



УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

ФГАОУ ВО «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

ФАКУЛЬТЕТ ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ И КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНИКИ

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Расчетная работа №1

Вариант 8

Лабушев Тимофей

Группа Р3302

Санкт-Петербург

2019

Симплекс-метод

$$f = 0.1x_1 + 0.075x_2 \rightarrow \min$$

Приведем задачу к каноническому виду, введя дополнительные переменные x_3, x_4, x_5 :

$$\begin{cases} x_2 - x_3 = 3 \\ 3x_1 + 2.67x_2 - x_4 = 27 \\ x_1 + 2.27x_2 - x_5 = 16 \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, 5} \end{cases}$$

Применим метод искусственного базиса. Для этого введем переменные y_1, y_2, y_3 :

$$\begin{cases} x_2 - x_3 + y_1 = 3 \\ 3x_1 + 2.67x_2 - x_4 + y_2 = 27 \\ x_1 + 2.27x_2 - x_5 + y_3 = 16 \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, 5} \\ y_j \geq 0, \quad j = \overline{1, 3} \end{cases}$$

Будем решать вспомогательную задачу $W = y_1 + y_2 + y_3 \rightarrow \min$.

$$\begin{aligned} y_1 &= -x_2 + x_3 + 3 \\ y_2 &= -3x_1 - 2.67x_2 + x_4 + 27 \\ y_3 &= -x_1 - 2.27x_2 + x_5 + 16 \\ W &= -4x_1 - 5.94x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + 46 \end{aligned}$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	δ
y_1	0	-1	1	0	0	3
y_2	-3	-2.67	0	1	0	27
y_3	-1	-2.27	0	0	1	16
W	-4	-5.94	1	1	1	46

Выберем наибольшую по модулю отрицательную δ : x_2 . При увеличении x_2 быстрее всего до нуля доходит y_1 — поменяем их местами.

$$\begin{aligned} x_2 &= -y_1 + x_3 + 3 \\ y_2 &= -3x_1 - 2.67x_3 + x_4 + 2.67y_1 + 18.99 \\ y_3 &= -x_1 - 2.27x_3 + x_5 + 2.27y_1 + 9.19 \\ W &= -4x_1 - 4.94x_3 + x_4 + x_5 + 5.94y_1 + 28.18 \end{aligned}$$

	x_1	y_1	x_3	x_4	x_5	δ
x_2	0	-1	1	0	0	3
y_2	-3	2.67	-2.67	1	0	18.99
y_3	-1	2.27	-2.27	0	1	9.19
W	-4	5.94	-4.94	1	1	28.18

Выберем наибольшую по модулю отрицательную δ : x_3 . При увеличении x_3 быстрее всего до нуля доходит y_3 — поменяем их местами.

$$\begin{aligned}
x_3 &= -0.44x_1 + 0.44x_5 + y_1 - 0.44y_3 + 4.05 \\
x_2 &= -0.44x_1 + 0.44x_5 - 0.44y_3 + 7.05 \\
y_2 &= -1.8252x_1 + x_4 - 1.1748x_5 + 1.1748y_3 + 8.1765 \\
W &= -1.8264x_1 + x_4 - 1.1736x_5 + y_1 + 2.1736y_3 + 8.173
\end{aligned}$$

	x_1	y_1	y_3	x_4	x_5	δ
x_2	-0.44	0	-0.44	0	0.44	7.05
y_2	-1.8252	0	1.1748	1	-1.1748	8.1765
x_3	-0.44	1	-0.44	0	0.44	4.05
W	-1.8264	1	2.1736	1	-1.1736	8.173

Выберем наибольшую по модулю отрицательную δ : x_1 . При увеличении x_1 быстрее всего до нуля доходит y_2 — поменяем их местами.

$$\begin{aligned}
x_1 &= 0.548x_4 - 0.644x_5 - 0.548y_2 + 0.644y_3 + 4.48 \\
x_3 &= -0.241x_4 + 0.723x_5 + y_1 + 0.241y_2 - 0.723y_3 + 2.079 \\
x_2 &= -0.241x_4 + 0.723x_5 + 0.241y_2 - 0.723y_3 + 5.079 \\
W &= y_1 + y_2 + y_3
\end{aligned}$$

	y_2	y_1	y_3	x_4	x_5	δ
x_2	0.241	0	-0.723	-0.241	0.723	5.079
x_1	-0.548	0	0.644	0.548	-0.644	4.48
x_3	0.241	1	-0.724	-0.241	0.723	2.079
W	1	1	1	0	0	0

Критерий оптимальности выполнен: все $\delta \geq 0$. Вспомогательная задача решена. Вернемся к исходной задаче, удалив вспомогательные переменные y_1, y_2, y_3 :

$$\begin{aligned}
x_1 &= 0.548x_4 - 0.644x_5 + 4.48 \\
x_2 &= -0.241x_4 + 0.723x_5 + 5.079 \\
x_3 &= -0.241x_4 + 0.723x_5 + 2.079 \\
f &= 0.1x_1 + 0.075x_2 = 0.0367x_4 - 0.0102x_5 + 0.8289
\end{aligned}$$

	x_4	x_5	δ
x_1	0.548	-0.644	4.48
x_2	-0.241	0.723	5.079
x_3	-0.241	0.723	2.079
$-f$	-0.0367	0.0102	-0.8289

Полученное решение неоптимально: коэффициенты при свободных переменных в индексной строке отрицательные. Для получения опорного плана перейдем к новой таблице. Выберем наибольшую положительную δ : x_5 . При увеличении x_5 быстрее всего до нуля доходит x_1 — поменяем их местами.

$$\begin{aligned}
 x_5 &= -1.553x_1 + 0.85x_4 + 6.956 \\
 x_2 &= -1.123x_1 + 0.374x_4 + 10.108 \\
 x_3 &= -1.123x_1 + 0.374x_4 + 7.108 \\
 f &= 0.0158x_1 + 0.028x_4 + 0.758
 \end{aligned}$$

	x_4	x_1	δ
x_5	0.85	-1.553	6.956
x_2	0.374	-1.123	10.108
x_3	0.374	-1.123	7.108
$-f$	-0.028	-0.0158	-0.758

Оптимальное решение найдено:

$$x_1^* = 0, \quad x_2^* = 10.108, \quad f^* \approx 0.758$$