UHH Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

**Übungen zur Mathematik I für Studierende Informatik und Wirtschaftsinformatik (Diskrete Mathematik) im Wintersemester 2016/2017**

Fachbereich Mathematik, Stefan Geschke, Mathias Schacht

## A: Präsenzaufgaben am 10. und 11. November 2016

1. Zeigen Sie, dass ein Produkt $a \cdot b$ von ganzen Zahlen genau dann durch 2 teilbar ist, wenn $a$ oder $b$ durch zwei teilbar ist.

   Hinweis: Es ist nur zu zeigen, dass ein Produkt zweier ungerader Zahlen nicht durch zwei teilbar ist.

2. Diskutiere nocheinmal den Beweis der Irrationalität von $\sqrt{2}$

3. Man bestimme $\mathrm{ggT}(768, 216)$ mit Hilfe des euklidischen Algorithmus.

4. Man zeige, dass die Teilbarkeitsrelation $|$ auf den ganzen Zahlen reflexiv und transitiv ist.

## B: Hausaufgaben zum 17. und 18. November 2014

1. a) Zeigen Sie in derselben Weise wie in der 1. Präsenzaufgabe, dass ein Produkt $a \cdot b$ ganze Zahlen nur dann durch 3 teilbar ist, wenn einer der Faktoren durch drei teilbar ist.

   b) Zeigen Sie, dass $\sqrt{3}$ irrational ist.

   Hinweis: Wenn eine ganze Zahl $a$ nicht durch drei teilbar ist, dann ist sie entweder von der Form $3n + 1$ oder von der Form $3n + 2$, wobei $n$ eine ganze Zahl ist.

2. In der Vorlesung wurde die Menge $\mathbb{Z}$ aller ganzen Zahlen als Faktormenge $(\mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0)/\sim$ definiert, wobei für alle $(a, b), (a', b') \in \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0$ die Relation $(a, b) \sim (a', b')$ genau dann gilt, wenn $a+b' = a'+b$ ist.

   Für zwei Äquivalenzklassen $[(a, b)], [(c, d)] \in \mathbb{Z}$ wurde die Summe $[(a, b)] + [(c, d)]$ dann als die Äquivalenzklasse $[(a + c, b + d)]$ definiert. Zeigen sie, dass diese Addition überhaupt wohldefiniert ist.

   Hinweis: Zu zeigen ist, dass die Äquivalenzklasse $[(a+c, b+d)]$ nur von den Klassen $[(a, b)]$ und $[(c, d)]$ abhängt, nicht von $a, b, c, d$ selbst.

3. Zeigen Sie, dass $\sqrt{6}$ irrational ist. Benutzen Sie dazu die eindeutige Zerlegung von ganzen Zahlen in Primzahlen.

4. Bestimmen Sie $\mathrm{ggT}(3213, 234)$ mit dem euklidischen Algorithmus.

5. (a) Sind die folgenden Regeln richtig oder falsch? Begründen Sie Ihre Antwort.
      i. Aus $a_1 \,|\, b_1$ und $a_2 \,|\, b_2$ folgt $a_1 + a_2 \,|\, b_1 + b_2$.
      ii. Aus $a \,|\, b_1$ und $a \,|\, b_2$ folgt $a \,|\, b_1 + b_2$.
      iii. Aus $a \,|\, b_1$ und $a \,|\, b_2$ folgt $a \,|\, b_1 - b_2$.

   (b) Zeigen Sie, dass die Teilbarkeitsrelation $|$ auf $\mathbb{N}_0$ antisymmetrisch ist, auf $\mathbb{Z}$ jedoch nicht.