Klausur - Physik I - WS 2004/05

am 16.02.2005

Modalitäten:
Es sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Name: Christoph Biell **Matr.-Nr.:** 5703178

Studienfach: Physik LAOAS

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Gesamt
max. Punkte	20	15	15	15	15	20	100
erzielte Punkte	19	9	8,5	8,5	4	6	55

1. Aufgabe: Ideales Gas (20 Punkte: 4+4+4+4+4)

Benutzen Sie – falls erforderlich – bei numerischen Rechnungen die Werte $k = 1,4 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$ für die Bolzmannkonstante und $N_a = 6 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1}$ für die Avogadrozahl.

a) In einem Behälter mit dem Volumen V befinde sich ein Gas aus zweiatomigen Molekülen. Temperatur und Druck seien bekannt.
Berechnen Sie die Anzahl der Moleküle des Gases im Volumen V !
Numerische Rechnung für $V = 1\,\mathrm{m}^3$, $p = 1,4 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$, $T = 500\,\mathrm{K}$.

b) Wie groß ist die mittlere kinetische Energie $\overline{E_{kin}} = \frac{1}{2}\, m\overline{v^2}$ der Moleküle? (m: Masse eines Moleküls)?

c) Wie groß ist die Innere Energie U eines Mols des Gases bei $V = 1\,\mathrm{m}^3$, $p = 1,4 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$, $T = 500\,\mathrm{K}$? (Formel und numerischer Wert!)
Wie ändert sich der Wert der Inneren Energie U, wenn sich der Druck bei gleich bleibender Temperatur verdoppelt?

○ U verdoppelt sich ⊗ U bleibt gleich ○ U halbiert sich

Begründung:

$U \sim T$, $T = \text{konst}$

d) Das Gas werde in einem Stirlingmotor als Arbeitsgas benutzt. Die isotherme Expansion des Arbeitsgases finde bei der Temperatur $T_1 = 500\,\mathrm{K}$ statt, die isotherme Kompression bei der Temperatur $T_2 = 300\,\mathrm{K}$.
Wie groß ist der Wirkungsgrad des Stirlingmotors?

e) Pro Arbeitszyklus werde vom Arbeitsgas bei der isothermen Kompression die Wärmemenge $Q_1 = 50\,\mathrm{Ws}$ aufgenommen. Pro Sekunde werden 10 Arbeitszyklen durchlaufen. Wie groß ist die mechanische Leistung des Motors? (Wirkungsgrad aus Teil d) übernehmen!)

1. a) $k = 1{,}4 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$; $N_A = 6 \cdot 10^{23} \cdot \frac{1}{mol}$

ges.: N

geg.: $V = 1 m^3$

$p = 1{,}4 \cdot 10^5$ Pa

$T = 500$ K

$p \cdot V = N \cdot k \cdot T$

$$N = \frac{p \cdot V}{k \cdot T} ✓ = \frac{1{,}4 \cdot 10^5 \cdot 1 \quad Pa \cdot m^3}{1{,}4 \cdot 10^{-23} \cdot 500 K \cdot \frac{J}{K}} = \frac{1 \cdot 10^5}{5 \cdot 10^{-21}}$$

$$= \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{10^{-16}} \text{ Teilchen f.}$$

3

b) ges.: $E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot \bar{v}^2 = \cancel{\frac{3}{2} k \cdot T}$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

$$(=) \; E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot \frac{3kT}{m} = \frac{3}{2} k \cdot T = \frac{3}{2} \cdot 1{,}4 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K} \cdot 500 K = 750 \cdot 1{,}4 \cdot 10^{-23} J$$

$$= 1050 \cdot 10^{-23} J \cong 1{,}05 \cdot 10^{-20} J$$

✓ 4

$N = 1 mol \cdot N_A$

c) ges.: U ; $\cancel{N = N_A}$

$f :=$ Anzahl d. Freiheitsgrade

↳ hier: 5 (2-atomig. Molekül)

$N :=$ Anzahl d. Moleküle

$$U = f \cdot \frac{1}{2} \cdot k \cdot T \cdot N$$

$$= \frac{5}{2} k \cdot T \cdot N_A$$

$$= \frac{5}{2} \cdot 1{,}4 \cdot 10^{-23} \cdot 500 \cdot 6 \cdot 10^{23} J = 8{,}4 \cdot 1250 J = 10500 J$$ ✓

4

d) Wirkungsgrad $\eta := \frac{T_1 - T_2}{T_1}$

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{500 - 300}{500} = \frac{2}{5}$$ ✓ 4

3. Aufgabe: Kepler'sche Gesetze (15 Punkte: 5+5+5)

a) Was ist der Grund dafür, dass sich die Planeten auf <u>ebenen</u> Bahnen bewegen?

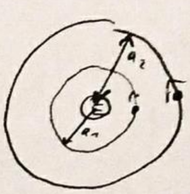
b) Wie können Sie entscheiden, ob ein Komet zum Sonnensystem gehört oder nicht? Welche Größen müssen Sie dazu kennen?

c) Zwei Satelliten befinden sich auf kreisförmigen Bahnen um die Erde. Der eine kreist in einem Abstand $a = R_E$ von der Erdoberfläche (R_E = Erdradius), der andere hat eine 8-fach größere Umlaufzeit. In welchem Abstand von der Erdoberfläche kreist der zweite Satellit?

3 a) Bei Planetenbewegungen ist der Drehimpuls eine Erhaltungsgröße. Dieser ist abhängig von der Ebene d. Planetenbewegung. Das bedeutet, dass die Ebene konstant ist, also ebenfalls eine Erhaltungsgröße ist. 4

c) $\frac{T^2}{r^3} = const$ $\qquad R_E \equiv 6500\ km \Rightarrow a_1 = 13000\ km$

$\frac{T^2}{a^3} = const$ $\qquad T_2 = 8\,T_1$



ges.: a_2

$\cancel{a^3 = T^2 \cdot \frac{1}{const}}$

$\cancel{a_2^3 = 64 \cdot T_1 \cdot \frac{1}{const}}$

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3} = \frac{64\,T_1^2}{a_2^3} \quad | : T_1^2$$

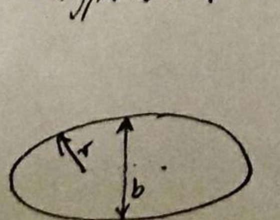
$$a_2^3 = 64 \cdot a_1^3 \quad | \sqrt[3]{\ }$$

$$\underline{\underline{a_2 = \sqrt[3]{64} \cdot 13000\ km}}$$ 3,5

b) Anhand des Bahnverlaufs, ob sie sich nahe der Sonne wie eine Hyperbel oder Parabel verhält.

Hyperbel: $\Rightarrow$ Komet gehört nicht zum Sonnensystem mehr. 1

Größen: a, b,



4. Aufgabe: Rollende Kugel (15 Punkte: 3+4+4+4)

Eine Vollkugel (Masse $m = 5\,\mathrm{kg}$, Radius r, Trägheitsmoment $J = \frac{2}{5}mr^2$) rollt eine schiefe Ebene (Länge s_0, Höhe h) herunter.

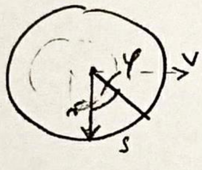
a) Geben Sie den Zusammenhang zwischen Schwerpunktsgeschwindigkeit und Drehung der Kugel an, wenn die Kugel rollt ohne zu gleiten.

b) Vergleichen Sie die Bewegung einer Hohlkugel gleicher Masse m mit der Vollkugel. Welche Kugel erreicht zuerst das Ende der schiefen Ebene, wenn beide gleichzeitig starten? (Begründung!)

c) Geben Sie die verschiedenen Beiträge zur Gesamtenergie an, wenn die Vollkugel auf der schiefen Ebene rollt.

d) Leiten Sie aus der Energieerhaltung die Bewegungsgleichung für die Bewegung des Schwerpunkts der Vollkugel ab und geben Sie die Lösung der Bewegungsgleichung an (Anfangsbedingungen bei $t = 0$: $v_0 = 0, h_0 = h$).

a)

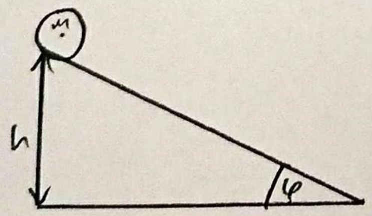


$s = r \cdot \varphi$ ✓

$\frac{ds}{dt} = v = r \cdot \dot{\varphi} = \underline{\underline{r \cdot \omega}}$ ✓ 3

b) Hohlkugel habe ein größeres Trägheitsmoment, weil der Massenradius größer als bei der Vollkugel ist ($m_1 = m_2$). Die Vollkugel kommt zuerst an, weil bei der Hohlkugel aufgrund des größeren J mehr E_{pot} in „Rotationsenergie" umgewandelt wird. ✓ 4

c)



$E_{ges}(t) = E_{pot}(t) + E_{kin}(t) + E_{Rotation}(t)$ ✓

$= m \cdot g \cdot h(t) + \frac{1}{2} m (v(t))^2 + \frac{1}{2} J (\omega(t))^2$ ✓

1,5

d)

0

5. Aufgabe: Potential und Arbeit (15 Punkte: 5+5+5)

Gegeben ist das Potential $V(r) = A\,r^2$, wobei A eine Konstante, $\vec{r} = (x, y, z)$ und $r = |\vec{r}|$ ist.

a) Berechnen Sie das von V erzeugte Kraftfeld.

b) Berechnen Sie die von der Kraft geleistete Arbeit als Linienintegral

$$\int_O^E \vec{F} \cdot d\vec{s} \qquad O = (0,0,0)$$

über einen geradlinigen Weg vom Ursprung O zum Punkt $E = (0, 0, 1)$.

c) Wie weit kommt ein Massenpunkt m, der vom Ursprung aus mit der Geschwindigkeit $\vec{v}_0$ in z-Richtung startet?

a) $\vec{F} = \vec{\nabla}(V(r)) = \vec{\nabla}(A \cdot r^2) = A \cdot \left(\frac{\partial r^2}{\partial x} e_x + \frac{\partial r^2}{\partial y} e_y + \frac{\partial r^2}{\partial z} e_z \right)$

$\left[r^2 = |\vec{r}|^2 = \left(\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)^2 = x^2+y^2+z^2 \right]$

$\underline{\underline{\vec{F}(r) = A \cdot (2x, 2y, 2z)}} = A(2x\, e_x + 2y\, e_y + 2z\, e_z)$ Vorzeichen. 4

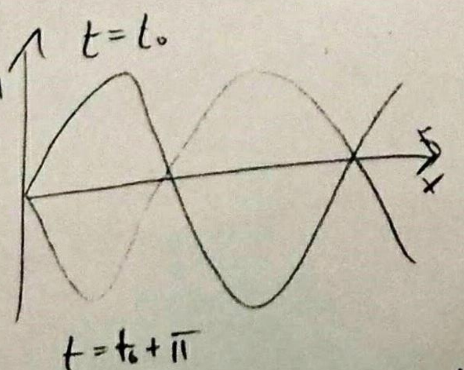
b) $W = \int_0^E \vec{F} \cdot d\vec{s} = A \cdot \int_0^1 2s \cdot d\vec{s} = A \cdot s^2 \Big|_0^1 = \underline{\underline{A}}$

Linienintegral. 0

c) Frage: Wann ist $E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 = W = \vec{F} \cdot d\vec{s}$

$dz = \frac{\frac{1}{2} m v^2}{\vec{F}} = \frac{\frac{1}{2} m v^2}{2z} = \frac{1}{4} m \cdot \frac{\dot{z}^2}{z}$ f. 0

6e)



(1)

$u_1 = A \cdot (\underset{\sim}{\omega_1} \cdot t - \underset{\sim}{k_1} x)$; $\Delta \omega = \pi$

$u_2 = A \cdot (\underset{\sim}{\omega_2} \cdot t + \underset{\sim}{k_2} x)$; $\Delta k = 0$

Wellen sind gegenläufig! richtig,

aber was bedeuten $\omega_1, \omega_2, k_1, k_2$??

[illegible] und ist A?

Rechnung?

c) Der Sender sende mit der Frequenz $f = 100\,\mathrm{Hz}$. Die Massendichte des Mediums sei $\rho = 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$. Wie groß ist die Energiedichte der Welle im Abstand $r = 1\,\mathrm{m}$ von dem Sender?

d) Wie groß ist die Geschwindigkeit der Welle?

e) Wie ändert sich die Energiedichte, wenn sich der Abstand vom Sender verdoppelt?

f) Wie ändert sich die Amplitude, wenn bei gleich bleibender Senderleistung die Frequenz verdoppelt wird?

6. Aufgabe: Kinetische Gastheorie und Diffusion eines Gases

Für die Diffusionskonstante eines Gases gilt: $D = \frac{1}{3} \cdot \Lambda \cdot \overline{v}$.

a) Erläutern Sie, was hierbei die Größen Λ und $\overline{v}$ bedeuten.

b) Wie hängt die Diffusionskonstante von der Temperatur des Gases ab?

c) Was für Moleküle diffundieren schneller, schwere oder leichte? (bitte ankreuzen!)

○ leichte Moleküle ⊗ schwere Moleküle

Begründen Sie Ihre Antwort in Stichworten!

d) Schätzen Sie die Diffusionskonstante von Stickstoff (N_2) ab.

Angaben hierzu:

Molekulargewicht von N_2:	28
Temperatur:	$T = 360\,\mathrm{K}$
Druck:	$p = 1,5 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$
Boltzmannkonstante:	$k \approx 1,4 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$
Atomare Masseneinheit:	$u \approx 1,5 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$

(Es ist gestattet, dass Sie für die mittlere Geschwindigkeit den Wert von v_{rms} nehmen.)

6. Aufgabe: Stehende Welle (20 Punkte: 4+4+4+4+4)

Eine stehende Welle auf der Saite eines Saiteninstrumentes werde beschrieben durch

$$u(x,t) = 0,5\ \text{cm} \cdot \sin(\frac{10^{-2}\pi}{\text{cm}} \cdot x) \cdot \cos(\frac{628}{\text{s}} \cdot t)$$

a) Berechnen Sie die Wellenzahl k und die Kreisfrequenz ω der Welle.

b) Wie groß ist die Entfernung zweier benachbarter Knoten auf der Saite und wie lang ist die Saite mindestens?
Wie groß ist die Zugkraft in der Saite, wenn die "Massenbelegung" (Masse pro Länge) $\rho_l = 0{,}01\,\text{g/cm}$ beträgt? (Formel und numerischer Wert!)

c) Berechnen Sie näherungsweise die kinetische Energie E_{kin}, die ein Saitenstück der Länge $\Delta x = 1\,\text{cm}$ am Ort eines Schwingungsbauches der stehenden Welle hat (nur Formel).

d) Wie groß ist die Gesamtenergie E_{ges} des Saitenstücks Δx? Begündung!

e) Die stehende Welle kann man durch Überlagerung von zwei Wellen erzeugen:

$$u(x,t) = u_1(x,t) + u_2(x,t).$$

Geben Sie $u_1(x,t)$ und $u_2(x,t)$ an!

a) $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ $\qquad$ $k = 10^{-2}\pi \cdot \frac{1}{\text{cm}}$ ✓ $\qquad$ 4

$\omega = 628 \cdot \frac{1}{s}$ ✓

$u_0 = 0{,}005\ \text{m}$

b) –

c) –

d) $E_{ges} \sim u_0^2$, weil dx im „Bauch" liegt und hier die Amplitude maximal ist. 1

richtig, aber wichtiger $E \sim v^2$