KAPITEL 1

$$z_{n+1} = z_n + f(n, z_n)$$

n: DISKRETER ZEITPUNKT

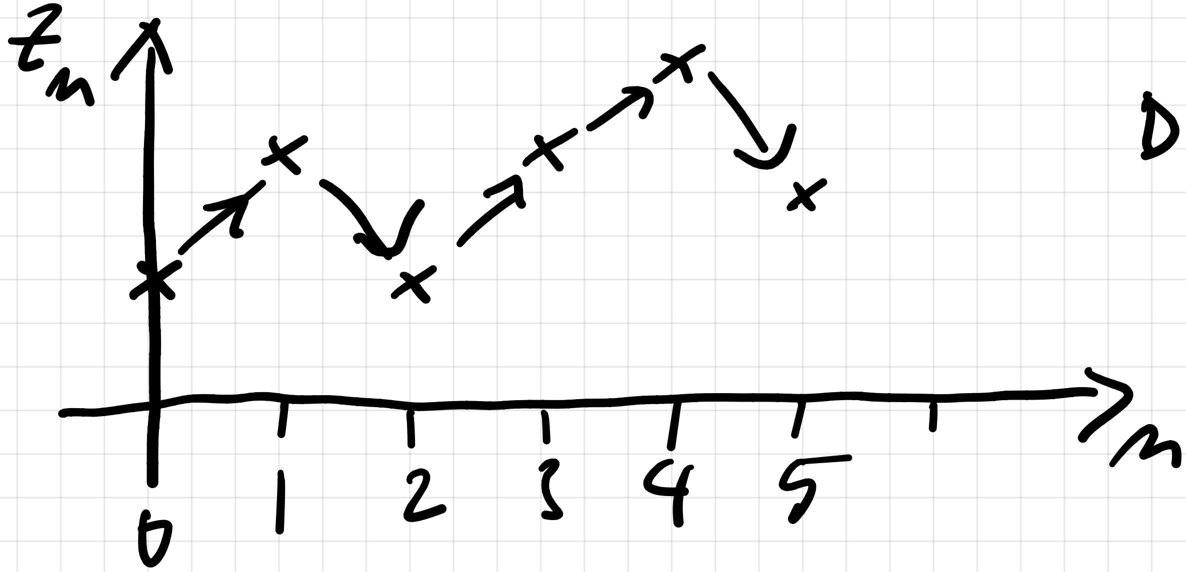
z_n: ZUSTAND ZUM ZEITPUNKT n

HIER: $z_n \in \mathbb{R}$

ZUSTANDSÄNDERUNG: $z_{n+1} - z_n$ TRITT AUF,
WENN $f(n, z_n) \neq 0$

DETERMINISMUS: KÖNNEN z_{n+1} EINDEUTIG AUS DEM ZUSTAND z_n BESTIMMEN KÖNNEN

$\Rightarrow$ z_{n+2} AUS z_{n+1} $\Rightarrow$ z_{n+3} AUS z_{n+2} $\Rightarrow$ ...



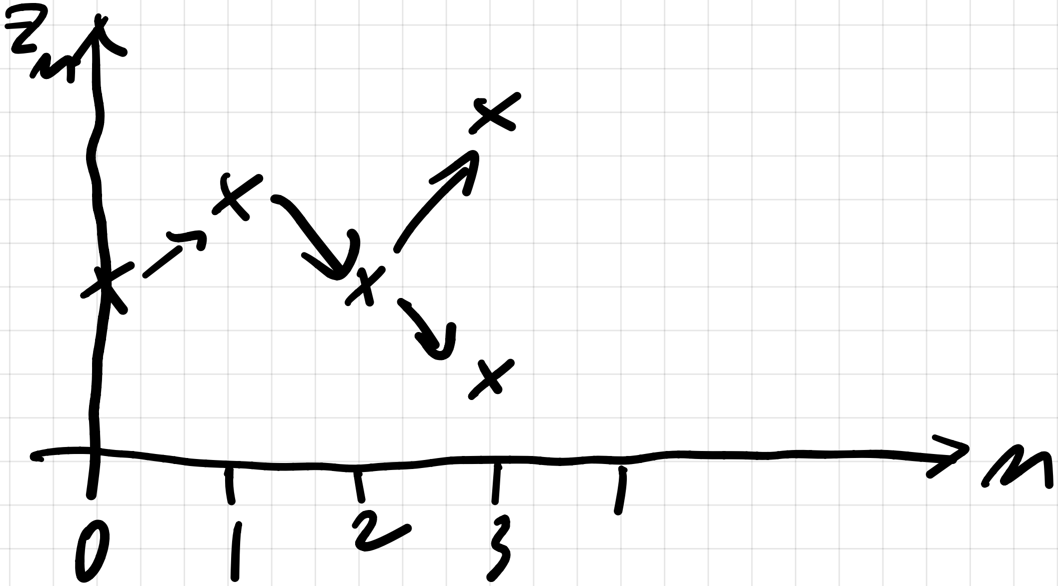
DETERMINISTISCH

= ZUKUNFT KANN EINDEUTIG VORHERGESAGT

ANNAHME IN KLASSISCHER PHYSIK:

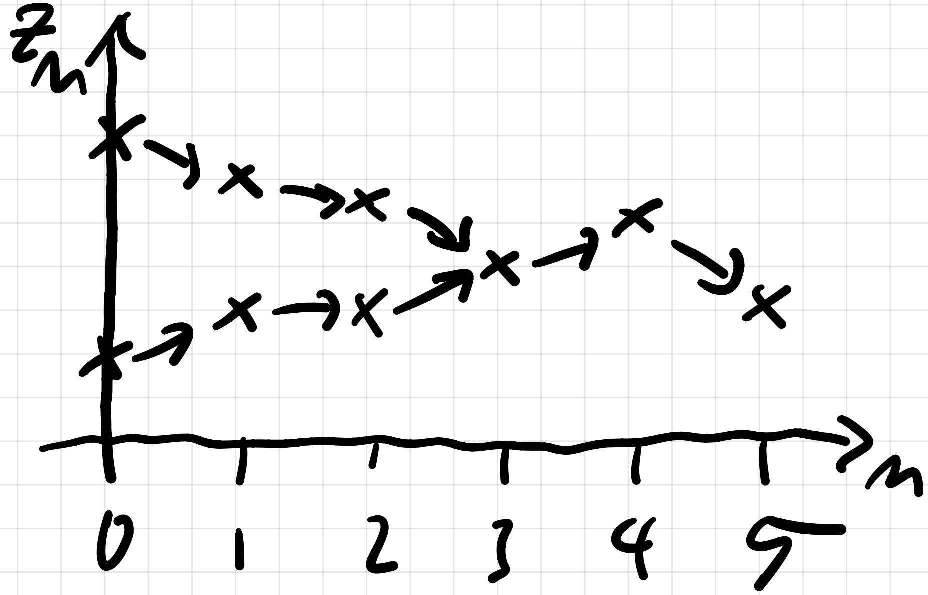
z_n IST MESSBAR

NICHT DET.



$$z_{n+1} = z_n + f(n, z_n)$$

IST FOLGENDE SITUATION DET. ?



BETRACHTEN ZWEI VERSCHIEDENE z_0

DEFINITIV DET.

IST DIES REVERSIBEL?

NICHT REVERSIBEL, DA z_3 KEINE EINDEUTIGE VERGANGENHEIT

SCHLUSS: DET. UND REVERSIBLES DYNAM. GESETZ $\Rightarrow$ ZUSTANDSTRAJ. MIT UNTERSCHIEDL. z_0 KÖNNEN NIE DAS GLEICHE z_n ANNEHMEN ZUM GLEICHEN n

BEISPIEL: LOGISTISCHE GL.

$$\boxed{z_{n+1} = r\, z_n (1 - z_n)}$$

$$\Leftrightarrow z_{n+1} = z_n + \underbrace{r z_n (1-z_n) - z_n}_{f(z_n)}$$

$z_n \in [0,1] \Rightarrow r \in [0,4]$ (z_{n+1} DARF NICHT AUS $[0,1]$ RAUSFALLEN)

IST LOG. GL. REVERSIBEL?

$$\underset{r\neq 0}{\Rightarrow} \underbrace{z_n(1-z_n)}_{z_n - z_n^2} = \frac{1}{r} z_{n+1} \Rightarrow z_n^2 - z_n + \underbrace{\frac{z_{n+1}}{r}}_{q} = 0$$

$$\Rightarrow z_n = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{z_{n+1}}{r}} \Rightarrow \text{NICHT REV.!}$$