

# 1. samostatná práce

## Zadání 1

1. Rozložte na parciální zlomky racionální lomenou funkci  $f(x) = \frac{3x^3 + x^2 - 4x + 16}{x^5 + 5x^4 + 9x^3 + 13x^2 + 14x + 6}$ .

Rozklad jmenovatele v reálném oboru najděte pomocí Hornerova schématu. Řešení soustavy rovnic pro neurčité koeficienty můžete najít pomocí Maple (nebo jiného softwaru).

2. Najděte asymptoty grafu funkce  $f(x) = x^2 \left( \frac{\pi}{4} - \operatorname{arctg} \frac{x^2}{x^2 - 1} \right)$ .

3. Na grafu funkce  $f(x) = x^2 - x$  najděte bod, který má nejkratší vzdálenost od bodu  $A = [0, 1]$ .

Řešte jako úlohu na extrém.

4. Načrtněte graf funkce  $f$ , pro kterou platí:  $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} - \{1\}$ , pro  $x = 1$  má nespojitost 2. druhu,

$$f(0) = f(-1) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2,$$

$$f'(0) = -2, \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} f'(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} f'(x) = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f'(x) = -2,$$

$$f''(x) > 0 \text{ pro } x \in (0, 1) \text{ a } x \in (1, \infty), \quad f''(x) < 0 \text{ pro } x \in (-\infty, -1) \text{ a } x \in (-1, 0),$$

přímka  $y = 2 - x$  je asymptota pro  $x \rightarrow \infty$ .

Do obrázku nakreslete i asymptoty a tečny resp. polotečny ke grafu funkce v bodech  $x = 0$ ,  $x = 1$  a  $x = -1$ .

5. Najděte největší a nejmenší hodnotu funkce  $f(x) = \sqrt[3]{6x^2 - x^3}$  na intervalu  $\langle -2, 9 \rangle$ .