



УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

ФГАОУ ВО «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

ФАКУЛЬТЕТ ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ И КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНИКИ

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Расчетная работа №2

Вариант 8

Лабушев Тимофей

Группа Р3302

Санкт-Петербург

2019

Условие задачи

Дана транспортная сеть, состоящая из 7 вершин, связи между которыми заданы с помощью матрицы инцидентности. Найти оптимальный грузопоток.

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Интенсивности источников и потребителей:

$$d_1 = 17, d_2 = 19, d_3 = d_4 = 0, d_5 = -8, d_6 = -12, d_7 = -16$$

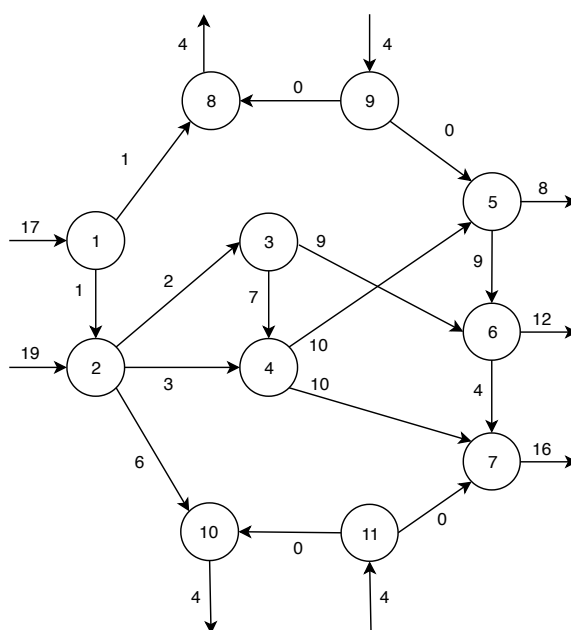
$$r_{15} = 4, r_{27} = 4$$

Матрица промежуточных расходов:

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Сеть с ограничениями:

i	d_i	(i, j)	C_{ij}	r_{ij}
1	11	(1,2)	1	-
		(1,5)	1	4
2	19	(2,3)	2	-
		(2,4)	3	-
		(2,7)	6	4
3	0	(3,4)	7	-
		(3,6)	9	-
4	0	(4,5)	10	-
		(4,7)	10	-
5	-8	(5,6)	9	-
6	-12	(6,7)	4	-
7	-16	-	-	-



Решение

Найдем кратчайшие пути:

(1,2): 1	(1,8): 1	
(2,3): 3	(2,4): 4	(2,10): 7
(3,4): 10	(3,6): 12	
(4,5): 14	(4,7): 14	
(5,6): 23		
(6,7): 27		

1-5: 1,2,4,5 (14)
 1-6: 1,2,3,6 (12)
 1-7: 1,2,4,7 (14)
 1-8: 1,8 (1)
 1-10: 1,2,10 (7)

(2,3): 2	(2,4): 3	(2,10): 6
(3,4): 9	(3,6): 11	
(4,5): 13	(4,7): 13	
(5,6): 22		
(6,7): 17		

2-5: 2,4,5 (13)
 2-6: 2,3,6 (11)
 2-7: 2,4,7 (13)
 2-8: -
 2-10: 2,10 (6)

(9,5): 0	(9,8): 0
(5,6): 9	
(6,7): 13	

9-5: 9,5 (0)
 9-6: 9,5,6 (9)
 9-7: 9,5,6,7 (13)
 9-8: 9,8 (0)
 9-10: -

(11,7): 0
(11,10): 0

11-5: -
 11-6: -
 11-7: 11,7 (0)
 11-8: -
 11-10: 11,10 (0)

Построим опорный план:

	5	6	7	8	10						
1	14 ₁	12	14 ₁₂	1 ₄	7	17	17	13	13	13	0
2	13 ₃	11 ₁₂	13	-	6 ₄	19	19	19	15	0	
9	0 ₄	9	13	0	-	4	0				
11	-	-	0 ₄	-	0	4	0				
	8	12	16	4	4						
	4	12	12	4	4						
	4	12	12	0	4						
	4	12	12		0						
	1	0	12								
	0		0								

Полученный базис:

	v1	v2	v3	v4	v5
u1	1		12	4	
u2	3	12			4
u3	4				
u4			4		

Проверим оптимальность полученного опорного плана:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1 + v_1 = 14 \\ u_2 + v_1 = 13 \\ u_2 + v_2 = 11 \\ u_2 + v_5 = 6 \\ u_3 + v_1 = 0 \\ u_1 + v_3 = 14 \\ u_4 + v_3 = 0 \\ u_1 + v_4 = 1 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} u_1 = 0 \\ u_2 = -1 \\ u_3 = -14 \\ u_4 = -14 \\ v_1 = 14 \\ v_2 = 12 \\ v_3 = 14 \\ v_4 = 1 \\ v_5 = 7 \end{array} \right.$$

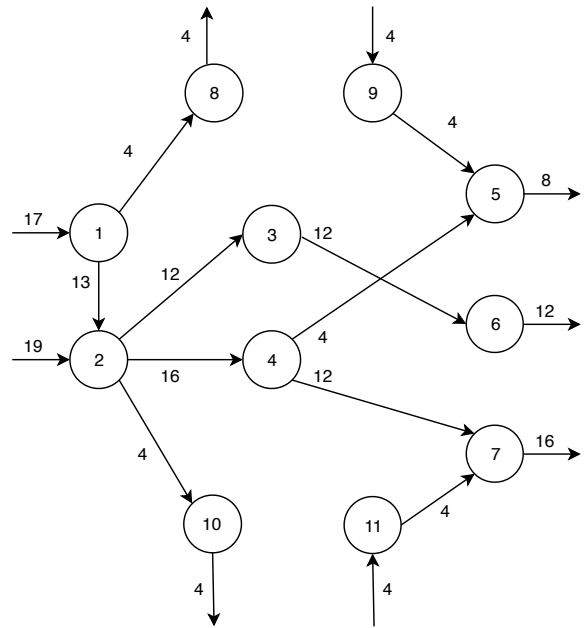
	5	6	7	8	10	u
1	14	12 ₀	14	1	7 ₀	0
2	13	11	13 ₀	-	6	-1
3	0	9 ₋₁₁	13 ₋₁₃	0 ₋₁₃	-	-14
4	-	-	0	-	0 ₋₇	-14
v	14	12	14	1	7	

Опорный план является оптимальным ($u_{ij} + v_{ij} - C_{ij} \leq 0$, $i = \overline{1,4}$, $j = \overline{1,5}$).

$$F = 1 \cdot 14 + 12 \cdot 14 + 4 \cdot 1 + 3 \cdot 13 + 12 \cdot 11 + 4 \cdot 6 + 4 \cdot 0 + 4 \cdot 0 = 381$$

Найдем оптимальный грузопоток:

1-5: 1,2,4,5 (1)
 1-7: 1,2,4,7 (12)
 1-8: 1,8 (4)
 2-5: 2,4,5 (3)
 2-6: 2,3,6 (12)
 2-10: 2,10 (4)
 9-5: 9,5 (4)
 11-7: 11,7 (4)



Ответ

$$F = 381$$

Оптимальный грузопоток:

