Pfannkuche / Wurth WS 2006/2007

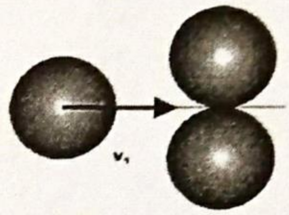
Aufgabe 1 **(Impuls)** **(5+5+5+5=20 Punkte)**

Ein Ball (Masse $m = 500\text{g}$, Geschwindigkeit $v_1 = 20\frac{\text{m}}{\text{s}}$) trifft senkrecht auf eine harte Wand (Masse $M \to \infty$).

(a) Wie groß ist die Geschwindigkeit v_1' des Balls nach einem elastischen Aufprall? Welcher Impuls wird auf die Wand übertragen?

(b) Geben Sie den Energieverlust Q an, wenn $v_1' = -\frac{1}{2}v_1$?

(c) Der selbe Ball trifft auf zwei ruhende Bälle, die die gleiche Masse und Größe, wie der erste Ball haben. Vor dem Stoß sollen die beiden ruhenden Bälle sich berühren (s. Zeichnung). Nach dem Stoss fliegen die beiden zunächst ruhenden Bälle unter einem Winkel von 60° auseinander. Warum?



Aufgabe 2 **(Rotation)** **(5+5+5=15 Punkte)**

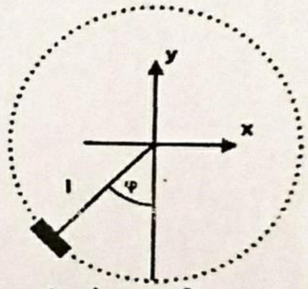
Eine Schaukel ($m = 100$ kg, Länge der Seile $l = 3\text{m}$) wird um $\varphi = 60°$ aus der Senkrechten ausgelenkt und losgelassen.

$(\cos(60°) = 0.5; \sin(60°) = \frac{1}{2}\sqrt{3} \approx 0.87)$

(a) Geben Sie das Drehmoment an, das auf die Schaukel wirkt (Betrag und Richtung).

(b) Geben Sie die potentielle Energie und die Rotationsenergie der Schaukel als Funktion des Winkels $\varphi(t)$ an.

(c) Wie hoch müsste die Geschwindigkeit der Schaukel im tiefsten Punkt sein, damit ein Überschlag (Drehung um 360°) möglich wird?



Aufgabe 3 **(Konservative Kräfte, Scheinkräfte)** **(5+5+5+5=20 Punkte)**

(a) Wann ist ein Kraftfeld konservativ? Welcher Erhaltungssatz gilt für konservative Kraftfelder und wie lautet dieser?

(b) Betrachten Sie das Kraftfeld $\vec{F}(\vec{r}) = A(-y\hat{e}_x + x\hat{e}_y)$ $(\vec{r} = (x, y))$. Zeigen Sie, dass dies Kraftfeld nicht konservativ ist. Hinweis: Kreisförmiger Weg mit Radius $R = 1$ um den Ursprung.

(c) In beschleunigten Bezugssystemen treten Scheinkräfte auf. Nennen Sie drei der Ihnen bekannten Scheinkräfte. Geben Sie an, in welchen Bezugssystemen sie auftreten und welcher Formel sie gehorchen.

(d) Zeigen Sie, dass die eindimensionale Bewegungsgleichung eines Federpendels unter der Galilei-Transformation $x' = x + v_0 t$ invariant bleibt. Hinweis: Welche Auslenkung ist für die Federkraft wichtig?

Aufgabe 4 **(Simulierter Bungee-Jump)** **(2+8+5=15 Punkte))**

Wir betrachten die Bewegung, die nach dem freien Fall einsetzt. Zu diesem Zeitpunkt ($t = 0$) befindet sich der Körper der Masse m am Ort $z_0 = 0$ an einer ungespannten Feder mit Federkonstante k und hat eine Geschwindigkeit $v(0) = -v_0$. Ab diesem Zeitpunkt wirken drei Kräfte auf ihn: die abwärts gerichtete Gravitationskraft $-mg$, die der Bewegung entgegengesetzte Reibungskraft $-\alpha v$ und die ebenfalls der Bewegung entgegengesetzte Rückstellkraft der Feder $-kz$.

(a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf.

(b) Lösen Sie die inhomogene Bewegungsgleichung für den Fall $\left(\frac{\alpha}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m} < 0$ und skizzieren Sie die sich ergebenden Lösungen $z(t)$ und $v(t)$. (Anfangsbedingungen beachten!)

(c) Geben Sie für den Fall $\left(\frac{\alpha}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m} = 0$ (aperiodischer Grenzfall) zwei Fundamentallösungen an.

13

Aufgabe 5 **(Stehende Welle)** **(5+5+5=15 Punkte)**

(a) Welche Wellenlänge hat die Grundschwingung einer Violinsaite von 22cm Länge?

(b) Berechnen Sie die Wellengeschwindigkeit auf dieser Saite, wenn ihre Grundfrequenz 1kHz beträgt.

(c) Welche Wellenlänge hat die Schallwelle, die dieser Grundschwingung entspricht?

a)  $L_1 = \frac{1}{2}\lambda \Rightarrow \lambda = 44\,\text{cm}$

5

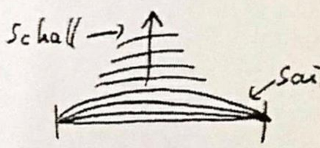
b) $\omega = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot v \Leftrightarrow v = \frac{\omega \cdot \lambda}{2\pi}$ / $\omega = 1000\,\text{Hz}$

3

$\Rightarrow v = \frac{1000 \cdot 0{,}44}{2\pi} = \frac{220}{\pi}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \overset{\pi \doteq 3}{\approx} 73{,}333\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

c) Die Schallwelle hat ihre Maxima und Minima der Luftdichte in Bewegungsrichtung.

5



Während die Saite einmal schwingt, hat sich der Schall um $c \cdot T$ weiterbewegt. T ist hier $\frac{1}{\omega}$, also $\frac{1}{1000}$ s.
Nach einem T von $\frac{1}{1000}$ s ist die Schallwelle um $\frac{1}{1000} \cdot 330\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ weiter: 0,33 m.
Dann wird durch die Saite eine neue Luftschwingung erzeugt.
Die Wellenlänge der Schallwelle ist also jenes Δs des Schalls während einer Schwingung: 0,33m.

<

Aufgabe 6 **(Phasenumwandlung)** **(5+5+5=15 Punkte)**

Einem mit einem 3kg schweren Eisblock (T=0°C) gefüllten Topf wird unter Normalbedingungen über eine Herdplatte eine Wärmeleistung von 2000 Watt zugeführt. Wie lange dauert es vom Zeitpunkt des Einschaltens bis

(a) das Eis geschmolzen ist?

(b) alles Wasser verdampft ist?

(c) Welches Volumen nimmt die so erzeugte Dampfmenge bei der Siedetemperatur ein, wenn man das Verhalten eines idealen Gases annimmt?

(Energieverluste und die Masse des Topfes seien vernachlässigt,
c(Wasser) = 4,2 kJ/(kg K); Λ_V(Wasser)=2250 kJ/kg; Λ_S(Eis) = 334kJ/kg; 1 Mol H_2O = 18g)