Rechnerstrukturen Hausaufgaben zum 26. Oktober 2016

Ali Ebrahimi Pourasad, Moritz Lahann, Matz Radloff

2. November 2016

Inhaltsverzeichnis

1 2

1.1 2.1

Gegeben:

- Takt: 3,2GHz
- Max. 5 Oparationen parallel
- Leistungsverbrauch: 80W

1.1.1 2.1 (a)

Gegeben:

- Core i5 (Haswell), Chipgröße: $A_C = 177\,\text{mm}^2 = 1,77\,\text{cm}^2$
- elektrische Herdplatte Leistung: $P = 2\,\text{KW} = 2000\,\text{W}$
- Durchmesser von Platte: $d = 15\,\text{cm}$

Rechnung:

Leistungsdichte:

$$\frac{P}{A_C} = \frac{80\,\text{W}}{1,77\,\text{cm}^2} = 45,2\,{}^{\text{W}}/_{\text{cm}^2}$$

Fläche einer Herdplatte:

$$A_H = \pi \cdot (\frac{d}{2})^2 = \pi \cdot 56.25\,\text{cm}^2 = 176,71\,\text{cm}^2$$

Leistungsdichte einer Herdplatte:

$$\frac{P}{A} = \frac{2000\,\text{W}}{176,71\,\text{cm}^2} = 11,32\,{}^{\text{W}}/_{\text{cm}^2}$$

Durch die sehr kleine Fläche des Prozessors hat dieser eine über viermal so große Leistungsdichte wie die der Herdplatte.

1.1.2 2.1 (b)

Gegeben:

$$\begin{aligned} \textit{Spannung}: U &= 3.7\,\mathrm{V} \\ \textit{Ladung}: Q &= 3000\,\mathrm{mAh} \\ \textit{Zeit}: t &= 3\,\mathrm{h} \end{aligned}$$

Rechnung: Um die Leistung $P = U \cdot I$ zu berechnen wird $I = Q/t$ substituiert:

$$P = U \cdot \frac{Q}{t} = 3.7\,\mathrm{V} \cdot 1\,\mathrm{A} = 3.7\,\mathrm{W}$$

Da die CPU die Hälfte der elektrischen Energie benötigt ergibt sich:

$$\begin{aligned} P_{CPU} &= P/2 = 1.85\,\mathrm{W} \\ A_{Mobile-CPU} &= 16\,\mathrm{mm}^2 = 0.16\,\mathrm{cm}^2 \end{aligned}$$

Leistungsdichte: $P/A = \frac{1.85\,\mathrm{W}}{0.16\,\mathrm{cm}^2} = 11.5625\,\mathrm{W}/\mathrm{cm}^2$

1.2 2.1 (c)

Über die Anzahl der Operationen pro Sekunde n_1 (Desktop-CPU), n_2 (Mobile-CPU), bzw. der daraus foldenden Zeiten pro Operation t_1, t_2, lässt sich die benötigte Energie pro Operation mit $E = Pt$ errechnen.

Desktop

$$\begin{aligned} n_1 &= 3.2\,\mathrm{GHz} \cdot 5\,\mathrm{Ops.} = \frac{1,6 \cdot 10^{10}\,\mathrm{Ops.}}{\mathrm{s}} \\ t_1 &= 1/n_1 \\ E_1 &= Pt_1 = 80\,\mathrm{W} \cdot (\frac{1}{1.6^{10}}\,\mathrm{Ops.}/\mathrm{s})) \\ &= 5^{-9}\,\mathrm{Ws} = 5\,\mathrm{nJ} \end{aligned}$$

Mobile

$$\begin{aligned} n_2 &= 10^9\,\mathrm{Op}/\mathrm{s} \\ t_2 &= 1/n_2 \\ E_2 &= Pt_2 = 1.85\,\mathrm{W} \cdot 10^{-9}\,\mathrm{Ops}/\mathrm{s} = 1.85\,\mathrm{nJ} \end{aligned}$$

Für den Energieverbrauch pro Rechenoperation ergeben sich 5 nJ für die Desktop-CPU und 1.85 nJ für die Mobile-CPU.

Die Differenz zum in der Vorlesung angegebenen Wert von 1 nJ/Op des StrongArm1100 lässt dadurch erklären, dass dieser zum einen mit seiner 32-bit RISC Architektur und nur einem Kern effektiv weniger Transistoren schaltet, als eine Desktop-CPU. Vor allem im direkten Vergleich zu einem Core i5 (Haswell) zeigt sich, dass letzterer mit 1.5 Mrd. Transistoren fast 1000-mal so viele besitzt, wie der StrongArm mit 2.5 Mio.. Außerdem taktet er nur mit 133 MHz bzw. 190 MHz, was zu einem deutlich niedrigeren Energieverbrauch führt, da sich dieser proportional zur Taktfrequenz verhält[1] [2].

1.3 2.2

Gegeben: $2022,562$ Mrd. €: $c = 2022562000000$ €
$= 202256200000000$ cent

1.3.1 2.2 (a)

Rechnung: $x :=$ Benötigte Stellen in Binär

Gesucht ist der 2er-Logarithmus der nächsthöheren 2er-Potenz.

$$2^x >= c, x \in N$$
$$x >= log_2(c)$$
$$x >= 47.52 \rightarrow x = 48$$

Für die Darstellung werden 48 bzw 49 bits, falls die Schulden als negative Zahl gespeichert werden sollen, benötigt.

1.3.2 2.2 (b)

Rechnung: $x :=$ Stellen im Zahlensystem zur Basis 5

$$x \geq log_5(c)$$
$$x \geq 20.47 \rightarrow x = 21$$

1.4 2.3

1.4.1 2.3 (a)

$Z = (42)_{10}$

Dualdarstellung:

$$\begin{aligned} Z &= (42)_{10} \\ 42 : 2 &= 21 \text{ Rest} \rightarrow 0 \\ 21 : 2 &= 10 \text{ Rest} \rightarrow 1 \\ 10 : 2 &= 5 \text{ Rest} \rightarrow 0 \\ 5 : 2 &= 2 \text{ Rest} \rightarrow 1 \\ 2 : 2 &= 1 \text{ Rest} \rightarrow 0 \\ 1 : 2 &= 0 \text{ Rest} \rightarrow 1 \uparrow Leserichtung \end{aligned}$$

$Z = (42)_{10} = (101010)_2$

Oktaldarstellung:

$$\begin{aligned} Z &= (101010)_2 \\ (010)_2 &= 02 \\ (101)_2 &= 05 \end{aligned}$$

(Grupierungen von jeweils 3 Bits)
$Z = (42)_{10} = (52)_8$

Hexadezimaldarstellung:

$$\begin{aligned} Z &= (101010)_2 \\ (1010)_2 &= \mathtt{A}_{16} \\ (10)_2 &= 2_{16} \end{aligned}$$

(Grupierungen von jewels 4 Bits)
$Z = (42)_{10} = (2A)_{16}$

1.4.2 2.3 (b)

$Z = (1969)_{10}$

Dualdarstellung:

$$\begin{aligned}
1969 : 2 &= 984, \text{Rest} \rightarrow 1\\
984 : 2 &= 492, \text{Rest} \rightarrow 0\\
492 : 2 &= 246, \text{Rest} \rightarrow 0\\
246 : 2 &= 123, \text{Rest} \rightarrow 0\\
123 : 2 &= 61, \text{Rest} \rightarrow 1\\
61 : 2 &= 30, \text{Rest} \rightarrow 1\\
30 : 2 &= 15, \text{Rest} \rightarrow 0\\
15 : 2 &= 7, \text{Rest} \rightarrow 1\\
7 : 2 &= 3, \text{Rest} \rightarrow 1\\
3 : 2 &= 1, \text{Rest} \rightarrow 1\\
1 : 2 &= 0, \text{Rest} \rightarrow 1 \uparrow \textit{Leserichtung}
\end{aligned}$$

$Z = (1969)_{10} = (11110110001)_2$

Oktaldarstellung: $Z = (11110110001)_2$

$$\begin{aligned}
(001)_2 &= 01\\
(110)_2 &= 06\\
(110)_2 &= 06\\
((0)11)_2 &= 03
\end{aligned}$$

(Grupierungen von jeweils 3 Bits)
$Z = (1969)_{10} = (3661)_8$

Hexadezimaldarstellung: $Z = (11110110001)_2$:

$$\begin{aligned}
(0001)_2 &= 1_{16}\\
(1011)_2 &= \mathtt{B}_{16}\\
((0)111)_2 &= 7_{16}
\end{aligned}$$

(Grupierungen von jewels 4 Bits)
$Z = (1969)_{10} = (\mathtt{7B1})_{16}$

1.4.3 2.3 (c)

$Z = (5,5625)_{10}$

Dualdarstellung: $(5,0)_{10}$:

$$\begin{aligned} 5 : 2 &= 2 \text{ Rest} \rightarrow 1 \\ 2 : 2 &= 1 \text{ Rest} \rightarrow 0 \\ 1 : 2 &= 0 \text{ Rest} \rightarrow 1 \uparrow \text{Leserichtung} \end{aligned}$$

$(5)_{10} = (101)_2$

$(0,5625)_{10}$:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 0,5625 &= 1,125 \rightarrow 1 \downarrow \text{Leserichtung} \\ 2 \cdot 0,125 &= 0,25 \rightarrow 0 \\ 2 \cdot 0,25 &= 0,5 \rightarrow 0 \\ 2 \cdot 0,5 &= 1,0 \rightarrow 1 \end{aligned}$$

$(0,5625)_{10} = (0,1001)_2$

$Z = (5,5625)_{10} = (101,1001)_2$

Oktaldarstellung: $Z = (101,0)_2$:

$$(101)_2 = 05$$

$Z = (0,1001)_2$:

$$\begin{aligned} (100_{,,}) &= 4 \\ (1(00))_2 &= 4 \end{aligned}$$

(Grupierungen von jeweils 3 Bits)
$Z = (5,44)_8$

Hexadezimaldarstellung: $Z = (101,0)_2$:

$$((0)101)_2 = \mathsf{5}$$

$Z = (0,1001)_2$:

$$(1001)_2 = \mathsf{9}$$

(Grupierungen von jewels 4 Bits)
$Z = (\mathsf{5},\mathsf{9})_{16}$

1.4.4 2.3 (d)

$Z = (375, 375)_{10}$

Dualdarstellung: $Z = (375, 0)_{10}$:

$$\begin{aligned}
375 : 2 = 187 Rest &\rightarrow 1 \\
187 : 2 = 93 Rest &\rightarrow 1 \\
93 : 2 = 46 Rest &\rightarrow 1 \\
46 : 2 = 23 Rest &\rightarrow 0 \\
23 : 2 = 11 Rest &\rightarrow 1 \\
11 : 2 = 5 Rest &\rightarrow 1 \\
5 : 2 = 2 Rest &\rightarrow 1 \\
2 : 2 = 1 Rest &\rightarrow 0 \\
1 : 2 = 0 Rest &\rightarrow 1 \uparrow \text{Leserichtung}
\end{aligned}$$

$(375, 0)_{10} = (101110111)_2$

$(0, 375)_{10}$:

$$\begin{aligned}
2 \cdot 0,375 = 0,75 &\rightarrow 0 \downarrow \text{Leserichtung} \\
2 \cdot 0,75 = 1,5 &\rightarrow 1 \\
2 \cdot 0,5 = 1,0 &\rightarrow 1
\end{aligned}$$

$(0, 375)_{10} = (0, 011)_2$
$Z = (101110111, 011)_2$

Oktaldarstellung: $Z_1 = (101110111, 0)_2$:

$$\begin{aligned}
(111)_2 &= 07 \\
(110)_2 &= 06 \\
(101)_2 &= 05
\end{aligned}$$

$Z_2 = (0, 011)_2$:

$$011 = 3$$

(Grupierungen von jeweils 3 Bits)
$Z = (567, 3)_8$

Hexadezimaldarstellung: $Z = (101110111, 0)_2$:

$$(0111)_2 = \mathtt{7}$$
$$(0111)_2 = \mathtt{7}$$
$$((000)1)_2 = \mathtt{1}$$

$Z = (0, 011)_2$:

$$(011(0))_2 = 6$$

(Grupierungen von jewels 4 Bits)
$Z = (\mathtt{177}, \mathtt{6})_{16}$

1.5 2.4

1.5.1 2.4 (a) 1110,1001

$$1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4}$$
$$= 14, 5625$$

1.5.2 2.4 (b) 10101,11011

0-Koeffizienten wurden hier weggelassen

$$1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-4} + 1 \cdot 2^{-5}$$
$$= 21.84375$$

1.6 2.5

$$\mathtt{9A}, \mathtt{C}_{16} = 9 \cdot 16^1 + 10 \cdot 16^0 + 12 \cdot 16^{-1} = 154.75$$

Literatur

[1] Wikipedia, “Strongarm — wikipedia, the free encyclopedia,” 2016. [Online; accessed 01-November-2016].

[2] Intel, “Intel® strongarm ® sa-1100 microprocessor,” 1999. [Online; accessed 02-November-2016].