

$$\begin{aligned}
Q &= \{q_0, q_1\}, \Sigma = \{0, 1\}, \Gamma = \{A, Z_0\}, \\
\delta(q_0, 0, Z_0) &= \{(q_0, AZ_0)\}, \delta(q_0, 1, A) = \{(q_1, \varepsilon)\}, \\
\delta(q_1, 1, A) &= \{(q_1, \varepsilon)\}, \delta(q_1, 1, Z_0) = \{(q_1, \varepsilon)\}.
\end{aligned}$$

この  $M$  に対して、文脈自由文法  $G = \langle N, \Sigma, P, S \rangle$  を以下のように構成する。

まず、終端記号の集合  $\Sigma$  は、 $M$  の入力アルファベット  $\{0, 1\}$  である。非終端記号には開始記号  $S$  があるほか、2つの状態  $q, \hat{q} \in Q$  とスタック記号  $A \in \Gamma$  から記号  $[qA\hat{q}]$  をつくり、これを  $G$  の一つの非終端記号とする。おおまかにいうと、これは、「現在の状態が  $q$  でスタックトップの記号が  $A$  の様相から、その  $A$  をポップした直後の状態が  $\hat{q}$  になるまでの計算で  $M$  が読んだ入力記号列」という意味をもつ。

語  $w$  の受理計算では、定義から、NPDA は  $w$  を左から1記号ずつ読む。その動作に鑑み、また、グライバッハ標準形での語の最左導出では左から順に終端記号が定まっていくことに着目し、以下のように生成規則をつくる。

- (i) 生成規則  $S \rightarrow [q_0Z_0q]$  をすべての  $q \in Q$  に対してつくる。上記  $M$  の場合は  $Q = \{q_0, q_1\}$  なので、 $S \rightarrow [q_0Z_0q_0]$ ,  $S \rightarrow [q_0Z_0q_1]$  の二つとなる。
- (ii<sub>a</sub>) NPDA  $M$  の状態遷移関数  $\delta$  に対し、

$$(q', B_1B_2 \cdots B_k) \in \delta(q, a, A), \quad q, q' \in Q, a \in \Sigma, A, B_1, \dots, B_k \in \Gamma \quad (\star)$$

のとき、生成規則

$$[qAq^{(k)}] \rightarrow a[q'B_1q^{(1)}][q^{(1)}B_2q^{(2)}] \cdots [q^{(k-1)}B_kq^{(k)}]$$

をすべての  $q^{(1)}, \dots, q^{(k)} \in Q$  に対してつくる。語  $w$  を受理する  $M$  の計算の途中で、スタックトップに  $B_1 \cdots B_k$  が積まれていたら、以降の計算で  $B_1, \dots, B_k$  はすべてポップされる。それに注意すると、 $\delta(q, a, A) \ni (q', B_1 \cdots B_k)$  であるとき、状態  $q$  で入力記号が  $a$ ・スタックトップが  $A$  の様相からの計算で、 $B_k$  がポップされる（直後の状態が  $q^{(k)}$ ）までに  $M$  が読み進む語は、記号  $a$  と、状態  $q'$  でスタックトップが  $B_1$  の様相から  $B_1$  がポップされる（直後の状態が  $q^{(1)}$ ）までに読む語と、 $\dots$ 、状態  $q^{(k-1)}$  でスタックトップが  $B_k$  の様相から  $B_k$  がポップされる（直後の状態が  $q^{(k)}$ ）までに読む語、の接続であることがわかる。上記生成規則はこれを反映している。

- (ii<sub>b</sub>) また、 $(q', \varepsilon) \in \delta(q, a, A)$  のときには、以下を生成規則にくわえる：

$$[qAq'] \rightarrow a.$$

上の (i) と (ii) を  $M$  にあてはめると、まず、 $\delta(q_0, 0, Z_0) = \{(q_0, AZ_0)\}$  であるので、