Diercksen   Mathe 1 BEK1 Übung 4   **Exponentialfunktion und Logarithmus** (3.6-3.11)

3-21) Skizzieren Sie die folgenden Funktionen ausgehend vom Grafen für $y=e^x$ (ohne Taschenrechner):
$y=3\cdot e^x$, $y=e^{3x}$, $y=3\cdot e^{-x}$, $y=e^{-|x|}$, $y=3^x$, $y=(1/3)^x$, $y=\ln x$.

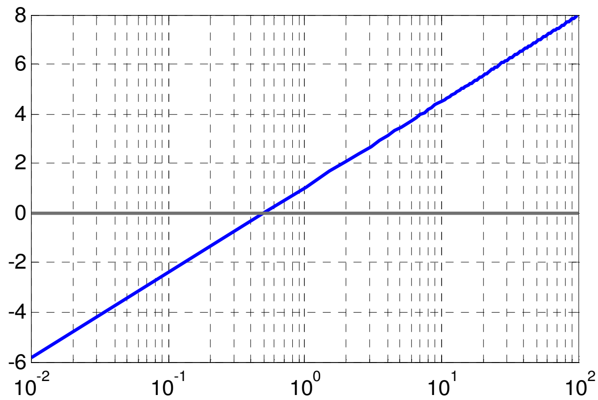
3-22) Vereinfachen Sie: $\ln\sqrt{a-b}+\frac{1}{2}\ln(a+b)-\frac{1}{3}\ln(a^2-b^2)$. (Ergebnis mit nur einem Logarithmusausdruck)

3-23) Im zulässigen Spannungsbereich hänge der Strom I_F einer Halbleiterdiode gemäß $I_F = I_S \cdot e^{U_F/U_T}$ von der angelegten Spannung U_F ab. Folgende Ströme I_F werden gemessen:

U_F / V	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70
I_F / A	$2.9\cdot10^{-6}$	$20\cdot10^{-6}$	$13\cdot10^{-5}$	$85\cdot10^{-5}$	$3.9\cdot10^{-3}$	$20\cdot10^{-3}$	$90\cdot10^{-3}$

a) Stellen Sie den Zusammenhang in einem Diagramm in linearem Maßstab dar. Schwierigkeit ?
b) Wählen Sie einen halblogarithmischen Maßstab (linearer Maßstab für U_F, log. für I_F).
Bestimmen Sie aus der log. Darstellung die Werte für I_S und U_T.

c) Wie lautet die Gleichung der dargestellten Funktion?



3-24) Beim radioaktiven Zerfall wird die Anzahl n(t) der noch vorhandenen aktive Teilchen pro Volumeneinheit beschrieben durch

$$n(t) = n_0\, e^{-\lambda t},\ t \ge 0,\quad t \text{ in Stunden}$$

Die Messung ergibt 1000 Teilchen nach 1 Stunde und 500 Teilchen nach 3 Stunden.
Bestimmen Sie die Konstanten λ und n_0 aus der Zerfallsgleichung (ohne Taschenrechner).

3-25) Wird ein Kondensator mit der Kapazität C über einen Ohmschen Widerstand R aufgeladen, nimmt die Kondensatorspannung wie folgt zu:

$$u(t) = U_0\,(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

Die Spannung betrage nach 0.7ms 90% vom Endwert U_0.
Wie viel Prozent von U_0 werden nach 1 ms erreicht?

3-26) Differenzieren Sie (nach x bzw. t):
a) $y = 3\,e^{-4x}$ b) $y = 2x \ln x$ c) $y = 3 \lg x$ d) $y = (2-3t)\,e^{-5t}$ e) $y = \ln\sqrt{1+x^2}$

3-27) Bei der Aufladung eines Kondensators gelte für die Ladung $q(t) = 10\mu\text{As}\cdot(1-e^{-\frac{t}{5\text{ms}}})$.
Ermitteln Sie i(t). Skizzieren Sie q(t) und i(t).

3-28) $u(t) = U_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}$, τ aus der Zeichnung ablesen:

a) s. VL: Die Tangente in t=0 lässt sich in der Regel nicht so gut zeichnen.
Zeigen Sie, wie man τ mit Hilfe der Tangente in einem beliebigen Punkt ablesen kann:
– Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente in einem bel. Punkt t_1. Wo schneidet sie die t-Achse?
– Wie lässt sich τ jetzt ablesen?

b) Wie lässt sich τ für die Sättigungsfunktion (Aufladekurve) ablesen?

Aufgaben mit MATLAB: 3-21), 3-22), 3-23), 3-27) und

Aufgaben zum Messdatenausgleich

3-29) Bestimmen Sie die Ausgleichsfunktionen zu den folgenden Messdaten mit dem angegebenen Ansatz. Zeichnen Sie zur Kontrolle Messpunkte und Ausgleichsfunktion mit MATLAB.

a)

x_i	-1	0	1	2	3
y_i	3	2	9	21	49

Ansatz: $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ (polyfit)

b)

x_i	-1	0	3	8	15
y_i	-1	3	10	27	42

Ansatz: $y = f(x) = a\sqrt{x+1} + bx$
Hinweis: polyfit ist hier nicht anwendbar! Sie müssen das überbest. Gleichungssystem m. MATLAB lösen.

3-30) Für die Entladung eines Kondensators mit der Kapazität C über einen Ohmschen Widerstand R gilt

$u(t) = u_0\, e^{-\frac{t}{RC}}$, $t \ge 0$.
Es wurden folgende Werte gemessen:

t / s	1.0	4.0	7.0	10.0	15.0
u / V	80.2	45.5	24.5	13.9	4.7

Die Ausgleichskurve ist eine e-Funktion. Führen Sie das Problem auf die Bestimmung einer Ausgleichsgeraden zurück, indem Sie den Ansatz logarithmieren. Achtung! Sie müssen auch eine neue Tabelle erstellen, in der die Spannungswerte logarithmiert sind.
Bearbeiten Sie das Problem mit MATLAB. Kontrollieren Sie das Ergebnis grafisch.

Aufgaben zur Interpolation

3-31) In der Vorlesung wurde gezeigt, dass **ein Interpolationspolynom** (über das ganze Intervall) eine Funktion nicht immer passend annähert. In vielen Fällen funktioniert es aber auch gut.
Bestimmen Sie das Interpolationspolynom zu y = f(x) = cosx im Intervall [-1, 1] mit 5 Stützstellen mit Hilfe von MATLAB (polyfit mit p_{n-1}). Kontrollieren Sie das Ergebnis grafisch.

3-32) Eine Solarzelle besitzt eine stark nichtlineare Spannungs-Strom-Kennlinie, von der die folgenden Werte bekannt seien:

U / V	0	2	4	6	8	9	10	11	12	12.3
– I / mA	562.5	537.5	512.5	487.5	462.5	450	437.5	400	275	0

Interpolieren Sie mit MATLAB stückweise durch Geraden bzw. Polynome 3.Ordnung (interp1, Methode pchip). Stellen Sie Ihr Ergebnis grafisch so dar, dass man den Unterschied erkennt.

Zum **Vorrechnen**: **3-21)** (1.5)**,** **3-22)** (1.5), **3-23)** c) (2), **3-25)** (2), **3-26) c)+d**)(1.5), **e)**(1.5), **3-27)** (1.5), **3-28)** (2.5), **3-29)** a) (1.5), b) (2.5), **3-30)** (2), **3-31)** (1.5), **3-32)** (1.5)

3-23) b) $I_s = 0.77{\cdot}10^{-12}$A, U_T = 26 mV c) y= 1.5 ln 2x 3-24) λ = 1/2·ln2, $n_0 = \sqrt{2}\cdot 1000$

3-25) RC = 0.304ms, 96.3% 3-26) a) $-12\, e^{-4x}$ b) 2 lnx + 2 c) 3 / (x ln10) d) $e^{-5t}(15t-13)$ e) $x/(1+x^2)$

3-27) 2 mA $e^{-t/(5\,ms)}$

3-29) a) mit polyfit (x,y,2) $y = 4.5\, x^2 + 2.1\, x + 1.2$ b) x=[-1 ...], y=[-1 ...], A = [sqrt(x'+1); x'] , λ = A\ y', $y = 2.7563\sqrt{x+1} + 2.1034\, x$

3-30) $\ln u = \ln u_0 - t/(RC) = \lambda_2 + \lambda_1 t$, $\lambda_1 = -0.2024$, $\lambda_2 = 4.6135$, u = 100.84 V $e^{-t/(4.942s)}$