



Universität Hamburg

DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

**Übungen zur Mathematik I für Studierende Informatik und Wirtschaftsinformatik (Diskrete Mathematik) im Wintersemester 2016/2017**

Fachbereich Mathematik, Stefan Geschke, Mathias Schacht

**A: Präsenzaufgaben am 20. und 21. Oktober 2016**

1. Zeigen Sie, dass die folgenden Mengen  $A$  und  $B$  gleich sind:

$$A := \{n \in \mathbb{N} : n \text{ ist durch } 6 \text{ teilbar}\}$$

$$B := \{n \in \mathbb{N} : n \text{ ist durch } 2 \text{ teilbar und } n \text{ ist durch } 3 \text{ teilbar}\}$$

2. Liegt eine Aussage vor?

- (a) Österreich liegt am Meer.
- (b) Wie spät ist es?
- (c) Jede gerade Zahl ist durch 2 teilbar.
- (d)  $x$  ist durch 2 teilbar.

3. Formulieren Sie die folgende Aussage mit Hilfe von logischen Verknüpfungen: „Betreten des Rasens und Blumenpflücken verboten!“

4. Aussage  $a$ : „Die Erde hat zwei Monde.“ Aussage  $b$ : „Hamburg liegt in Deutschland.“ Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

- (a)  $a \wedge b$
- (b)  $a \vee b$
- (c)  $a \text{ xor } b$

5. Verneinen Sie die folgenden Aussagen:

- (a) Alle Katzen sind gute Mäusejäger.
- (b) Es gibt einen Matrosen, der schwimmen kann.
- (c) Für alle  $x$  gilt:  $x < 3$
- (d) Für alle  $x$  und alle  $y$  gilt:  $x^2 + y^2 = 4$

6.  $a$ ,  $b$  und  $c$  seien Aussagen. Zeigen Sie mit Hilfe des Wahrheitstafelverfahrens:

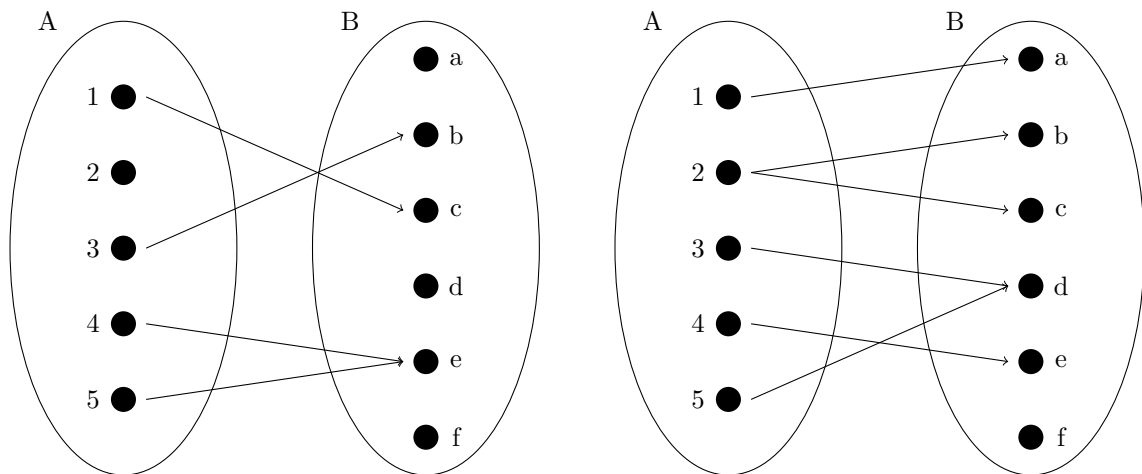
- (a)  $(a \wedge (b \wedge c)) \rightarrow (a \wedge b)$
- (b)  $(\neg a \vee b) \leftrightarrow (a \rightarrow b)$

7. Aussageform  $a(n)$ : „ $n$  ist durch 4 teilbar.“ Aussageform  $b(n)$ : „ $n$  ist eine gerade Zahl.“ Was trifft für alle natürlichen Zahlen  $n$  zu?

- (a)  $a(n) \Rightarrow b(n)$
- (b)  $b(n) \Rightarrow a(n)$
- (c)  $a(n) \Leftrightarrow b(n)$
- (d)  $\neg b(n) \Rightarrow a(n)$

## B: Hausaufgaben zum 27. und 28. Oktober 2016

- Gegeben seien die Mengen  $A := \{n \in \mathbb{N} : n > 3\}$ ,  $B := \{n \in \mathbb{N} : n \text{ ist durch } 14 \text{ teilbar}\}$  und  $C := \{n \in \mathbb{N} : n > 5, n \text{ ist durch } 7 \text{ teilbar und } n \text{ ist gerade}\}$ . Beweisen oder widerlegen Sie:
  - $A \subseteq B$
  - $B \subseteq A$
  - $C \subseteq A$
  - $B = C$
- Ist in den folgenden Sätzen vermutlich einschließendes ( $\vee$ ) oder ausschließendes oder ( $\text{xor}$ ) gemeint?
  - Du kommst vor Mitternacht nach Hause oder Du hast eine Woche Fernsehverbot.
  - Morgen oder übermorgen kann es schneien.
  - Morgen oder übermorgen ist Montag.
  - Kopf oder Zahl?
- Sei  $M$  eine Menge und  $A, B \subseteq M$ . Zeigen Sie mit Hilfe des Wahrheitstafelverfahrens die Gleichung  $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ . Das Komplement ist hier bezüglich  $M$  gemeint.
- Es  $M = \{a, b, c\}$ . Geben Sie die Potenzmenge  $\mathcal{P}(M)$  an.
- Für die Mengen  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  und  $B = \{a, b, c, d, e, f\}$  betrachten wir die folgenden Pfeildia-gramme:



- Stellen diese Diagramme Funktionen  $f : A \rightarrow B$  dar? Was muss gegebenenfalls geändert werden, damit Funktionen  $f : A \rightarrow B$  dargestellt werden?
- Was muss geändert werden, damit injektive Funktionen dargestellt werden?
- Kann man die Pfeile so abändern, dass surjektive Funktionen dargestellt werden?
- Von der Funktion  $f : A \rightarrow B$  sei bekannt, dass  $f(1) = a$ ,  $f(2) = b$ ,  $f(3) = e$  und  $f(5) = f$  gelten. Wie kann  $f(4)$  gewählt werden, damit  $f$  injektiv wird?
- Wie kann  $f(4)$  gewählt werden, damit  $f$  nicht injektiv wird?