VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
Fakulta informačních technologií

Matematická analýza 2016/2017
Domácí úkol č. 2, varianta 1

Iva Kavánková *xkavan05*,
Erik Kelemen *xkelem01*,
Martin Kobelka *xkobel02*,
Josef Kolář *xkolar71*,
Matej Kolesár *xkoles07*,
Son Hai Nguyen *xnguye16*

4. dubna 2017

1. úkol

1. Vyšetřete lokální extrémy funkce $f(x) = \int_0^x t(t-1)(t-5)\mathrm{d}t$.

2. úkol

Zadání

Vypočítejte $\int\limits_0^\infty f(x)\mathrm{d}x$, kde $f(x)$ je funkce **??**, kterou jste v 1. úloze rozkládali na parciální zlomky (rozklad znovu neprovádějte). Použijte již rozložený tvar.

$$f(x) = \frac{3x^3 + x^2 - 4x + 16}{x^5 + 5x^4 + 9x^3 + 13x^2 + 14x + 6} \tag{1}$$

Rozbor příkladu

Funkci rozložíme na parciální zlomky (viz úloha č. 1).

Řešení

Rozklad na parciální zlomky

$$f(x) = \frac{3x^3 + x^2 - 4x + 16}{x^5 + 5x^4 + 9x^3 + 13x^2 + 14x + 6} = \frac{1}{x+1} + \frac{3}{(x+1)^2} - \frac{1}{x+3} - \frac{2}{x^2+2}$$

3. úkol

3. Pomocí derivace nebo integrace najděte součet řady $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n}}{2n}$. Vyšetřete obor konvergence.

4. úkol

Zadání

Najděte a nakreslete definiční obor funkce

$$f(x,y) = \frac{1}{\ln(\cos(\pi x) - y)} + \sqrt{\cos(\pi y) + x} \tag{2}$$

Rozbor příkladu

Máme najít definiční obor funkce dvou neznámých, která je zadána přepisem **??**.

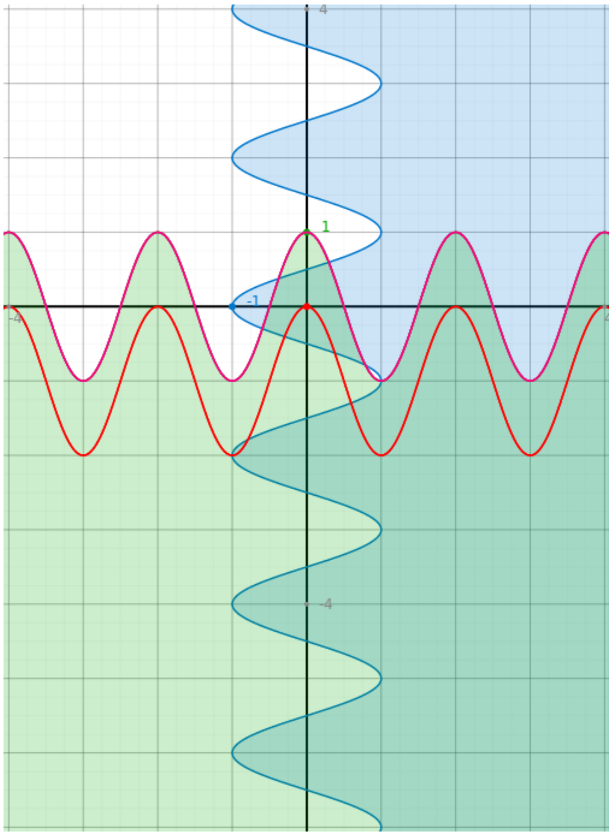
Najdeme tedy definiční obory všech elementárních funkcí a výsledný definiční obor bude průnikem těchto dílčích definičních oborů.

Řešení

Musí jednoznačně platit, že

$$\cos(\pi x) - y > 0 \quad \wedge \quad \cos(\pi x) - y \neq 1 \quad \wedge \quad \cos(\pi y) + x \geq 0$$

Nerovnice je možné si nyní zakreslit



Obrázek 1: Červená a růžová barva do průniku nepatří, modrá a zelená ano

5. úkol

Zadání

Najděte lokální extrémy funkce

$$f(x, y, z) = 6x^2 + 5y^2 + 14z^2 + 4xy - 8xz - 2yz + 1 \tag{3}$$

Rozbor příkladu

1. Máme za úkol najít lokální extrémy funkce **??**. Nejdříve vypočítáme jednotlivé parciální derivace a položíme je rovny 0. Uspořádané trojice, které budou řešením této soustavy rovnic budeme považovat za podezřelé body.
2. Sestavíme si Hassovu matici z derivací druhého řádu a dosadíme do ní jednotlivé podezřelé body. Zda se jedná o extrém nebo ne poznáme z hodnot subdeterminantů této matice.