bestimmen Sie die Ausgleichsgerade / Ausgleichsparabel mit MATLAB: a) polyfit b) überbest. Gleichungssystem. Zeichnen Sie die Messpunkte mit den Ausgleichskurven.

x_i	0	1	2	3
y_i	1.629	0.560	0.077	–0.342

1) 2.317 kΩ 2) a) nicht lösbar b) $\mathbf{x} = (1, -5, 0)^T + \lambda\,(-1, 1, 1)^T$ 3) a) ja, da det(A)≠0 b) 19 d) $\mathbf{x} = A^{-1}\cdot \mathbf{b} = (14, 19, -23)^T$
5) a) $2V \sin(\pi/5 \cdot s^{-1}\, t + \pi/5)$ 6) a) $1.5\,x^2 - 6x + 6$ b) $1.5(x-3)^2 - 6(x-3) + 6$ 7) a) Gerade b) Wurzelf. c) Parabel, S=(0 | 2), $a_2 = 1/2$
d) Kreis R=4, M=(0 | 1), x=4 cost, y=1+4 sint 8) ln 4 | –7/8 9) 0.691 ms 10) a) $u_0\, t/5s$ b) $e^{-2t}/2$ 11) a) $3x^2\, e^{-x/2} + x^3\, e^{-x/2}\,(-1/2)$
b) $-2kx/(x^2+a^2)^2$ c) $x/(1+x^2)$ d) $3^x \ln 3$ e) $2/(x+1)^2$ f) $(1+4x^2)/\sqrt{1+2x^2}$ 12) $10\,\mu As(1-e^{-t/5ms})$ 13) a) ½ ln|2x+3| b) $2/9\, x^{9/2}$ c) $-1/(x-1)$
d) $\pi/16 + 1/8$ e) $x - 2\ln|x+1|$ 14) a) 0.745 û b) 0.612 û 15) a) $2/\sqrt{59}\,\vec{F_1}$ b) $2\,\vec{F_2}$ 16) $D=(4+\sqrt{2} \mid 1 \mid 2)$ φ = 45°, c) $(0\ \ -4\ \ 4)^T$
d) E liegt auf der Geraden, aber nicht auf der Seite 17) $t_0 = 1/3$, f(0) = 5, $f'(t) = 5\,e^{-2t}(-5+6t)$, Min (5/6 | –1.42), f(t)→0 für t→∞ (Bernoulli)
18) $f_3(x) = -[\,x + ½\,x^2 + 1/3\,x^3\,]$ 19) $|\Delta R_{max}| = 0.6875\,\Omega$, $R = (112.5 \pm 0.7)\,\Omega$ 20) y= –0.6396x+1.4404, y= 0.1625x²–1.1271x+1.6029