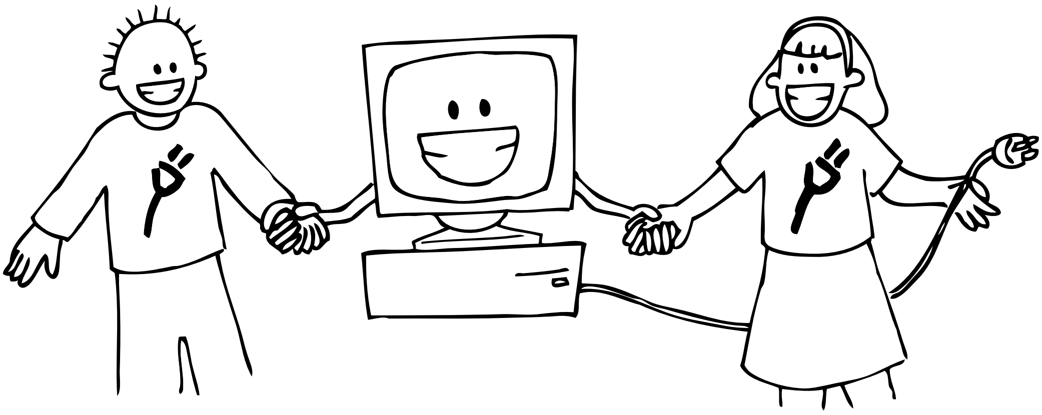
Računalništvo brez računalnika



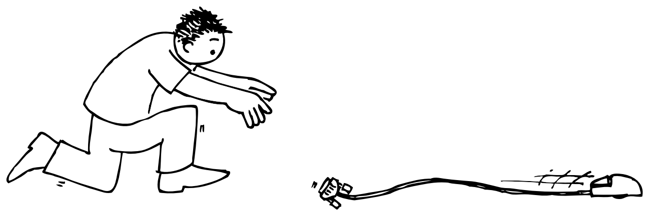
Tim Bell, Ian H. Witten, Mike Fellows

Priredba za pouk
Robyn Adams in Jane McKenzie

Prevod in priredba
Janez Demšar

Pregled
Irena Demšar

Ilustracije
Matt Powell



Uvod

Tri leta stari uvod izvirnika se (v prevodu) začne takole: "*Računalniki so povsod. Vsi se jih moramo naučiti uporabljati in mnogi jih uporabljamo vsak dan.*" To je iz leta v leto manj in bolj res hkrati. Računalniki so že *tako povsod*, da jih niti ne opazimo več. Vsi jih uporabljamo vsak dan, ne da bi se jih morali učiti uporabljati, saj sploh ne vemo, da delamo z njimi. Na nas prežijo v mikrovalovni pečici, štedilniku, pralnem in pomivalnem stroju ter pametnejšem hladilniku; skrivajo se po vseh kotih avtomobila; s seboj jih nosimo v urah, telefonih in iPadih; vdelani so v kreditne kartice.

Prav zaradi nenavadnega načina, na katerega je začetek izvirnega uvoda zastarel, pa bi nas morala še toliko bolj pritegniti vprašanja, s katerimi se nadaljuje. Kako računalniki delujejo? Kako razmišljajo? Kako jih ljudje pripravijo do tega, da so vedno manjši in delujejo vedno hitreje? Računalniška znanost je fascinantna disciplina, ki se ukvarja s temi vprašanji. Preproste in zabavne aktivnosti v tej knjigi, primerne za različno stare osnovnošolce (v primerni preobleki pa tudi za starejše) predstavijo osnovne prvine računalništva – ne da bi pri tem uporabljali računalnike!

Knjigo je mogoče uporabiti za krožke in podobne aktivnosti kot tudi pri pouku. Za njihovo izvajanje učitelju ni potrebno imeti računalniške izobrazbe. Seveda pa ne škodi, če ve tudi nekaj o ozadju, zato smo se ga v knjigi potrudili predsatviti.

Veliko aktivnosti je povezanih z matematiko. Vse so zasnovane tako, da otroci ustvarjalno iščejo rešitve problemov, jih družno rešujejo – ali pa jih zastavljajo eden drugemu. Veliko aktivnosti lahko izvajamo na prostem ali v telovadnici.

Knjigo spremljajo spletni viri. Slovenske strani, vidra.fri.uni-lj.si vsebujejo material iz te knjige, razdeljen na učne priprave, učne liste in druge pole za vsako posamezno aktivnost. V takšni obliki ga je verjetno bolj praktično uporabljati. Na straneh csunplugged.org pa lahko poleg originala v angleškem jeziku (in prevodov v veliko drugih), najdete tudi veliko drugega materiala, video posnetke in fotografije, pa še nekaj dodatnih, manj dodelanih aktivnosti, ki jih nismo prevajali.

Izvirnik so napisali trije univerzitetni predavatelji s področja računalništva in dva učitelja. Temelji na njihovih izkušnjah iz učilnic, po katerih je mogoče večino računalniških konceptov učiti brez računalnika, računalnik pa je velikokrat pravzaprav le motnja.

Ob prevodu

Slovenski prevod je nastal iz nuje. Tako kot naši tuji kolegi tudi slovenski računalnikarji – od akademije do industrije – v zadnjih letih zgroženo opazujemo, kako šolski sistem dela računalništvu medvedjo uslugo s tem, ko (dolgočasno) poučuje uporabo računalniških programov, ki jih mulci tako ali tako že obvladajo boljše od učiteljev, namesto da bi učil računalništvo. Tu se ne želimo ukvarjati z analizo, iskanjem krivcev ali dolgoročnimi rešitvami, temveč bi radi naredili, kar lahko naredimo takoj: opremimo učitelje z materialom, s katerim bodo lahko učili *pravo* računalništvo. Kdor želi, ga lahko uporabi – vsega ali pa samo malo, takšnega, kot je, ali pa predelanega, v okviru računalništva ali pa kot popestritev kakega drugega predmeta, od matematike do telovadbe.

Tako kot je bila izvirna, je tudi slovenska ekipa sestavljena iz računalnikarjev in učiteljev; pravzaprav po enega primerka vsake vrste. Besedilo se precej razlikuje od izvirnika. Veliko slik in učnih pol je bilo potrebno ne le posloveniti, temveč tudi temeljito tehnično obdelati ali narisati kar na novo. Aktivnosti sva dopolnila z novimi igrami; nekatere so izvirne, druge so zbrane iz virov, ki so navedeni na spletni strani. Predvsem pa sva podrobneje razdelala učne priprave, tako da bodo, upava, zadoščale tudi poprečnemu slovenskemu učitelju, ki ga ravnatelji – ne po svoji krivdi in ne po krivdi učitelja – navadno postavijo učit računalništvo s precej pomanakljivo računalniško izobrazbo ali, še pogosteje, popolnoma brez nje.

Upava, da vam bo v veselje. Nama je.

Knjiga je prevedena še v različne druge jezike. Prevodi, izvirnik in drugi material so dostopni na strani csunplugged.org, slovenski prevod, razdeljen po poglavjih in z učnimi pripravami ločenimi od drugih materialov pa na slovenski strani vidra.fri.uni-lj.si.

Zahvale

Pri nastajanju knjige je sodelovalo veliko otrok. Testni zajčki so bili otroci v South Park School (Victoria, BC), Shirley Primary School, Ilam Primary School in Westburn Primary School (Christchurch, Nova Zelandija). Avtorje so prijazno sprejele Linda Picciotto, Karen Able, Bryon Porteous, Paul Cathro, Tracy Harold, Simone Tanoa, Lorraine Woodfield in Lynn Atkinson, ki so pomagale s številnimi predlogi. Gwenda Benseman je preskusila različne aktivnosti in predlagala spremembe. Richard Lynders in Sumant Murugesh sta pomagala pri preskusih v razredih. Dele aktivnosti iz kriptografije je razvil Ken Noblitz. Nekatere aktivnosti so nastale v okviru projekta Mathmania s pomočjo Kathy Beveridge. Starejše ilustracije sta narisala Malcolm Robinson in Gail Williams, svetovala pa sta tudi Hans Knutson in Matt Powell. Brian Mason Scientific in Technical Trust sta radodarno sofinancirala prve korake razvoja projekta.

Paul in Ruth Ellen Howard sta preskusila številne aktivnosti in pomagala s številnimi koristnimi predlogi. Peter Henderson, Bruce McKenzie, Joan Mitchell, Nancy Walker-Mitchell, Gwen Start, Tony Smith, Tim A. H. Bell, Mike Hallett and Harold Thimbleby so prav tako dali številne modre ideje.

Izvirni avtorji se zahvaljujejo tudi svojim družinam: Bruce, Fran, Grant, Judith in Pam so pomagali s podporo, Andrew, Anna, Hannah, Max, Michael in Nikki pa z inspiracijo in kot prvi preskuševalci aktivnosti.

Projekt je sponzoriral tudi Google, ki je omogočil postavitev izvirnika knjige na prosto spletno stran. Za slovensko stran skrbi Fakulteta za računalništvo in informatiko Univerze v Ljubljani.

Tudi Janez in Irena sta za prve poskusne zajčke uporabila kar Matevža in Martina; slednji je nekatere naloge preskušal še na svojih prijateljih iz vrtca. Prvi šolski preskusni zajčki pa niso bili zajčki, temveč Sovice in čuki iz Osnovne šole Alojzija Šuštarja v Ljubljani. Nisva jim hvaležna le za ideje, temveč tudi za njihovo hitro nalezljivo veselje in zagnanost.

Aktivnost 1

Dvojiški zapis števil

Povzetek

Do koliko lahko preštejemo s prsti obeh rok? Do deset, praviš? Neumnost. Že s prsti ene roke je mogoče šteti do 31.

Namen

Otroci spoznajo, da za zapisovanje poljubno velikih števil ne potrebujemo desetih števk, temveč zadoščata že dve. Začutijo, da moremo shranjevati števila z zaporedjem poljubnih reči, ki imajo dve stanji – s kartami, ki so obrnjene tako ali drugače, prsti, ki so skrčeni ali iztegnjeni, učenci, ki čepijo ali stojijo.

Predvideni čas izvajanja aktivnosti

Dve šolski uri. Primerna točka, kjer jo prekinemo, so merilni trakovi, ki jih uporabimo na koncu prve ali na začetku druge ure, v kateri izvajamo aktivnost.

Potrebščine

- Velike karte s številkami (en komplet za ves razred).

Za vsakega otroka (ali za vsak par oz. skupino):

- karte s številkami (razreži vsako polo v dva kompleta kart),
- učni list z drugačnimi zapisi števil (na listu je material za štiri učence),
- trakovi dolžin 16, 8, 4, 2, 1 cm (vsak list ima dvanajst kompletov trakov)

Za vsak par učencev:

- pola s sporočilom ujetega Štefana.

Dodatna navodila

Čeprav se v okviru aktivnosti naučijo tudi pretvarjati iz desetiškega zapisa v dvojiškega in obratno, to ni njen glavni namen. Posebej *ne utrjujemo* zapisovanja z ničlami in enicami. Pomembno je le, da vedo, da se to da.

Pri učenju pretvarjanja se *žal* pogosto uporablja sistem z ostanki. Recimo, da želimo v dvojiškem sistemu zapisati število 22. 22 delimo z 2, ostanek je **0**, količnik 11. 11 delimo z 2, ostanek je **1**, količnik je 5. 5 ima po deljenju z 2 ostanek **1**, količnik 2. 2 ima ostanek **0**, količnik 1. 1 ima ostanek **1**, količnik 0. Preverjanje je končano, dvojiški zapis števila 22 dobimo tako, da preberemo ostanke v obratnem vrstnem redu, torej **10110**. Tak postopek se resda uporablja, kadar pretvarjamo z računalniškim programom ali, morda, če bi ročno pretvarjali v sistem z višjo osnovo od 2. Za ročno pretvarjanje v dvojiški sistem pa je zapleten (ker je potrebno obračati) in neintuitiven, saj ga je otrokom težko utemeljiti.

Pač pa se otroci brez težav domislijo svojega postopka pretvarjanja. Otrok ve, da ima na razpolago, recimo, števila 32, 16, 8, 4, 2, 1. Med njimi poišče največje število, ki je še manjše ali enako številu, ki ga pretvarjamo. V primeru 22 je to 16. 22 – 16 = 6. Za 6 spet poiščemo največje število, ki je manjše od 6; to je 4. 6 – 4 = 2. Največje število, ki je manjše ali enako 2 je kar 2. Torej je 22 enako 16 + 4 + 2. Če ob pretvarjanju v mislih ali zares dopisuje ničle in enka pod uporabljena in neuporabljena števila, dobi pretvorbo 010110 ali 10110. Ta sistem je preprostejši in razumljivejši.

Aktivnost je namerno oblikovana tako, da vodi v drugo, intuitivnejše pretvarjanje.

Ob tem naj ponovno poudarimo, da namen aktivnosti ni naučiti se pretvarjati med dvojiškim in desetiškim zapisom, temveč "začutiti" dvojiški zapis, razumeti, kako je sestavljen in zakaj je uporaben – zato, ker lahko s pomočjo dvojiškega zapisa shranjujemo podatke ali pa jih prenašamo z vsakim medijem, ki ima dva različni stanji.

Števila brez števk

Uvod

Danes se bomo učili šteti na prste. Da že znamo, že od prvega razreda ali še od prej? Že mogoče, vendar znamo na prste še vedno šteti samo kot prvošolčki. Do koliko lahko na prste obeh rok preštejejo prvošolčki? Do deset. Danes pa se bomo naučili, kako lahko že s prsti ene roke štejemo od 0 do 31.

Tako namreč šteje računalnik. Najprej: računalnik vse shranjuje kot številke. Besedila, slike, filmi, glasba, vse je pretvorjeno in shranjeno kot številke. Kako spremeniti besedilo ali sliko v števila, se bomo učili, a malo kasneje. Kako je z zvokom in filmi, pa bomo zamolčali, ker je bolj zapleteno.

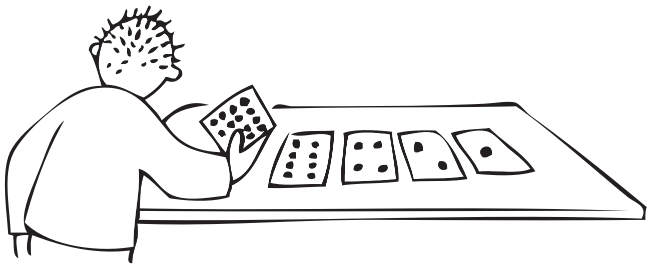
Danes pa bomo torej videli, kako računalnik shrani številke.

Prikaz

1. Pokliči pet prostovoljcev in jim daj velike karte s števili. Postavijo naj se po vrsti; otrok s karto 16 naj stoji na levi. Prostovoljci bodo obračali karte tako, da pokažejo ali skrijejo številke.
2. Za začetek naj pokažejo takšne številke, da bo njihova vsota 22.
3. Poskusi še nekaj drugih števil.

Igra

1. Otrokom (posameznim ali parom) razdeli karte s številkami.
2. Karte naj si zložijo po vrsti, tako, da bo tista s šestnajstimi pikami na levi.



3. Vsak otrok naj iz kart sestavi števila 5, 3, 12, 19.
4. Katero je najmanjše in največje število, ki ga lahko sestaviš?
5. Obstaja med največjim in najmanjšim kakšno število, ki ga ni mogoče sestaviti?
6. Je mogoče kako število sestaviti na dva ali več različnih načinov?
7. Če ne bi imel karte s številko 16: katero bi bilo največje število, ki bi ga lahko sestavil?
8. Če ne bi imel kart 16 in 8: katero bi bilo največje število, ki bi ga lahko sestavil?

Številke s prsti

1. Otroci naj si na prste leve roke, na notranjo stran, napišejo števila 16, 8, 4, 2, 1 (16 naj bo na palcu).
2. Razporedi otroke v pare.

3. Vsak učenec iz para pokaže drugemu s prsti neko številko (recimo, dan in mesec rojstva), drugi jo mora razbrati. Nato se zamenjata.
4. Morajo biti številke res napisane? Če vemo, katero številko predstavlja kateri prst, znamo tudi brez njih, mar ne? Otroci naj si pobrišejo številke s prstov. Nato naj si, tako kot prej, v parih kažejo številke, vendar z neoznačenimi prsti.

Štetje

1. Spet dobi pet prostovoljcev in jim razdeli karte, kot na začetku. Povej jim, da se bomo učili šteti.
2. Razdeli jim karte, tako kot v začetku. Povej, da zdaj ne bomo obračali kart, temveč delali počepe: vsi naj držijo karte pred seboj, veljajo pa le številke tistih učencev, ki stojijo.
3. Za vajo naj pokažejo številko 22 (stojijo otroci s kartami 16, 4 in 2, ostali čepijo.)
4. Otroci naj se postavijo v številko 0. (Vsi počepnejo.) Nato pokažejo številko 1. (Samo desni vstane.) Nato številko 2. (Desni počepne, drugi z desne vstane.) Številka 3. (Desni vstane.) Številka 4. (Desna dva počepneta, tretji z desne vstane.) Tako nadaljuj do 31.

Otroci bodo opazili, da je moral skrajno desni stalno delati počepe (naredi jih 16), skrajno levi pa je polovico igre čepel in polovico stal. Če so otroci dovolj stari in imaš čas, lahko opozoriš še na druge zanimivosti, kot recimo:

- desni spremeni položaj (počepne ali vstane) ob vsakem številu; drugi z desne ob vsakem drugem številu in tako naprej;
- pri lihih številih desni stoji, pri sodih številih čepi;
- s štiri so deljiva števila, pri katerih skrajna desna čepita...

Štetje lahko opišemo tudi takole:

- začnemo tako, da vsi otroci čepijo;
- v vsakem koraku naredimo tole:
    - desni spremeni položaj (počepne, če je stal oziroma vstane, če je čepel),
    - vsi drugi spremenijo položaj (počepnejo, če so stali ali vstanejo, če so čepeli) natančno takrat, ko njihov levi sosed počepne.

Da recept res deluje, lahko poskusiš tako, da z otroki ponoviš štetje (vsaj prvih nekaj števil), pri čemer se morajo gibati po tem receptu. Ob vsakem številu preveri, ali je pravilno.

Vsak otrok naj poskusi šteti s prsti popisane ali, če zna, s prsti nepopisane roke.

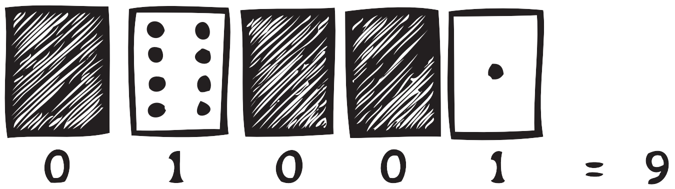
Merilni trakovi

1. Otrokom razdeli trakove dolžin 1, 2, 4, 8 in 16 centimetrov.
2. Z njimi naj izmerijo nekaj stvari (npr. zvezek, barvico...).
3. Kako dolga je najdaljša reč, ki jo je mogoče še izmeriti?
4. Je mogoče isto dolžino izmeriti z različnimi kombinacijami trakov?

Dvojiške števke

Zamenjajmo karte z ničlami in enkami: karte, ki nam kažejo pike, bomo zapisali z enico, tiste, ki so obrnjene s pikami navzdol, pa z ničlo.

1. Otroci se vrnejo za mize, kjer imajo karte. Postavijo naj številko 9.



2. Dogovorimo se, da bomo skrite karte opisali z 0, vidne pa z 1. Številko 9 lahko zapišemo kot 01001.
3. Ugotovi, katero število je 10101! Postavi karte, kot piše (vidna, skrita, vidna, skrita, vidna) in seštej številke.
4. Koliko pa je 11111?
5. Postavi karte tako, da bodo kazale številko 25 in to zapiši z ničlami in enicami.
6. Na kateri dan meseca si bil rojen? Zapiši to po dvojiško!

Običajno zapisujemo števila s števkami od 0 do 9. Zdaj pa smo se naučili zapisati število le z dvema števkama, namreč z 0 in 1. Takemu zapisu števil pravimo dvojiški zapis, ker uporablja le dve števki. "Običajni" zapis, ki ima deset števk, se imenuje desetiški. V "običajnem" zapisu imamo enice, desetice, stotice, tisočice... V dvojiškem imamo enice, dvojice, štirice, osmice, šestnajstice, dvaintridesetice...

1. Učencem razdeli liste z drugačnimi simboli. Poskusi naj razvlozlati števila na njih!

☒☑☒☒☑ = (☑=1, ☒=0)	👍👎👍👎 = (👍=1, 👎=0)
⇧⇩⇧ = (⇧=1, ⇩=0)	✚✚✖✚ = (✚=1, ✖=0)
○○○○○ = (⦿=1, ○=0)	↻↺↺↺↻ = (↻=1, ↺=0)
📫📪 = (📫=1, 📪=0)	▲▼▲▼▼ = (▲=1, ▼=0)
☹ = (☺=1, ☹=0)	♠♠♠♠♠ = (♠=1, ♣=0)

Štetje prek 31

1. Učenci naj s kartami sestavijo številko 42.

2. Ko (kmalu) postane jasno, da lahko s kartami, ki jih imajo, predstavijo samo številke do 31, jim razdeli prazno karto in naroči, naj nanjo napišejo primerno število, da bodo lahko šteli naprej.
3. Verjetno bodo vsi otroci napisali tako številko, da bodo lahko z novo karto pokazali številko 42. Številka, ki bi jo morali napisati, da lahko predstavijo vsa števila do 63, je 32. Preveri, ali imaš v razredu otroke, ki so napisali številke večje in manjše od 32. Če ni nobene prevelike številke, sam napiši še karto s številko 40; če ni nobene premajhne, naredi karto s številko 30. Razloži, da sta tudi tidve karti primerni, da sestavimo število 42.
4. Učenci naj sestavijo 34. Učenci, ki so na novo karto napisali 35 ali več, tega ne bodo mogli storiti.
5. Učenci naj sestavijo število 63. Sestavili jo bodo lahko le otroci, ki so na novo karto napisali (vsaj) 32.
6. Učenci naj sestavijo 31. Tisti, ki so napisali premajhno število, lahko to naredijo na več načinov. Razloži, da so ravnali potratno: po eni strani lahko zdaj isto številko pokažejo na več načinov, po drugi strani pa nekaterih števil, ki bi jih lahko sestavili (63), zaradi tega ne morejo sestaviti.

Pri izbiranju števil, ki naj jih sestavijo učenci, se prilagajaj napakam, ki so jih storili oz. napačnim kartam, ki si jih, če imaš prebistre učence, pripravil sam.

Namen vaje je, da učenci uvidijo, zakaj morajo biti številke na kartah natančno takšne, kot so: če bi bile drugačne, bodisi ne bi optimalno izkoristili kart (z istim številom kart ne bi mogli sestavljati tako visokih števil, obenem pa bi lahko nekatera števila sestavili na dva načina), bodisi ne bi mogli sestaviti nekaterih števil med največjim in najmanjšim številom, ki ga je mogoče pokazati.

Do koliko lahko preštejemo na prste?

1. Ko učenci razumejo, da na karte pišemo potence števila 2 (torej, da je vsaka karta dvakratnik prejšnje), naj ugotovijo, katero je največje število, ki ga lahko zapišemo z desetimi kartami.
2. Verjetno si bodo nekateri učenci izpisali prvih deset potenc števila 2 in jih sešteli (1+2+4+8+16+32+64+128+256+512 = 1023). Drugi se bodo morda znašli ter izračunali število na enajsti karti in od nje odšteli 1. Poskusi pojasniti trik tudi ostalim: vsota prvih treh kart je za 1 manjša od četrte (1+2+4=8-1), vsota prvih štirih je za 1 manjša od pete (1+2+4+8=16-1). Prav tako mora biti vsota desetih kart za 1 manjša od enajste (če bi jo imeli).
3. Učencem povej, da lahko s prsti obeh rok torej štejemo do 1023.

Kakšna škoda, da naši prsti na nogah niso gibčnejši, saj bi lahko z njimi prešteli že do več kot milijon!

Koliko "prstov" pa ima računalnik? Računalnik ima namesto prstov bite: en bit predstavlja ničlo ali enico. Računalnik navadno gleda po osem bitov skupaj: z osmimi biti-prsti lahko shrani številke do 255. (Preveri! Ugotovi, kako velike številke so na osmih "kartah" in jih seštej!) Skupini osmih bitov rečemo bajt.

Več o dvojiških številih

Če so učenci dovolj stari, lahko odkrijejo še nekaj zanimivosti dvojiškega zapisa in njegovo sorodnost z desetiškim. Če ti primanjkuje časa, lahko ta del preskočiš, saj je pomembnejše zapisovanje besedil v naslednjem razdelku.

1. Kaj se zgodi, če k dvojiškemu številu na desni dodamo ničlo? Število 1001 je 9. Koliko pa dobimo, če mu dodamo ničlo – koliko je 10010?

   $$\underset{(9)}{1001} \rightarrow \underset{(?)}{10010}$$

   Učencem daj še nekaj primerov, kot je gornji, da odkrijejo pravilo (po možnosti vsak zase). Znajo razložiti, zakaj se to zgodi?

   (Odgovor: ko dodamo ničlo v desetiškem zapisu, se enice spremenijo v desetice, desetice v stotice... vrednost vsake števke se podeseteri. Zato je 130 desetkrat toliko kot 13. Ko to storimo v dvojiškem zapisu, se enice spremenijo v dvojice, dvojice v štirice... Vrednost vsake števke se podvoji.)

2. Kako vemo, ali je število v dvojiškem zapisu sodo, torej deljivo z 2? (Odgovor: tako kot v desetiškem vemo, ali je deljivo z 10 – na zadnjem mestu mora imeti ničlo.)

3. Kako pa delimo z 2? (Odgovor: tako kot v desetiškem z 10.)

Zapisovanje besedil

1. Učence razdeli v pare in jim razdeli pole z ujetim Štefanom. Navodila so na njih. Če imajo težave, jim namigni, da je skrivnost v tabeli na levi.

2. Da smo predstavili shranili eno črko abecede, smo potrebovali pet bitov. Računalnik mora v resnici vedeti še, ali je črka velika ali mala, shranjevati pa mora tudi druge znake kot so števke, ločila in druge simbole.

   Otroci naj si izmislijo seznam vseh znakov, ki jih morajo znati shraniti računalniki. Koliko jih je? (Spomni, da imamo male in velike črke (dvakrat po 25 znakov), števke (10 znakov), ločila, ... Do koliko bi morali šteti, da bi jih oštevilčili? Koliko bitov bi potrebovali za to?

Pogovor

Da bi se računalniki lažje pogovarjali med seboj, so se računalnikarji dogovorili, da bomo vsi uporabljali enako oštevilčenje znakov. V njem črka A sicer nima številke 1, temveč 65, mali a ima številko 97, pika, recimo, pa 46. Kakšne, točno, so številke, pa niti ni tako pomembno: pomembno je samo, da vsi računalniki vedo, da številka 65 pomeni veliki A.

Vseh različnih znakov je v resnici ogromno, saj računalnike uporabljajo tudi Srbi in Rusi, ki imajo cirilico, Izraelci in Arabci, ki imajo svoje pisave, ter Kitajci, ki imajo deset tisoče različnih črk. Tudi te je bilo potrebno oštevilčiti.

S Štefanom smo odkrili še nekaj zanimivega: kako pošiljati števila prek daljše razdalje. Štefan je to počel s prižiganjem in ugašanjem luči (lahko bi kazal tudi prste, vendar je okno na drugi strani ulice morda predaleč, da bi računalnikar videl posamezne prste).

Na nekoliko podoben način računalniki pošiljajo številke (ki predstavljajo besedila, slike, filme...) po internetu. Včasih smo za dostop do interneta uporabljali posebne naprave, modeme, s katerimi so se računalniki pogovarjali po običajnih telefonskih povezavah tako, da so si piskali: visok pisk je pomenil enico in nizek ton ničlo. To so počeli tako hitro, da so si v sekundi poslali toliko številk, da se je iz slušalke slišalo le grozljivo škripanje in šumenje.

Na podoben način se pogovarjajo še danes, vendar je današnji internet tako hiter, da njihovega pogovora ljudje sploh ne moremo več slišati.

Kako računalnik shrani števila?

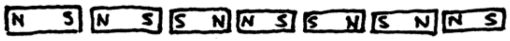
Računalnik nima prstov, da bi jih iztegoval in krčil, kot jih mi. Pač pa ima, recimo, CDje in DVDje, v katere z laserjem dela drobne luknjice in jih z laserjem tudi bere: luknjica je zanj kot iztegnjen prst. Računalnikov pomnilnik je sestavljen iz nečesa, čemur pravimo tranzistorji ali kondenzatorji (odvisno od tega, za kakšen pomnilnik gre) in ti so "prižgani" ali "ugasnjeni". Za računalnikov disk si lahko predstavljamo, da so na njem magnetki, ki so obrnjeni v eno ali drugo smer. Vse to računalnik uporablja na enak način, kot smo mi uporabljali iztegnjene in skrčene prste, različno obrnjene karte in drugo, s čimer smo se igrali.

Za učitelje: za kaj gre?

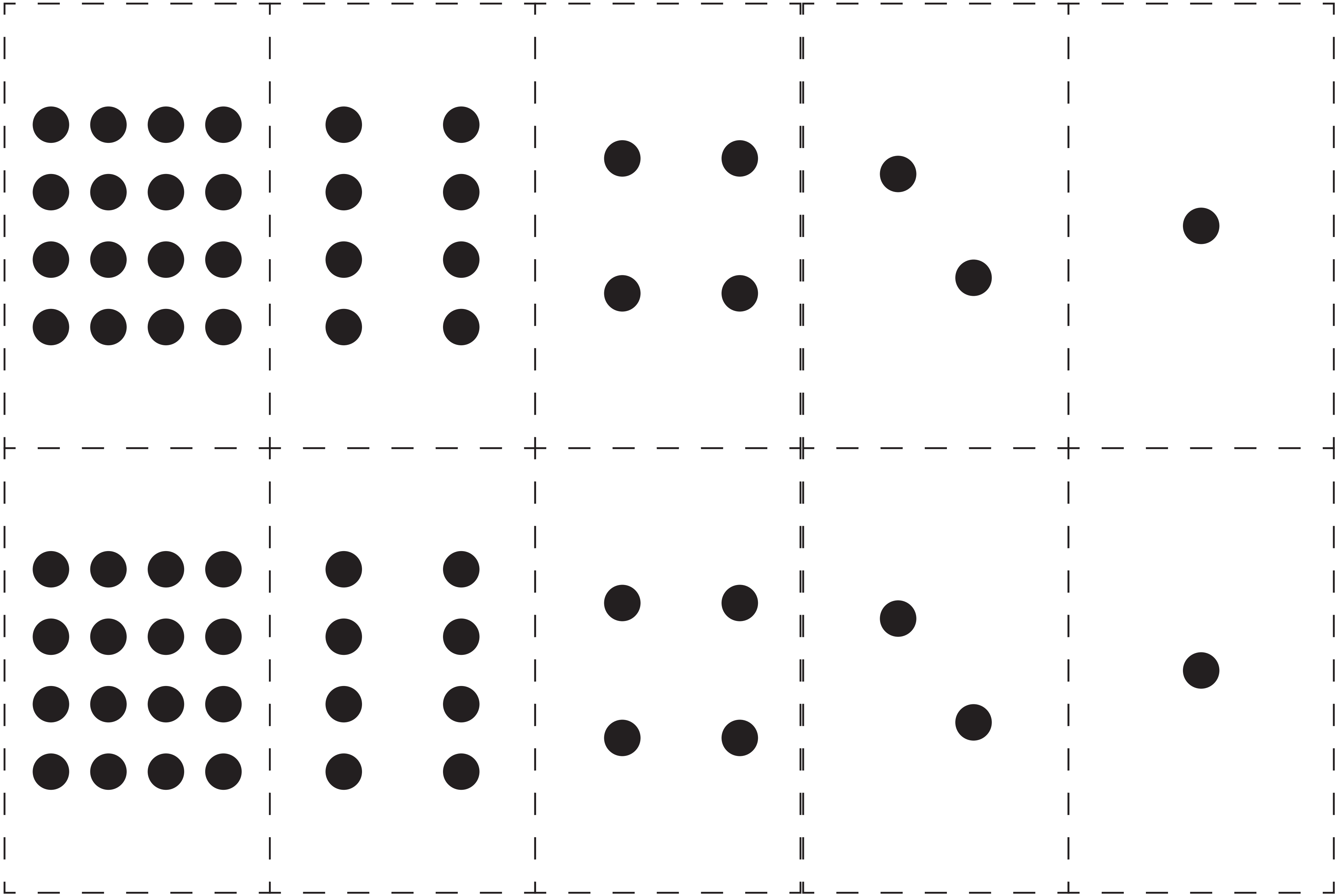
Današnji računalniki shranjujejo podatke v dvojiškem sistemu. Tako se imenuje, ker uporablja le dve števki, za razliko od običajnejšega desetiškega sistema, kjer je števk deset. Vsaki števki rečemo bit, kar je okrajšavi za angleški ***b**inary dig**it***, dvojiška števka.

V računalniškem pomnilniku je en bit navadno shranjen s tranzistorjem, ki je prižgan ali ugasnjen, ali kondenzatorjem, ki je poln ali prazen.

Na magnetnih medijih (diski, pred leti tudi na disketah) so bile ničle in enice predstavljene s smerjo (sever-jug, jug-sever) magnetnega polja na površini.



CDji in DVDji shranjujejo bite optično: delček površine, ki ustreza bitu, odbija svetlobo ali pa ne.



16 cm			
16 cm			
16 cm			
16 cm			
16 cm			
16 cm			
16 cm			
16 cm			
16 cm			
16 cm			
16 cm			
16 cm			
8 cm	4 cm	2 cm	1
8 cm	4 cm	2 cm	1
8 cm	4 cm	2 cm	1
8 cm	4 cm	2 cm	1
8 cm	4 cm	2 cm	1
8 cm	4 cm	2 cm	1
8 cm	4 cm	2 cm	1
8 cm	4 cm	2 cm	1
8 cm	4 cm	2 cm	1
8 cm	4 cm	2 cm	1
8 cm	4 cm	2 cm	1
8 cm	4 cm	2 cm	1

☒☑☒☒☑ =
(☑=1, ☒=0)

⇧⇩⇧ =
(⇧=1, ⇩=0)

○○○○○ =
(⊙=1, ○=0)

📫📪 =
(📫=1, 📪=0)

☹ =
(☺=1, ☹=0)

👍👎👍👎 =
(👍=1, 👎=0)

✚✚✖✚ =
(✚=1, ✖=0)

↻↺↺↺↻ =
(↻=1, ↺=0)

▲▼▲▼▼ =
(▲=1, ▼=0)

♠♠♠♠♠ =
(♠=1, ♣=0)

☒☑☒☒☑ =
(☑=1, ☒=0)

⇧⇩⇧ =
(⇧=1, ⇩=0)

○○○○○ =
(⊙=1, ○=0)

📫📪 =
(📫=1, 📪=0)

☹ =
(☺=1, ☹=0)

👍👎👍👎 =
(👍=1, 👎=0)

✚✚✖✚ =
(✚=1, ✖=0)

↻↺↺↺↻ =
(↻=1, ↺=0)

▲▼▲▼▼ =
(▲=1, ▼=0)

♠♠♠♠♠ =
(♠=1, ♣=0)

☒☑☒☒☑ =
(☑=1, ☒=0)

⇧⇩⇧ =
(⇧=1, ⇩=0)

○○○○○ =
(⊙=1, ○=0)

📫📪 =
(📫=1, 📪=0)

☹ =
(☺=1, ☹=0)

👍👎👍👎 =
(👍=1, 👎=0)

✚✚✖✚ =
(✚=1, ✖=0)

↻↺↺↺↻ =
(↻=1, ↺=0)

▲▼▲▼▼ =
(▲=1, ▼=0)

♠♠♠♠♠ =
(♠=1, ♣=0)

☒☑☒☒☑ =
(☑=1, ☒=0)

⇧⇩⇧ =
(⇧=1, ⇩=0)

○○○○○ =
(⊙=1, ○=0)

📫📪 =
(📫=1, 📪=0)

☹ =
(☺=1, ☹=0)

👍👎👍👎 =
(👍=1, 👎=0)

✚✚✖✚ =
(✚=1, ✖=0)

↻↺↺↺↻ =
(↻=1, ↺=0)

▲▼▲▼▼ =
(▲=1, ▼=0)

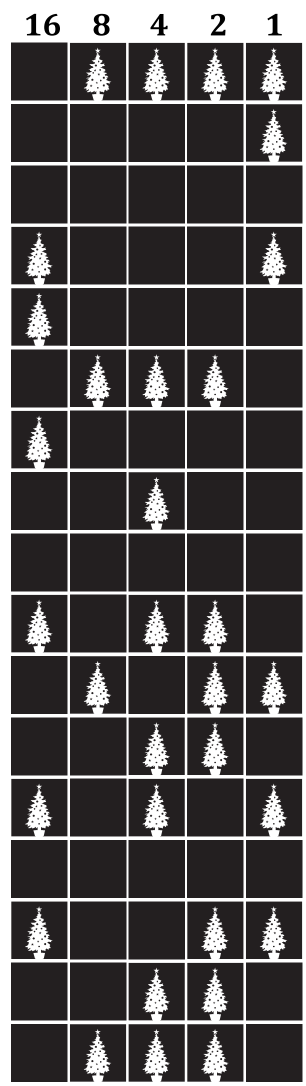
♠♠♠♠♠ =
(♠=1, ♣=0)

Ujeti Štefan

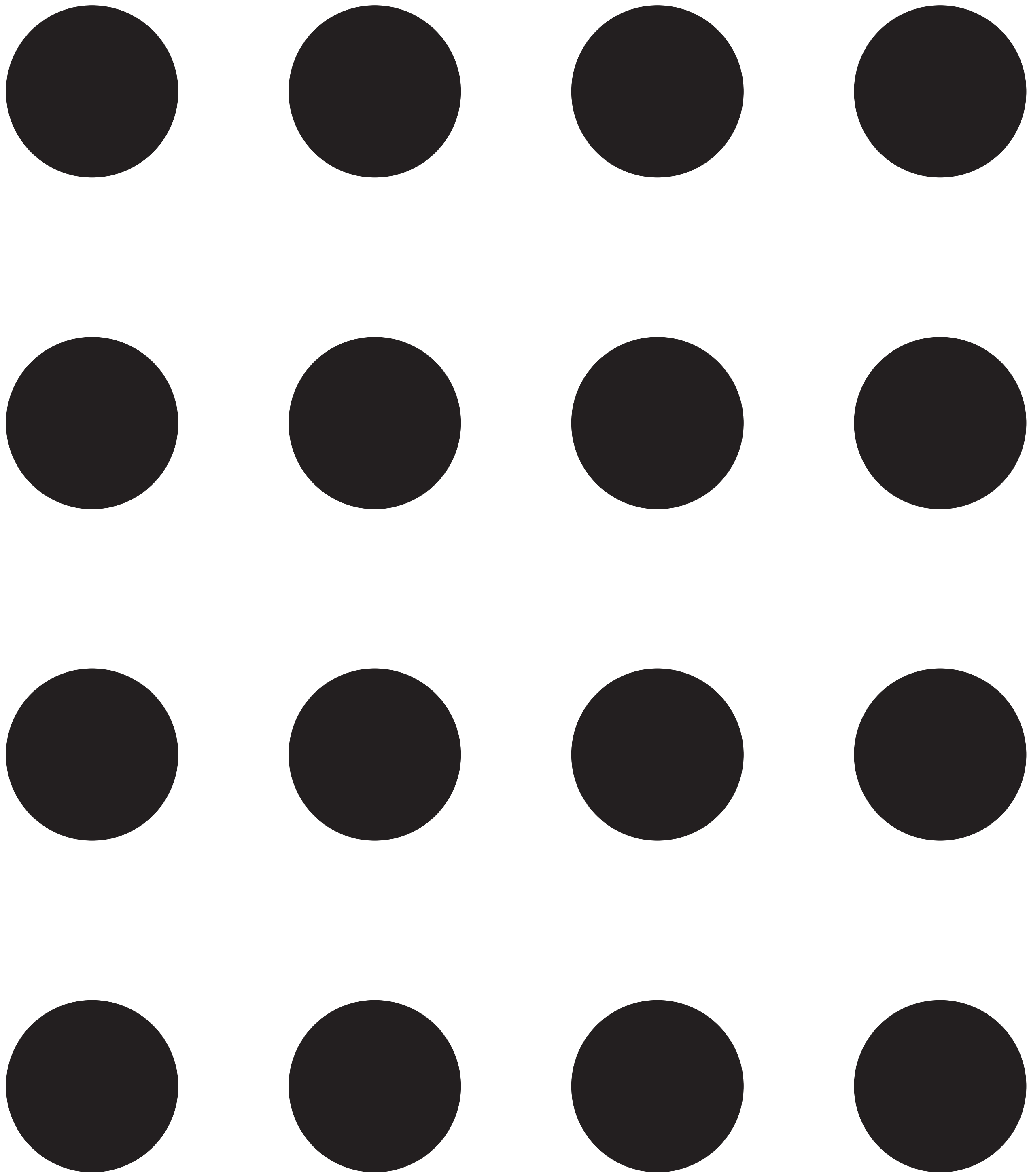
Štefan je ujet v gornjem nadstropju trgovine. Tik pred božičem je, zato je kupoval darila za starše in ni opazil, kdaj so jo zaklenili. Kaj naj stori? Poskušal je telefonirati, vendar je bil telefon izključen. Poskusil je kričati, a kaj, ko ni nikjer nikogar! Tedaj pa je na drugi strani ulice opazil računalnikarja, ki dela pozno v noč. Kako naj pritegne njegovo pozornost? Razgleda se in vidi, kaj bi lahko uporabil: božično jelko! Poiskal je vtičnico in s prižiganjem in ugašanjem lučk poslal sporočilo v dvojiškem sistemu.

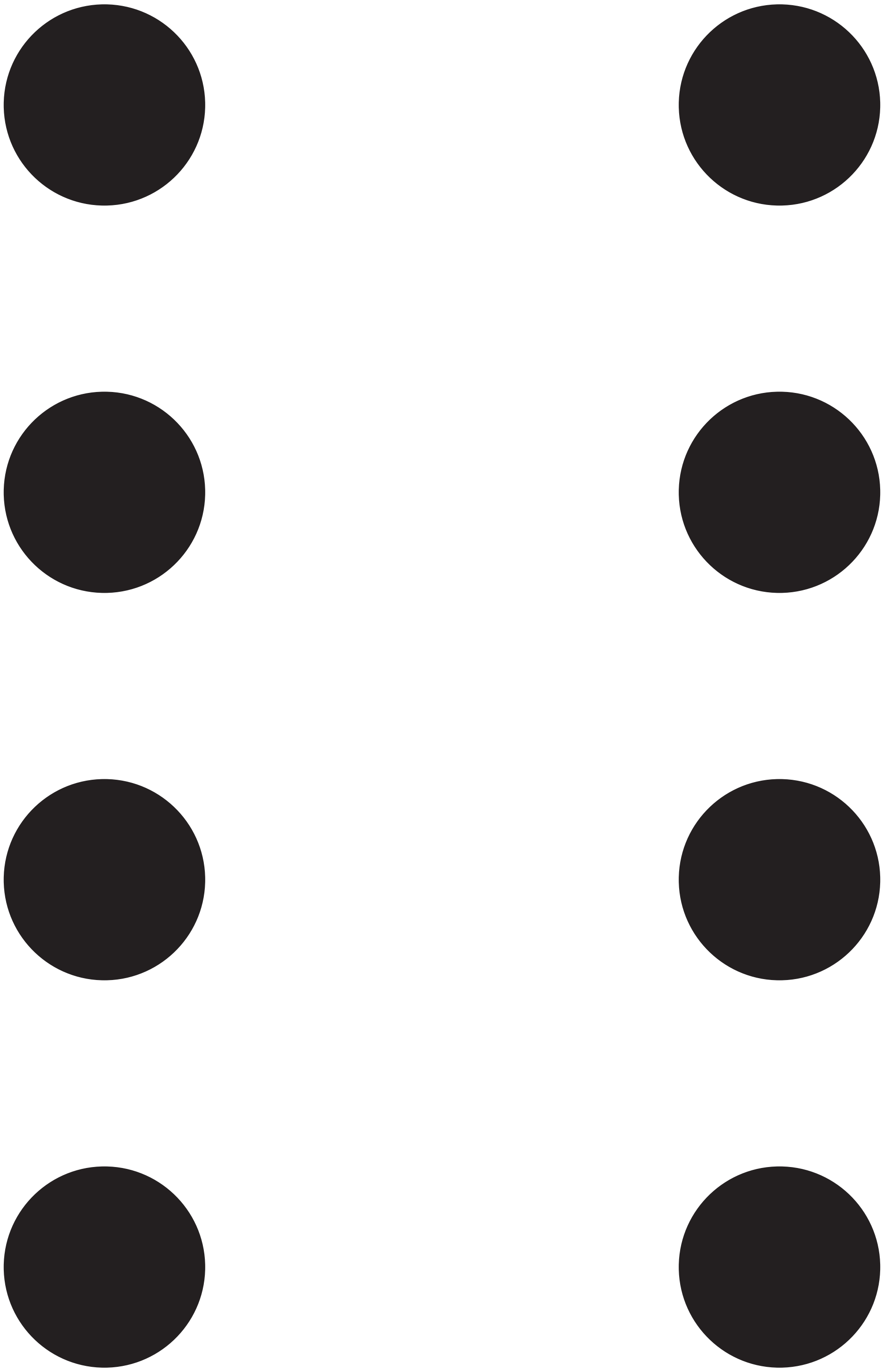
Po dvojiško znamo zapisovati številke. Kako neki je Štefan s številkami poslal sporočilo?! Morda pa se je domislil načina, kako s številkami predstaviti črke?

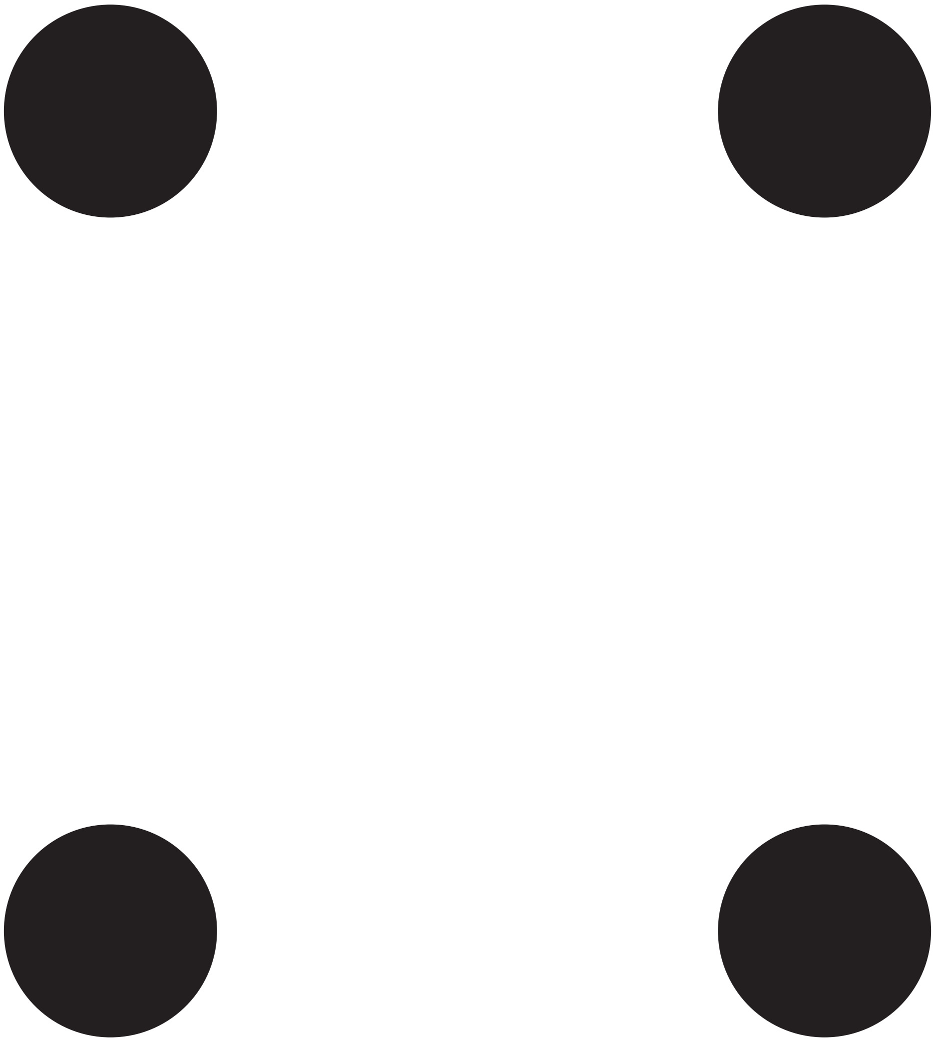
Lahko razbereš, kaj je sporočil?

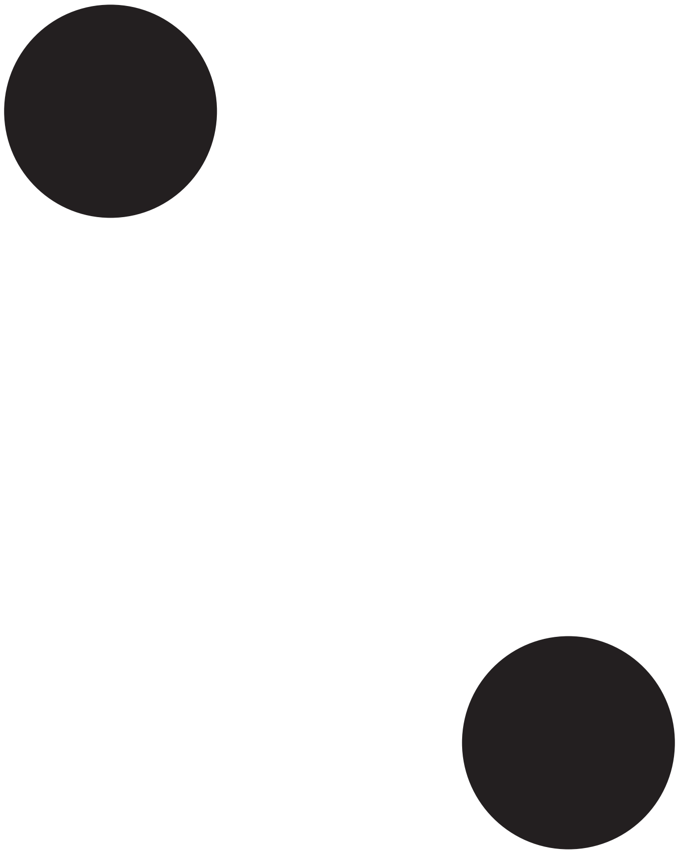


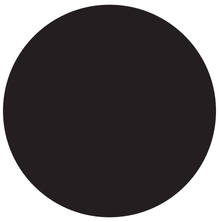
1	2	3	4	5
A	B	C	Č	D
6	7	8	9	10
E	F	G	H	I
11	12	13	14	15
J	K	L	M	N
16	17	18	19	20
O	P	R	S	Š
21	22	23	24	25
T	U	V	Z	Ž











Aktivnost 2

Slike iz številk

Prva aktivnost nas uči, kako računalnik zapisuje števila in kako je mogoče s številkami zapisovati tudi besedila. Zdaj bomo videli, kako s številkami opišemo sliko. Opazili bomo tudi, da je lahko opis slike precej dolg, vendar ga lahko z nekaj zvitosti skrajšamo.

Namen

Otroci spoznajo bitne slike in koncept "točke" (angl. pixel). Naučijo se, kako kodirati slike s števili. Spoznajo tudi stiskanje z metodo čet (run length encoding).

Čas izvajanja

Ena šolska ura

Potrebščine

Za ves razred

- Slike za prikaz primerov in rešitev; pripravi za projekcijo ali natisni v dovolj velikem formatu

Za otroke

- kopije pol 8A, 8B, 8C; razreži, tako da vsak otrok dobi po eno pobarvano sliko in eno prazno mrežo
- polo 8D; razreži (naredi, na primer, 8 kopij za 24 otrok)
- poli 8E in 8F za vsakega učenca
- polo 8G; razreži (naredi, na primer, 6 kopij za 24 otrok)

Uvod

1	2	3	4	5
A	B	C	Č	D
6	7	8	9	10
E	F	G	H	I
11	12	13	14	15
J	K	L	M	N
16	17	18	19	20
O	P	R	S	Š
21	22	23	24	25
T	U	V	Z	Ž

Štefan, ki je bil ujet v trgovini, nas je prejšnji teden naučil zapisovati besedilo s številkami. Vsakemu znaku lahko priredimo število; besedilo je zaporedje znakov, torej ga lahko zapišemo kot zaporedje števil.

1. Naj bo A 1, B 2, C 3, ... Ž 25, presledek pa 0. Kako bi odgovorili na naslednje vprašanje?

   12 1 12 16 0 21 10 0 11 6 0 10 14 6

   Številke napiši na tablo, otroci naj vsak zase razvovlajo sporočilo. Tabelice s črkami ne potrebujejo, črke naj štejejo sami. Lahko pa uporabijo tabelo, ki so jo dobili ob Ujetem Štefanu.

   (Odgovor: vprašanje se glasi KAKO TI JE IME)

2. Vsak otrok zase naj pripravi odgovor, spet s številkami.

   (Odgovor: Če je učencu ime JANEZ, bo odgovoril z 11 1 15 6 24.)

   Otrokom povej, da računalnik te številke sicer zapisuje z biti in dvojiško, vendar bomo danes številke pisali kar tako, kot smo navajeni: če bomo hoteli napisati dvanajst, bomo napisali 12 in ne 1100.

3. Otrokom pokaži sliko s hišo in drevesom (različico brez barvne legende). Kako bi takšno sliko zapisali s številkami?

   Otroke pripelji do tega, da je slika zaporedje različnih barv, tako kot je besedilo zaporedje različnih znakov. Da smo zapisali besedilo s številkami, smo morali vsakemu znaku določiti številko. Da bomo zapisali sliko s številkami, bomo morali vsaki barvi določiti številko. Recimo takole:

0 - črna	1 – modra	2 – rdeča	3 - zelena	4 – rumena
5 - rjava	6 – vijolična	7 – oranžna	8 - siva	9 – bela

   Pokaži različico slike, poleg katere je barvna legenda. Prvo vrstico slike zdaj opišemo kot 9 4 4 9 9 9 1 9 1 1 1 1 9 9 1 1 1 9.

Opisovanje in stiskanje slik

1. Razdeli otroke v pare. Eden bo imel sliko, ki jo bo moral "sporočiti" drugemu, zato morata sedeti tako, da drugi ne bo mogel škiliti k prvemu.

2. V vsakem paru daj enemu otroku sliko, drugemu prazno mrežo enake velikosti (razrezane pole 8A, 8B, 8C). Povej jima, da je mreža, ki jo ima drugi, ravno prav velika za sliko, ki jo ima prvi.

3. Naroči otrokom, naj prvi "sporoči" sliko drugemu. Pri tem sme prvi drugemu govoriti le številke. Povej jim, da lahko, če želijo, izumijo tudi kakšen hitrejši način sporočanja slik, pomembno pa je, da vse povedo samo s številkami in da drugi nariše točno takšno sliko, kot jo ima prvi.

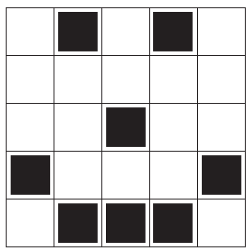
Verjetno bo večina otrok ob tem odkrila naslednji postopek stiskanja: namesto, da bi narekovala 9, 9, 9, 9, 9, 4, 4, 4, bodo rekli petkrat 9, trikrat 4. Pohvali tiste, ki so se tega domislili. Opozori samo, da je bila njihova naloga uporabljati *samo* številke, vendar nič hudega: namesto petkrat 9, trikrat 4 lahko rečejo 5 9 3 4, pa je.

4. Vsak otrok naj nariše sliko, opisano s številkami na poli 8D.
5. (rezultat je slika jadrnice).

Pogovor

Izzovi učence: kako opišemo prave slike, ne takšnih narejenih iz kvadratkov?

Razloži, da so v računalniku vse slike navadno sestavljene iz kvadratkov, le da so ti kvadratki tako majhni, da jih ne opazimo. Računalnikov ekran je razdeljen v kvadratno mrežo, sestavljeno iz drobnih točk. Povečan ☺ je videti takole: (Pokaži – s projektorjem ali na listu- jim sliko s pole.)

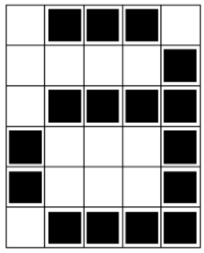


Ste že kdaj slišali, da ima kak fotoaparat 7 megapikslov ali, kot napišejo včasih, 7 MP? "Mega" pomeni milijon, piksel pa je kvadratek. Če lahko fotoaparat slika s 7 megapiksli, to pomeni, da je slika, ki jo naredi, sestavljena iz sedmih milijonov drobcenih kvadratkov. Da je tako, lahko vidimo, če sliko zelo povečamo.

So vsi deli slike "enako zapleteni"? Katere vrstice jadrnice so zahtevale najdaljše opise? Spodnje vrstice, kjer je veliko različnih barv; zgornji deli (jambor, jadro) so veliko krajši. Podobno je s pravimi slikami: ko fotoaparat shrani sliko, te ne zasedejo vedno enako prostora v fotoaparatovem pomnilniku. Ko sliko prenesemo na računalnik ali ko jo objavimo, na primer na spletu, ali pa jo pošljemo prijateljem, pa jo pogosto še bolj stisnemo (otroci so morda že slišali za obliko .jpg). Slike v tej obliki so nekoliko popačene, ker računalnik varčuje s prostorom tako, da skrajša opis slike v "zapletenih" delih, kjer je veliko podrobnosti.

Črno-bele slike

1. Učencem povej, da se bomo zdaj ukvarjali s slikami, ki bodo imele le dve barvi, črno in belo. S številkami naj opišejo sliko a-ja; projeciraj ali pokaži sliko, ki na desni nima številk na desni.



2. Otroci bodo verjetno predlagali podoben opis, kot smo ga uporabljali za barvne slike. Pogovori se, kako ali bi se dalo opis skrajšati. Pripelji jih do tega, da se izmenjujeta le dve barvi: če imamo eno belo, nato tri ... je jasno, da bodo to tri črne – drugih barv kot bele in črne nimamo, in če smo imeli pravkar belo polje, je jasno, da lahko sledijo le črna. V "barvnem" opisu prve vrstice, 1 9 3 0 1 9, lahko izpustimo devetice in ničle, ki označujejo belo in črno, ter opis tako skrajšamo v 1 3 1, kar preberemo kot ena bela, tri črne, ena bela.

3. Kaj pa storimo s predzadnjo vrstico? Tudi ta je 1 3 1, vendar v tem primeru začnemo s črno? Učenci bodo imeli verjetno različne predloge. Dobra sta predvsem dva.
   - Na začetku vsake vrstice moramo napisati, s katero barvo se začne. Prva vrstica bi bila tako 9 1 3 1, predzadnja pa 0 1 3 1. Dovolj je, da povemo barvo začetnega kvadrata, naprej se barve izmenjujejo.
   - Dogovorimo se, da se vsaka vrstica začne z belimi kvadratki, a dovolimo, da se začne z nič belimi kvadratki. Predzadnja vrstica je tako 0 1 3 1.

4. Pokaži zapis celotne slike (slika a-ja, ki ima na desni strani številke).

Če so otroci dovolj stari, naj razmislijo, kateri sistem je boljši, barvni ali črnobeli. (Odgovor: drugi zahteva manj številk, saj potrebujemo dodatno številko samo v vrsticah, ki se začnejo s črnim kvadratkom.)

5. Razdeli pole 8E. Vsak otrok naj sam zase nariše slike. Če so otroci premajhni in jim manjka potrpežljivosti, bo dovolj ena slika, ostale pa naj narišejo tisti, ki so hitrejši in jih to zabava.

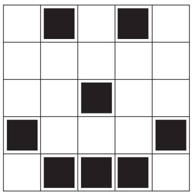
6. Pokaži rešitve.

7. Razdeli pole 8F. Vsak učenec naj v levi zgornji del nariše sliko in jo prepiše na desno stran. Nato številke z desne prepiše na črte v spodnjem delu lista. List prereža (ali prepogne in pretrga). Sošolci si izmenjajo spodnje polovice in narišejo iz številk narišejo sliko.

Shranjevanje slik po dvojiško

Če ostane dovolj časa, lahko z otroki poskusiš še nekoliko drugačen način zapisovanja slik.

Pokaži povečano sliko smejka.

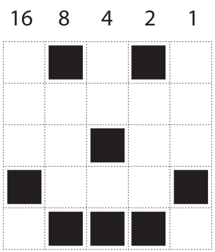


Spomni, da ga lahko zapišemo takole

1 1 1 1
5
2 1 2
0 1 3 1
1 3 1

Bi šlo še učinkoviteje? Otroke spomni na Štefana (lahko jim pokažeš, recimo, učni list in jih opozoriš na sliko na desni). Bi lahko vsako vrstico predstavili z eno samo številko?

Če otroci ne pridejo sami do rešitve, jim kot namig pokaži sliko smejka, nad katero so napisane potence 2.



Smeška tako shranimo s petimi števili: 10, 0, 4, 17, 14. Vsako število opisuje eno vrsto.

Razdeli polo 8G. Vsak učenec pretvori sliko sidra v številke in nariše sliko iz številk na desni strani lista.

Za učitelje: za kaj gre?

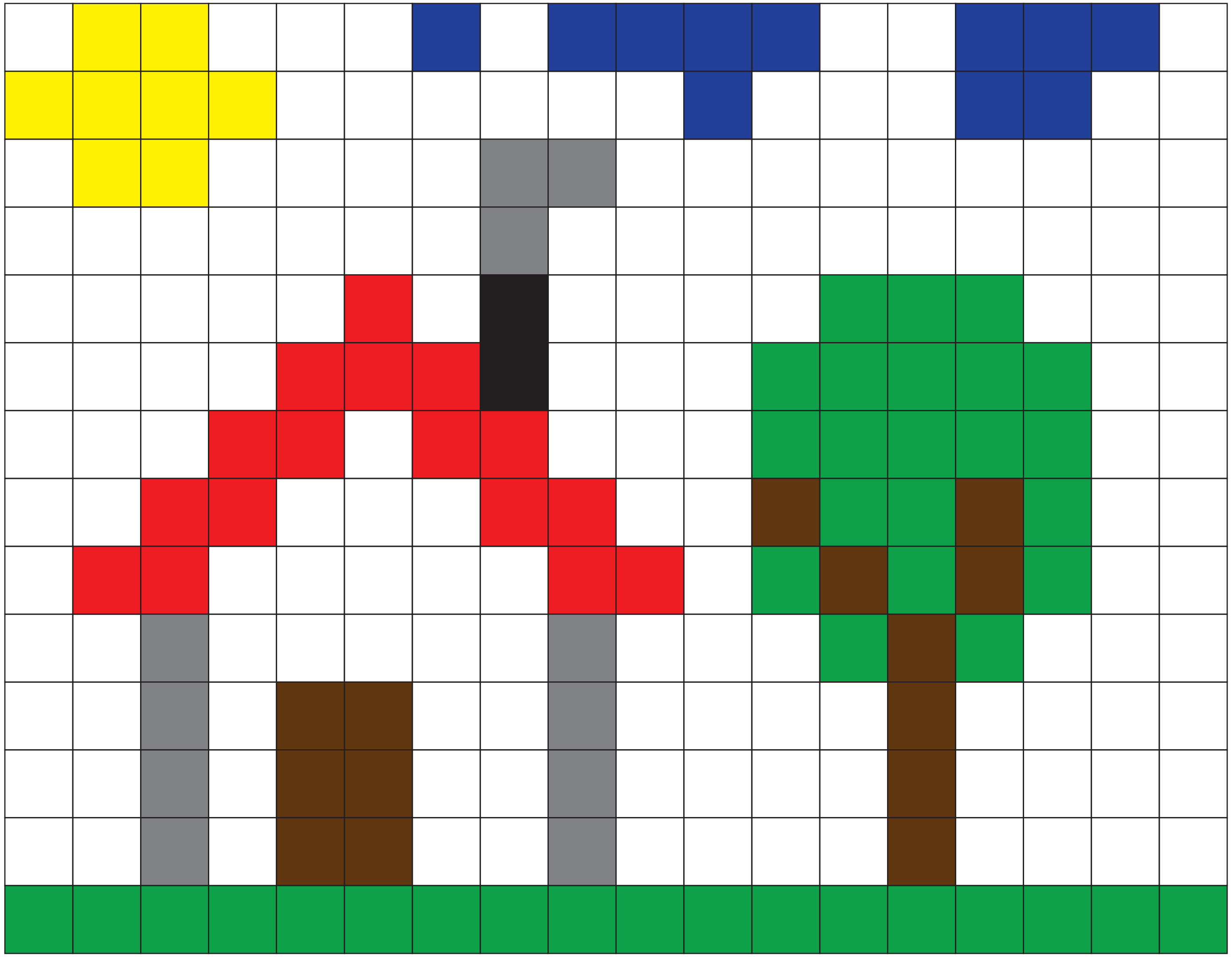
Način stiskanja slik, ki se ga otroci učijo v tej aktivnosti, se imenuje kodiranje z dolžinami čet (*run length encoding, RLE*). Na ta način so včasih delovali algoritmi za stiskanje slik, današnji formati pa večinoma uporabljajo naprednejše postopke. Ta način kodiranja pa še vedno uporabljajo telefaksi, saj so slike, ki jih pošiljamo z njimi v resnici dolga zaporedja belih točk, ki jih sem ter tja prekinejo črne.

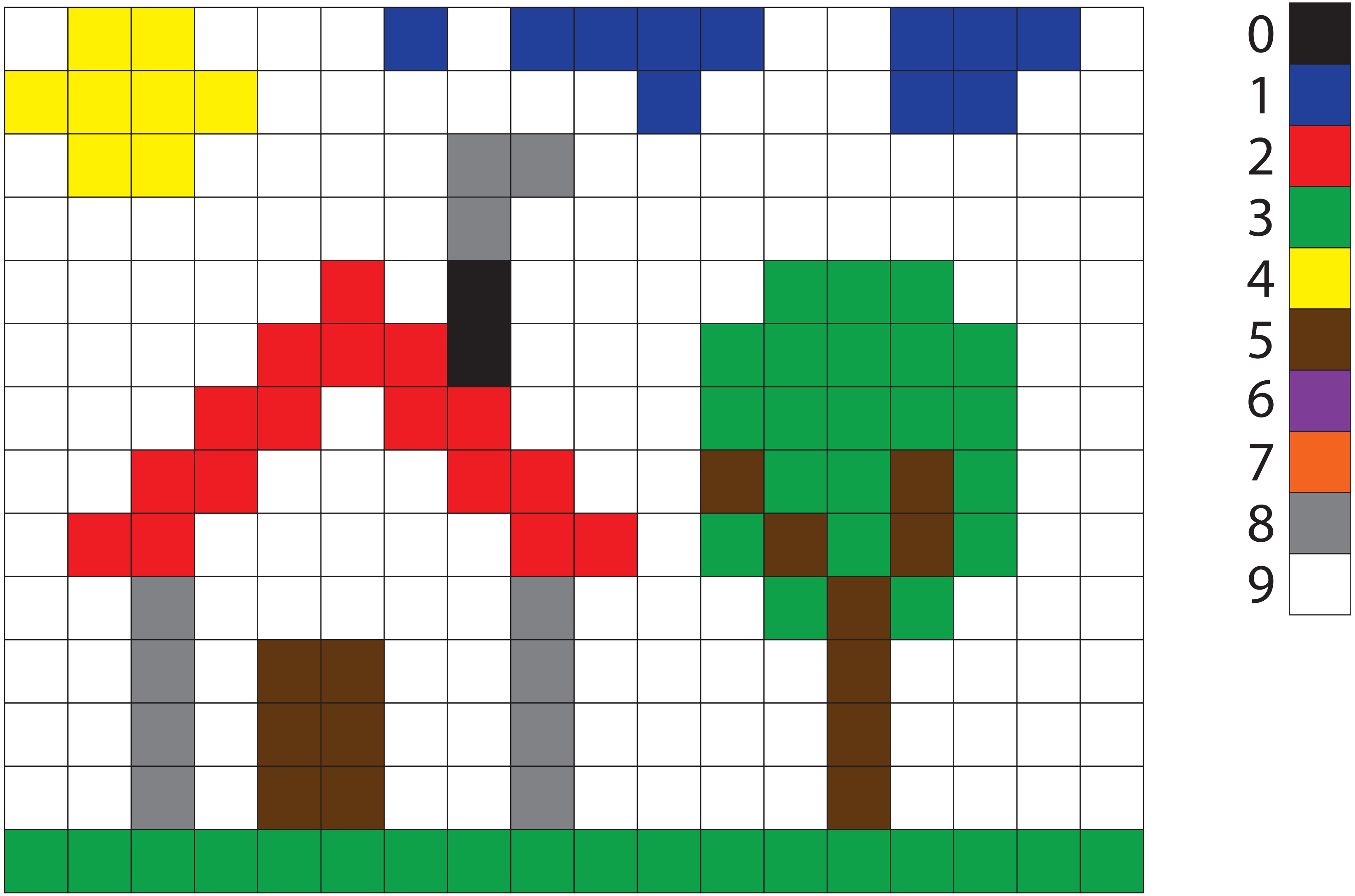
Barvne slike so običajno zapisane tako, da je za vsako točko shranjene intenzivnost rdeče, zelene in modre barve (*red, green, blue, RGB*). Intenzivnosti so shranjene kot osembitna števila, torej števila med 0 in 255; vsaka točka je tako opisana s trojko števil, torej 24 biti ali tremi bajti. Fotoaparat, ki dela fotografije z 8 milijoni točk ("8 mega pikslov") bi za shranjevanje ene slike potreboval 24 milijonov bajtov ali 8 megabajtov. Stiskanje s postopki iz te aktivnosti tu ne bi delovalo, saj zaporedne točke skoraj nikoli niso povsem enakih barv. Formati, kot so TIFF in JPG zato uporabljajo drugačne postopke stiskanja. Postopek je lahko brezizgubni (*lossless*), kar pomeni, da slika zaradi stiskanja ni nič slabša (tako deluje TIFF). Drug tip stiskanja je stiskanje z izgubo. Uporablja ga, recimo, JPG; ta lahko naredi veliko manjše datoteke, pri katerih pa se izgubljajo detajli. Kadar poskušamo z JPG narediti zelo majhno datoteko, se začnejo na sliki pojavljajo vidne motnje.

Opis barv, kakršnega spoznajo učenci, uporablja format GIF: na začetku datoteke GIF je definirana paleta 256 različnih barv (za učence bi bilo to seveda preveč, zato smo jih uporabili le tu 10), v opisu slike pa se nato sklicujemo le na številke barv. Datoteka GIF je lahko zato krajša, vendar je na takšni sliki lahko le 256 različnih barv.

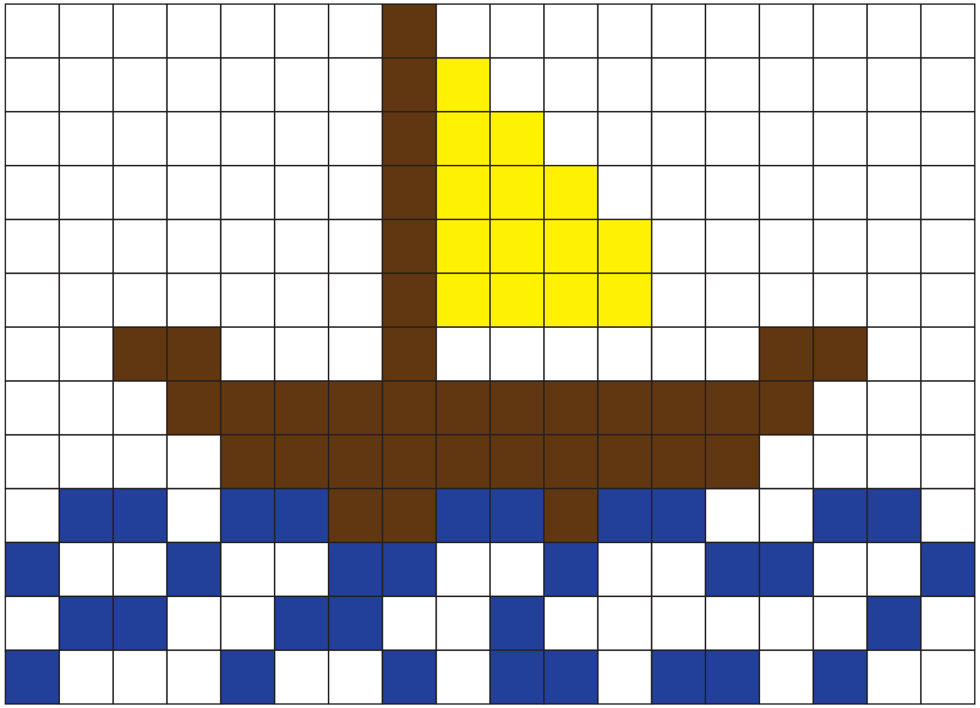
V besedilu omenjamo, da računalnik navadno shranjuje slike kot zaporedje barvnih kvadratkov. Temu rečemo bitne slike. Poleg njih uporabljamo tudi vektorske slike, ki niso shranjene kot zaporedje barv kvadratkov, temveč so opisane s seznamom elementov – krogov, krivulj, črk..., ki so na sliki. Tako opisane slike so pogosto v datotekah s končnicami SVG, EPS in AI, navadno pa tudi v PDF (PDF poleg tega vsebuje tudi besedila in bitne slike).

Če bitno sliko zelo povečamo, opazimo, da je sestavljena iz kvadratkov. Vektorske slike pa ostanejo gladke tudi, ko jih povečujemo.

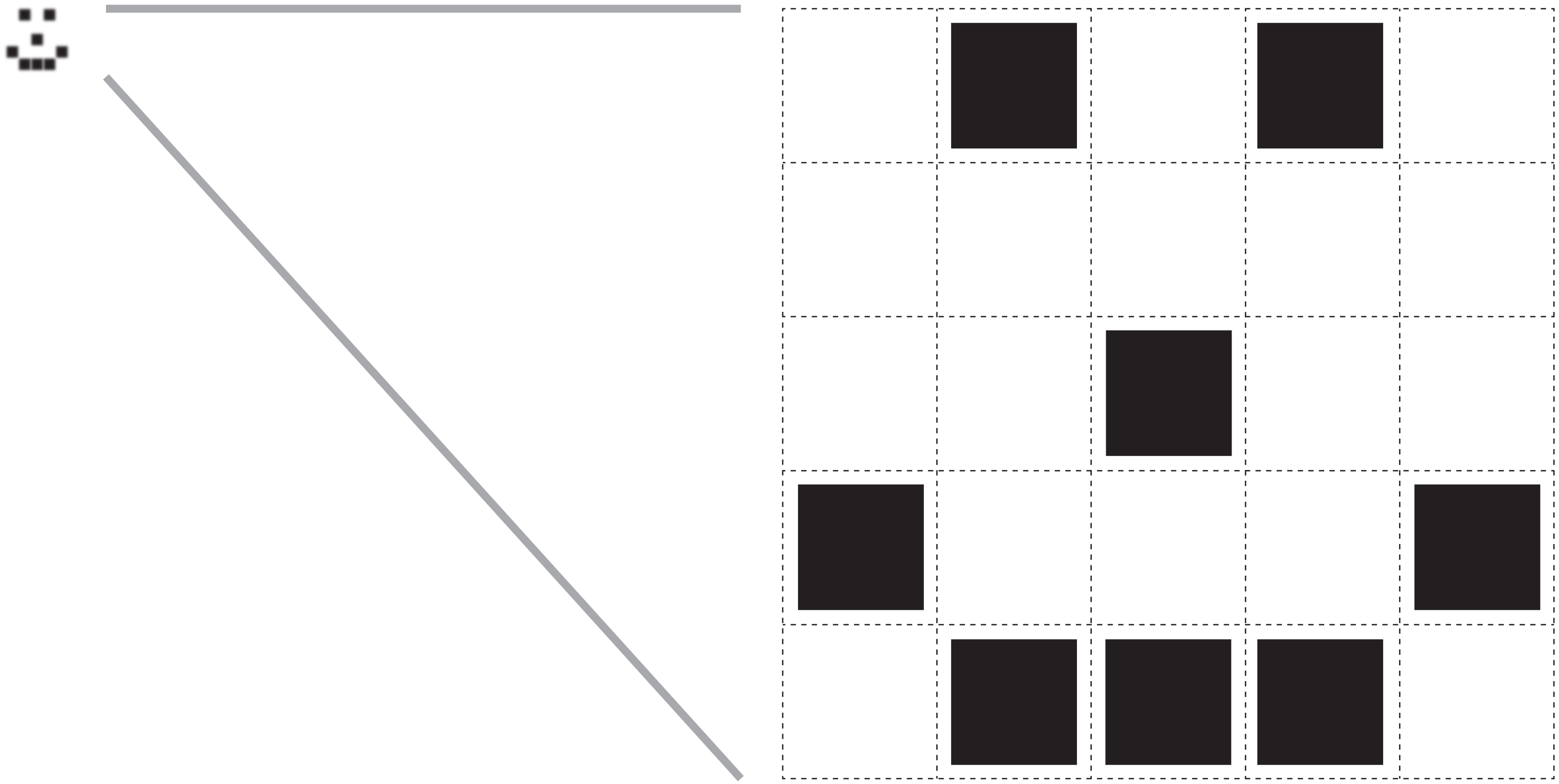


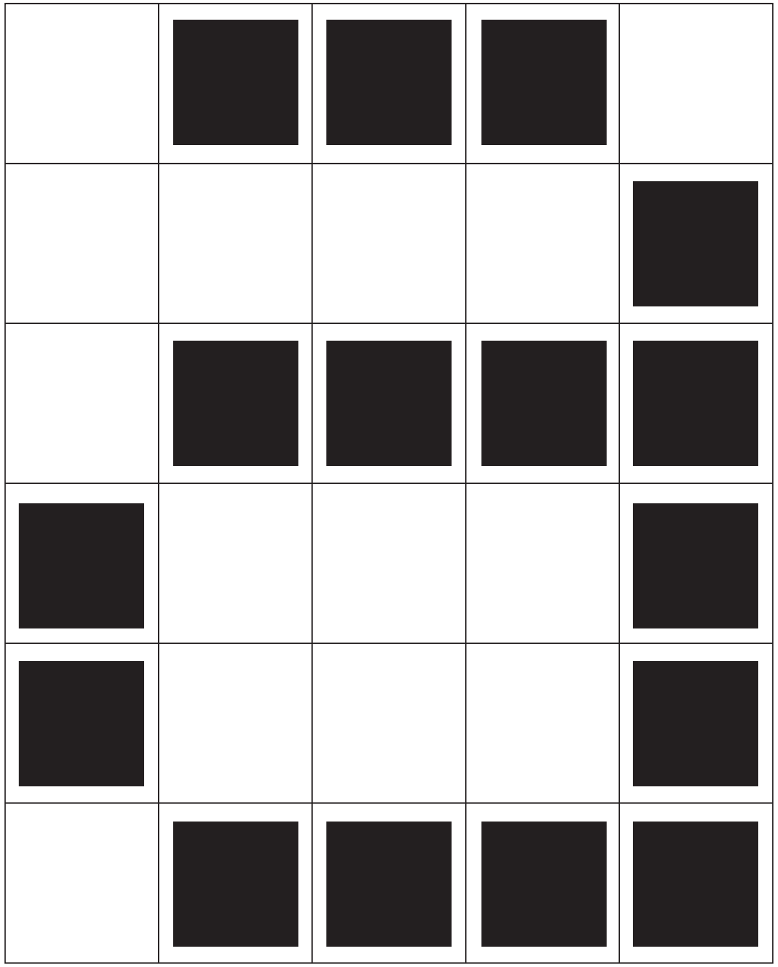

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

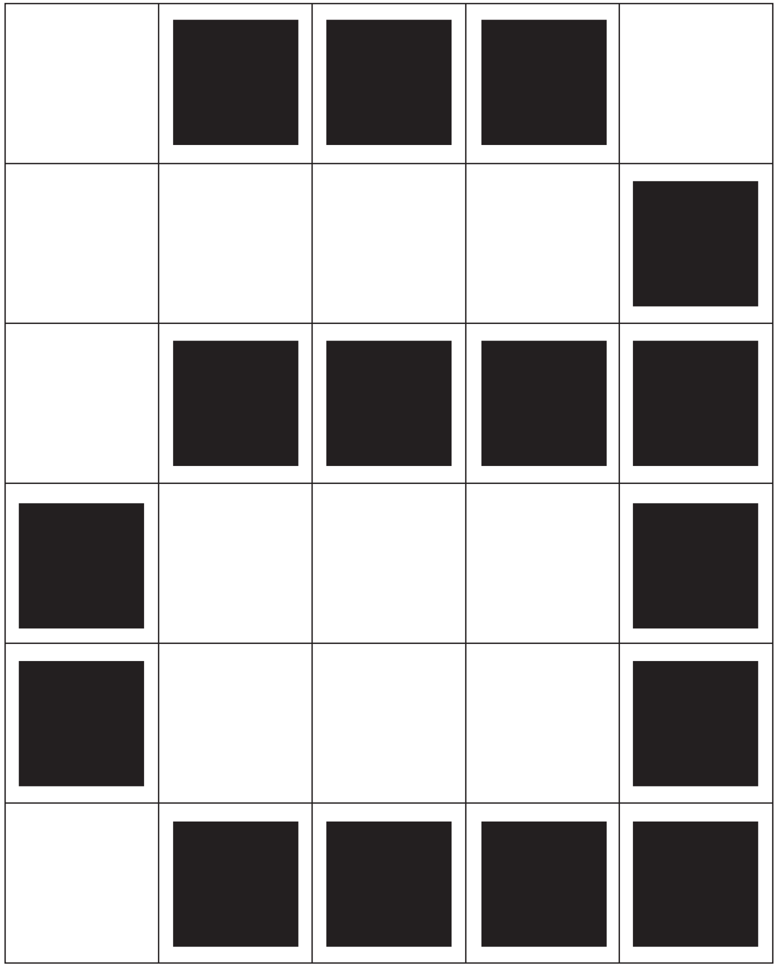
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9



7 9 1 5
7 9 1 5 1 4
7 9 1 5 2 4
7 9 1 5 3 4
7 9 1 5 4 4
7 9 1 5 4 4
2 9 2 5 3 9 1 5 6 9 2 5
3 9 12 5
4 9 10 5
1 9 2 1 1 9 2 1 2 5 2 1 1 5 2 1 2 9 2 1
1 1 2 9 1 1 2 9 2 1 2 9 1 1 2 9 2 1 2 9 1 1
1 9 2 1 2 9 2 1 2 9 1 1 6 9 1 1
1 1 3 9 1 1 2 9 1 1 1 9 2 1 1 9 2 1 1 9 1 1







1, 3, 1

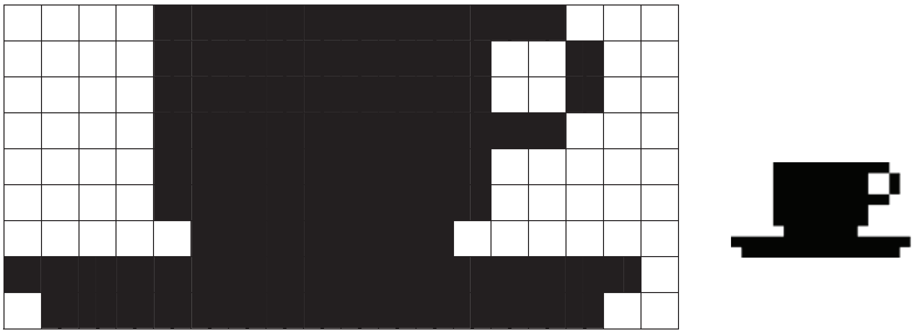
4, 1

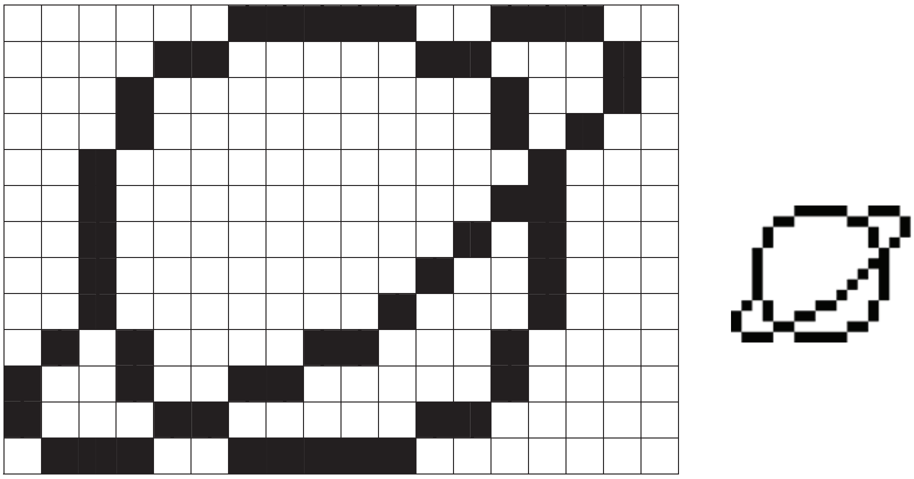
1, 4

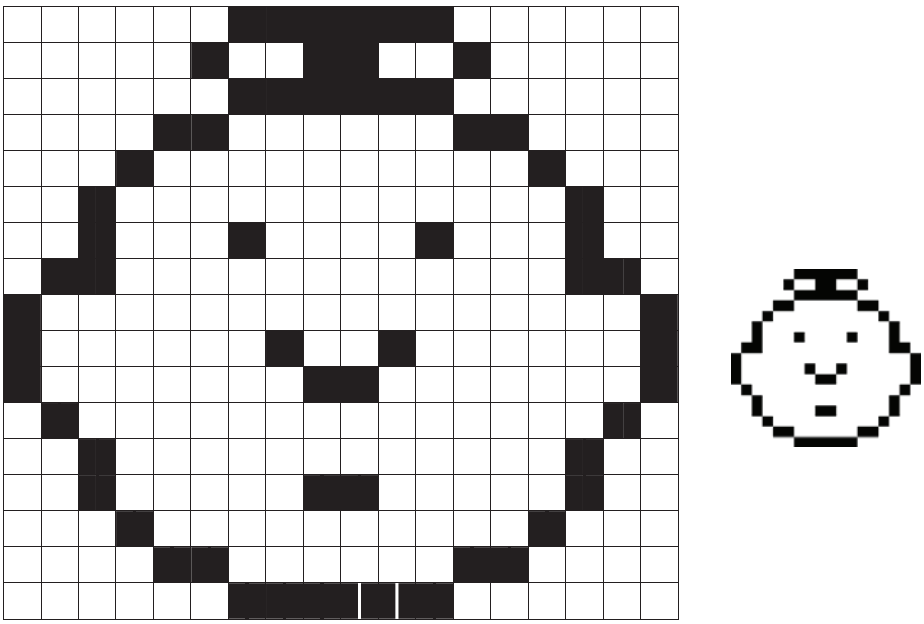
0, 1, 3, 1

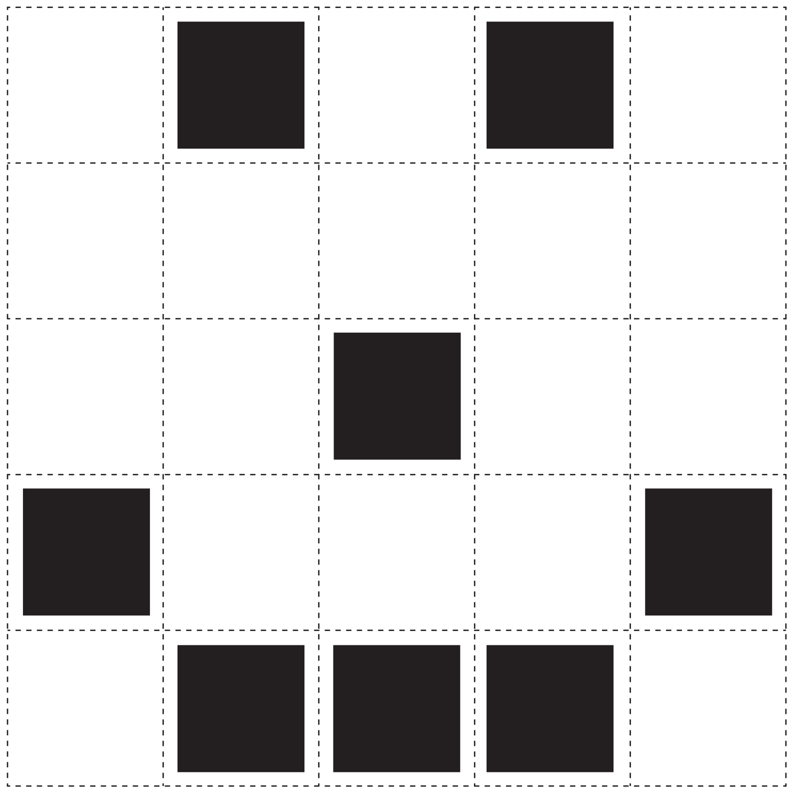
0, 1, 3, 1

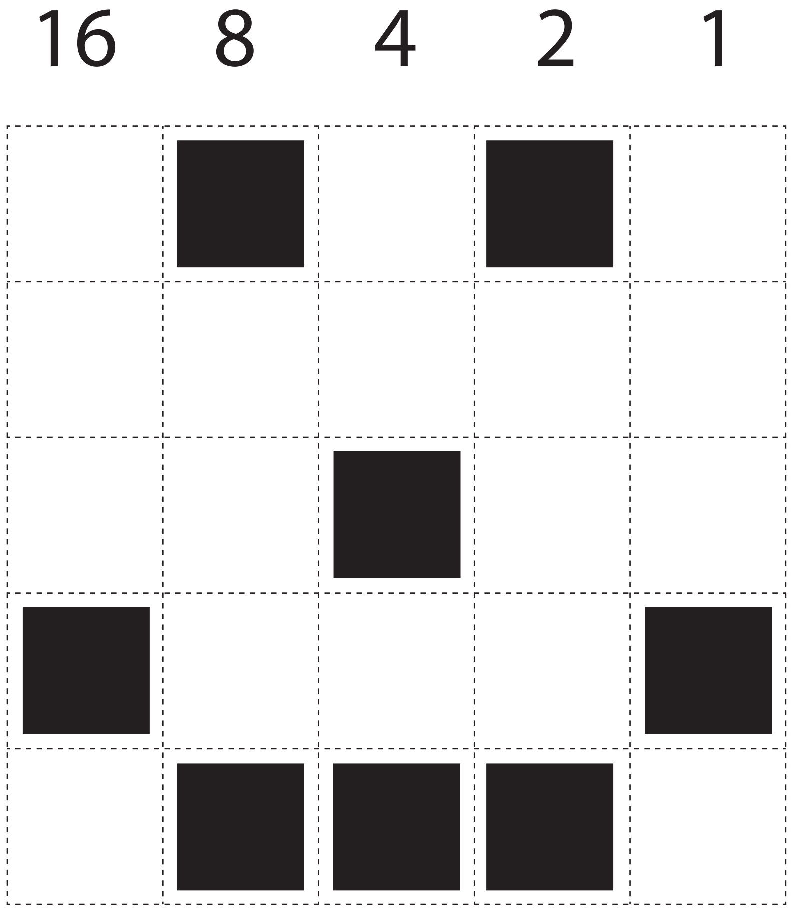
1, 4



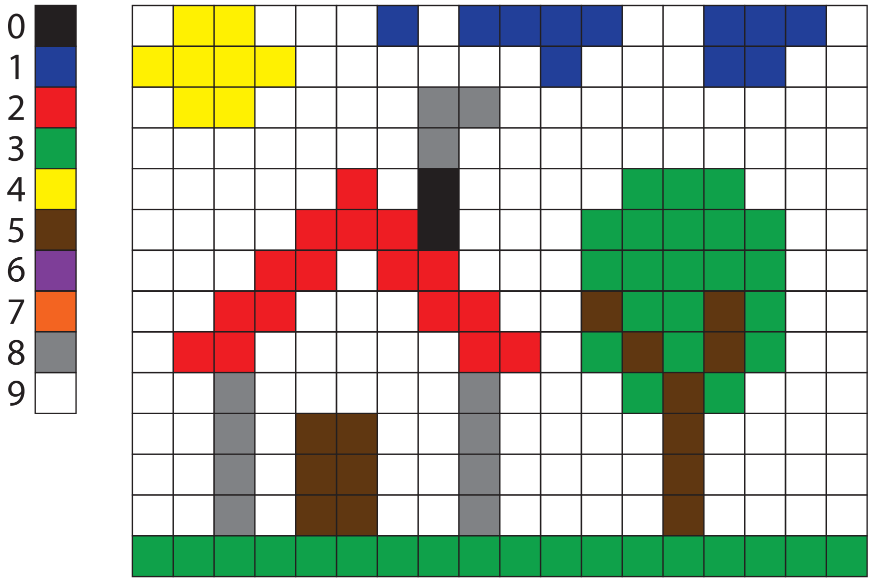


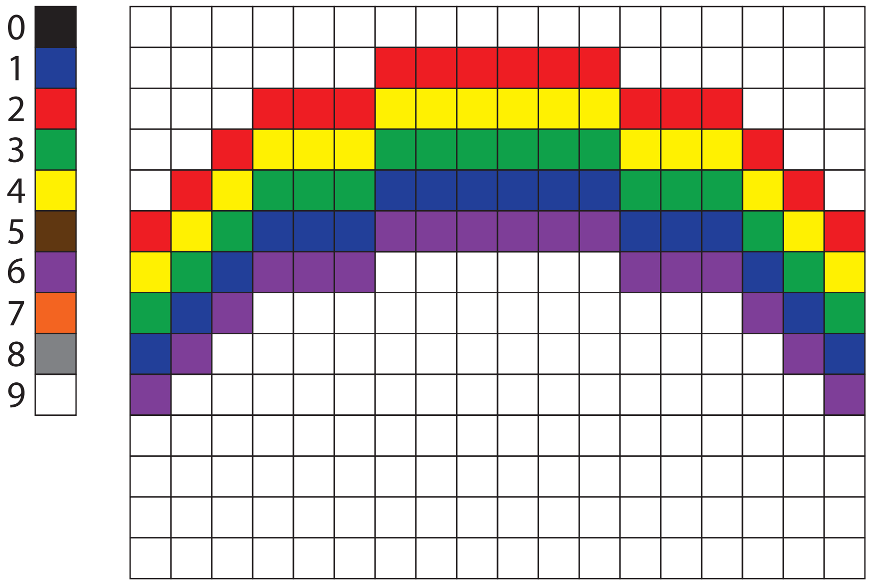


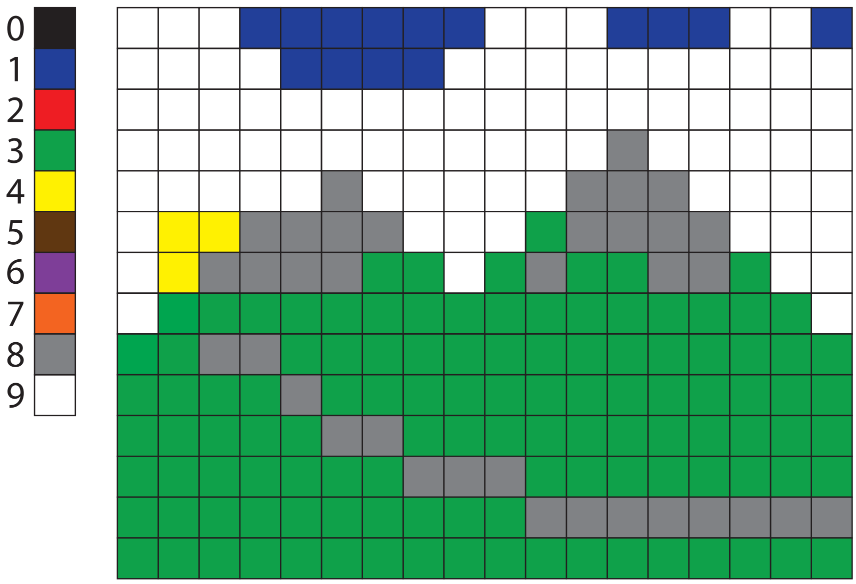



16
8
4
2
1

8A







8B

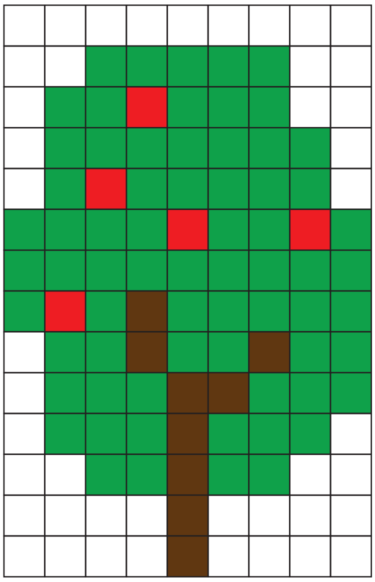
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

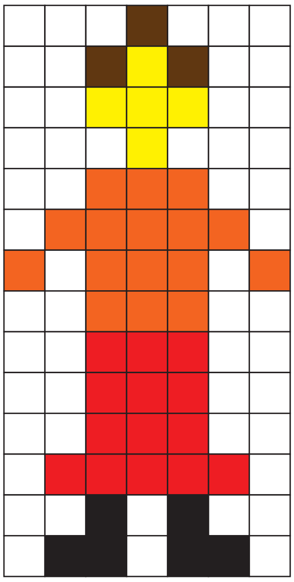
8C

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9



0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9



0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

8D

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

7 9 1 5
7 9 1 5 1 4
7 9 1 5 2 4
7 9 1 5 3 4
7 9 1 5 4 4
7 9 1 5 4 4
2 9 2 5 3 9 1 5 6 9 2 5
3 9 1 2 5
4 9 10 5
1 9 2 1 1 9 2 1 2 5 2 1 1 5 2 1 2 9 2 1
1 1 2 9 1 1 2 9 2 1 2 9 1 1 2 9 2 1 2 9 1 1
1 9 2 1 2 9 2 1 2 9 1 1 6 9 1 1
1 1 3 9 1 1 2 9 1 1 1 9 2 1 1 9 2 1 1 9 1 1

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

7 9 1 5
7 9 1 5 1 4
7 9 1 5 2 4
7 9 1 5 3 4
7 9 1 5 4 4
7 9 1 5 4 4
2 9 2 5 3 9 1 5 6 9 2 5
3 9 1 2 5
4 9 10 5
1 9 2 1 1 9 2 1 2 5 2 1 1 5 2 1 2 9 2 1
1 1 2 9 1 1 2 9 2 1 2 9 1 1 2 9 2 1 2 9 1 1
1 9 2 1 2 9 2 1 2 9 1 1 6 9 1 1
1 1 3 9 1 1 2 9 1 1 1 9 2 1 1 9 2 1 1 9 1 1

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

7 9 1 5
7 9 1 5 1 4
7 9 1 5 2 4
7 9 1 5 3 4
7 9 1 5 4 4
7 9 1 5 4 4
2 9 2 5 3 9 1 5 6 9 2 5
3 9 1 2 5
4 9 10 5
1 9 2 1 1 9 2 1 2 5 2 1 1 5 2 1 2 9 2 1
1 1 2 9 1 1 2 9 2 1 2 9 1 1 2 9 2 1 2 9 1 1
1 9 2 1 2 9 2 1 2 9 1 1 6 9 1 1
1 1 3 9 1 1 2 9 1 1 1 9 2 1 1 9 2 1 1 9 1 1

8E

4, 11
4, 9, 2, 1
4, 9, 2, 1
4, 11
4, 9
4, 9
5, 7
0, 17
1, 15

6, 5, 2, 3
4, 2, 5, 2, 3, 1
3, 1, 9, 1, 2, 1
3, 1, 9, 1, 1, 1
2, 1, 11, 1
2, 1, 10, 2
2, 1, 9, 1, 1, 1
2, 1, 8, 1, 2, 1
2, 1, 7, 1, 3, 1
1, 1, 1, 1, 4, 2, 3, 1
0, 1, 2, 1, 2, 2, 5, 1
0, 1, 3, 2, 5, 2
1, 3, 2, 5

6, 2, 2, 2
5, 1, 2, 2, 2, 1
6, 6
4, 2, 6, 2
3, 1, 10, 1
2, 1, 12, 1
2, 1, 3, 1, 4, 1, 3, 1
1, 2, 12, 2
0, 1, 16, 1
0, 1, 6, 1, 2, 1, 6, 1
0, 1, 7, 2, 7, 1
1, 1, 14, 1
2, 1, 12, 1
2, 1, 5, 2, 5, 1
3, 1, 10, 1
4, 2, 6, 2
6, 6

8G

		■		
	■		■	
		■		
■		■		■
	■	■	■	

					10
					21
					17
					10
					4

		■		
	■		■	
		■		
■		■		■
	■	■	■	

					10
					21
					17
					10
					4

		■		
	■		■	
		■		
■		■		■
	■	■	■	

					10
					21
					17
					10
					4

		■		
	■		■	
		■		
■		■		■
	■	■	■	

					10
					21
					17
					10
					4

Aktivnost 3

Stiskanje besedil

Zdaj znamo stiskati slike. Stiskati pa je potrebno tudi druge reči. V tej aktivnosti bomo spoznali enega naprednejših postopkov; ogledali si bomo, kako bi se z njim lotili stiskanja besedila.

Namen

Otroci spoznajo osnono idejo postopkov za stiskanje besedil Lempel-Ziv-Welch. Splošnejši namen je spoznavanje različnih načinov kodiranja podatkov.

Trajanje

Ena ura

Potrebščine

Učni listi so kar v tem besedilu, strani od 3 do 6.

Stiskanje besedil

Deli besedila – zaporedja črk, besede ali celo več besed – se pogosto ponavljajo. Zapis besedila lahko skrajšamo tako, da vsakič, ko bi morali napisati, kaj, kar smo že napisali, le pokažemo na prejšnji zapis.

Kaj pa piše tule? (Nariši na tablo.)

AN B PET PODG

Tole je naslov neke dobre knjige. Katere?

V PUŠČAVI IN GO

Je v tvojem razredu morda kakšna

BAR A?

Zdaj pa se nauči še sam zastavljati takšne uganke. Kako bi zapisal naslov knjige PEDENJPED? Kaj pa VIKING VIKE? Kaj pa beseda VODOVOD? Izmisli si še sam kako besedo ali stavek, ki ga je mogoče dobro stisniti.

Učencem razdeli učne pole (preostanek tega besedila, razen zadnje strani).

Prepletanje

Kako bi stisnili tole vrstico stare dobre izštevanke?

EKATE PEKATE CUKATE ME

To ni več tako preprosto: ko napišemo PEKATE, uporabimo cel EKATE, pri CUKATE, pa le KATE, takole:

EKATE P CU ME

Naprej je na srečo veliko lažje. Bi znal nadaljevati? Obkroži enake dele, prečrtaj ponovljene dele in dodaj puščice!

EKATE PEKATE CUKATE ME

FIBE FABE DOMINE

EKTUM PEKTUM KUFER ŠTUC

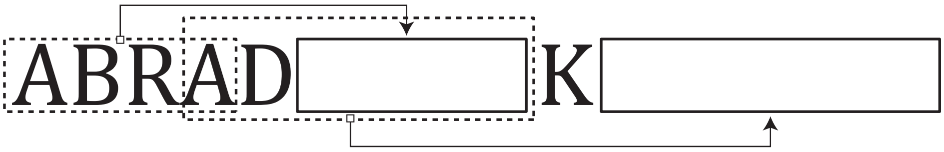
KVINTE KVANTE FINGER PUC

Poskusi tudi

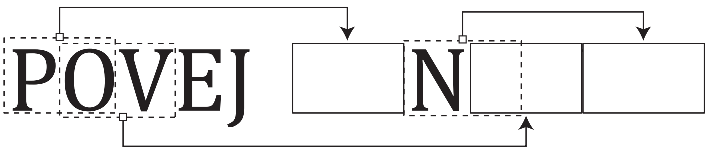
ŽIGA ŽAGA POJE ŽAGA,
ROM POM POM KLADIVO.

Branje stisnjenega besedila

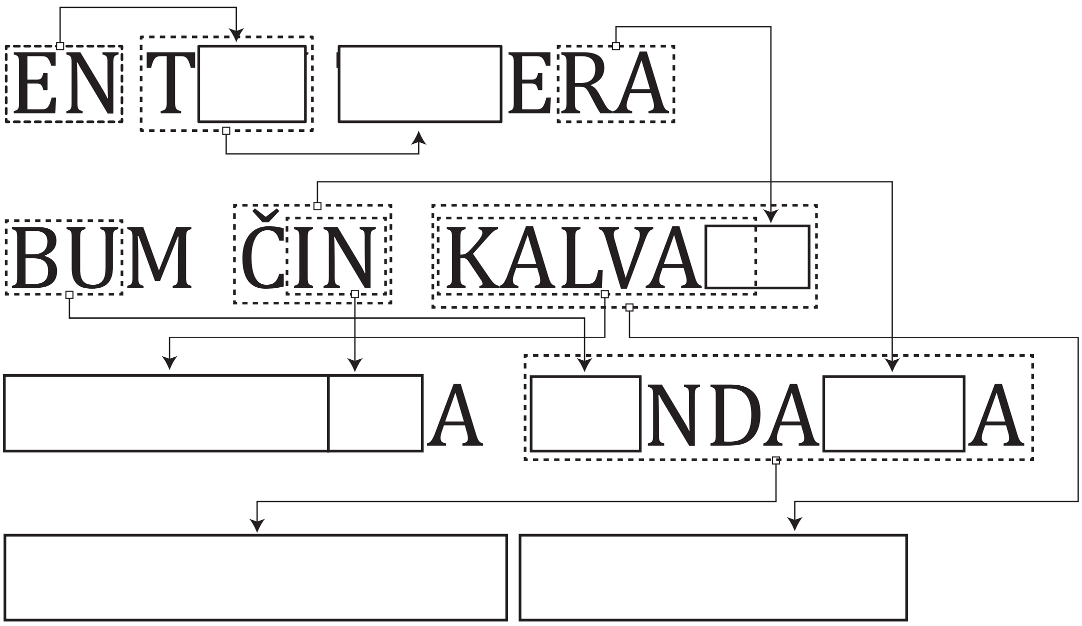
Tudi branje lahko postane kar zapleteno. Znaš razvlozlati tole čarovnijo?



Odlično ti gre! Še ena zavozlanka:



In še zadnja, za najbolj neustrašne:



Kako to zapisati?

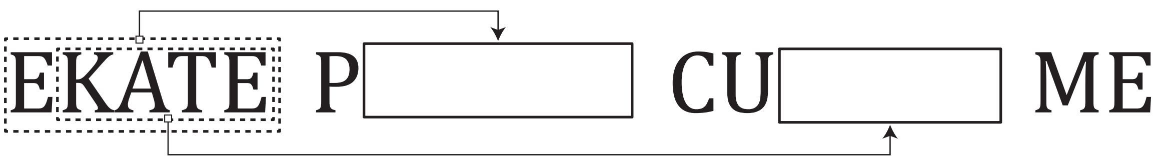
Kako bi to predstavili v računalniku? Vsakič, ko se želimo sklicati na prejšnje besedilo, v oklepaju povejmo, koliko znakov je potrebno prepisati in odkod. Za primer vzemimo

in ga prerišimo tako, da bomo lahko šteli črke:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
V		P	U	Š	Č	A	V	I		I	N		G	O					

Ko pridemo do šestnajstega znaka, vstavimo pet znakov od petega mesta naprej. Torej bomo zapisali: V PUŠČAVI IN GO[5, 5].

bomo zapisali kot AN B[2, 1] PET PODG[2, 1]: za B-jem sta dva znaka, prepisovanje začnemo kar pri prvem znaku besedila; dva znaka, začenši od prvega, sta AN. Enako storimo za G-jem. Lahko pa bi (razmisli!) rekli tudi AN B[2, 4] PET PODG[2, 5].



se prepiše v EKATE P[5, 1] CU[4, 2]KATE ME: P-ju sledi pet znakov, ki jih prepišemo z začetka – to je EKATE – in CU-ju štirje znaki, ki jih prepisujemo od drugega naprej, torej KATE.

Kako pa bi zapisal PEDENJPED, ABRADABRA KADABRA (glej zgoraj), EN TEN TENERA in CICIBAN, DOBER DAN?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21

Znaš prebrati ENCI B[4, 1] NA KAM[4, 1]?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21

ODLIČNO, KOLI[2, 10] [2, 6]VEGA smo se naučili!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21

Za kaj gre?

Čeprav imajo računalniki vedno večje diske, prostora na njih še vedno zmanjkuje, saj želimo nanje shraniti vedno več reči. V računalnikih imamo cele knjižnice, velike zbirke glasbe in filmov, tisoče in tisoče slik... V zadnjem času se vse to bogastvo seli celo na mobilne telefone, kjer smo z diskom veliko bolj na tesnem.

Da bi šlo v isto količino pomnilnika ali diska več podatkov, podatke stiskamo. V prejšnji aktivnosti smo spoznali preprosto postopek stiskanja slik, ta aktivnost kaže osnovno ozadje pogoste metode stiskanja, ki se imenuje stiskanje LZ, po izraelskih profesorjih Zivu in Lempelu, ki sta se ga domislila v sedemdesetih. Večina postopkov stiskanja – vključno s postopkom LZ – temelji na dejstvu, da se določeni vzorci v podatkih ponavljajo, zato se pri ponovitvah le skličemo na že opisani vzorec. Takšno stiskanje se ne uporablja le za besedila, temveč postopek LZW (Lempelu in Zivu se tu pridruži še Welch) uporablja tudi priljubljeni format slik GIF, včasih pa so z njim stisnjene tudi datoteke TIFF in PDF. Uporablja se tudi v formatu ZIP in podobnih.

Nekatere druge metode stiskanja delujejo tako, da znake, ki se pojavljajo pogosteje (na primer črki E in A), napišejo z manj biti, redkejše črke pa z več. Na tem delno temelji Morsejeva abeceda.

S takšnimi postopki lahko besedilo običajno stisnemo na polovico prvotne velikosti.

Naštete metode stiskanja imenujemo brezizgubne, saj je mogoče podatke prebrati ("odstisniti") tako, da spet dobimo prvotno besedilo. Slikovne in zvokovne datoteke je težko stiskati na ta način, saj se vzorci le redko natančno ponovijo. Zanje zato uporabljamo izgubne postopke, ki sliko ali zvok nekoliko poenostavijo. Tako stiskamo na račun kvalitete; pri zvoku, recimo, stiskanje poreže nižje in višje frekvence, tišje tone, zmanjša število različnih frekvenc... Tako lahko, na primer, pri gledanju videov na YouTubeu določimo, kako kvaliteten posnetek želimo; če je naša internetna povezava manj zmogljiva, bomo izbrali bolj stisnjen video, ki pa bo zaradi tega opazno slabši. Prav tako je zvok v obliki MP3 bolj ali manj stisnjen; čim manjša je datoteka, tem slabši je zvok.

Aktivnost 4

Zaznavanje in popravljanje napak

Pri shranjevanju in pri prenašanju podatkov lahko pride do napak. Računalniki uporabljajo različne načine za preverjanje pravilnosti podatkov in njihovo popravljanje.

Namen

Razumevanje ideje, da je mogoče k podatkom dodati kontrolo pravilnosti. Spoznavanje nekaj konkretnih postopkov za ta namen.

Aktivnost se navezuje na matematiko, predvsem seštevanje in množenje.

Trajanje

Ena ura

Potrebščine

Za ves razred

- 36 večjih kart (lahko so tudi listi papirja ali kartona, ki je na vsaki strani druge barve) za prikaz "čarovniškega trika"; za manjšo skupino zadoščajo igralne karte;
- katerokoli knjiga s 13-mestno kodo ISBN (takšne so vse novejše knjige).

Za vsak par učencev

- 36 podobnih, a manjših kart (papirjev, kartončkov) za vsak par otrok; lahko vzameš kar liste papirja, ki so po eni strani drugačne barve kot po drugi in ga razrežeš v 6×6 kosov velikosti 3,5×5 centimetrov;
- namesto tega lahko uporabiš (tudi) karte, ki imajo na eni strani 0 in na drugi 1; karte so na ločeni poli, ki jo je potrebno natisniti dvostransko in razrezati.

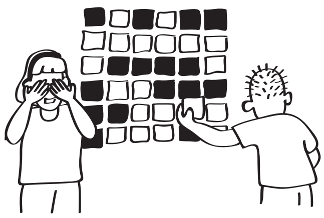
Čarovniški trik

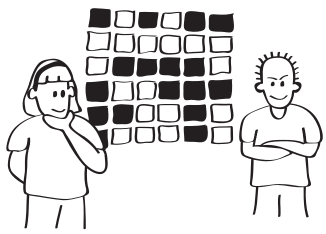
Za trik potrebuješ kup (recimo 36) enakih dvostranskih kart. Izdelaš jih lahko iz papirja, ki je pobarvan po eni strani. Za prikaz na tabli pa so najprimernejše magnetne karte. Karte lahko zložiš tudi na mizo ali na tla, če lahko postaviš otroke tako, da jih bodo videli.

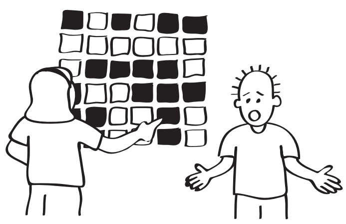
1. Izberi otroka, ki zloži karte v kvadrat velikosti 5 × 5, pri čemer naključno izbere, katero stran bodo kazale karte.
2. Dodaj še en stolpec in vrstico, češ, da bo še bolj zapleteno. V resnici jih izberi tako, da bo v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu sodo število obarvanih kart.
3. Zakrij si oči in prosi otroka, da obrne eno karto, pa boš uganil, katera je bila.
4. Obrnjena karta je v vrstici in stolpcu z lihim številom obarvanih kart.

Če se zdi otrokom naloga prelahka, naj si več otrok pripravi karte vsak na svoji mizi. Vsem dodaš po eno vrstico in stolpec. Nato obrnejo vsak eno karto ... ti pa lahko še vedno uganeš, katero.

Morda imaš tako izvrsten spomin ... morda pa gre za trik. Ga lahko otroci uganejo?







Nauči trika še otroke

1. Razporedi otroke v pare. Par razpostavi karte v pet vrst in stolpcev.
2. Koliko obarvanih kart je v vsaki vrstici in stolpcu? Je število liho ali sodo? (Ne pozabi, da je 0 sodo število.)
3. Otroci dodajo šesto karto v vsako vrstico, tako da bo število obarvanih kart povsod sodo. Dodatni karti pravimo "parnostna karta".
4. Nato dodajo šesto karto v vsak stolpec (tudi novi, parnostni), da bo tudi število obarvanih kart po stolpcih sodo.
5. Potem obrnejo eno od kart. S tem so "pokvarili" parnost določenega stolpca in vrstice, s čimer lahko določijo, za katero karto gre.
6. Otroci se nato izmenjujejo pri izvajanju trika.

Dodatne možnosti

Poskusi še z drugimi objekti. Primerno je vse, kar ima dve stanji – igralne karte, kovanci (grb in cifra). Potreboval boš vsaj 25 objektov, boljše pa je, če jih imaš 36.

Lahko si natisneš tudi karte z ničlami in enicami, da nalogo povežeš z dvojiškim številskim sistemom. Na ta način bodo otroci razumeli povezavo z računalnikom – s kartami tako zapisujemo ali sporočamo pet števil med 0 in 31.

Pogovor

Kaj se zgodi, če obrnemo več kart? (Če obrnemo dve, vemo, da je nekaj spremenjeno, vendar ne vemo, kateri par kart. Navadno lahko izbiro zožimo na dva možna različna para. Če obrnemo štiri karte, se lahko zgodi, da so vsi parnostni biti pravilni in ne zaznamo spremembe.)

Razmisli o spodnji desni karti: je to parnostna karta za zadnji stolpec ali zadnjo vrstico? (Za oboje. Nemogoče je, da bi imeli liho število sodih stolpcev, a sodo število sodih vrstic.)

Lahko trik izvajamo le s kartami v kvadratu? Mora biti stranica kvadrata ravno, preden ga dopolnimo s parnostno karto, ravno pet? Mora biti liha? (Ne, trik deluje pri poljubnem pravokotniku.)

Bi lahko kontrolo parnosti spremenili v kontrolo lihosti – namesto, da bi imeli v vsaki vrstici sodo, bi postavili v vsako vrstico liho število obarvanih kart? (Da, vendar bi imeli težave s spodnjo desno karto. Ta se bo izšla le, če je obeh, stolpcev in vrstic sodo ali liho. Pravokotnik sme biti dimenzij 5×7 ali 10×6, ne pa 6×7.

Kje to pride prav računalniku? Se ti je že zgodilo, da CD ali DVD ni delal ali pa je računalnik ali predvajalnik MP3 javil, da je z datoteko nekaj narobe? Naučili smo se že, da računalnik vse shranjuje kot dvojiška števila. Računalnik lahko vzame osem bajtov in jih zloži v kvadrat s stranico 8 in mu doda parnostne bite. Če je CD opraskan ali pa je z datoteko kaj narobe, to opazi – tako kot smo opazili obrnjene karte – in napako popravi ali pa vsaj opazi.

Sem prav seštel?

1. Učenci naj predlagajo dve veliki (recimo šestmestni števili). Napiši ju na tablo, eno pod drugo.

2. Prostovoljec naj ju sešteje, kot običajno seštevamo. Primer:

$$\begin{array}{r} 137615 \\ +\ 528398 \\ \hline 666013 \end{array}$$

3. Zdaj jih nauči hitrega načina preverjanja pravilnosti rezultata. Najprej seštejejo vse števke prvega števila, 1 + 3 + 7 + 6 + 1 + 5 = 23. Nato seštejejo vse števke vsote, 2 + 3 = 5. To ponavljamo, dokler ne dobimo enomestnega števila (tule smo ga že.) Isto ponovimo z drugim številom: 5 + 2 + 8 + 3 + 9 + 8 = 35 in 3 + 5 = 8. Zdaj ju seštejemo: 5 + 8 = 13 in 1 + 3 = 4.

   Nato preverimo vsoto: 6 + 6 + 6 + 0 + 1 + 3 = 22 in 2 + 2 = 4. Obakrat smo dobili 4, torej je račun pravilen.

4. Opozori, da se lahko zgodi, da se vsota števk včasih izide tudi, če je rezultat napačen. Nikoli pa se ne zgodi, da bi bil rezultat pravilen, poskus z vsoto števk pa se ne bi izšel.

5. Postopek deluje tudi za seštevanje več števil. Otrokom daj njihovi starosti primerno težak račun (npr. vsota treh štirimestnih števil). Vsak naj jih sam sešteje ter preveri rezultat.

Druga možnost je, da jih naučiš "enomestnega seštevanja". Seštevali bomo samo enomestna števila. Če je vsota enomestna, je vse kot običajno (5 + 2 = 7). Če slučajno dobimo dvomestno vsoto, pa seštejemo njene števke. Tako rečemo, recimo 7 + 6 = 4, saj je 7 + 6 = 13, to pa zamenjamo s 4, saj je 1 + 3 enako 4.

Z učenci povadi takšno seštevanje, tako da jim (frontalno) zastavljaš račune, na primer, 4 + 7 = 2, 2 + 3 = 5, 6 + 6 = 3, 7+ 9 = 7. Otroke bo takšno smešno seštevanje zabavalo: opazili bodo, da je vsota lahko manjša od seštevancev in da se 9 obnaša podobno kot nič – poskusite 1 + 9 = 1, 2 + 9 = 2, 3 + 9 = 3 ...

S tem znanjem lahko tudi gornje števke seštevamo enomestno: 1 + 3 = 4. 4 + 7 = 2. 2 + 6 = 8. 8 + 1 je 9. 9 + 5 = 5. K temu lahko, kar naprej, prištevamo števke drugega števila: 5 + 5 = 1, 1 + 2 = 3, 3 + 8 = 2, 2 + 3 = 5, 5 + 9 = 5, 5 + 8 = 4. Vsota vseh števk seštevancev je 4.

Vsota števk vsote je 6 + 6 = 3. 3 + 6 = 9. 9 + 0 = 9, 9 + 1 = 1, 1 + 3 = 4.

Kontrolne števke na knjigah, osebnih izkaznicah...

Preverjanje parnosti ni edini način preverjanja pravilnosti podatkov. Podoben sistem preverjanja se uporablja tudi za številke, ki jih videvamo vsakodnevno.

Spodnji vaji lahko, glede na starost učencev in razpoložljivi čas, izvajaš tako, da frontalno pokažeš primer in nato vsak učenec računa zase, lahko ostaneš pri frontalni predstavitvi, lahko pa ju tudi zgolj omeniš ali celo izpustiš.

ISBN

Knjige imajo na platnici ali na prvi ali zadnji strani ponavadi številko ISBN. Vsaka knjiga ima drugačno, niti dve različni knjigi na svetu nimata enake kode. Če kdo naroči knjigo po internetu ali v knjigarni, zadošča, da pove njeno ISBN.

Koda ISBN ima lahko 10 ali 13 števk. Vse novejše knjige jih imajo trinajst. Prve tri števke so vedno 978. Naslednjih nekaj števk pove jezikovno skupino; pri slovenskih knjigah so števke od četrte do šeste enake 961. Naslednjih nekaj števk pove, pri kateri založbi je izšla knjiga in za katero knjigo gre – založniki poskrbijo, da je številka vsakega knjige drugačna. Čisto zadnja števka pa je kontrolna: tako kot smo pri triku s kartami v zadnji stolpec vedno postavili takšno karto, da je bilo števil obarvanih kart sodo, si pri kodah ISBN izmislijo zadnjo števko tako, da se izide naslednji račun: prvo števiko pomnožimo z 1, drugo s 3, tretjo z 1, četrto s 3, peto z 1 ... in tako naprej. Vse skupaj seštejemo in vsota je deljiva z 10.

Za primer poglejmo knjigo s kodo 9789610119463.

9	7	8	9	6	1	0	1	1	9	4	6	3	
×1	×3	×1	×3	×1	×3	×1	×3	×1	×3	×1	×3	×1	
9	+ 21	+ 8	+ 27	+ 6	+ 3	+ 0	+ 3	+ 1	+ 27	+ 4	+ 18	+ 3	= 130

Ker nas zanima le, ali je število deljivo z 10, si lahko delo olajšamo tako, da razmišljamo le o enicah: 9 + 1 = 0 (desetico izpustimo), 0 + 8 = 8, 8 + 7 = 5, 5 + 6 = 1 ... in tako naprej. Rezultat mora biti 0.

Desetice lahko izpustimo celo že pri množenju in računamo kar (preden pokažeš, presodi, ali bo otroke to zanimalo ali zbegalo):

9	7	8	9	6	1	0	1	1	9	4	6	3	
×1	×3	×1	×3	×1	×3	×1	×3	×1	×3	×1	×3	×1	
9	+ 1	+ 8	+ 7	+ 6	+ 3	+ 0	+ 3	+ 1	+ 7	+ 4	+ 8	+ 3	= 0

Učenci naj vzamejo kak učbenik ali kakšno drugo knjigo, poiščejo ISBN in preverijo, ali je kontrolna števka pravilna.

Ko torej naročamo knjigo s pomočjo njene kode ISBN, lahko v knjigarni preverijo, ali je koda pravilna ali pa smo se kje zmotili.

Pogovor

Na izdelkih v trgovini je navadno natisnjena črtna koda.

Črtna koda na določen način zapisuje neko številko. (Saj veš: sliko lahko opišemo s številkami in obratno. Črtna koda sicer ne deluje čisto tako kot zapisovanje slik, ki smo se ga učili pri eni prejšnjih aktivnosti, je pa podobna.) Številka, ki je shranjena s črtno kodo, je zapisana pod črtami. Ko blagajničarka s čitalcem črtne kode odčituje številke, se včasih zgodi, da koda ne deluje in jo je potrebno prebrati ponovno ali pa odtipkati ročno.

Kako čitalec ve, da ni uspel prebrati pravilne številke? Tudi tu je zadnja števka kontrolna, tako kot pri ISBN.

EMŠO

Na osebni izkaznicah in v potnih listih imamo številko EMŠO (EMŠO je kratica za Enotna matična številka občana.) Prvih sedem števk pove rojstni datum, sledi 50, potem pa trimestna številka med 000 in 499 za moške in med 500 in 999 za ženske. Zadnja, trinajsta števka je kontrolna, izračunana po posebni formuli za EMŠO.

Z učenci lahko preveriš pravilnost kake številke EMŠO, če so dovolj stari in poznajo svoje številke, pa jih lahko preverijo. Kontrolna števka EMŠO se računa po nekoliko drugačni formuli: prvo številko množimo z 7, drugo s 6, tretjo s 5, ..., šesto z 2, sedmo pa spet s 7, osmo s 6 in tako naprej. Na koncu prištejemo še zadnjo števko in rezultat mora biti deljiv z 11.

Nekdo, ki je rojen 13. avgusta 2006 bi lahko imel EMŠO 1308006500275. Da je pravilna, preverimo tako.

1	3	0	8	0	0	6	5	0	0	2	7	5	
×7	×6	×5	×4	×3	×2	×7	×6	×5	×4	×3	×2		
7	+ 18	+ 0	+ 32	+ 0	+ 0	+ 42	+ 30	+ 0	+ 0	+ 6	+ 14	+ 5	= 154

154 je deljivo z 11, torej je številka pravilna.

Starši imajo poleg EMŠO še drugo, manj priljubljeno številko, ki ji pravimo davčna številka. Davčna številka je sestavljena iz osmih števk; osma je kontrolna in se računa skoraj natančno tako kot ISBN, le da prve števke ne množimo z 10 temveč z 8.

Za učitelje: za kaj gre?

Pri vsakem shranjevanju in prenašanju podatkov je potrebno dodati kontrolo točnosti. Do napak pri prenosu lahko pride zaradi šuma na povezavi, pri shranjevanju na DVDje in CDje pride do težav, če je medij opraskan ali umazan, diski imajo lahko težave, če so izpostavljeni močnemu magnetnemu polju, računalniški pomnilniki (in USB ključki) pa se preprosto pokvarijo.

S sistemi, kakršne otroci spoznajo pri tej aktivnosti lahko zaznavamo napake (*error detection*) ali pa jih celo popravljamo (*error correction*) – obrnemo spremenjeno karto nazaj na njeno "pravo" vrednost. Kot smo se naučili, se lahko, kadar je napak več, zgodi, da jih ne moremo popraviti ali pa jih niti ne zaznamo.

Vsi sistemi za zaznavanje in popravljanje napak zahtevajo dodatne bite ali dodatne števke. Obstajajo sistemi, ki omogočajo, da popravimo tudi večje število napačnih bitov. Trdi diski v računalnikih navadno žrtvujejo precej prostora za popravljanje napak. Danes je cena diskov dovolj nizka, da tudi za domačo rabo včasih že uporabljamo diske, ki kar podvojijo vsak zapisan podatek in tako povečajo zanesljivost shranjevanja. Tako imamo lahko, na primer, dva diska s kapaciteto 1 terabajt, na katerih pa so shranjene iste datoteke. Če se datoteka pokvari na enem, nam je še vedno na voljo na drugem.

Obstajajo pa tudi sistemi, ki ne omogočajo popravljanja, temveč le zaznavanje, kot na primer kontrolne števke ISBN in EMŠO. Pri prenašanju podatkov po internetu se uporabljajo sistemi, ki so – od daleč – podobni kontroli parnosti, vendar so zamišljeni tako, da zanesljiveje zaznajo prav napake, do kakršnih pride pri internetnih povezavah.

Končno omenimo še posebne kontrolne vsote, ki so jih sestavili kriptografi ("skritopisci") in so namenjene preprečevanju ponarejanja podatkov. Predstavljajte si, da prek spletne banke nakažemo določeno vsoto na določen bančni račun. Nepridiprav, ki prisluškuje naši povezavi, bi si seveda želel ponarediti takšno zahtevo in banko prepričati, da nakaže takšno (ali, še raje, večjo) vsoto še na njegov račun. Računalnik pri komunikaciji s spletno banko dodaja kontrolne vsote, ki so sestavljene tako, da jih lahko izračuna le naš računalnik, s pomočjo podatkov, ki se skrivajo v našem certifikatu. Nepridiprav takšne kontrolne vsote ne more ponarediti, razen če dobi v roke naš certifikat. Če ste se spraševali, čemu je certifikat tako pomembno varovati – zdaj veste.

Namen aktivnosti

Otroci naj bi se po tej aktivnosti zavedali, da je računalnik "zmotljiv": podatki se lahko pokvarijo pri prenašanju, zaradi motenj na povezavah in tudi pri shranjevanju, zaradi napak na medijih. Razumeli bodo, recimo, kako računalnik ve, da je DVD opraskan.

Vaja, kjer preverjamo vsoto tako, da seštevamo števke, je poučna iz več perspektiv.

Iz perspektive kontrolnih vsot predstavlja preprosto vsoto, ki je ni težko računati na "toku podatkov": vsako novo števko mimogrede prištejemo k starim. Seštevanje je hitro, saj delamo le z enomestnimi števili. Zelo od daleč je podobna, recimo kontrolnim vsotam CRC, ki se pogosto uporabljajo v komunikacijah.

Iz matematične perspektive je zanimiva, ker gre v bistvu seštevanje po modulu 9. Otroci (brez kakšne teorije) vidijo drugačno definicijo seštevanja. (Iz matematičnega vidika gre za aditivno grupo z 9 elementi, pri čemer sta 0 in 9 en in isti element grupe.)

Seštevanje po modulu je lahko zanimivo kot uvod v morebitne kasnejše naprednejše teme s področja kriptografije.

Končno, trik jim lahko v resnici pride prav pri seštevanju.

Kako deluje preverjanje vsote?

Iz šole se najbrž spomnimo preskusa, ali je neko število deljivo z 9: sešteti je potrebno njegove števke, in če je vsota deljiva z 9, je tudi število deljivo z 9. V resnici velja še več: ostanek pri deljenju vsote števk z 9 je kar enak ostanku pri deljenju "celega" števila z 9.

Ker je matematika lepa, se prepričajmo, da je res. Vzemimo recimo število 7615 in se malo poigrajmo z njim.

$$\begin{aligned} 7615 &= 7\times1000 + 6\times100 + 1\times10 + 5 \\ &= 7\times(999+1) + 6\times(99+1) + 1\times(9+1) + 5 \\ &= 7\times999 + 6\times99 + 1\times9 + 7 + 6 + 1 + 5 \end{aligned}$$

Prvi trije členi so deljivi z 9, torej ne prispevajo ničesar k ostanku pri deljenju 7615 z 9. Ostanek pri deljenju 7615 z 9 je enak ostanku pri deljenju 7 + 6 + 1 + 5 z 9. Enako seveda velja za poljubno število, ne le 7615.

Ostanek pri deljenju 7615 z 9 je torej enak kot ostanek pri deljenju 7 + 6 + 1 + 5 = 19 z 9. Ostanek pri deljenju 19 z 9 pa je enak ostanku pri deljenju 1 + 9 = 10 z 9. Ostanek pri deljenju 10 z 9 pa je enak ostanku pri deljenju 1 + 0 = 1 z 9. Torej 1. (Če vas je kdaj zanimalo, s čim zaboga se ukvarjajo numerologi in kakšna znanost je za tem: numerologi so profesionalni računarji ostanka pri deljenju z 9. Nič drugega.)

Da razumemo trik, se moramo spomniti le še, da se ostanki pri deljenju seštevajo. Če je ostanek pri deljenju a z 9 enak b, ostanek pri deljenju c z 9 pa d, je ostanek pri deljenju a+c z 9 enak ostanku pri deljenju b+d z 9.

0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0

1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1

Aktivnost 5

Dvajsetkrat lahko ugibaš – Bisekcija, teorija informacij

Kakšno zvezo ima ugibanje oseb (ali števil) z računalniki? Na tej igri temelji pomembna veda, teorija informacij. Teorija je prezapletena za nas, igrati pa se menda smemo, ne?

Namen

Otroci spoznajo bisekcijo, se prvič srečajo z drevesi in odkrijejo, da se dvojiški številski sistem iznenada pojavlja na nepričakovanih mestih. Slednji vodi v osnovne koncepte iz teorije informacij.

Navezave

Aktivnost se navezuje na nekaj različnih tem. Otroci spoznajo bisekcijo. To bodo potrebovali pri naslednji aktivnosti (potapljanje ladjic), pa tudi sicer je koristno, če jo človek pozna. Prvič naletimo na drevesa, ki jih bomo videvali še v več različnih kontekstih. Aktivnost se naveže na dvojiški zapis. Končno, z načinom, na katerega pogleda na dvojiški zapis, vodi v osnovne koncepte iz teorije informacij.

Čas izvajanja

1 ura

Potrebščine

Za ves razred:

- pole s številkami, ki si jih uporabljal pri prvi aktivnosti; potrebuješ samo številke 4, 2 in 1.

Za vsakega učenca:

- list z napol dokončanim drevesom

Ugani število

1. Otrokom povej, da si si izmislil število med 1 in 1024 in jih izzovi, naj ga uganejo.

2. Igro po potrebi večkrat ponovi, da bodo učenci obvladali bisekcijo. Na koncu naj razumejo, da morajo zastavljati vprašanja vrste "Ali je število večje od", pri čemer vedno razpolavljajo razliko med trenutnima mejama.

3. Če so učenci dovolj stari, da bodo razumeli, jim razloži naslednje. Pri 1024 je prvo smiselno vprašanje, "Ali je število večje od 512", naslednje pa, ali je večje od 256 oz. ali je večje od 768. Vprašanje "Ali je manjše od 512" je slabše, saj ne deli točno na pol: manjših števil je 511, večjih pa 513.

   Če učenci niso dovolj stari, se le dogovori z njimi, da bodo zastavljali le vprašanja "Ali je število večje od" in razpolavljali.

4. Poskusi igro še enkrat, pri čemer je dovoljen le ta tip vprašanj.

5. Dogovori se še, da se zadnje vprašanje ("Je to številka ta in ta"?) ne šteje za vprašanje, saj takrat pravzaprav že poznamo odgovor – možna je le še ta številka.

Igra po skupinah

1. Razdeli učence v trojke. Če se delitev ne izide, imaš lahko tudi en ali dva para.

2. Vsaka trojka naj šestkrat ponovi igro ugibanja števila, vendar z različnimi obsegi števil in sicer
   - 1 – 32
   - 1 - 64
   - 1 – 128
   - 1 – 1024

   Števila z višjim obsegom daj učencem z boljšim znanjem matematike. Po presoji lahko uporabiš tudi obseg 1 – 256 in 1 – 512. Če ne zaupaš, da bodo učenci v resnici uporabljali predpisani način bisekcije, je boljše, da se z istim obsegom igra več skupin. Če imaš starejše učence, ki bodo točno sledili navodilom, pa je bolj zanimivo poskusiti več možnih obsegov. Igro lahko organiziraš tudi tako, da ista skupina preskusi več različnih obsegov.

3. V vsaki igri si en učenec izmisli število, drugi ga ugiba, tretji pa zapisuje, koliko ugibanj je bilo potrebnih (zadnje vprašanje se ne upošteva, kot smo pojasnili zgoraj). Učenci naj se izmenjajo tako, da bo vsak ugibal dvakrat.

4. Zberi rezultate. Na tablo zapiši rezultate skupin(e) za obseg od 1 do 32. Izkazalo se bo, da so zanj potrebovali pet ugibanj.

5. Vprašaj učence, ki so imeli ta obseg (1-32), koliko vprašanj so po njihovem mnenju potrebovali tisti z dvakrat večjim obsegom. Lahko jih poskušaš zavesti: če za ugibanje 32 različnih števil potrebuješ 5 vprašanj, koliko vprašanj je potrebnih za 64 različnih števil?

6. Zapiši rezultate za obseg 1-64. Izkaže se, da zadošča 6 vprašanj. Skupaj ugotovite zakaj. (Odgovor: ker s prvim vprašanjem razpolovimo obseg. Po enem vprašanju ostane od prvotnih 64 možnih števil le še 32 možnih števil, potem pa smo na istem kot pri prvi skupini.)

7. Učence prvih dveh skupin vprašaj, koliko vprašanj so po njihovem mnenju potrebovali v tretji skupini. Zdaj poskusi zavajanja ne bi več smeli uspeti, temveč bi učenci morali uganiti, da sedem.

8. Zapiši še rezultate ostalih skupin. Izkaže se, da z desetimi vprašanji lahko uganemo števil od 1 do 1024.

Učence vprašaj, koliko različnih števil lahko pokažejo s prsti ene roke. (Odgovor: 32, kot smo se naučili prvo uro.) Pa s prsti obeh rok? (Odgovor: 1023, tudi iz prve ure.)

Kakšna je povezava? Zakaj je tako?!

1. Izberi "prostovoljca" (izberi učenca, ki se bo spomnil, kar se je naučil prvo uro in še ve, kako se s prsti pokaže število).

2. Naroči mu, naj si izmisli število med 0 in 31. Razloži, da bosta ugibala števila med 0 in 31, ne pa med 1 in 32, ker se to da pokazati s prsti. V obeh primerih pa gre za 32 različnih števil, torej bo moralo zadoščati pet vprašanj.

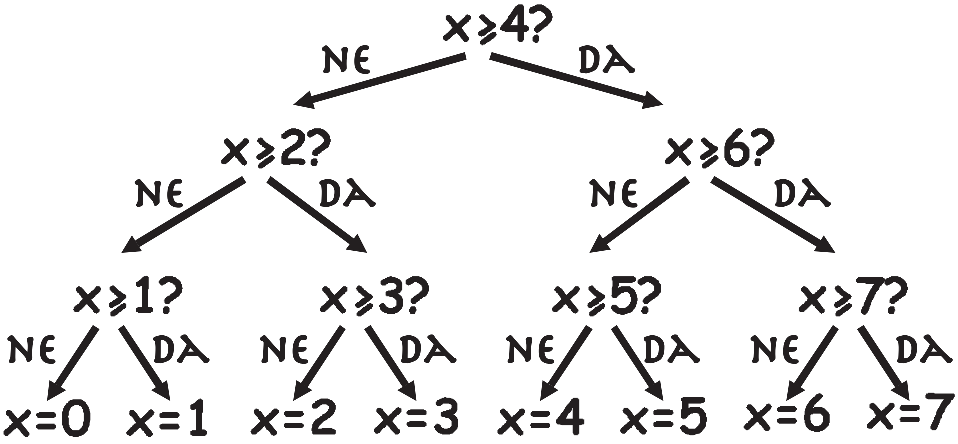
3. Naroči mu, naj razmisli, kako bi število pokazal s prsti (palec = 16, mezinec = 1), vendar naj ti ga ne pokaže.

4. Vprašaj ga, ali imaš pri tem število skrčen palec. Ko odgovori, iztegni ali skrči palec. Nato ga vprašaj, ali moraš imeti skrčen kazalec... Po petih vprašanjih, kolikor je pač prstov, boš kazal število.

5. Zdaj razloži učencem, da si s prvim vprašanjem, ali je potreben skrčen palec, v bistvu vprašal, ali je število manjše od 16 (če je palec skrčen, število ne more biti večje ali enako 16...). Ko si spraševal glede kazalca prsta, si v bistvu vprašal, ali je število manjše od 8 (oz. manjše od 24, če je palec iztegnjen). Očitno je spraševanje po tem, ali so prsti skrčeni ali iztegnjeni, natančno enako spraševanju, ali je število večje ali manjše od določenega števila. Za ugibanje števil v določenem obsegu je torej potrebnih toliko vprašanj, kolikor prstov je potrebnih za takšna števila.

Drevesa

Pred učenci nariši spodnje drevo.

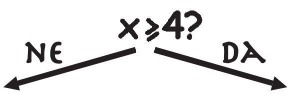


Riši ga po korakih, takole:

Učence vprašaj, kakšno bi bilo tvoje prvo vprašanje, če bi si eden od njih izmislil število med 0 in 7. Verjetno bodo imeli različne predloge. če jih spomniš na prste, bo gotovo kdo predlagal: "Ali je število manjše od 4?" Povej, da bi bilo to dobro, vendar boš tule rajši napisal obratno: "Ali je število večje ali enako 4?"

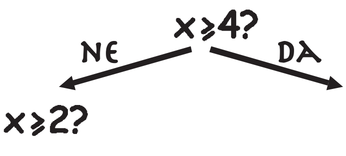
$$x \geq 4?$$

Povej, da še ne veš, kaj bi ti oni odgovorili: morda bi rekli NE, morda DA. Zato boš razmislil o obeh možnostih.

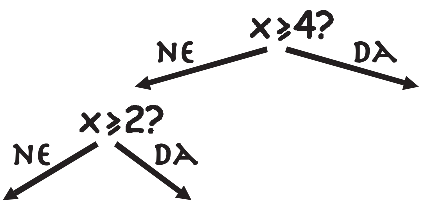


Če bi ti oni odgovorili *ne* (kar pomeni: *število je manjše od 4*), kaj bi bilo tvoje naslednje vprašanje?

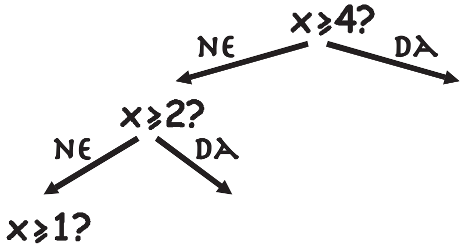
Verjetno bodo pravilno odgovorili, da boš nato vprašal, ali je število manjše od 2, kar je isto, kot ali je število večje ali enako 2.



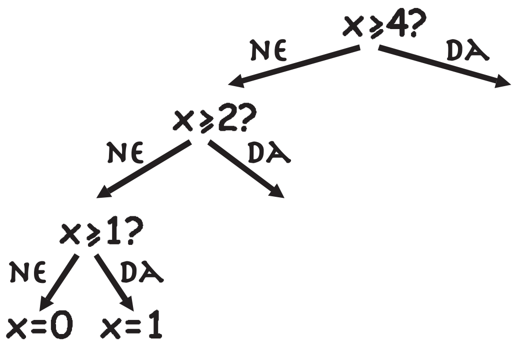
Spet je možno, da ti bodo odgovoril NE ali DA.



Če bi ti slučajno odgovorili, da je manjše od 2, kaj bi vprašal zatem? Vprašal bi, ali je manjše od 1.

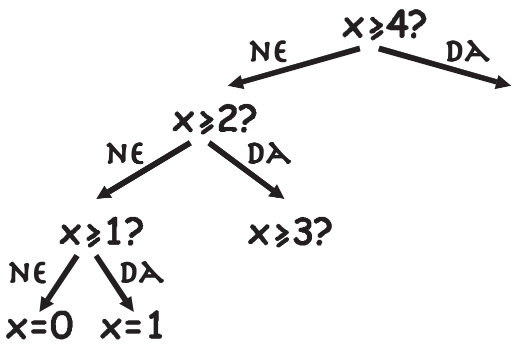


Ko izveš odgovor na to vprašanje, boš že vedel, za katero število gre.

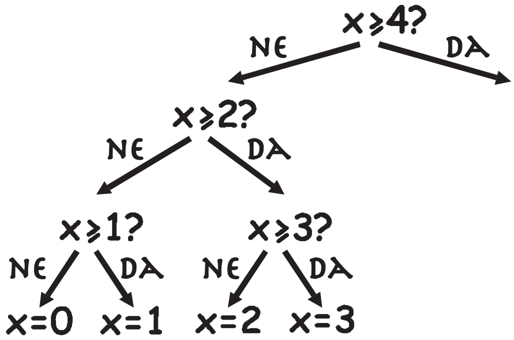


Zdaj pa se moramo vrniti malo nazaj: če bi na vprašanje, ali je število večje ali enako 2 odgovorili, da je, torej je število manjše od 4, vendar večje ali enako 2: kaj bi bilo tvoje naslednje vprašanje? (Pokaži na mesto, kamor boš zapisal naslednje vprašanje).

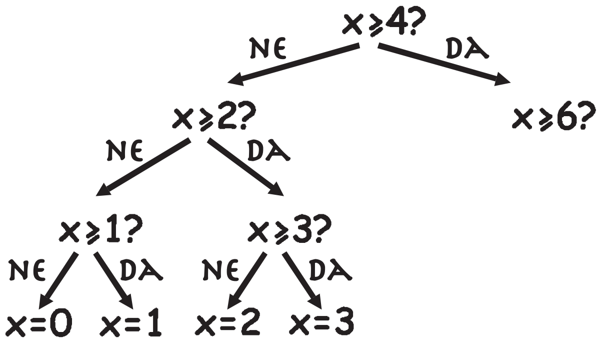
Izvedel boš, da bi potem najbrž vprašal, ali je število večje ali enako 3.



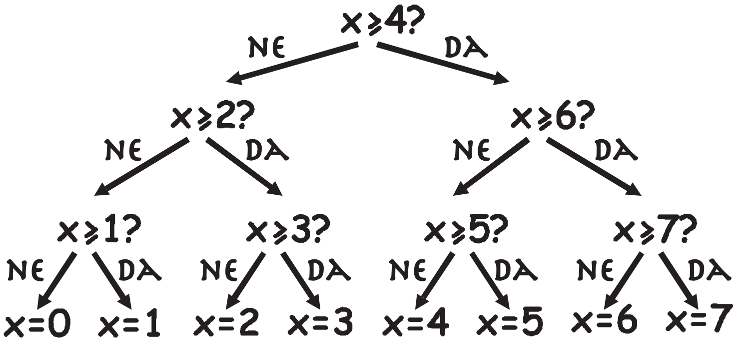
Ko bi dobil odgovor na to vprašanje, bi že vedel, da gre bodisi za 2 bodisi za 3.



Kaj pa, če bi učenci na samem začetku odgovorili, da je število večje ali enako 4? Kaj bi vprašal v tem primeru? (Pokaži na mesto, kamor boš napisal naslednje vprašanje, to je, na konec proste puščice.)



Učenci naj drevo dokončajo sami.



Pojasni učencem, da računalnikarji temu, kar smo narisali, pravijo "drevo", to pa zato, ker jih spominja na drevesa. Računalnikarji so čudaki, ki podnevi spijo in ponoči čujejo za računalniki. Ker so čudaki, tudi drevesa rišejo obrnjena na glavo. Vseeno začetku drevesa (tam, kjer piše $x \geq 4$) pravijo "koren", tistemu čisto spodaj pa listi. Čudni ljudje.

1. Otroke vprašaj, koliko prstov potrebujejo, da kažejo števila od 0 do 7. (Odgovor: tri.)

2. Koliko vprašanj je potrebnih, da uganemo število od 0 do 7? (Odgovor: toliko kot prstov.)

3. Pokaži, da se to vidi tudi iz drevesa: ne glede na to, katero število bi si zamislili, ga je vedno mogoče uganiti s tremi vprašanji.

4. Otroci naj naštejejo vprašanja, ki bi jih zastavljal in odgovore, ki bi jih dobival, če bi moral uganiti številko 5?

5. Vprašaj otroke, ali je potrebno, da jih sprašuješ, če vendar vnaprej vedo, kaj jih boš vprašal? Morda tega vprašanja ne bodo razumeli, a nič ne de, razumeli ga bodo ob spodnjem čudnem ugibanju: predlagaj ugibanje števila z vnaprej pripravljenimi vprašanji.
    a. Naroči enemu od njih, naj si izmisli število med 0 in 7. Pokaže naj ga še drugim (lahko ga, recimo, napiše na list papirja in ga pokaže tako, da ga ne boš videl).

b. Reci samo: "Prvo vprašanje". Če bodo vprašali, katero, reci, da je napisano (lahko ga tudi pokažeš, namreč koren drevesa).
c. Odgovorili bodo z DA ali NE. Nato reci "Drugo vprašanje". (Po potrebi ga spet pokaži.)
d. Ko odgovorijo, reci še tretje vprašanje. Ko povedo odgovor, povej število.

6. Ponovi igro. Spet naj si nekdo izmisli število. Namesto, da bi rekel "Prvo vprašanje" in tako naprej, jim reci le, naj ti povedo odgovore na tvoja tri vprašanja (ki jih tako ali tako vedo vnaprej). Pripravi jih do tega, da bodo rekli samo DA NE DA (ali karkoli je že njihovo število). Njihove odgovore napiši na tablo, zraven napiši število (npr. 5, v gornjem primeru).

7. Ponovi igro še enkrat: reci, naj si izmislijo število in povej odgovore. Spet zapiši odgovore (npr. DA DA NE) na tablo in zraven dopiši število (npr. 6).

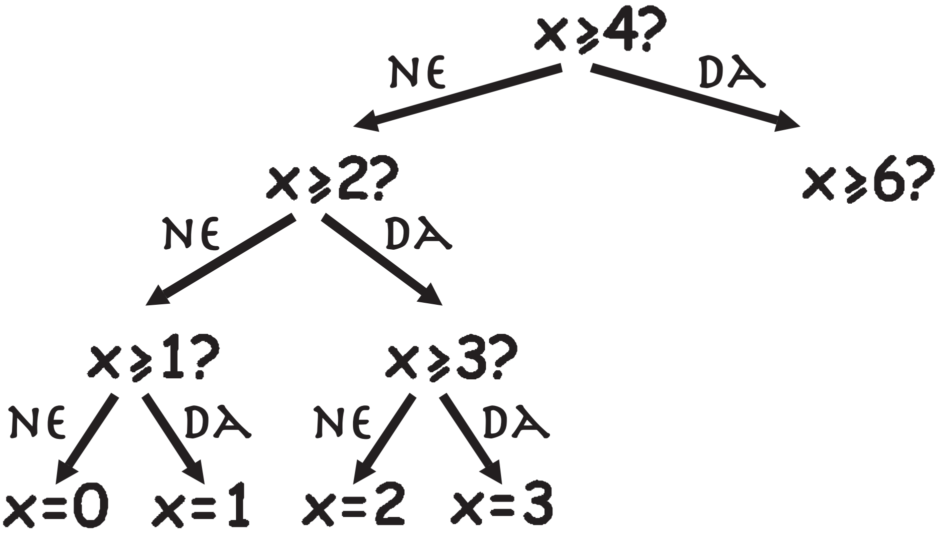
8. Za šalo predlagaj, da bi namesto DA pisali 1 in namesto NE 0. Namesto DA NE DA boš tako napisal 101 in število 5 ter 110 in število 6.

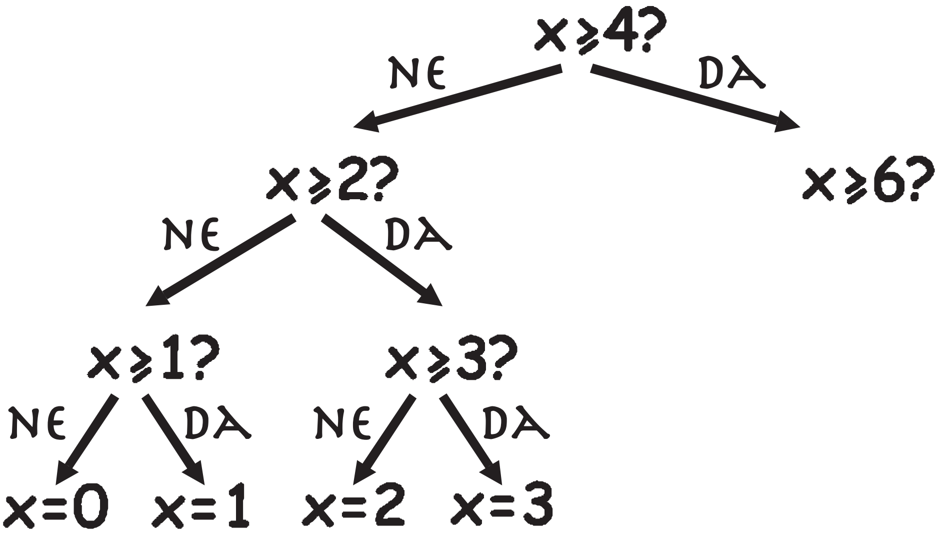
9. Vzemi pole s številkami, ki si jih uporabljal pri prvi aktivnosti (potrebuješ samo 4, 2 in 1). Eden od učencev naj si izmisli število in ti pove odgovore. Dvigni tiste pole, pri katerih je učenec rekel DA (če reče DA NE NE, dvigneš polo s številko 4).

10. Pripravi učence do tega, da bodo razumeli, da to ni nič drugega kot števila v dvojiškem zapisu.

Nakaži, kako bi bilo videti drevo za števila do 15 (desno zgoraj od trenutnega korena dodaj novi koren, $x \geq 8$, na črto med starim in novim korenom napiši NE, naredi črto od korena desno dol, nanjo napiši DA in skiciraj začetek desnega poddrevesa).

Koliko vprašanj je potrebnih zanje? Očitno eno več – en prst več, ena binarna števka več...


x≥4?
NE
DA
x≥2?
x≥6?
NE
DA
x≥1?
x≥3?
NE
DA
NE
DA
x=0
x=1
x=2
x=3


x≥4?
NE
DA
x≥2?
x≥6?
NE
DA
x≥1?
x≥3?
NE
DA
NE
DA
x=0
x=1
x=2
x=3

Aktivnost 6

Potapljanje ladjic: Iskalni algoritmi

Kako organizirati stvari po škatlah in predalih, da jih bomo hitreje našli? Se še spomniš, koliko časa si iskal ono rumeno lego kocko s prirezanim vogalom?

Namen

Otroci spoznajo, da je čas, ki ga potrebujemo za iskanje določenega podatka, odvisen od tega, kako si podatke organiziramo. Najslabše je, če so neurejeni. Veliko boljše je, če so urejeni, saj lahko tedaj uporabljamo dvojiško iskanje, ki so ga spoznali v prejšnji aktivnosti. Tretji način organizacije, ki jim je verjetno tuj, vendar je najbolj učinkovit, so razpršene tabele.

Z razmišljanjem o tem, kako število potrebnih ugibanj narašča s številom ladij, gradijo intuicijo, ki se skriva za ocenjevanjem zahtevnosti algoritmov.

Trajanje

Ena ura, lahko pa tudi dve, če na koncu izvedeš tudi motivacijsko igro z začetka naslednje aktivnosti.

Potrebščine

Za frontalno delo

- kartoni z velikimi številkami (če želiš dodati številke ali spremeniti njihov obseg, je na voljo datoteka RTF, ki jo lahko odpreš s poljubnim urejevalnikom besedil),
- vrečka bombonov; potrebuješ po pet bombonov za vsako ponovitev igre,
- listi s telefonskim imenikom; pripravi ena kopija za otroke in eno zase (spet je na voljo tudi RTF, če želiš karkoli spremeniti, vendar pazi, da boš enako spreminjal vse tri liste)

Za vsak par otrok

- po eno polo 1A, 1B, 2A, 2B, 3A, 3B. Pripravi tudi nekaj rezervnih pol (1A', 1B', 2A', 2B', 3A', 3B') za pare, ki bi si pomotoma pokazali poli.

Uvodna motivacija

Iskanje števila

1. Izberi petnajst otrok in jih postavi v vrsto pred tablo. Vsak naj naključno izvleče enega od kartonov s številkami.
2. Karton naj drži ob sebi tako, da sošolci, ki bodo ugibali števila, ne vidijo številke, pač pa so pripravljeni obrniti karton (in ga obdržati obrnjenega), če jim kdo to plača z bombonom.
3. Izberi si enega od števil, ki so ga izvlekli otroci. Povej, da potrebuješ prostovoljca, ki ti bo moral izročiti karton s tem številom.
4. Prostovoljcu daj štiri ali pet bombonov, s katerimi bo plačeval odkrivanje kartonov. Ko odkrije pravi karton, bo lahko obdržal bonbone, ki mu ostanejo.
5. Igra poteka tako, da prostovoljec izroča bombone otrokom s kartoni, dokler ne odkrije pravega ali pa mu zmanjka bombonov (kar je verjetneje).
6. To lahko večkrat ponoviš, da bodo videli, kako težka je naloga. Nalogo vsekakor ponavljaj, če je imel pri otrok srečo. Otroci, ki držijo števila, naj vsakič izberejo nove kartone.

Če so otroci dovolj stari za osnove verjetnostnega računa, lahko tu skupaj razmislite o tem, kako verjetno je, da bo sploh obdržal kakšen bombon (to se zgodi v 4/15 poskusov) in koliko bombonov obdržijo v poprečju. ($1/15 \times 4 + 14/15 \times 1/14 \times 3 + 14/15 \times 13/14 \times 1/13 \times 2 + 14/15 \times 13/14 \times 12/13 \times 1/12 \times 1 = 1 / 15 \times (4+3+2+1) = 10/15 = 2/3$ bombona.)

1. Otroci naj vrnejo kartone. Sam naključno izberi petnajst kartonov in jih razdeli otrokom pred tablo tako, da bodo številke urejene po vrsti. Otrokom povej, da so kartoni zdaj urejeni.
2. Spet izbereš otroka, ki bo ugibal število. Če bo ravnal preudarno, lahko vedno pride do iskane številke že s tremi bonboni. Otrokom po potrebi povej, da jim ni potrebno žrtvovati bombona za karton s pravo številko, če vedo, da je pravi, tudi ne da bi ga pogledali.
3. Če otroci ne odkrijejo trika ali če ga ne razumejo vsi, lahko tudi igro z urejenimi števili večkrat ponoviš, spet vsakič z novimi kartoni.

Trik, ki ga morajo odkriti otroci, je bisekcija oz. binarno iskanje, s katerim v vsakem koraku razpolovijo množico števil: najprej pogledajo številko, ki jo ima srednji otrok. Če je prevelika, nadaljujejo z levo, če premajhna z desno polovico. Vsako polovico razpolavljajo naprej, dokler ne naletijo na iskano številko.

Otrokom povej, da je pri petnajstih številih vedno možno najti pravo z največ tremi bomboni. Najprej odkrijemo osmo število. Morda bomo imeli srečo in je že pravo; v tem primeru smo porabili samo en bombon. Če je preveliko, je pravo število med sedmimi na levi, če premajhno, med sedmimi na desni: v vsakem primeru pa nam ostane le še sedem števil. Med temi sedmimi vedno vprašamo po četrtem. Če imamo srečo, je pravo in smo porabili dva bombona. Če ni, pa je preveliko in se pravo število skriva med tremi števili na levi, ali pa premajhno in je pravo število med tremi na desni. V vsakem primeru pa nam po dveh porabljenih bombonih ostanejo le še tri števila. S tretjim bombonom vprašamo po srednjem številu izmed preostalih treh. Če je število pravo, ga imamo. Če ni, pa vemo, da je pravo število na levi ali na desni in ga lahko vzamemo, ne da bi ga pogledali.

Povedano prikaži. Izberi otroka, za katerega veš, da je razumel recept (če bo imel težave, mu pomagaj). Števila, ki naj ga ugiba, si ne izberi naključno: izberi število, ki je na sedmem mestu. Skladno z navodili mora otrok izbrati osmi karton. Število bo preveliko: vsi otroci od vključno osmega otroka naprej niso več kandidati, zato naj počepnejo. Nato bo izmed ostalih sedmih izbral četrtega. Ta bo prevelik, zato naj počepne, hkrati z njim pa vsi otroci levo od njega. Izmed ostalih treh bo izbral srednjega (to je, šesti otrok). Številka bo premajhna, zato počepne on in otrok na levi. Edini, ki po tem še stoji, je sedmi otrok.

Vprašaj otroke, ali podoben način iskanja uporabljajo tudi kje drugje, recimo, ko iščejo ime v abecednem seznamu imen ali pa knjigo v knjižnici. Ugotovili bodo, da so ta način iskanja pravzaprav že uporabljali, vendar tega niso vedeli.

Morda bodo odkrili še drug trik: če je številka majhna, se ne splača deliti tako, da začnemo s srednjim, temveč začnemo nekoliko bolj levo in obratno. Tudi, ko v telefonskem imeniku iščemo kakega Demšarja, ga ne odpremo na sredini, temveč bolj na začetku. Tudi ko na knjižni polici iščejo Grafenauerja, ne začnejo na sredini, temveč levo. Če se kateri izmed otrok domisli te rešitve, povej, da se uporablja tudi to, vendar bomo tu delali drugače. Če otroci sami ne bodo dobili te ideje, pa jih ni potrebno begati z njo.

Iskanje imena

1. Primerno izberi tri otroke in jim daj sezname s številkami in imeni. Povej, da so to telefonske številke pri nekem novem ponudniku mobilne telefonije, ki ima manj uporabnikov in so zato številke samo štirimestne.
2. Drugi otroci naj številk ne vidijo, prav tako naj izbrani trije otroci ne vidijo, da imajo različne liste: pri enem so urejeni po številkah, pri drugem po imenih, pri tretjem pa so naključno pomešani.
3. Otroke s seznami izzovi, kdo prej poišče Božidarjevo telefonsko številko, številko, ki jo ima Vesna, Martina, Jure... Če se izogneš imenom, ki se pojavljajo na vrhu neurejenega seznama in seznama urejenega po številkah, bo navadno (ali vedno) najhitrejši otrok, čigar seznam je urejen po imenih.
4. Zdaj sprašuj po številkah: kdo ima telefonsko številko 7007? Kaj pa 5371, 9131, 4223? Pri vseh številkah bi moral biti najhitrejši otrok, čigar seznam je urejen po številkah, izjema pa je zadnja, ki se slučajno pojavi na začetku neurejenega seznama.
5. Igro lahko nadaljuješ, dokler otroci ne uganejo, v čem je trik.

Pogovor

Igra spet kaže, koliko nam pri iskanju pomaga, če so reči urejene.

Otrokom povej, da je na seznamih, s katerimi so se igrali, 336 telefonskih številk, kar je primerljivo s telefonskih imenikov v mobitelih njihovih staršev. Kako, da mobitel tako hitro poišče številko? So seznami, ki jih ima urejeni? (Po čem? Lahko ima tudi dva seznama oz. z nekim trikom, ki ga uporabljajo računalnikarji, seznam, ki se ga da pogledati na dva načina, tako da je enkrat urejen po imenu in enkrat po številki.)

Računalniki so hitri. Bi lahko iskali tudi po neurejenih seznamih?

To bi bilo prepočasno. Predstavljajte si, da bi imeli v trgovini 10.000 različnih produktov. Ko pridemo na blagajno, blagajničarka bere kode izdelkov in računalnik mora v seznamu poiskati tistega z ustrezno številko. Če seznam ne bi bil urejen, bi včasih hitro našel pravo (tako kot učenec, ki je slučajno takoj dobil ime osebe s telefonsko številko 4223), če bi imel smolo, pa bi moral pregledati 10000 številk. V poprečju bi jih pregledal 5000 in če bi se z vsako ukvarjal le tisočinko sekunde, bi mu vsak izdelek v poprečju vzel pet sekund. Bi hodili v trgovino s tako počasno blagajno?

Blagajna išče kode izdelkov. Kdo na tem svetu še veliko išče? Google! Google ve za kako milijardo strani, vendar mora tisto, ki jo iščemo, najti v trenutku.

Vprašaj otroke, če si lahko izmislijo za iskanje še kaj boljšega kot je razpolavljanje urejenih seznamov. Najbrž si ne bodo. Povej, da bodo zdaj odigrali potapljanje ladjic na tri načine: prva dva bosta podobna iskanju v neurejenem seznamu in iskanju z razpolavljanjem, tretja pa bo drugačna in še hitrejša od razpolavljanja.

Preden začneš igro, se v pogovoru prepričaj, da učenci niso pozabili, kako deluje razpolavljanje.

Potapljanje ladjic

Linearno iskanje po neurejeni tabeli

1. Otroci naj se razdelijo v pare. En otrok iz para dobi list 1A, drugi pa 1B. Listov si ne smejo kazati med seboj! (Lista 1A' in 1B' sta namenjena otrokom, ki bi radi odigrali več iger ali pa so ponesreči pokazali svoj list nasprotniku. Ostali listi so za naslednje igre.)

2. Vsak od otrok si izbere in obkroži eno od ladij v gornji vrsti in pove nasprotniku njeno številko. Nasprotnikova naloga je zadeti to ladjo.

3. Otroka izmenično poskušata zadeti nasprotnikovo ladjo tako, da govorita črke pod ladjami. Nasprotnik vedno pove številko ladje, ki je bila zadeta. Učenec, ki je streljal, naj si številko zapiše v ladjo.

4. Zmaga otrok, ki prvi zadane nasprotnikovo ladjo. Tudi po zmagi pa otroka igro odigrata naprej, dokler ni potopljena še zmagovalčeva ladja.

5. Otroci naj preštejejo, kolikokrat so morali ugibati, da so zadeli nasprotnikovo ladjo. Štejejo naj vse napačne strele in tudi pravilnega.

Otroke spodbudi, naj bodo čim učinkovitejši (če je to potrebno – navsezadnje gre za tekmovanje!)

Recimo, da ima Ana list 1A in izbere ladjo 4917. To številko pove svoji nasprotnici Bernardi. Bernarda ugiba tako, da pove črko, recimo T. Ana odgovori tako, da pove številko ladje T, torej 4932. Bernarda si v ladjo nad črko T zapiše to številko. Anina ladja bo potopljena, ko bo Bernarda izbrala črko D.

Pogovor po igri

1. Vsak učenec naj pove, kolikokrat je moral ugibati. Številke zapiši na tablo.

2. Učence vprašaj, kolikšno je najmanjše in največje možno število potrebnih ugibanj. (Odgovor je 1 in 25, če predpostavimo, da otroci nikoli ne ciljajo iste ladje večkrat.)

Bisekcija po urejeni tabeli

Parom razdeli liste 2A in 2B. Opozori jih, da so ladje urejene po številkah. Ponovno naj odigrajo igro. Pravila so enaka kot prej, igra pa je seveda lažja.

Pogovor po igri

1. Otroci naj spet sporočijo rezultate. Napiši jih na tablo, tako da jih bo mogoče primerjati s prejšnjimi.

2. Kako so iskali tisti, ki so dosegali najboljše rezultate?

3. Katero ladjo se plača ciljati najprej? S katero ladjo nadaljujemo?

4. Kolikokrat je potrebno ugibati, če uporabljamo takšno strategijo?

Razpršene tabele

Razdeli liste 3A in 3B. Če boš uporabil rezervne pole, moraš pri tej različici igre poskrbeti, da zamenjaš poli obema učencema iz para: poli 3A' in 3B se ne ujemata.

Navodila so enaka kot v prejšnji igri, le ladje so postavljene drugače: iz številke ladje je mogoče razbrati, v katerem stolpcu je. Recimo, da imamo ladjo s številko 2345. Seštejemo 2+3+4+5, dobimo 14. Zadnja števka vsote je 4, zato se ladja 2345 nahaja stolpcu s številko 4.

Pogovor po igri

1. Analiziraj rezultate.

2. Katere ladje je najlažje najti? (Tiste, ki so same v svojem stolpcu.) Katere je najtežje najti? (Tiste iz stolpcev z veliko ladjami.)

3. Recimo, da bi sestavljali svojo polo in bi hoteli narediti čim težjo igro. Kaj bi morali storiti? (zmislili bi si takšne številke, da bi bile vse ladje v istem stolpcu.) Kako bi jo olajšali? (Tako, da bi bilo v vseh stolpcih enako število ladij.)

4. Kateri od treh postopkov je najhitrejši? Zakaj?

5. Kakšne so prednosti in slabosti posameznih postopkov? (Drugi je hitrejši od prvega, vendar prvi ne zahteva, da so ladje urejene po velikosti, torej ga bomo uporabili v primerih, ko urejanje po velikosti iz kakega razloga ni praktično ali možno. Tretji je navadno hitrejši od prvih dveh, vendar se lahko, kadar imamo smolo, zgodi, da je zelo počasen. V najslabšem primeru so lahko po naključju vse ladje v istem stolpcu; v tem primeru je postopek enako počasen kot prvi.)

6. Razmisli, koliko ugibanj bi bilo pri binarnem iskanju potrebnih za sto ladij (šest), tisoč (devet), milijon (devetnajst). (Ko se število ladij podvoji, je potrebno le eno dodatno ugibanje. Pri razmišljanju o tem spomni otroke na prejšnjo aktivnost.)

7. Kaj se zgodi, če ladje z določeno številko ni? Koliko strelov bo potrebnih, da to odkrijemo? (Pri linearnem iskanju jih potrebujemo 25, pri binarnem iskanju največ 5, pri razpršitveni funkciji pa toliko, kolikor je ladij v ustreznem stolpcu, v katerem bi bila ta ladja, če bi obstajala.)

8. Otrokom povej, da imenujemo takšno tabelo "razpršena tabela", saj so ladje razpršene po njej glede na nekaj, kar izračunamo iz njihovih številk.

9. Če poznajo pojem funkcije, jim povej še, da funkciji, ki iz številke ladje izračunajo številko stolpca, pravimo razpršitvena funkcija. Računalniki ne "razpršujejo" ladij, temveč Google lahko (ali v resnici počne to, ne vemo) razpršuje besede, po katerih iščemo, tako da iz vsake besede izračuna neko številko. Ko računamo takšne številke si prizadevamo poiskati razpršitveno funkcijo, ki bo čim boljše "razprševala". Kot smo se naučili ob ladjah, si ne želimo razpršitvene funkcije, ki bi prevečkrat dodelila isto številko.

Za učitelje: za kaj gre?

Ko programi obdelujejo podatke, so ti lahko shranjeni na različne načine. Programer ima na voljo več osnovnih podatkovnih struktur (tabele, seznami, drevesa...), ki jih izbira glede na to, kaj bo program počel s podatki, katere operacije bodo najpogostejše, koliko pomnilnika bo vse skupaj zahtevalo...

V tej aktivnosti otroci spoznajo, kako se tri podatkovne strukture – neurejena, urejena in razpršena tabela – vedejo z vidika časa, potrebnega za iskanje določenega podatka.

Računalniki shranjujejo ogromne količine podatkov, zato je pomembno, da za iskanje po njih uporabljajo hitre algoritme. Eden takšnih je binarno iskanje, pri katerem so podatki urejeni, zato lahko z vsakim preverjanjem razpolovimo množico kandidatov. V trgovini bi za iskanje izdelka potrebovali le 14 primerjanj, kar je bistveno manj kot 5000. Če trgovina podvoji svojo ponudbo, to pomeni le eno primerjanje več.

Tretja strategija je razprševanje (*hashing*; razpršitvena tabela je v angleščini *hash table* in razpršitvena funkcija *hash function*). Podatki so razmetani v veliko število predalčkov; predalček, v katerega gre podatek, je izračunan iz podatka samega. Običajno imamo predalčkov dovolj preveč, da lahko razpršitvena funkcija – ki je navadno bolj zapletena od te, s katero so se igrali otroci – tako dobro razmeče podatke, da je v vsakem predalčku le eden ali največ nekaj. Na ta način računalnik v trenutku, z eno samo ali največ nekaj poizvedbami, najde, kar išče.

Med naštetimi načini iskanja se največ uporablja tretja, razen kadar je pomembno, da so podatki na kakšen način urejeni ali pa je nesprejemljivo, da je iskanje v nekaterih ponesrečenih primerih počasnejše.

Moje ladje

Število strelov:

9058	7169	3214	5891	4917	2767	4715	674	8088	1790	8949	13	3014
A	**B**	**C**	**Č**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	**K**	**L**
8311	7621	3542	9264	450	8562	4191	4932	9462	8423	5063	6221	
M	**N**	**O**	**P**	**R**	**S**	**Š**	**T**	**U**	**V**	**Z**	**Ž**	

Nasprotnikove ladje

Število strelov:

A	**B**	**C**	**Č**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	**K**	**L**
M	**N**	**O**	**P**	**R**	**S**	**Š**	**T**	**U**	**V**	**Z**	**Ž**	

1A

Moje ladje

Število strelov:

1630	9263	4127	405	4429	7113	3176	4015	7976	88	3465	1571	8625
A	**B**	**C**	**Č**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	**K**	**L**
2587	7187	5258	8020	1919	141	4414	3056	9118	717	7021	3076	
M	**N**	**O**	**P**	**R**	**S**	**Š**	**T**	**U**	**V**	**Z**	**Ž**	

Nasprotnikove ladje

Število strelov:

A	**B**	**C**	**Č**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	**K**	**L**
M	**N**	**O**	**P**	**R**	**S**	**Š**	**T**	**U**	**V**	**Z**	**Ž**	

1B

Moje ladje

Število strelov:

163	445	622	1410	1704	2169	2680	2713	2734	3972	4208	4871	5031
A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L
5283	5704	6025	6801	7440	7542	7956	8094	8672	9137	9224	9508	
M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	

Nasprotnikove ladje

Število strelov:

A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L
M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	

2A

Moje ladje

Število strelov:

33	183	730	911	1927	1943	2200	2215	3451	3519	4055	5548	5655
A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L
5785	5897	5905	6118	6296	6625	6771	6831	7151	7806	8077	9024	
M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	

Nasprotnikove ladje

Število strelov:

A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L
M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	

2B

Moje ladje

Število strelov:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A 9047	C 3080		D 5125	G 8051	K 7116	N 6000	R 9891	U 4392	V 1062
B 1829	Č 9994		E 1480	H 1481	L 8944	O 7432	S 1989		Z 2106
			F 8212	I 4712	M 4128	P 4110	Š 2050		Ž 5842
				J 6422			T 8199		

Nasprotnikove ladje

Število strelov:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	D	G	J	K		N	R	U	Ž
B	E	H		L		O	S	V	
C	F	I		M		P	Š	Z	
Č							T		

3A

Moje ladje

Število strelov:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A 9308	D 6519	G 1524	J 4135	K 9050		N 4200	R 3121	U 2385	Ž 1990
B 1478	E 2469	H 8112		L 1265		O 7153	S 9503	V 5832	
C 8417	F 5105	I 2000		M 5711		P 6028	Š 1114	Z 1917	
Č 9434							T 7019		

Nasprotnikove ladje

Število strelov:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	C		D	G	K	N	R	U	V
B	Č		E	H	L	O	S		Z
			F	I	M	P	Š		Ž
				J			T		

3B

Moje ladje Število strelov:

6123	1519	9024	5164	2038	2142	7156	9974	9375	7104	1004	1023	5108
A	**B**	**C**	**Č**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	**K**	**L**
1884	3541	5251	4840	3289	3654	2480	5602	8965	4053	2405	2304	
M	**N**	**O**	**P**	**R**	**S**	**Š**	**T**	**U**	**V**	**Z**	**Ž**	

Nasprotnikove ladje Število strelov:

A	**B**	**C**	**Č**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	**K**	**L**
M	**N**	**O**	**P**	**R**	**S**	**Š**	**T**	**U**	**V**	**Z**	**Ž**	

1A′

Moje ladje

Število strelov:

2387	9003	3951	5695	1284	4761	7118	1196	1741	3791	3405	3132	6682
A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L
9493	9864	7359	1250	7036	2916	7562	9299	8910	6713	5173	8617	
M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	

Nasprotnikove ladje

Število strelov:

A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L
M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	

1B′

Moje ladje

Število strelov:

28	326	943	1321	1896	2346	2430	2929	3106	3417	4128	4717	4915
A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L
5123	5615	6100	7015	7120	7695	7812	8103	8719	9020	9608	9713	
M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	

Nasprotnikove ladje

Število strelov:

A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L
M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	

2A′

Moje ladje

Število strelov:

56	194	306	1024	1510	1807	2500	2812	3011	3902	4178	5902	5915
A	**B**	**C**	**Č**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	**K**	**L**
6102	6526	6818	7020	7155	7913	8016	8230	8599	8902	9090	9526	
M	**N**	**O**	**P**	**R**	**S**	**Š**	**T**	**U**	**V**	**Z**	**Ž**	

Nasprotnikove ladje

Število strelov:

A	**B**	**C**	**Č**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	**K**	**L**
M	**N**	**O**	**P**	**R**	**S**	**Š**	**T**	**U**	**V**	**Z**	**Ž**	

2B′

Moje ladje

Število strelov:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A 1982	C 6113		D 9121	G 5009	K 1248	N 2004	R 9369	U 3285	V 9172
B 7841	Č 1055		E 1011	H 2651	L 1716	O 5173	S 1321		Z 2052
			F 2984	I 1751	M 2148	P 2806	Š 3004		Ž 6012
				J 4848			T 7190		

Nasprotnikove ladje

Število strelov:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	D	G	J	K		N	R	U	Ž
B	E	H		L		O	S	V	
C	F	I		M		P	Š	Z	
Č							T		

3A′

Moje ladje

Število strelov:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A 8615 B 7003 C 1991 Č 6211	D 1361 E 7644 F 5600	G 7726 H 9003 I 5557	J 3000	K 1814 L 2002 M 8844		N 9656 O 4002 P 1221	R 6993 S 3121 Š 4300 T 1907	U 8208 V 9423 Z 4176	Ž 2917

Nasprotnikove ladje

Število strelov:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A B	C Č		D E F	G H I J	K L M	N O P	R S Š T	U	V Z Ž

3B′

Moje ladje

Število strelov:

A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L
M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	

Nasprotnikove ladje

Število strelov:

A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L
M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	

4223: Valerija
3392: Ivica
7069: Vid
4094: Tia
5375: Nejc
4088: Suzana
2288: Vanja
4309: Ines
7796: Miroslav
1290: Renato
3718: Kristijan
6496: Ljubica
5539: Valentin
7202: Sandi
1169: Marija
3937: Edvard
9024: Martin
8246: Roman
8692: Nevenka
9619: Milan
1763: Drago
5195: Uroš
8172: Adolf
6044: Ignac
9861: Patricija
4478: Mark
1558: Klara
1204: Zala
4121: Milka
4561: Cvetko
4097: Matic
4836: Feliks
7709: Damijan
3164: Rozalija
6640: Matilda
4252: Marjanca
5651: Nina
1473: Aleksander
6418: Tina
9378: Ida
2668: Jasmin
2616: Matjaž
3626: Dominik
9146: Valter
6464: Helena
8723: Erna
3449: Sašo
4337: Jolanda
5905: Jani
6555: Kristina
4074: Zvonka
2558: Vlado
3167: Lea
7420: Igor
4766: Pavla
3163: Metod
7076: Danijela
8646: Nino
2786: Damjana
1767: Jerica
8415: Larisa
7135: Mirsad
6866: Marjana
9044: Anej
2933: Silvester
3419: Sergej
3671: Jakob
1745: Manca
6479: Ivana
1613: Hedvika
5238: Lilijana
9145: Vojko
7062: Dušanka
5596: Ana Marija
8937: Andreja
7918: Angela
3841: Neža
9215: Tamara
3448: Frančišek
8700: Saša
4141: Nastja
1800: Tilen
5056: Dušan
5261: Aljoša
2622: Andrejka
9976: Urška
7674: Viktorija
1296: Marinka
1616: Ivo
1275: Franci
4940: Liljana
4868: Tea
3010: Renata
6896: Anton
3630: Brigita
9482: Josip
1731: Miha
6928: Rudolf
7001: Erik
5448: Milica
3008: Nikolaj
1086: Sabina
8303: Antonija
3903: Zlatka
6398: Matija
9620: Ana
1356: Jožefa
5767: Lana
7985: Blaž
5547: Anita
3258: Eva
4243: Miran
2393: Borut
2732: Živa
1761: Teja
7833: Miro
5550: Primož
3356: Bor
8399: Denis
6924: Magda
2896: Maja
5172: Stanka
5394: Pia
6335: Vlasta
5156: Lucija
3330: Maruša
9079: Vincenc
3184: Anže
6386: Tinkara
5306: Hasan
2892: Jelena
7474: Klavdija
9397: Marko
5607: Srečko
9207: Vera
5911: Aljaž
2492: Petar
4065: Maks
2796: Ivanka
4674: Cvetka
3022: Jure
2648: Zora
3436: Alojzij
6658: Emilija
1947: Gašper
4900: Nataša
6297: Mitja
8063: Iva
4260: Zdenko
4785: Katarina
5087: Laura
1491: Davorin
3435: Martina
2524: Sara
1562: Metka
5425: Marina
7344: Pavel
8181: Silva
8044: Tomislav
3563: Elvis
9598: Robert
8255: Veronika
8881: Rado
1274: Dragica
8950: Miloš
4139: Cecilija
8883: Zlatko
3326: Darko
4987: Matevž
4114: Erika
3003: Damir
4446: Aleš
3274: Mirko
3586: Bojan
8215: Goran
4442: Nives
3149: Slavko
1316: Saša
2885: Damjan
6293: Senad
7007: Urban
7025: Janez
1420: Alojzija
9727: Rok
7153: Avgust
5742: Bernarda
4130: Vesna
6901: Valentina
4615: Jaka
5800: Miroslava
3946: Ladislav
5777: Ludvik
8679: Samo
8917: Mira
1906: Nadja
6123: Terezija
6034: Elizabeta
7268: Alja
5555: Melita
3393: Marjan
9769: Zofija
2025: Slavica
2378: Zvonko
8565: Alen
3359: Marica
9030: Albin
8557: Vladimir
4462: Zdenka
4405: Daniel
5162: Boštjan
8436: Bruno
1044: Polona
2307: Anja
3658: Marijana
5181: Danica
8542: Jurij
6227: Ferdinand
5624: Alojz
9424: Željko
5961: Rene
2865: Jasmina
4719: Nuša
2874: Natalija
2666: Timotej
9376: Viljem
6312: Viktor
3923: Rudi
1541: Klemen
1490: Katja
4666: Žan
7058: Franc
2483: Lan
5538: Karel
4196: Magdalena
8359: Sandra
4523: Rebeka
9411: Tadej
8046: Mihaela
1460: Zoja
8029: Ajda
2475: Filip
1210: Marta
1257: Darja
3929: Anka
1560: Karl
6023: Gorazd
4486: Mario
9845: Jan
4024: Zoran
6906: Jernej
4983: Štefanija
2085: Štefan
4165: Marcel
2963: Mladen
8387: Zdravko
9156: Nikola
3721: Jelka
4077: Stanislav
4315: Joško
5895: Luka
7417: Vinko
9684: Gal
6043: Doroteja
3927: Olga
8926: Taja
2828: Kristjan
8952: Milena
6713: Janko
3733: Simona
2346: Barbara
1916: Blanka
8073: Matej
6117: Tatjana
5273: Jože
3701: Bogdan
5371: Jožica
2042: Stjepan
3511: Kaja
4572: Adrijana
5720: Andraž
1105: Boris
6077: Vida
1719: Vilma
3406: Žiga
8115: Ljudmila
7095: Maks
8231: Stojan
4553: Tomaž
6829: Lidija
5475: Radovan
6674: Branko
7053: Neja
9113: Nik
4343: Mirjam
4152: Sanja
5389: Božidar
8375: Maša
4395: Hermina
6165: Maj
1279: Ema
8178: Aleksandra
2417: Slavka
1975: Anica
5621: Brina
8757: Aleks
3395: Bojana
6408: Dejan
8778: Leon
1658: Rafael
8854: Justina
4582: Stanko
4882: Albina
8143: Marjeta
6597: Samir
6268: Lara
1874: Bogomir
9444: Jožef
7143: Štefka
8780: Niko
8809: Gabrijela
3618: Irma
1813: Ksenija
1451: Ivan
5996: Romana
1126: Urša
6821: Andrej
9131: Marjetka
5864: Karmen
5163: Tim
9432: Albert
5197: Branka
6988: Jana
1812: Ernest
2944: Sonja
1506: Janja
9338: Karolina

1044: Polona
1086: Sabina
1105: Boris
1126: Urša
1169: Marija
1204: Zala
1210: Marta
1257: Darja
1274: Dragica
1275: Franci
1279: Ema
1290: Renato
1296: Marinka
1316: Saša
1356: Jožefa
1420: Alojzija
1451: Ivan
1460: Zoja
1473: Aleksander
1490: Katja
1491: Davorin
1506: Janja
1541: Klemen
1558: Klara
1560: Karl
1562: Metka
1613: Hedvika
1616: Ivo
1658: Rafael
1719: Vilma
1731: Miha
1745: Manca
1761: Teja
1763: Drago
1767: Jerica
1800: Tilen
1812: Ernest
1813: Ksenija
1874: Bogomir
1906: Nadja
1916: Blanka
1947: Gašper
1975: Anica
2025: Slavica
2042: Stjepan
2085: Štefan
2288: Vanja
2307: Anja
2346: Barbara
2378: Zvonko
2393: Borut
2417: Slavka
2475: Filip
2483: Lan
2492: Petar
2524: Sara
2558: Vlado
2616: Matjaž
2622: Andrejka
2648: Zora
2666: Timotej
2668: Jasmin
2732: Živa
2786: Damjana
2796: Ivanka
2828: Kristjan
2865: Jasmina
2874: Natalija
2885: Damjan
2892: Jelena
2896: Maja
2933: Silvester
2944: Sonja
2963: Mladen
3003: Damir
3008: Nikolaj
3010: Renata
3022: Jure
3149: Slavko
3163: Metod
3164: Rozalija
3167: Lea
3184: Anže
3258: Eva
3274: Mirko
3326: Darko
3330: Maruša
3356: Bor
3359: Marica
3392: Ivica
3393: Marjan
3395: Bojana
3406: Žiga
3419: Sergej
3435: Martina
3436: Alojzij
3448: Frančišek
3449: Sašo
3511: Kaja
3563: Elvis
3586: Bojan
3618: Irma
3626: Dominik
3630: Brigita
3658: Marijana
3671: Jakob
3701: Bogdan
3718: Kristijan
3721: Jelka
3733: Simona
3841: Neža
3903: Zlatka
3923: Rudi
3927: Olga
3929: Anka
3937: Edvard
3946: Ladislav
4024: Zoran
4065: Maks
4074: Zvonka
4077: Stanislav
4088: Suzana
4094: Tia
4097: Matic
4114: Erika
4121: Milka
4130: Vesna
4139: Cecilija
4141: Nastja
4152: Sanja
4165: Marcel
4196: Magdalena
4223: Valerija
4243: Miran
4252: Marjanca
4260: Zdenko
4309: Ines
4315: Joško
4337: Jolanda
4343: Mirjam
4395: Hermina
4405: Daniel
4442: Nives
4446: Aleš
4462: Zdenka
4478: Mark
4486: Mario
4523: Rebeka
4553: Tomaž
4561: Cvetko
4572: Adrijana
4582: Stanko
4615: Jaka
4666: Žan
4674: Cvetka
4719: Nuša
4766: Pavla
4785: Katarina
4836: Feliks
4868: Tea
4882: Albina
4900: Nataša
4940: Liljana
4983: Štefanija
4987: Matevž
5056: Dušan
5087: Laura
5156: Lucija
5162: Boštjan
5163: Tim
5172: Stanka
5181: Danica
5195: Uroš
5197: Branka
5238: Lilijana
5261: Aljoša
5273: Jože
5306: Hasan
5371: Jožica
5375: Nejc
5389: Božidar
5394: Pia
5425: Marina
5448: Milica
5475: Radovan
5538: Karel
5539: Valentin
5547: Anita
5550: Primož
5555: Melita
5596: Ana Marija
5607: Srečko
5621: Brina
5624: Alojz
5651: Nina
5720: Andraž
5742: Bernarda
5767: Lana
5777: Ludvik
5800: Miroslava
5864: Karmen
5895: Luka
5905: Jani
5911: Aljaž
5961: Rene
5996: Romana
6023: Gorazd
6034: Elizabeta
6043: Doroteja
6044: Ignac
6077: Vida
6117: Tatjana
6123: Terezija
6165: Maj
6227: Ferdinand
6268: Lara
6293: Senad
6297: Mitja
6312: Viktor
6335: Vlasta
6386: Tinkara
6398: Matija
6408: Dejan
6418: Tina
6464: Helena
6479: Ivana
6496: Ljubica
6555: Kristina
6597: Samir
6640: Matilda
6658: Emilija
6674: Branko
6713: Janko
6821: Andrej
6829: Lidija
6866: Marjana
6896: Anton
6901: Valentina
6906: Jernej
6924: Magda
6928: Rudolf
6988: Jana
7001: Erik
7007: Urban
7025: Janez
7053: Neja
7058: Franc
7062: Dušanka
7069: Vid
7076: Danijela
7095: Maks
7135: Mirsad
7143: Štefka
7153: Avgust
7202: Sandi
7268: Alja
7344: Pavel
7417: Vinko
7420: Igor
7474: Klavdija
7674: Viktorija
7709: Damijan
7796: Miroslav
7833: Miro
7918: Angela
7985: Blaž
8029: Ajda
8044: Tomislav
8046: Mihaela
8063: Iva
8073: Matej
8115: Ljudmila
8143: Marjeta
8172: Adolf
8178: Aleksandra
8181: Silva
8215: Goran
8231: Stojan
8246: Roman
8255: Veronika
8303: Antonija
8359: Sandra
8375: Maša
8387: Zdravko
8399: Denis
8415: Larisa
8436: Bruno
8542: Jurij
8557: Vladimir
8565: Alen
8646: Nino
8679: Samo
8692: Nevenka
8700: Saša
8723: Erna
8757: Aleks
8778: Leon
8780: Niko
8809: Gabrijela
8854: Justina
8881: Rado
8883: Zlatko
8917: Mira
8926: Taja
8937: Andreja
8950: Miloš
8952: Milena
9024: Martin
9030: Albin
9044: Anej
9079: Vincenc
9113: Nik
9131: Marjetka
9145: Vojko
9146: Valter
9156: Nikola
9207: Vera
9215: Tamara
9338: Karolina
9376: Viljem
9378: Ida
9397: Marko
9411: Tadej
9424: Željko
9432: Albert
9444: Jožef
9482: Josip
9598: Robert
9619: Milan
9620: Ana
9684: Gal
9727: Rok
9769: Zofija
9845: Jan
9861: Patricija
9976: Urška

8172: Adolf
4572: Adrijana
8029: Ajda
9432: Albert
9030: Albin
4882: Albina
8757: Aleks
1473: Aleksander
8178: Aleksandra
8565: Alen
4446: Aleš
7268: Alja
5911: Aljaž
5261: Aljoša
5624: Alojz
3436: Alojzij
1420: Alojzija
9620: Ana
5596: Ana Marija
5720: Andraž
6821: Andrej
8937: Andreja
2622: Andrejka
9044: Anej
7918: Angela
1975: Anica
5547: Anita
2307: Anja
3929: Anka
6896: Anton
8303: Antonija
3184: Anže
7153: Avgust
2346: Barbara
5742: Bernarda
1916: Blanka
7985: Blaž
3701: Bogdan
1874: Bogomir
3586: Bojan
3395: Bojana
3356: Bor
1105: Boris
2393: Borut
5162: Boštjan
5389: Božidar
5197: Branka
6674: Branko
3630: Brigita
5621: Brina
8436: Bruno
4139: Cecilija
4674: Cvetka
4561: Cvetko
7709: Damijan
3003: Damir
2885: Damjan
2786: Damjana
5181: Danica
4405: Daniel
7076: Danijela
1257: Darja
3326: Darko
1491: Davorin
6408: Dejan
8399: Denis
3626: Dominik
6043: Doroteja
1274: Dragica
1763: Drago
5056: Dušan
7062: Dušanka
3937: Edvard
6034: Elizabeta
3563: Elvis
1279: Ema
6658: Emilija
7001: Erik
4114: Erika
8723: Erna
1812: Ernest
3258: Eva
4836: Feliks
6227: Ferdinand
2475: Filip
7058: Franc
1275: Franci
3448: Frančišek
8809: Gabrijela
9684: Gal
1947: Gašper
8215: Goran
6023: Gorazd
5306: Hasan
1613: Hedvika
6464: Helena
4395: Hermina
9378: Ida
6044: Ignac
7420: Igor
4309: Ines
3618: Irma
8063: Iva
1451: Ivan
6479: Ivana
2796: Ivanka
3392: Ivica
1616: Ivo
4615: Jaka
3671: Jakob
9845: Jan
6988: Jana
7025: Janez
5905: Jani
1506: Janja
6713: Janko
2668: Jasmin
2865: Jasmina
2892: Jelena
3721: Jelka
1767: Jerica
6906: Jernej
4337: Jolanda
9482: Josip
4315: Joško
5273: Jože
9444: Jožef
1356: Jožefa
5371: Jožica
3022: Jure
8542: Jurij
8854: Justina
3511: Kaja
5538: Karel
1560: Karl
5864: Karmen
9338: Karolina
4785: Katarina
1490: Katja
1558: Klara
7474: Klavdija
1541: Klemen
3718: Kristijan
6555: Kristina
2828: Kristjan
1813: Ksenija
3946: Ladislav
2483: Lan
5767: Lana
6268: Lara
8415: Larisa
5087: Laura
3167: Lea
8778: Leon
6829: Lidija
5238: Lilijana
4940: Liljana
6496: Ljubica
8115: Ljudmila
5156: Lucija
5777: Ludvik
5895: Luka
6924: Magda
4196: Magdalena
6165: Maj
2896: Maja
4065: Maks
7095: Maks
1745: Manca
4165: Marcel
3359: Marica
1169: Marija
3658: Marijana
5425: Marina
1296: Marinka
4486: Mario
3393: Marjan
6866: Marjana
4252: Marjanca
8143: Marjeta
9131: Marjetka
4478: Mark
9397: Marko
1210: Marta
9024: Martin
3435: Martina
3330: Maruša
8073: Matej
4987: Matevž
4097: Matic
6398: Matija
6640: Matilda
2616: Matjaž
8375: Maša
5555: Melita
1562: Metka
3163: Metod
1731: Miha
8046: Mihaela
9619: Milan
8952: Milena
5448: Milica
4121: Milka
8950: Miloš
8917: Mira
4243: Miran
4343: Mirjam
3274: Mirko
7833: Miro
7796: Miroslav
5800: Miroslava
7135: Mirsad
6297: Mitja
2963: Mladen
1906: Nadja
4141: Nastja
2874: Natalija
4900: Nataša
7053: Neja
5375: Nejc
8692: Nevenka
3841: Neža
9113: Nik
8780: Niko
9156: Nikola
3008: Nikolaj
5651: Nina
8646: Nino
4442: Nives
4719: Nuša
3927: Olga
9861: Patricija
7344: Pavel
4766: Pavla
2492: Petar
5394: Pia
1044: Polona
5550: Primož
8881: Rado
5475: Radovan
1658: Rafael
4523: Rebeka
3010: Renata
1290: Renato
5961: Rene
9598: Robert
9727: Rok
8246: Roman
5996: Romana
3164: Rozalija
3923: Rudi
6928: Rudolf
1086: Sabina
6597: Samir
8679: Samo
7202: Sandi
8359: Sandra
4152: Sanja
2524: Sara
1316: Saša
8700: Saša
3449: Sašo
6293: Senad
3419: Sergej
8181: Silva
2933: Silvester
3733: Simona
2025: Slavica
2417: Slavka
3149: Slavko
2944: Sonja
5607: Srečko
4077: Stanislav
5172: Stanka
4582: Stanko
2042: Stjepan
8231: Stojan
4088: Suzana
9411: Tadej
8926: Taja
9215: Tamara
6117: Tatjana
4868: Tea
1761: Teja
6123: Terezija
4094: Tia
1800: Tilen
5163: Tim
2666: Timotej
6418: Tina
6386: Tinkara
4553: Tomaž
8044: Tomislav
7007: Urban
5195: Uroš
1126: Urša
9976: Urška
5539: Valentin
6901: Valentina
4223: Valerija
9146: Valter
2288: Vanja
9207: Vera
8255: Veronika
4130: Vesna
7069: Vid
6077: Vida
6312: Viktor
7674: Viktorija
9376: Viljem
1719: Vilma
9079: Vincenc
7417: Vinko
8557: Vladimir
2558: Vlado
6335: Vlasta
9145: Vojko
1204: Zala
4462: Zdenka
4260: Zdenko
8387: Zdravko
3903: Zlatka
8883: Zlatko
9769: Zofija
1460: Zoja
2648: Zora
4024: Zoran
4074: Zvonka
2378: Zvonko
2085: Štefan
4983: Štefanija
7143: Štefka
4666: Žan
9424: Željko
3406: Žiga
2732: Živa

14

18

23

28

30

34

36

42

44

45

50

55

56

59

60

62

64

68

72

74

76

80

83

84

85

88

90

92

95

98

Aktivnost 7

Urejanje

Ah, kolikokrat je potrebno urediti kakšne reči po abecedi, velikosti ali čem tretjem. Tudi računalniki to pogosto počnejo; čemu, smo se naučili ob potapljanju ladjic. Odkrili bomo, kako delujejo postopki, ki jih uporabljajo računalniki. Bogve, morda pridejo kdaj prav tudi nam.

Namen

Otroci sicer spoznajo različne metode urejanja, pomembnejši pa so abstraktnejši cilji:

- otroci vidijo, da se lahko urejanja sicer lotijo intuitivno, neformalno in neorganizirano, ali pa sledijo navodilom, ki jih zanesljivo pripeljejo do cilja; na ta način se srečajo z idejo formalno podanih navodil – algoritmom. Čeprav so temu namenjene kasnejše aktivnosti, lahko že tu povemo, da moramo računalniku vedno podati točna navodila;
- še več, vidijo primer rekurzivnega algoritma – česar ne poudarjamo, razen če so otroci dovolj stari;
- ugotovijo, da niso vsi postopki enako hitri in da je urejanje z bolj domiselnimi metodami veliko hitrejše od enostavnejših;
- izvedo, da je računalnik v primerjavi z ljudmi omejen; pri urejanju se to vidi tako, da lahko ljudje vidimo in primerjamo več številk naenkrat, računalnik pa lahko primerja le pare.

Trajanje

Ena ali dve uri, odvisno od izbranega obsega

Potrebščine

Za frontalno delo

- en izvod seznamov številk in imen iz prejšnje aktivnosti (opcijsko)
- kartoni z veliki številkami (iz prejšnje aktivnosti)

Za manjše skupine (pari, trojki ali posamezni otroci, če jih manj)

- listki z oznakami med A1 in D50 (razreži polo)

Za vsako skupino v uvodni motivaciji ter pri urejanju z izbiranjem, urejanju z vstavljenjem in hitrem urejanju (skupin bo toliko, kolikor tehtnic imaš na voljo):

- osem neprosojnih posod enake velikosti, a različnih tež, npr. škatle za filme ali kinder-jajce polnjena s peskom, različno polni tetrapaki za sok, škatle, v kakršnih dobimo instant kavo, napolnjene z več ali manj kamni, posode pollitrskega jogurta
- tehtnica z dvema posodama (pomembno je, da ne omogočimo tehtanja z utežmi, temveč otroke prisilimo v primerjanje parov)

Za skupine pri urejanju z mehurčki (skupine imajo 8-10 otrok, torej tri na razred):

- pol metra dolga palica ali vrvica ali flomaster ali podoben predmet, ki ga bodo držali pari učencev.

Dodatna navodila

Aktivnost prilagodimo razpoložljivi opremi in zmožnosti učencev.

Razpoložljiva oprema narekuje razdeljevanje v skupine. Nekatere igre zahtevajo tehtnico, zato lahko narediš le toliko skupin, kolikor tehtnic imaš na voljo. Če imaš le eno, bo aktivnost izvajal po en otrok naenkrat, ostali bodo gledali; otrok naj v tem primeru komentira svoje razmišljanje. Če te mika, da bi sama izdelala tehtnice, poskrbi, da bodo dovolj natančne, da bodo lahko razlikovale osem različnih tež, kakor jih boš uporabljal v nalogi.

V nobenem primeru ne zamenjuj tehtnic in različno težkih škatel z listki ali igralnimi kartami. Pri aktivnosti je zelo pomembno, da otroke prisilimo primerjati pare, saj je tudi računalnik omejen na primerjanje parov. Uporaba igralnih kart je zelo neposrečena. Če moramo ljudje urediti, recimo, osem kart po velikosti, jih "uredimo v glavi" in jih nato le razporedimo po ustreznem vrstnem redu, ne da bi mogli pri tem razmišljati o "algoritmu", ki ga izvajamo. Računalnik tega ne more, temveč lahko le primerja pare objektov, zato moramo tudi otrokom vsiliti takšno omejitev. Pri urejanju kart se otroci ne bodo držali podanega algoritma, saj je to tako nenaravno, da je nadležno celo odraslim.

Izjema je urejanje z mehurčki, kjer dosežemo disciplino z uporabo palice, in urejanje z zlivanjem, kjer je očitno, da lahko primerjamo le dve števili naenkrat.

Aktivnost je potrebno prilagajati tudi zmožnostim učencev. Zasnovana je precej široko in predstavlja različnih postopkov urejanja. Če ocenjuješ, da bodo učenci zbegani, izbor po potrebi skrči. Po drugi strani ne bo nobene škode, če postopkom urejanja posvetiš kako uro več, saj so poučni. Pri odločanju se zavedaj, zakaj predstavljamo posamezne metode.

Urejanje z izbiranjem je metoda, ki se je bodo učenci verjetno spomnili sami. Priročna je tudi, ker lahko točno preštejemo, koliko primerjav zahteva

Urejanje z vstavljanjem je zanimivo, ker ga pogosto uporabljamo, ko moramo ročno zložiti kako reč. Učencem pokaže, da lahko formaliziramo postopke iz resničnega življenja. Za sam logični potek ure ni tako pomembna.

Hitro urejanje pokaže, da lahko z nenavadno, bolj zvito metodo urejamo hitreje. Za starejše učence koristna, ker vodi v intuicijo o rekurziji; pri mlajših poskusimo to dejstvo prikriti.

Urejanje z mehurčki je simpatično zaradi skupinske dinamike. V smislu logičnega poteka je koristno zaradi navezave na naslednjo aktivnost, ki iz urejanja z mehurčki izpelje igro, ki tam služi kot uvodna motivacija.

Urejanje z zlivanjem je koristno, ker je uporabno v praksi, recimo, ko imamo dva urejena seznama, ki ju je potrebno združiti v en sam urejen seznam. Simpatično je tudi, ker ga predstavimo z dinamično igro.

Če nameravaš zožiti izbor, pri starejših otrocih izpusti urejanje z vstavljanjem, pri mlajših pa bodisi izpusti urejanje z zlivanjem, bodisi ga skrajšaj na prvi del, združevanje dveh kolon. Urejanje z mehurčki lahko preneseš v začetek naslednje aktivnosti. Urejanja z izbiranjem in urejanja z mehurčki ne izpuščaj, ker nosita glavno sporočilo aktivnosti.

Uvodna motivacija

1. Razdeli otroke v skupine z največ tremi člani (še primernejši so pari, lahko pa vsak otrok dela tudi sam) in jim razdeli listke z oznakami med A1 in D50.
2. Povej jim, da se nekatere oznake podvojijo; njihova naloga je, da jih izločijo, tako da se bo vsaka oznaka pojavila le enkrat. (Primer: listek D41 se pojavi dvakrat. C42 in D42 pa ne štejeta za ponovitev.) Njihova naloga je, naj to storijo čim hitreje, še pomembneje pa je, da ne spregledajo nobene ponovitve.
3. Skupine, ki končajo, vprašaj, ali so prepričane, da so res izločile vse ponovitve. Ti lahko dokažejo, da je res tako.(Izločiti morajo enajst listkov, vendar jim tega ne povej.)

Če so se otroci kaj naučili v prejšnji aktivnosti (ali če so že kdaj iskali manjkajočo igralno karto), so najprej razdelili listke na štiri kupčke glede na črko iz oznake – A, B, C, D. Nato je mnoge verjetno premagala skušnjava, da so poskušali "z metodo ostrega pogleda" odkriti ponovitve. Četudi jim na ta način lahko uspe odkriti vseh enajst odvečnih listkov, tako ne bodo mogli biti prepričani, da so poiskali vse.

Boljša rešitev je, da vsakega od kupčkov uredijo po številkah in nato le primerjajo zaporedne pare. Tako jim ponovitve skoraj ne morejo uiti.

Kot dodaten primer lahko daš trem otrokom tri različne oblike seznama iz prejšnje aktivnosti in jim naročiš, naj poiščejo ime (ali imena), ki se ponovijo. Nalogo lahko v doglednem času reši le tisti, ki ima seznam urejen po imenih. Seznam, ki je urejen po številkah je enako neuporaben kot tisti, ki je naključno premešan.

Pogovor

Spomni otroke na prejšnjo aktivnost, v kateri so videli, kako dobro je, če so stvari urejene. V njej smo imeli, recimo, seznam telefonskih številk, s katerim smo lahko poiskali telefonsko številko, ki jo ima določena oseba ali pa osebo, ki ima določeno številko. Če so otroci premajhni, da bi razumeli razliko med prvim in drugim, jih lahko na to spomniš tako, da jim pokažeš oba seznama – onega, urejenega po številkah in onega po imenih, pa bodo videli, da morajo imeti pravi seznam za tisto, kar iščejo, pa čeprav so na obeh seznamih isti podatki.

Urejanje ni potrebno le zato, da hitreje najdemo osebo ali številko. Kot so videli, nam pride pride tudi v veliko drugih primerih, recimo pri iskanju ponovitev iste reči. Za nov primer vprašaj otroke, kako bi v zavojčku kart, za katerega bi vedeli, da ena manjka (ker jih je 51 namesto 52) ugotovili, katera je manjkajoča karta. Kot podobno nalogo lahko naložiš otrokom, naj s pomočjo seznamov preverijo, ali je določena telefonska številka še prosta.

Urejanje podatkov je očitno pomembna reč. Ker so neurejeni podatki nerodni, tako za ljudi kot za računalnike, uporabljajo računalniki različne postopke za urejanje.

Urejanje v prostem slogu

1. Razdeli otroke v toliko skupin, kolikor tehtnic imaš. Če imaš le eno tehtnico, poskrbi, da bodo vsi otroci videli, kaj se dogaja.
2. Vsaki skupini daj osem škatlic, ki jih bodo urejali po teži.
3. V vsaki skupini določi otroka, ki bo urejal in otroka, ki bo zapisoval število primerjanj.
4. Otroci naj uredijo škatlice po teži, kakor vedo in znajo. Edina omejitev je, da smejo tehtnico uporabljati samo tako, da primerjajo težo dveh škatlic. Če škatli potežkajo z rokami, se tudi to šteje kot tehtanje. Poudari, naj za urejanje uporabijo čim manj tehtanj, predvsem pa morajo biti na koncu prepričani, da je razpored pravilen.
5. Ko končajo, naj si zabeležijo število tehtanj, nato pa naj nekdo (recimo drug otrok) preveri, ali je razpored pravilen, tako da paroma primerja teže vseh zaporednih škatel – lahko jim pokažeš, kako se to stori.

Vajo lahko večkrat ponoviš.

Pogovor

Če so bili otroci zelo nesistematični, jih po potrebi na koncu vprašaj, ali so prepričani, da so škatlice res urejene – ne da bi morali to preskušati. Hočemo takšen sistem, ki nas bo na koncu prav zagotovo pripeljal do urejenih škatel, ne da bi morali to preverjati.

Izzovi otroke, naj ti razložijo sistem, po katerem so delali.

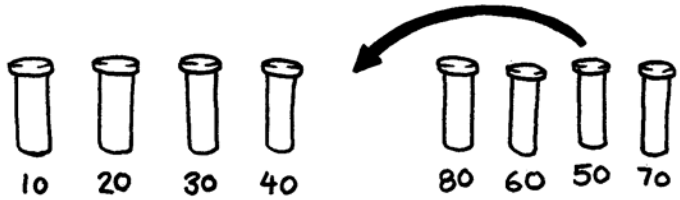
Verjetno so nekateri otroci delali po občutku, drugi sistematično. Razloži, da računalnik nima občutka, temveč mu je vedno potrebno podati "sistem", točna navodila, po katerih naj dela.

Otroci, ki se potrudijo iznajti zanesljiv sistem, bodo skoraj gotovo odkrili urejanje z izbiranjem, morda pa bodo naleteli na urejanje z vstavljanjem. Ker bi radi izračunali točno število potrebnih merjenj, jim razloži urejanje z izbiranjem.

Urejanje z izbiranjem

Najprej poiščemo najlažjo škatlico, tako da na tehtnico postavimo par škatlic. Odstranimo težjo, lažjo pa primerjamo z naslednjo škatlico. Spet odstranimo težjo in vzamemo naslednjo. To ponavljamo, dokler ne preverimo vseh škatlic in ta, ki ostane, je najlažja. Postavimo jo na začetek vrste.

Celoten postopek ponovimo na preostalih škatlicah. Ko ugotovimo najlažjo med ostalimi (torej: drugo najlažjo), jo postavimo za prvo škatlico. Postopek spet ponovimo z ostalimi, dokler ne uredimo vseh škatlic.



Pogovor

Vprašaj otroke, koliko primerjanj potrebujejo za takšno urejanje. Jih vedno potrebujejo enako ali pa je to odvisno od sreče?

Takole razmišljamo: da najdemo najlažjo škatlico izmed osmih, potrebujemo sedem tehtanj; če tega ne razumejo, pokaži, še enkrat poišči najlažjo škatlico. Rezultat ni odvisen od sreče, vedno bomo potrebovali natančno sedem tehtanj.

Ko je ta izbrana, nam ostane še sedem škatlic, med katerimi moramo poiskati naslednjo najlažjo; za iskanje najlažje izmed sedmih je po isti logiki potrebnih šest tehtanj. Ostane šest škatlic in za iskanje najlažje med njimi potrebujemo pet tehtanj. Tako nadaljujemo, dokler ne ostaneta le še dve škatlici, ki zahtevata eno tehtanje, da določimo lažjo izmed njiju. Skupaj je to 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28 tehtanj.

Za devet škatlic potrebujemo osem tehtanj več: najprej moramo poiskati najlažjo izmed devetih, za kar je potrebnih osem tehtanj. Za ostalih osem škatlic pa, kot že vemo, potrebujemo 28 tehtanj. Skupaj je to 36 tehtanj.

Opcijsko (za starejše otroke, če želimo povezavo z matematiko)

Izzovi otroke, kdo zna prvi izračunati, koliko primerjanj bi potrebovali za dvajset škatlic?

Število potrebnih tehtanj je, vemo, 1+2+3+4+...+17+18+19. O tem, kako to sešteti, govori popularna anekdota o mladem Gaussu, vendar je preprostejša naslednja oblika razlage. Recimo, da bi bil nek učenec še posebej prizadeven in bi se odločil, da bo namesto izračunal nekaj težjega (izkazalo se bo, da je pravzaprav lažje): izračunal bo vsoto naprej in še nazaj zraven, torej 1+2+3+4+...+17+18+19+19+18+17+...+4+3+2+1. Ker ima preozek papir, mora račun napisati v dve vrsti. Potem pa odkrije, da se mu ne splača seštevati po vrsti, temveč bo raje najprej sešteval pare iz obeh vrst

```
 1+ 2+ 3+ 4+ 5+ 6+ 7+ 8+ 9+10+11+12+13+14+15+16+17+18+19+
19+18+17+16+15+14+13+12+11+10+ 9+ 8+ 7+ 6+ 5+ 4+ 3+ 2+ 1 =

20+20+20+20+20+20+20+20+20+20+20+20+20+20+20+20+20+20+20 =

19 × 20 = 380
```

Vendar ve, da je tako dobil dvakrat preveč, saj je števila seštel dvakrat. Pravi rezultat torej ni 380, temveč pol manj, 190.

Če bi imeli n škatlic, bi imeli pol manj kot

```
  1 +   2 +   3 +   4 +   5 + ... + n-2 + n—1 +
n-1 + n-2 + n-3 + n-4 + n-5 + ... +   2 +   1 =

  n +   n +   n +   n +   n +   n +   n +   n =

n × (n-1)
```

Za n škatlic potrebujemo n×(n-1)/2 merjenj, kar je skoraj $n^2/2$.

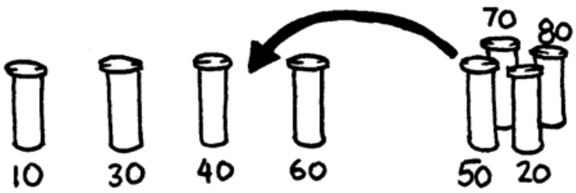
Če bodo otroci razumeli, jim razloži, da to pomeni, da za dvakrat več škatlic potrebujemo štirikrat toliko tehtanj. Za desetkrat več škatlic potrebujemo stokrat toliko tehtanj in za tisoč škatlic milijonkrat toliko tehtanj.

Urejanje z vstavljanjem

(Urejanje z vstavljanjem lahko po presoji preskočiš, saj ni namen aktivnosti, da bi otroci spoznali kup postopkov in jim pomešali med seboj.)

Urejanje z vstavljanjem pogosto uporabljamo, kadar moramo ročno urediti. Deluje tako, da imamo nek seznam, ki je že urejen in v katerega na ustrezno mesto vstavljamo reči iz neurejenega kupa. Tako, recimo, urejamo igralne karte v roki ali kontrolne naloge po abecedi.

Začnemo tako, da vzamemo eno škatlico in jo damo v vrsto. Nato vzamemo novo in jo primerjamo s prejšnjo ter jo postavimo ne njeno levo ali desno. Nadaljujemo tako, da jemljemo nove škatlice in jih primerjamo najprej s prvo, nato drugo, tretjo ... škatlico iz urejene vrste; na tehtnici to prav lepo teče, saj je nova škatlica na eni strani, na drugo stran pa eno za drugo polagamo škatlice iz vrste. Ko naletimo na škatlico, ki je težja od nove, postavimo novo prednjo. To nadaljujemo, dokler ne zmanjka škatlic.



Opcijsko (če imaš res pametne otroke)

Pogovori se o tem, ali zahteva ta postopek manj primerjav od urejanja z izbiranjem.

V resnici potrebujemo zanj v poprečju polovico manj primerjav, v najslabšem primeru pa enako. Pri izbiranju je bilo število potrebnih primerjav 8+7+6+5+4+3+2+1+0, tu pa jih je v najslabšem primeru 0+1+2+3+4+5+6+7+8. Vendar se to zgodi le, če bi morali vsako škatlico primerjati z vsemi, ki so že v vrsti (to bi se zgodilo, če bi imeli tako nezaslišano smolo, da bi najprej izbrali najlažjo škatlico, nato drugo najlažjo in tako naprej). V poprečju pa bomo vsako škatlico postavili nekaj na sredo vrste, zato jo primerjamo le s (približno) polovico škatlic.

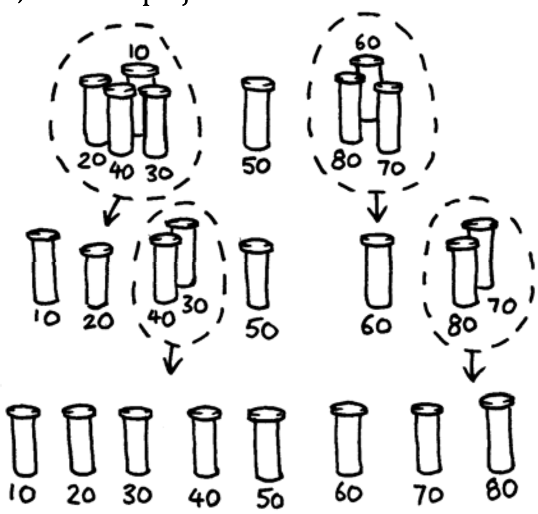
Hitro urejanje

Povej otrokom, da obstajajo tudi veliko boljše metode, ki pa so nekoliko bolj zvite. Metodi, ki je v praksi najhitrejša, pravimo kar hitro urejanje.

Otrokom ga predstavi tako, da najprej vodiš enega otroka prek postopka (ostali gledajo), nato pa naj ga otroci preskusijo še sami.

1. Določi otroka, ki bo pod tvojim vodstvom urejal škatle in otroka, ki bo beležil število tehtanj.
2. Naključno izberi eno škatlico in jo postavi na levo stran tehtnice.
3. Vse škatlice primerjaj z izbrano, tako da jih eno za drugo postavljaš na desno stran tehtnice. Škatlice odlagaj na dva kupa: na levega dajaj tiste, ki so lažje in na desnega tiste, ki so težje od izbrane škatlice.
4. Ko si primerjal vse škatlice z izbrano, jo postavi na sredo med kupa.

Na spodnji sliki smo si izbrali škatlico s težo 50. Lažje škatlice (10, 20, 40, 30) so na levi, težje (80, 60, 70) na desni, izbrana pa je v sredini.



Če imamo smolo, se bo pripetilo, da bo na eni strani veliko več škatlic kot na drugi; lahko se zgodi celo, da bodo vse na isti strani, ker si si izbral ravno najtežjo ali najlažjo. Nič ne de, bomo preživeli. Če škatlice niso enake, pa si zapomni, katera je približno na sredi po teži in poskrbi, da si bo otrok izbral to škatlo (lahko mu jo podaš, češ, "izberi si eno škatlo, recimo tole").

5. Razloži otrokom, da so škatle nekako napol urejene: tista na sredi je že tam, kjer mora biti, zdaj pa moramo urediti še oba kupa. Lotili se bomo vsakega posebej. Torej:
    a. Med škatlicami na levi naključno izberi eno škatlico in razdeli ostale na tiste, ki so lažje in tiste, ki so težje, tako kot si to storil prej. Spet boš dobil škatlo na sredini in dva kupa, ki ju bo potrebno urediti. Lotiš se, spet, vsakega posebej...
    b. V desni skupini stori isto.
6. Kupe drobiš, dokler ne dobiš skupin z eno samo škatlico, kjer ni več kaj urejati. In, glej, škatlice so urejene!

Pogovor (za starejše otroke)

Koliko tehtanj potrebuješ za takšno urejanje?

Tega ni tako preprosto izračunati kot pri urejanju z izbiranjem.

Recimo, da imamo smolo in v prvem koraku izberemo najlažjo škatlico. Primerjali jo bomo z ostalimi sedmimi in videli, da so vse ostale težje. Levi kup bo prazen; dobili bomo to, "srednjo" škatlico, vse ostale škatlice pa bodo na desnem kupu. Recimo, da imamo prav nesrečno smolo in tudi pri "deljenju" desnega kupa spet izberemo najlažjo škatlico. Primerjali jo bomo z ostalimi šestimi, levi kup bo spet prazen. Na sredino, torej zraven prve škatlice, bomo odložili to škatlico in ostalih šest škatlic bo na desnem kupu. Če imam prav preklicano smolo, bomo tudi za ta kup spet izbrali najlažjo škatlico, kar pa bomo seveda spet odkrili šele po petih merjenjih... Dobili smo urejanje z izbiranjem!

Potemtakem hitro urejanje ni nič hitrejše od urejanje z izbiranjem?! Drži, vendar le, kadar imamo prav preklicano smolo. Kako hitro je v poprečju, ni tako preprosto izračunati, zato bodo morali šolarji s tem počakati, do drugega letnika študija računalništva. Izkaže pa se, da je tako hitro, kakor le more biti. Dokazati je mogoče, da hitrejše metode urejanja ni. (Razen, če smemo uporabljati kakšne dodatne trike, ki jih tu, pri tem tehtanju ne dopuščamo in ki so tudi v praksi redko uporabni.)

Urejanje z mehurčki

Urejanje z mehurčki je enako počasno kot urejanje z izbiranjem. S teoretičnega vidika je zanimivo, ker na določen način vodi v hitro urejanje. Učencem pa ga pokažemo

- kot primer še ene metode urejanja, pri kateri je zanimivo razmisliti, kako in zakaj deluje,
- kot uvod v naslednjo aktivnost.

Po želji, ali če ti zmanjkuje časa, lahko to aktivnost izvedeš na začetku naslednje.

Postopek najprej pokažeš na eni skupini učencev, nato ga vsaka skupina izvaja sama.

1. Izberi osem učencev, na katerih boš pokazal postopek. Postavi jih v vrsto in jim okrog vratu obesi številke v pomešanem vrstnem redu.
2. Razloži, da bo urejanje z mehurčki nekoliko drugačno od postopkov, ki smo jih videli doslej. Zahteva namreč več prehodov prek vrste. Učenci si bodo podajali palico: v vsakem trenutku bo palico držal en par učencev. Učenca v paru bosta primerjala svoji številki in če stojita v napačnem vrstnem redu, se zamenjata. Nato palico drži naslednji par.

   Na primer, da so učenci razporejeni, kot kaže slika. Palico drži prvi par.

   50––20 60 30 10 80 40 70

   Ker sta obrnjena narobe, se zamenjata.

   20––50 60 30 10 80 40 70

   Nato dobi palico naslednji par.

   20 50––60 30 10 80 40 70

   Par je obrnjen pravilno, zato se ne zamenja, temveč le poda palico naslednjemu paru.

   20 50 60––30 10 80 40 70

   Ker je 60 večje od 30, se morata učenca zamenjati.

   20 50 30––60 10 80 40 70

   Nato podata palico naslednjemu paru.

   20 50 30 60––10 80 40 70

Tako nadaljujemo. Ko pride palica do konca, je razpored takšen

20 50 30 10 60 40 70––80

Zadnji učenec (v gornjem primeru ta, ki ima številko 80) stopi korak vstran.

20 50 30 10 60 40 70   80

S tem smo končali prvi krog.

3. Palico vrnemo prvemu paru in ponovimo vse skupaj, vendar brez zadnjega učenca – onega, ki je stopil vstran. Pride palica do konca (torej do predzadnjega učenca), stopi še ta vstran. Po drugem krogu je stanje takšno:

   20 30 10 50 40 60   70 80

4. Palico spet dobi prvi par. Izvedemo tretji krog, ki nas pripelje do

   20 10 30 40 50   60 70 80

5. Po četrtem krogu dobimo tole.

   10 20 30 40   50 60 70 80

Učenci v razredu ne bodo imeli enakih številk in se ne bodo razporedili enako kot v tem primeru. Poskrbi, da nobeden od učencev z najnižjimi tremi številkami ne bo na zadnjih treh mestih. Po potrebi jih prestavi bolj proti začetkuin povej, da mora biti tako, da urejanje ne bo predolgo trajalo.

Opomba: računalnik v resnici še ne bi vedel, da je vrsta že urejena, zato bi izvedel še peti krog, v katerem pa bi opazil, da ni potrebna nobena zamenjava več in iz tega sklepal, da lahko konča z delom. Učencev s tem ni potrebno obremenjevati.

Delo po skupinah

Sestavi skupine, razdeli učencem številke, vsaki skupini daš eno palico in jim naroči, naj se naključno premešajo in uredijo.

Skupine, ki so hitrejše, naj poskusijo še tako, da so v začetku

- urejene v napačno smer (od največjega do najmanjšega) ali
- urejene pravilno, razen učenca z najnižjo številko, ki stoji na skrajni desni namesto na levi (v gornjem primeru bi bil to začetni razpored 20 30 40 50 60 70 80 10).

Pogovor

Vprašaj učence, ali menijo, da postopek vedno pravilno uredi zaporedje. Če ne: zakaj ne? Lahko poiščejo primer, kjer postopek ne deluje?

Postopek se v resnici vedno konča s pravim vrstnim redom. Znajo učenci razložiti, zakaj?

Razlaga je takšna: so opazili, da je učenec z največjo številko vedno prišel na skrajno desno? Vedno je tako: čim enkrat dobi v roke palico, je ne izpusti več. Tako v prvem krogu zagotovo poskrbimo za zadnje mesto in se ga v naslednjih ne dotikamo več. V drugem krogu bo učenec z drugo največjo številko iz istega razloga prišel na predzadnje mesto.

Povej, da temu postopku rečemu urejanje z mehurčki, saj številke potujejo kot mehurčki, manjše na levo in večje na desno.

Kaj se zgodi, če je najmanjša številka na skrajni desni? V vsakem krogu bo šla za eno samo mesto na levo. Za osem števil bomo potrebovali sedem krogov.

Urejanje z zlivanjem

1. Učenci naj obdržijo številke iz prejšnje vaje: vsak učenec ima torej okrog vratu obešen list številko.
2. Postavi vse učence v dve približno enako dolgi koloni. Da bo preprosteje, lahko postaviš, recimo, dečke v eno kolono in deklice v drugo. Obe koloni uredi po velikosti števil ("ročno", ne da bi uporabljal kak poseben postopek).
3. Učenci naj si predstavljajo, da so avtomobili, kar nosijo za vratom, pa so registrske številke. Pripeljali so do mesta, kjer se cesta zoži v en sam pas. V kraju, kjer so, pa veljajo nenavadni prometni predpisi: prednost ima vedno tisti avto, ki ima nižjo registracijsko številko.
4. Iz kolone vzemi enega učenca (vzemi mu tudi karton). Ta otrok bo policaj, ki bo usmerjal promet, tako da bo kazal, kateri avto (učenec) naj pelje naprej. Vedno mora pokazati učenca z nižjo registracijsko številko.
5. "Avtomobili" naj se premaknejo. Če bo policaj pravilno opravil delo, bo iz dveh urejenih kolon na dvopasovnici nastala urejena kolona na enopasovnici.

Pojasni otrokom, da smo s tem odkrili postopek, kako dva urejena seznama združiti v nov urejen seznam.

Postopek je uporaben v praksi: če imamo dva kupa knjig, ki sta zložena po abecedi in bi jo radi sestavili v en kup, preprosto jemljemo knjige iz kupa, tako da v vsakič – tako kot policaj – vzamemo tisto, ki je prej po abecedi, in jih zlagamo na tretji kup.

Predstavljajmo si pevski zbor, v katerem ima vsak pevec debel fascikel, v kateri so note nekaj sto različnih pesmi. Urejene so po abecedi. Ko imajo koncert, vzame vsak pevec note za deset pesmi, ki jih bodo peli na koncertu in jih zloži v "koncertno mapo" v takšnem vrstnem redu, kot jih bodo peli. Po koncertu je potrebno note zložiti nazaj v fascikel. Kako se lotiti tega dela tako, da bo čim manj listanja po fasciklu? Tako, da najprej uredimo note pesmi, ki smo jih peli na koncertu, pa abecedi. Nato listamo fascikel in na ustrezna mesta vstavljamo note s koncerta.

Imamo postopek za zlivanje dveh kolon v eno. Vprašaj otroke, ali bi znali narediti postopek za zlivanje štirih kolon.

Verjetno bodo odgovorili, da je enak temu za dve koloni: namesto da bi policaj izbiral avte iz dveh kolon, jih bo pač iz štirih. Povej, da je rešitev smiselna in se tudi v praksi včasih uporablja, vendar bomo poskusili nekaj bolj zanimivega: če imamo štiri kolone, bomo iz njih najprej naredili dve koloni, tako da bomo združili prvi dve koloni v eno in drugi dve v drugo. Ko imamo le še dve koloni, pa ju združimo v eno samo.

1. Razdeli učence v štiri urejene kolone. Tokrat naj ima ena od kolon (vseeno katera) samo enega učenca.
2. Določi policaja, ki najprej združi levi dve koloni (desni dve čakata), nato združi desni dve koloni in potem preostali dve koloni.

Vprašaj učence, kaj bi storili z osmimi kolonami. Ravnajo lahko podobno, le z enim korakom več. Združiti morajo prvi dve, drugi dve, tretji dve in četrti dve koloni. Tako so dobili štiri kolone. Združijo prvi dve in drugi dve. Nato združijo preostali koloni.

Končno jih vprašaj, kaj bi storili s šestnajstimi kolonami. Če združujejo po dve, bodo dobili osem kolon. Iz osmih kolon naredijo štiri, iz štirih dve in iz dveh eno.

Zdaj povej učencem, da bodo poskusili združevanje šestnajstih kolon.

1. Določi šestnajst učencev in jih naključno premešane postavi v vrsto (ne v kolono – gledajo naj naprej in ne eden drugemu v hrbet). Reci, da predstavljajo šestnajst kolon, v vsaki koloni pa je samo en učenec.
2. Določi policaja, po možnosti učenca, ki je dovolj sistematičen, da se ne bo izgubil. Uredi naj teh šestnajst kolon, kot smo pokazali zgoraj.

Preseneti učence: pravkar smo odkrili nov postopek urejanja! Imamo neurejeno vrsto učencev. Delamo se, da gre za kolone s po enim učencem in jih združujemo, dokler niso urejene!

Če kak učenec ugovarja, da postopek deluje le z 2, 4, 8, 16 (... 2^n) učenci, pokaži, da ga lahko izvedeš tudi z, recimo, desetimi. V tem primeru nekatere kolone pač včasih malo počakajo.

Povej, da tej metodi urejanja rečemo urejanje z zlivanjem in da je po hitrosti podobna hitremu urejanju.

A1	A32	B31	C23	D12
A2	A42	B31	C26	D12
A4	A43	B33	C28	D19
A4	A48	B36	C31	D23
A4	A50	B40	C33	D27
A8	B3	B41	C38	D29
A12	B6	B42	C39	D30
A13	B11	B49	C42	D30
A13	B15	C6	C45	D32
A14	B17	C8	C46	D35
A17	B17	C11	C48	D35
A22	B22	C13	D2	D41
A22	B23	C14	D15	D41
A26	B24	C15	D18	D42
A31	B28	C22	D18	D45

Aktivnost 8

Vzporedno urejanje

Koliko več bi lahko naredili, če bi imeli več rok! Ali pa ... več glav? Računalniki jih imajo. Da lahko isti problem rešujejo z "več glavami" hkrati, pa moramo te glave pametno organizirati. V tej aktivnosti se vrnemo k znani nalogi, urejanju, vendar tako, da seznam urejamo na več koncih hkrati.

Namen

Otroci spoznajo vzporedne algoritme: vidijo, da je mogoče določene postopke organizirati tako, da jih lahko izvajamo (računamo) vzporedno, če so za to na voljo ustrezni viri (v računalniku več procesorjev ali procesor z več jedri, v primerih iz te aktivnosti pa več ljudi, nogometnih igrišč, plošč na kuhalniku).

Pri mlajših otrocih lahko aktivnost izkoristimo tudi kot vajo iz primerjanja števil, razlikovanja med levo in desno ter sledenja formalnim navodilom.

Trajanje

Dve uri

Potrebščine

Aktivnost je najboljše izvajati na asfaltiranem igrišču ali na pesku pred šolo, lahko pa tudi v telovadnici ali učilnici. Za drugi del je primernejša učilnica.

Neurejeno urejanje

- listi s številkami (iz aktivnosti 6, Potapljanje ladjic; lahko pa tudi liste z večjimi števili ali besedami); listov naj bo več, otroci jih bodo žrebali,
- listi s številkami od 1 do 6 za označevanje končnih mest,
- karte z začetnimi mesti (tri mesta, po dva izvoda za vsako mesto),
- liste za usmerjanje na posameznih mestih
- barvne trakove za označevanje skupin (po šest trakov iste barve), če izvedemo tudi tekmovanje; če bo vsaka skupina tekmovala posebej, namesto tega potrebujemo štoparico

Urejanje z mrežo

- listi s številkami (isti kot zgoraj)
- kreda, s katero na tla narišemo urejevalno mrežo, če smo na asfaltiranem igrišču ali pleskarski selotejp, če smo v telovadnici; namesto tega lahko uporabimo tudi večjo ponjavo, na kateri je narisana mreža
- štoparico, če želimo izvesti tekmovanje.

Namizno urejanje

- pole 8A-8F za vsako skupino 3-4 učencev (lahko pa tudi za vsakega posebej)
- po osem objektov, ki jih bodo urejali (gumbi ali kamenčki s številkami, figurice ali kamenčki dovolj različnih velikosti ipd)

Dodatna navodila

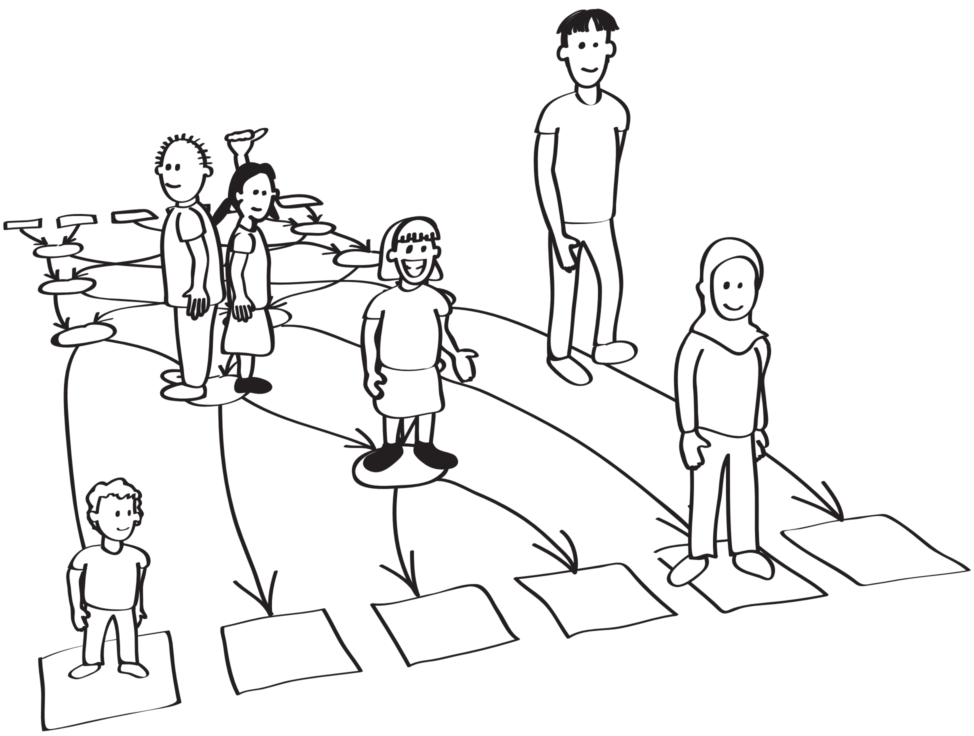
Aktivnost je zasnovana tako, da otroke najprej preseneti: če se primerjajo in premikajo po določenih navodilih, se bodo na koncu skrivnostno uredili po velikosti oz. po številkah, ki jih nosijo. Če bomo aktivnosti namenili dve uri, jo lahko organiziramo po naslednjem vrstnem redu:

- uvodna motivacija: otroci po določeni pravilih tekajo okrog šole ali po telovadnici ali razredu, na koncu pa se začuda urejeno posedejo po klopicah
- urejanje z mrežo; otroci se gibajo na isti način, vendar na preglednejši mreži, tako da bodo nekateri otroci že zaslutili, kako postopek deluje
- urejanje na papirju, da vsak otrok vsaj približno razume delovanje postopka.

Urejanje brez mreže je najzabavnejše, zahteva pa več časa in nekaj priprav. Če ga izpustiš, začneš z urejanjem z mrežo in ustrezno prilagodiš razlago.

Neurejeno urejanje lahko izkoristiš tudi za vajo iz primerjanja števil ali kot vajo iz razpoznavanja likov ali drugih predmetov. Če učenci naloge opravijo pravilno, bodo na koncu stali v pravem vrstnem redu, sicer pa so se zmotili.

Urejanje brez mreže je na prvi pogled zapleteno (tudi za učitelja). Če ga ne morda razumeš, beri naprej, pa ti bo ob razlagi urejanja z mrežo in urejanja na učnih listih postalo jasno tudi urejanje brez mreže.



Neurejeno urejanje

Priprava

Pripravi si seznam dvanajstih lokacij okrog šole, v telovadnici, v razredu ali kjerkoli že boš izvajal aktivnost. Lokacije naj bodo jasno določene: za vsakega otroka mora biti jasno, kje stoji. Če so v telovadnici vrvi skupaj z drogovi, je to lahko le ena lokacija, sicer bo prišlo do zmede in se bo otrok, ki je ob drogovih morda primerjal z otrokom, ki naj bi bil ob vrveh. Jasne lokacije bo verjetno lažje poiskati okrog šole kot v telovadnici ali v razredu.

Po potrebi lahko v prostor dodaš oznake: v telovadnico privlečeš mizo ali postaviš koš za smeti, nekam v sredo telovadnice postaviš različno telovadno orodje; lahko greš na travnik pred šolo in tam postaviš dvanajst zastavic ali obročev različnih barv ali pa na igrišče narišeš raznobarvne like...

Natisni polo z urejevalno mrežo za šest otrok (pola 8A) in k vsakemu krogu vpiši eno lokacijo. Otroci bodo tekali med lokacijami, kakor kažejo puščice; lokacije razmeči tako, da bodo tekali čim več (npr. od vrat telovadnice jih ne pelji h golu ob vratih, temveč h golu na nasprotni strani telovadnice). Primer takšnega lista je na naslednji strani. Če je možno, pripravi kopijo velikosti A3 (ali večjo), da jo boš lahko kasneje pokazala otrokom, ko jim boš razlagala, kako je urejanje delovalo.

Določi kraj, kjer se bodo zbrali otroci. V telovadnici je to lahko klop ali stena, v okolici šole klopice, ograja, v razredu lahko končajo pred tablo.

Natisni ali napiši:

- Liste s številkami; uporabiš lahko liste s številkami iz aktivnosti 6, Potapljanje ladjic, lahko pa pripraviš liste z večjimi števili, z besedami ali čim drugim, kar je mogoče primerjati (glej "Dodatne možnosti").

- Kartice z začetnimi lokacijami, to je, lokacijami na spodnjih treh krogih. Vsako potrebuješ v dveh izvodih. V spodnjem primeru potrebujemo dve kartici z napisom VRVI, dve kartici GOL PRI VRATIH TELOVADNICE in dve kartici SREDINA TELOVADNICE

- Liste s številkami od 1 do 6, ki jih boš prilepila na končne lokacije, recimo na klop v telovadnici ali ob šolsko ograjo; če aktivnost izvajaš v učilnici, lahko namesto teh listov preprosto napišeš številke na tablo.

- Liste z navodili za posamezne lokacije (krogi na sliki). Ti listi bodo paru učencev, ki pride na določeno lokacijo, povedali, kam mora iti kdo. Napiši jih tako, da učenca z manjšo številko pošljejo na lokacijo, ki jo kaže puščica na levo, učenca z večjo pa na lokacijo, ki jo kaže puščica na desno. Tako boš dala, na primer, k vrvem list, na katerem piše

  MANJŠI: KOZA
  VEČJI: RUMENA BLAZINA

K, recimo, mizi, boš dala list

MANJŠI: DROGOVI
VEČJI: TRAMPOLIN

Za trampolin potrebuješ list, na katerem piše

MANJŠI: RIPSTOLI
VEČJI: KLOP, K ŠTEVILKI 6

Za modro blazino potrebuješ list

MANJŠI: KLOP, K ŠTEVILKI 3
VEČJI: KLOP, K ŠTEVILKI 4

Takšnih listov je dvanajst, toliko kot krogov.

Opomba: pred uro nariši na tla tudi mrežo za urejanje z mrežo (glej naslednjo igro).

Potek

1. Določi dvanajst "policistov", ki bodo usmerjali promet. Postavi jih na mesta, ki si jih določila za kroge (vrvi, gol pri vratih, sredina telovadnice...) in jim daj pripadajoče liste. Razloži jim njihovo delo: ko sta pri njih dva učenca s številkami, ju morajo usmeriti tako, kot piše na papirju. Za primer vzemi enega od njih: pokaži, recimo, da bo moral policist, ki stoji pri vrveh, poslati učenca z manjšo številko h kozi, učenca z večjo številko pa k rumeni blazini. Posebej poudari, da lahko policist usmerja šele takrat, ko sta pri njem že oba otroka. Opozori tudi, da policisti, ki usmerjajo na klopi, ne smejo pozabiti povedati številke na klopi.

   Pri izbiri policistov popazi, da se vsaj v začetku izogneš otrokom, ki bi utegnili imeti težave s primerjanjem števil, saj bodo pokvarili učinek igre. Če boš igro ponavljal, pa lahko izbiraš *prav takšne* otroke, saj bo urejanje uspelo samo, če bodo le-ti pravilno primerjali števila.

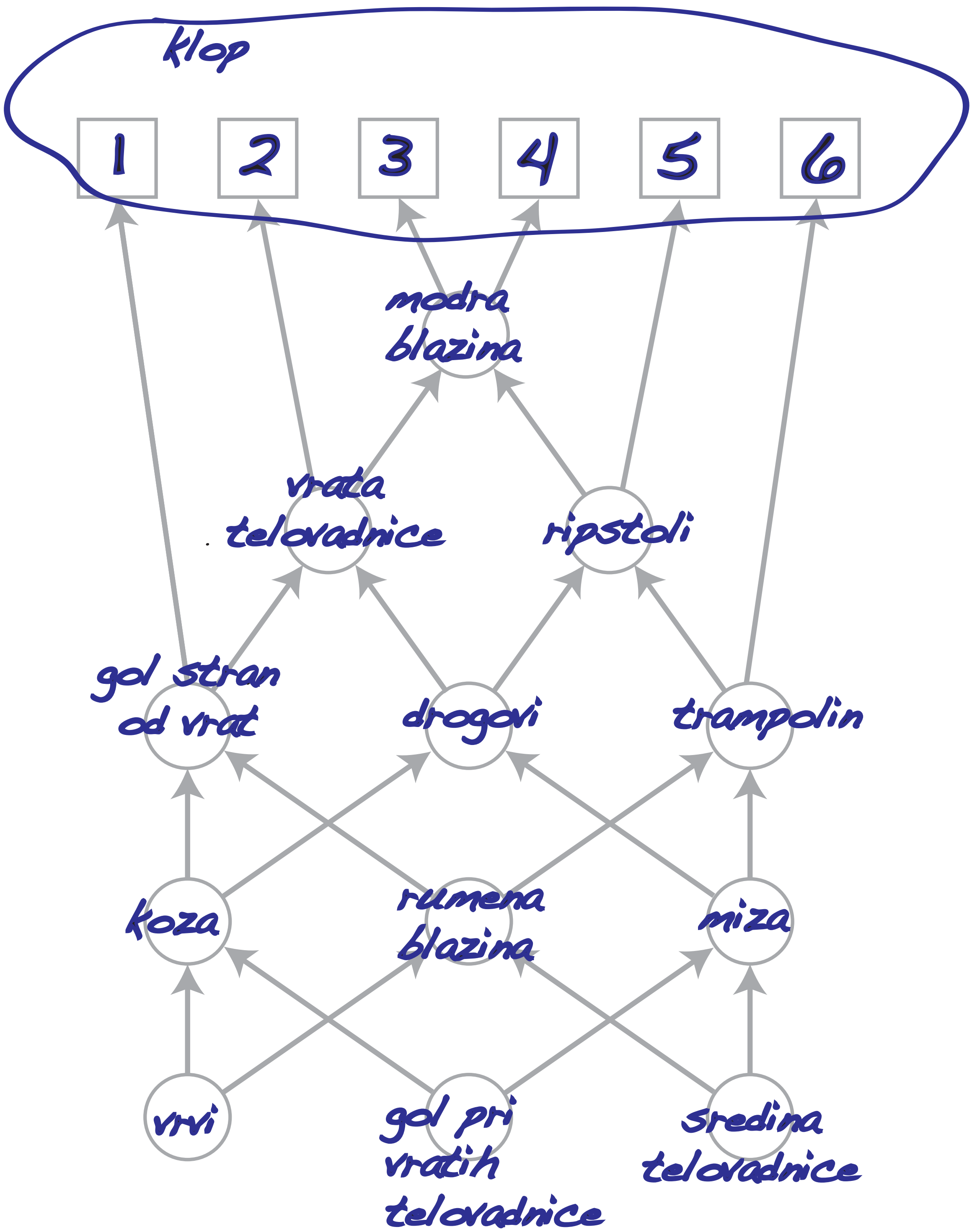
2. Določi šest otrok, ki se bodo urejali. Ti otroci naj izžrebajo liste s številkami.

3. Razloži, kako poteka igra. Vsak otrok bo izžrebal začetno mesto, šel tja in počakal na navodila policista. Prej ko slej se bo vsak otrok znašel na klopi in takrat bo igra končana.

4. Otroci naj izžrebajo karte z začetnimi lokacijami, gredo tja in upoštevajo navodila policije.

5. Ko je igre konec in so otroci na klopi, bodo ugotovili, da so urejeni po številkah.

Igro ponovi z drugačnim razporedom vlog. Najbolj praktično bo, če v drugem krogu obdržiš iste policiste in zamenjaš samo učence, ki se urejajo.



Dodatne možnosti

- Namesto manjših števil lahko uporabiš večmestna števila ali besede, ki jih bodo morali policisti primerjati po abecedi; za slednje bodo potrebovali več časa, še posebej, če so med njimi besede, ki se začnejo z istimi črkami. Tu je smiselna navezava na trenutno snov pri drugih predmetih. Otroci se lahko urejajo tudi po telesnih višinah (za to je potrebno sestaviti skupine, ki se po višini dovolj razlikujejo!

- Za preprostejši prehod v naslednjo igro je smiselno to igro izvesti tudi brez policistov: na ustreznih mestih pusti ali prilepi liste. Otroka, ki prideta tja, jih morata prebrati in se primerjati sama.

- Kot posebno zahteven izziv naj se otroci poskusijo urediti v popolni tišini. :)

- Izvedi tekmovanje: otroke razdeliš v skupine po šest. Vsako skupino označiš z drugo barvo, na primer tako, da pripraviš trakove (npr. iz papirja) različnih barv; otroci v eni skupini imajo okrog vratu (glav) rumene trakove, drugi rdeče... Tekmujejo lahko tudi dekleta proti fantom ali podobno. Ko tekmuješ, se urejajo vse skupine hkrati! Tekmovalci morajo sami paziti, da se primerjajo samo z otroki iz svoje skupine. Zmaga skupina, ki je prva ob klopi in je urejena po velikosti (če ni, je diskvalificirana).

  Tekmovanje lahko organiziramo tudi tako, da teče le ena skupina naenkrat, njihova čase pa merimo s štoparico.

  Pazi, da otroci ne bodo goljufali tako, da se naknadno zamenjujejo, ko so že na klopi. Vsak otrok mora priti k določeni številki in tam ostati. Poleg tega je potrebno pred vsakim tekmovanjem na novo žrebati številke, da otroci ne bodo vnaprej vedeli, kje morajo končati.

  Takšno tekmovanje predstavlja nekakšno nenavadno štafeto, v kateri morajo vsi otroci ves čas teči, vendar se morajo čakati na določenih mestih.

Urejanje z mrežo

Urejanje brez mreže je zanimivo kot uvodna motivacija. Vendar gre bolj za telovadbo, ne daje pa občutka za vzporedno računanje. Če urejanje uspe, bo otroke zanimalo, zakaj so na koncu urejeni; zaradi zmedenosti igre pa bo to težko razbrati.

Na tla nariši mrežo s pole 8A. To je najpreprosteje storiti na asfaltu ali pesku pred šolo; v telovadnici lahko znajdeš s pleskarskim lepilnim trakom.

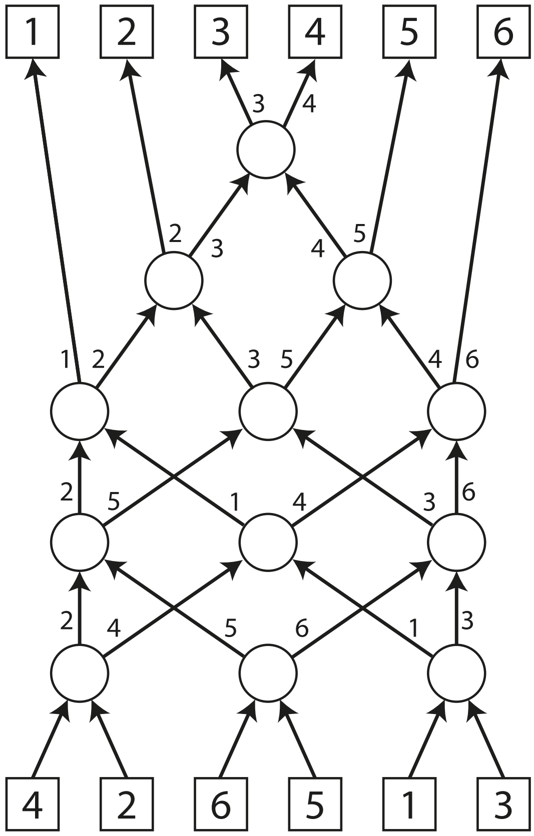
1. Razloži otrokom, da bodo zdaj v bistvu ponovili enako igro kot prej, le da ne bodo tekali naokrog, temveč se bodo gibali po tej mreži.

2. Določi skupino šestih otrok. Vsak otrok izžreba eno od številk in se postavi na enega od začetnih kvadratov, tako da ste med seboj naključno pomešani.

3. Razloži otrokom pravila:
    a. Ko se igra začne, se vsak pomakne po puščici. Ko pride do kroga, počaka, da pride do kroga še nekdo.
    b. Otroka v krogu primerjata svoji številki. Tisti z nižjo gre naprej po levi puščici, tisti z višjo, po desni. Nadaljuje do naslednjega kroga, kjer spet čaka nekoga, s katerim se bo primerjal.

4. Razloži, da je mreža, po kateri so se razporejali, pravzaprav enaka oni mreži, po kateri so tekali prej, le da si jo razmetal po prostoru. Pokaži skico, ki si si jo napravil za prvo igro.

5. Vprašaj, kaj bi se zgodilo, če bi obrnili pravila in bi šli otroci z večjimi številkami levo in tisti z manjšimi številkami desno. To lahko tudi poskusite.



Slika kaže, kako se premikajo otroci, če na začetku igre stojijo v vrstnem redu 4, 2, 6, 5, 1, 3. Otroka s številkama 4 in 2 se srečata v levem spodnjem krogu; oni z 2 gre levo, oni s štiri desno...

Otrokom ni potrebno napredovati "po fronti": otroka 2 in 5 se lahko primerjata in gresta vsak na svoj konec tudi, če se otroka 1 in 3 še vedno ogledujeta. Pomembno pa je, da noben otrok ne odide iz kroga, ne da bi se primerjal z drugim otrokom.

Namizno urejanje

Da bodo otroci razumeli, kako delujejo urejevalne mreže, bodo njihovo delovanje preskusili še sami, z učnimi listi. Aktivnost lahko izvajaš v razredu, na prostem ali v telovadnici.

1. Razdeli otroke v skupine po tri ali štiri učence. Skupine niso nujno potrebne; aktivnost lahko izvaja tudi vsak sam, vendar v tem primeru potrebuješ veliko kopij učnih listov in po osem objektov za urejanje za vsakega učenca.
2. Vsaki skupini daj osem objektov, ki jih bodo urejali (gumbi ali kamenčki s številkami, figurice ali kamenčki dovolj različnih velikosti, listki s številkami, številke iz tombole ipd)
3. Vsaki skupini daj en izvod pole 8B. (Ne povej jim, da bodo s to mrežo vedno našli največji objekt, jim ne povej!). Uporabljajo naj le večjo mrežo, o manjši bomo nekaj povedali kasneje.
4. Otroci naj na začetne kvadrate (spodaj) postavijo objekte v naključnem vrstnem redu.
5. Razloži, da so pravila enaka kot tedaj, ko so sami hodili po mreži. Listi, ki jih imajo, pa se od mrež razlikujejo po tem, da nekatere puščice vodijo v "slepo ulico". Objekte, ki pridejo tja, pustijo tam.
6. Otroci naj večkrat odigrajo igro in odkrijejo, kateri objekt pride na konec mreže. Ko ugotovijo, da največji, naj si ogledajo, zakaj je tako.
7. Razloži, da je igra podobna nogometnemu prvenstvu na izpadanje. Krogi predstavljajo tekme četrtfinala, polfinala in finala. Zmagovalec gre desno, poraženec levo (in izpade). Očitno bomo na ta način na koncu dobili zmagovalca.
8. Ko razumejo razlago, naj igro ponovijo in pri tem opazujejo celotno pot največjega objekta od začetka do konca.
9. Spomni jih, kako so sami hodili po mreži. Lahko bi imeli namesto urejevalne mreže podobno mrežo kot je ta: vsak policist bi zmagovalca vedno poslal naprej, poraženec (tisti z manjšo številko) pa bi "izpadel".
10. Poudari, da se lahko tekme četrtfinala in polfinala odvijajo istočasno. Če ena tekma traja dve uri, bi lahko celoten turnir izpeljali v šestih urah, čeprav je potrebno odigrati sedem tekem (ki skupaj trajajo 14 ur).
11. Učenci naj se prepričajo, da je manjša mreža na tej poli le nekoliko drugače narisana večja mreža.

Ko je iskanje največjega elementa jasno, poskusimo z iskanjem največjega in najmanjšega elementa hkrati.

1. Vprašaj učence, ali bi znali narediti mrežo za iskanje najmanjšega objekta. (Odgovor: enaka je tej, le prezrcaljena je.)
2. Bi znali narediti mrežo, ki hkrati išče največji in najmanjši objekt? (Odgovor: dobimo jo tako, da mrežo za iskanje največjega in najmanjšega elementa narišemo eno čez drugo.)

3. Razdeli polo 8C. Vprašaj otroke, ali lahko uganejo, kaj bo poiskala ta mreža.
4. Mrežo naj preskusijo.
5. Pojasni, kako napredujejo ekipe v tej mreži. Mreža za iskanje največjega in najmanjšega elementa je kot turnir, v katerem ekipe tekmujejo za prvo in zadnje mesto: recimo, da tisti, ki je zadnji, izpade iz prve lige. Zmagovalci iz štirih četrtfinalnih parov gredo po štirih puščicah, ki kažejo desno, v polfinalna kroga, to je, v drugi in četrti krog iz srednje vrste krogov. Zmagovalca iz polfinala gresta v desni gornji, finalni krog.

   S poraženci se dogaja ravno obratno: poraženci iz četrtfinala gredo v "polfinale za poražence", to sta prvi in tretji krog iz srednje vrste. Poraženca iz teh dveh krogov se pomerita v "finalu poražencev", kjer največji poraženec izpade.

6. Ponovno poudari, da je lepota teh mrež v tem, da "tekme" potekajo istočasno. Vseh deset tekem se, če bi trajale po dve uri, odvije v šestih urah – če imamo na razpolago štiri igrišča, da lahko igramo po štiri tekme hkrati! Če bi imeli le eno igrišče, bi potrebovali dvajset ur.

Če želiš, lahko poleg ali namesto mreže za iskanje največjega in najmanjšega objekta izmed osmih objektov uporabiš mrežo za šest objektov (8D). Tu se zmagovalca drugega in tretjega para pomerita za mesto v finalu, zmagovalec levega para pa gre neposredno v finale. Stran za poražence je simetrična: poraženca prvega in drugega para gresta v "finale poražencev", poraženec tretjega para pa gre vanj neposredno.

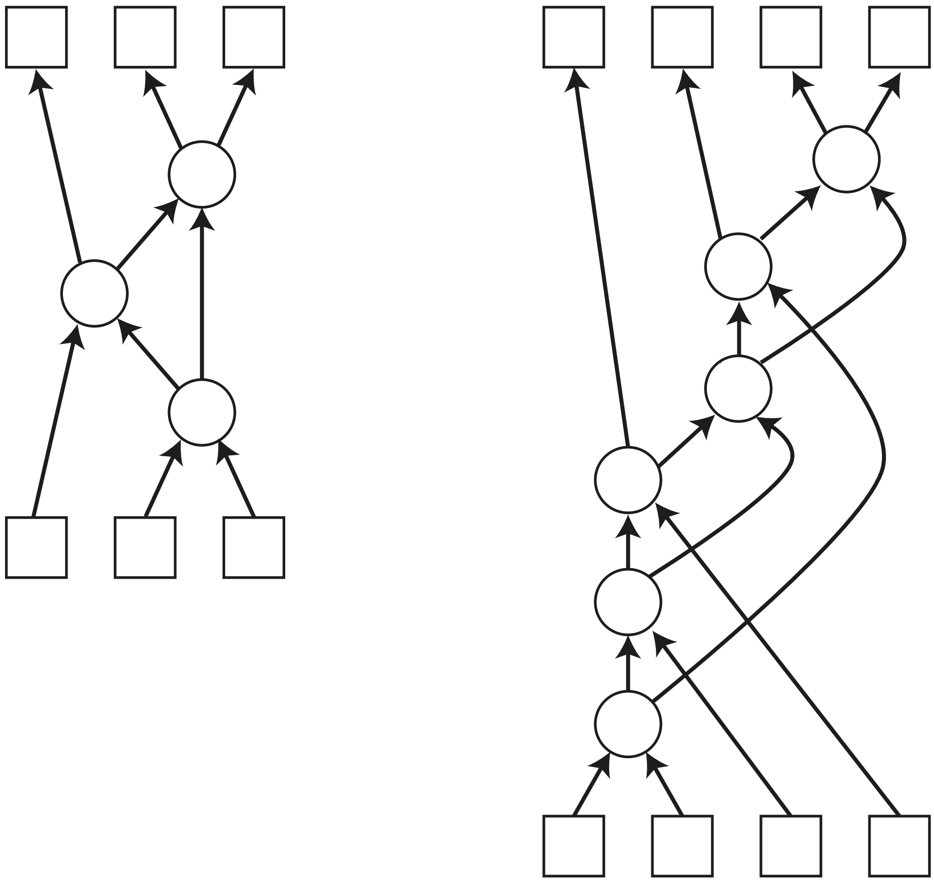
Mreža za urejanje je podobna mrežama, s katerima so se igrali zdaj, vendar je narejena tako, da ekipe ne tekmujejo le za prvo in zadnje, temveč tudi za vsa vmesna mesta.

1. Razdeli polo 8E.
2. Otroci naj preskusijo mrežo in poskusijo razumeti, kako deluje.
3. Pojasni delovanje: zmagovalca polfinala tekmujeta za prvo mesto, poraženca polfinala pa za zadnjega. Na koncu se preostali ekipi pomerita za prvo in tretje mesto.
4. Med otroki se bo gotovo našel kateri, ki bo ugovarjal, da je mogoče to izpeljati s štirimi tekmami. Razdeli še to mrežo (pola 8F) in naroči skupinam, naj poskusijo najti primer, ko to ne deluje. (Odgovor: preprost primer, ko to ne deluje, dobimo, če objekte postavimo kar po vrsti – 1, 2, 3, 4.)

Bi znali otroci sami risati mreže?

1. Otroci lahko poskusijo narisati mrežo za urejanje treh elementov.
2. Za izvedbo "turnirja" potrebujemo toliko igrišč, kolikor krogov je največ v isti vrsti. Otroci naj poskusijo narisati mrežo za urejanje štirih objektov, če imamo na voljo le eno "igrišče". Koliko časa zahteva? (Odgovor: če gre za dveurne tekme, dvanajst ur. Z dvema igriščema smo jih potrebovali šest.)

Mreži kažeta spodnji sliki.



Za konec se urejanja se vrnemo k šestim objektom.

1. Razdeli polo 8A, na kateri je mreža, ki smo jo uporabljali v prvih dveh igrah.
2. Otroci naj jo preskusijo.
3. Preverijo, naj kaj se zgodi, če so števila že v začetku urejena ali pa so urejena v nasprotnem vrstnem redu.
4. Bolj nadarjeni otroci lahko poskusijo razumeti, kako deluje gornja mreža za šest števil. Vsi pa se lahko z opazovanjem pole brez težav prepričajo, da se najmanjša številka vedno znajde na levi in največja na desni.
5. Deluje mreža tudi v drugo smer? (Odgovor: samo včasih. Otroci naj poiščejo začetno postavitev, pri kateri mreža v nasprotno smer ne deluje!)

Pogovor

- Katera opravila iz vsakdanjega življenja končamo hitreje, ker jih lahko izvajamo vzporedno? Na primer, kuhanje bi bilo veliko počasnejše, če bi imeli na štedilniku samo en grelec, saj bi morali jedi kuhati eno za drugo.

- Katerih opravil ni mogoče izvajati vzporedno? Če bi imel dovolj rok, bi lahko hkrati oblekel hlače in srajco ter si nadel kapo. Ne glede na to, koliko rok imaš, pa si ne moreš istočasno obuvati nogavic in čevljev.

Predstavljajte si, da moramo izkopati deset metrov dolg jarek; deset ljudi ga bo izkopalo (približno) desetkrat hitreje kot en sam. Če pa je potrebno izkopati deset metrov globoko jamo, nam deset ljudi ne pomaga, saj drugega metra ne moremo začeti kopati, če prej ne izkopljemo prvega.

- Računalnik se lahko *dela*, da dela več reči hkrati – tačas ko tiska dokument, pobira datoteko s spleta, igra glasbo, ti pa istočasno igraš na njem igro. Vendar v resnici to poteka tako, da računalnik nekaj časa počne eno, nekaj časa drugo reč, pri čemer pa med opravili prehaja tako hitro, da tega niti ne opazimo.

- Današnji računalniki pa imajo procesorje z več jedri. To, po domače, pomeni, da imajo več "igrišč". Danes so najpogostejši procesorji s štirimi jedri, torej lahko istočasno delajo štiri reči. Računalnikarji pa si morajo izmišljevati takšne postopke, pri katerih lahko računalnik v resnici istočasno dela štiri reči. V teh igrah smo videli, kako lahko postopek urejanja števil, s kakršnim smo se igrali v prejšnji aktivnosti, naredimo vzporeden, tako da se hkrati odvija več primerjav.

- Velika podjetja, kot je Google, imajo tisoče in tisoče računalnikov, ki si delijo delo. Ko z Googleom iščete po internetu, za vas istočasno deluje več računalnikov istočasno, da je poizvedovanje hitrejše. Takšnih velikim skupinam računalnikov rečemo kar "oblak" (angl. *cloud*). Oblaki računalnikov so ena najbolj zanimivih področij sodobnega računalništva.

- Če so otroci dovolj stari, da vedo kaj o računalniški grafiki, jim lahko poveš še tole: različni računalniki so različno dobri za računalniške igre. Nekateri imajo boljšo, drugi slabšo grafiko. Razlika je (predvsem) v številu procesorjev na grafičnih karticah. Dobre kartice imajo lahko tudi tisoče procesorjev, ki istočasno "računajo" naslednjo sliko. Takšne kartice – ki v bistvu vsebujejo tisoče računalnikov – so seveda tudi dražje, porabijo več elektrike in se bolj grejejo.

Seštevanje števil

Kot nekoliko drugačno predstavitev vzporednega računanja lahko otrokom pokažeš, kako si je mogoče razdeliti seštevanje števil.

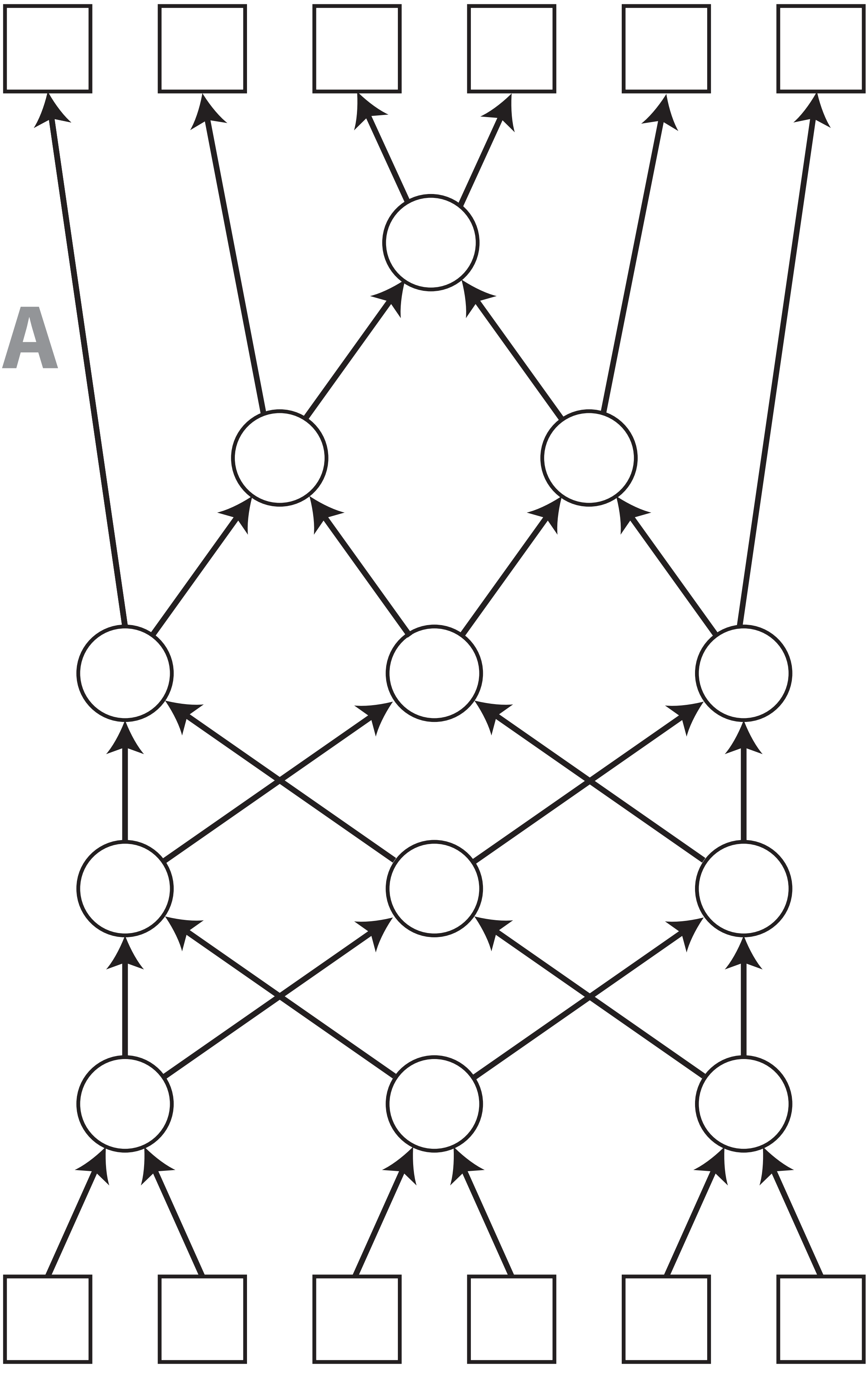
Razdeli otroke v skupine (v vsaki naj bo od pet do osem otrok) in daj vsaki skupini zbirko štirimestnih števil. Njihova naloga je, da jih čim hitreje seštejejo, pri čemer si lahko poljubno razdelijo delo.

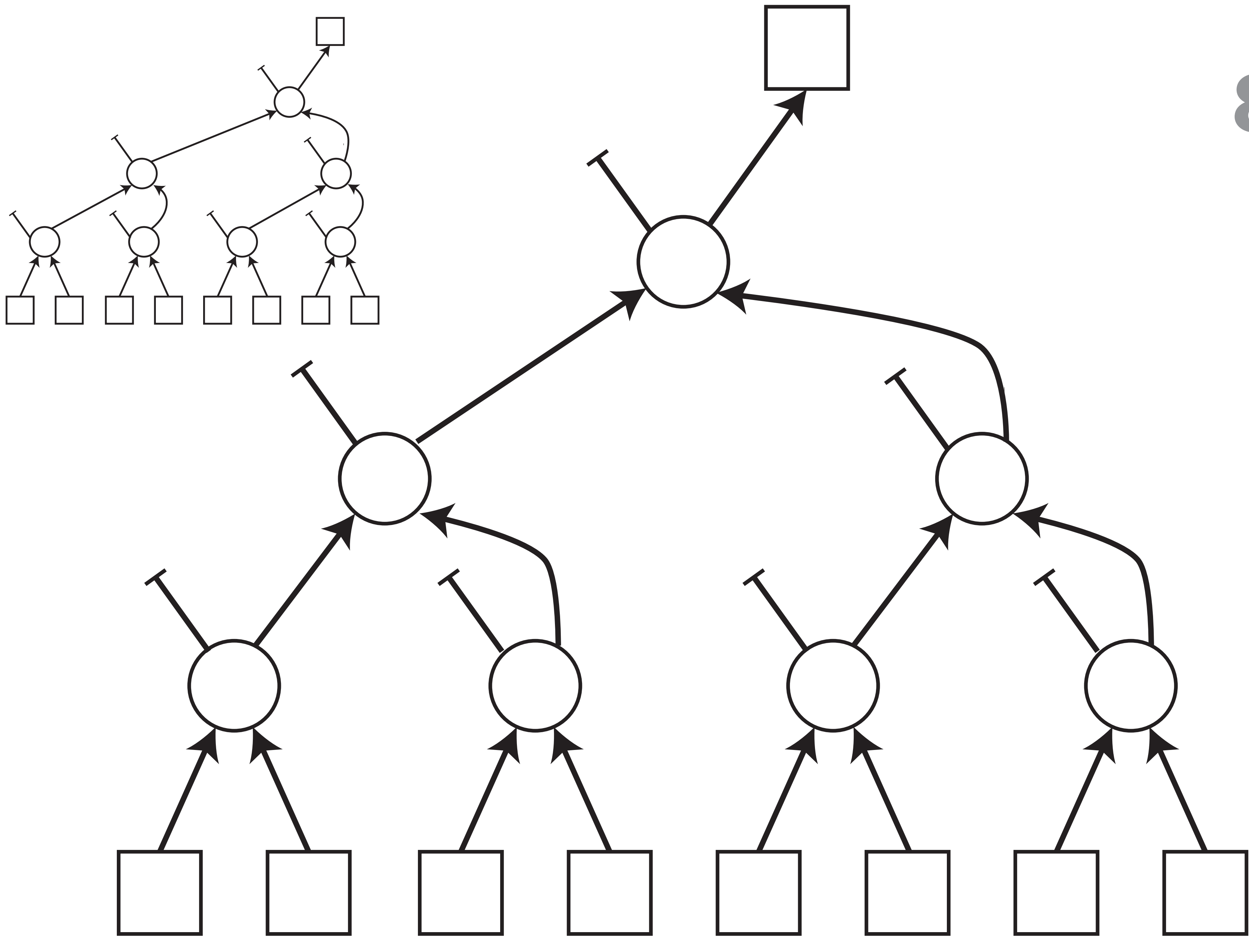
Najboljša rešitev je tista, s katero čim večji del časa dela čim več otrok. Če dobijo, recimo, šestnajst števil, v skupini pa je osem otrok, bo najboljše, da najprej vsak otrok dobi in sešteje dve števili. Tako dobimo osem števil; nato so štirje otroci prosti, ostali štirje pa seštejejo vsak po en par števil. Dobimo štiri vsote, zato v tretjem krogu dva otroka seštejeta po en par. Nazadnje en otrok izračuna vso zadnjih dveh števil.

Opisani postopek je podoben priloženi poli, ki išče najmanjše izmed osmih števil (le da je tu števil šestnajst).

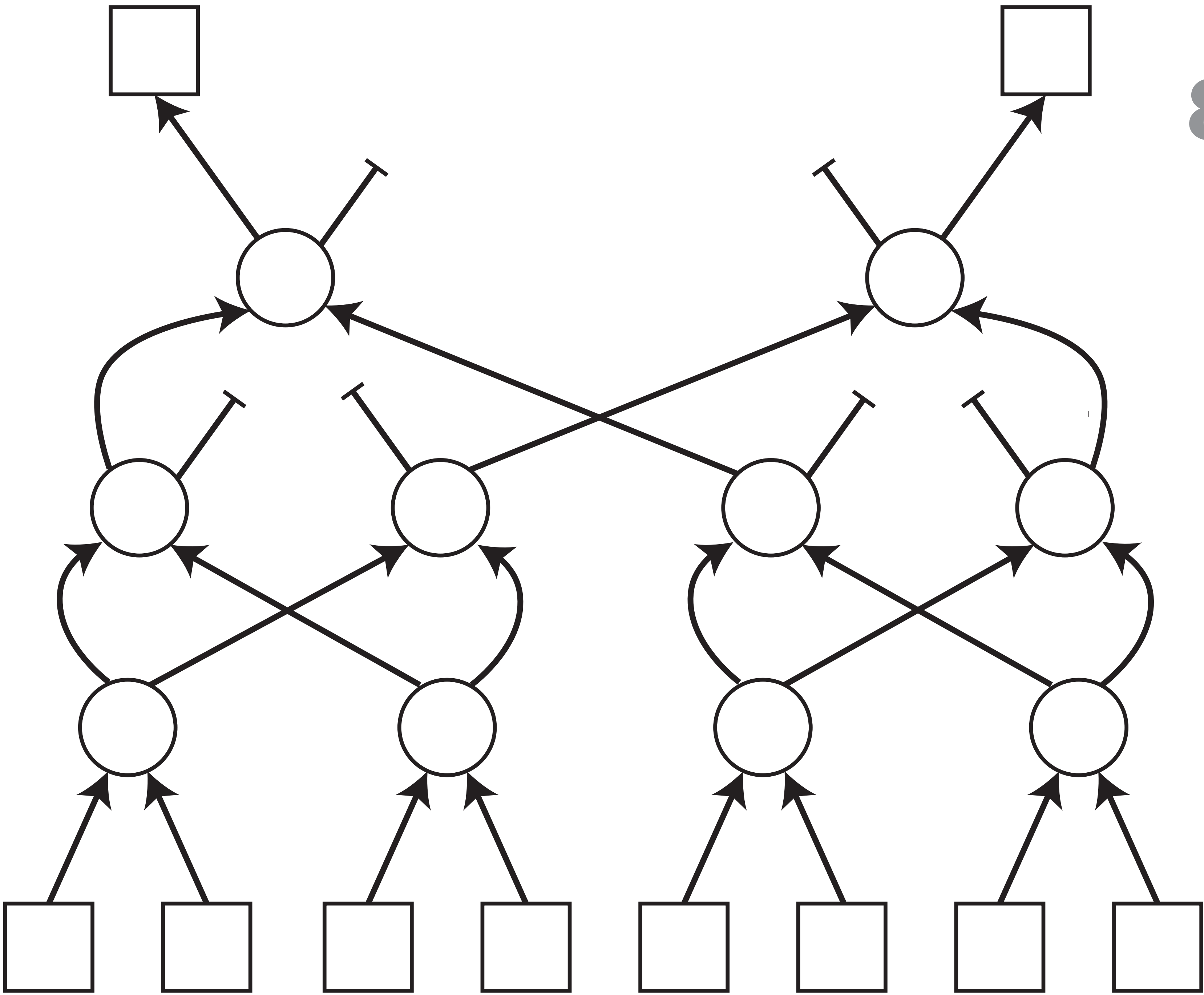
V praksi žal ne bo zmagala skupina, ki se bo najboljše organizirala, temveč skupina, v kateri so učenci, ki najboljše seštevajo in najbolj pazijo, da ne naredijo napake. Učencem lahko razložiš, da računalniki, ki jih uporabljamo za vzporedno računanje, seštevajo enako hitro in se ne motijo.

8A



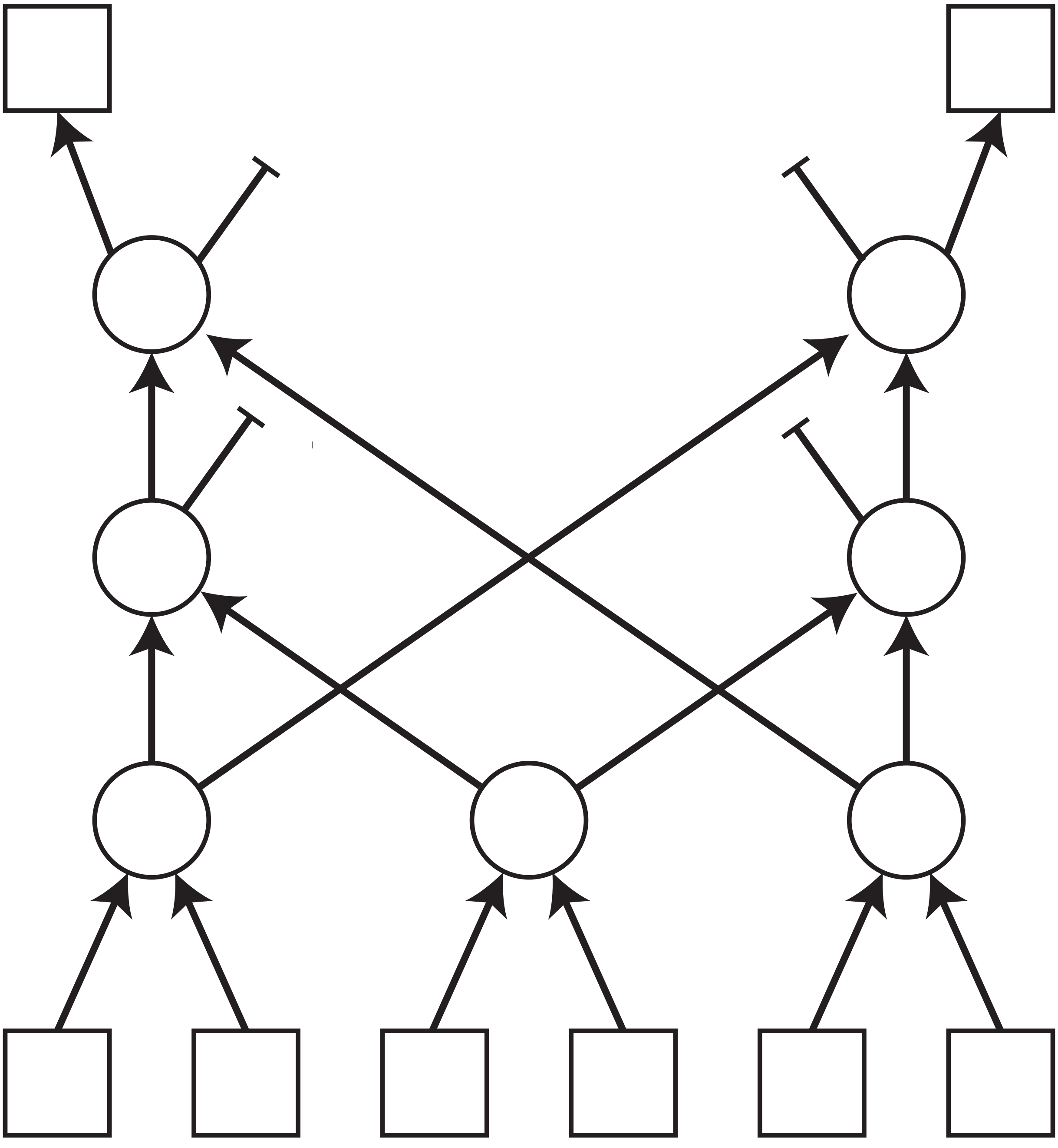


8B

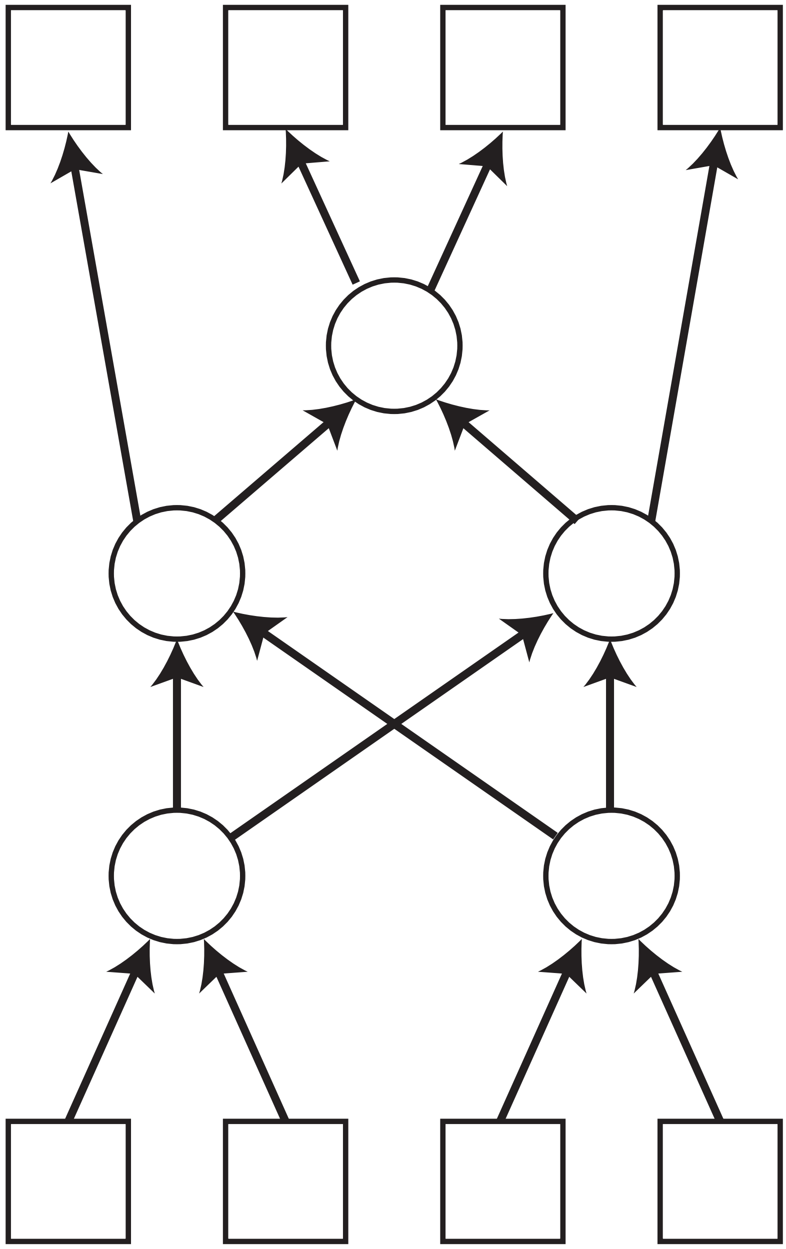


8C

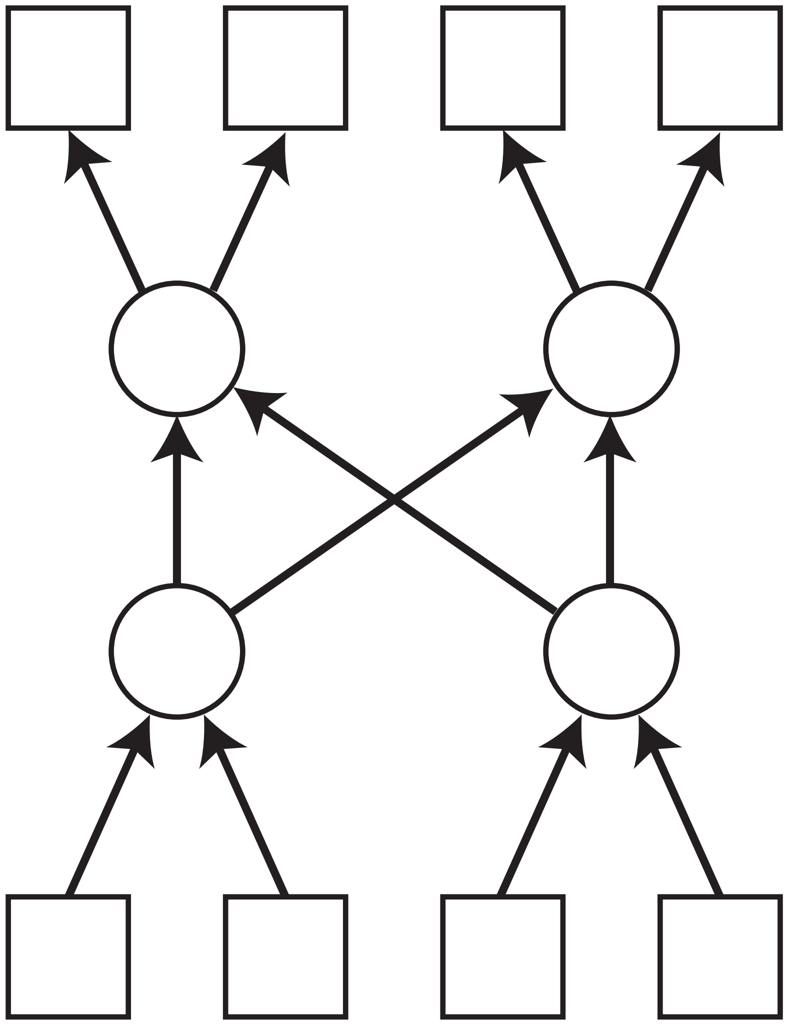
8D



8E



8F



Aktivnost 9

Pomagajmo cestarjem!

Kako bi bilo potrebno asfaltirati ceste v Blatnem dolu, da bo ostalo dovolj denarja za bazen? Kje bi potegnili ceste po Sloveniji, če ne bi bilo hribov in gora?

Namen

Otroci vidijo prvi primer optimizacijskega problema: podana je naloga, ve se, kakšne so njene dopustne rešitve, otroci pa morajo poiskati optimalno.

Otroci utrjejo pojem algoritma v smislu natančno podanih navodil, ki jim je potrebno slediti in nas bodo zagotovo pripeljala do želenega cilja.

Otroci prvič srečajo graf kot abstraktno predstavitev podatkov.

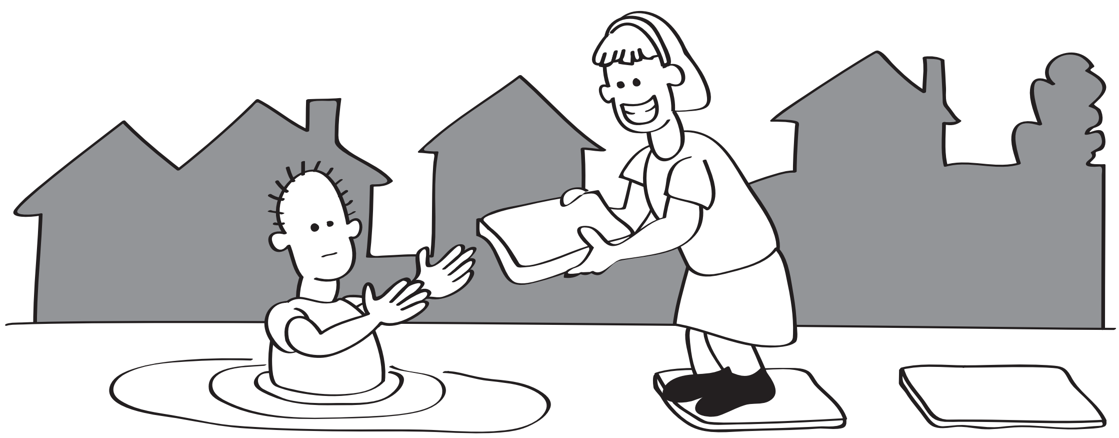
Končno, konkreten problem, ki ga rešujejo, je aktualen sam zase: gre za problem iskanja v nekem smislu optimalnega omrežja. Mimogrede vidijo tudi, da optimalna rešitev v enem smislu (čim krajša vsota povezav) ni optimalna v vseh smislih (čim krajša povezava med vsakim parom točk).

Trajanje

1 ura

Potrebščine

- pole za vsakega otroka
- 30 kamenčkov (lahko pesek izpred šole), perlic ali česa podobnega za označevanje poti



Blatni dol

1. Razdeli otrokom pole z zemljevidom Blatnega dola (in Slovenije, ki pa bo še malo počakala). Vsak otrok dobi 25-30 kamenčkov (papirčkov, perlic...)

2. Razloži zgodbo: v Blatnem dolu imajo namesto asfaltiranih cest makadamske poti in kolovoze, ki so, kot nam pove že ime naselja, pogosto blatne. Po vsakem dežju so se avti vdirali v blato in pešci so imeli umazane škornje. Blatnodolski župan se je odločil, da bo potrebno poti asfaltirati, vendar za to ne želi porabiti preveč denarja, saj nameravajo kasneje zgraditi še bazen.
   - Potrebno bo asfaltirati toliko poti, da bo mogoče od vsake hiše do vsake druge priti po asfaltu,
   - Za asfaltiranje je potrebno porabiti čim manj denarja.

   Asfaltiranje vsake poti stane toliko, kolikor je kamnov na poti. Ugotovi, katere poti bo potrebno asfaltirati, da bo tako, kot si želi župan.

3. Otroci naj "asfaltirajo" poti tako, da polagajo kamenčke na poti. Poskusijo naj najti rešitev, pri kateri porabijo čim manj kamnov.

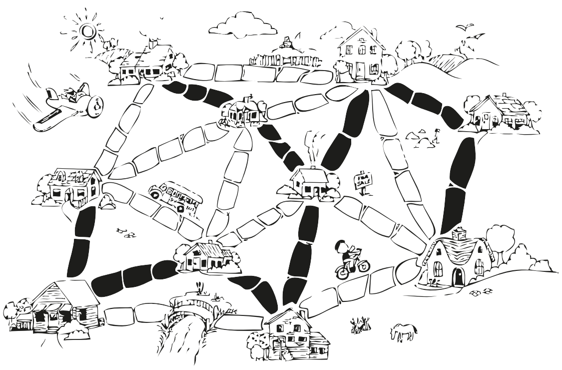
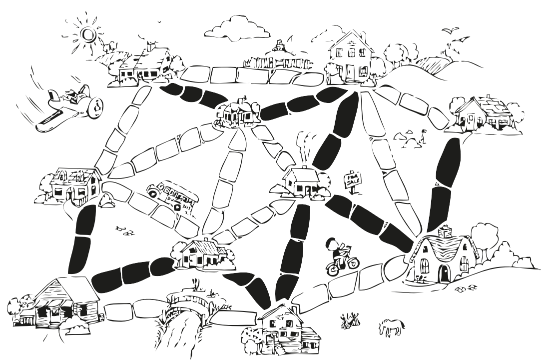
4. Izzovi otroke, naj opišejo, kako se pametno in sistematično lotiti problema. Bi znali sestaviti navodila, ki bi dala pameten izbor poti za poljubno mesto?

Pogovor

Učencem pokaži dva postopka.

Eden je, da začneš s praznim zemljevidom in v vsakem koraku dodaš najkrajšo povezavo, vendar le, kadar z njo povežeš dve hiši ali dve skupini hiš, ki dotlej še nista bili povezani. Če bi najkrajša povezava omogočila krožno pot, jo izpustiš in nadaljuješ z naslednjo najkrajšo.

Kadar je na voljo več najkrajših povezav, naključno izbereš eno od njih. Postopek zato ne da vedno enake rešitve, vseeno pa vedno poišče eno izmed enako dobrih *najboljših* rešitev. Dve sta narisani spodaj.

Drugi postopek je, da začneš z zemljevidom, na katerem so asfaltirane vse ceste, in postopno odstranjuješ asfalt. Najprej ga pobereš z najdaljše poti, nato z druga najdaljše in tako proti krajšim, vendar paziš, da nikoli ne odstraniš kake povezave, zaradi katere ne bi bilo več mogoče priti od vsake hiše do vsake hiše.

Kje najdemo takšne mreže v vsakdanjem življenju? V sodobnem svetu nas povezujejo številna omrežja: telefonsko omrežje, mestni plinovod in vodovod, električno omrežje, računalniško omrežje, cestne mreže. Pri postavljanju omrežja se je potrebno odločiti, kje bomo postavili povezave, da bo omrežje čim cenejše, a hkrati čim boljše delovalo.

Preprostejši zemljevidi

1. Razdeli pole z grafi.

2. Razloži, da je graf, ki so ga dobili, pravzaprav zemljevid Blatnega dola, le da namesto hiš rišemo kar kroge, poti zamenjamo z ravnimi črtami in obnje napišemo njihove dolžine.

3. Otroci naj označijo najcenejše asfaltiranje še na tako narisanem zemljevidu.

4. Na drugem grafu je zamljevid sosednjega naselja, Blatnograda. Otroci naj asfaltirajo še tega. Poiščejo naj rešitev, pri kateri porabijo čim manj asfalta in primerjajo rezultate med seboj.

5. Vsak učenec naj si izmisli še kakšno vas, ki je potrebna asfaltiranja in si jo izmenja s sošolcem.

Pogovor

Vprašaj učence, ali bi znali uganiti, koliko poti (ne kakšno dolžino, temveč kakšno število poti) je potrebno asfaltirati za vas s petimi hišami? In koliko za vas z desetimi, dvajsetimi ali petdesetimi?

Izkaže se, da za n hiš potrebujemo n–1 povezav. Toliko jih je vedno dovolj, če dodamo še eno, pa je nepotrebna.

Slovenske avtoceste

Na koncu bodo otroci načrtovali slovenske avtoceste.

1. Razloži nalogo: povezati slovenske kraje na zemljevidu, tako da bo mogoče iz vsakega v vsakega priti po avtocesti?

   Pri tem se delamo, da v Sloveniji ni še nobene avtoceste in da je mogoče nove avtoceste speljati iz kraja v kraj naravnost, brez ovinkov. Razdalje med cestami lahko merijo na oko, kadar niso prepričani, si pomagajo z merilom.

Pogovor

Kako pridemo iz Celja v Ptuj? Če so otroci upoštevali navodila, pot iz Celja v Ptuj vodi prek Velenja, Raven na Koroškem in Maribora. (Opomba: Ravne na Koroškem so namerno narisane nekoliko preveč vzhodno, da je pravilna rešitev jasnejša.) To ne zveni prav. Kako lahko gre najboljša pot, tista z najmanj asfalta tako naokrog?

Postopek, ki smo se ga naučili, ne poišče najkrajše poti med dvema krajema (ali celo vsakim parom krajev), temveč takšne povezave, pri katerih skupno porabimo najmanj asfalta. To ni isto.

V pravilni rešitvi zastavljene naloge je Ptuj s Celjem povezan po ovinku prek Koroške. Če bi si zastavili nalogo poiskati najkrajšo pot med Celjem in Ptujem, pa bi morali seveda naravnost.

Za učitelje: za kaj gre?

Predstavitvi mreže, v kateri rišemo le točke in povezave, pravimo grafi. Ime je nekoliko nerodno, saj besedo "graf" uporabljamo tudi za grafične predstavitve funkcij ali risanje porazdelitev v statistiki; takšni grafi nimajo nobene povezave z gornjim.

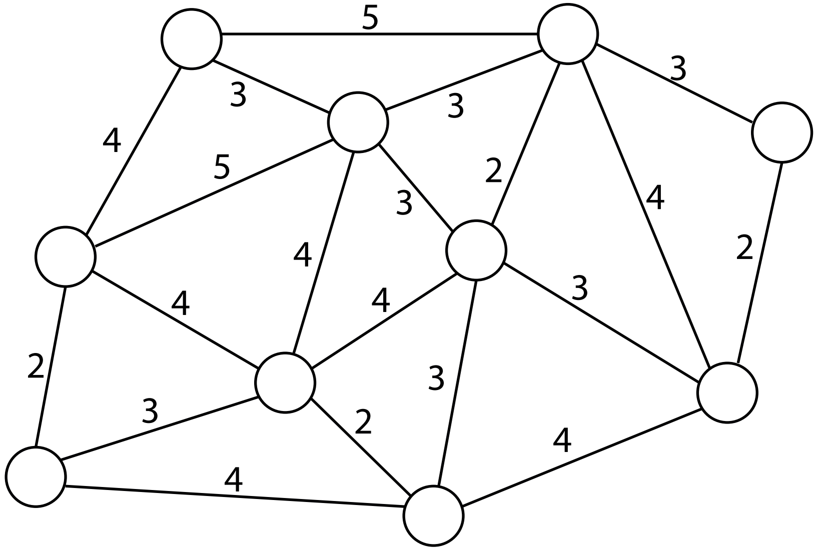
Pri risanju grafov ne pazimo, da so dolžine povezav sorazmerne z resnično dolžino poti, prav tako nam je vseeno, koliko se mesta krogcev ujemajo z mesti hiš. (Spomnimo se shem mestnega javnega prometa: mesta, kjer so narisane postaje, se ne ujemajo z resničnim zemljevidom, pa tudi dolžine poti med postajami niso sorazmerne dejanskim.) Grafi so uporabni tudi za reševanje drugih problemov, kot sta, recimo, iskanje najkrajše poti med dvema mestoma ali iskanje najkrajše poti, po kateri obiščemo vsa mesta.

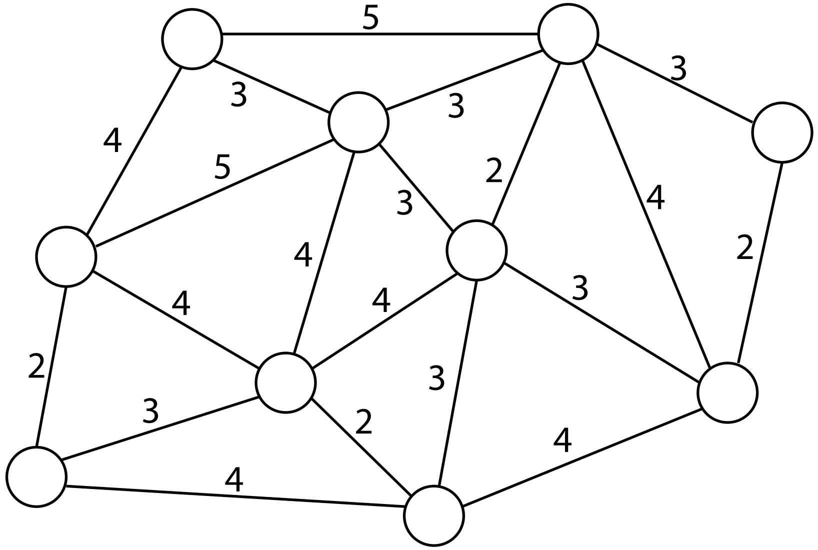
Postopek, ki ga učenci spoznajo pri tej aktivnosti, je uporaben za načrtovanje mrež, pri katerih je pomembno, da so vse hiše (ali vsi računalniki, vsa letališča...) povezane med sabo, vseeno pa nam je, koliko korakov je potrebnih za pot od ene do druge hiše.

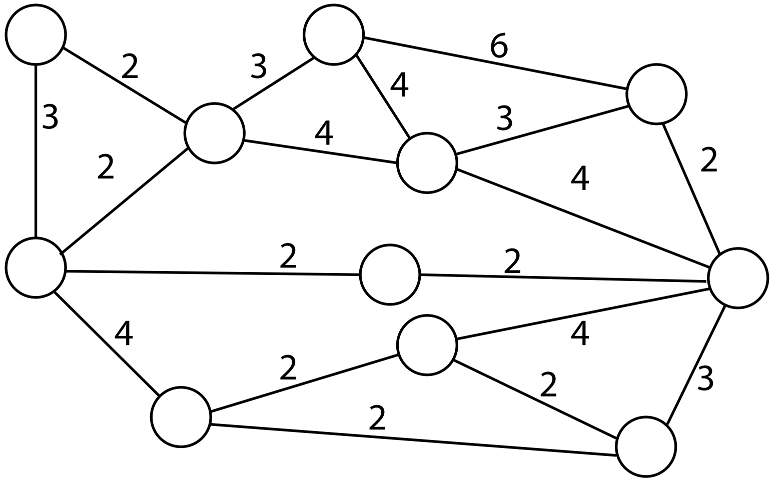
Rezultat postopka je mreža asfaltiranih cest, ki je pravimo minimalno vpeto drevo (*minimal spanning tree*), nalogi pa problem iskanja minimalnega vpetega drevesa. Učinkovit postopek za iskanje takšnega drevesa, pri katerem začnemo s praznim zemljevidom, se imenuje Kruskalov postopek, po J. B. Kruskalu, ki ga je objavil leta 1956.

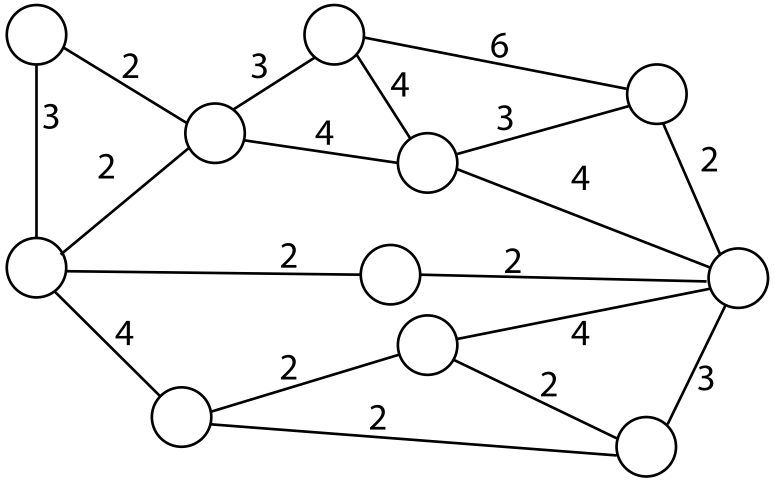
Kadar moramo pri načrtovanju misliti tudi na to, da bodo poti med pari hiš čim krajše, pa minimalna drevesa niso uporabna, kot smo videli v primeru povezave med Celjem in Ptujem. Za take probleme so primernejši drugi algoritmi.

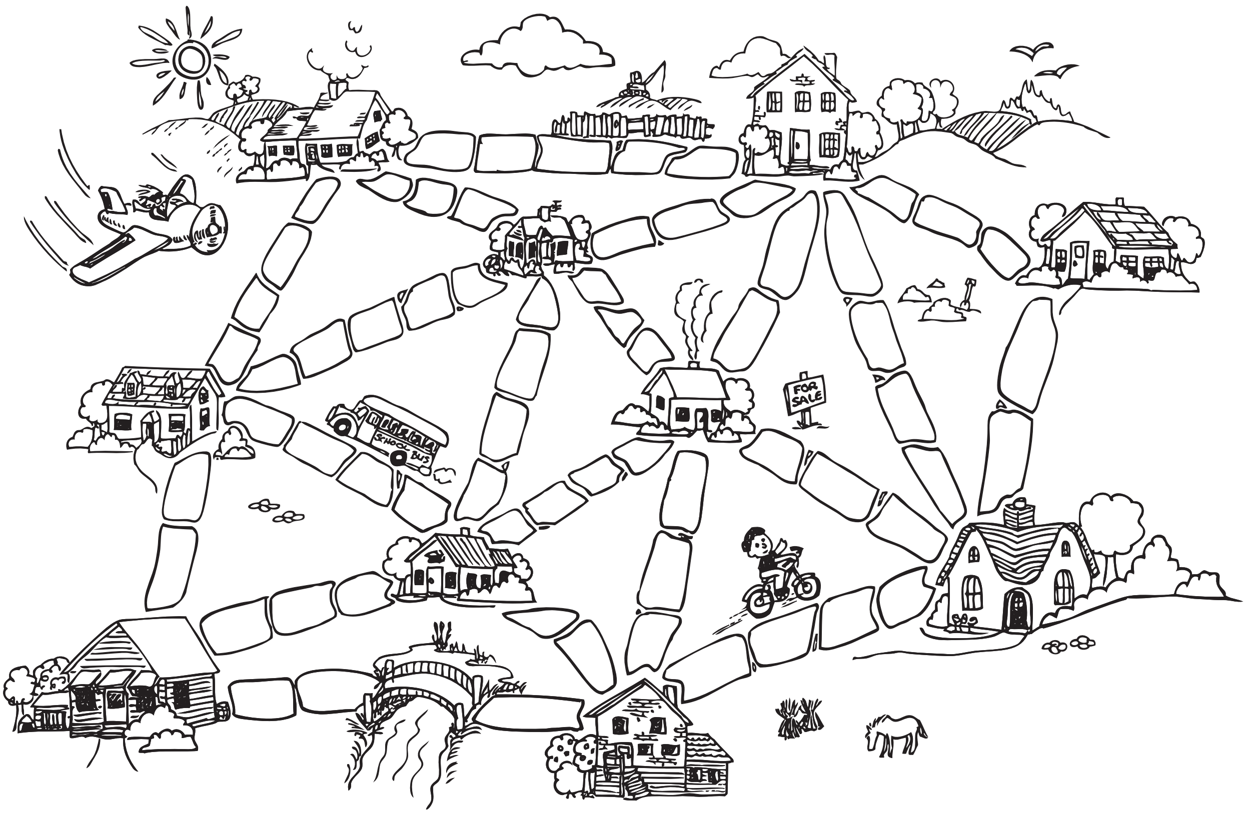
Eden najbolj znanih sorodnih problemov je *problem trgovskega potnika*, ki mora obiskati vsa mesta (ali, recimo, vse hiše v naselju) tako, da pri tem prehodi čim krajšo pot. Če povečujemo število mest, ki jih mora obiskati potnik, se čas, ki ga danes znani postopki potrebujejo za izračun poti, zelo hitro podaljšuje; predstavljamo si lahko, da se čas reševanja z vsakim dodanim mestom podvoji. Še več: za ta problem pravimo, da je NP poln, kar pomeni, da zanj verjetno sploh ne obstajajo bistveno hitrejši algoritmi od tega, počasnega.


5
3
3
3
4
5
2
3
4
2
4
3
4
4
2
3
3
2
4
4


5
3
3
3
4
5
2
3
4
2
4
3
4
4
2
3
3
2
4
4


6
2
3
4
3
3
4
2
2
4
2
2
4
4
2
3
2
2


6
2
3
4
3
3
4
2
2
4
2
2
4
4
2
3
2
2



Murska
Sobota
Ravne na
Koroškem
Maribor
Jesenice
Ptuj
Velenje
Kranj
Celje
Domžale
Trbovlje
Ljubljana
Litija
Sevnica
Nova
Gorica
Vrhnika
Krško
Brežice
Novo
mesto
Postojna
Kočevje
Ilirska
Bistrica
Koper
Črnomelj

Aktivnost 10

Usmerjanje in smrtni objem

Alenka ne bo vrnila Petru žoge, dokler se ji ta ne opraviči za ono prej. Peter pa se nima namena opravičiti, če mu Alenka ne bo najprej vrnila žoge. Računalnikarji bi rekli, da sta se Alenka in Peter znašla v *smrtnem objemu*. Hm, kaj pa imajo s tovrstnimi ljubezenskimi zapleti računalnikarji?!

Namen

Intuitivno razumevanje "smrtnega objema" (*deadlock*), v katerem dva ali več ljudi (ali računalnikov, računalniških programov...) v neskončnost čaka eden na drugega.

Igra zahteva razmišljanje za nekaj korakov naprej. Učenci naletijo na problem preiskovanja, ki je zelo pomemben v umetni inteligenci in drugod.

Igre v tej aktivnosti so zanimive z vidika skupinske dinamike in koordinacije.

Trajanje

Ena ura

Potrebščine

Igra podajanja

- Pobarvane žogice za namizni tenis ali podobne predmete. Za vsako skupino potrebuješ toliko različnih barv, kolikor otrok je v skupini; za vsako barvo razen ene potrebuješ dva enaka predmeta. Če imaš, na primer, skupine s šestimi otroki, potrebuješ dve beli, dve rumeni, dve rdeči, dve modri, dve zeleni in eno rjavo žogico.
- Istobarvne oznake za otroke, npr. barvne trakove, ki si privežejo okrog vratu (glave, rok).

Vsi na svoja mesta

- Barvni trakovi, kot v prejšnji igri
- Pisane zastavice ali obroči enakih barv kot trakovi
- Ena ali več žog (glej "Dodatne možnosti")
- Štoparica (opcijsko)

Igra podajanja

1. Določi skupine po pet do sedem otrok. Vsaka skupina naj se posede v krog.
2. Razdeli otrokom barvne trakove, ki si jih privežejo okrog vratu ali na drugo primerno mesto. Otroci v skupini morajo imeti različne barve.
3. Vsaki skupini daj predmete enakih barv, kot so trakovi; za vsako barvo potrebujejo par predmetov, le pri eni barvi bo predmet en sam.
4. Predmete naj si naključno izmenjajo, tako da ne bo imel nihče predmeta svoje barve.
5. Otroci si podajajo predmete, dokler nima vsak v rokah predmetov svoje barve. Pri tem morajo upoštevati naslednji pravili:
   a. V vsaki roki morajo imeti le po en predmet; predmete lahko torej podajajo le otroku s prosto roko.
   b. Predmete je dovoljeno podajati le sosedoma. Omejitev glede rok ni: sosedu na levi je dovoljeno podati tudi predmet iz desne roke in obratno.

Pred igro poudari, da ne gre za tekmovanje med otroki znotraj skupine (češ kdo prej pride do svojih predmetov), temveč je naloga, da celotna skupina doseže svoj cilj.

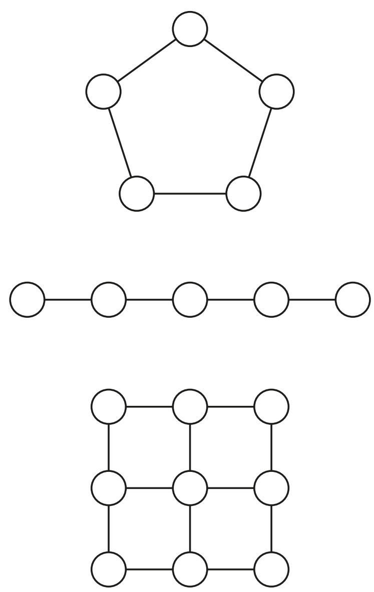
Pogovor

Kakšne strategije so uporabljali, da so dosegli cilj?

Otroci so najbrž spoznali, da požrešnost (takoj, ko dobiš svoja predmeta, ju ne izpustiš več) lahko povzroči, da skupina ne bo mogla doseči cilja.

Dodatne možnosti

- Poskusi izvesti igro z manj ali več otroki.
- Otroci naj končajo igro brez govorjenja!
- Poskusi igro z drugačnimi razporedi otrok, na primer v črti ali tako, da imajo otroci več kot dva soseda. Nekaj primerov je na desni.



Vsi na svoja mesta

Naslednjo igro boš najlažje pripravil na prostem, gre pa tudi v razredu.

Če se boste igrali na asfaltu, na tla nariši graf (glej primere na naslednji strani) in v določene točke (na slikah so označene s črkami) označi z barvami ali pisanimi obroči, druge točke naj bodo le označene (krogi ali obroči nevtralnih barv). Podobno lahko narediš na pesku.

Še preprosteje bo na travniku, kjer točke označiš tako, da vanje zabodeš zastavice različnih barv, na neoznačenih točkah pa so palice brez zastavic. Povezave predstaviš tako, da med zastavicami napneš vrvice.

V razredu uporabi pisane obroče, povežeš jih s pleskarskim lepilnim trakom.

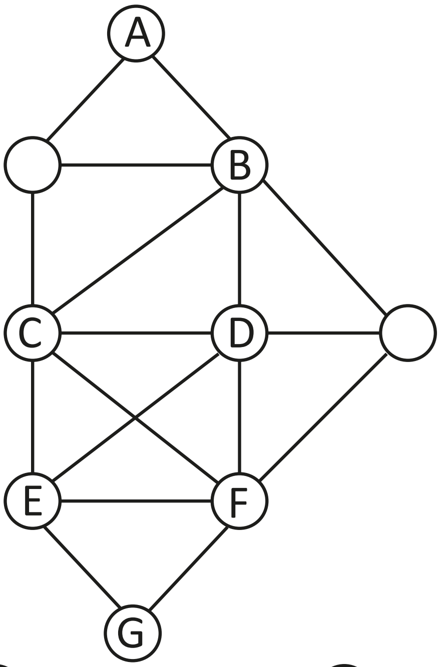
1. Otrokom razdeli barvne trakove in jih naključno razporedi po točkah.
2. Otroci se nato premikajo med točkami, pri čemer morajo upoštevati naslednja pravila:
    a. otrok se lahko pomakne le po povezavi in le na prazno mesto,
    b. istočasno se lahko premika le en otrok. To najlažje dosežemo tako, da jim damo žogo, ki si jo podajajo med seboj; vedno se lahko premakne le otrok, ki drži žogo. Vsak otrok lahko vrže žogo poljubnemu otroku.
3. Igre je konec, ko vsak otrok stoji na točki s svojo barvo.

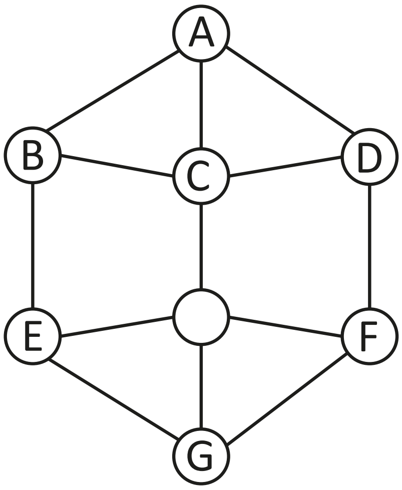
Dodatne možnosti

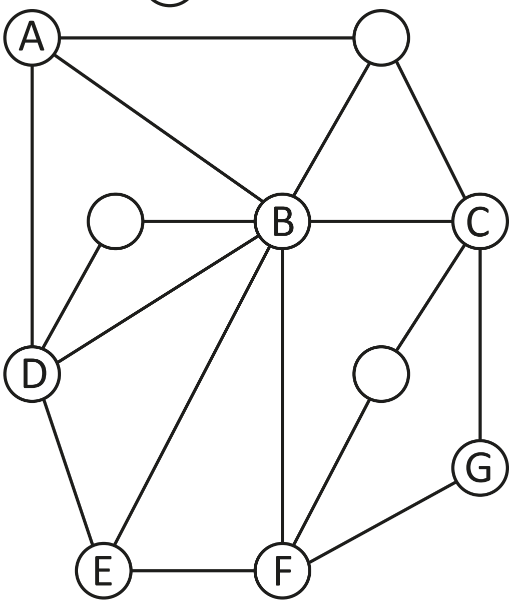
- Igra je lahko zelo težka (ali celo nemogoča), če je prosto le eno vozlišče. Za vsak slučaj naj bo prostih več.
- Če povečamo število žog, je igra hitrejša, lahko pa postane bolj zmedena.
- Igro lahko igramo tudi brez prostih vozlišč: uporabimo lahko več parov istobarvnih žog. Dva igralca, ki imata žogo iste barve in stojita na povezanih vozliščih, se lahko zamenjata. Vsak igralec ima lahko le eno žogo naenkrat.
- Pomembna vaja: otroci naj poskusijo igrati brez govorjenja. Če tega ne zmorejo, pa jim lahko poskusimo organizirati igro tako, da jo vsake toliko časa ustavimo, da igralci naredijo načrt za naslednjih nekaj potez.
- Meri čas, ki ga otroci potrebujejo za reševanje. Igro ponovi večkrat z isto začetno postavitvijo; otroci naj poskusijo izboljšati čas ali pa zmanjšati število potez.

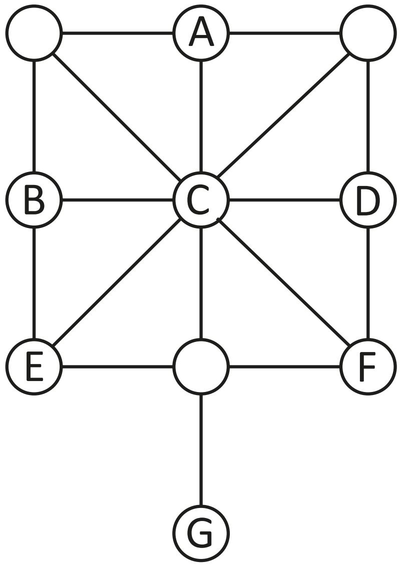
Na naslednjih slikah je nekaj različno težkih postavitev za osem učencev. Ne boj si izmisliti poljubnih postavitev za večjo skupino. Iz previdnosti pa ne bo nič narobe, če jo prej preskusiš ročno, tako da po njih razporejaš pisane figurice ali listke s črkami.

Pole lahko tudi razmnožiš, tako da otroci igro igrajo kar sami, na mizi.









Pogovor

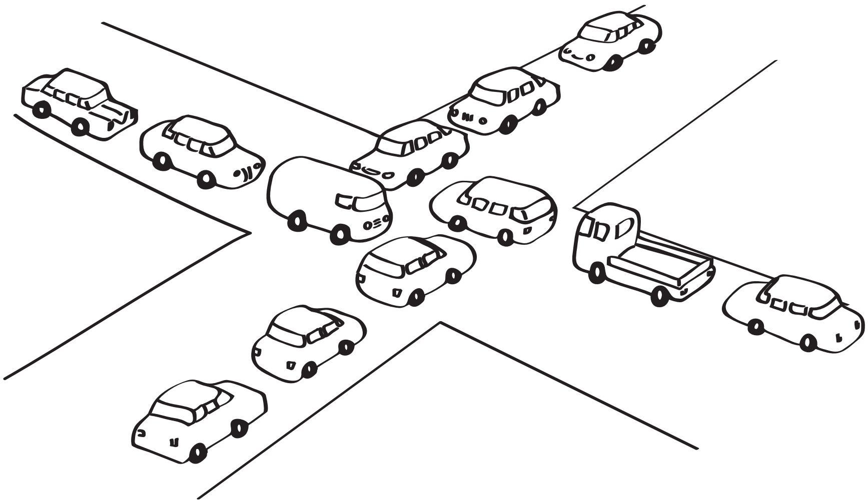
Učenci so morali pri tej različici igre razmišljati o tem, kaj bodo storili v naslednjih nekaj korakih igre. Tovrstni postopki so v računalništvu zelo pomembni, od programov za igranje iger, kot je šah, do, recimo, programov, ki preiskujejo splet.

Če so se poskusili tudi v igri brez govorjenja, razloži, da so morali tu razmišljati potihem in vsak zase priti do istega načrta.

Za učitelje: za kaj gre?

Pri tej aktivnosti je otrokom nekoliko težje razložiti neposredno zvezo z računalništvom. Po drugi strani pa v njej intuitivno – na nivoju problemov, podanih v obliki igre, v kateri pa se zrcalijo resnični računalniški problemi – naletijo na dve pomembni temi iz računalništva: usmerjanje sporočil in smrtni objem ter preiskovanje.

Usmerjanje sporočil in smrtni objemi se pojavljajo v mnogih mrežah – od cestnih do interneta. Celo za telefone se vedno pogosteje uporablja kar internet: kar govorimo, se razseka na drobne paketke, ki vsak zase potujejo od našega telefona (ali računalnika) do sogovornikovega in obratno. Inženirji preživijo veliko časa ob načrtovanju mrež, ki bodo poceni, a hitre, tako da bodo paketki hitro našli pot do cilja.



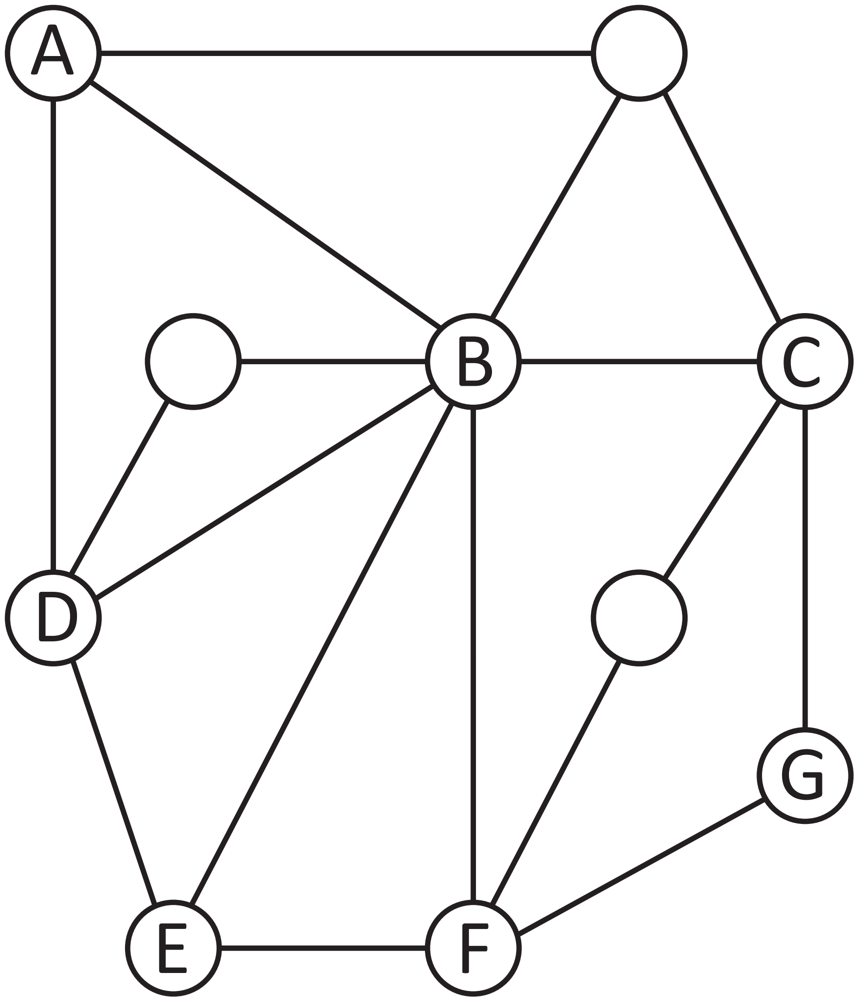
Usmerjanje, zgostitve prometa in zamašitve so frustrirajoči problemi v mnogo mrežah. Kolikokrat doživimo "prometni infarkt", ko se noben avto na cesti ne more premakniti nikamor več. V centru Ljubljane se je svojčas pogosto zamašil trikotnik Slovenska – Gosposvetska – Tivolska cesta; ker so tri križišča blokirala ena drugo, so avtomobili potrebovali tudi več kot uro, da so prevozili teh par sto metrov.

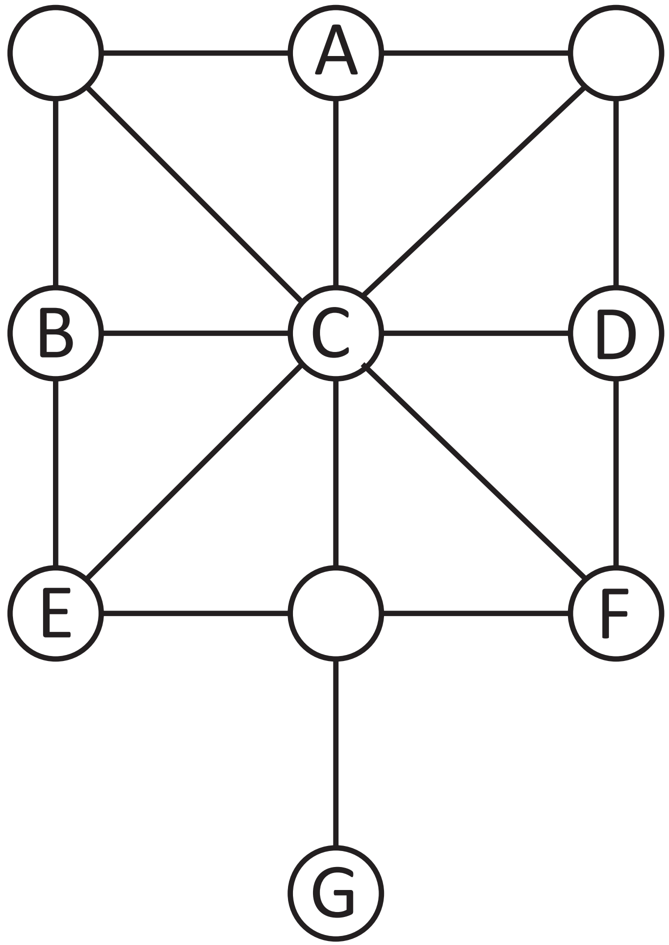
Podobne tegobe poznajo tudi računalniki. Tudi tam se lahko zgodi, da več računalnikov čaka eden na drugega in če sistem ni dobro načrtovan, se lahko znajdejo v smrtnem objemu, ki ga je nemogoče prekiniti. Recimo, da je program v banki sestavljen tako, da pred spreminjanjem računa neke stranke "zaklene" račun, s čimer preprečimo, da bi račun istočasno spreminjala dva računalnika (na primer, istočasno ko dvigujemo denar z bankomata, nam ne more nekdo drug nakazati denarja, temveč mora počakati, da se račun "odklene"). Ko oseba A osebi B nakaže denar N evrov, bo računalnik zaklenil račun osebe A, nato bo zaklenil račun osebe B, osebi B bo z računa odštel N evrov, osebi A prištel N evrov, nato odklenil račun B in končno še račun A. Pa recimo, da se zgodi, da prvi računalnik zaklene račun A, ko hoče zakleniti račun B, pa vidi, da je ta že zaklenjen. Nič ne de, bo pač počakal; morda B ravno dviguje denar na bankomatu. Če ga res, potem ni problema; kaj pa, če B ravno poskuša nakazati denar Aju? V tem primeru je B zaklenil svoj račun, poskušal zakleniti račun A, videl, da je zaklenjen, in sklenil počakati. Čakala se bosta, seveda, v nedogled.

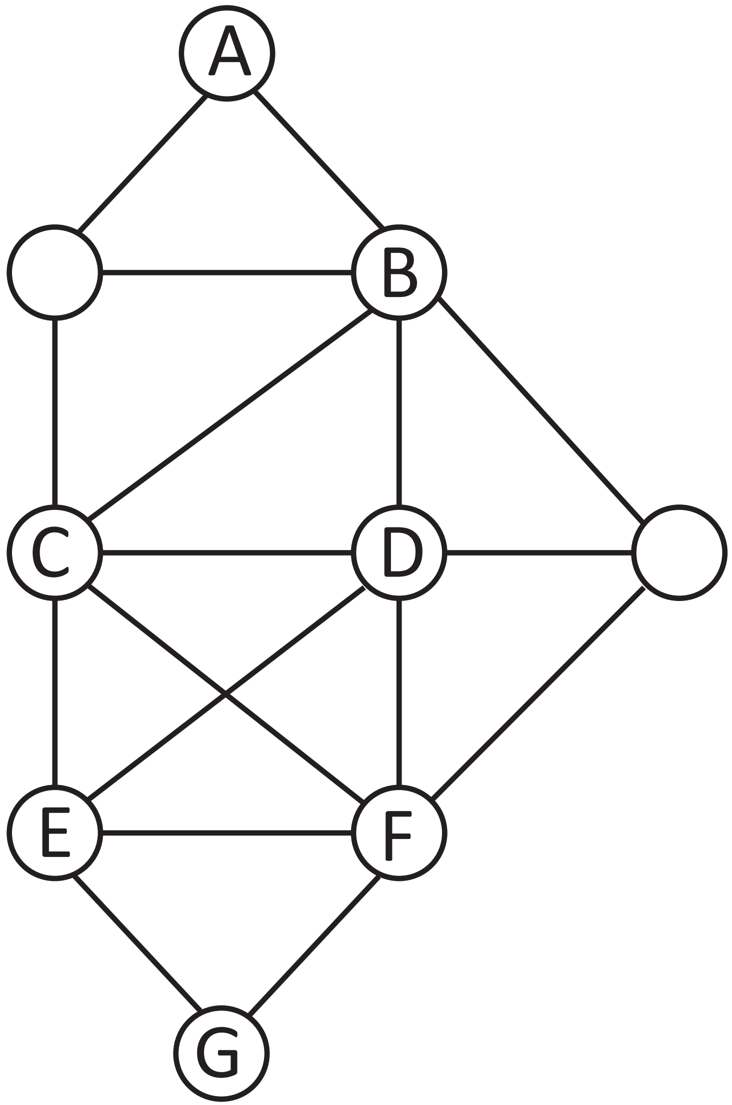
Scenarij z bančnimi računi je malo verjeten. V času paralelnih računalnikov, ki lahko delajo več stvari hkrati in, še huje, velikih računalniških centrov, pa programi pogosto "tekmujejo" za ista sredstva, recimo tako, da poskušajo hkrati odpirati iste datoteke. Podobno se dogaja v računalniških omrežjih. Takšni programi morajo neprestano igrati "igro podajanja" (pa ne počasi, temveč jo odigrajo tisočkrat v sekundi), da bi tekli gladko in brez ustavljanj.

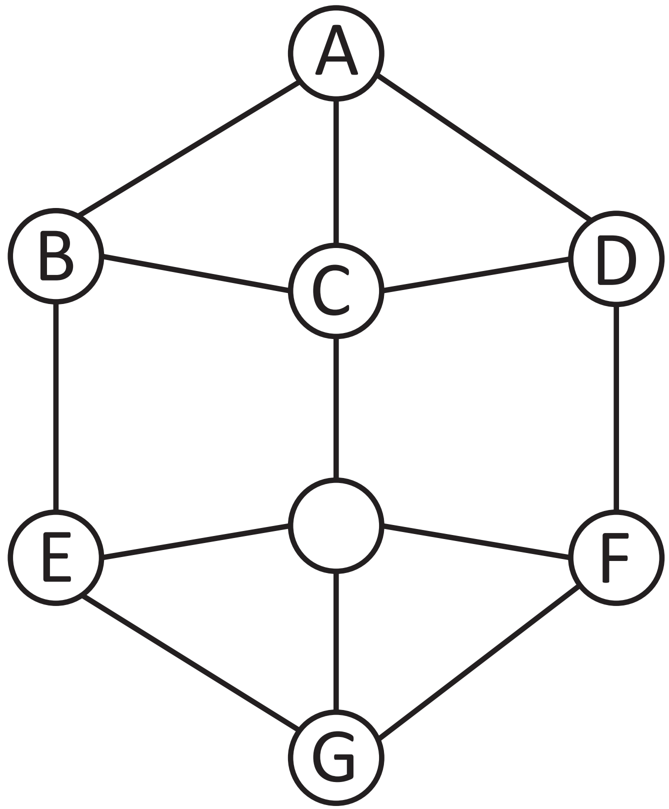
Drugi aspekt aktivnosti je preiskovanje. Šolski primer preiskovanja je igranje šaha, kjer je potrebno snovati "akcijo" tako, da razmišljamo za nekaj potez naprej. Posebnost igranja šaha je sicer v tem, da mora računalnik razmišljati tako zase kot za nasprotnika (to je, iskati tudi najhujši možni nasprotnikov odgovor). Ker je možnih potez veliko, računalnik (in človek) navadno ne moreta premisliti vseh možnosti in iti za poljubno število potez naprej, zato obstaja kopica različnih približnih (*hevrističnih*) algoritmov. Ti na določen način omejujejo iskanje, vendar tako, da še vedno lahko upamo, da bodo našli sorazmerno dobro, če že ne nujno optimalne rešitve.

Algoritmi preiskovanja so eno od zelo aktivnih področij umetne inteligence.


A
B
C
D
E
F
G


A
B
C
D
E
F
G


A
B
C
D
E
F
G


A
B
C
D
E
F
G

Aktivnost 11

Otok zakladov

Kako računalnik prebere in "razume", kar vtipkamo? Kako delujejo tipke na mobilnih telefonih (ki nimajo cele tipkovnice)? Kaj se skriva za bankomati? Nekaj, čemur računalnikarji pravijo "končni avtomat". Končni avtomat pa je ... no, nekaj podobnega kot zemljevid gusarskega otočja, s katerim bomo poiskali pot do Otoka zakladov.

Namen

Otroci spoznajo koncept končnih avtomatov in neformalno oblikujejo regularne izraze.

Potrebščine

Vsak otrok v vlogi gusarja potrebuje

- prazen zemljevid otokov, v katerega bo vrisoval povezav (nahaja se v svojem PDFu)
- pisalo in dodatni papir za naloge po glavni igri

Za otroke, ki predstavljajo otoke

- listi z imenom otoka in smermi. Liste prepogni tako, da "gusarji" vidijo le polovico z imenom otoka, polovico s smermi, v katere vozijo ladje, pa vidijo le otroci, ki predstavljajo "otoke".

Ostali material za projeciranje in prikazovanje (nahaja se v ločenem PDF).

Natisniti je torej potrebno po en izvod vsega materiala, le praznih zemljevidov potrebujemo toliko, kolikor je otrok.

Dodatna navodila

Aktivnost izvajaj na prostem. Če to ni možno, potrebuješ dovolj velik prostor, na primer telovadnico.

Otok zakladov

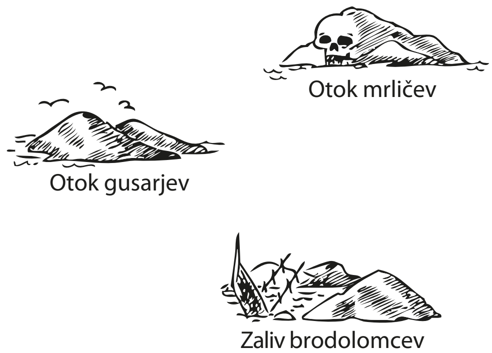
Sredi južnega morja leži piratsko otočje. Med otoki vozijo gusarske ladje po vnaprej določenih poteh med otoki in radi vzamejo na krov svoje prijatelje gusarje. Z vsakega otoka vozita dve ladji, A in B. Naloga otrok – gusarjev je najti čim krajšo pot do otoka zakladov.

Na vsakem otoku se lahko vkrcajo na ladjo A ali B (ne pa na obe). Ko si izberejo ladjo, jo povedo osebi na otoku in ta pove, na kateri otok jih pelje. Otrok se mora sprehoditi do tega otoka in si izbrati naslednjo ladjo.

Med potovanjem si morajo otroci sestavljati skico povezav med otoki, tako da na zemljevi vrisujejo povezave, po katerih se peljejo. Na ta način lahko tudi po tem, ko pridejo do Otoka zakladov, nadaljujejo raziskovanje povezav, dokler ne odkrijejo vseh povezav in določijo, katera pot je najkrajša.

Primer

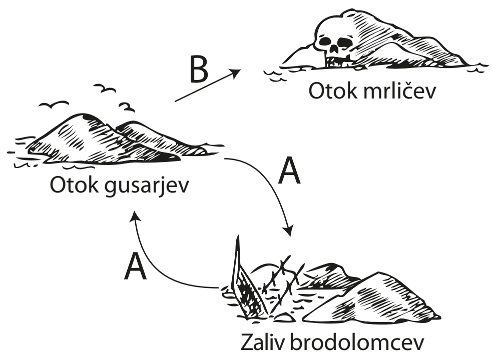
Pokaži prazen zemljevid, kakršen je na desni; če imaš pri roki tablo, ga skiciraj na tablo, če si na prostem, lahko uporabiš večji papir. (**Pazi**, zemljevid v tej predstavitvi ni enak zemljevidu, ki ga bodo uporabljali otroci v pravi igri!)



Trem otrokom daj kopije listov z naslednjih strani in jih razporedi na razdaljo nekaj metrov. Opozori otroke, da povezave, ki jih bodo videli tu, niso enake tistim, ki jih bodo uporabljali v pravi igri.

Začni na otoku gusarjev in prosi za ladjo A. Otrok ti mora povedati, da se z ladjo A odpelješ v Zaliv brodolomcev. Označi pot na zemljevidu (na tabli ali papirju). Odidi v Zaliv. Tam spet prosi za ladjo A in otrok ti pove, da greš na Otok gusarjev. Spet označi povezavo. Na Otoku gusarjev tokrat pojdi na ladjo B in otrok ti pove, da vodi na Otok mrtvecev. Označi pot na zemljevidu. Na Otoku mrtvecev izveš, da z njega ni nobenih ladij.

Otrokom nariši ali pokaži končni zemljevid.



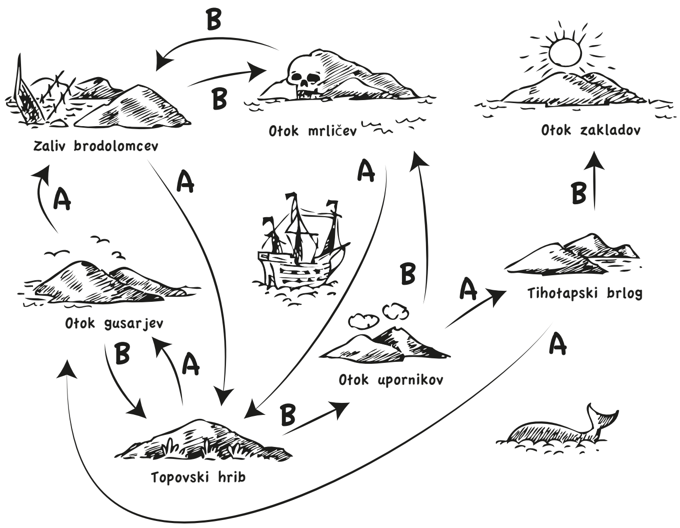
Igra

Določi sedem otrok, ki bodo na otokih in jim daj liste, ki so na naslednjih straneh. Otroci na otokih naj držijo karte tako, da bodo gusarji videli ime otoka in sliko, ne pa tudi kam vozijo z njega. Otoke razpostavi po dvoriščju, igrišču, telovadnici ali učilnici; pri tem ni nujno, da se držiš razporeda na spodnjem zemljevidu (glede na starost otrok presodi, ali jih bo to preveč zmedlo ali pa bo glede na nadaljevanje aktivnosti celo koristno).

Ostalim otrokom daj **prazne zemljevide**. Igro naj začnejo na Otoku gusarjev, cilj je priti na Otok zakladov. Razloži otrokom, da ne tekmujejo v tem, kdo prej pride do cilja, temveč je bistveno sestavljanje zemljevida. Kdor igro konča prehitro, naj začne od začetka in poskusi najti še kako pot oziroma za vse ladje ugotoviti, kam vozijo.

Poskusi poskrbeti, da otroci ne bodo slišali smeri od drugih otrok. Če aktivnost izvajaš v premajhnem prostoru (razred, manjša telovadnica), otroke spuščaj na pot posamično (če jih je manj) ali pa jim naroči, naj govorijo šepetaje.

Ko vsi otroci končajo z igro, skupaj ugotovite, kakšen je celotni zemljevid.



Pogovor

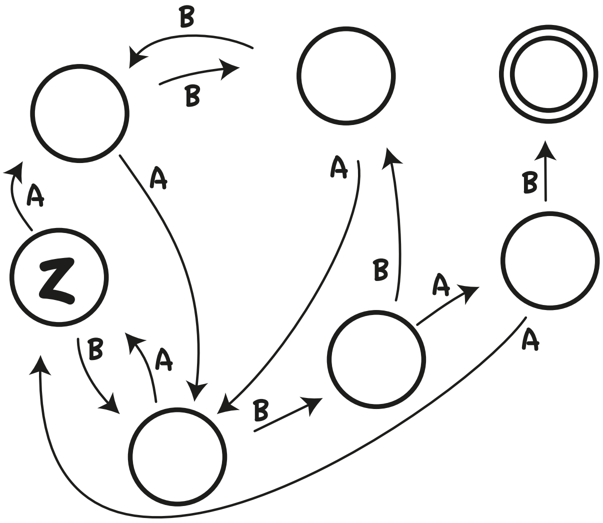
- Katera je najkrajša pot? Pokaži primer zelo dolge poti!
- Pot lahko opišemo kar z zaporedjem črk, recimo AABAB.
- Nekatere poti vodijo večkrat preko istega otoka. Lahko poiščejo kakšenprimer? (Odgovor: na primer BBBABAB in BBBABBABAB.)
- Do Otoka zakladov lahko pridemo tudi tako, da doooolgo krožimo po neki poti. Znajo otroci poiskati rešitev v več kot dvajset korakih? (Primer: BBBABBABBABBABBABBABAB.)

Poenostavljeni zemljevidi

Nadaljevanje aktivnosti izvajamo frontalno.

Razloži, da imena otokov pri igranju pravzaprav sploh niso pomembna. Pomembno je le

- kateri je začetni otok,
- kateri je ciljni (rečemo mu tudi končni) otok,
- katera črka iz katerega otoka pripelje kam.

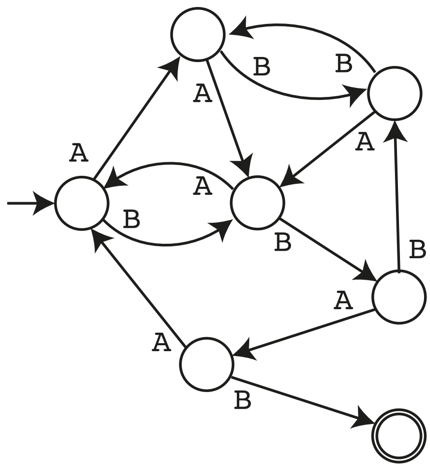


Projeciraj ali nariši na tablo zemljevid na desni (najdeš ga tudi na ločeni poli).

S črko "z" smo označili začetni otok, končnega pa, po starem običaju računalnikarjev, z dvojnim krogom.

Navsezadnje pa ni pomembno niti, kje je kateri otok. Pomembno je, katera ladja pelje na kateri otok, kje, fizično, ležijo ti otoki, pa nam je vseeno. Pravi računalnikar bi zemljevid morda narisal, kot kaže slika na desni (spet projeciraj ali nariši). Takšna slika nam je všeč, ker je zelo pregledna.

Kateri otok je prvi, smo tokrat pokazali kar s puščico.



Otroci naj se prepričajo, da sta zemljevida enaka (kaži ju istočasno!):

- za začetek lahko preverijo, da jih zaporedje črk, ki pripelje na cilj v resničnem zemljevidu, pripelje na cilj tudi v teh dveh zemljevidih.
- nato naj odkrijejo (po potrebi skupaj, ob tvoji pomoči), kateri krog predstavlja kateri otok.

Risanje in branje zemljevidov

1. Otroci naj še sami poskusijo prerisati zemljevid: namesto otokov naj rišejo krogce in jih razpostavijo tako, da bo zemljevid čim preglednejši (povezave naj bodo čim bolj ravne in naj se ne križajo).

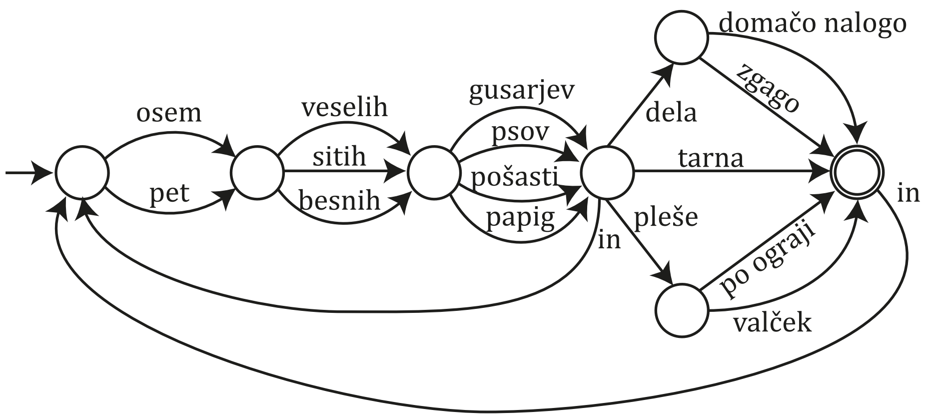
   To zahteva nekaj zbranosti in utegne biti za mlajše otroke pretežko.

2. Razdeli otroke v pare. Otroka v paru si izmenjata svoje zemljevide. Nato si vsak otrok izmisli zaporedje črk, ga pove drugemu sošolcu, ta pa mora ugotoviti, kam to zaporedje pripelje.

   Če imaš mlajše otroke, ki niso prerisovali zemljevida, naj to poskusijo kar z originalnim zemljevidom (lahko jim skopiraš lepšo kopijo, če slutiš, da bodo njihovi izdelki iz igre neuporabni).

3. Otroci naj si izmislijo in narišejo svoje zemljevide, ki bodo imeli drugačne povezave. Na teh zemljevidih naj ponovijo igro, v parih: zemljevide si izmenjajo, nato si vsak otrok izmisli zaporedje, drugi pa kateri mora ugotoviti, kam to zaporedje vodi.

4. Nariši ali projeciraj spodnji zemljevid.



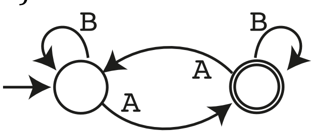
   Otroci naj poiščejo nekaj poti prek tega zemljevida. V njem ladje niso označene z A in B, temveč s celimi besedami. Pot lahko, prav tako kot prej, opišemo z zaporedjem besed, vendar moramo v tem primeru paziti še, da ima vsak otok drugačen izbor besed.

Končni avtomati

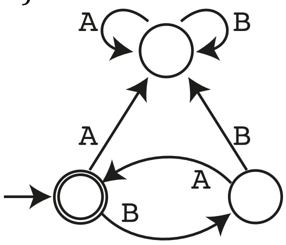
Tule je še nekaj zemljevidov. Kot smo se pravkar dogovorili, je začetni otok označen s puščico, končni z dvojnim krogom.

Preriši vse tri zemljevide na tablo ali večji list papirja.

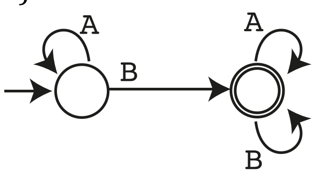
a)



b)



c)



1. Otroci naj (posamično ali v skupinah) za vsak zemljevid poiščejo nekaj zaporedij črk, ki bodo popotnika, ki začne na začetnem otoku, na koncu pustila na končnem otoku.

   Povej jim, da za, recimo, prvi zemljevid zaporedje ABBA ni dobro; čeprav jih pripelje na ciljni otok, z njega tudi odidejo in torej ne končajo na ciljnem otoku. Zaporedje ABABA pa je dobro, saj se konča na cilju (s tem, da ga vmes že enkrat doseže in zapusti, ni nič narobe).

2. Znaš opisati vsa zaporedja poti, ki te pripeljejo do končnega otoka?

Drugo vprašanje je zahtevnejše, zato se z mlajšimi otroki o njem pogovarjaj frontalno.

Tudi starejši pa sprva morda ne bodo razumeli, kaj mislimo z "opisati vsa zaporedja", zato bo najbolj preprosto, če jim za zemljevid a) poveš odgovor. Za ostale naj ga poiščejo sami.

Odgovori

Pot po zemljevidu a) se konča na končnem otoku natančno takrat, ko vsebuje liho število A-jev. Po sodem številu A-jev si vedno na začetnem otoku, B-ji pa so nepomembni, ker te nikoli ne pripeljejo nikamor. Primeri pravilnih poti so, recimo, AB, BABAA in AAABABA.

Za zemljevid b) se morata v poti izmenjavati črki A in B, začeti pa moramo z B. Primeri so, recimo B, BABAB, BABABABABAB. V vsej drugih primerih se znajdemo na gornjem otoku, iz katerega ni izhoda.

Za zemljevid c) mora pot vsebovati vsaj en B. A-ji nas ne vodijo nikamor, B pa nas pripelje na končni otok. S končnega otoka pa tudi B ne vodi nikamor drugam kot nazaj na končni otok.

Za učitelje: za kaj gre?

Računalnik mora pogosto prebrati zaporedje simbolov, recimo znakov ali besed v dokumentu, v računalniškem programu, ... V take namene pogosto uporabimo končni avtomat. Končni avtomat (finite automaton) sprejme zaporedje ukazov (znakov...) in pove, ali znaki predstavljajo dovoljeno kombinacijo, na primer prepoznano besedo, ali ne.

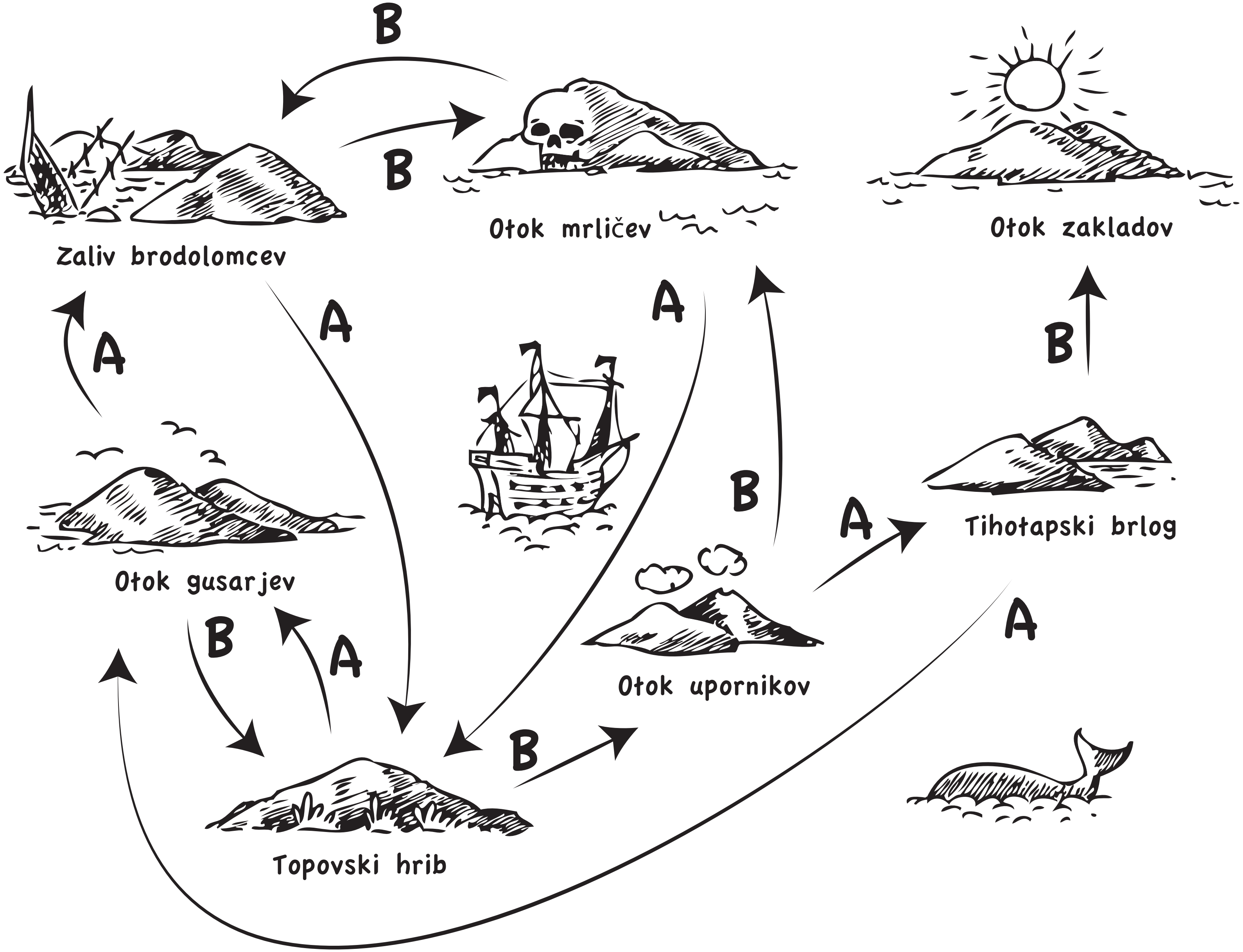
Temu, kar so v tej igri predstavljali otoki pravimo stanja, potovanja so prehodi. Včasih nas zanima, ali je določen naziv pravilno oblikovan, torej ali pripelje do končnega stanja. Drugič nas zanima, v katero izmed več končnih stanj nas bo pripeljal nek niz, v tretjem primeru pa morda v vsakem stanju ali ob vsakem prehodu kaj naredi, recimo nekaj izpiše.

Vzemimo za primer bankomat. V njem je program bankomatu, ki v začetnem stanju kaže, kako je potrebno vstaviti kartico ali pa, recimo, prikazuje reklame. Ko vstavimo kartico, gre v naslednje stanje, v katerem sprašuje za po kodi PIN. Če uporabnik vnese napačno kodo, ostane v istem stanju, če uporabnik pritisne tipko "Prekini", vrne kartico in se vrne v začetno stanje, če vnese pravo kodo, pa gre v stanje, v katerem vpraša uporabnika, kaj želi storiti. Glede na uporabnikovo izbiro, gre v ustrezno naslednje stanje...

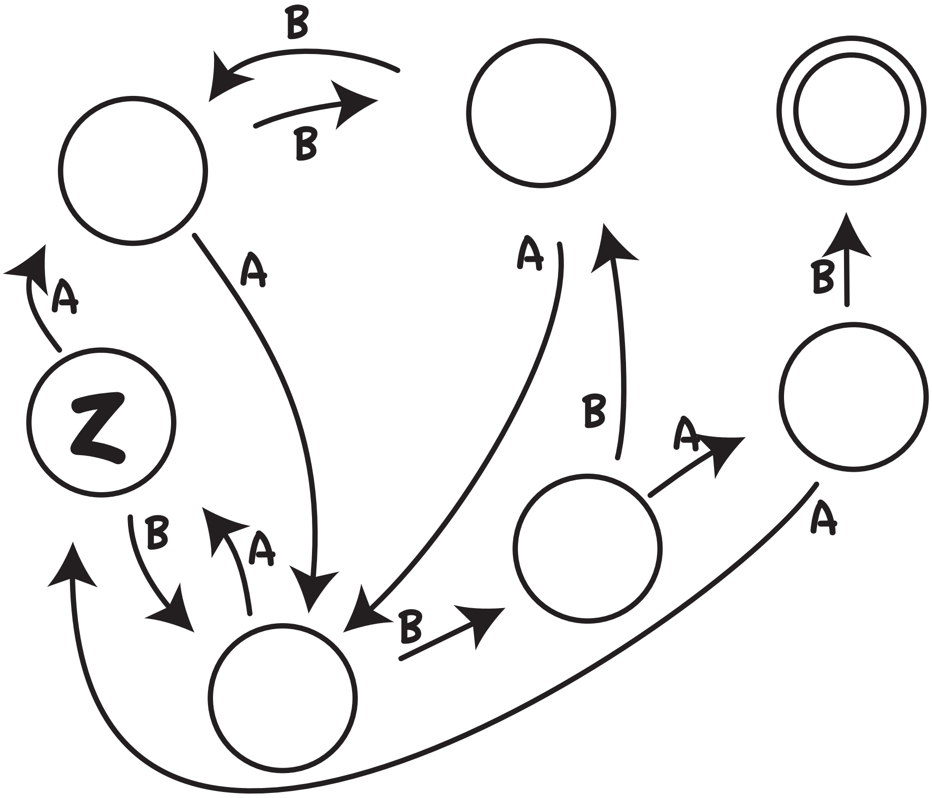
Slike, kakršne smo risali na koncu aktivnosti, so običajna grafična predstavitev končnih avtomatov. Če je zaporedje črk (beseda) takšno, da pripelje do končnega stanja, pravimo, da je avtomat *sprejme*. Množici vseh besed, ki jih sprejema avtomat, pravimo *jezik* avtomata. Jezik avtomata lahko opišemo na podoben način, kot smo od učencev zahtevali na koncu zadnje igre. Takšnim opisom, če jih povemo v bolj formalni obliki, pravimo *regularni izrazi*.

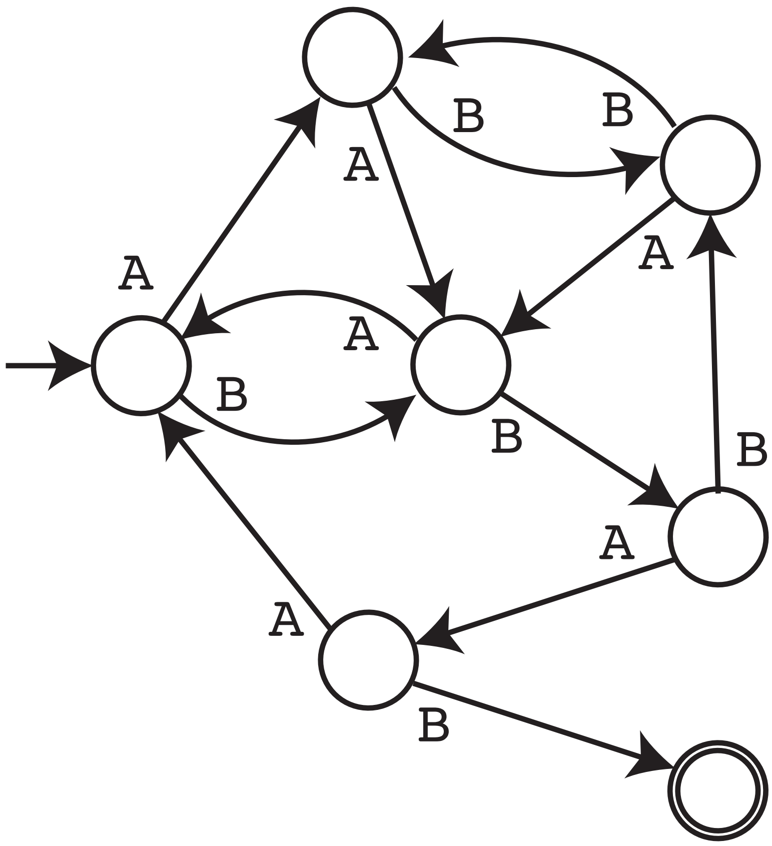
Na podoben način, kot smo storili v zadnji nalogi (le, da je potrebno za prepričljivost dodati še nekaj iz verjetnosti, čemur pravimo Markovske verige) je mogoče napisati programe, ki sestavljajo stavke. Obstajajo tudi programi, ki jim pokažemo dovolj obstoječih besedil in se naučijo pisati svoja, podobna besedila. Ta so lahko dovolj dobro sestavljena, da so na prvi pogled videti, kot da jih je pisal človek, ko jih beremo, pa hitro vidimo, da nimajo nobenega smisla.

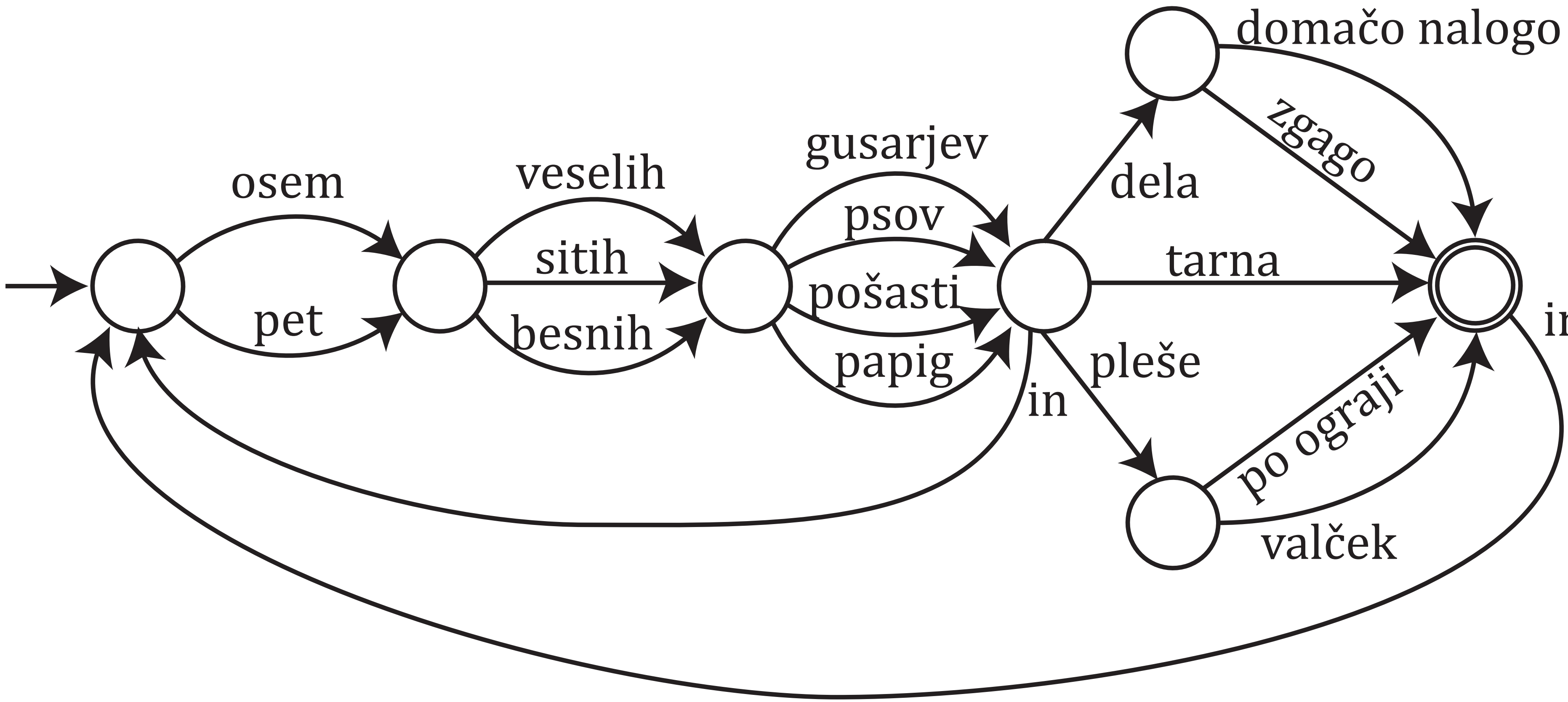
Računalniki sicer niso posebej dobri pri razumevanju naravnih jezikov, stalno pa morajo brati računalniške jezike – od teh, ki jih uporabljamo za programiranje, do takšnih, kot je HTML, v katerem so sestavljene spletne strani. Tudi tu igrajo pomembno vlogo končni avtomati, s pomočjo katerih računalnik prepoznava posamezne besede in kombinacije besed jezikov.

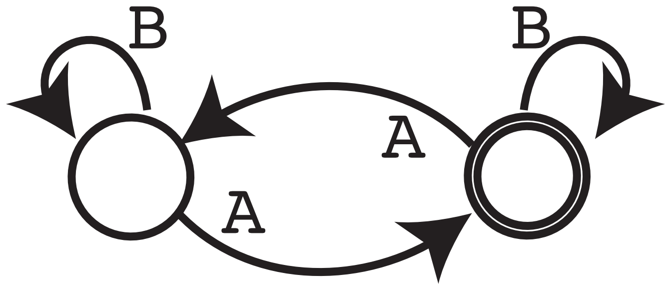


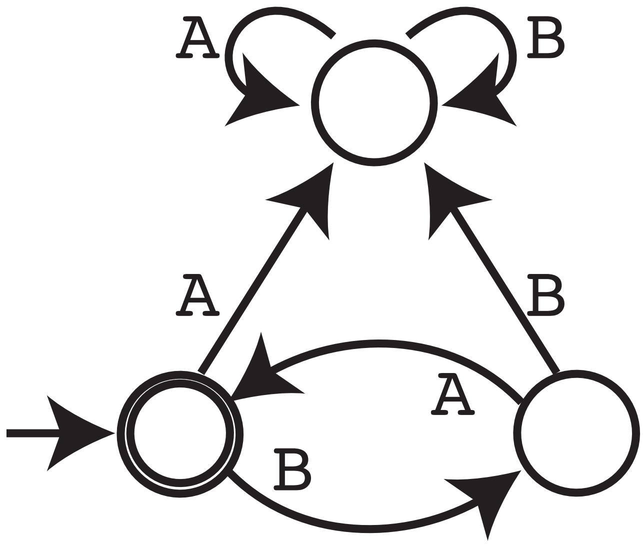
Zaliv brodolomcev
Otok mrličev
Otok zakladov
Otok gusarjev
Tihotapski brlog
Otok upornikov
Topovski hrib
A
B

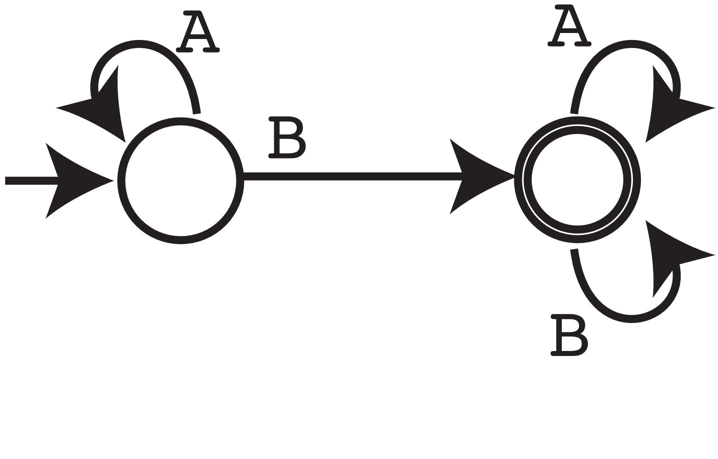

B
B
A
A
A
Z
B
A
B
A
B
B
A
A


B
B
A
A
A
A
B
B
B
A
A
B


osem
pet
veselih
sitih
besnih
gusarjev
psov
pošasti
papig
in
dela
tarna
pleše
domačo nalogo
zgago
po ograji
valček
in


B
B
A
A


A
B
A
B
A
B


A
A
B
B

Topovski hrib

A → 

Otok gusarjev

B → 

Otok upornikov

Topovski hrib

Otok upornikov

A → 

Tihotapski brlog

B → 

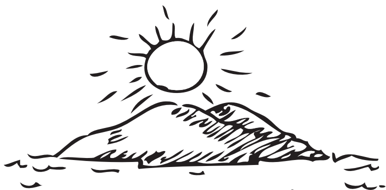
Otok mrličev

Otok upornikov

Tihotapski brlog

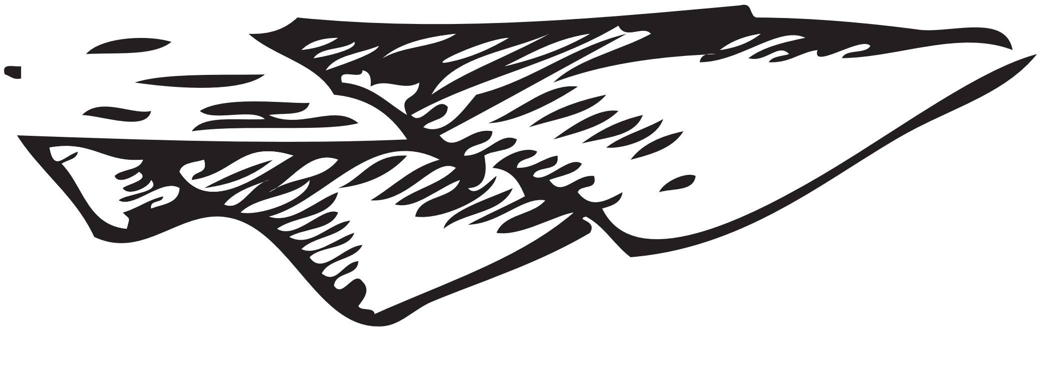
A → 

Otok gusarjev

B → 

Otok zakladov

Tihotapski brlog



Otok gusarjev

A →

Zaliv brodolomcev

B →

Topovski hrib

Otok gusarjev

Zaliv brodolomcev

A → 

Topovski hrib

B → 

Otok mrličev

Zaliv brodolomcev

Otok mrličev

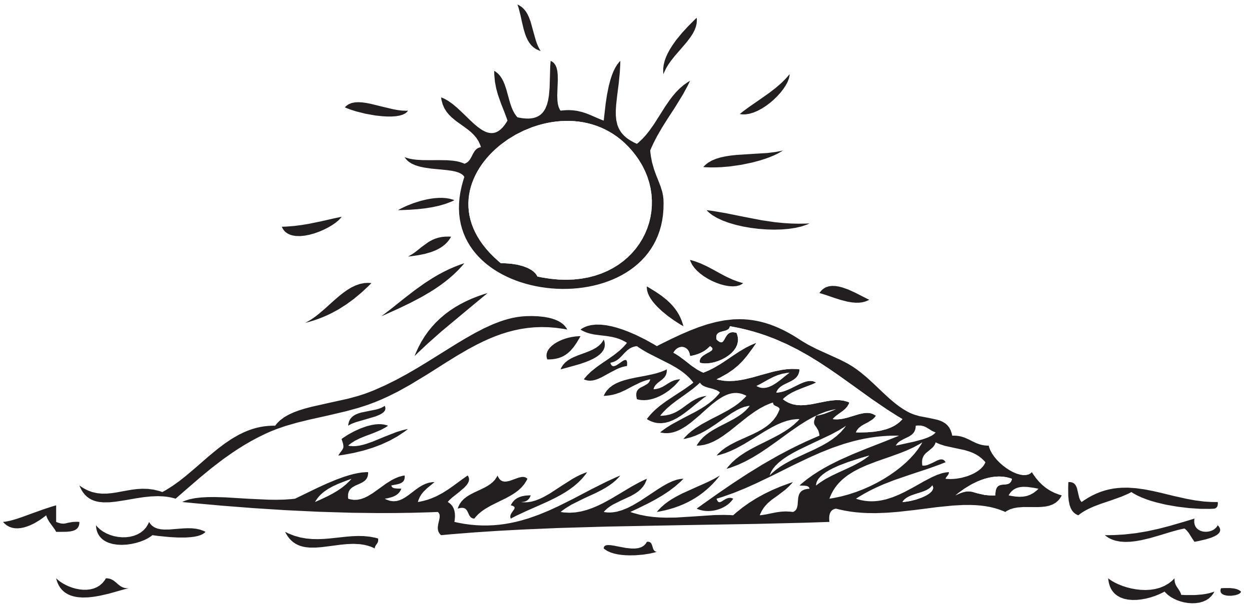
A → 

Topovski hrib

B → 

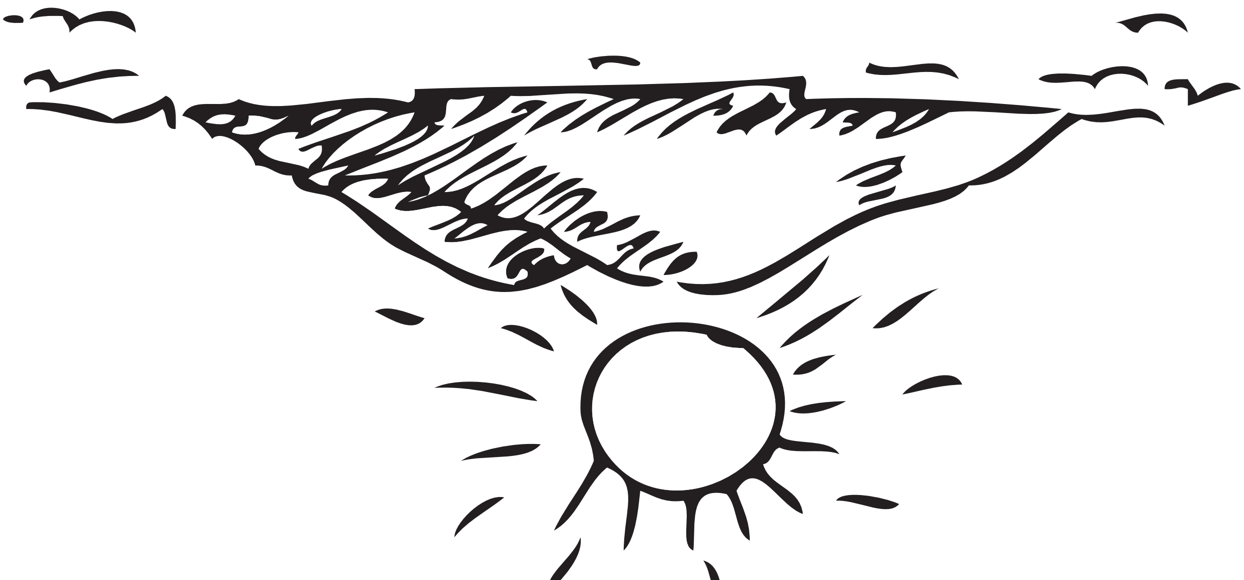
Zaliv brodolomcev

Otok mrličev



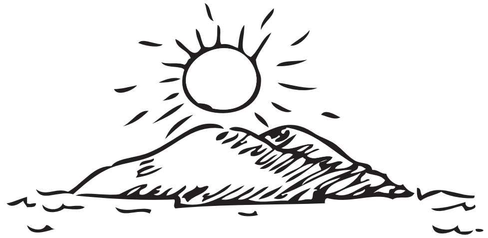
Otok zakladov

Otok zakladov



Zaliv brodolomcev

Otok mrličev



Otok zakladov

Otok gusarjev

Tihotapski brlog

Otok upornikov

Topovski hrib

(testna igra)

Otok mrličev

Otok gusarjev

Zaliv brodolomcev

(testna igra)

Otok gusarjev

A → 

Zaliv brodolomcev

B → 

Otok mrličev

Otok gusarjev

(testna igra)

(testna igra)

Zaliv brodolomcev

A → 

Otok gusarjev

B → 

Otok mrličev

Zaliv brodolomcev

(testna igra)

(testna igra)

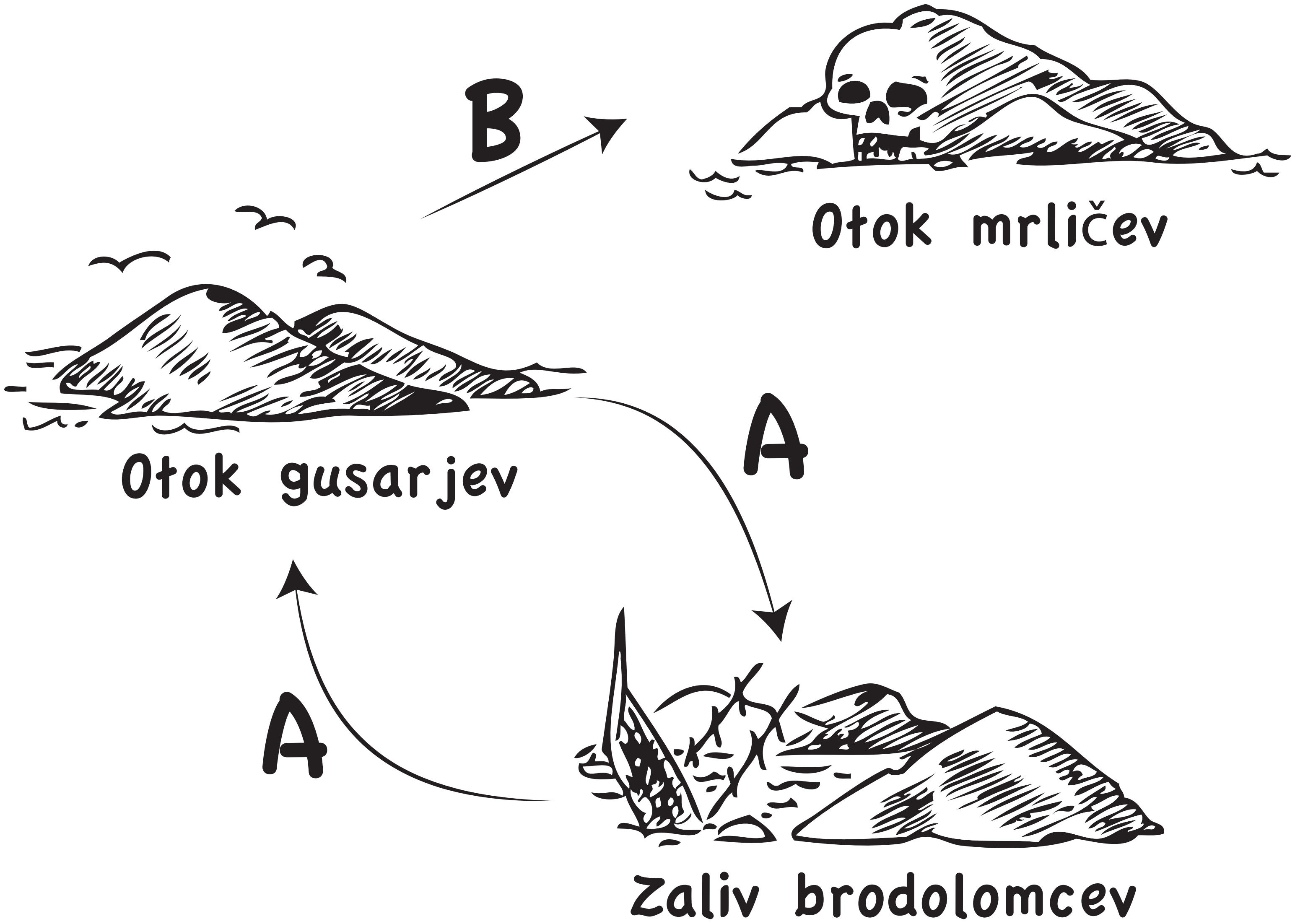
Otok mrličev

Z Otoka mrličev
ni nobenih ladij

Otok mrličev

(testna igra)

(testna igra)



Aktivnost 12

Risanje po navodilih

Povzetek

Ena najbolj nadležnih lastnosti računalnikov je, da vedno naredijo natanko to, kar jim naročimo. Če smo pri dajanju navodil – se pravi programiranju – nepazljivi, so lahko rezultati smešno napačni. Kako se počutita programer in računalnik, bomo spoznali, ko bomo sami poskušali narisati sliko po navodilih sošolke ali sošolca.

Namen

Otroci spoznajo, kako težko je podajati dobra navodila in kako smešni so lahko rezultati ohlapnih navodil. Na ta način izvedo, zakaj pišemo programe v posebnih računalniških jezikih, ki programerja silijo v točno izražanje.

Trajanje

Ena ura

Potrebščine

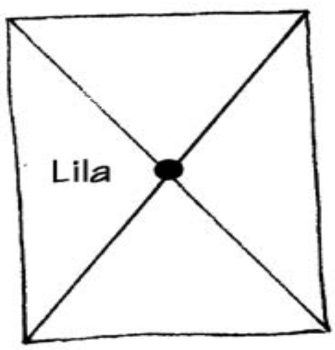
Natisni slike na debelejši, neprosojen papir in ga razreži, tako da učenec, ki opisuje eno sliko, ne bo videl ostalih. Lahko si izmisliš tudi svoje slike.

Korakaj po ukazih

Z otroki se pogovori o tem, kako ljudje sledimo navodilom. Če bi nekdo pokazal na vrata in rekel, naj gredo skoznje, bi razumeli, da jih morajo predtem seveda odpreti, če so slučajno zaprta. Računalnik pa bi se, če bi imel noge, najbrž zaletel vanje in nato odgovoril, da ne more skoznja vrata, saj so zaprta. Računalniki namreč naredijo (samo) tisto, kar jim rečemo in nič drugega.

Primer naloge

Otrokoci naj vzamejo papir in pisalo. Nato jim beri naslednja navodila za risanje, oni pa naj sproti rišejo.



1. Nariši majhen krog sredi papirja.
2. Pobarvaj krog.
3. Potegni črto iz gornjega levega kota papirja skozi krog v spodnji desni kot.
4. Potegni črto iz gornjega desnega kota papirja skozi krog v spodnje levi kot.
5. Napiši svoje ime v trikotnik levo od kroga na sredini papirja.
6. Otroci, naj pokažejo, kaj so narisali.
7. Na tablo nariši, kar bi morali, glede na zgornja navodila narisati otroci – namreč sliko na desni.

Kot programer in računalnik

1. Izberi enega otroka in mu daj sliko, ki jo bo moral opisati. Uporabiš lahko priložene slike ali pa si izmisliš svoje. Otrok mora opisati sliko, na podoben način, kot smo to storili zgoraj. Njegovi sošolci, ki slike ne poznajo, jo morajo po njegovih navodilih narisati. Če otroci ne razumejo navodil, lahko vprašajo otroka, ki opisuje sliko, za pojasnila.

2. Ko je risanje končano, naj otroci pokažejo svoje izdelke. Nato na tablo nariši pravo sliko. Pogovorite se, zakaj je prišlo do razlik.

3. Ponovi vajo, vendar tako, da otroci, ki rišejo, ne smejo spraševati. Za opisovanje lahko zadolžiš drugega otroka. Pri tem je smiselno uporabiti preprosto sliko, sicer se bodo otroci hitro izgubili.

4. Ponovi vajo tako, da je otrok, ki opisuje sliko, skrit. Otroci ne smejo spraševati, tako da med opisovalcem in risarji ni druge komunikacije kot navodila.

5. Vsak otrok naj si izmisli svojo sliko in napiše navodila zanjo. Nato pomešaj navodila med učenci, po možnosti tako, da bo vsak učenec risal sliko, ki je prej ni videl (torej, ne dajaj navodil sosedom). Ko vsak učenec nariše sliko po navodilih enega od sošolcev, primerjaj rezultate. Ugotovite, kje je bila napaka v navodilih.

Pogovor

Igro, ki so se jo igrali, na nek drug način vsakodnevno igrajo programerji in računalniki.

Programerji imajo podobno nalogo kot učenec, ki opisuje sliko. Tudi programer daje navodila računalniku in šele potem vidi, kaj je računalnik naredil na osnovi teh navodil.

Največji problem v igri niso bila nenatančna, temveč nedvoumna navodila. Navedi nekaj primerov, do katerih je prišlo v igri; pokaži nekaj otroških izdelkov, pri katerih so bila navodila sicer prava, vendar se jih je dalo razumeti tudi na kak drug način, zato so nastale različne slike, ki niso bile takšne, kot bi morale biti.

Ker so človeški jeziki (slovenščina, angleščina, stara grščina...) preveč ohlapni, nejasni, dvoumni, za programiranje računalnikov uporabljamo posebne jezike, ki so jasnejši in programerja silijo v točno izražanje.

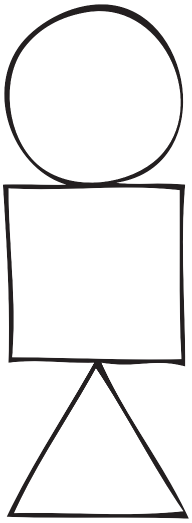
Za učitelja: za kaj gre?

Računalniku dajemo navodila v obliki programov. Vsak program opravlja določeno nalogo. Programi so napisani v jezikih, ki imajo omejen nabor ukazov. Različni programski jeziki so primerni za različne naloge: nekateri so primernejši za programe, ki tečejo na spletu, drugi jeziki so znani po tem, da je mogoče v njih zelo hitro programirati manj zmogljive programe, spet v tretjih je programiranje težje in počasnejše, zato pa so programi, napisani v njih, zelo hitri.

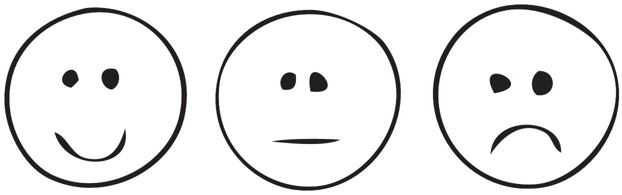
Ne glede na izbrani jezik mora biti programer previden in zelo točno povedati računalniku, kaj bi rad od njega. Računalnik bo vedno dobesedno izpolnil ukaze (kadar bo to mogoče, seveda), pa čeprav je rezultat lahko smešen.

Programerji morajo biti natančni, saj ima lahko že drobna napaka v programu lahko resne posledice. Predstavljajte si, kaj se lahko zgodi zaradi napake v programu, ki krmili jedrsko elektrarno, prižiga luči na železniških semaforjih ali vozi letalo! Napak v programih rečemo hrošči v čast hrošču (točneje molju), ki so ga našli v enem prvih elektronskih računalnikov iz štiridesetih let prejšnjega stoletja. Odstranjevanju hroščev iz teh ogromnih računalnikov so rekli razhroščevanje (*debugging*) in tudi današnji programerji razhroščujejo svoje programe, pri čemer uporabljajo posebna programska orodja, ki jim pravijo razhroščevalniki.

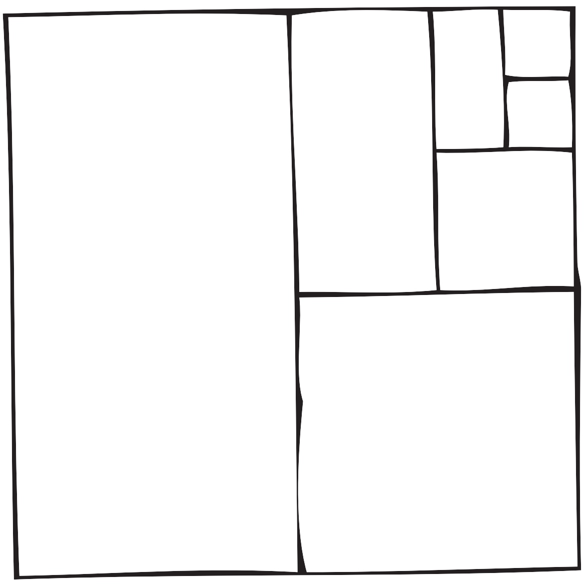
A



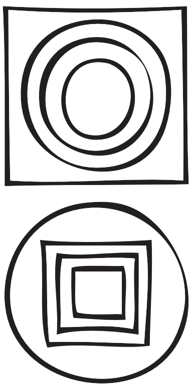
B



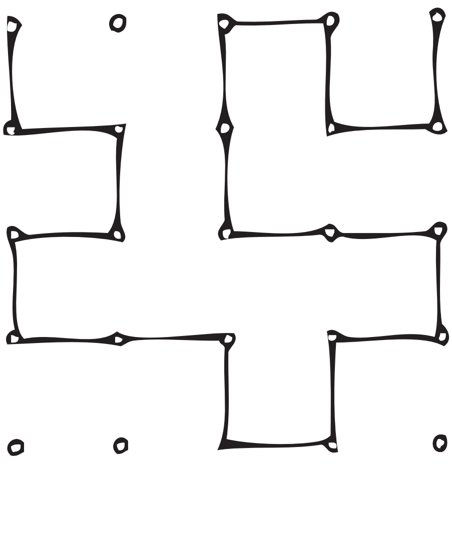
D



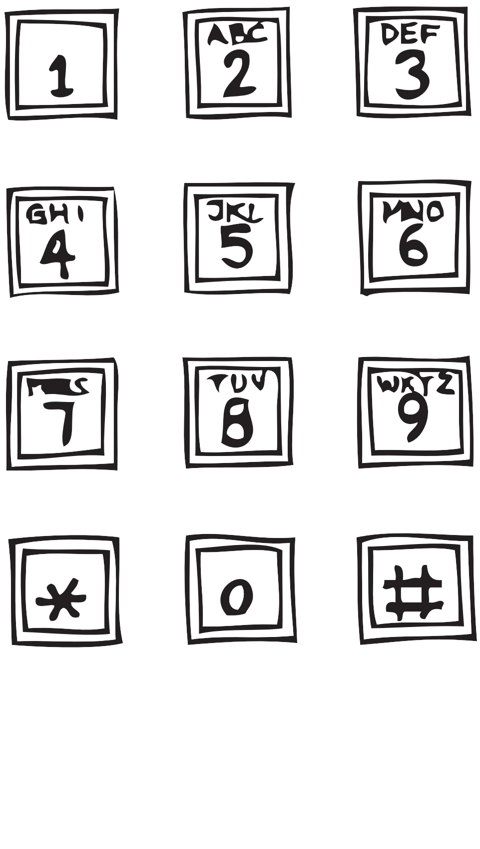
C



E



F



Aktivnost 13

Barvanje zemljevidov

Kakšno zvezo ima sestavljanje urnikov z reševanjem sudokuja bomo izvedeli, ko bomo pobarvali nekaj zemljevidov.

Povzetek

V mnogih optimizacijskih problemih imamo opravka s situacijami, ko se, recimo nekateri dogodki ne dogajajo istočasno ali pa nekatere stvari ne smejo stati zraven določenih drugih. "Šolski" primer takega problema je sestavljanje urnikov, kjer je potrebno poskrbeti, da isti učitelj ne bo istočasno na dveh koncih (ker ne more biti) in da bo v učilnici za biologijo le en razred naenkrat. Lepa matematična predstavitev tega problema je barvanje zemljevidov, na katerih dve sosednji državi ne smeta biti iste barve.

Namen

Otroci spoznajo znani problem barvanja grafov.

Vidijo, kako je mogoče probleme, ki navidezno nimajo nobene povezave z barvanjem grafov, prevesti na barvanje grafov.

V splošnem, vidijo, da se za navidez različnimi problemi lahko skriva (strukturno) isti problem, zato so lahko algoritmi za njihovo reševanje uporabni v najrazličnejših situacijah.

Otroci se tudi ponovno srečajo z grafi. Doslej smo z njimi predstavili ladijske povezave med otoki in povezave med hišami v Blatnem dolu. Tu povezave v grafih ne prikazujejo fizičnih povezav temveč relacijo "nezdružljivosti", kar je nekoliko abstraktneje od prejšnjih rab grafov.

Potrebščine

Vsak otrok potrebuje

- kopije zemljevidov, ki jih bo barval (13A, 13B in 13C; na 13C so grafi za štiri učence),
- vsaj štiri barvice (lahko tudi flomastre ipd.),
- majhne barvne oznake (koščki papirja, majhne figurice, perlice)

Dodatna navodila

Aktivnost je zasnovana tako, da se otroci najprej srečajo s problemom, ki ga ni težko razumeti, ne morejo pa poiskati njegove rešitve (če že, pa bo iskanje nesistematično in nepregledno).

Nato spoznajo navidez povsem nepovezano področje, barvanje grafov, pri čemer začnejo iz običajnega izhodišča, barvanje zemljevidov.

Nato vidijo, kako se barvanje grafov skriva za reševanjem Sudoka in, končno, kako lahko s pomočjo barvanja grafov sestavljajo urnike krožkov.

Uvodna motivacija

Otrokom razloži tole nalogo.

V neki šoli so vsi krožki ob dveh popoldan. Seznam prijavljenih je takšen:

Računalniški krožek:	Anica, Alenka, Bernarda, Cilka
Matematični krožek:	Bernarda, Ludvik, Tone, Lucija
Dramska skupina:	Anica, Cilka, Lucija, Jure
Pevski zbor:	Cilka, Ludvik, Peter
Likovni krožek:	Alenka, Martin, Jure
Košarka:	Aleš, Albin, Peter
Nogomet:	Tone, Peter, Aleš

Ravnateljica Marinka mora določiti, na kateri dan bo kateri krožek. A, prejoj, krožkov je sedem, dni pa samo pet. Poleg tega otroci ne bi radi imeli krožkov ob petkih. Je mogoče razporediti krožke od ponedeljka do četrtka tako, da se nobenemu otroku ne bodo prekrivali in bo vsak otrok lahko obiskoval vse krožke, na katere se je vpisal?

Podaj primer: računalniški in matematični krožek ne smeta biti na isti dan, saj bi rada Bernarda hodila na oba. Prav tako morata biti na različna dneva košarka in nogomet, zaradi Aleša in Petra.

Prepiši gornji seznam prijavljenih na tablo in pusti otrokom, da poskusijo sami razpostaviti krožke. Verjetno ne bo nihče prišel do rešitve. Če komu uspe, ga prosi, da opiše postopek, s katerim je prišel do rešitve. Najbrž ne bo prav preprost in sistematičen, temveč je do rešitve prišel s poskušanjem.

Ubogi geograf

Geograf Jože izdeluje zemljevide. Pravzaprav so že narejeni, mora jih samo še pobarvati. Da se bodo dežele lepo videle, jih želi pobarvati tako, da bodo sosednje dežele vedno različnih barv. Če se dve deželi dotikata samo v eni točki, pa sta lahko tudi iste barve.

Tule ima (zelo približen!) zemljevid Slovenije.

Recimo, da se odloči Gorenjsko pobarvati z rdečo. V tem primeru Štajerska in Notranjska ne smeta biti rdeči, saj meja potem ne bo razločna. Če pobarvamo Štajersko z zeleno, pa sme biti zelena tudi Notranjska. Dolenjska sme biti spet rdeča, ne sme pa biti zelena, ker sta zeleni njeni sosedi, Notranjska in Štajerska.

Geograf Jože si ne more privoščiti veliko različnih barvic, zato mu bomo pomagali vsak zemljevid pobarvati s čim manj barvami.

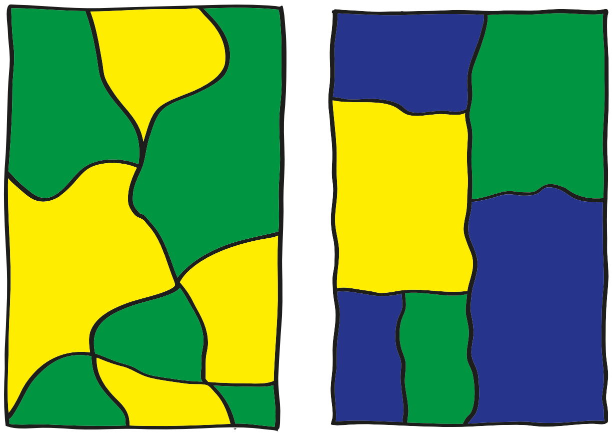
Navodila

1. Otrokom daj polo 13A, pobarvajo naj levi zemljevid. Odkrili bodo, da je zemljevide, za katere zadostujeta dve barvi, pravzaprav lahko pobarvati, saj nimajo veliko izbire: ko pobarvajo eno državo, je vse ostalo že določeno.

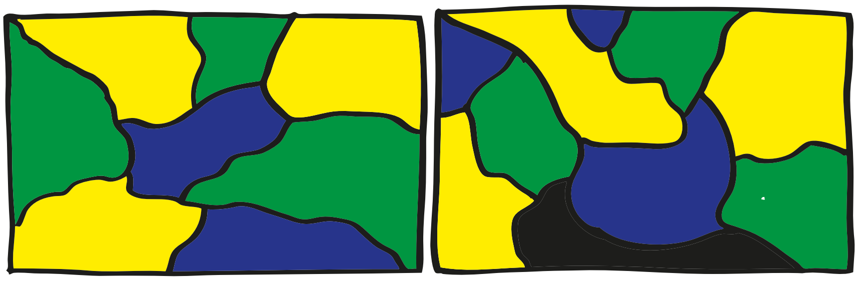
2. Nato naj se lotijo desnega zemljevida. Odkrili bodo pravila "mora biti": ko pobarvajo eno državo, morajo biti sosednje drugačne barve. Ko pobarvajo eno od sosednjih, s tem določijo barvo naslednje...

Otroci si lahko pri barvanju pomagajo z oznakami – barvnim papirjem, figuricami ipd, da jim ni potrebno radirati, kadar si premislijo. Vendar so ti zemljevidi dovolj preprosti, da to verjetno ne bo potrebno.

Za oba zemljevida obstaja le eno barvanje z dvema oziroma s tremi barvami (otroci lahko seveda uporabijo druge barve). Rešitvi sta spodaj.



3. Ko končajo s tema zemljevidoma, razdeli polo 13B. Zgornji zemljevid je mogoče pobarvati s tremi barvami, spodnji zahteva štiri.

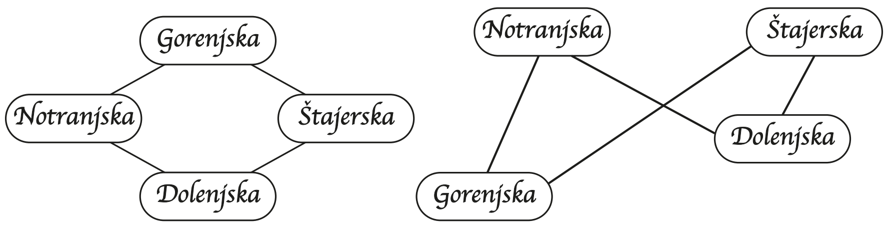


Starejše otroke lahko vprašaš, kako vedo, da so uporabili najmanjše možno število barv. Na primer, zgornji zemljevid s pole (rešitev levo zgoraj) zahteva tri barve, ker obstaja trojka držav (recimo največje tri), ki mejijo ena na drugo.

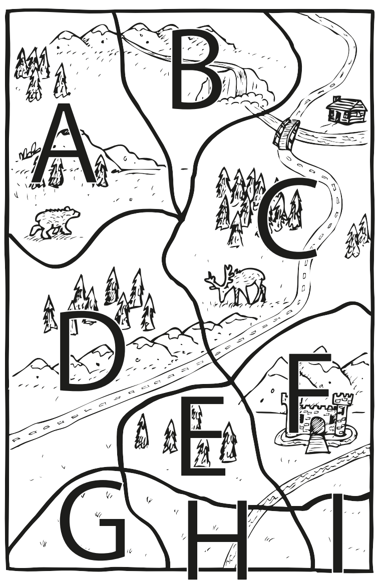
4. Otrokom, ki končajo prezgodaj, lahko predlagaš, da si izmislijo zemljevid, za katerega niti štiri barve ne bodo dovolj. Dokazano je, da je mogoče vsak zemljevid pobarvati s štirimi barvami, torej ga bo naloga za nekaj časa zaposlila. ;) Otroci bodo verjetno našli zemljevide, za katere se bo zdelo, da zahtevajo več barv, vendar se bo izkazalo, da se motijo.

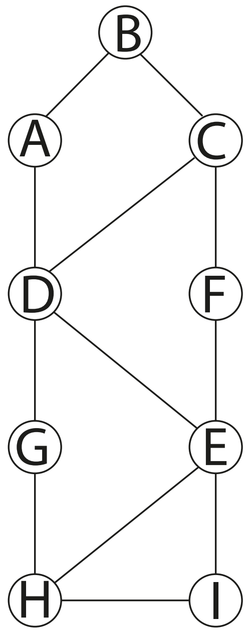
Zemljevidi, kot jih vidijo matematiki in računalnikarji

Razloži otrokom, da matematiki in računalnikarji zemljevide rišejo preprosteje. Ne zanimajo jih smreke in jelenčki, še oblike držav ne. Zanje je pomembno le, kateri dve državi sta sosedi. Namesto držav narišejo krogce ali kvadratke in povežejo tiste pare držav (se pravi krogcev), ki mejijo ena na drugo. Tako dobijo sliko, kakršni sta spodnji dve. Da, celo za to, kje je katera država, jim je vseeno: spodnji sliki sta zanje enaki, saj so enake vse povezave na njima. Takšni sliki matematiki pravijo "graf".



Namesto zemljevida barvajo krogce in pazijo, da dveh krogcev, ki sta povezana, ne pobarvajo z isto barvo. Podobno poenostavijo ostale zemljevide.





1. Otrokom razdeli graf s pole 13C. Naj ga pobarvajo. Spomni jih, da dve točki, ki sta povezani, ne smeta biti iste barve.
2. Povej, da ta graf pravzaprav predstavlja enega od zemljevidov, ki so jih barvali. Lahko odkrijejo, katerega? (Odgovor: gornji zemljevid.)
3. Pogovori se: je lažje barvati pravi zemljevid ali graf? Kaj je preglednejše? Lahko iz grafa hitreje razbereš, da potrebuješ vsaj tri barve? (Namig: glej E, H in I.)
4. Otroci naj spremenijo tudi ostale zemljevide v grafe in jih pobarvajo. Graf naj narišejo tako, da bo čim preglednejši; krogce lahko prestavljajo, kakor želijo, pazijo naj le na povezave.

Barvni sudoku

Naslednji pogovor izvedeš frontalno. V njem bodo otroci videli, kako je reševanje sudokujo pravzaprav povezano z barvanjem grafov.

Pravila sudokoja otroci najbrž poznajo. Preriši spodnji sudoku na tablo. Skupaj ga dopolnite s številkami od 1 do 4 tako, da bodo vsa števila v isti vrstici, istem stolpcu in v istem kvadratu različna. (Namig: obstaja polje, v katerem ne more biti nič drugega ko številka 3. Nato bodo našli polje, kjer je lahko le 2...)

			1
	4		
		2	
2			

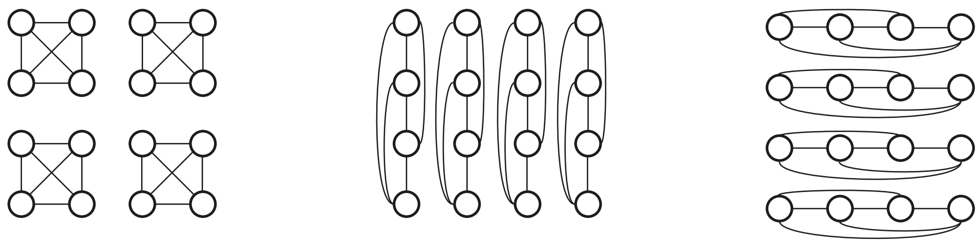
Zraven tega sudokujo nariši spodnji "barvni sudoku". Na voljo je modra, rdeča, rumena in zelena barva. Polja, ki so označena, pobarvaj, kot kaže slika. Ostala j epotrebno pobarvati tako da se v nobeni vrstici, v nobenem stolpcu in v nobenem od štirih manjših kvadratov nobena barva ne bo ponovila.

			rdeča
	zelena		
		modra	
modra			

Ko bodo otroci videli obe sliki, jih pripelji do tega, da bodo odkrili, da gre za eno in isto nalogo, le da enkrat uporabljamo številke, drugič barve. Če pozorno pogledamo, vidimo, da so vsa polja s številko 4 zelena, vse enice so rdeče... Reševanje številskega in reševanje barvnega Sudoka je ena in ista reč!

Barvanje sudokuja je enako barvanju zemljevidov. Tudi za sudoku velja, da sosednji polji ne smeta biti iste barve, vendar ima poleg tega še druge omejitve. Poskusimo prerisati sudoku v graf; namesto polj sudokuja bomo risali kroge in med seboj povezali tiste kroge, ki ne smejo biti iste barve (oziroma vsebovati iste številke).

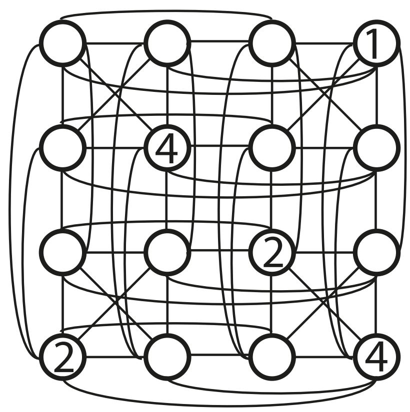
Da bomo lažje sledili, za začetek narišimo tri grafe.



Nariši levi graf in razloži, da so v njem povezani vsi pari polj v vsakem kvadratu: ta "sudoku" moramo pobarvati tako, da so barve v vsakem kvadratku različne. Čim bi uporabili dve enaki, bi bilo to očitno narobe, saj so povezani vsi pari točk. Na vrstice in stolpce pa ta graf ne pazi.

Preriši drugi graf. V njem so povezane vse točke iz vsakega stolpca. To nam preprečuje, da bi pobarvali z enako barvo dve polji iz istega stolpca.

Nariši še tretji graf. Ta je podoben drugemu, le da se ukvarja z vrsticami.



Če hočemo pravilno rešen sudoku, moramo preprečiti, da bi bili z isto barvo pobarvani dve polji iz istega kvadratka, iz istega stolpca ali iz iste vrstice. To pokažemo tako, da združimo vse tri prepovedi.

Celotnega grafa morda ne želiš v živo prerisati na tablo, zato ga projeciraj, imej na večjem papirju ali pa ga nariši že pred uro.

Da je to res ista reč, se lahko prepričamo: pobarvamo (ali oštevilčimo) kroge tako, kot smo pobarvali sudoku, pa bomo videli, da je vsak par, ki je povezan, različnih barv.

Kaj je lažje: reševati pravi sudoku ali barvati takšen graf? Pri zemljevidih smo videli, da je barvanje grafa lažje od barvanja pravega zemljevida. Tu pa je obratno: povezave v tem grafu so preveč prepletene, da bi jim lahko sledili in jih upoštevali. Reševanje sudokuja, takšnega, kakršen je, je preprostejše.

Računalniku pa je vseeno, zmeda ga ne moti. Programi, ki znajo sami rešiti sudoku (in tudi programi, ki jih sestavljajo) zato pri reševanju uporabljajo prav takšne grafe. Za "pravi", večji sudoku bi sestavil graf z $9 \times 9 = 81$ točkami in ogromno povezavami.

Če otroke zanima jim lahko poveš še, da število povezav zelo hitro narašča: v gornji sliki je 56 povezav, pri sudokuju 9×9 jih imamo 810, pri 16×16 jih je 4992.

(Če učitelj potrebuje ponovitev kombinatorike, bo za svojo domačo nalogo naračunal še, da je formula za število povezav v sudokuju s stranico n enako $n^2\left(\frac{3}{2}n - \sqrt{n} - \frac{1}{2}\right)$.)

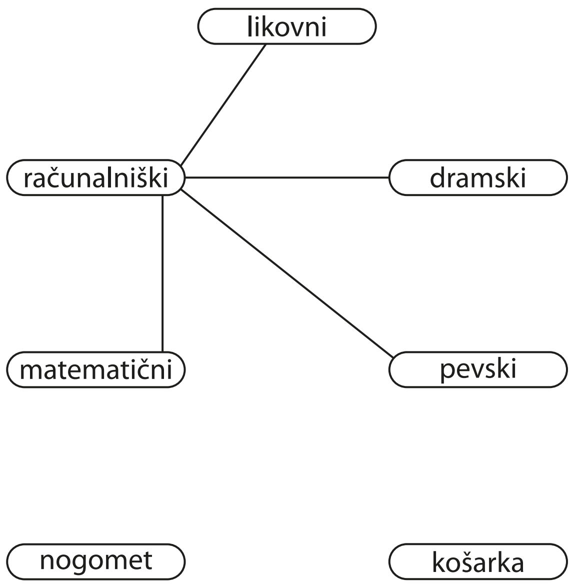
Krožki

Otroke spomni na problem krožkov.

1. Vprašaj otroke, ali mislijo, da nam to, da znamo barvati graf, kaj pomaga pri razporejanju krožkov.

2. Verjetno ne bodo videli, v čem bi bila zveza, zato jih povabi, naj narišejo graf. Krožki bodo kot "države" in dva krožka bosta povezana, če ne smeta biti na isti dan. Računalniški krožek ne sme biti istočasno kot likovni (zaradi Alenke), kot dramski (zaradi Anice) in kot matematični (zaradi Bernarde). Z nogometom in košarko ga ne povežemo, saj ni nikogar, ki bi želel tako na računalniški krožek kot na nogomet ali na košarko.

   Ob tej razlagi na tablo nariši spodnji graf. Otroci naj ga prerišejo in dodajo manjkajoče povezave.



3. Potem, ko otroci narišejo povezave vsak zase, to naredite še skupaj, da bodo videli, kako se tega sistematično lotiti. Najprej preveri, kateri krožki ne smejo biti skupaj z matematičnim, nato kateri ne smejo biti skupaj z dramskim in tako naprej. Pri vsakem krožku gledaš le krožke, ki mu sledijo na seznamu; likovni krožek, na primer, primerjaš le s košarko in nogometom, ne pa tudi matematiko, računalništvom ipd.

4. Vprašaj otroke, če zdaj znajo razporediti krožke. Glede na to, da smo se pravkar učili barvati grafe, bodo (že zaradi funkcijske fiksacije) verjetno predlagali, da bi graf krožkov pobarvali, čeprav morda ne bodo razumeli, čemu bi to služilo. Nič hudega; pusti jih, naj ga pobarvajo. Zadoščale bodo štiri barve.

5. Pojasni, kaj smo storili: vsaka barva bo ustrezala enemu dnevu. *Če dva krožka ne smeta biti na isti dan, smo ju povezali; ker sta povezana, nista iste barve, torej nista na isti dan.* Barvanje je torej vsakemu krožku priredilo dan.

6. Barve spremenimo v dneve. Naj bo, recimo, rumena ponedeljek, modra torek in tako naprej. Pojasni, da bi bil lahko ta razpored tudi drugačen – rumena bi lahko pomenila tudi sredo, torek pa bi bila rdeča...

7. Krožke nam je uspelo spraviti v štiri dni. Vprašaj učence, ali bi šlo tudi v tri? Če bi šlo: kako? Če ne: zakaj ne? (Odgovor: ne. matematični, računalniški, dramski in pevski so paroma nezdružljivi, kar se lepo vidi iz grafa. Torej mora biti vsak od teh krožkov na svoj dan.)

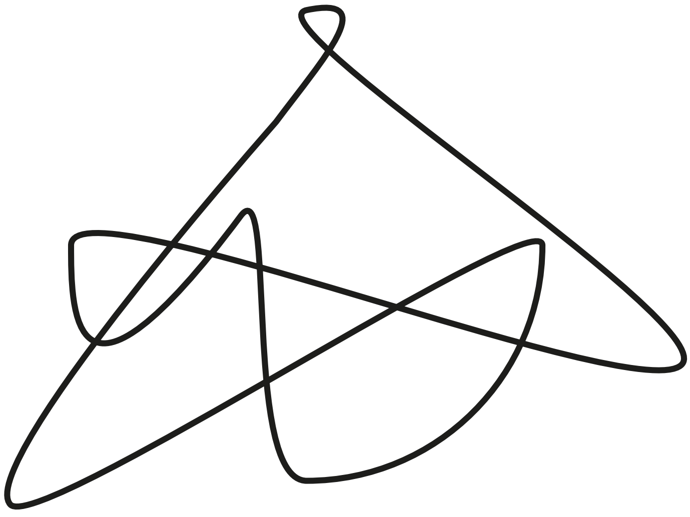
Pogovor

Barvanje zemljevidov, igranje sudoka in sestavljanje urnikov so ena in ista reč. Računalnikarjem je to všeč: če napišejo program, ki zna barvati grafe, ga lahko uporabijo za najrazličnejše namene.

Če bodo otroci razumeli, jih lahko spomniš, za kaj vse smo že uporabljali grafe. Z njimi smo najprej risali Blatni dol. Točke so ustrezale hišam in povezave so bile poti med hišami. Nato smo z njimi risali zemljevide gusarskega otočja; točke so bile otoki, povezave so bila ladijske povezave. Tokrat pa smo grafe uporabili tako, da so točke ustrezale krožkom, povezava pa je pomenila, da dva krožka ne smeta biti na isti dan. Povej jim, da so grafi zelo uporabna reč, saj lahko z njimi ponazarjamo še veliko drugih reči.

Zanimivost

Če na papir narišeš sklenjeno "čačko" (krivuljo, ki se konča tam, kjer se je začela), dobiš zemljevid, ki ga je vedno mogoče pobarvati s tremi barvami. Poskusi, pa boš videl, da je res. Če imaš kakega res nadarjenega otroka, lahko doma razmisli, zakaj je tako. (Če odkrije, mu svetuj študij topologije. ;))



Otroci lahko poskušajo narisati tudi veliko bolj zapleteno čačko, pa jo bodo vedno lahko pobarvali z dvema barvama.

Za učitelje: Za kaj gre?

Zgodba z barvanjem zemljevidov se je začela leta 1852, ko je Francis Guthrie odkril, da lahko pobarva zemljevid angleških grofij s štirimi barvami in zazdelo se mu je, da to velja za vsak zemljevid. Za problem so izvedeli matematiki in se z njim mučili več kot stoletje. Šele leta 1976 so končno dokazali, da je domneva resnična: vsak zemljevid (na ravnini) je mogoče pobarvati s štirimi barvami. Matematika in računalništvo sta polna odprtih problemov in nedokazanih domnev. Da so za reševanje tega problema potrebovali 120 let, nam je lahko v vzpodbudo, da bodo tudi današnji računalniški problemi nekoč rešeni.

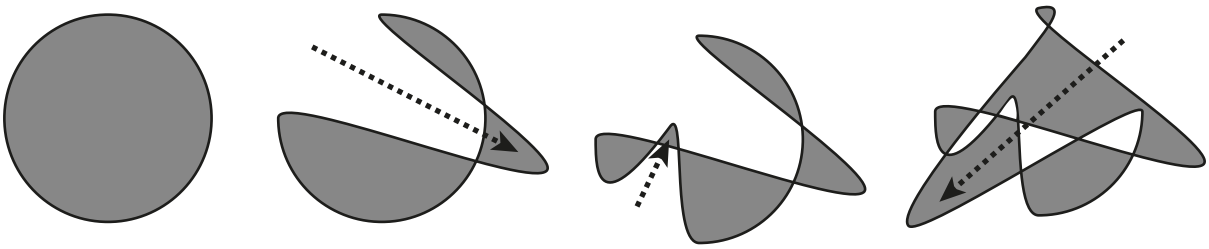
Barvanje grafov je pomemben problem zato, ker se nanj prevede kopica drugih problemih. Z otroki v tej aktivnosti spoznamo dva takšna primera: sudoku in sestavljanje urnikov. Veliko teh problemov je zelo težkih – ne konceptualno, temveč v tem smislu, da bi iskanje najboljše možne rešitve vzelo ogromno časa. Sestavljanje optimalnega urnika za šolo – recimo fakulteto, kjer si študenti lahko izbirajo predmete – bi lahko vzelo stoletja celo z najboljšimi računalniki in algoritmi.

Problem optimalnega grafa spada v razred problemov, za katere ne poznamo dobrih točnih algoritmov. Čas, potreben za iskanje optimalnega barvanja narašča eksponentno z velikostjo grafa. Približno si to lahko predstavljamo, kakor da se čas, ki je potreben za barvanje, podvoji z vsako novo dodano točko.

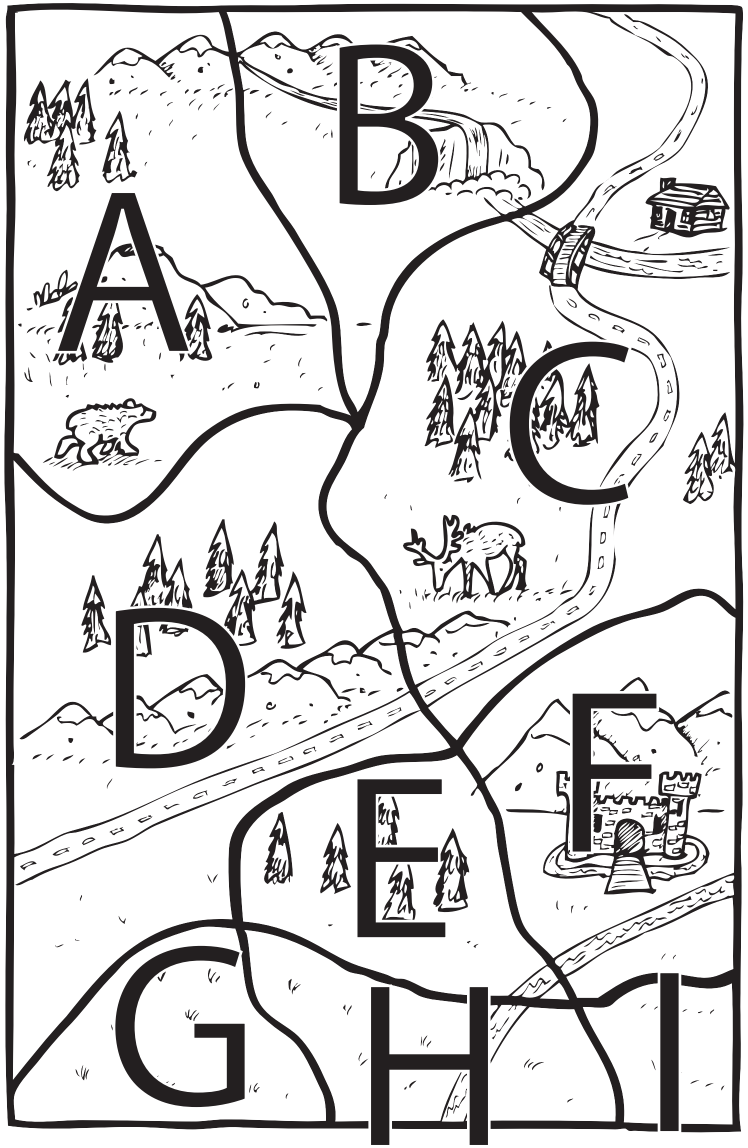
Podobnih problemov je še tisoče. Za njihovo reševanje uporabljamo postopke, ki v doglednem času dajo solidno rešitev. Ta sicer ni vedno optimalna (in celo če je, tega navadno ne vemo), zato pa jo vsaj imamo. Šola ima pač raje neoptimalen urnik, kot da mora na njegovo sestavljanje čakati celo stoletje.

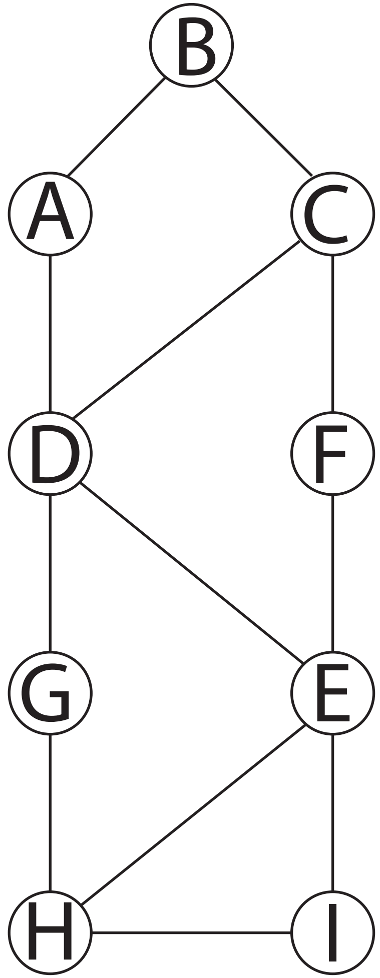
V naslednjih aktivnostih bomo spoznali še nekaj težkih problemov, na dodatkih za učitelje pa rekli še nekaj besed o naravi takšnih problemov.

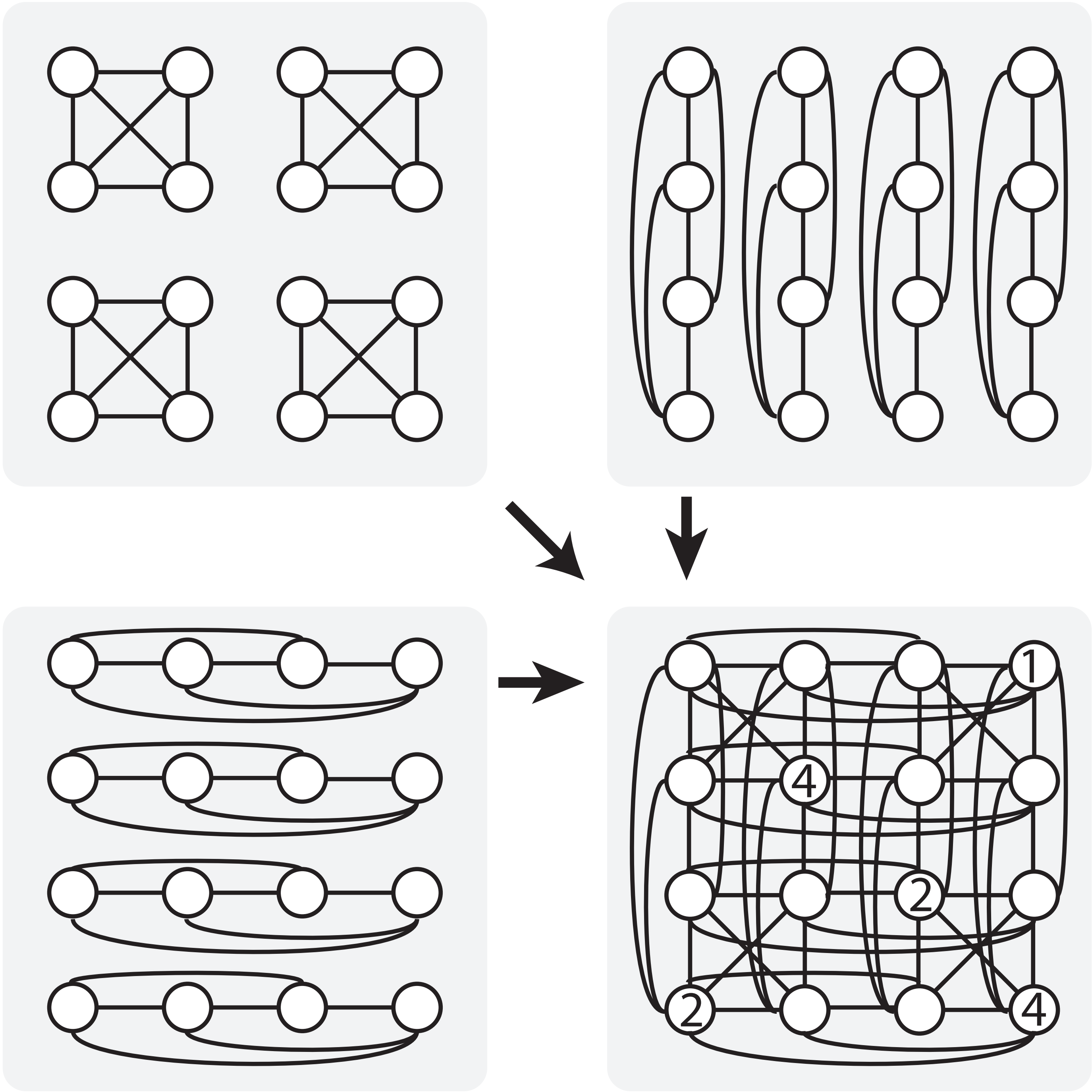
Kaj pa je s čačko? Če bi jo naredili iz vrvice in jo raztegnili, bi dobili krog. To je mogoče narediti z vsako čačko (če smo le dovolj previdni, da ne zavozlamo vrvice). Pobarvajmo krog s črno. Zdaj pa deformirajmo vrvico nazaj v čačko (praktično nemogoče, v teoriji pa seveda gre – če smo jo razvlekli v krog, jo lahko tudi nazaj). Predstavljajmo si, da je vrvica premazana s posebno snovjo, ki tistemu, prek česar jo vlečemo, spreminja barvo – belo postaja črno, črno pa belo. Zgodi se tole.



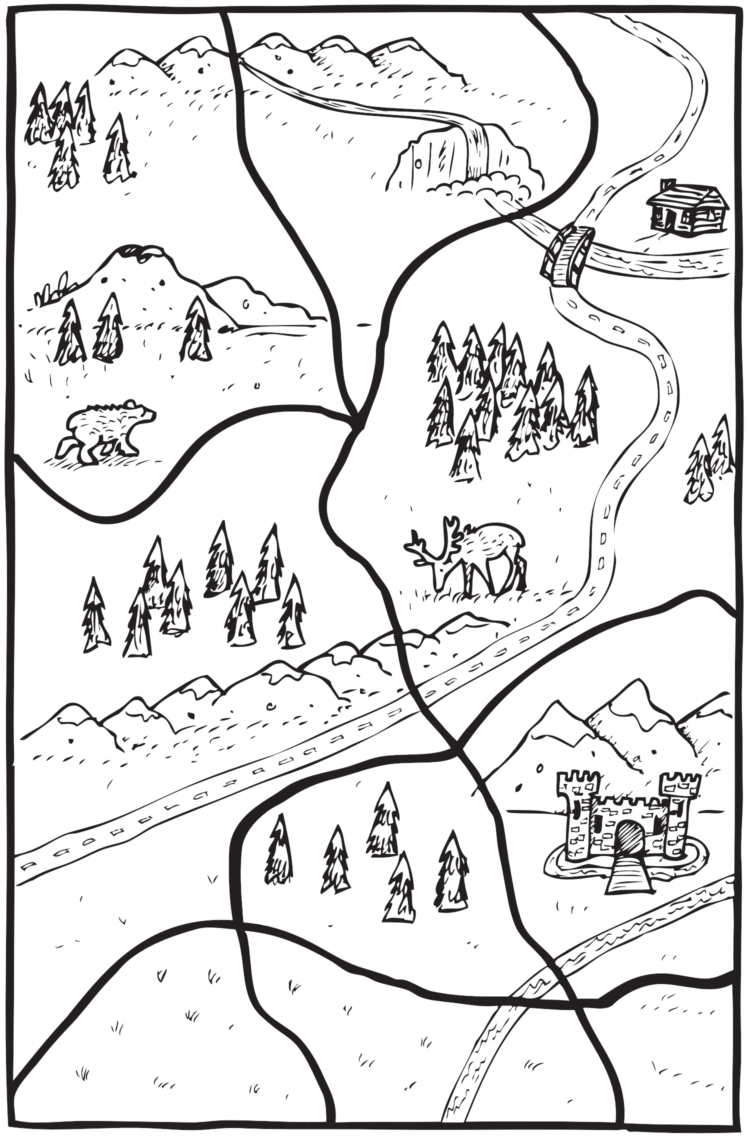
(a) (b) (c) (d)

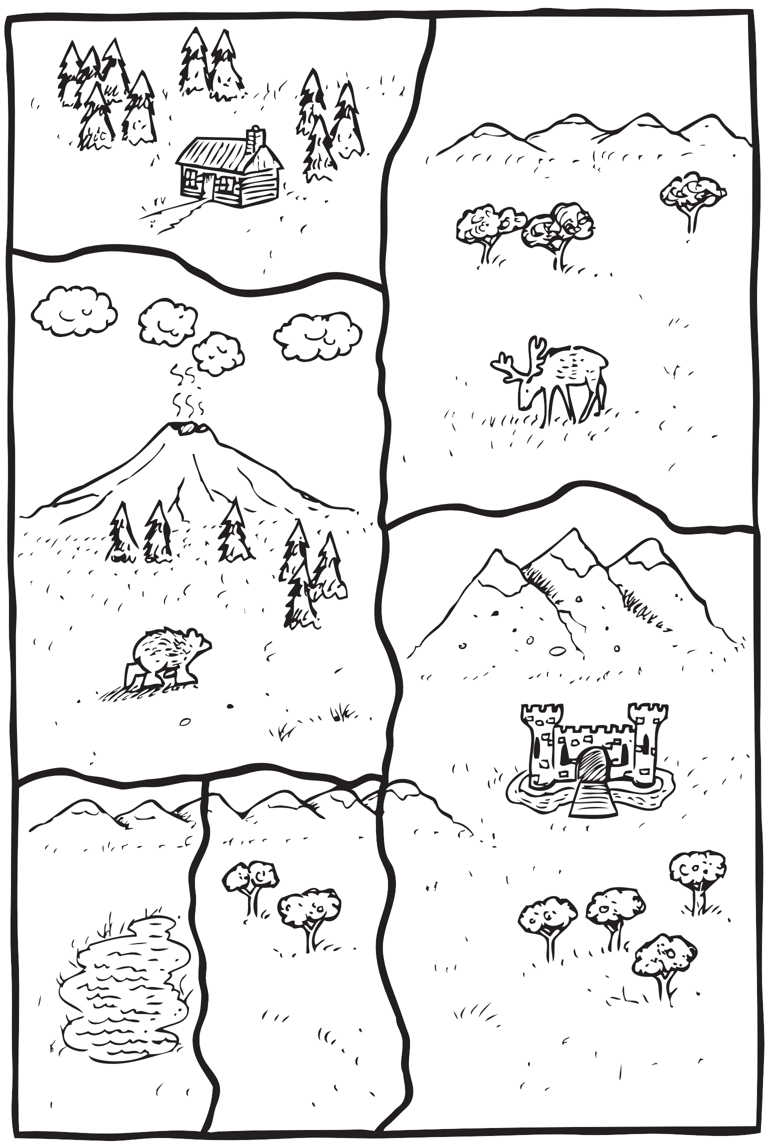

A
B
C
D
E
F
G
H
I


B
A
C
D
F
G
E
H
I

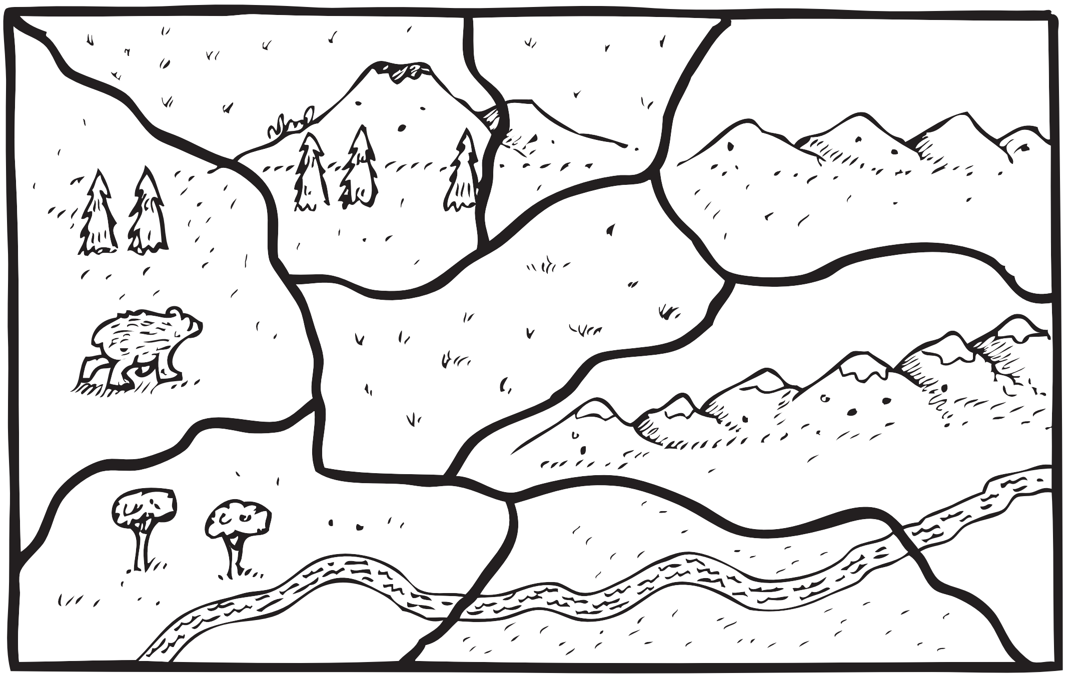

1
4
2
2
4

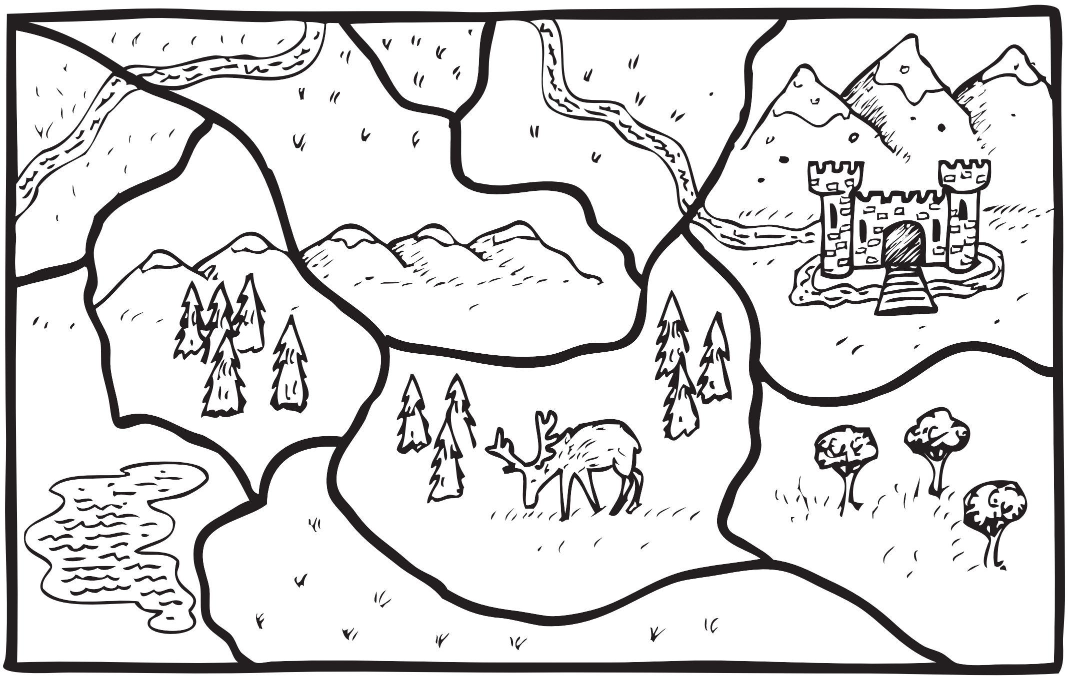
13A



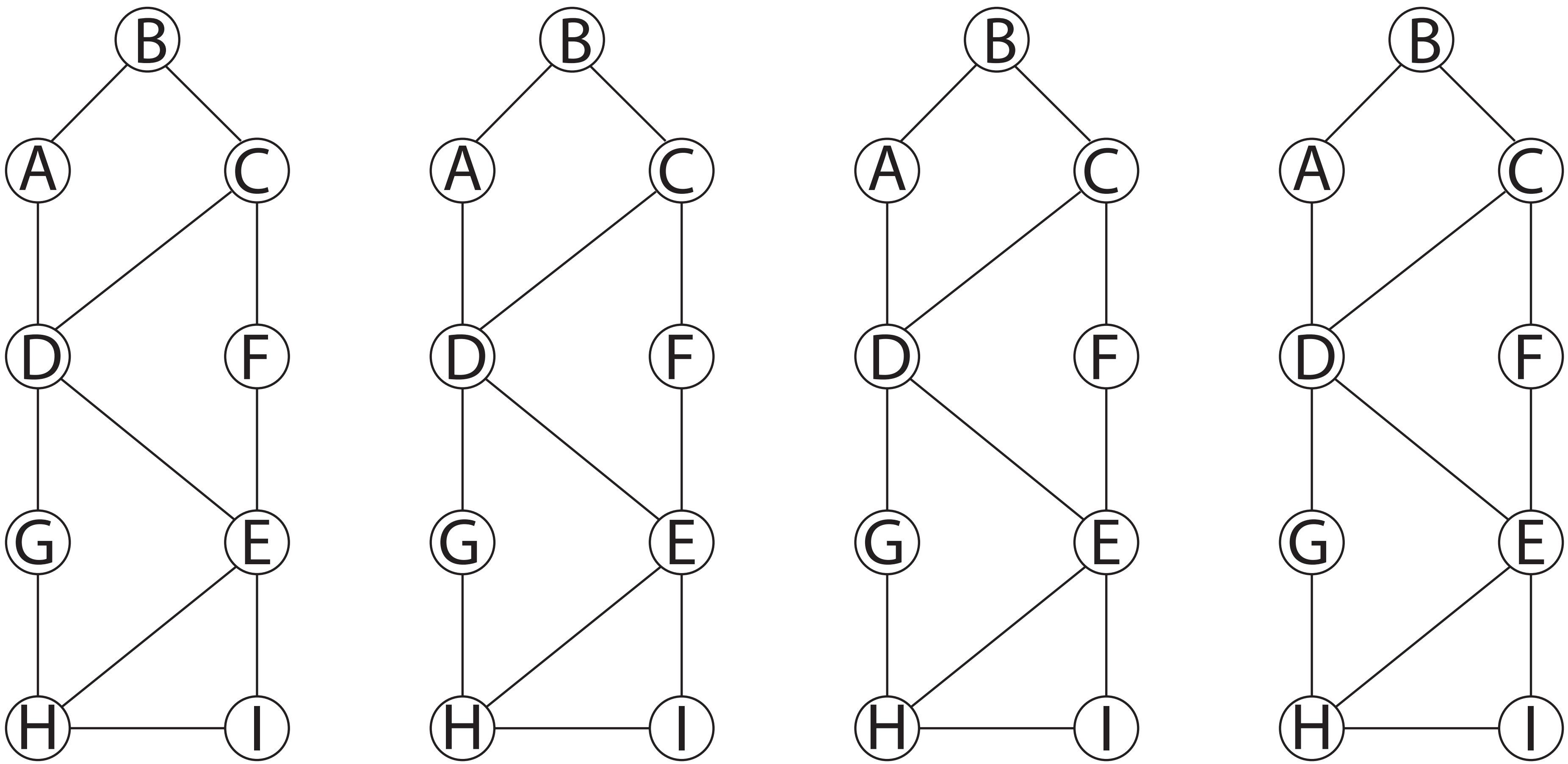


13B





13C



Aktivnost 14

Piranski sladoledarji

Sladoledarji: ko ga najbolj potrebuješ, ga ni nikjer. Raziščimo in bomo videli, da je razporejanje sladoledarjev v resnici zelo težak problem. Računalnikarji vedo povedati celo, da gre praktično za najtežji problem, kar jih sploh je.

Namen

Učenci spoznajo še en problem iz teorije grafov.

Prvič vidijo primer problema, ki ga je zelo težko rešiti; ko poiščejo določeno rešitev, ne vedo, ali je optimalna ali ne.

Vidijo, da lahko sestavijo nalogo, ki jo sami znajo preprosto rešiti, za druge pa je težka. Na ta način spoznajo koncept enosmernih funkcij. Uporabili ga bomo kasneje, pri kriptografiji.

Trajanje

Ena ura

Potrebščine

Vsak otrok potrebuje

- polo z nalogo,
- žetone, figurice ali kaj podobnega za označevanje vozlišč.

Učitelj potrebuje

- prosojnico z rešitvijo in sestavljanjem naloge.

Piranski sladoledarji

Na listu je zemljevid Pirana (morda ni najbolj natančen, morda pa v resnici sploh ne gre za Piran ;). Črte pomenijo ulice in krogi križišča.

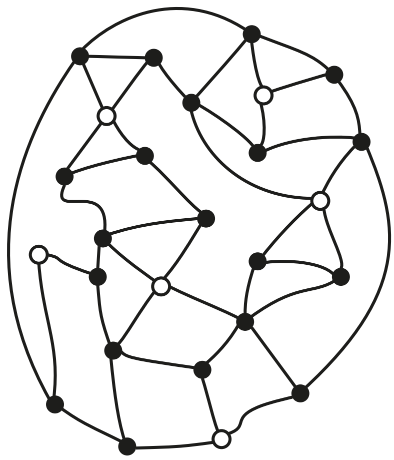
Poleti je v mestu veliko otrok, željnih sladoleda, zato bo potrebno po mestu razpostaviti sladoledarje. Radi bi jih imeli toliko, da bi bilo do najbližjega sladoleda vedno potrebno iti le do konca ulice in potem največ eno ulico naprej. Z drugimi besedami: če križišče nima sladoledarja, naj bo najbližji sladoledar vedno v vsaj enem sosednjem križišču.

Koliko sladoledarjev potrebujemo in kam jih je potrebno postaviti? Poskusi rešiti nalogo s čim manj sladoledarji.

1. Razdeli otroke v male skupine (lahko pa delajo tudi posamično), razdeli jim pole in oznake (žetone, gumbe, figurice...). Pojasni jim nalogo.

2. Pokaži otrokom, kako postavljajo oznake. Postavi oznako na eno od križišč in povej, katera križišča pokriva. Postavi še eno oznako dve križišči stran, razloži kaj si pokril in kaj je še nepokrito.

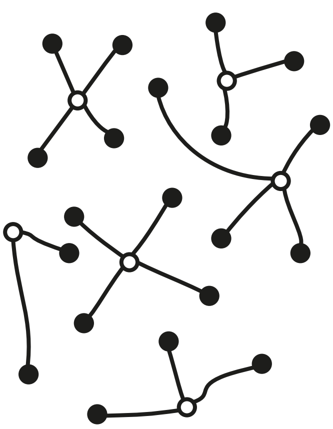
3. Otroci naj poskušajo različne razporede sladoledarjev. Ko bodo našli postavitve, ki pokrijejo vsa križišča (očitna rešitev je, da označiš vsa križišča...), jih opomni, da so sladoledarski vozički dragi in naj poskusijo zmanjšati njihovo število.



4. Čez nekaj časa lahko otrokom poveš, da je najmanjše potrebno število sladoledarjev za ta zemljevid je šest (rešitev je na desni) in jih izzovi, naj jih razporedijo. Izkaže se, da jo je še vedno težko najti in nekateri bodo obupali. Celo rešitev z osmimi ali devetimi sladoledarji je kar težko poiskati.

5. Pokaži otrokom, kako so sestavljalci sestavili nalogo.

    a. Narisali so nekaj križišč, v katerih bodo stali sladoledarji .
    b. Vsakemu križišču so dorisali nekaj križišč (pokaži sliko); očitno je, da za rešitev zadošča šest sladoledarjev.
    c. Nato so povezovali neizbrana, črna vozlišča, da so skrili pravo rešitev. Pazi, bela moraš pustiti pri miru in tudi novih ne smeš dodajati. Očitno je rešitev naloge – križišča, na katera je potrebno postaviti sladoledarje, enaka kot prej.



6. Naj si vsak otrok izmisli svoj zemljevid mesta. Nariše naj prazne kroge, doriše nove in jih pobarva, poveže

pobarvane kroge in nato pobarva še kroge, na katerih bodo morali stati sladoledarji. Nato naj si sošolci izmenjajo naloge.

7. Opozori jih, da jim je pravkar uspelo nekaj zanimivega: sestavili so naloge, katerih rešitev sami poznajo, sošolcem pa jih je težko najti. Povej, da se takšne reči pogosto uporabljajo za šifriranje besedil, ki ga bodo spoznavali čez nekaj tednov.

Pogovor

Spodnji pogovor je primeren za nekoliko starejše otroke. Za mlajše ga seveda ustrezno poenostavi.

S problemi, podobnimi temu, se pogosto srečujemo v vsakdanjem življenju: kako dobro razpostaviti poštne nabiralnike in bankomate, kje naj bodo avtobusne postaje in tako naprej. Resnični zemljevidi niso sestavljeni s trikom, zato rešitve ne poznamo vnaprej. Kako bi se lotili reševanja takšnega problema?

Na prvi pogled bi kdo rekel: pa poskusimo vse možne postavitve sladoledarjev in poglejmo, katere izmed pravilnih rešitev zahtevajo najmanj sladoledarjev. Pa poglejmo: ker imamo 26 križišč lahko postavimo prvega sladoledarja na 26 mest. Vendar nobena rešitev z enim sladoledarjem ni pravilna, torej bomo morali dodati še drugega. Tega damo na enega od preostalih 25 križišč, torej imamo že $26 \times 25 = 650$ različnih postavitev dveh sladoledarjev. No, ni tako hudo, vsako postavitev smo šteli dvakrat – enkrat smo dali prvega sladoledarja na križišče A in druge na križišče B, drugič pa obratno. V resnici je postavitev dveh sladoledarjev 325. Vendar tudi dva nista dovolj. Izkaže se, da je različnih postavitev treh sladoledarjev že 2600, štirih 14.950, petih 65.780, šestih pa že 230.230. Vseh postavitev z enim, dvem, tremi, štirimi, petimi ali šestimi sladoledarji skupaj je 313.912.

Vidimo, da številke hitro naraščajo. V mestu s stotimi križišči lahko dvajset sladoledarjev postavimo že na več kot 10^{20} načinov (to je 1 in dvajset ničel). Otrokom napiši to številko (z vsemi ničlami), da bodo videli, kako brezupna bi bila ta naloga.

Podobno hudih problemov, kot so sladoledarjevi, je še veliko. Postopkom, ki takšne, težke probleme rešujejo tako, da lepo po vrsti poskusijo vse rešitve, pravimo postopki po metodi *grobe sile*. Vidimo pa, da ti delujejo le, dokler so problemi dovolj majhni.

Recimo, da imamo računalnik, ki lahko v eni sekundi preskusi milijon razporeditev sladoledarjev (v resnici tako hitrih računalnikov sploh ni!). Če mesto s stotimi križišči potrebuje dvajset sladoledarjev, bi računalnik iskal pravilno razporeditev 16 bilijonov let, to je, 16 milijonov milijonov let. To je malo dlje časa, kot je staro vesolje!

Algoritmi z metodo grobe sile so očitno prepočasni. Kako se tedaj lotiti takšnih problemov? Se spomnimo blatnega mesta? Tam smo se naučili preprostega postopka: vedno smo asfaltirali najkrajšo pot. Če je bila nepotrebna, pa smo vzeli naslednjo najkrajšo in tako naprej, dokler niso bile povezane vse hiše. (Postopkom, ki delujejo na tak način, da v vsakem koraku pograbijo tisto, kar je v dani situaciji najboljše, pravimo *požrešni postopki*.) Ne bi bilo mogoče tu narediti kaj podobnega? Morda postaviti prvega sladoledarja na križišče, v katerem se stika največ ulic, drugega v naslednje križišče z največ ulicami, razen če tam ne bi bilo potreben in tako naprej? Ne, to žal ne bi delovalo. Tudi v tem primeru ne: v najboljši rešitvi v križišče, v katerem se stika največ, pet ulic, sploh ni bilo potrebno postaviti sladoledarja!

Kako pa tedaj? Imamo kak drug postopek, ki nalogo reši v doglednem času. Odgovor je zanimiv: nimamo in ne vemo, ali ga samo še nismo odkrili, ali pa je v resnici nemogoče izumiti boljši postopek.

Za kaj gre?

Tako kot iskanje optimalnega barvanja grafov je tudi iskanje optimalnih položajev sladoledarjev (ali, kot se problemu reče v matematiki, problem dominantne množice vozlišč, *dominating set problem*) NP-poln problem.

Kaj so NP-polni problemi? Obstajajo problemih, ki jih je možno rešiti v linearnem času: če imamo dvakrat večji problem (recimo dvakrat več točk), za reševanje potrebujemo dvakrat toliko časa. Imamo probleme, ki zahtevajo kvadratni čas: kakorkoli zvito si izmislimo algoritem, bo za dvakrat večji problem potreboval vsaj štirikrat več časa, za, recimo, šestkrat večji problem pa šestintridesetkrat. Nekateri algoritmi zahtevajo kubični čas in za dvakrat večji problem potrebujejo osemkrat daljši čas. Lahko si predstavljamo algoritem, pri kateri bi bil čas izvajanja sorazmeren sedemnajsti potenci velikosti problema, n^{17}.

Za takšne algoritme pravimo, da zahtevajo polinomski čas. In to smo še pripravljeni požreti. Takšnim problemom pravimo, da spadajo v razred P, to je razred problemov, ki so rešljivi v polinomskem času. Problematični pa so algoritmi, ki zahtevajo eksponentni čas, npr. 2^n. Pri teh se čas reševanja podvoji z vsako dodatno točko.

Problem sladoledarjev je že takšen. Če ga rešujemo z grobo silo, se (z malo zaokrožanja) čas reševanja pomnoži z vsakim dodatnim križiščem oziroma sladoledarjem.

Skočimo (a ne pregloboko!) v teorijo. Recimo, da od nekod dobimo domnevno rešitev problema sladoledarjev. Ali je rešitev pravilna ali ne, lahko hitro preverimo: gremo po križiščih in za vsakega preverimo, ali ima svojega sladoledarja ali pa sladoledarja na koncu ene od ulic. Čas reševanje narašča linearno z velikostjo problema – dvakrat več križišč bi nam vzelo samo dvakrat več časa. Čas *preverjanja* rešitve je torej polinomski.

Alan Turing, eden začetnikov teorije izračunljivosti, ki se ukvarja s tem, kakšne probleme je mogoče rešiti in v kakšnem času, si je izmislil stroj, ki ga danes imenujemo nedeterministični Turingov stroj. Z malenkost (a ne veliko) poenostavljanja si lahko predstavljamo, da nedeterministični Turingov stroj najde rešitev vsakega problema v polinomskem času, vendar le, če znamo v polinomskem času preveriti, ali je rešitev pravilna. *Deterministični Turingovi stroji* znajo narediti vse, kar znajo običajni računalniki (in obratno, vendar le, če bi imeli računalniki neskončen pomnilnik). Nedeterminističnih pa, žal, ni in si jih je Turing kratkomalo izmislil. Nedeterministični Turingov stroj bi namreč zahteval "preroka" (angl. *oracle*), ki bi v nekaterih trenutkih stroju prišepnil, po kateri poti naj se izvaja program.

Problemom, ki jih je mogoče z nedeterminističnim Turingovim strojem rešiti v polinomskem času, pravimo NP problemi (nedeterministočno polinomski problemi). Med njimi so tudi vsi problemi, ki jih je mogoče rešiti v polinomskem času tudi z determinističnimi Turingovimi stroji ali, po domače, običajnimi računalniki. Za nekatere probleme pa ne poznamo nobenega postopka, ki bi zahteval le polinomski čas (spomnimo se še enkrat: takšnih, pri katerih čas reševanja narašča samo linearno ali sorazmerno s kvadratom, kubom, petnajsto, sedemnajsto ali katerokoliže potenco velikosti problema). Takšnim problemom pravimo NP-polni problemi (*NP-complete problems*).

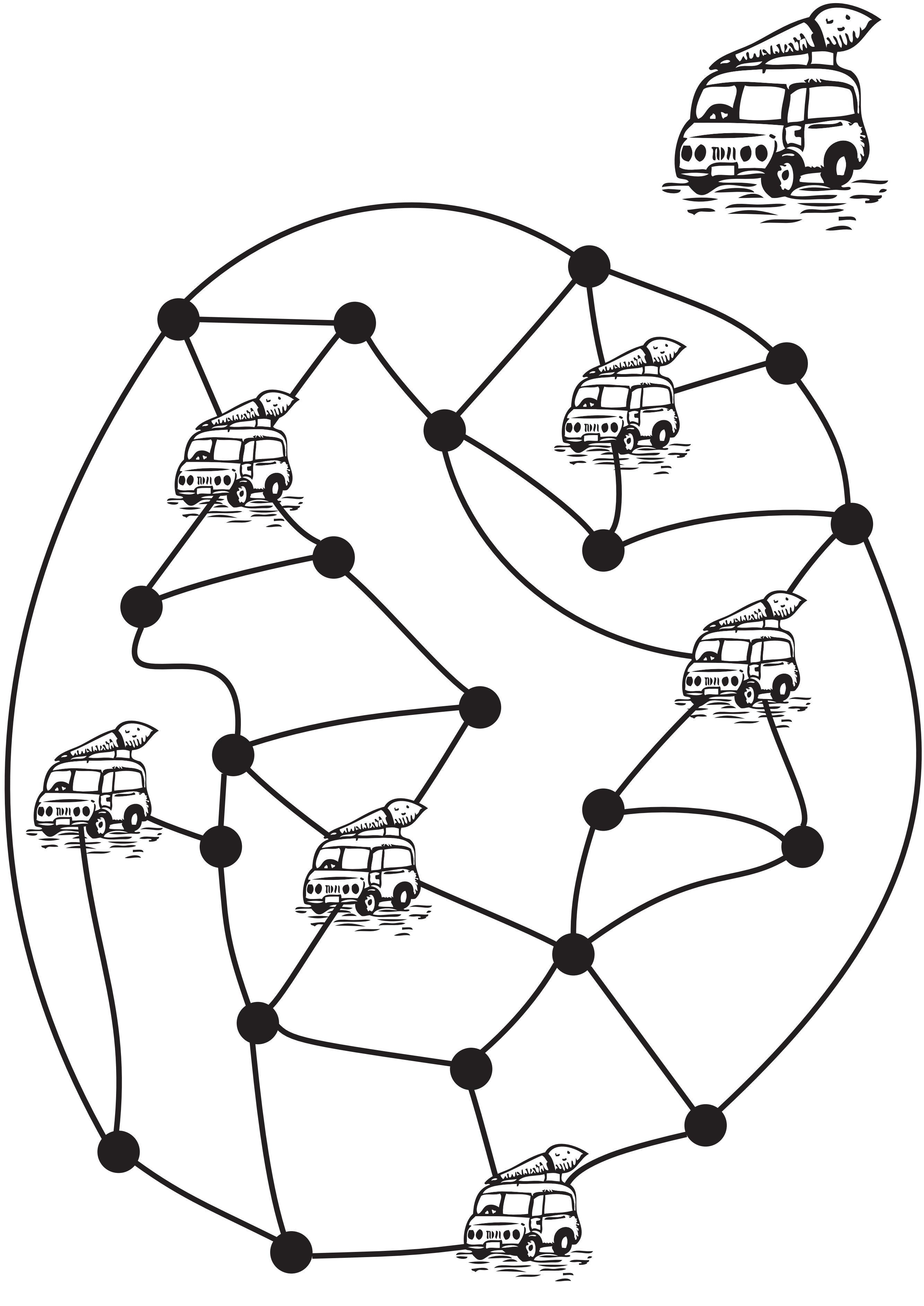
Točneje, za NP-polne probleme velja tole: problem je NP-poln, če lahko vanj (v polinomskem času) prevedemo druge probleme. Oba težka problema, ki smo ju spoznali, barvanje zemljevidov in razpostavljanje sladoledarjev, sta NP-polna problema. To pomeni, da lahko problem sladoledarjev rešimo tako, da pobarvamo ustrezno sestavljen zemljevid; barve držav nam bodo povedale, kam postaviti sladoledarje. (Pretvarjanje med problemoma ni trivialno, zemljevid, ki ga dobimo, je morda ogromen in barve je morda potrebno brati na kak zapleten način, a pomembno je, da pretvorba obstaja in zahteva samo polinomski čas.) In obratno, barvanje zemljevidov lahko spremenimo v zemljevid mesta, v katerem iz postavitve sladoledarjev uganemo barve držav na prvotnem zemljevidu.

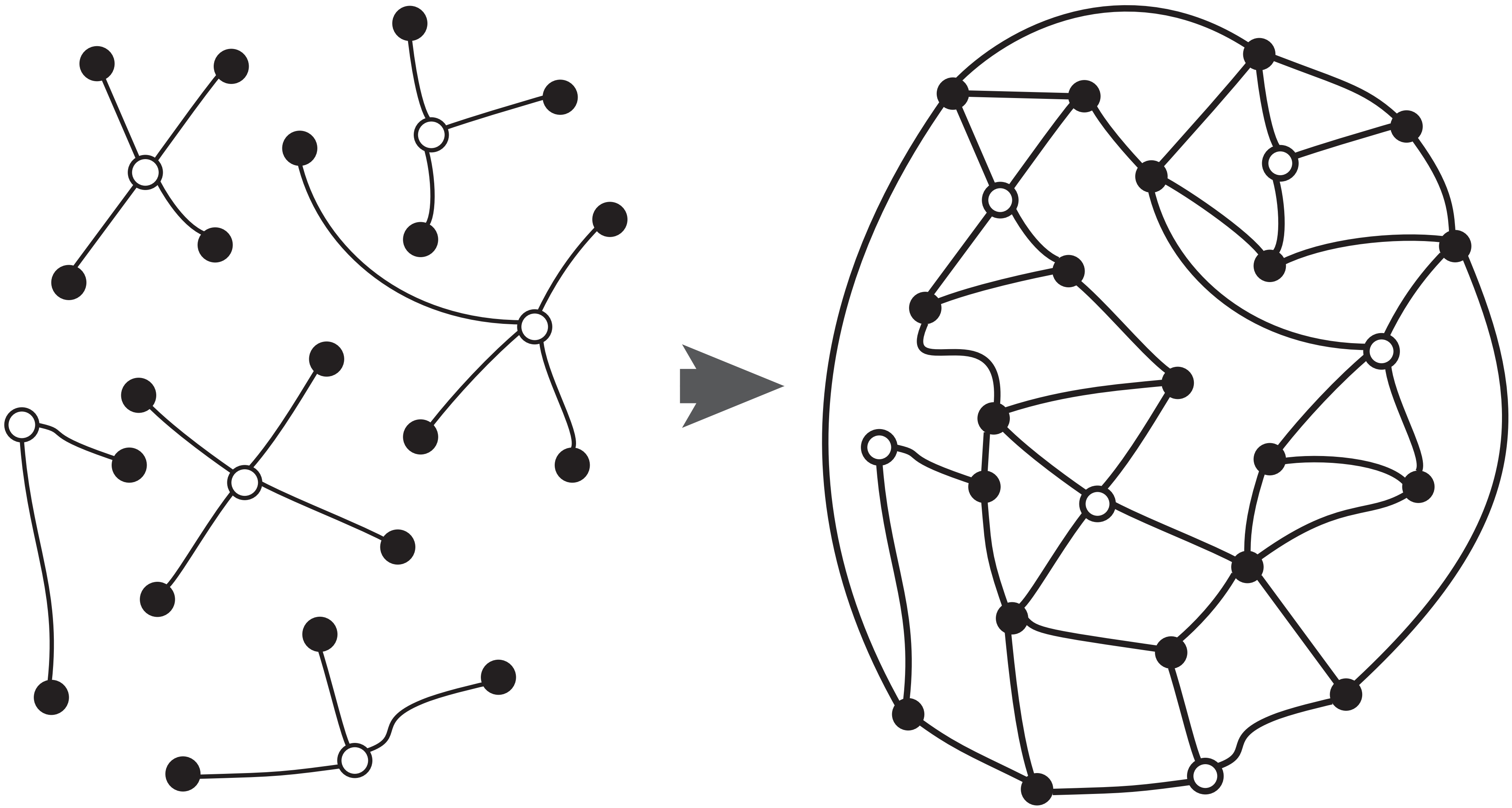
Če tole malo premislimo, smo prišli do nečesa jako zanimivega. Vsi NP-polni problemi se prevedejo en na drugega. Zveni imenitno. *Če* bi nekdo odkril postopek, ki v polinomskem času razporedi sladoledarje, bi taisti postopek lahko uporabili tudi za tisoče drugih NP-polnih problemov. Ali pa, če bi znal nekdo v polinomskem času barvati grafe. Ali pa, če bi kdo rešil katerega drugega – enega, enega samega izmed tisočih NP-polnih problemov v polinomskem času! Takoj bi postali v polinomskem času rešljivi vsi. Vsi problemi, ki so NP-polni, bi postali P-problemi. Množici NP in P bi bili enaki, NP = P.

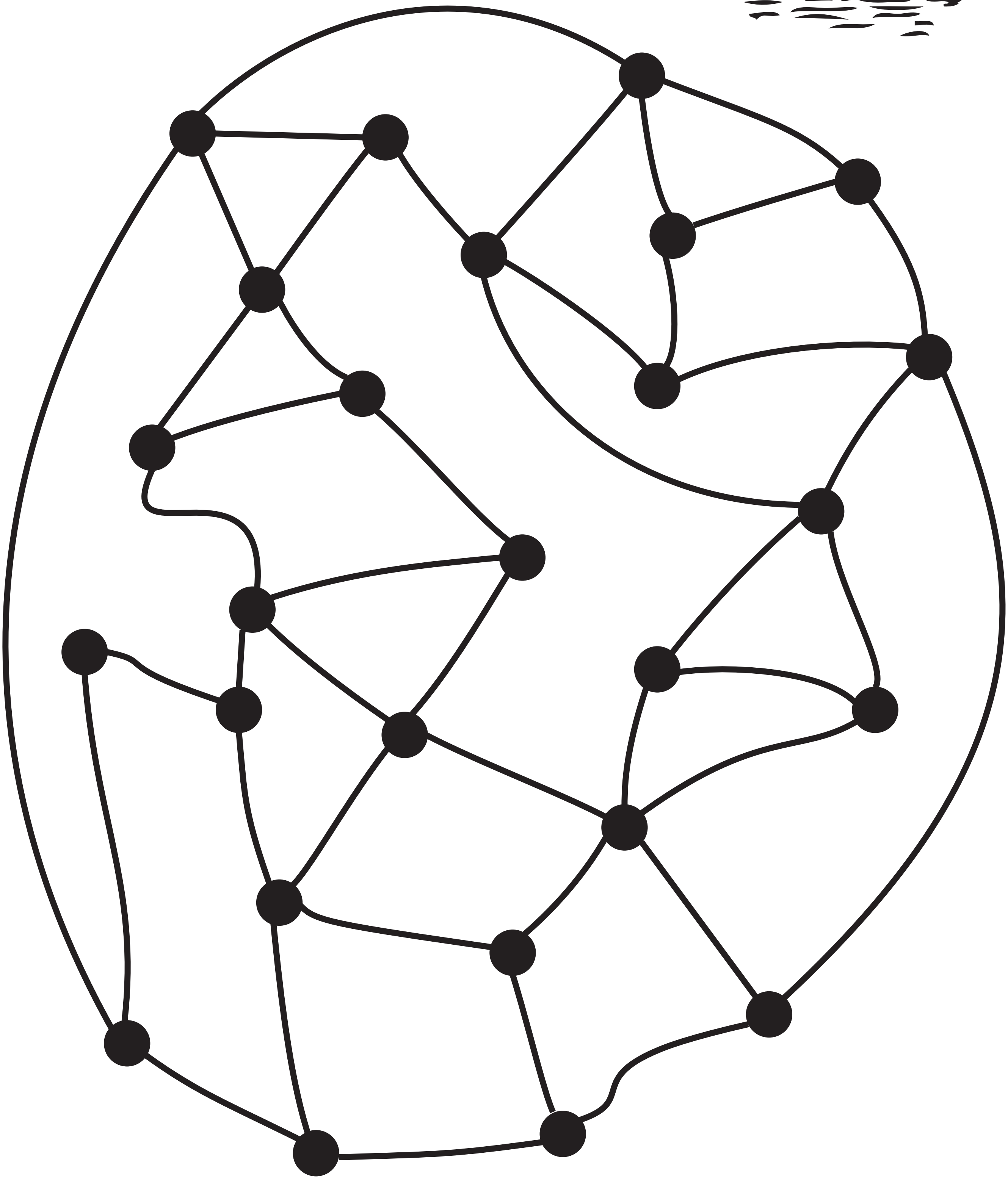
In veste kaj? Še nihče ni našel nobenega takšnega algoritma. Za niti enega izmed tisočih problemov. Dobro, potem se to najbrž ne da? Saj to je tisto: ne vemo. Tudi tega ni uspel dokazati še nihče. To je sveti gral teoretičnega računalništva. Računalnikarji verjamemo, da velja

$$NP \neq P$$

Preprosto zato, ker se nam zdi, da smo dovolj pametni, da bi nekdo že našel kak hiter algoritem za kak NP-poln problem, ko bi ta le obstajal. A dokler ne dokažemo, da je res tako, ne moremo biti prepričani.







Aktivnost 15

Gazi med igluji – Steinerjeva drevesa

Kaj je težje? Sestaviti dobro cestno omrežje tako, da izbiramo med obstoječimi cestami (kot je bilo treba storiti v Blatnem dolu) ali začeti od začetka in določiti nove ceste med kraji? Videli bomo, da je drugo veliko veliko težje.

Povzetek

Včasih že drobna sprememba iz preprostega problema naredi problem, ki ga ne znamo učinkovito reševati. Naloga v tej aktivnosti je zelo podobna Blatnemu mestu, razlika je le, da dovolimo dodajanje novih križišč. Medtem ko smo Blatno mesto asfaltirali s preprostim algoritmom, dobrega splošnega algoritma za ta problem ni.

Namen

Otroci spoznajo še en primer težkega problema.

Vidijo, da lahko majhna sprememba problema drastično spremeni njegovo težavnost.

Otroci se vadijo v geometriji, če so starejši, pa lahko tudi v računanju razdalj.

Potrebščine

Za izvedbo na prostem vsak otrok ali skupina (3-5 otrok) potrebuje

- šest klinov za šotore,
- nekaj metrov vrvice (lahko tudi volne),
- čim daljši meter,
- papir in pisalo za zapiske.

Če izvajaš aktivnost v učilnici, kline za šotore zamenjaš z bucikami, meter je lahko iz papirja ali pa otroci uporabijo kar ravnilo, potreboval pa boš nekaj, v kar bodo otroci lahko zabadali bucike. Plošče naj bodo po možnosti takšne, da lahko otroci zabodejo buciko oz. žebljiček kamorkoli in ne le na določena mesta, npr. vnaprej pripravljene luknjice. Primerni so, na primer, pluta, mehak les ali stiropor.

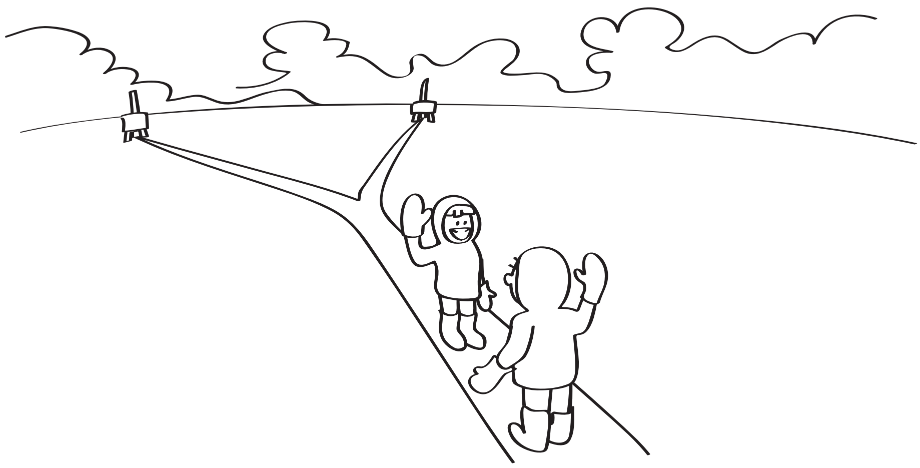
Gazi med igluji

V prejšnji aktivnosti smo razmišljali o toplem obmorskem mestu, ta pa se dogaja na zasneženem travniku. Otroci so si naredili igluje, ponoči pa je zapadlo veliko novega snega in zjutraj je čas za nove gazi med igluji. Za izziv poskušajo sestaviti poti tako, da bo

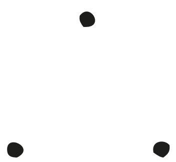
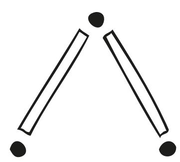
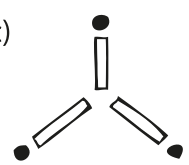
- mogoče priti do vsakega igluja, vendar
- bo skupna dolžina vseh poti čim krajša.

Naloga spominja na Blatno mesto, vendar je precej drugačna. V Blatnem mestu so bile poti že vnaprej podane, potrebno je bilo le izbrati tiste, ki jih bomo asfaltirali. Podobno je bilo z zemljevidom Slovenije: vse ceste so direktno povezovale pare mest, novih križišč nismo smeli dodajati – čeprav bi se nekam med Celje, Ravne na Koroškem, Maribor in Ptuj nemara dodati kakšnega, saj bi skrajšalo skupno dolžino poti.

Ta naloga je drugačna, saj dopušča dodajanje novih križišč. Vse poti bodo očitno ravne (igluji stojijo na travniku, torej bi z ovinki le brez potrebe podaljševali poti), umetnost pa je v postavljanju novih razpotij.

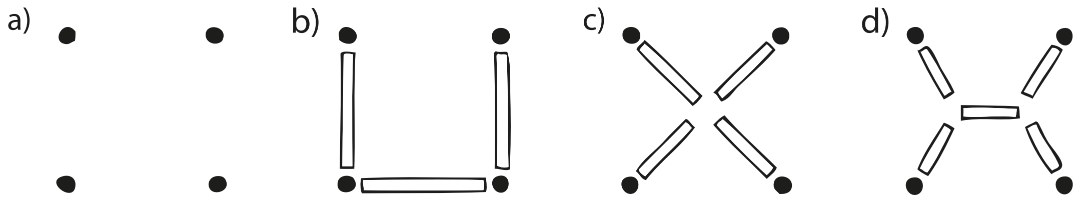


1. Otrokom razloži zgodbo. Poudari razliko med to nalogo in Blatnim dolom. Na sliki s tremi igluji jim pokaži, kako je mogoče s križiščem skrajšati pot.

a)  b)  c) 

2. Razdeli otroke v skupine po tri ali štiri. V zemljo (npr. na travniku) zabij kline v obliki kvadratov s stranico en meter (glej spodaj, slika a). Vsak klin predstavlja iglu. Otroci naj najprej preverijo, koliko vrvi potrebujejo brez dodatnih točk (3 metre, spodnja slika b).
3. Nato preverijo, kje postaviti dodatno križišče, s katerim bi skrajšali skupno dolžino poti. (Najboljše je, da ga dajo v središče kvadrata, kot kaže slika c; skupna dolžina vrvi bo 2.83 metra.)

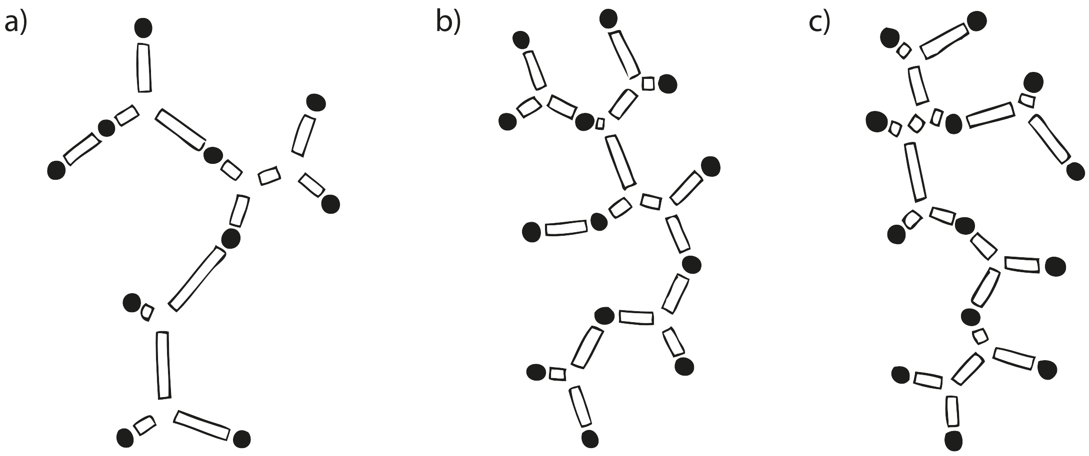
4. Predlagaj otrokom, da poskusijo z dvema dodatnima križiščema. (Če jih postavijo, kot kaže slika d, bodo potrebovali 2.73 metra vrvi.)
5. Bi šlo s tremi križišči še boljše? (Ne.)
6. Pogovori se z otroki, zakaj je problem težak. (Ker je veliko možnosti, kam postaviti dodatna križišča.)



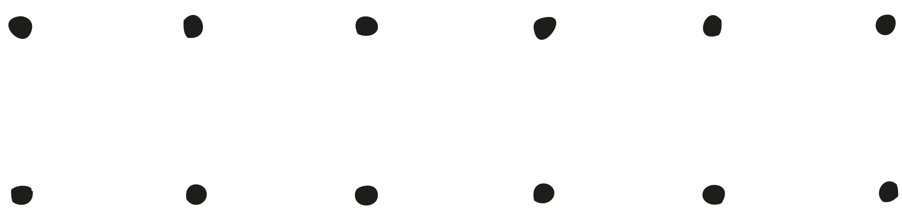
Dodatne možnosti

Otroci naj poskusijo tudi pravokotnik velikosti 1 × 2 metra. Izkaže se, da z eno dodatno točko poti le podaljšamo (namesto štirih metrov imamo 4,47 metra), dve pa pomagata (3.73 metra). Znajo otroci razložiti, zakaj dodatna točka samo škodi? (Ko raztegnemo kvadrat v pravokotnik, se brez dodatne točke razteguje le ena stranica, z dodatno točko pa vse štiri diagonale.)

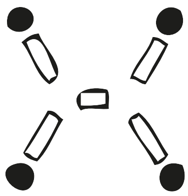
Starejši otroci se lahko igrajo tudi z večjim problemom. Dva sta objavljena na naslednjih straneh. Najboljše, da jih rešujejo na papirju in merijo razdalje z ravnilom. Rešitev prve kaže slika a, dve rešitvi druge, ki imata podobno dolžino poti, pa sliki b in c.

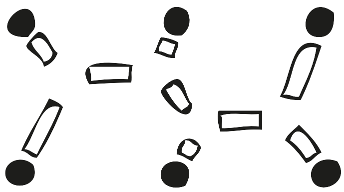


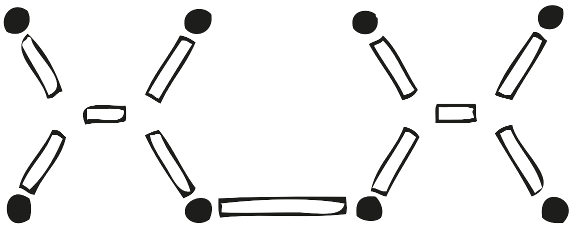
Razpostavitve v kvadrat lahko posplošimo v "lestve"; slika kaže lestev s šestimi prečkami, torej dvanajstimi igluji.

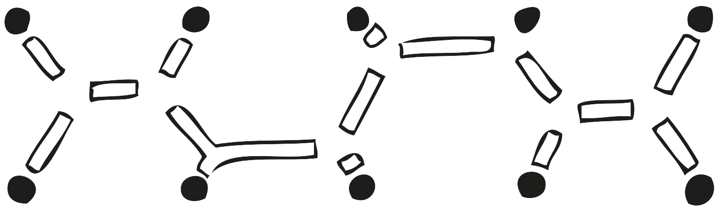


Kako povezati lestve? Rešitev za tri prečke (šest iglujev) je precej drugačna od tiste za dve vrsti (štirje igluji, kvadrat). Rešitev za štiri prečke je sestavljena kar iz dveh rešitev za dve, rešitev za šest prečk pa je kombinacija vsega doslej. Dokazati, da so to res najboljše rešitve, je kar zapletena reč.







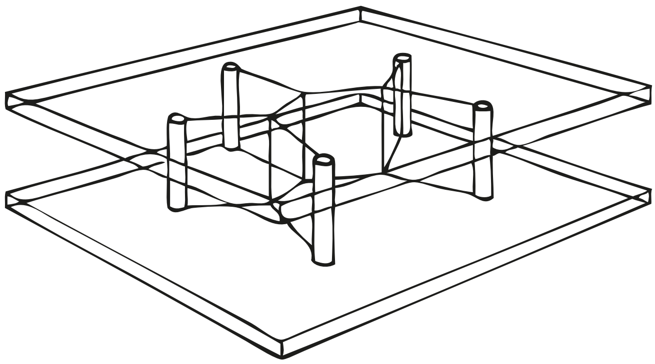


Pogovor

Problem je podoben Blatnemu mestu. Dodatna križišča si razložimo, kot da smo postavili dodatne igluje. Potem se delamo, da imamo med vsemi igluji (se pravi, med vsakim parom iglujev!) blatne ceste. Katere asfaltirati, pa se že znamo odločiti – najprej najkrajšo in potem tako naprej.

Čeprav je videti, kot da lahko problem gazi med igluji prevedemo na problem asfaltiranja cest, ki ga znamo dobro reševati, pa ne smemo spregledati detajla: kam postaviti dodatne točke? To je tisto, zaradi česar je ta problem težak.

Zanimiv je tale poskus: vzamemo dva kosa prozorne plastike, v kateri zvrtamo luknje in mednju zapičimo žeblje, razpostavljene tako, kot so postavljeni igluji. Reč potopimo v milnico in ko jo izvlečemo, se stene postavijo v obliko najkrajših poti. Vendar tudi milnica ne najde vedno najboljše rešitve: kar dobimo, je lokalni minimum, torej postavitev, v kateri bi vsaka drobna sprememba povečala dolžino poti. Utegne pa se zgoditi, da obstaja kakšna druga, povsem drugačna rešitev; če obstaja več lokalno dobrih rešitev, bomo v različnih poskusih z milnico dobivali različne rešitve.

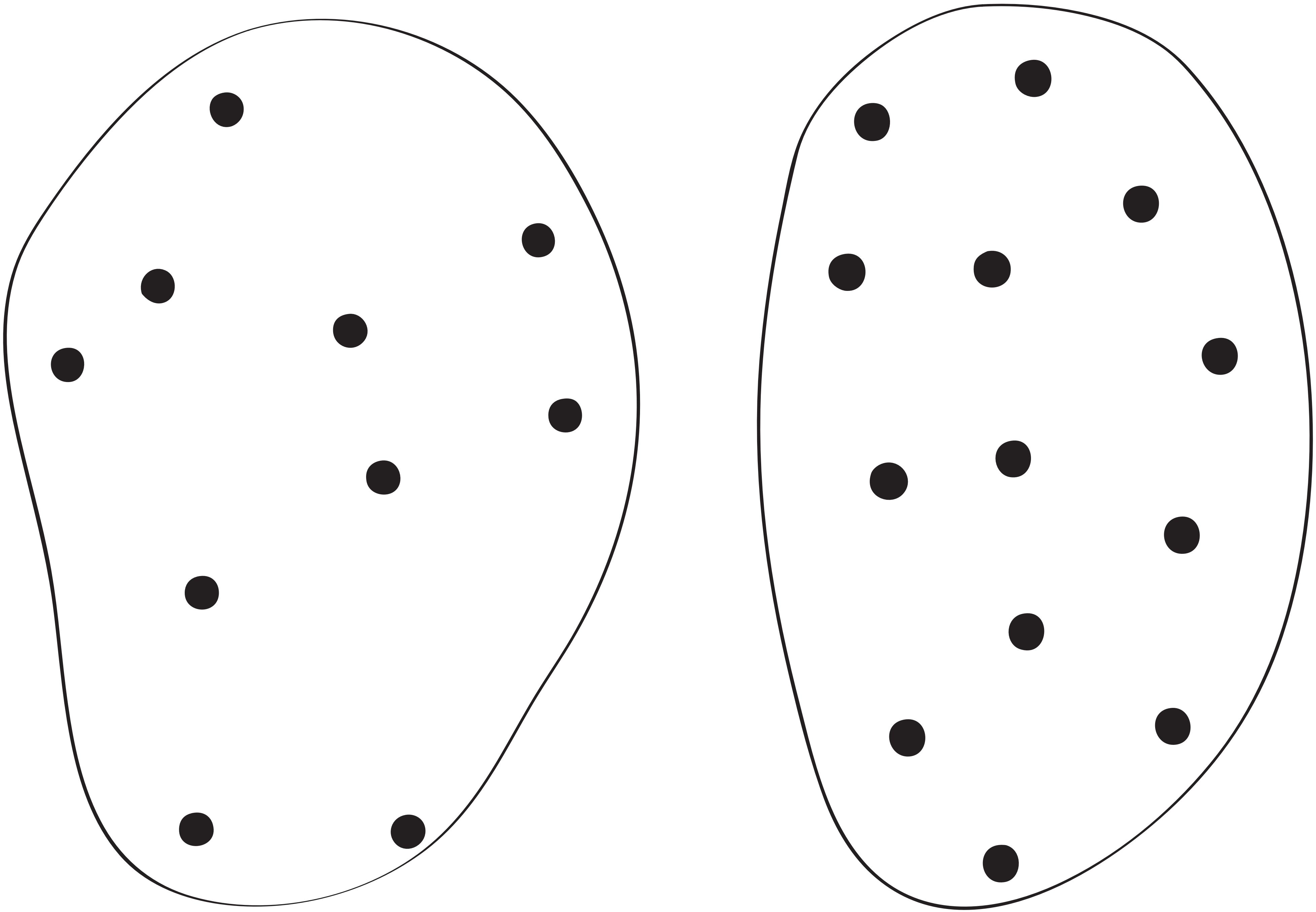


Za učitelje: za kaj gre?

Strukturi, s katero se ukvarja ta naloga, pravimo Steinerjeva drevesa. "Drevesa" pravimo grafom brez ciklov (krožnih povezav), Steinerjeva pa so zaradi Jakoba Steinerja (1796 – 1863), ki se je prvi ukvarjal s krajšanjem poti s pomočjo dodatnih točk. Dodatnim točkam (križišča si lahko predstavljamo kar, kot da smo naredili dodatne igluje) pravimo Steinerjeve.

Zanimivo je, da problem ni težak, ker ne bi mogli ugotoviti, *točno* kam je potrebno postaviti dodatne točke, temveč *približno* kam jih moramo dati. Čim imamo *približen* položaj, lahko z lokalno optimizacijo določimo *točnega*. Tako kot milnica so tudi računalniki zelo dobri v piljenju končne rešitve.

Steinerjeva drevesa so še eden izmed mnogih NP-polnih problemov. Če bi znali dobro postavljati Steinerjeve točke, bi znali tudi dobro barvati grafe in razpostavljati sladoledarje.



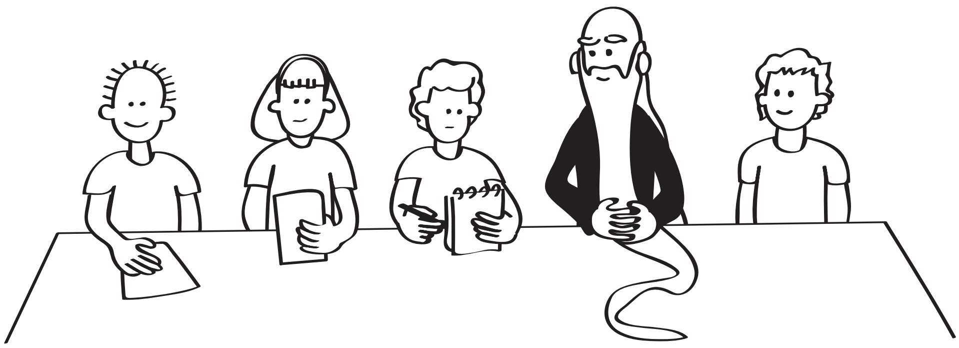
Aktivnost 16

Skupna skrivnost

Lahko skupina otrok odkrije, koliko denarja imajo vsi skupaj, če nihče noče povedati nikomur, koliko ga ima? To je posel za kriptografe, mojstre šifriranja.

Povzetek

Na internetu moramo pogosto izdati kak podatek, vendar tako, da ga nihče ne izve – niti ta, ki smo mu ga povedali. Zveni čudno in nemogoče? Recimo, da delamo anketo: imamo nekaj gospa in radi bi vedeli njihovo poprečno starost. Nevljudno bi bilo, da bi jih vprašali po njej in tudi med seboj si je nočejo zaupati. Kako naj tedaj dobimo poprečje, ne da bi poznali posamezne starosti?



Namen

Otroci spoznajo tipičen scenarij iz kriptografije: kako nekomu omogočiti, da uporabi nek naš skrivni podatek, ne da bi mu ga pri tem razkrili.

Potrebščine

Vsaka skupina otrok potrebuje

- kupček bankovcev (npr. iz monopolija ali natisnjene s pole)
- blokec papirja (ali nekaj listkov),
- pisalo.

Deljena skrivnost

V tej aktivnosti bodo otroci izračunali vsoto nekih "osebnih" podatkov, ne da bi drug drugemu izdali ta podatek.

1. Otroke razdeli v skupine. V vsaki skupini morajo biti vsaj trije, po možnosti pa več, recimo šest.

2. Vsakemu otroku daj nekaj "bankovcev". Količino denarja v igri prilagodi temu, kar so otroci sposobni bolj ali manj brez napak seštevati – glej nadaljevanje. Naroči, naj vsak zase skrivoma ugotovi, koliko denarja ima. Povej jim, da tega, koliko denarja imajo, ne smejo nikomur nikomur povedati.

3. Naroči vsaki skupini, naj ti pove, koliko denarja ima (torej vsi otroci skupaj). Ponovno jih opozori, da nihče ne sme nikomur izdati, koliko denarja ima. Pusti otrokom, naj malo razmišljajo in te poskusijo prepričati, da se to ne da.

4. Razloži jim, kako lahko izračunajo skupno vsoto denarja, ne da bi prekršili tvojo prepoved:
    a. Prvi otrok (v vsaki skupini) naj na listek skrivoma napiše naključno število, primerljivo s tem, koliko denarja imajo.
    b. K temu številu naj prišteje, koliko denarja ima. Vsoto skrivoma napiše na drug listek in ga da sosedu. Prvi listek skrije.
    c. Drugi otrok k temu skrivoma prišteje svojo količino denarja. Vsoto skrivoma napiše na nov listek in ga poda naslednjemu otroku.
    d. Tako naredijo eden za drugim vsi otroci v skupini.
    e. Na koncu dobi listek spet dobi prvi otrok. Ta od končne vsote odšteje naključno število: rezultat je pravilna vsota denarja.

    Za primer vzemimo, da so v skupini štirje otroci, ki imajo 85, 12, 34 in 50 evrov. Prvi na listek napiše naključno število, recimo 20. K temu prišteje 85; na nov listek napiše 105 in to poda drugemu otroku. Drugi vzame nov listek, napiše vsoto 105 in svojih dvanajstih evrov, torej 117 in ta listek da tretjemu. Tretji napiše 151 in poda listek četrtemu. Četrti na nov listek napiše 201 in ga poda prvemu. Prvi odšteje 20 in poroča, da imajo skupaj 181 evrov – kar je tudi res.

5. Na koncu dovoli otrokom, da preverijo rezultat: vsak naj pokaže svoj denar, skupaj naj ga preštejejo in ugotovijo, ali je postopek dal pravilen rezultat.

6. Če je potrebno, se pogovori tudi o tem, kako in zakaj postopek deluje – kako da so na koncu dobili pravilen rezultat.

7. Pogovori se, ali je kdo za kogarkoli izvedel, koliko denarja ima.

8. Je mogoče postopek izigrati? Se lahko dva od njih dogovorita, da bosta družno odkrila, koliko denarja ima kateri od sošolcev? Tega se verjetno ne bodo sami domislili, zato namigni: se lahko prvi in tretji dogovorita, da bosta odkrila, koliko

denarja ima drugi? (Da, očitno: od števila, ki ga je drugi dal tretjemu, odšteta, kar je dal prvi drugemu.)

9. Lahko prvi in četrti odkrijeta, koliko denarja ima drugi? Če ne, kaj pa lahko odkrijeta? (Koliko denarja imata drugi in tretji skupaj.)

Pogovor - razlaga

Kriptografija je veda o varnem komuniciranju. Včasih se je ukvarjala s tem, kako pošiljati šifrirana sporočila (to se bomo učili v eni od prihodnjih aktivnosti). Danes se ukvarja tudi s tem, kako poskrbeti za varnost na internetu – kako shranjevati gesla, da jih nepridipravi ne morejo izvedeti, kako preverjati, da sporočil, ki jih pošiljamo po internetu, kdo ne prestreže in spremeni ter podobno.

V kriptografiji moramo velikokrat reševati probleme, ki so navidez nemogoči. Pogosto se zgodi, da moramo sporočiti nekomu podatke, ki jih ne želimo razkriti. Kriptografi si zato izmišljajo zvite postopke, kot je ta, ki smo ga spoznali v tej aktivnosti. Kot smo videli, lahko tu skupina "uporabi" naš podatek, obenem pa ga ne izve.

1	2	5
10	20	50
100	200	1
2	5	5
10	10	20

Aktivnost 17

Nogometni žreb

Po prejšnji misiji nemogoče – izračunu vsote podatkov, ki jih ne poznamo, nas že čaka nova: kako pošteno žrebati po telefonu.

Namen

Otroci spoznajo enosmerne funkcije in primere problemov, ki jih rešujemo z njimi.

Spoznajo logična vrata IN in ALI ter osnovno idejo vezij.

Potrebščine

Vsak otrok potrebuje

- polo z mrežo za kodiranje,
- 25 figuric, gumbov, perlic, kamenčkov... dveh različnih barv, po možnosti bele in črne oz. svetle in temne.

Nogometni žreb

Potek

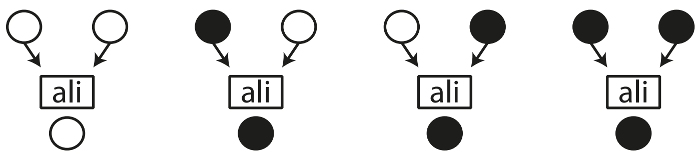
1. Otrokom razdeli pole in žetone.
2. Razloži jim spodnjo zgodbo. Računanje izhodov pri razlagi mrež (dva izhoda) opravi skupaj z otroki, pri čemer otroci sledijo na svojih polah.
3. Za računanje izhoda za pravo mrežo, ki se uporablja pri žrebanju, si izmisli razpored za prvo vrstico. Spodnjo vrstico naj otroci najprej izračunajo sami. Nato ponovite izračun skupaj, da ga bodo otroci gotovo razumeli.
4. Nato otroci igrajo igro v parih. Pari naj ne sedijo skupaj, da ne bodo mogli škiliti na pole.

Žrebanje po telefonu

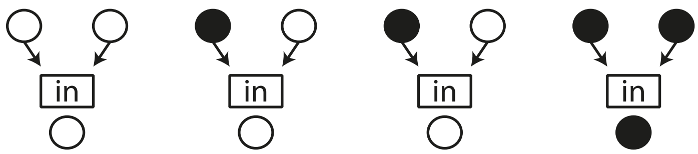
Nogometni ekipi Kranja in Kočevja bi se radi pomerili na tekmi. Vse je dogovorjeno, le, kje bo tekma, še ne. Najraje bi žrebali, recimo, metali kovanec. Ker pa se pogovarjajo samo po telefonu in elektronski pošti, imajo problem: če Janez iz Kranja reče "grb", lahko Tone iz Kočevja vrže kovanec in se zlaže, da je padla cifra. Če bo metal Tone, lahko laže Janez.

Znašla sta se na nenavaden način:izmislila sta si nekakšno mrežo z dvema vrstama "škatlic". Eni vrsti pravita škatlice "ali", drugi škatlice "in". V vsako škatlico prideta dva žetona (figurici, perlici, fižola). Žetoni so dveh barv, črni in beli.

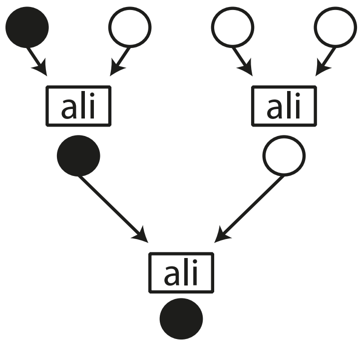
- Iz škatlice vrste "ali" pride črn žeton, kadar je črn *vsaj eden od žetonov*, ki gresta vanjo ("ali" jim pravita zato, ker je lahko črn eden *ali* drugi *ali* oba).

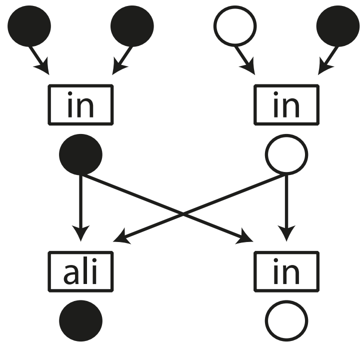


- Iz škatlice tipa A pride črn žeton samo takrat, kadar sta črna *oba žetona*, ki gresta vanjo (torej eden *in* drugi).



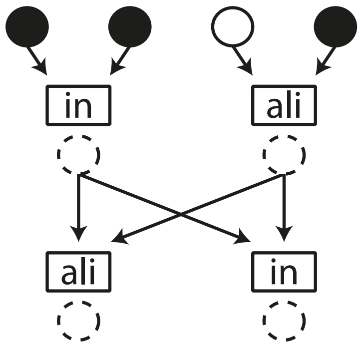
Škatlice lahko vežemo eno za drugo, kot kaže leva slika. Žeton lahko gre tudi v več škatlic hkrati; to nam pokaže desna slika.





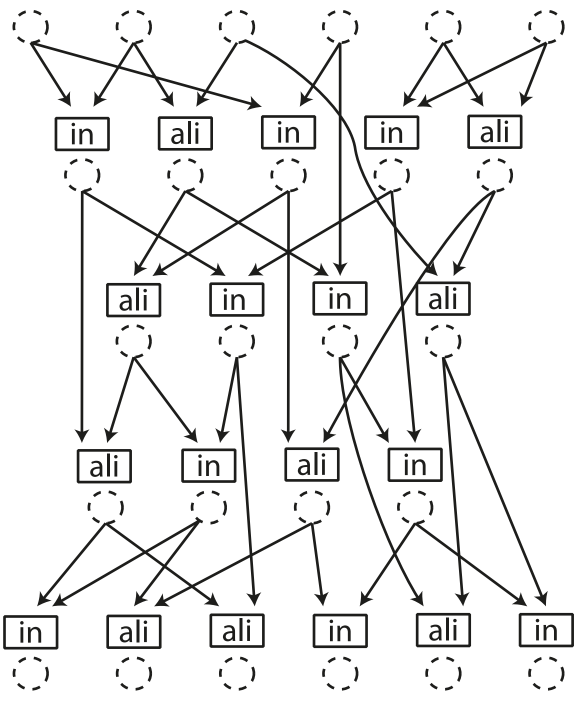
Razumemo desno sliko? Škatlici v zgornji vrsti sta "in". Leva dobi dva črna, zato da črnega. Desna nima dveh črnih, izhod je bel. Tadva žetona, črni in beli, gresta v dve škatlici. Leva spodnja je "ali": ker je eden od teh dveh žetonov črn, da škatlica na črn žeton. Desna škatlica pa je "in" in da bel žeton,.

Malo povadimo: kaj dobimo s spodnjo mrežo?



Dva črna kroga.

Zdaj pa zares: Janez in Tone sta si izmislila spodnjo zapleteno mrežo. (Večja slika je na poli, ki jo dobijo učenci.)



Dogovorila sta se, da bosta žrebala takole:

- Janez določi barve krogov v prvi vrsti tako, da šestkrat meče kovanec; za vsak grb postavi na krog črn žeton in za vsako cifro belega.
- Nato "izračuna", kaj dobi iz škatlic v zadnji vrsti. Rezultat (samo škatlice v zadnji vrsti, ne pa tudi v prvi!) pove Tonetu.
- Tone poskuša uganiti, ali je število črnih žetonov v prvi vrsti sodo ali liho. Če ugane, bo tekma v Kočevju, sicer v Kranju.
- Janez pove Tonetu ali je uganil ali ne.

Nato preverimo, da se Janez ni zlagal, takole:

- Janez pove Tonetu, barve žetonov v prvi vrsti, od leve proti desni.
- Tone izračuna rezultat škatlic v zadnji vrsti, da preveri ali je res takšen, kot je rekel Janez.

Pogovor

Kako nas postopek zavaruje pred goljufanjem?

Kako ju to zavaruje pred goljufanjem? Goljufije na eni ali drugi strani preprečuje dejstvo, da iz zadnje vrste ne moremo izračunati prve, ker škatle delujejo samo v eno smer: iz tega, kaj je prišlo v škatlo "in", ne moremo uganiti, kaj je šlo vanjo.

Bi lahko Janez goljufal in rekel, da je število črnih žetonov v prvi vrsti, recimo, sodo, čeprav je v resnici liho? Ne. Tone ve, kako so razporejeni žetoni v zadnji vrsti; če si bo Janez izmislil, da je število črnih v prvi vrsti sodo, si bo moral *izmisliti* tak razpored žetonov v prvi vrsti, da bo število črnih žetonov res sodo, zadnja vrsta pa bo takšna, kot je rekel, da bo. Tega pa ne more narediti.

Bi lahko Tone goljufal in iz podatkov, ki jih je dobil od Janeza izračunal, koliko črnih žetonov je v prvi vrsti, oziroma, kar v resnici potrebuje, ali jih je sodo ali liho število? Ne more, iz istega razloga – iz zadnje vrstice ne moremo računati prvi.

Je mogoče s postopkom vseeno goljufati?

Se zna kateri otrok domisliti načina za goljufanje? (Verjetno ne.)

Koliko je različnih možnih prvih vrstic? Na to vprašanje bi morali znati odgovoriti že po prvi aktivnosti: do koliko lahko štejemo s šestimi prsti? Do 127. Toliko je torej možnih prvih vrstic. Če si Janez ali Tone vzame čas, lahko za vsako možno prvo vrstico izračuna zadnjo. Kako si bo izmislil vse možne prve vrstice? Seveda: prav tako, kot štejemo od 0 do 127. Tule je tabela: ker smo že (skoraj) pravi računalnikarji, smo jo namesto s praznimi in polnimi krožci zapisali z ničlami in enicami.

zgoraj	spodaj	zgoraj	spodaj	zgoraj	spodaj	zgoraj	spodaj
000000	000000	010000	001000	100000	000000	110000	001000
000001	010010	010001	011010	100001	010010	110001	011010
000010	000000	010010	001010	100010	011000	110010	011010
000011	010010	010011	011010	100011	011010	110011	011010
000100	010010	010100	011010	100100	010010	110100	011010
000101	010010	010101	011010	100101	010010	110101	111010
000110	010010	010110	011010	100110	011010	110110	011010
000111	010010	010111	011111	100111	011010	110111	111111
001000	001010	011000	001010	101000	001010	111000	001010
001001	011010	011001	011010	101001	011010	111001	011010
001010	001010	011010	001010	101010	011010	111010	011010
001011	011010	011011	011010	101011	011010	111011	011010
001100	011010	011100	011010	101100	011010	111100	011010
001101	011010	011101	011010	101101	011010	111101	111010
001110	011010	011110	011010	101110	011010	111110	011010
001111	011111	011111	011111	101111	011111	111111	111111

Kdor si naredi takšno tabelo, lahko iz zadnje vrstice izve, kakšna je bila prva in je zmagal, ne? Ne nujno. Lahko se namreč zgodi, da več različnih prvih vrstic vodi v isto zadnjo vrstico. Janez in Tone morata goljufati na različne način.

Janezova goljufija: poišče dve prvi vrstici, eno s sodim, drugo z lihim številom črnih žetonov, ki obe vodita v isto zadnjo vrstico. To vrstico pove Tonetu. Če Tone ugiba, da je število črnih žetonov sodo, Janez reče, da je liho in mu pove ustrezno prvo vrstico... in obratno. Kako naj izpelje to goljufijo? Kako bo najpreprosteje poiskal zadnjo vrstico, ki izvira iz dveh ali več prvih? Če se otroci ne spomnijo sami, jih spomni, kaj so počeli ob ladjicah in urejanju. Se spomnijo telefonskih številk? Če hočemo iskati po spodnjih vrsticah, je potrebno tudi seznam urediti po spodnjih vrsticah.

zgoraj	spodaj	zgoraj	spodaj	zgoraj	spodaj	zgoraj	spodaj
000000	000000	000110	010010	011001	011010	110011	011010
000010	000000	000111	010010	011011	011010	110100	011010
100000	000000	100001	010010	011100	011010	110110	011010
010000	001000	100100	010010	011101	011010	111001	011010
110000	001000	100101	010010	011110	011010	111010	011010
001000	001010	100010	011000	100011	011010	111011	011010
001010	001010	001001	011010	100110	011010	111100	011010
010010	001010	001011	011010	100111	011010	111110	011010
011000	001010	001100	011010	101001	011010	001111	011111
011010	001010	001101	011010	101010	011010	010111	011111
101000	001010	001110	011010	101011	011010	011111	011111
111000	001010	010001	011010	101100	011010	101111	011111
000001	010010	010011	011010	101101	011010	110101	111010
000011	010010	010100	011010	101110	011010	111101	111010
000100	010010	010101	011010	110001	011010	110111	111111
000101	010010	010110	011010	110010	011010	111111	111111

Vidimo, da mreža pravzaprav ni kaj prida: zelo veliko izhodov je 011010. Če si Janez izmisli, da je bila prva vrstica takšna, da je dala zadnjo vrstico 011010, in Tone ugiba, da je število črnih krožcev liho, lahko Janez zatrdi, da na, saj je bila prva vrstica, recimo 100010. Če bi Tone stavil na sodo število črnih krožcev, si Janez gladko izmisli, da je bilo število liho, namreč 001101.

Kako pa lahko goljufa Tone? Tone lahko goljufa samo pri tistih zadnjih vrsticah, ki jih lahko dobimo samo iz ene, točno določene prve vrstice. Pri teh lahko Tone ugane prvo vrstico in prešteje pobarvane krožce. Žal tu sploh in takšnih vrstic! Vsaka spodnja vrstica izhaja iz vsaj dveh gornjih, pri čemer ima ena sodo, druga liho število črnih krožcev. Tole mrežo si je najbrž izmislil Janez!

Je mogoče postopek zavarovati pred goljufijo?

Znajo otroci najti pot mimo tega problema?

Spomniti se moramo, kako postopek preprečuje goljufanje in zakaj z njim vseeno lahko goljufamo. Deluje zato, ker se iz zadnje vrstice ne da izračunati prve. Pokvarili smo jo zato, ker smo našli način, da jo vseeno izračunamo – ne tako, da bi šli po mreži nazaj, temveč tako, da sestavimo tabelo, v kateri za vsak vhod piše, kakšen izhod da.

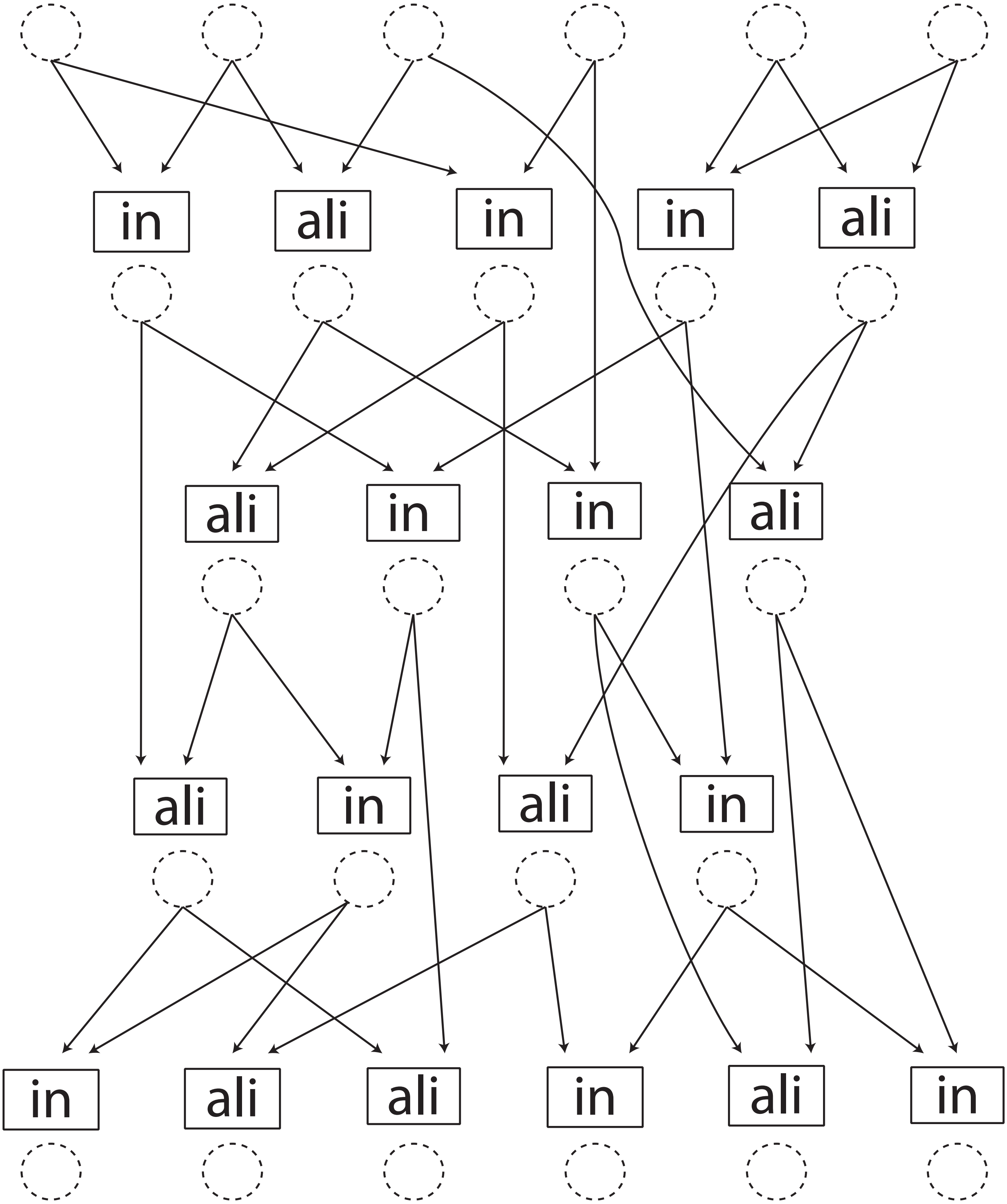
Preprečiti moramo torej sestavljanje take tabele. To naredimo kar preprosto: izmislimo si mrežo, ki nima samo šest temveč, recimo 128 vhodov. Takšna mreža ima 2^{128}, to je 340282366920938463463374607431768211456 različnih prvih vrstic. Tako velika tabela pa je prevelika za katerikoli računalnik. Če bi bilo to premalo, vzamemo 256 vhodov in dobimo
11579208923731619542357098500868790785326998466564056403945758400791
3129639936 različnih prvih vrstic.

Smo tako varni pred goljufijami? Morda, odvisno od tega, kako dobro mrežo smo sestavili. Če je mreža sestavljena tako nerodno, da je mogoče iz zadnje vrstice uganiti, kako, približno, izgleda prva. Čim jo približno poznamo, nam to pomaga, da jo bomo z dovolj truda izračunali.

Mreže, ki jih uporabljamo v resnici, vsebujejo poleg škatel "in" in "ali" še eno škatlo, ki pove, ali sta žetona na vhodih različnih barv. Poleg tega takšne mreže sestavljajo matematiki, ki že znajo poskrbeti, da je iz zadnje vrstice čim težje uganiti prvo.

Pa se to v resnici kje uporablja? Kolikokrat pa žrebamo po internetu?

Takšne mreže, ki jih lahko uporabimo v eno smer, v drugo pa ne, so osnova varnosti na internetu. Ko se računalniki predstavljajo en drugemu, si izmenjajo "podpise", ki temeljijo na enosmernih mrežah. Ko starši prek interneta plačujejo račune v banki, morajo za dostop do spletne strani uporabiti nekaj, čemur se v resnici reče "certifikat", v resnici pa gre samo za nekakšno "elektronsko osebno izkaznico", ki je spet zaščitena z enosmerno mrežo, ki jo je znal sestaviti samo ta, ki je "izkaznico" izdal. Ko kupujemo prek spleta, je povezava zaščitena pred tem, da bi, recimo, kak nepridiprav spremenil naslov, kamor naj trgovina pošlje nakupljeno robo, s pomočjo enosmernih mrež.


in
ali
in
in
ali
ali
in
in
ali
ali
in
ali
in
in
ali
ali
in
ali
in

zgoraj	spodaj	zgoraj	spodaj	zgoraj	spodaj	zgoraj	spodaj
000000	000000	010000	001000	100000	000000	110000	001000
000001	010010	010001	011010	100001	010010	110001	011010
000010	000000	010010	001010	100010	011000	110010	011010
000011	010010	010011	011010	100011	011010	110011	011010
000100	010010	010100	011010	100100	010010	110100	011010
000101	010010	010101	011010	100101	010010	110101	111010
000110	010010	010110	011010	100110	011010	110110	011010
000111	010010	010111	011111	100111	011010	110111	111111
001000	001010	011000	001010	101000	001010	111000	001010
001001	011010	011001	011010	101001	011010	111001	011010
001010	001010	011010	001010	101010	011010	111010	011010
001011	011010	011011	011010	101011	011010	111011	011010
001100	011010	011100	011010	101100	011010	111100	011010
001101	011010	011101	011010	101101	011010	111101	111010
001110	011010	011110	011010	101110	011010	111110	011010
001111	011111	011111	011111	101111	011111	111111	111111

zgoraj	spodaj	zgoraj	spodaj	zgoraj	spodaj	zgoraj	spodaj
000000	000000	000110	010010	011001	011010	110011	011010
000010	000000	000111	010010	011011	011010	110100	011010
100000	000000	100001	010010	011100	011010	110110	011010
010000	001000	100100	010010	011101	011010	111001	011010
110000	001000	100101	010010	011110	011010	111010	011010
001000	001010	100010	011000	100011	011010	111011	011010
001010	001010	001001	011010	100110	011010	111100	011010
010010	001010	001011	011010	100111	011010	111110	011010
011000	001010	001100	011010	101001	011010	001111	011111
011010	001010	001101	011010	101010	011010	010111	011111
101000	001010	001110	011010	101011	011010	011111	011111
111000	001010	010001	011010	101100	011010	101111	011111
000001	010010	010011	011010	101101	011010	110101	111010
000011	010010	010100	011010	101110	011010	111101	111010
000100	010010	010101	011010	110001	011010	110111	111111
000101	010010	010110	011010	110010	011010	111111	111111

Aktivnost 18

Kriptografija – Skritopis

Kako se lahko dva človeka – ali računalnika na internetu – pogovarjata tako, da ju nihče ne more razumeti? Saj to ve vsak otrok: tako, da sporočila zašifrirate. Že, že, kako pa se dogovorita za geslo? Če jima nekdo prisluškuje, bo izvedel tudi geslo, ne? Ne nujno: naučili se bomo, kako si zagotoviti varnost tako, da uporabljamo – javna gesla!

Trajanje

Dve uri

Namen

Spoznavanje preprostih postopkov šifriranja in njihovih omejitev. Razumevanje koncepta javnih ključev.

Potrebščine

Za vsakega učenca

- poli z nalogami iz Cezarjevega šifriranja in tabelo za Vigenerjevo šifro

Za vsako skupino (tri do šest otrok)

- Pola s preprosto mrežo za šifriranje z javnim ključem

Vir: vidra.fri.uni-lj.si; izvirnik: csunplugged.org

Motivacija

Najpomembnejši del aktivnosti, delo z javnim ključem, zahteva precej vztrajnosti in natančnosti, zato je potrebno učence dobro motivirati.

Danes bomo počeli nekaj posebej zanimivega: učili se bomo šifrirati sporočila. Naučili se bomo pošiljati sporočila tako, da jih bodo videli vsi, prebrati pa jih bodo znali samo tisti, ki so jim namenjena. Najprej bomo spoznali preprost način, ki ste se ga morda že domislili tudi sami. Potem pa bomo počeli še nekaj veliko nenavadnejšega: za šifriranje in dešifriranje sporočil navadno potrebujemo skrivne ključe, gesla. Preden nekomu pošljemo skrivno sporočilo, se moramo dogovoriti, na kakšen način ga bomo zašifrirali in s kakšnim geslom. A kaj, če je ta, ki mu pošiljamo sporočilo, nekje na internetu (ali na drugi strani učilnice): kako naj mu sporočimo način šifriranja in geslo, ne da bi ga slišali nepridipravi, ki nam prisluškujejo?

Izmislili si bomo tako imeniten način šifriranja, da boste lahko vsi vsem povedali, kako šifrirate in kakšno geslo uporabljate. Vsak vam bo lahko poslal šifrirano sporočilo, ki ga bodo videli vsi – prebrali pa ga boste lahko še vedno samo vi.

Kako – se to sploh da? Če lahko vsak šifrira sporočilo, ki mi ga pošilja, ga lahko menda tudi vsak prebere? Ne, ne. Počakajte, pa boste videli.

Stari skritopisi

Skritopis je za otroke vedno privlačen. Za začetek pokažimo nekaj starejših načinov šifriranja besedil, ki jim jih ne bo težko uporabljati. Morda so se jih domislili tudi že sami.

Cezarjeva šifra

1. Rimski cesar Julij Cezar naj bi uporabljal naslednji način šifriranja: vse A-je zamenjamo z B-ji, B-je s C-ji, C-je s Č-ji in tako naprej. Ž zamenjamo z A-jem. JOŽE IMA RAD RAČUNALNIŠTVO se tako spremeni v KPAF JNB SBE SBDVOBMOJTUZP.

   Razdeli otrokom pole s Cezarjevo šifro. Naj na enak način skrijejo sporočilo ALENKA PA MATEMATIKO!

2. Kako beremo takšna sporočila? Samo obratno zamenjavo moramo narediti: B zamenjamo z A, C z B, Č z C in tako naprej, do tega, da zamenjamo A z Ž..

   Otroci naj dešifrirajo sporočilo UPOF RB BMFOLP. (Odgovor: TONE PA ALENKO.)

3. V resnici je bil Cezar (ali pa tisti, ki mu je svetoval) še bolj pretkan. Ni vedno zamenjal črke z naslednjo. Včasih se je premaknil tudi za več črk, recimo za tri. Tako je A zamenjal s Č, B z D, C z E, Č z F in tako naprej do konca: V je zamenjal z A, Z z B in Ž s C. Če je hotel na ta način ukazati V NAPAD!, je zapisal A RČŠČG! Tisti, ki je bral sporočilo, je moral vedeti, za koliko črk ga zamakniti.

   Otroci naj preberejo sporočilo DSMZH UH JČOEHA? Lahko si pomagajo s spodnjo sliko, ki kaže, katera črka se spremeni v katero. Pri šifriranju spreminjamo črke iz prve vrstice v one v drugi, pri branju pa obratno.

   ABCČDEFGHIJKLMNOPRSŠTUVZŽ
   ČDEFGHIJKLMNOPRSŠTUVZŽABC

4. Vprašaj otroke, ali se jim zdi Cezarjev način šifriranja varen? Pogovorite se o tem, kdaj je šifriranje varno. Kako bi otroci definirali "varnost" v šifriranju? Pripelji jih do neformalne definicije varnosti: vedno moramo predpostaviti, da prisluškovalec ve, kakšen način šifriranja uporabljamo – to so stvari, ki se razvedo. Šifriranje je varno, če prisluškovalec kljub temu ne more prebrati sporočila, če nima gesla.

5. Je torej Cezarjev način šifriranja varen? Otroci naj poskusijo prebrati sporočilo na dnu učnega lista, FICDU, TDCM VI EUAŽAVD. Daj jim dovolj časa in morda bodo nekateri uspeli.

6. Če je kdo uspel, naj razloži, kako. Sicer namigni: ker je možnih premikov le toliko, kolikor je različnih črk, lahko z malo potrpežljivosti preberemo vsako besedilo. Najprej poskusimo, ali je morda zamaknjeno za eno črko: pač dešifriramo ga, kakor da bi bilo zamaknjeno za eno črko. Če dobimo kaj smiselnega, je to to. Sicer poskusimo, ali je morda zamaknjeno za dve črki. Če še vedno ne dobimo nič

smiselnega, poskusimo s tremi, štirimi in tako naprej. Če ne kasneje, nam bo uspelo pri pomiku za 24 črk naprej (ali eno nazaj, kar je eno in isto).

Skupaj preberite sporočilo FICDU, TDCM VI EUAŽAVD. (Rešitev: CEZAR, PAZI SE BRUTUSA. Besedilo je zamaknjeno za štiri črke.).

7. Brutus je bil eden od izdajalcev, ki so ubili Cezarja. Žal takšnega sporočila Cezarju ni poslal nihče. Če bi mu ga, pa bi ga Cezar najbrž uspel prebrati – če je bil res tako pameten. Sporočila, skrita s Cezarjevo šifro, je, kot vidimo, čisto lahko brati tudi brez ključa. Cezarjeva šifra torej ni uporabna za kaj drugega, kot za igro.

Vigenerjeva šifra

Spoznajmo še en način šifriranja, ki je podoben Cezarjevi šifri.

1. Otroke spomni, kje je problem Cezarjeve šifre: "geslo", ki ga je potrebno vedeti za branje, je zamik. Različnih zamikov pa je tako malo, da lahko poskusimo vse. Problem Cezarjeve šifre bomo je v tem, da moramo le uganiti zamik, pa smo zmagali. Rešili jo bomo tako, da bomo za vsako črko uporabili drugačen zamik. Lahko bi, recimo, zamaknili prvo črko za pet znakov, drugo za deset, tretjo za tri, četrte ne zamaknemo, peto zamaknemo za štiri... Takšno zamikanje bi opisali kot 5, 10, 3, 0, 4. Iz besede CEZAR bi tako nastalo GOBAU – C smo premaknili za 5 znakov (v G), E za 10 (v O), Z za 3 (v B), A za 0 (v A) in R za štiri (v R).

   Lahko pa se dogovorimo, da bomo zamikanja opisovali drugače: namesto 5 bomo rekli D, namesto 10 I, namesto 3 C, namesto 0 A in namesto 4 Č. Namesto 5, 10, 3, 0, 4 bi torej rekli DICAČ. Torej: če besedo CEZAR skrijemo s ključem DICAČ, dobimo GOBAU.

   Takšen dogovor je praktičen, ker lahko za ključ uporabimo kar besedo ali stavek.

2. Učencem razdeli list s tabelo za Vigenerjevo kodiranje (lahko pa si prihraniš kopiranje tako, da ga projeciraš, če bodo otroci lahko razbirali stolpce in vrstice na projekciji).

   Razloži, kako se uporablja tabelo. Na tablo napiši

```
D I C A Č
C E Z A R

_ _ _ _ _
```

   Črko D je potrebno premakniti za G. Poiščemo stolpec D in pogledamo, kaj je v vrstici C (ali obratno, ni pomembno). Tam najdemo črko G (napiši jo na prvo črtico). Tako nadaljujemo z ostalimi črkami.

3. Otroci naj s ključem TEGA NE POVEM NIKOMUR skrijejo sporočilo PETER JE HRENOVKE. Posebnih učnih listov ni – naj pišejo sami. Da jih ne bodo begali presledki, pa na tablo napiši

```
TEGAN EP OVEMNIKO
PETER JE HRENOVKE
_________________
```

V geslu smo ignorirali presledke in ga razpisali nad črke sporočila. Uporabili smo le toliko gesla, kot smo ga potrebovali.

Skupaj poiščite prvih nekaj črk (KJCEF...)

4. Otroci naj odkrijejo, kako beremo na ta način skrita sporočila. Recimo, da je naslednje sporočilo UMJG SJUFN skrito s ključem TUDI TEGA NE. Na tablo napiši

```
TUDI TEGAN
____ _____
UMJG SJUFN
```

Otroci naj ga poskusijo prebrati.

5. Prva črka je bila šifrirana s T in dobili smo U. Zanima nas torej, katero črko (vrstica) bi stolpec T spremenul v U. Pogledamo stolpec T in v njem poiščemo črko U. Nahaja se v drugi vrstici, torej vrstici B. Prva črka skritega sporočila je torej B.

   Skupaj z otroki poišči še drugo črko (R). Nadaljujejo naj sami.

6. Mora biti geslo (vsaj) tako dolgo kot sporočilo? Ni nujno. Po potrebi ga lahko ponavaljamo. Če imamo geslo BRUTUS in bi radi skrili besedilo DANES BO PO CEZARJU!, bomo geslo "razširili" v BRUTU SB RU TUSBRUT.

Pogovor

Otrokom povej, da so si to šifro izmislili pred skoraj 500 leti. Skoraj istočasno so se je domislili različni ljudje, po enem od njih jo danes imenujemo Vigenerjeva šifra (izg. Viženerova, gre za Francoza z imenom Blaise de Vigenère). Verjeli so, da je tako skrito besedilo nemogoče prebrati, če nimaš ključa.

Je to res? Se zdi otrokom takšno šifriranje varno? Bi lahko nekdo, ki nima gesla, prebral takšno sporočilo?

Otrokom se bo zdelo to šifriranje verjetno dovolj zapleteno, da je *prav zagotovo tudi varno*.

Razloži jim, da je s stvarjo takole. Če je besedilo dovolj dolgo, geslo pa kratko, tako da ga moramo ponavljati, obstaja relativno preprost postopek, s katerim lahko uganemo geslo in preberemo besedilo. Pred 150 leti ga je odkril Charles Babbage, ki si je, mimogrede, izmislil tudi prvi računalnik. (Vendar ta še ni bil na elektriko, temveč je bil mehanskih – namesto iz čipov je bil sestavljen iz zobatih koles, kot kaka stara ura). Tule si ga ne moremo ogledati, ker bi z daljšimi besedili izgubili preveč časa.

Če je geslo daljše od besedila, pa je postopek – kot so dokazali matematiki – popolnoma varen. Prepričani smo lahko, da besedila, zapisanega na ta način, ne more prebrati nihče.

Da je res tako, je kar lahko videti. Recimo, da prisluškovalec prestreže skrivno sporočilo ŠVIJŽ. Če je geslo IVTTB, se originalno sporočilo glasi JANEZ. Če pa je geslo MEIUU, se sporočilo glasi FRANC.

Z otroki se lahko prepričaš o gornjem. Lahko pa vprašaš otroke, kakšen bi moral biti ključ, da bi bilo originalno sporočilo PETER. Torej, kateri ključ bi zakodiral PETER v ŠVIJŽ?

Vendar zahteva varno šifriranje z Vigenerjevo kodo še dve stvari. Geslo ne sme biti smiselno besedilo, biti mora popolnoma naključno. TEGA NE POVEM NIKOMUR je slabo geslo; dobro geslo bi bilo, recimo ASJI EAIHI SBRHK. Poleg tega smemo vsako geslo uporabiti samo enkrat. Vigenerjevo geslo bo varno le, če upoštevamo ti pravili.

Vprašaj otroke, ali se jim zdi to nerodno.

V resnici je to kar precej zoprno. Takšno šifriranje je uporabno, kadar, recimo, pošiljamo vohuna v daljno deželo, predtem pa si izmislimo zelo zelo dolgo geslo (recimo kar knjigo, ki pa vsebuje le naključne črke).

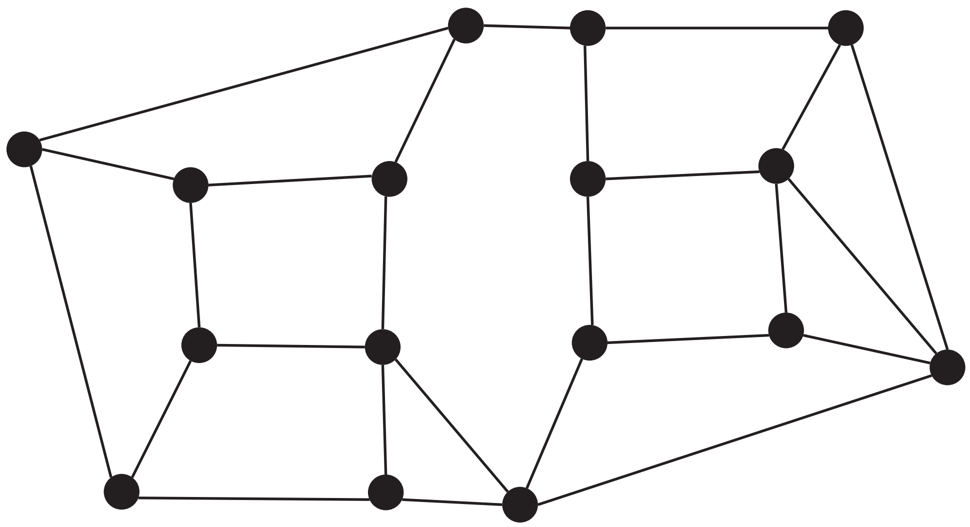
Če se hočemo začeti pogovarjati z nekom, s katerim se poprej nismo na štiri oči dogovorili za geslo, pa imamo problem. Kako naj nekomu pošljemo sporočilo, če mu moramo prej poslati geslo? Prisluškovalec bo pač najprej prisluškoval geslu, potem pa še sporočilu – pa imamo!

Je to nerešljiv problem? Za računalnikarje – posebej, če jim pomagajo matematiki – ni nerešljivih problemov.

Skrita sporočila v mrežah

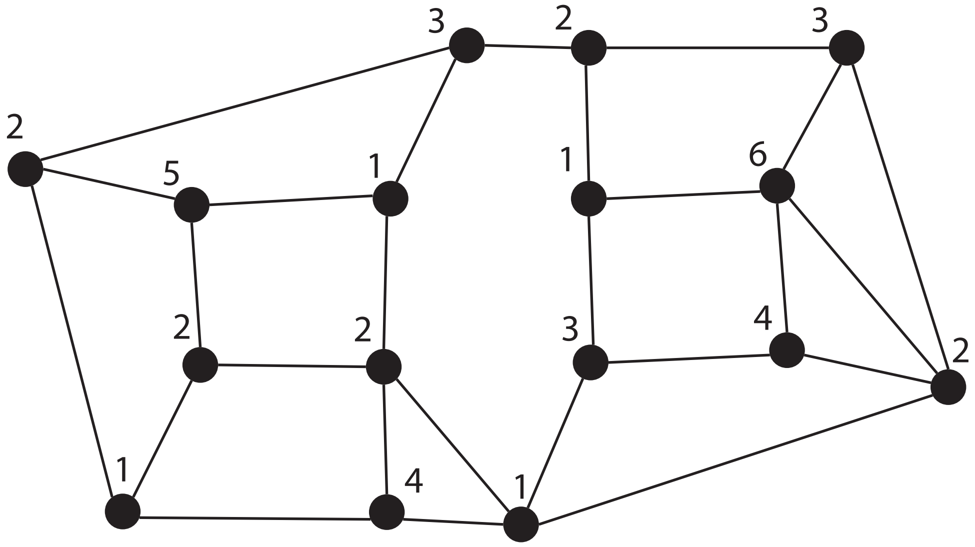
Za začetek si bomo namesto sporočil pošiljali samo številke.

Bob želi, da bi mu lahko drugi pošiljali skrivna sporočila, zato javno objavi svoje geslo. Geslo tokrat ne bo številka (zamik), kot pri Cezarjevi šifri, ali stavek, kot pri Vigenerjevi. Geslo bo mreža! Bobova mreža je takšna:



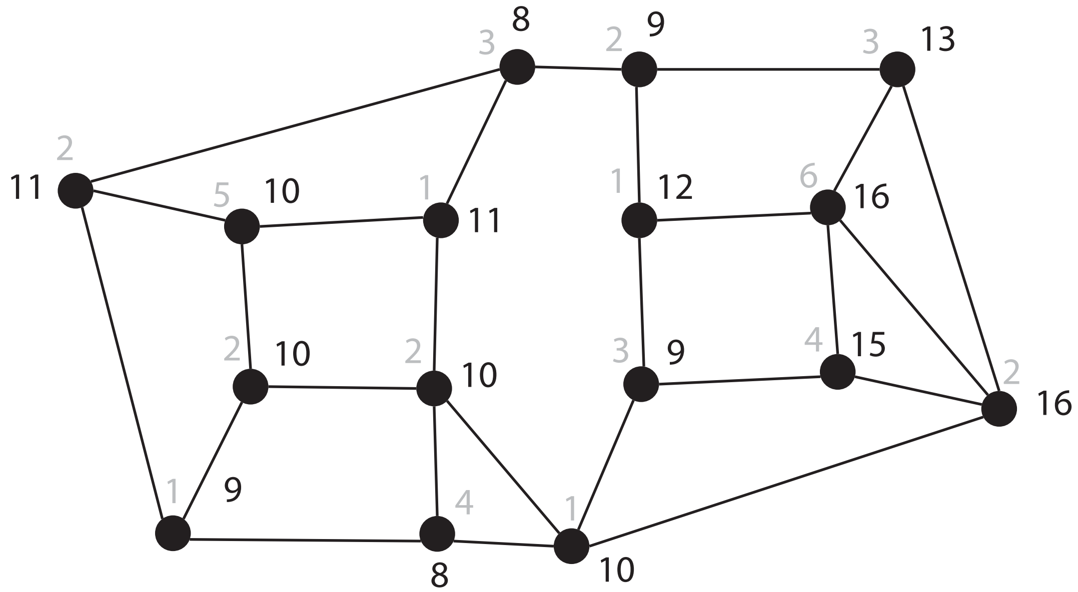
Ta mreža je javna: Bob jo lahko objavi na spletu, obesi na tablo, pošlje po elektronski pošti vsakemu, ki bi mu rad poslal skrivno sporočilo.

Če želi Ana poslati Bobu skrivno sporočilo, recimo številko 42, naredi tole. Vzame Bobovo mrežo; javna je, torej lahko pride do nje kjerkoli – recimo, da jo je Bob objavil kar na spletu, torej jo Ana pobere od tam. K vsaki točki v mreži napiše številko, tako da je vsota vseh številk 42. Uporabljati sme poljubna, tudi negativna števila. Naredi lahko, recimo, takole:



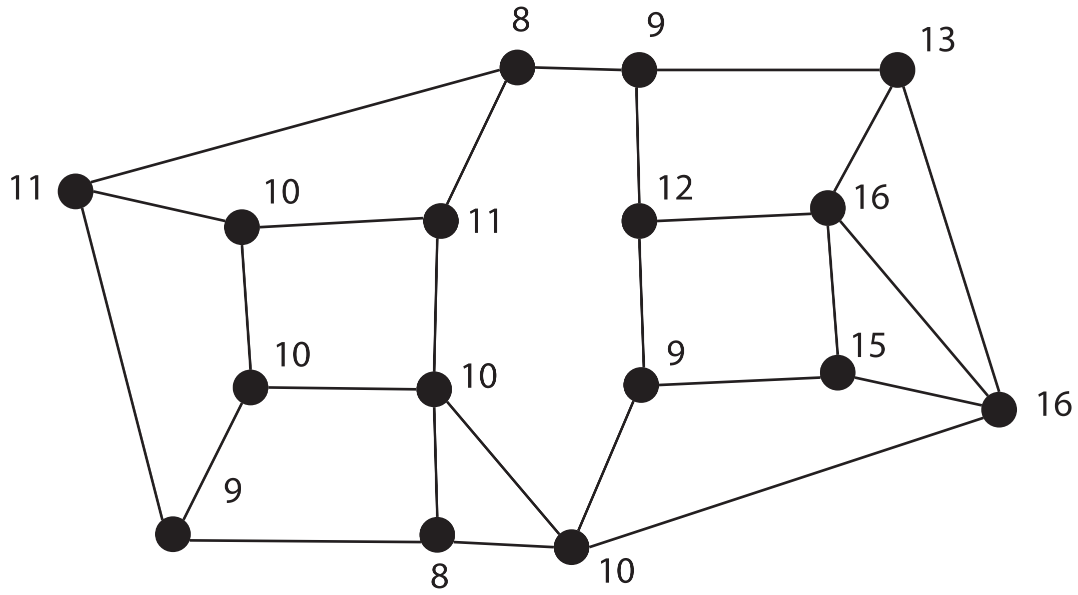
Opomba: primer po možnosti delaj z otroki. Otroci naj predlagajo svojo številko in sodelujejo pri razporejanju števil. Da se izogneš negativnim številom (tudi, če jih otroci poznajo, se jim izogibaj, ker se boš zaradi njih motil), naj bo predlagano število nekajkrat večje od števila točk, torej vsaj 40.

Nato mora Ana k vsaki točki prišteti številke v vseh točkah, s katerimi je posamezna točka povezana. Vsote napiše k točkam. Za primer: v najbolj levi točki je številka 2, točka pa je povezana s točkami, ki imajo številke 3, 5 in 1. Ana izračuna 2+3+5+1 in k najbolj levi točki zato pripiše 11. To ponovi za vse točke in dobi takšno mrežo.



Opomba: ko delaš z otroki, se utegneš kje pri seštevanju zmotiti. To ni preveč hudo, pazi le, da se ne zmotiš pri tistih štirih točkah, ki jih bo Bob v resnici potreboval v nadaljevanju zgodbe. Ko končaš računanje – vsekakor pa še preden otrokom razkriješ, kako Bob dešifrira sporočilo – preveri, ali vsota v teh štirih točkah ustreza sporočilu, ki ga je poslala Ana! Če ni, si se nekje zmotil; popravi.

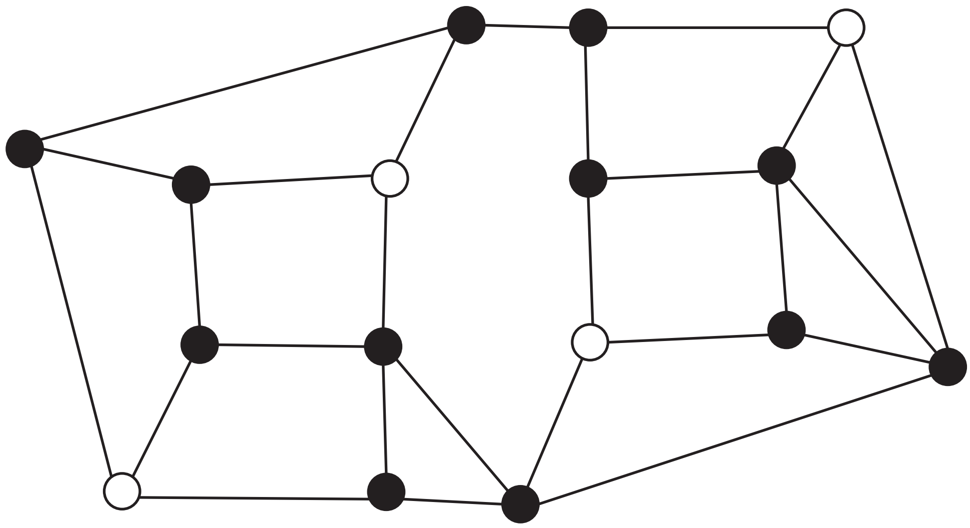
Zdaj skrbno pobriše številke, tako da ostanejo le vsote, ali pa vsote preprosto prepiše na nov list. Ostane ji tole:



Takšno mrežo pošlje Bobu.

Recimo, da Eva, ki jo srčno zanima, kaj Ana sporoča Bobu, slučajno vidi mrežo s temi številkami. Lahko iz njih izračuna številko, ki jo pošilja Ana? Ne, pa čeprav pozna Bobovo mrežo. Še več: če je Ana slučajno pozabila številko, ki jo sporoča Bobu, je iz te mreže ne more več dobiti! Čeprav je sama zašifrirala sporočilo, ga zdaj ne more več odšifrirati!

Odšifrira ga lahko samo Bob. Bob ima skrivnost. Posebno različico svoje mreže. To vestno skriva in je nikoli ne pokaže nikomur.



Če želi Bob prebrati številko, ki mu jo pošilja Ana, le sešteti mora številke v belih točkah njegove skrivne mreže. Te so 9, 11, 9, 13 in njihova vsota je res 42.

Bob ima torej poseben skrivnosten par mrež. Nekako mu je uspelo narediti takšno mrežo, v kateri s pomočjo seštevanja skrije neko številko in le on ve, v vsoti katerih točk mreže se skriva poslano sporočilo.

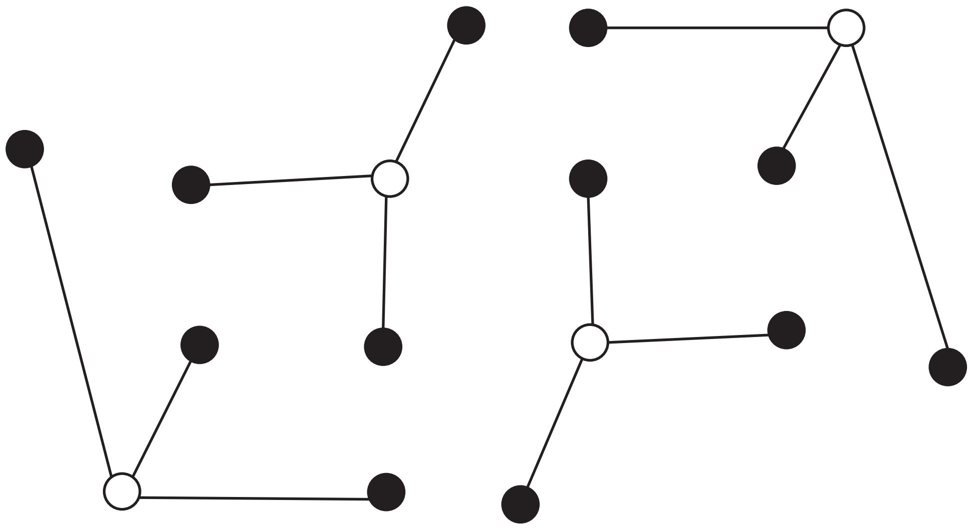
Vsote v ostalih točkah ga sploh ne zanimajo. Ana jih je računala brez potrebe. Pa bi lahko Ani povedal, katere vsote ga bodo v resnici zanimale, da ji ne bi bilo potrebno toliko računati? Ne! Ravno s tem bi razkril svojo skrivno mrežo! Če bi mu Ana poslala le te štiri številke, bi jih znala sešteti tudi Eva.

V dokaz, da postopek res vedno deluje, naj otroci poskusijo še s kakim drugim številom. Pri tem lahko ubereš bližnjico in izračunaš le nekaj točk, ki pa morajo seveda vključevati tudi te štiri.

Zakaj to deluje?

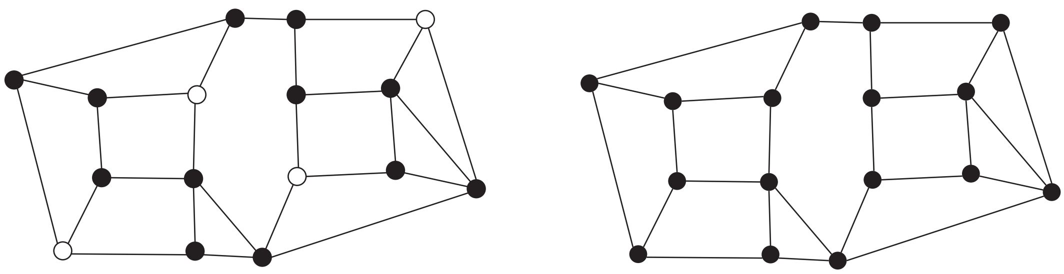
Kako sestavimo takšno mrežo.

Mrežo je dobil tako, da si je najprej izmislil štiri bele točke (lahko bi jih vzel tudi več ali manj) in okrog vsake dorisal nekaj črnih.



Predstavljajmo si, kaj bo (kasneje) naredila Ana: k točkam bo napisala številke, katerih vsota bo 42. Če k vsaki (črni) točki prišteje številke v vseh belih točk, s katerimi je črna točka povezana, bo vsota številk v črnih točkah ravno 42.

Nato je Bob kar naključno povezoval črne točke. Paziti mora le, da ne doda nobene povezave k belim točkam, tako da bodo vsote v njih ostale enake!



Navsezadnje je še pobarval vse bele točke s črno, da jih je prikril.

Lahko zdaj, ko vemo, zakaj postopek deluje in kako so sestavljene mreže, pomagamo Evi dešifrirati sporočilo? Ne: dokler samo Bob ve, katere so črne točke. To, da poznamo delovanje postopka in da vemo celo, kako je Bob sestavil mrežo, nam čisto nič ne pomaga.

Pa lahko iz mreže, ki jo Bob javno objavi (desna slika zgoraj) odkrijemo, katere točke so bile v začetku črne? Zdaj pobrskajmo po spominu: nismo takšnega sestavljanja mrež že nekoč videli? Seveda smo, pri sladoledarjih! Naloge, ki smo jo reševali takrat, je bila ravno določanje začetnih točk. Da bi lahko dešifrirali sporočila, bi morali znati dobro razpostavljati sladoledarje. Prav ob sladoledarjih pa smo rekli, da gre za nalogo, ki je težka celo za računalnike.

Otroci naj zdaj poskusijo še sami. Uporabijo naj preprostejšo mrežo z druge pole.

1. Razdeli otroke v skupine.
2. Skupinam razdeli pole z javno mrežo; povej, da je to tvoja javna mreža, svoje skrivne pa jim (za zdaj) ne boš pokazal.
3. Vsaka skupina naj si izmisli število, ki ti ga želi poslati in ga zašifrira.
4. Ko ti oddajo pole, naj igrajo vlogo prisluškovalke Eve: premešaj pole med skupinami in vsaka skupina naj poskusi odkriti številko, ki ti jo pošilja neka druga skupina. Morda bo kateri skupini uspelo "razporediti sladoledarje"; če ne, pa bodo videli, za kako težak problem gre.
5. Razkrij jim skrivno mrežo (na dodatni poli). Z njo naj dešifrirajo sporočila.

Če so učenci zmožni, zainteresirani in je na voljo dovolj časa, lahko nadaljujemo tako.

1. Vsak učenec si izmisli svojo mrežo. Učence opozori, da morajo biti mreže preproste: imajo naj tri črne točke in največ pet belih.
2. Vsak učenec "javno objavi" svojo javno mrežo, tako da list z mrežo in svojim imenom prinese na določeno mizo.
3. Določi, kateri učenec naj pošlje skrivno sporočilo kateremu, tako da jim razdeliš skrivne mreže.
4. Vsak učenec naj si izmisli številko, jo zakodira (zapiše vsote na list z javno mrežo) in "pošlje", tako da list vrne lastniku mreže.
5. Lastniki mreže preberejo sporočilo. Pošiljatelj naj pove, ali je rezultat pravilen.

Pogovor

S to metodo kodiranja znamo pošiljati samo številke. Kako pa bi pošiljali, recimo, besedila in slike?

Že od prvih aktivnosti vemo, da lahko besedila in slike zapišemo s številkami. Besedilo spremenimo v številke in jih pošiljamo, kot smo se naučili.

Imate občutek, da je bilo potrebno za pošiljanje ene same številke potrebnega veliko dela? So računalniki dovolj hitri za to?

Računalnik bi bil dovolj hiter za računanje vsot iz te aktivnosti. Vendar bi bil tudi dovolj hiter, da bi razbil to šifro. Računalniki ne uporabljajo *tega* postopka, osnovna ideja *kriptografije z javnimi ključi* pa je takšna, kot smo jo spoznali. "Geslo" ima dva dela, javnega in skrivnega: javni je namenjen šifriranju, skrivni branju. Vsak, ki želi omogočiti drugim, da mu pošiljajo šifrirana sporočila, objavi svoj javni ključ.

Žal pa so postopki, ki jih uporabljamo v resnici, še veliko počasnejši od tega. Metode za šifriranje z javnimi ključi vedno zahtevajo veliko dela. V resnici zato namesto šifriranja z javnimi ključi *v glavnem* uporabljamo hitrejše postopke. Ti pa zahtevajo, da računalniku pošljemo geslo (tako kot smo videli pri Vigenerju, le da uporabljamo postopke, pri katerih se sme geslo večkrat ponoviti). Zato naredimo takole: javni ključ uporabimo zato, da šifriramo geslo (npr TEGA NE POVEM). Takšno geslo pošljemo drugemu računalniku; od tu naprej uporabljamo šifriranje s tem geslom.

Za učitelje: za kaj gre?

V zadnjih aktivnostih smo spoznali le nekaj nalog, ki jih imajo kriptografski postopki: za uvod smo se igrali z žrebanjem, nato smo spoznali enosmerne funkcije, s katerimi lahko skrijemo geslo tako, da ga lahko še vedno preverjamo, čeprav ga ne poznamo, in v tej aktivnosti smo se naučili nekaj o skrivanju sporočil. Še eno pomembno področje je podpisovanje: kako naj napišem sporočilo, za katerega bo nesporno, da sem ga napisal jaz. S tem je povezano tudi zagotavljanje integritete sporočila: kako preverjati, ali je sporočilo prišlo do naslovnika nespremenjeno? Ko prek spletne banke nakažemo denar na nek račun, je pomembno, da banka *ve*, da zahteva res prihaja od nas in da je na poti po internetu od našega računalnika do bančnega nihče ni spreminjal. Samo geslo, ki ga vtipkamo ob vstopu v banko, tu prav nič ne pomaga: kaj če nepridiprav prestreže promet po internetu in spremeni številko računa, na katerega nakazujemo?

Noben od postopkov, ki smo jih spoznali, ni prav varen. Da ni težko prebrati sporočila skritega s Cezarjevo šifro tudi brez ključa, se otroci naučijo sami. Branje Vigenerjeve šifre brez računalnika je prezahtevno za šolsko uro, sam postopek pa ni zapleten. Tule si zaradi poučnosti oglejmo, kako brez ključa brati številke, šifrirane z mrežami.

Označimo točke mreže s številkami 1, 2, 3, ... Originalne številke označimo z b_1, b_2, b_3,..., vsote pa s t_1, t_2, t_3,... Vsote t so izračunane iz b, recimo

$$t_1 = b_1 + b_2 + b_5$$
$$t_2 = b_3 + b_2 + b_8$$
$$t_3 = b_1 + b_3 + b_4$$

in tako naprej.

Prisluškovalec vidi vsote t, zanimajo pa ga b-ji. To pa ni nič drugega kot sistem linearnih enačb: enačb je toliko, kolikor je točk v mreži, neznank pa prav toliko. Bobova mreža ima 16 enačb s 16 neznankami; za računalnik je reševanje takšnih sistemov trivialno. Tudi pri deset tisoč enačb z deset tisoč neznankami se vaš prenosnik še ne bi začel potiti in poganjati ventilatorja.

Poučno pri zgodbi je to, da je razporejanje sladoledarjev sicer težko opravilo, vendar je mogoče šifro razdreti tudi po drugi poti.

Osnovno načelo kriptografije z javnimi ključi pa je v aktivnosti vseeno pravilno prikazano: lastnik skrivnega ključa *ve* nekaj, kar bi bilo iz javnega ključa zelo težko in zamudno izračunati. Pogosto uporabljani postopki temeljijo na praštevilih. Z računalnikom je preprosto poiskati dve stomestni praštevili. Če ju zmnožimo, dobimo dvesto mestno sestavljeno število; tega števila ne zna nihče razcepiti nazaj v prafaktorja. V postopku RSA, ki je osnova večine javne kriptografije in podpisovanja, sta tisto, kar *ve*, lastnik skrivnega ključa, prafaktorja, v javnem ključu pa je le njun produkt. Razumevanje postopka žal zahteva več matematike, kot jo poznajo šolarji, poleg tega pa ga je nemogoče izvajati ročno.

Kako varni so ti postopki? Kriptografija je zelo aktivno raziskovalno področje. Ali obstaja učinkovit algoritem iskanja prafaktorjev, ne vemo. (Vemo, da je razcep na prafaktorje trivialen za kvantne računalnike, vendar jih za zdaj še ne znamo izdelovati.)

Prav tako ne vemo, ali obstajajo tudi za postopke, kot je RSA, obvozi, ki ne zahtevajo faktorizacije, tako kot smo pravkar videli, da lahko šifriranje z mrežo razbijemo tudi brez iskanja optimalnega pokritja, s preprostim reševanjem sistema linearnih enačb.

Cezarjeva šifra

Premik za eno črko naprej

JOŽE IMA RAD RAČUNALNIŠTVO
KPAF JNB SBE SBDVOBMOJTUZP

ALENKA PA MATEMATIKO

____

____

UPOF RB BMFOLP

Premik za tri črke

ABCČDEFGHIJKLMNOPRSŠTUVZŽ
ČDEFGHIJKLMNOPRSŠTUVZŽABC

V NAPAD!
A RČŠČG!

____

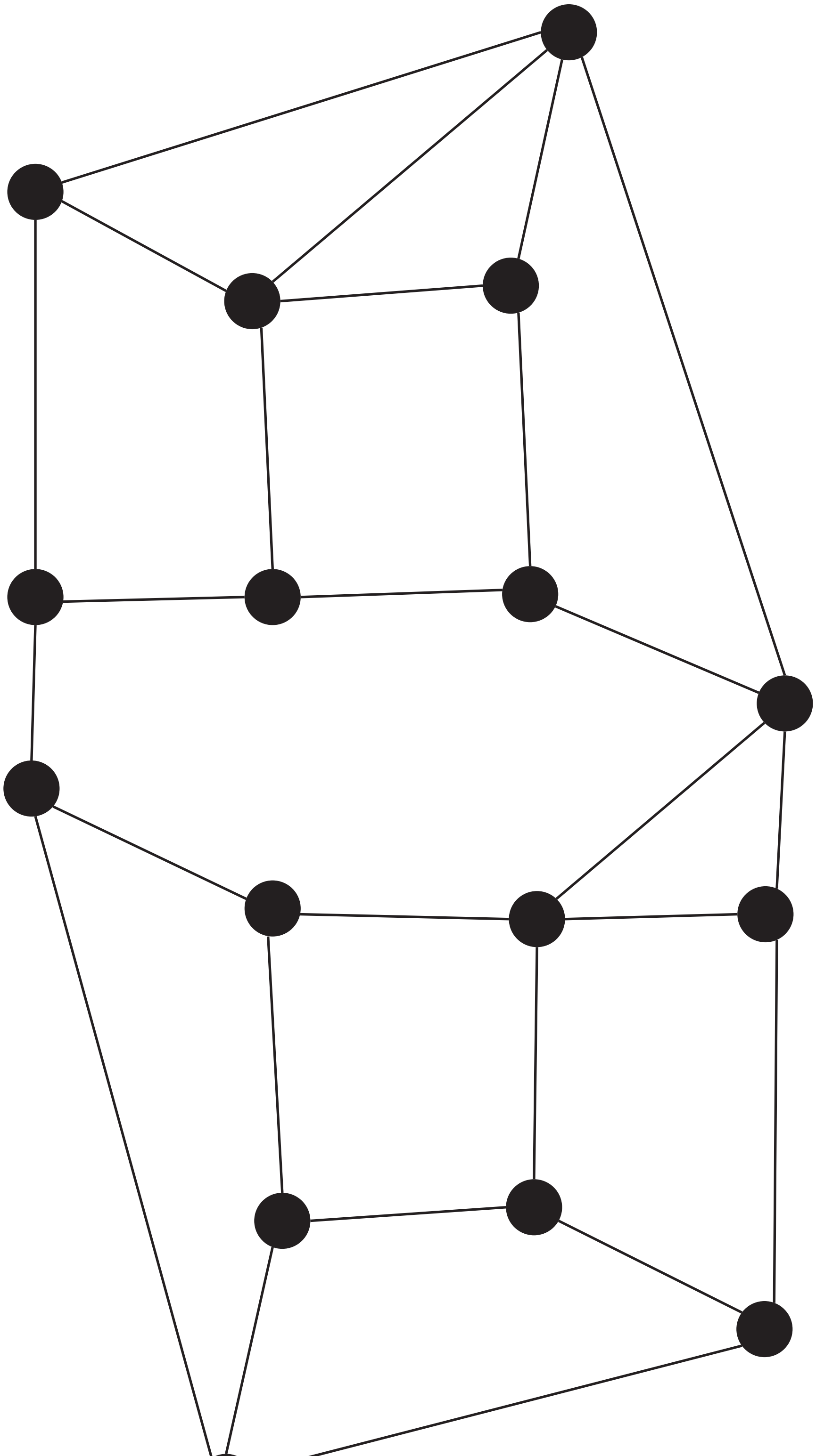
DSMZH UH JČOEHA

Neznan premik

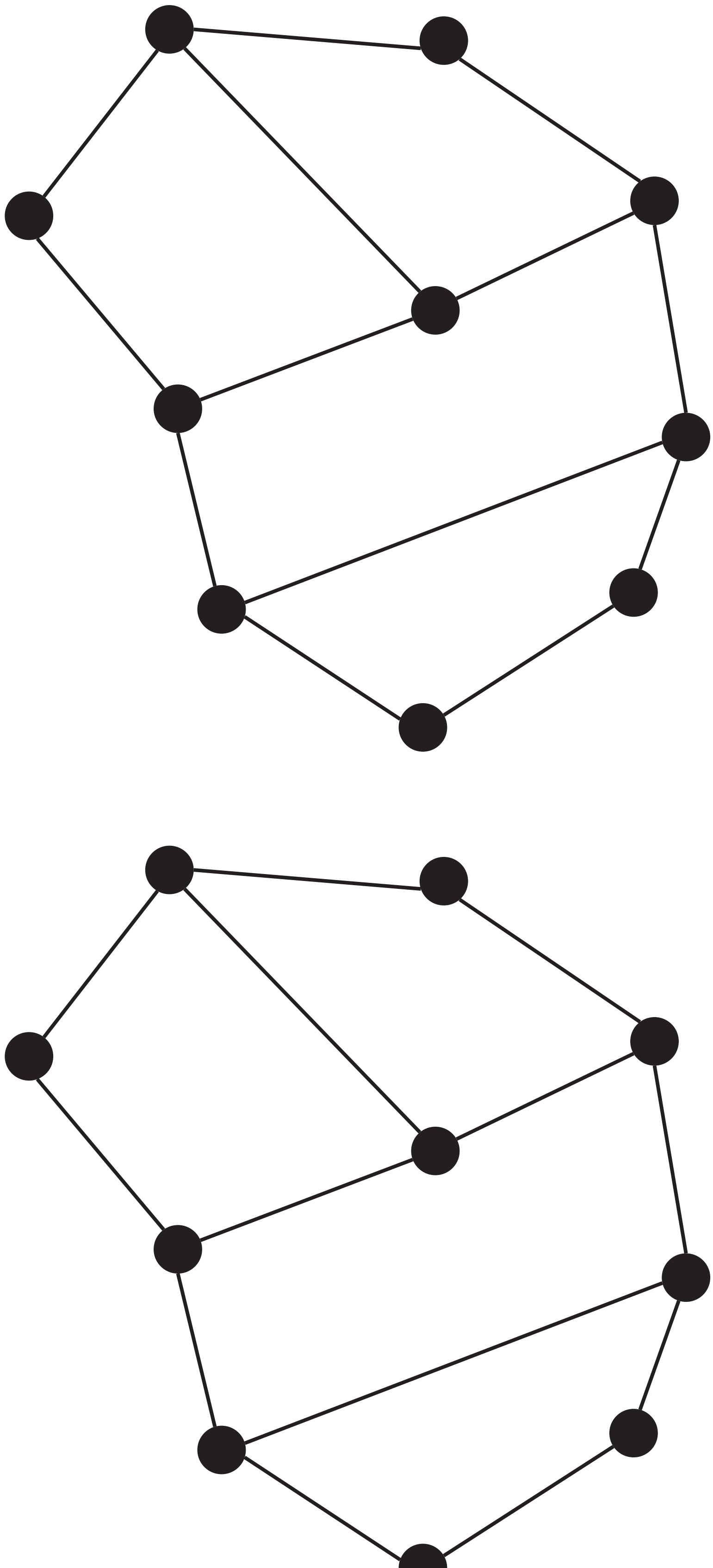
_____, ____ __ _______
FICDU, TDCM VI EUAŽAVD

Vigenerjeva tabela

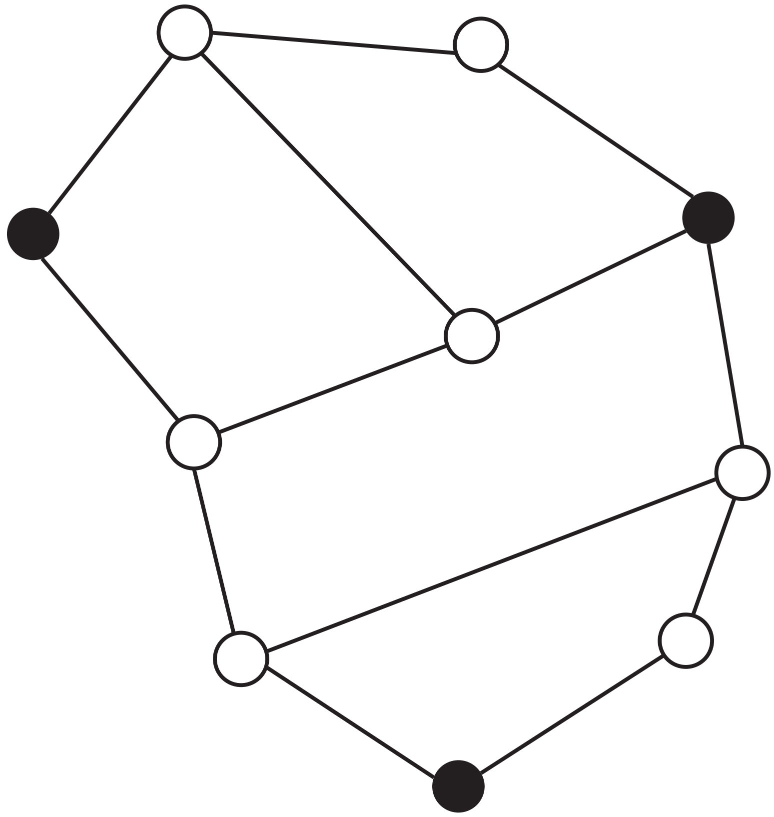
	A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž
A	A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž
B	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	A
C	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	A	B
Č	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	A	B	C
D	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	A	B	C	Č
E	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	A	B	C	Č	D
F	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	A	B	C	Č	D	E
G	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	A	B	C	Č	D	E	F
H	H	I	J	K	L	M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	A	B	C	Č	D	E	F	G
I	I	J	K	L	M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	A	B	C	Č	D	E	F	G	H
J	J	K	L	M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I
K	K	L	M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J
L	L	M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K
M	M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L
N	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
O	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
P	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
R	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
S	S	Š	T	U	V	Z	Ž	A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	R
Š	Š	T	U	V	Z	Ž	A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	R	S
T	T	U	V	Z	Ž	A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	R	S	Š
U	U	V	Z	Ž	A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	R	S	Š	T
V	V	Z	Ž	A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	R	S	Š	T	U
Z	Z	Ž	A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V
Ž	Ž	A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z



Bobova javna mreža



Preprostejša javna mreža



Preprostejša skrivna mreža

Aktivnost 19

Kaj je inteligenca – Inteligentni papir

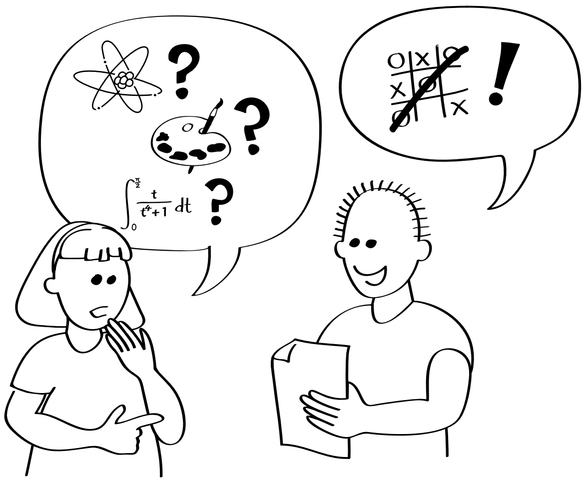
Bodo računalniki kdaj postali inteligentni? Bodo roboti zavladali človeštvu? Ali pa so že inteligentni? Niso. Pogledali si bomo, kaj počnejo računalniki, ko se delajo, da so pametni. Videli bomo, da lahko človeka že navaden list papirja premaga v igri križcev in krožcev.

Namen

Namen aktivnosti je načeti vprašanje, kaj je umetna inteligenca in ali je lahko nekaj, kar le sledi pravilom (in kaj počne računalnik drugega?) inteligentno.

Potrebščine:

- list z navodili, po možnosti plastificiran



Inteligentni papir

Uvod

Otrokom zatrdi, da je list papirja, ki ga držiš v roki, pametnejši od vseh ljudi v tej sobi (vključno z najpametnejšim, torej učiteljem). Pleteniči o njegovi pameti, mahaj z njim (le popisane strani jim ne pokaži) in zatrjuj, da si, če ti ne verjamejo, seveda pripravljen takoj dokazati svoje trditve, če želijo.

Pozanimaj se, koliko otrok verjame in koliko jih je prepričanih, da govoriš traparije, saj list papirja pač ne more biti pameten.

Večina se bo odločila za drugo. Lahko jim čestitaš za razumnost... Vendar jih prosi, da ti povedo, kaj bi moral znati papir, da bi bil inteligenten. Kakšen bi moral biti, kaj bi moral imeti.

Otroci bodo morda povedali, da bi bil papir inteligenten, če bi imel vdelan računalnik. Ob tej priložnosti lahko privlečeš na dan kako iritirajočo glasbeno čestitko, ki začne igrati kako zoprno melodijo, ko jo odpreš. Razloži, da je v takšno čestitko vdelan čip, ki je računalnik v malem in nič neumnejši od računalnikov v raketi, s katero smo poslali človeka na Luno. Pa je ta čestitka inteligentna? Niti ne, pa čeprav ima vdelan majhen računalnik. Tudi v svoj inteligentni papir bi lahko vdelal računalnik, vendar ga nisi. Zaradi tega še ne bi bil inteligenten.

Otroci bodo morda ugibali, da je na papirju kaj pametnega napisano. Morda kaka zapletena enačba, zanimiva dejstva o dinozavrih... Predlagaj nekaj primerov in vprašaj otroke, ali bi zato rekli, da je ta papir inteligenten, pameten. Povej jim, da znanje dejstev še ne pomeni inteligence. V knjigah so morda napisane pametne stvari, vendar ne moremo reči, da je knjiga pametna ali inteligentna.

Pripelji otroke do tega, da "biti inteligenten, pameten" pomeni znati narediti nekaj takega, kar znajo pametni ljudje. Otroci se bodo strinjali, da je svetovni prvak v šahu gotovo pameten človek. Povej jim, da papir sicer ne zna igrati šaha, pač pa zna igrati križce in krožce. In tako je pameten, da ga še noben človek nikoli ni premagal. Včasih zmaga, včasih je izenačeno, izgubil pa ni še nikoli.

Vprašaj jih, ali verjamejo ali ga hočejo preskusiti. Za preskus boš potreboval dva prostovoljca.

Aktivnost

Na tablo nariši mrežo za križce in krožce. Vsak prostovoljec dobi flomaster oz. kredo. Razloži, da papir nima ne kamere, da bi videl, ne roke, da bi pisal, zato bo moral to zanj delati eden od prostovoljcev. Vendar ta prostovoljec ne bo prav nič razmišljal, temveč bo le delal po navodilih, ki mu jih bo dal papir. To torej ne bo tekma med dvema človekoma: drugi prostovoljec bo tekmoval s papirjem – pamet drugega prostovoljca proti pameti papirja. (Po možnosti izberi prostovoljca, ki v tej igri ni predober, sicer aktivnost ne bo zanimiva, saj bo rezultat vedno neodločen.)

Prostovoljec, ki zastopa papir, naj začne glasno brati. Papir hoče imeti prvo potezo. Razloži, da je to kar zvito: ve, da je dobro, da začne prvi. Če se kdo pritoži, da to ni pošteno, razloži, da se igra še vedno lahko konča neodločeno, če bo človek igral dobro. To, da si drugi na potezi, še ne pomeni, da boš izgubil.

Učenec, ki ima papir, glasno bere naprej in naredi, kar zahteva papir: postavi križec v kot. Na potezi je učenec, ki predstavlja človeka. Sošolci mu bodo verjetno svetovali, na koncu pa se odloča on sam.

Ko je spet na vrsti papir, učenec prebere, kar papir pravi o naslednji potezi. Sledi navodilom in pazi, da jih bo učenec res izpolnjeval. Tako, na primer, nasprotni kot pomeni nasprotni kot po diagonali. (Mimogrede lahko spomniš učence na aktivnost, v kateri smo spoznali, zakaj je tako pomembno imeti posebne računalniške jezike, ki niso dvoumni.)

Po drugi ali tretji potezi bodo začeli nekateri šolarji ugotavljati, da je igra izgubljena. Opozori, da še ni razloga za predajo: morda je imel papir doslej le srečo, morda ne ve, da je tik pred zmago in bo že v naslednji potezi popolnoma zamočil.

Igra se bo končala z zmago papirja ali nedoločeno. Če se zgodi slednje, opozori, da nisi trdil, da bo papir vedno zmagal, temveč le, da ne bo nikoli izgubil. Če papir zmaga, pa oznani, da je papir ponovno dokazal, da je pametnejši od ljudi.

Razlaga

Vprašaj učence, če so zdaj prepričani, da je papir inteligenten. V tem trenutku bodo običajno vsi prepričani, da ni – kljub dokazu njegovih zmožnosti.

Če kdo ugovarja, da papir ni sam igral igre, temveč mu je pomagal človek: ne, človek je samo gledal in risal. Razmišljal je papir.

Če lahko nekdo tako dobro igra igro križcev in krožcev, mora biti pameten. Če pamet ni v papirju: kje pa je? Morda bodo menili, da je pameten tisti, ki je sestavil navodila.

Zdaj lahko poveš, da je papir v resnici kot računalniški program: učenec, ki je imel v roki papir, je bil kot računalnik, ki slepo izvršuje navodila, zapisana v programu. Računalniki nikoli ne počnejo ničesar drugega kot izvršujejo navodila, ki jih je nekdo zapisal vanje. Če papir ni inteligenten, ker ne vsebuje drugega kot navodila, ki so jih napisali drugi, potem tudi računalnik ne more biti inteligenten, saj le izvaja programe, ki so jih napisali ljudje.

Tu bo morda kak znanstveno fantastično razpoloženi otrok rekel, da bo računalnik inteligenten takrat, ko bo znal programirati samega sebe – ko mu pravil, po katerih mora igrati, da bo vedno zmagal, ne bodo napisali drugi, temveč se jih bo naučil sam. Odgovor na to je, da v tem primeru človek napiše program za učenje. Program za učenje je samo seznam pravil, s katerimi računalnik sestavlja pravila.

Dodatne aktivnosti

Kaj se zgodi, če začne papir drugi? Tudi to lahko poskusiš. Rezultat bo navadno smešen, papir bo počel neumnosti. Ob tem lahko poveš, da zna papir le eno stvar: igrati križce in krožce tako, da začne prvi.

Učencem lahko razložiš, da so računalnikarji, ki so se ukvarjali z umetno inteligenco, včasih govorili, da bo računalnik res pameten, takrat ko bo lahko premagal človeka v šahu. IBMov računalnik Deep Blue je uspel že pred leti premagati svetovnega prvaka Kasparova. Vendar danes temu ne pravimo pamet: računalnik ni počel drugega, kot sledil pravilom, izvrševal program.

Učenci si lahko poskusijo izmisliti svoja pravila za igranje.

Če imaš čas in dovolj stare učence, lahko razložiš, kako so pravila sestavljena: pregledati moraš vse možne situacije in optimalne poteze v teh situacijah. Pravila so le strnjen opis teh potez.

Inteligentni papir

Pozdravljeni, sem zelo inteligenten papir. Igrajva križce in krožce!

Jaz bom križec ... in bom začel.

Poteza 1:

Nariši X v kotu

Poteza 2:

ČE je kot, ki je nasproti tistemu, ki sem ga izbral v prvi potezi, prost
POTEM nariši X v njem
SICER nariši X v enem od prostih kotov

Poteza 3:

ČE sta kje dva X v vrsti, stolpcu ali diagonali in je tretje polje prosto
POTEM dodaj X v to polje
SICER ČE sta kje dva O v vrsti, stolpcu ali diagonali in je tretje polje prosto
POTEM dodaj X v to polje
SICER pojdi v prost kot

Poteza 4:

ČE sta kje dva X v vrsti, stolpcu ali diagonali in je tretje polje prosto
POTEM dodaj X v to polje
SICER ČE sta kje dva O v vrsti, stolpcu ali diagonali in je tretje polje prosto
POTEM dodaj X v to polje
SICER pojdi v prost kot

Poteza 5:

Pojdi na prosto polje

Aktivnost 20

Računalnik se uči

Inteligentni papir ni inteligenten, ker se ni *sam* naučil igrati? Prav. Sestavili bomo računalnik iz plastičnih lončkov in bombonov, ki se bo sam učil igrati igro tako dobro, da bo vedno premagal človeka. To bo menda končno pomenilo, da je pameten, ne?

Namen

Otroci spoznajo preprost postopek strojnega učenja.

Starejšim otrokom lahko razložimo drevo pozicij.

Potrebščine

Za vsakega učenca

- list karirastega papirja, če želiš, da otroci rišejo graf; alternativa je, da ga riše učitelj ali nihče.

Za vsak računalnik iz bombonov potrebuješ

- velika plošča za križce in krožce ter tri figure v obliki križcev in krožcev
- pole s pozicijami (glede na število učencev uporabi pole z eno ali z dvema pozicijama na listu)
- 24 plastičnih lončkov
- veliko bombonov; za vsak računalnik potrebuješ
    - 5 rdečih bombonov
    - 11 rumenih bombonov
    - 13 vijoličnih bombonov
    - 12 rjavih bombonov
    - 13 modrih bombonov

Upoštevaj tudi, da se v vsaki igri se del bombonov poje. Posebej primerni so manjši bomboni, po možnosti zaviti, ker jih bodo otroci vlačili po rokah preden jih pojedo.

Dodatna navodila

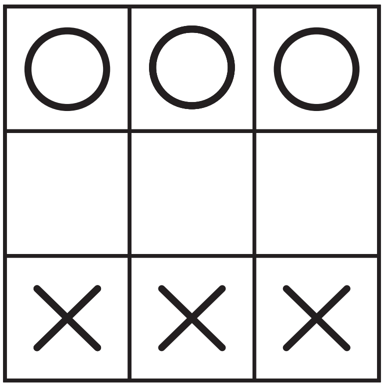
Ne izvajaj pred kosilom. :) (No, ni tako hudo.)

Računalnik iz bombonov

Priprava

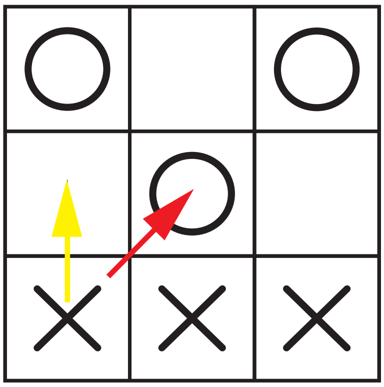
Kupi veliko pisanih bombonov.

Za veliko igralno ploščo pripravi dovolj prostora, da bodo lahko otroci stali okrog nje. Razporedi figure, kot kaže slika.



Razporedi pole s pozicijami (uporabi pole A4 ali A5; vsaka različica je v svoji datoteki PDF) tako, da so pole za prvo potezo skupaj, pole za drugo skupaj in pole za tretjo potezo skupaj. To ti bo olajšalo iskanje pol med igro.

Poleg vsake pole ali nanjo postavi po en lonček. V lončke daj bombone: za vsako puščico, ki je na poli, da v lonček bombon te barve. Če ima pola, recimo, rumeno in rdečo puščico (kot na sliki na desni spodaj), naj bosta v lončku, ki je na tej poli, rumen in rdeč bombon. Računalnik je s tem pripravljen.



Pravila igre

Igra, ki se jo bo računalnik naučil igrati, se imenuje Šest kmetov. Igramo jo na plošči velikosti 3 × 3. Uporabljamo lahko križce in krožce ali drugačne figure. Figure se premikajo podobno kot šahovski kmetje. V vsaki potezi lahko igralec

1. premakne eno figuro naprej, a le, če je polje pred njo prazno,
2. diagonalno vzame nasprotnikovo figuro.

Gornja slika kaže možne prve poteze s križcem po tem, ko igralec s krožci kot prvo potezo premakne srednji krožec.

Križec na levi lahko pomaknemo naprej (saj je polje pred njim prosto), ali pa ga pomaknemo na srednje polje in s tem vzamemo nasprotnikov srednji krožec. Križec na desni ima zrcalno enaki možni potezi. (Ker takšne poteze na igro ne vplivajo, saj potem vse teče zrcalno, jih niti nismo risali.) Srednji križec se ne more premakniti naprej, ker je polje zasedeno, niti se ne more premakniti po diagonali, saj tam ni nasprotnikovih figur, ki bi jih bilo mogoče vzeti.

Igra se konča, ko enemu od tekmovalcev uspe

- postaviti eno od svojih figur v zadnjo vrsto,
- vzeti nasprotniku vse figure, ali
- doseči, da nasprotnik ne more storiti nobene poteze.

Otrokom razloži igro tako, da odigraš primer.

Igranje z računalnikom

Za vsako igro so potrebni trije učenci: en učenec igra kot "človek", drugi premika figure za računalnik in tretji, ki predstavlja računalnik, tako da dela le po točno določenih navodilih in narekuje poteze drugemu.

Igro bo *vedno začel človek*. Človek igra s krožci.

Da bi bilo število pol manjše, sta za človeka predvideni le dve prvi potezi – človek premakne krožec na sredini ali na levi (to je, svoji desni) strani. Če učenec v začetku premakne krogec na (svoji) levi, ga prosi, da premakne raje tistega na desni. Pojasni, da to v resnici ničesar ne spremeni, le količina papirja je zaradi tega skoraj pol manjša. Če bi hoteli, bi očitno lahko pripravili tudi zrcalne pole.

Navodila za računalnik

Računalnik bo poteze žrebal. Na vsaki poli so možne poteze označene s puščicami, v lončku zraven nje so bomboni istih barv. Vsakič, ko je na potezi računalnik, mora otrok, ki dela z njim, storiti naslednje:

1. Poišči polo s sliko, ki ustreza trenutnemu položaju.
2. Vzemi lonček; zapri oči, stresi lonček in izžrebaj bombon.
3. Poglej barvo bombona in sporoči ustrezno potezo.
4. Odloži lonček nazaj; izžrebani bombon postavi poleg lončka, kjer bo ostal do konca igre.

Če se zgodi, da v lončku ni nobenega bombona, se računalnik preda in človek zmaga.

Če je v kakem lončku le en bombon, žrebanje seveda ni več potrebno in lahko bonbon preprosto vzamemo iz lončka, ga postavimo zraven njega in naredimo zahtevano potezo. Če ta privede v poraz, pa tak bombon vseeno pojemo.

Za začetek odigraj nekaj iger, da bodo otroci razumeli, kako deluje računalnik.

Učenje iz napak

V začetku računalnik ne zna ničesar: izbira lahko izmed vseh dovoljenih potez, izbor bo naključen in vse poteze – dobre in slabe – bodo enako verjetne. Kako ga bomo učili? Tako, da ga bomo za napačne poteze kaznovali.

- Vsakič, kadar računalnik izgubi (ker je človek zmagal ali pa, ker se je računalnik predal), učenec, ki ga je premagal, poje zadnji izžrebani bombon. Če je, recimo, igra trajala tri poteze, poje zadnji bombon; prva dva pusti.
- Če zmaga računalnik, mu ne pojemo nobenega bombona. (Če te skrbi, da bodo otroci razočarani, imej pripravljene rezervne bombone. Računalnikove pusti!)

Vse preostale bombone zloži nazaj v lončke, ne glede na to, ali je računalnik izgubil ali zmagal.

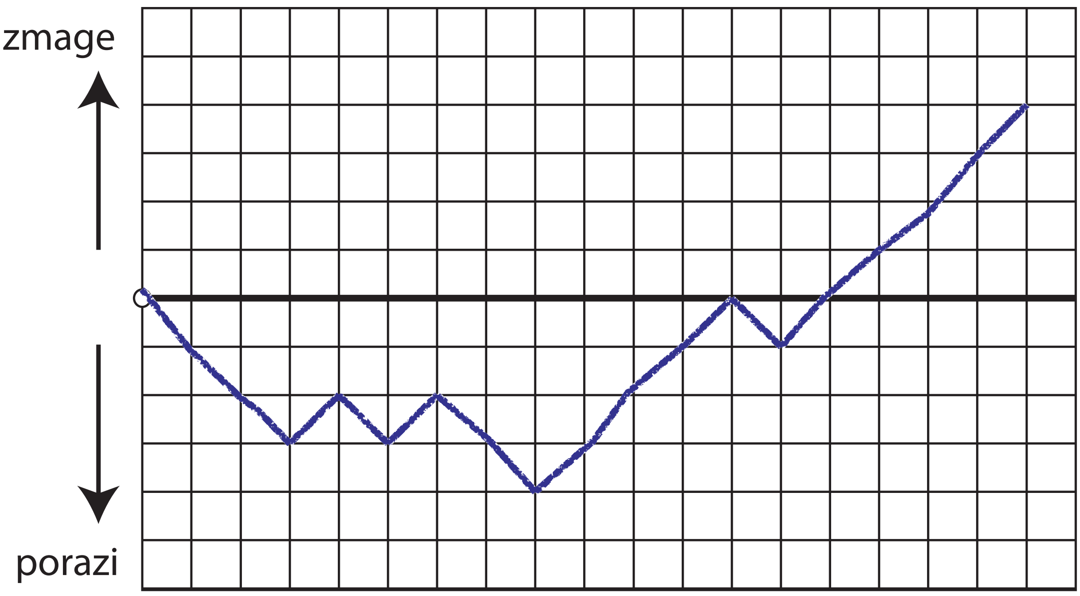
Učinek kaznovanja je, da računalnik ne bo nikoli več naredil poteze, s katero je izgubil oziroma prišel v položaj, zaradi katerega se je moral predati.

Igro ponavljaj. Računalnik bo morda prvič zmagal že kmalu, brez napake pa bo igral po kakih dvajset igrah (od tega, kako raznoliko bodo igrali otroci, je odvisno, koliko iger bo potrebnih, da odstrani napačne poteze).

Krivulja učenja

Kot vzporedni cilj se otroci lahko naučijo grafično prikazati krivuljo učenja. Vsak učenec potrebuje list karirastega papirja (list iz priloge). Pripraviš lahko še večji papir za uradnega zapisovalca.

Risanje začnemo na levi. Ob vsakem računalnikovem porazu narišemo črto diagonalno navzdol, ob zmagi navzgor. Potem krivulje ilustrira računalnikovo učenje. Na spodnji sliki je računalnik najprej trikrat izgubil, nato zmagal, izgubil, zmagal, še dvakrat izgubil nato pa – z enim samim porazom, le še zmagoval.



Pogovor

Smo računalniku tokrat dali navodila, kako mora igrati igro, da bo zmagal, ali se je tega naučil sam? Naučil se je sam: s poskušanjem je odkril, katerih potez ne sme narediti. Da takšnih, napačnih potez ne bi več delal, si "zapomni" tako, da izgubi bombon, s katerim bi jo lahko izžrebal.

Čeprav je naš računalnik narejen iz papirjev, lončkov in bombonov, bi lahko napisali tudi program, ki bi počel enako, le namesto bombonov bi imel enice, ki bi se ob porazih spreminjale v ničle. Pravi računalnik ne bi več potreboval človeka, da zanj išče papirje in žreba bombone. Vendar bi program deloval enako.

Ob prejšnji aktivnosti smo sklenili, da bomo računalnik razglasili za pameten, ko se bo znal sam naučiti igranja igre. Zdaj imamo tudi tak računalnik. Je pameten?

Odgovora na to vprašanje ni. Na nek način je pameten, vendar je vse odvisno od tega, kaj pomeni "biti pameten". V resnici tega, kaj pomeni pamet, inteligenca, ne znamo dobro povedati niti za ljudi.

Razširitve

Ko zna računalnik dobro igrati, bo imela večina lončkov samo en bombon: računalnik neha žrebati, temveč igra po pripravljeni strategiji. Jo lahko otroci opišejo? Tako bodo naučeno znanje v bistvu strnili v "pametni papir" za Šest kmetov. Dela se je najboljše lotiti tako, da za začetek odstranimo vse pole brez bombonov, ostale pa zložimo v drevo.

Kaj, če, bi računalnik tudi nagrajevali? Vsakič, ko zmaga, v vsak lonček poleg bombona dodamo še en bombon iste barve. Na ta način bodo poteze, ki so boljše, večkrat izžrebane.

Za učitelje: za kaj gre?

Eden od pionirjev umetne inteligence, Donald Michie, si je leta 1961 izmislil podoben "računalnik" za učenje igre križcev in krožcev iz prejšnje aktivnosti. Namesto papirnih lončkov je uporabil vžigalične škatlice, v katere je dal barvne kroglice, na koncu vsake pa je bil papir v obliki črke V; žrebal je tako, da je potresel škatlico in izbral kroglico v konici V-ja. Ob porazu je iz škatlic jemal kroglice, ob zmagah jih je dodajal. Čeprav je računalnik deloval, je za naše potrebe neuporaben, saj zahteva 300 škatlic (ali pol in lončkov), poleg tega pa je Michie potreboval 220 iger, ki so trajale dva dni, da ga je streniral.

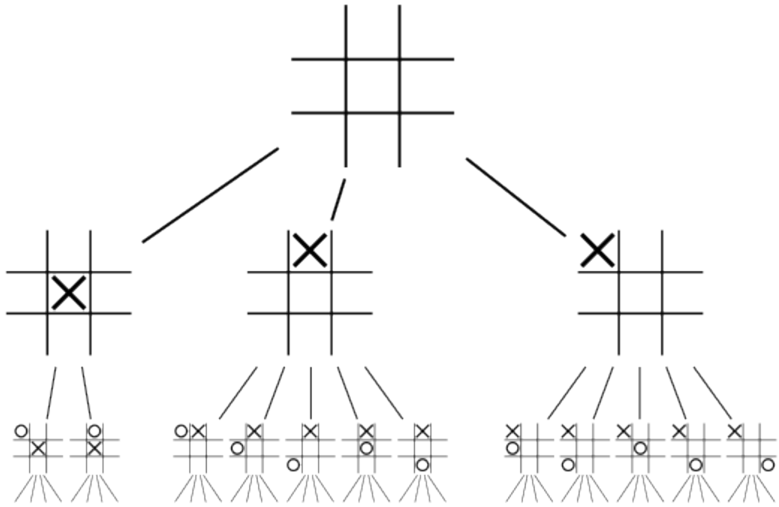
Igro Šest kmetov, ki se v originalu imenuje Hexapawn, si je izmislil popularni avtor člankov in iger iz "rekreativne matematike" Martin Gardner (1914 – 2010). Prednost igre je, da ima manj različnih možnih položajev (in s tem pol ali škatlic). Igra je celo tako preprosta, da ni težko videti, da lahko igralec, ki je na potezi drugi, vedno zmaga, če igra pametno. Vendar tega z otroki ni potrebno analizirati, razen, morda, po končani aktivnosti. To aktivnosti sicer ne naredi nič manj zanimive: računalnik je "pameten" že zato, ker je uspel poiskati optimalno strategijo.

Aktivnost sodi na področje umetne inteligence, točneje strojnega učenja. Strojno učenje je področje računalništva, ki se ukvarja z algoritmi, s pomočjo katerih računalnik na podlagi podatkov ali poskusov, ki jih aktivno izvaja ali pasivno opazuje, pridobi novo znanje. Strojno učenje je v zadnjem času vedno bolj povezano s statističnim modeliranjem (linearna regresija se, recimo, pogosto predava tudi v okviru predavanj iz strojnega učenja).

Strojno učenje in umetno inteligenco uporabljamo vsakodnevno. Od začetkov, recimo, v medicini, kjer so z računalniki sestavljali modele za diagnostiko različnih bolezni, dandanes uporabljamo postopke avtomatskega učenja čim se usedemo za računalnik. Google poskuša profilirati uporabnike, naučiti se poskuša čim več o njih, da jim bo lahko pri iskanju ponudil strani, ki jih v resnici zanimajo (poleg tega pa reklame, ki bi jih utegnile v resnici zanimati). Tako ob iskanju po geslu Python biologu pokaže kače, računalnikarju pa programski jezik. Podoben posel opravljajo priporočilni sistemi. Ko si v spletni trgovini ogledamo nekaj izdelkov, nam trgovina začne ponujati druge izdelke, ki bi nas utegnili zanimati. Izbere jih na podlagi tega, kar vse so si še ogledale druge stranke, ki so jih zanimali isti izdelki kot nas. Tudi to je oblika učenja.

Učenje, ki ga izvaja računalnik v naši igri, sodi na področje spodbujevanega učenja (reinforcement learning). To se ukvarja s postopki, s katerimi se računalnik nauči, kako priti do določenega cilja.

Kar se v igri resnično dogaja, je naslednje. Vse igre, pri katerih igralca vlečeta poteze, lahko predstavimo z drevesom, kot je spodnje drevo za križce in krožce.



Z izbiranjem poteze se odločimo za eno od vej v drevesu, po katerem potujemo od korena (na vrhu), do listov, to je, končnih položajev na dnu. V nekaterih listih zmagamo, v drugih izgubimo, v tretjih je igra neodločena. Dober igralec izbira tiste veje, ki ga vodijo do zmage. Če za igro obstaja "zmagovalna strategija" to pomeni, da lahko v naslednji potezi zmagamo, ali pa nam je na voljo poteza, po kateri bomo ne glede na nasprotnikov odgovor imeli na voljo zmagovalno potezo, ali pa nam je na voljo poteza, po kateri nam bo ne glede na nasprotnikov odgovor na voljo poteza, po kateri nam bo ne glede na nasprotnikov odgovor...

Ko računalnik izgubi, "odreže" del drevesa, ki ga vodi v poraz. Drevo s tem postaja vedno manjše. Če otroci igrajo tako, da lahko računalnik "preišče" vse dele drevesa, na koncu ostane le še zmagovalna strategija: seznam takšnih odgovorov na vse možne človekove poteze, da računalnik v vsakem primeru zmaga.

Da je igra takšne narave, da za drugega tekmovalca vedno obstaja zmagovalna strategija, nam pride seveda prav.

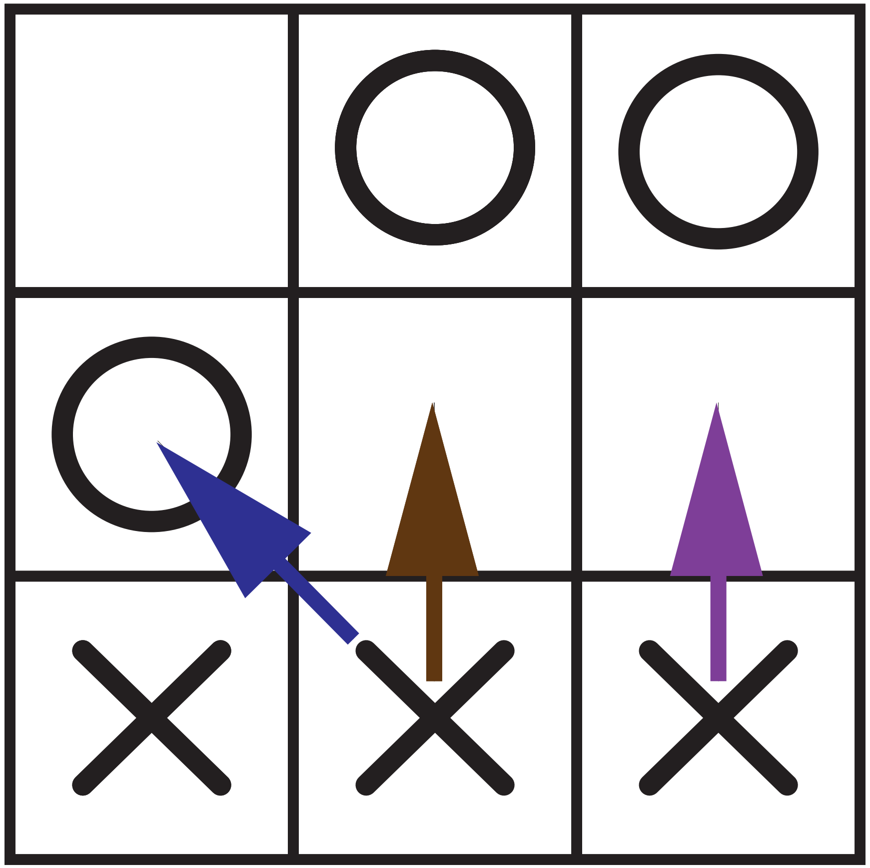
Spodbujevano učenje se zna učiti tudi bolj zapletenih strategij, v katerih ne obstajajo zmagovalne strategije temveč morda le boljše in slabše, preprostejše in bolj zapletene, cenejše in dražje poti do cilja. Običajno postopki delujejo tako, da po uspešnem prihodu na cilj "nagradijo" vse poteze, ki smo jih napravili; najbolj nagrajene so zadnje poteze, starejše pa vedno manj. Na to obliko učenja smo namigovali z dodajanjem bonbonov v škatlice.

Kako pa je z umetno inteligenco? Če niti oblika učenja, kakršno predstavljamo v tej aktivnosti, še ni umetna inteligenca – računalnik se navsezadnje tudi tu "uči" le tako, da akumulira znanje v skladu z določenimi pravili – obstaja še kaj boljšega, bolj inteligentnega?

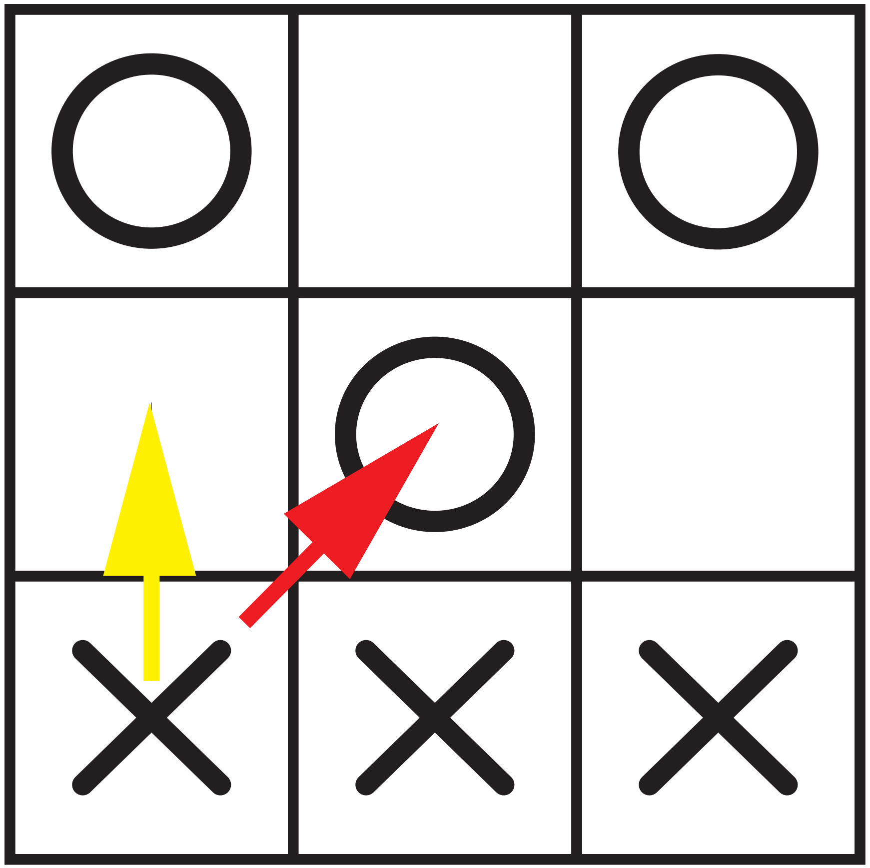
Ne. To je to. Računalniki so in bodo le izvrševalci navodil. Potemtakem umetne inteligence ni in ne bo?

Počasi, ne tako hitro. Vse je odvisno od tega, čemu rečemo (umetna) inteligenca. Filozofi umetne inteligence in čisto pravi filozofi se o tem radi pogovarjajo in so si izmislili tudi precej zanimivih miselnih eksperimentov. Alan Turing, ki ga srečamo na vsakem vogalu računalništva, si je izmislil test, ki ga po njem imenujemo Turingov test: računalnik bo inteligenten, ko poskusne osebe, ki se bodo pogovarjale (recimo prek tipkovnice) z računalnikom in s človekom, ki bosta v drugi sobi, ne bodo mogle razlikovati, kdo je kdo. Filozof John Searle meni, da računalnik ne bo nikoli inteligenten, ker ne bo *razumel* tega, kar govori ali izpisuje. Zgodbo je ilustriral s kitajsko sobo (*Chinese room experiment*), v kateri je človek, ki se dela, da razume kitajsko, tako da pod vrati dobiva listke s kitajskimi pismenkami in vrača odgovore, ki jih sicer napiše sam, vendar skladno z navodili, ki jih ima v knjigi. Tak človek bi za zunanjega opazovalca ustvaril vtis, da zna kitajsko, v resnici pa *ne bi razumel* ničesar. Turingov test je potemtakem zgrešen. Kaj pomeni *razumeti*, pa se je trudil opisati Wittgenstein v poskusu s hroščem v škatli (Beetle box experiment), v katerem imamo kup ljudi s škatlicami, ki...

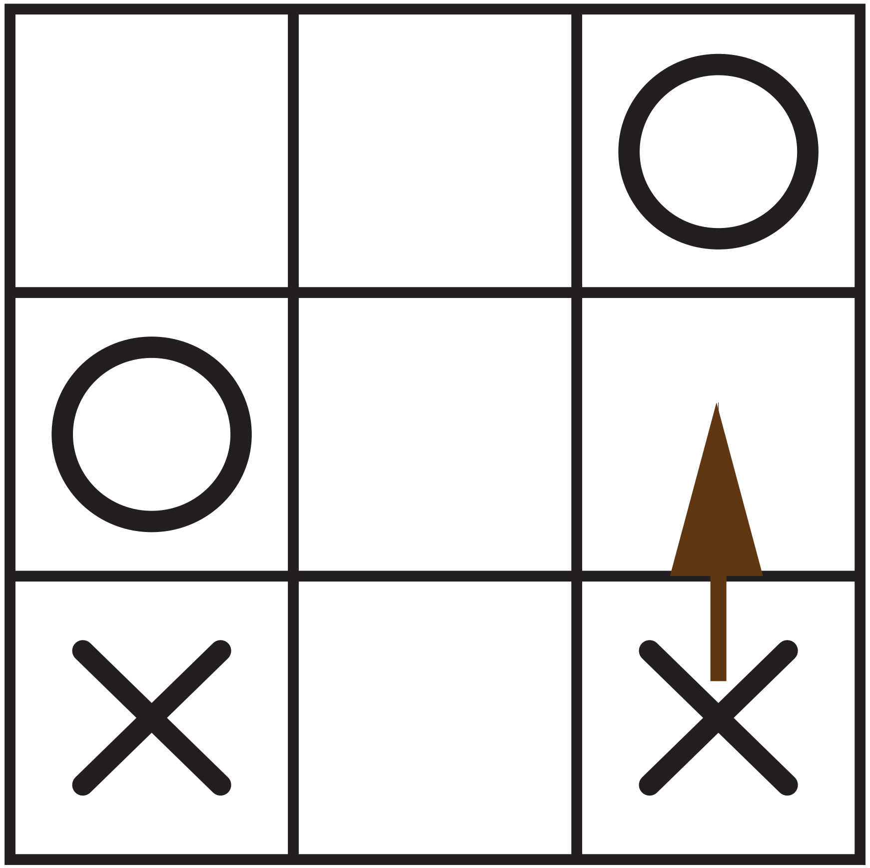
A pravzaprav niti ni pomembno. Povedati hočemo le, da je dilema o tem, ali so računalniki sploh lahko inteligentni ali ne, bolj stvar filozofije kot računalništva. Pa jo zato tudi prepustimo filozofom.



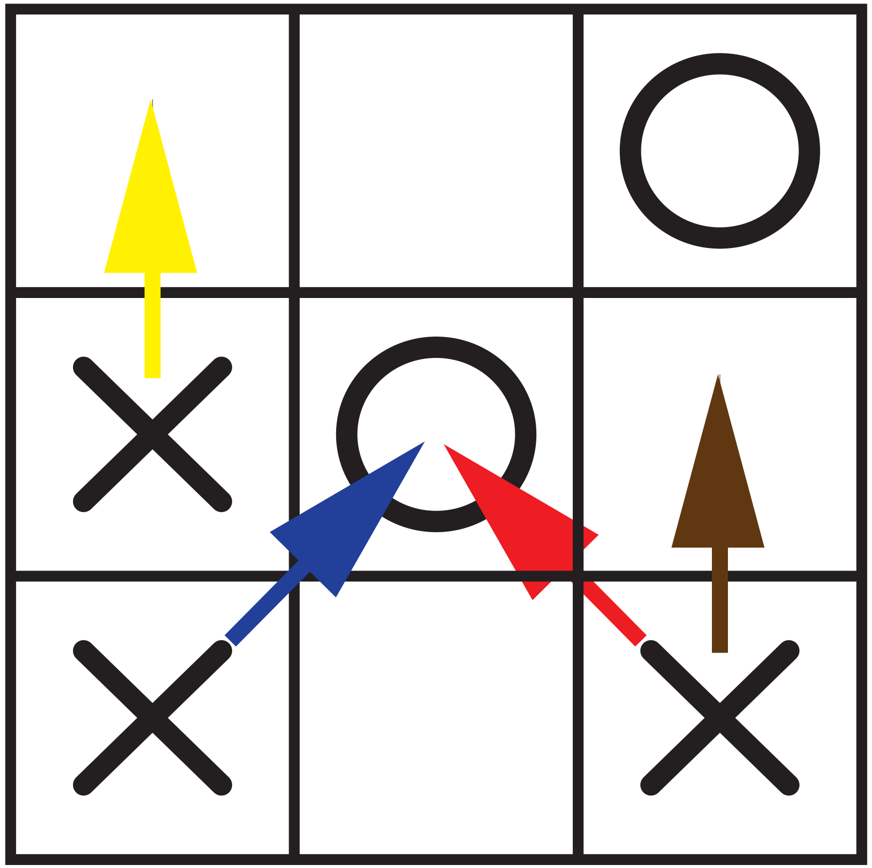
Poteza 1



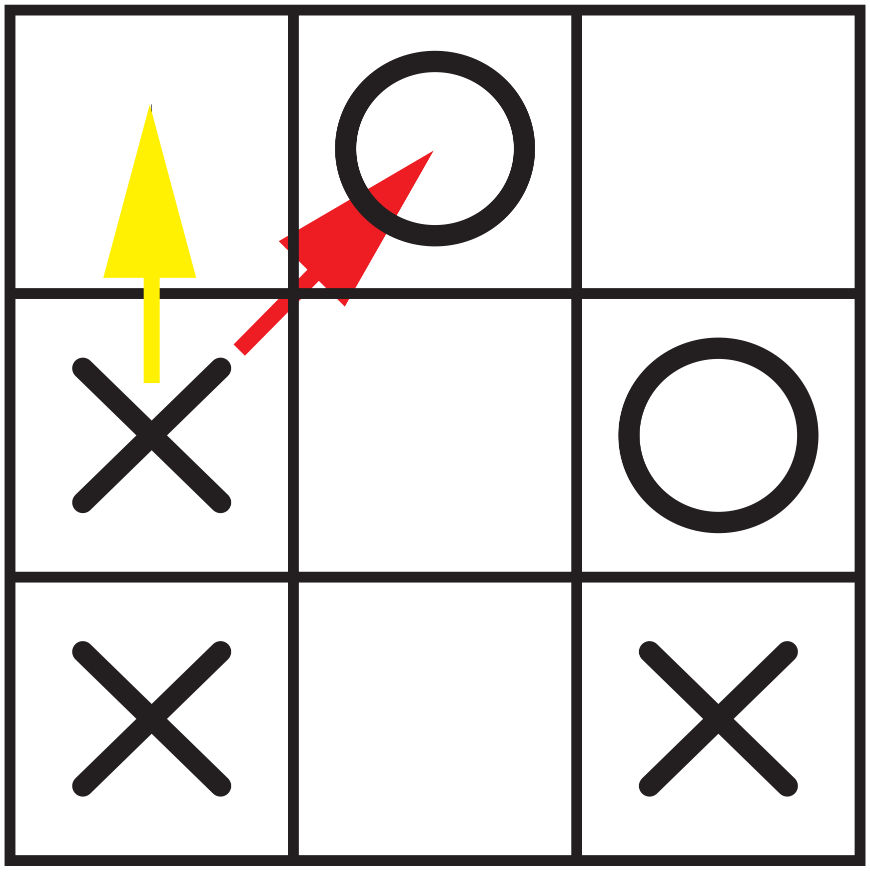
Poteza 1



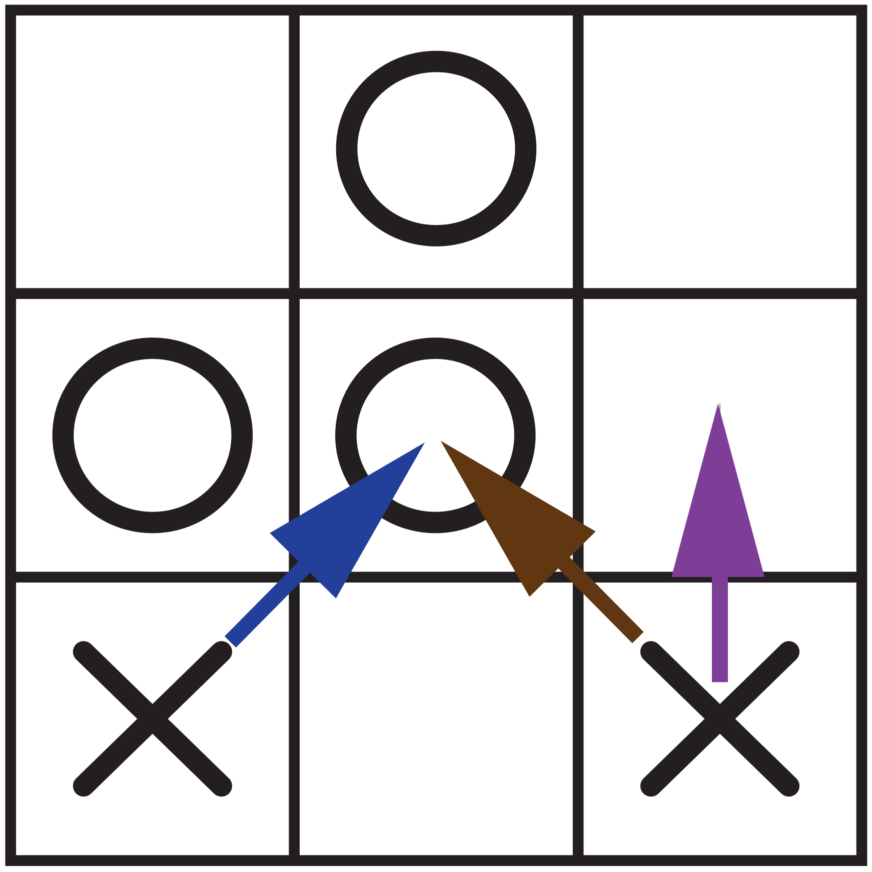
Poteza 2



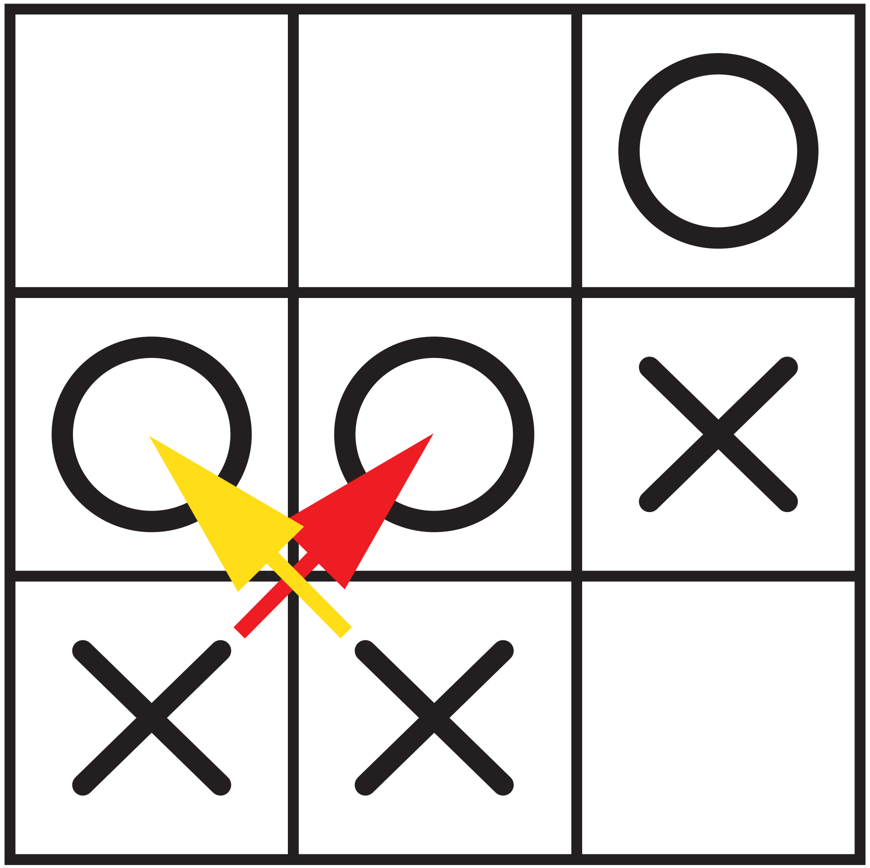
Poteza 2



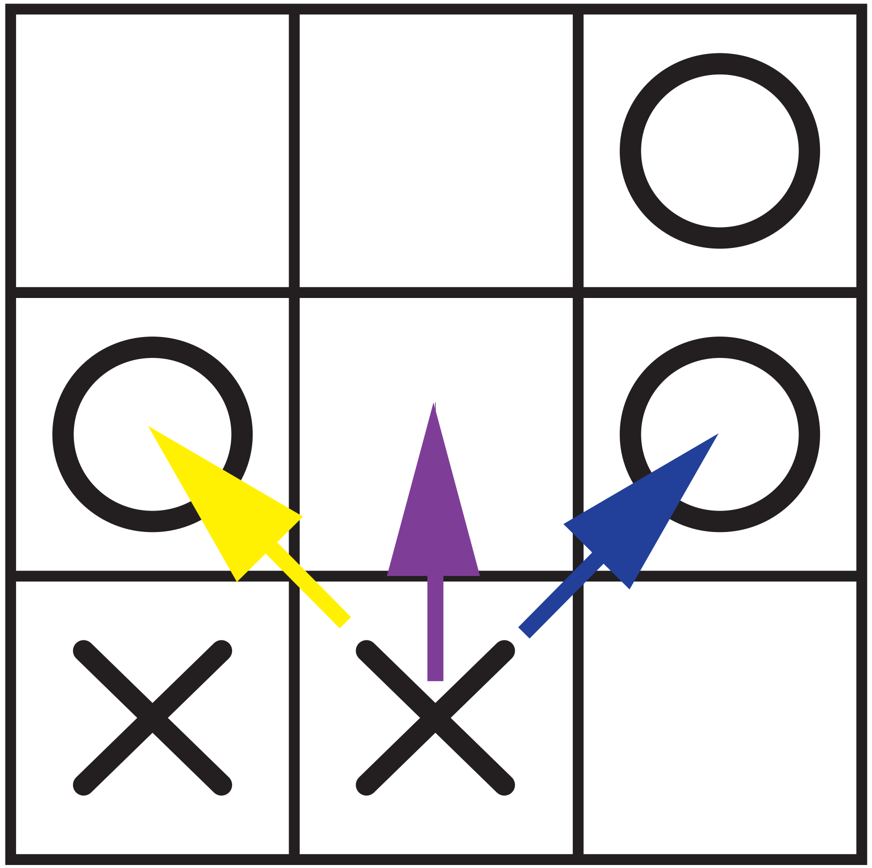
Poteza 2



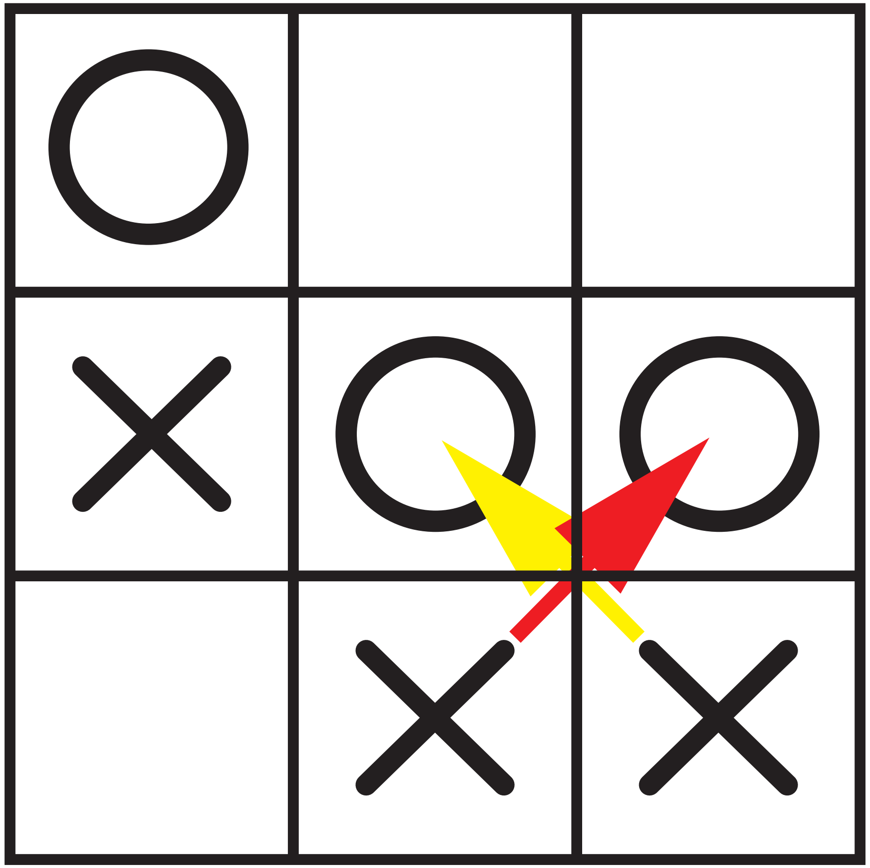
Poteza 2



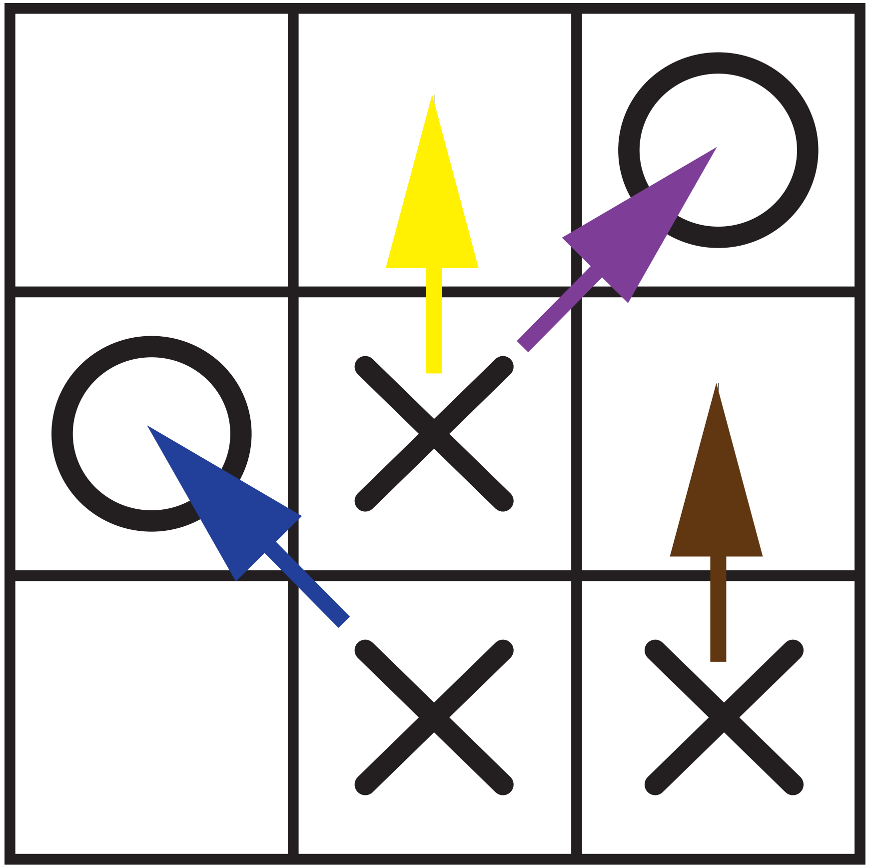
Poteza 2



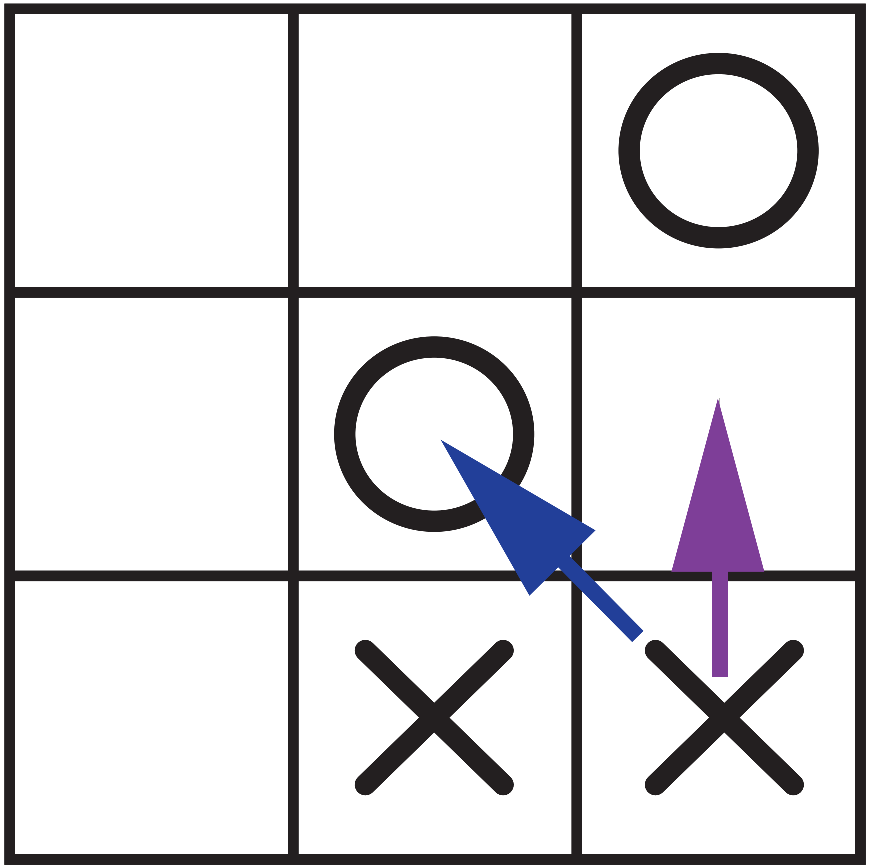
Poteza 2



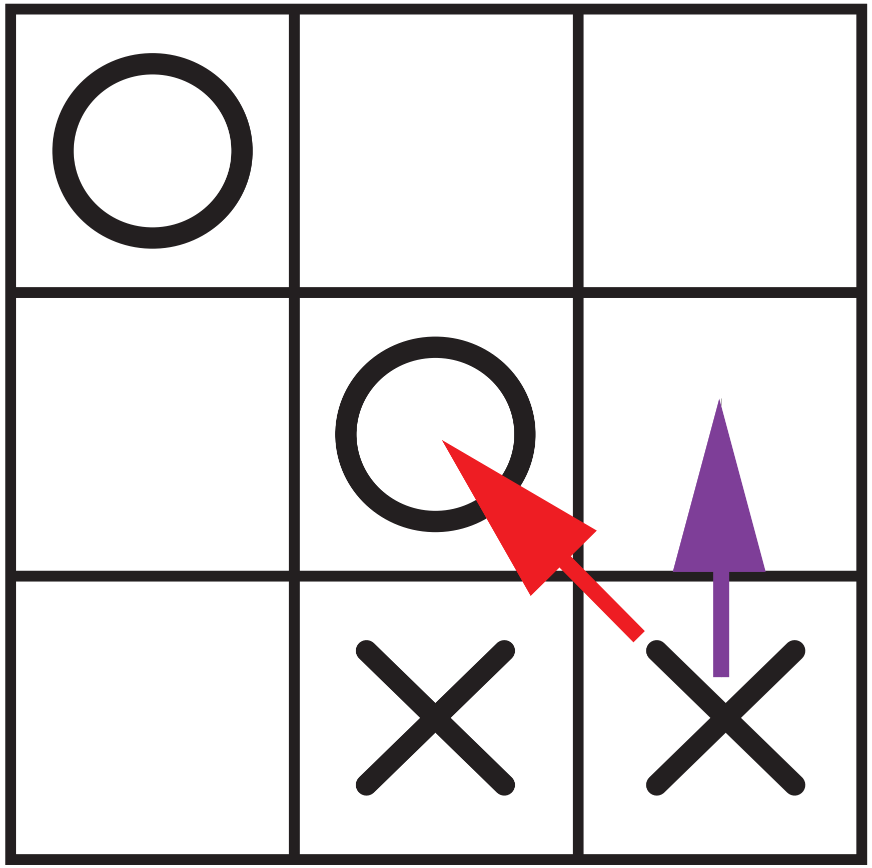
Poteza 2



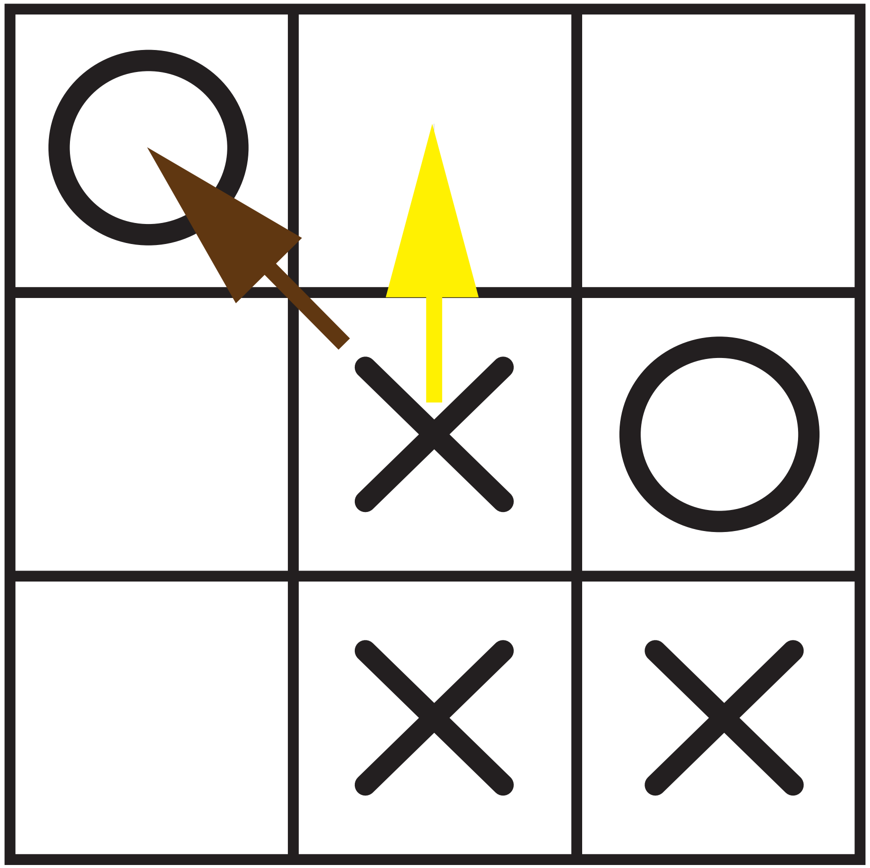
Poteza 2



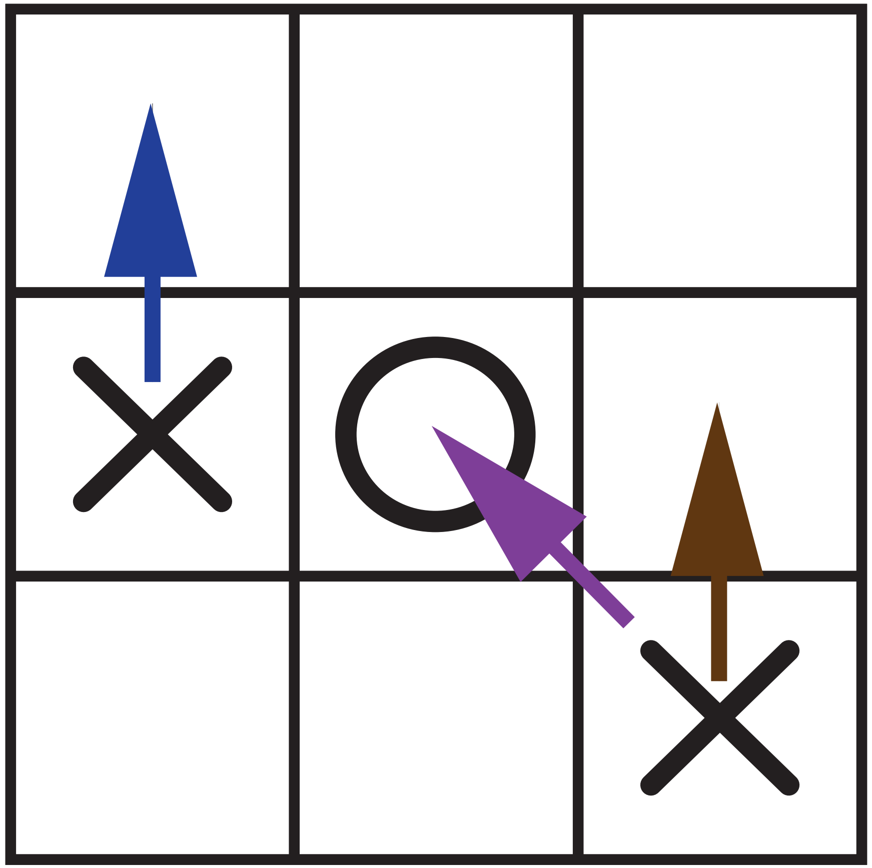
Poteza 2



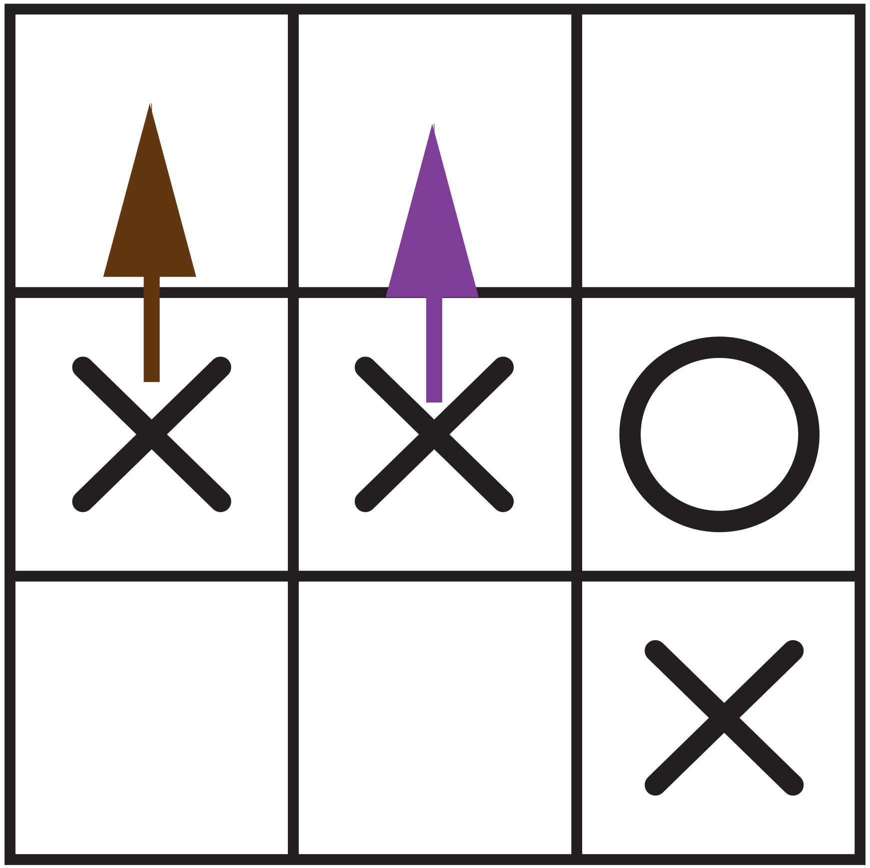
Poteza 2



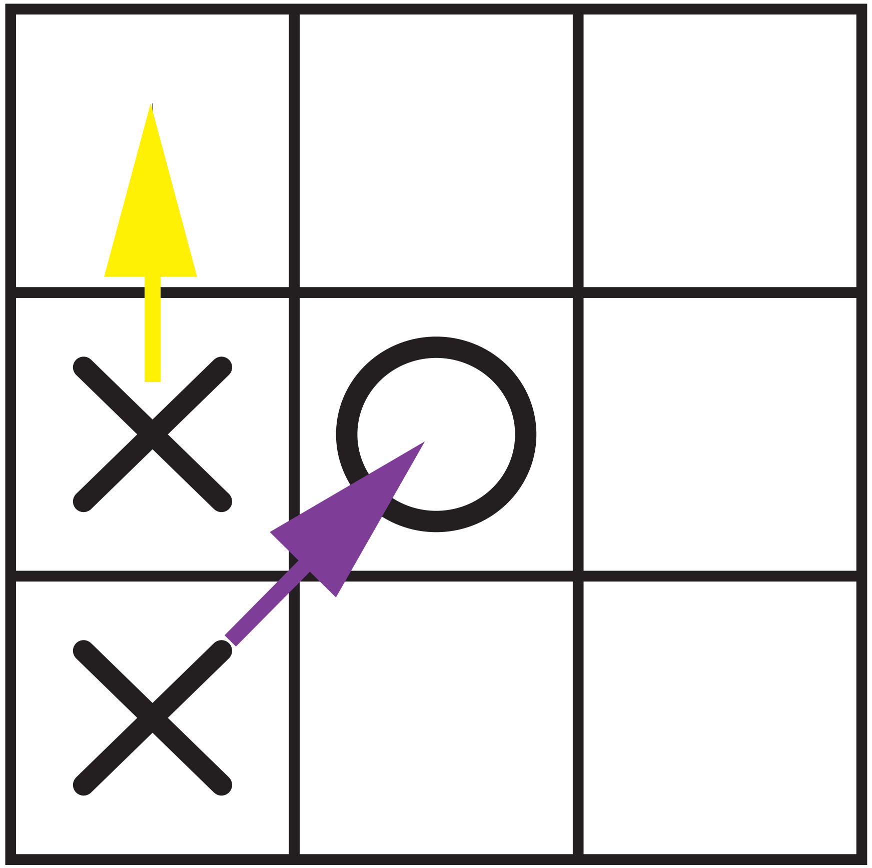
Poteza 2



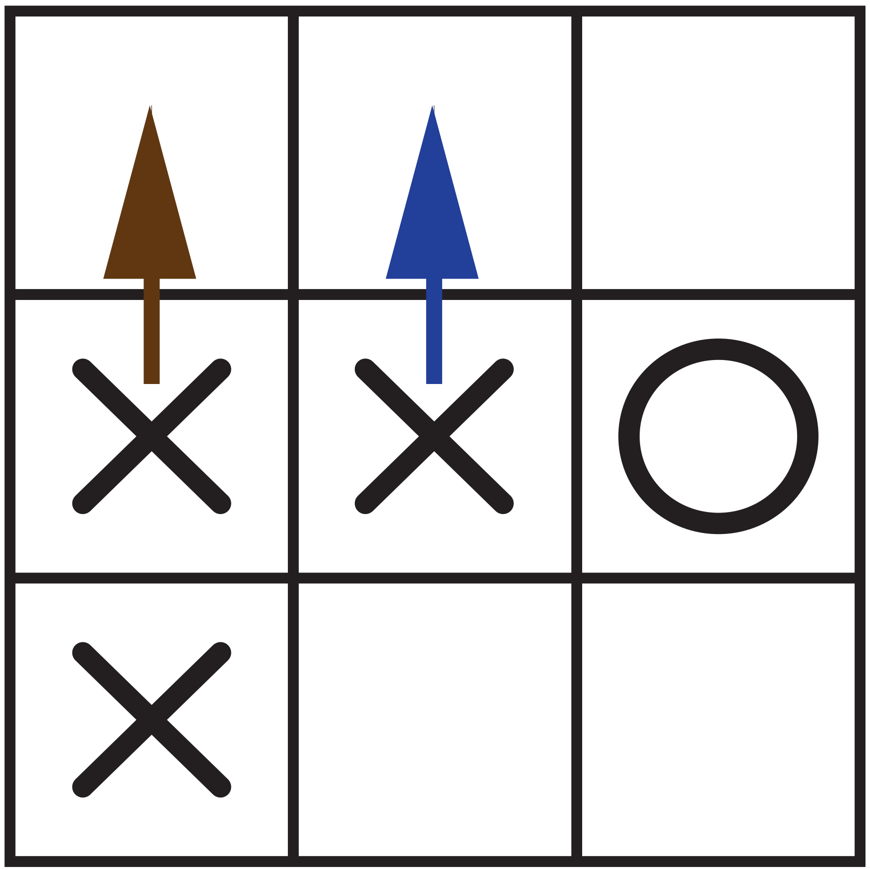
Poteza 3



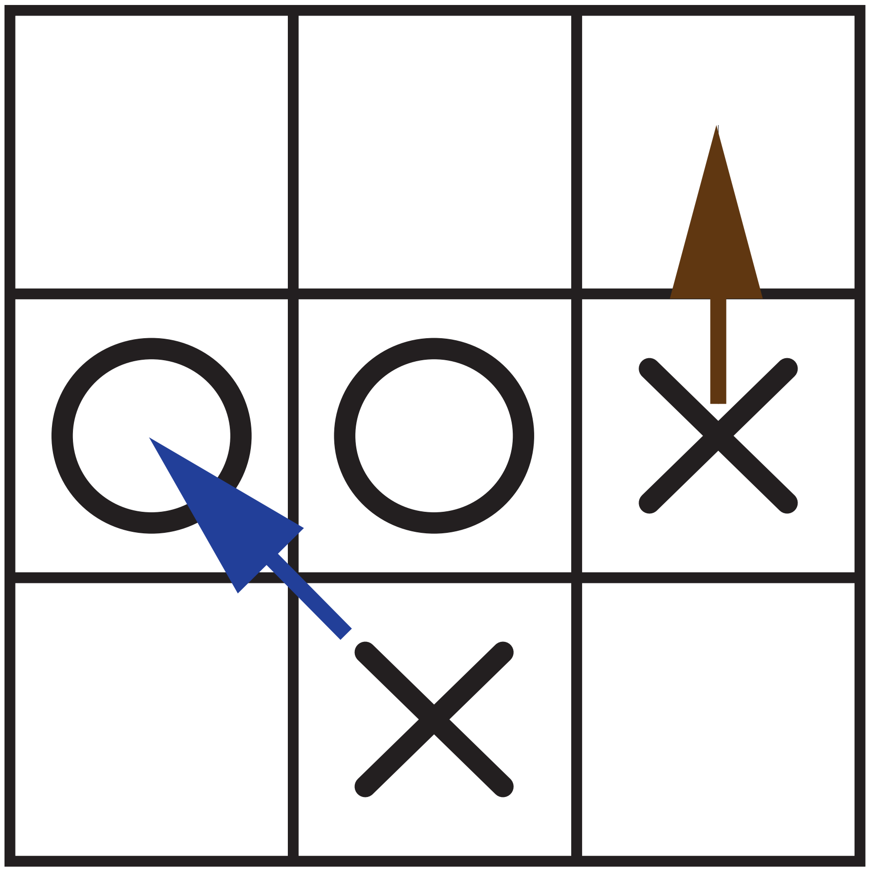
Poteza 3



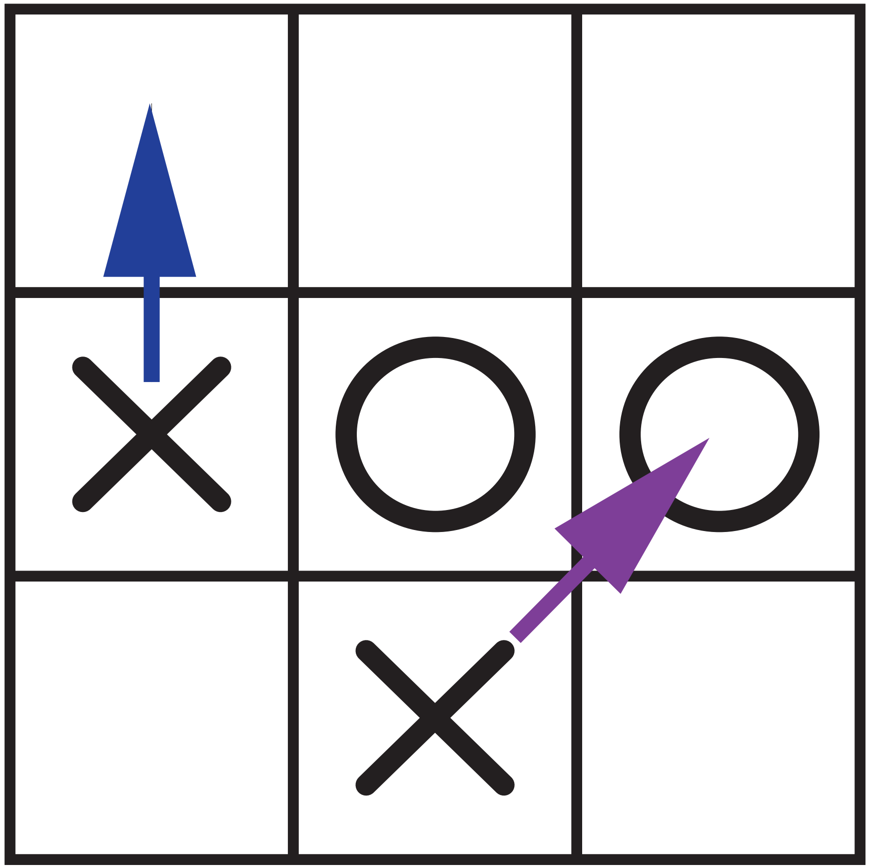
Poteza 3



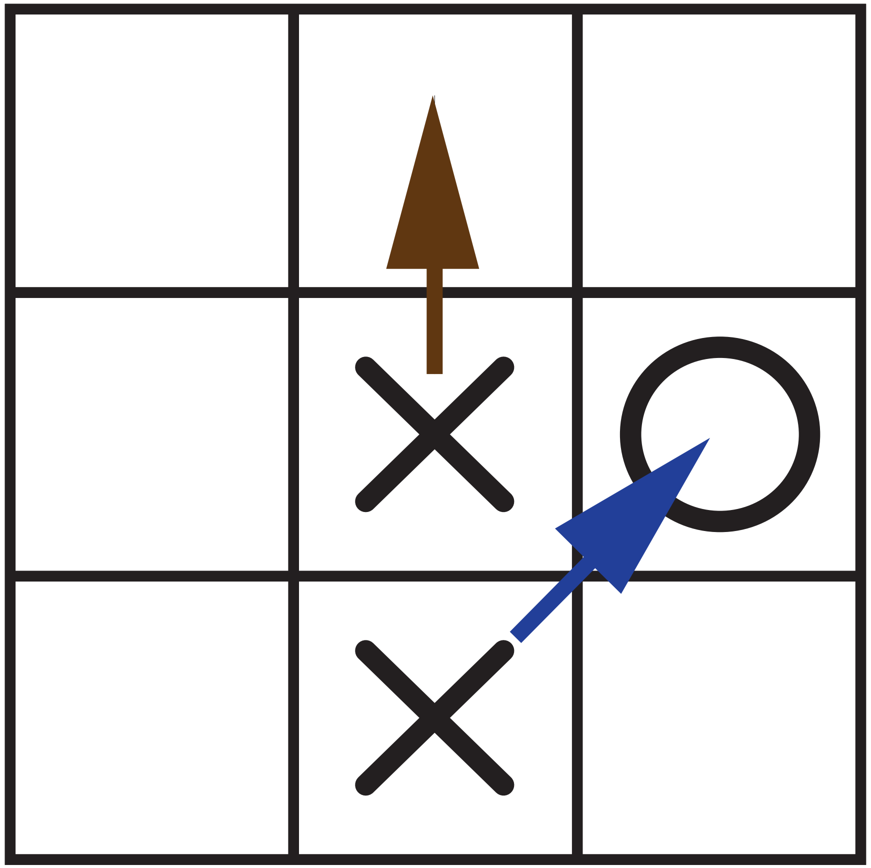
Poteza 3



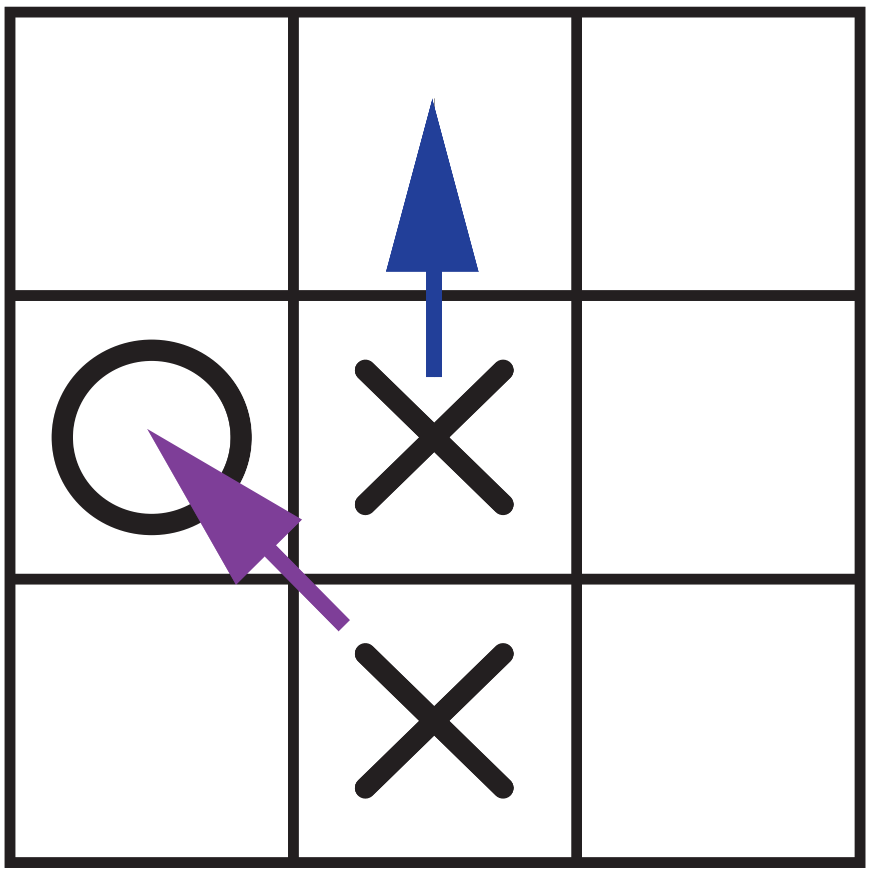
Poteza 3



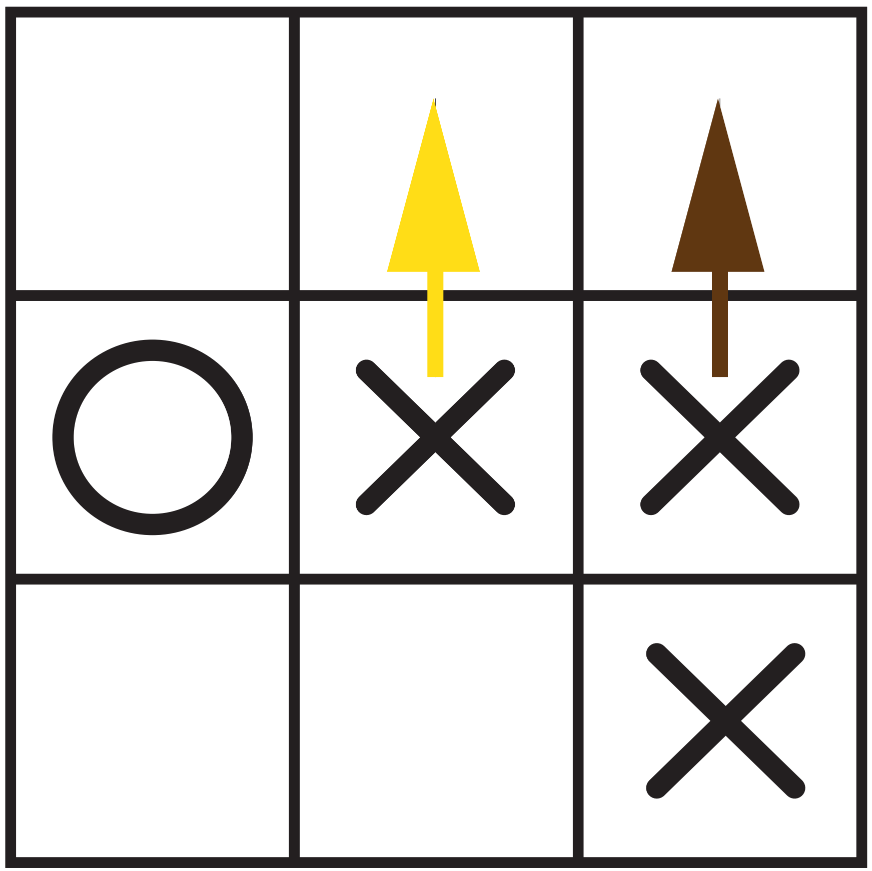
Poteza 3



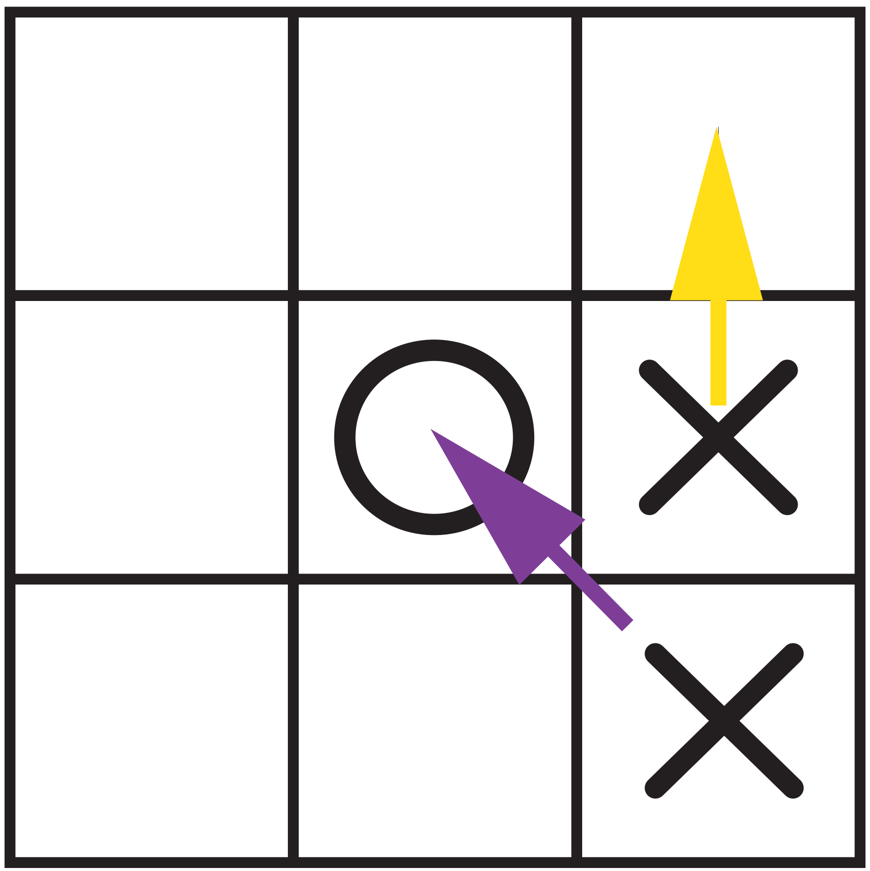
Poteza 3



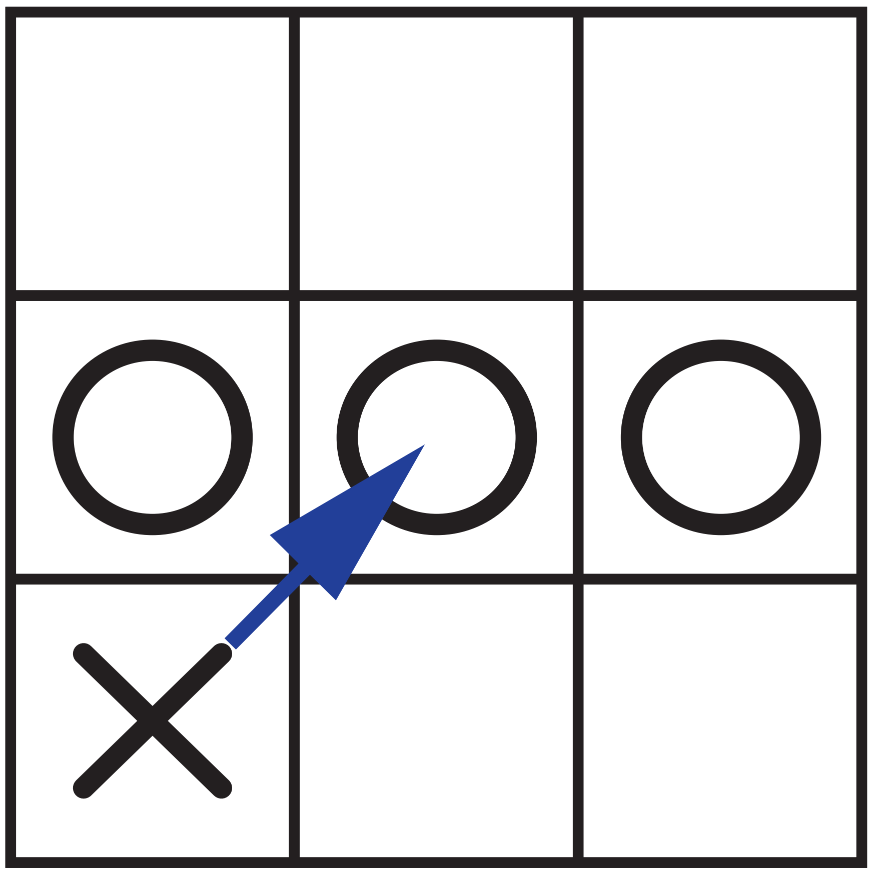
Poteza 3



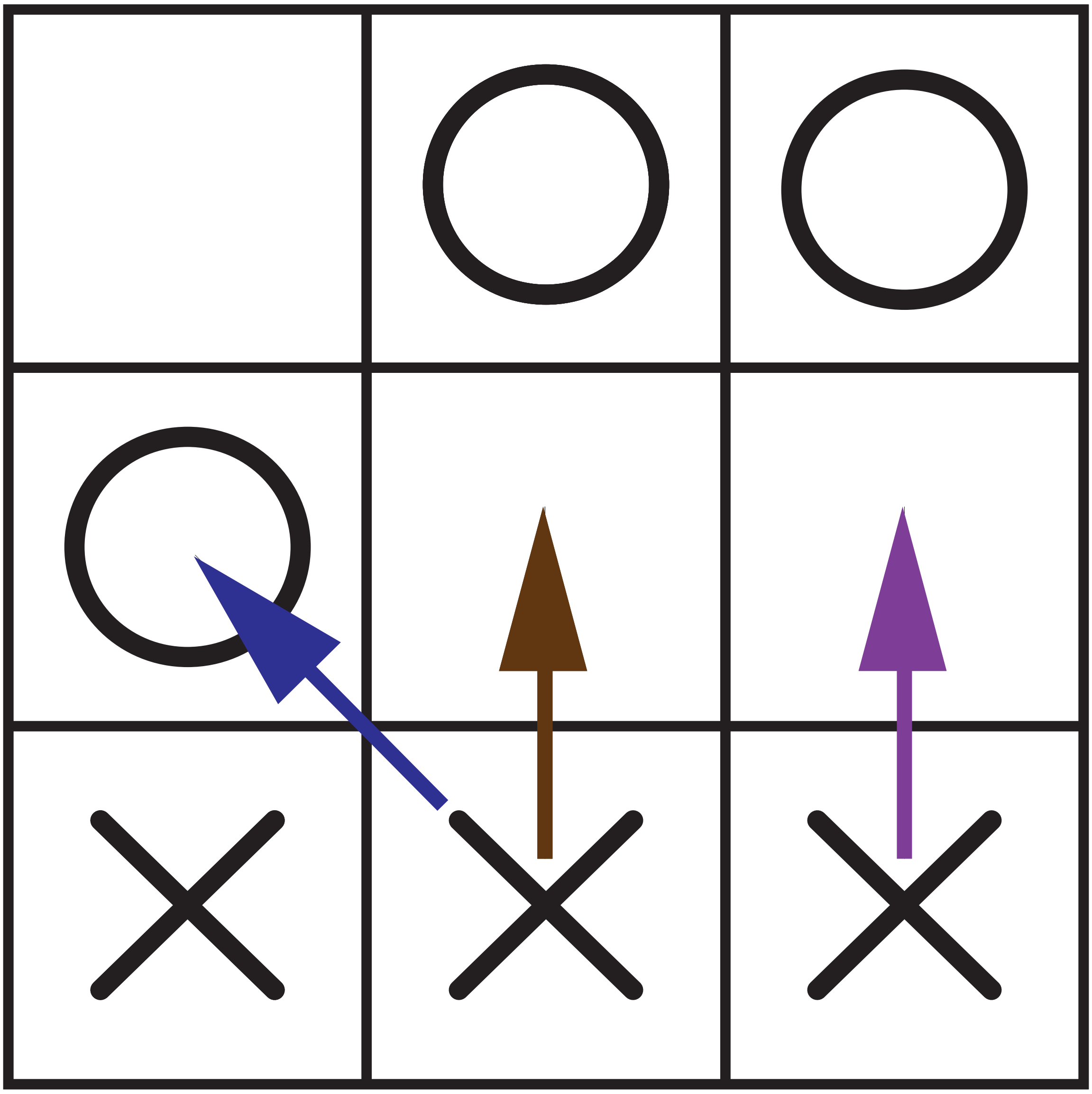
Poteza 3



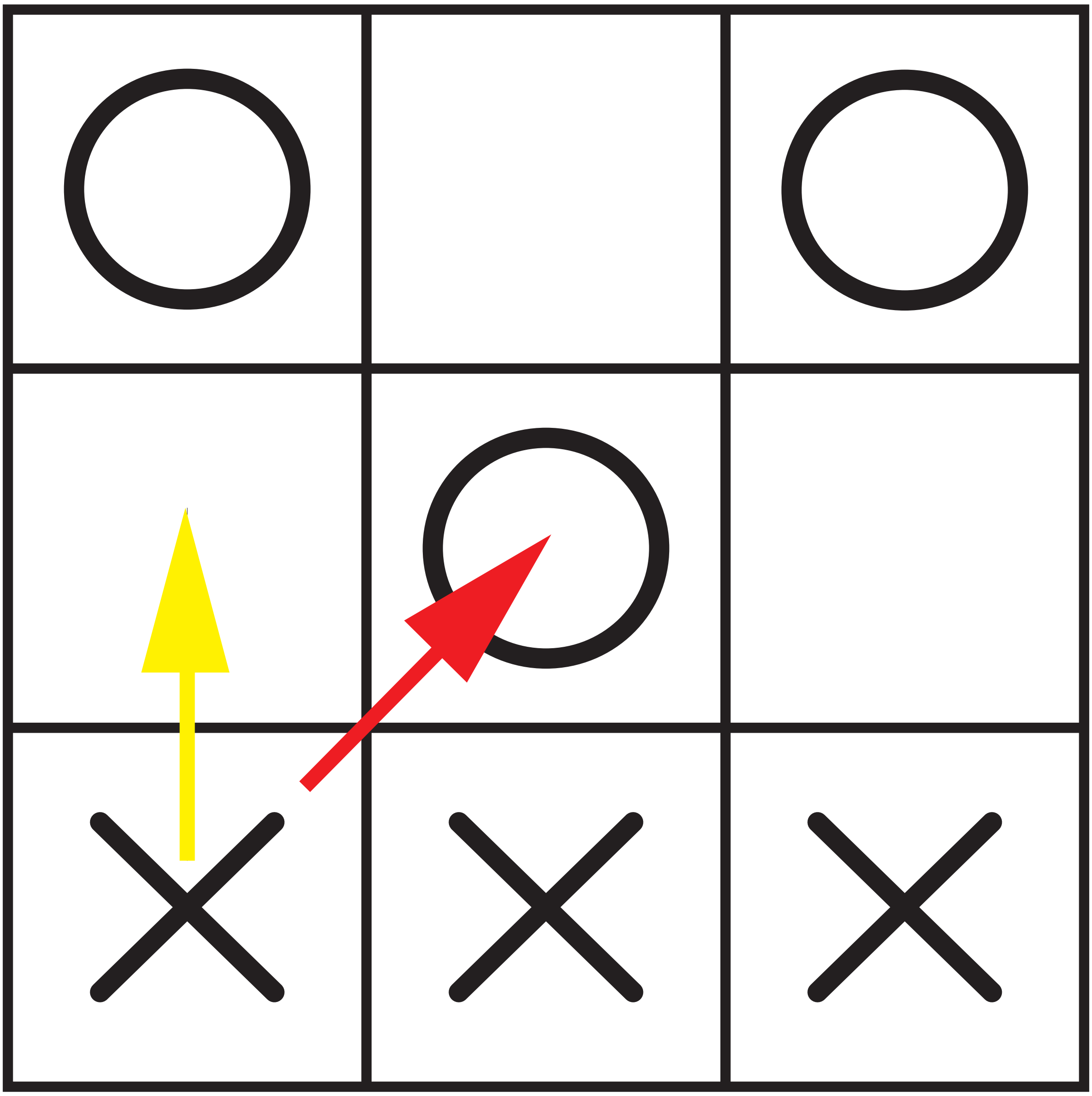
Poteza 3



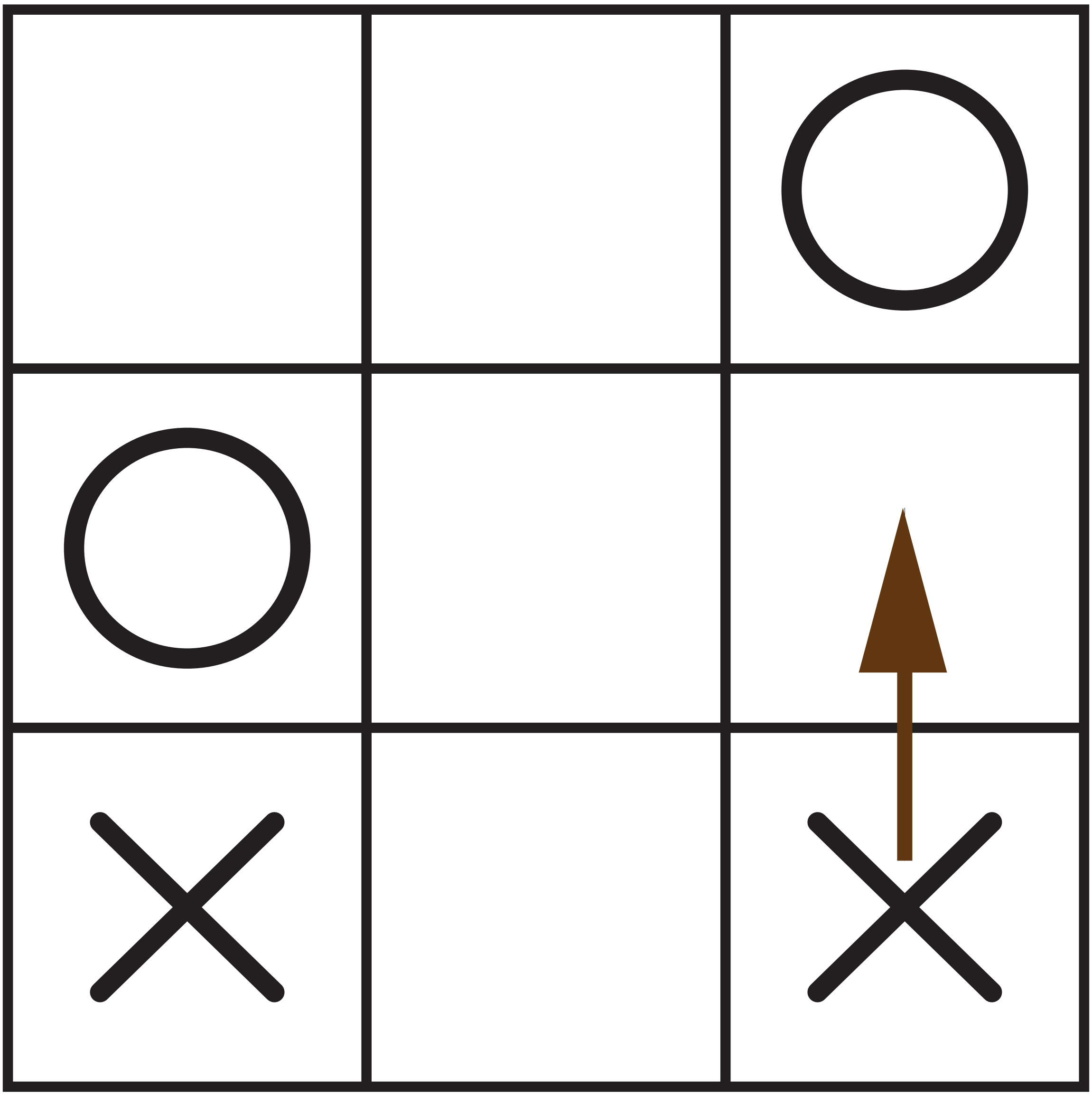
Poteza 3



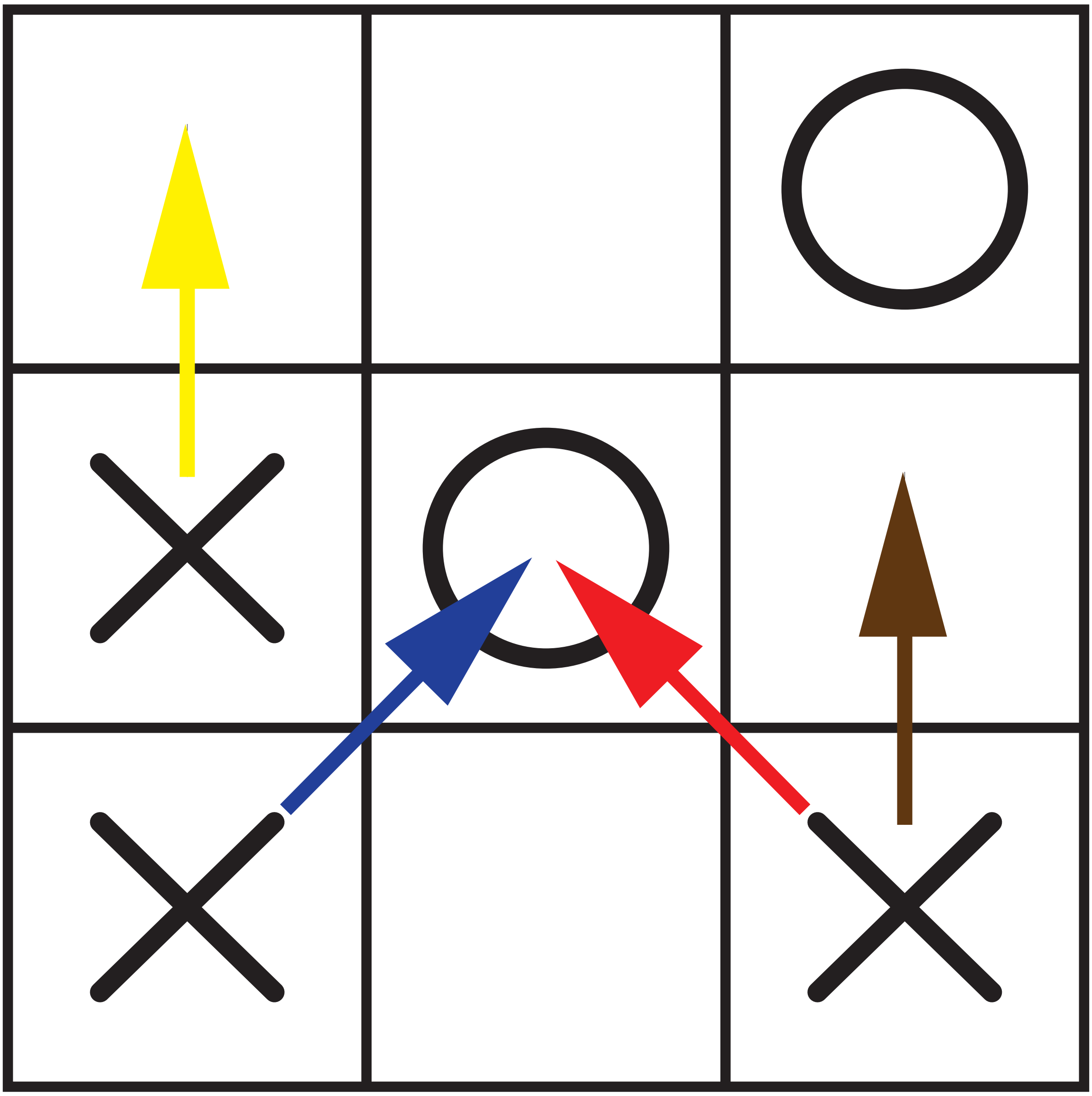
Poteza 1



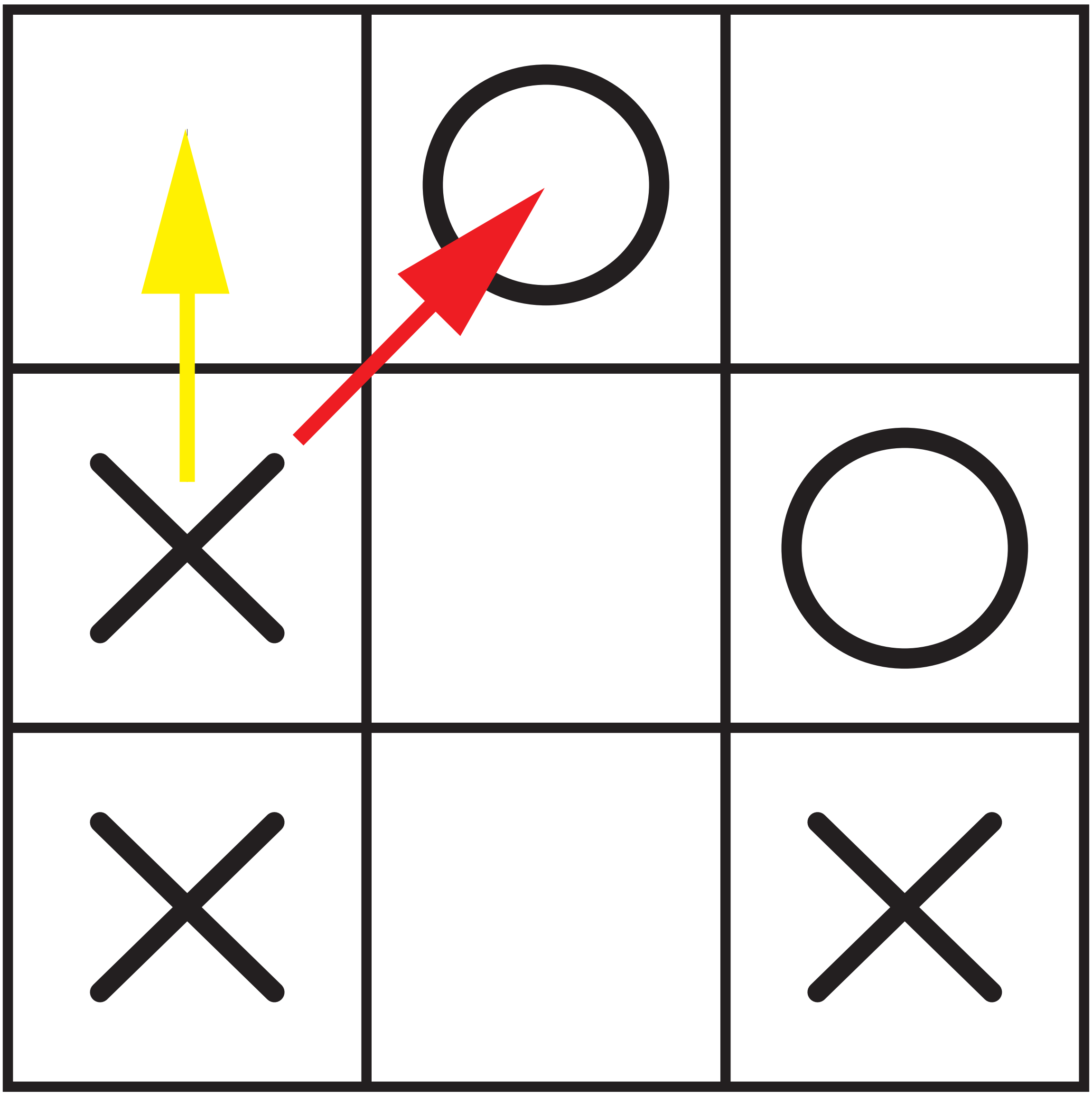
Poteza 1



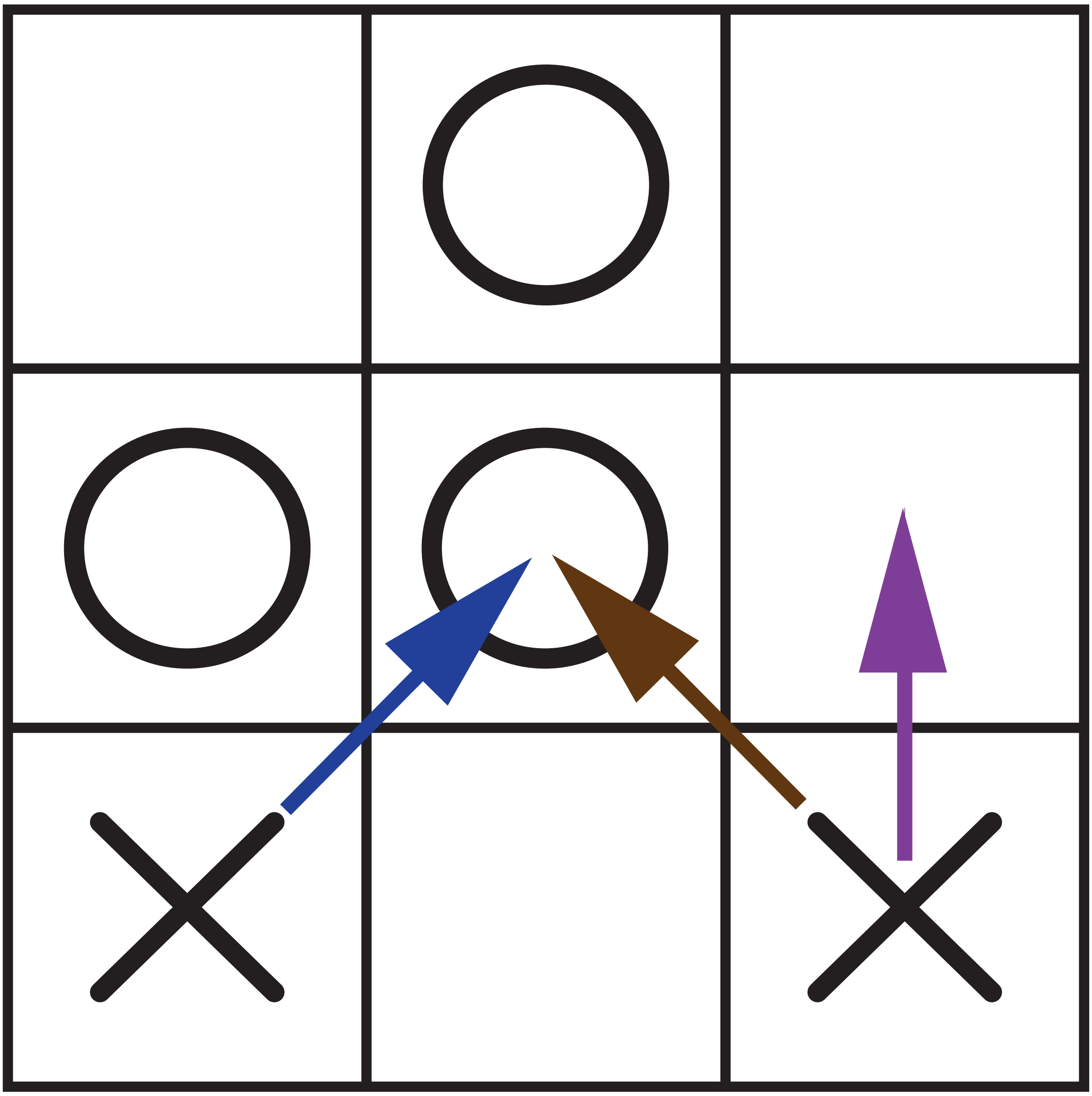
Poteza 2



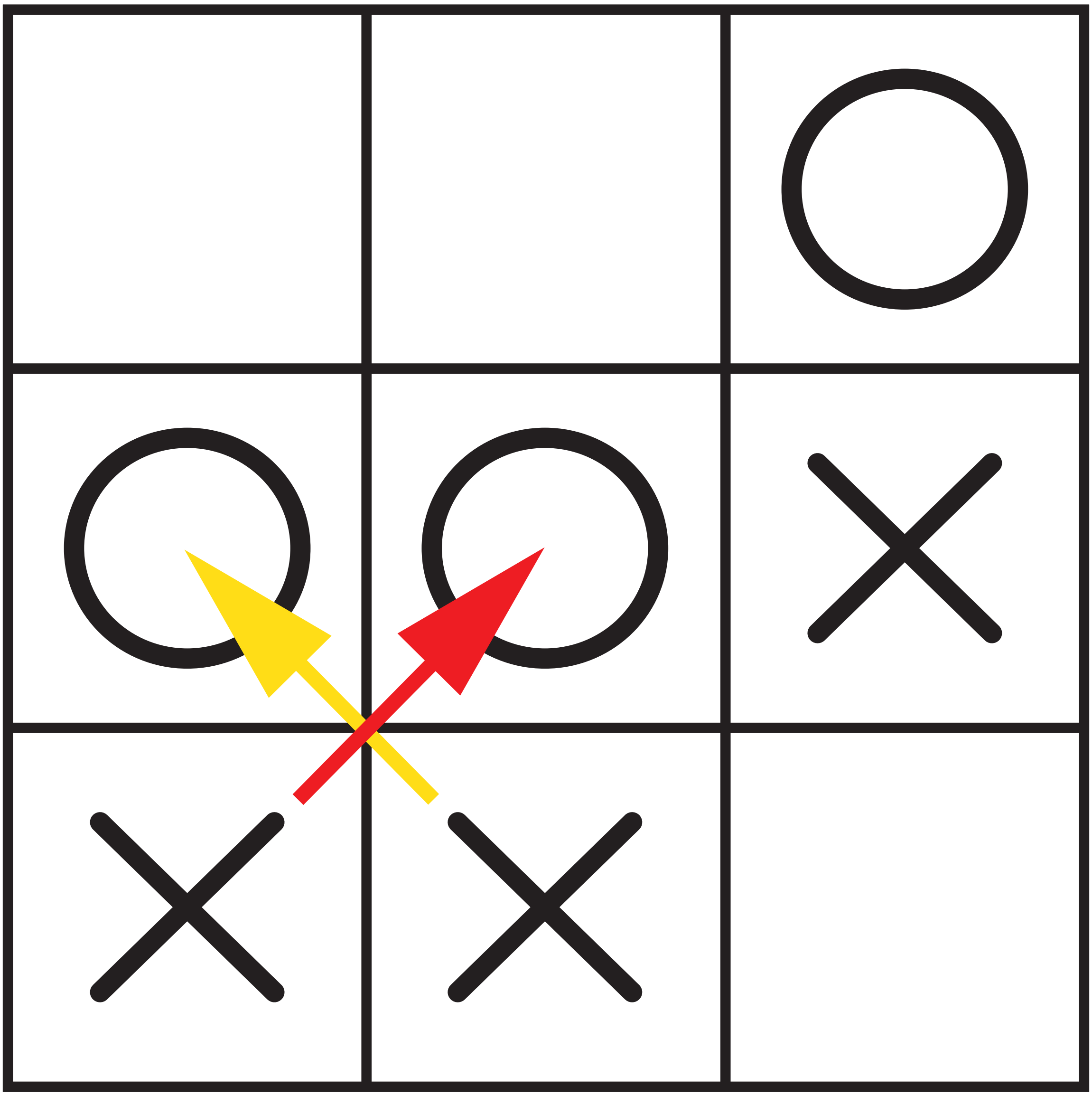
Poteza 2



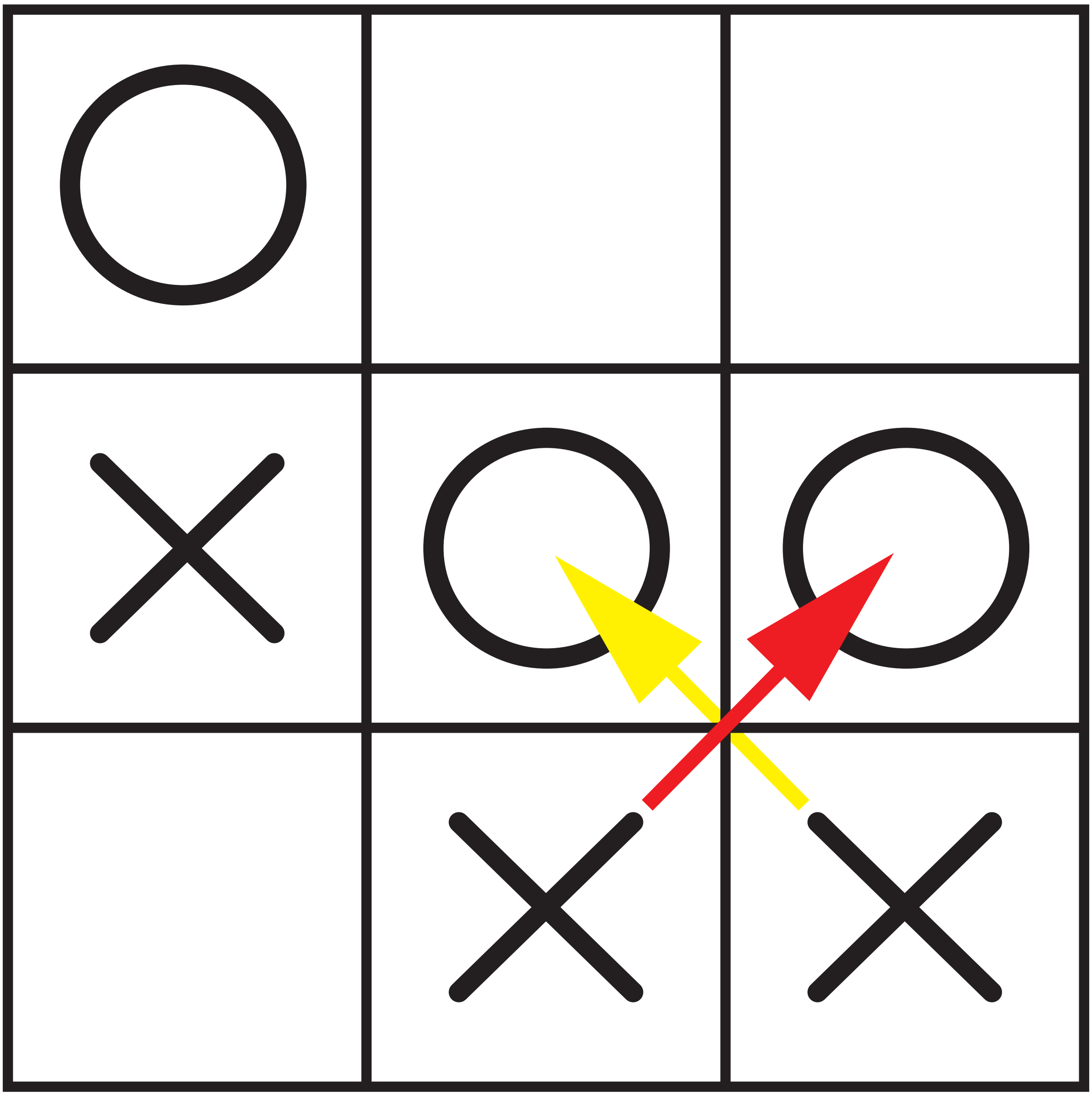
Poteza 2



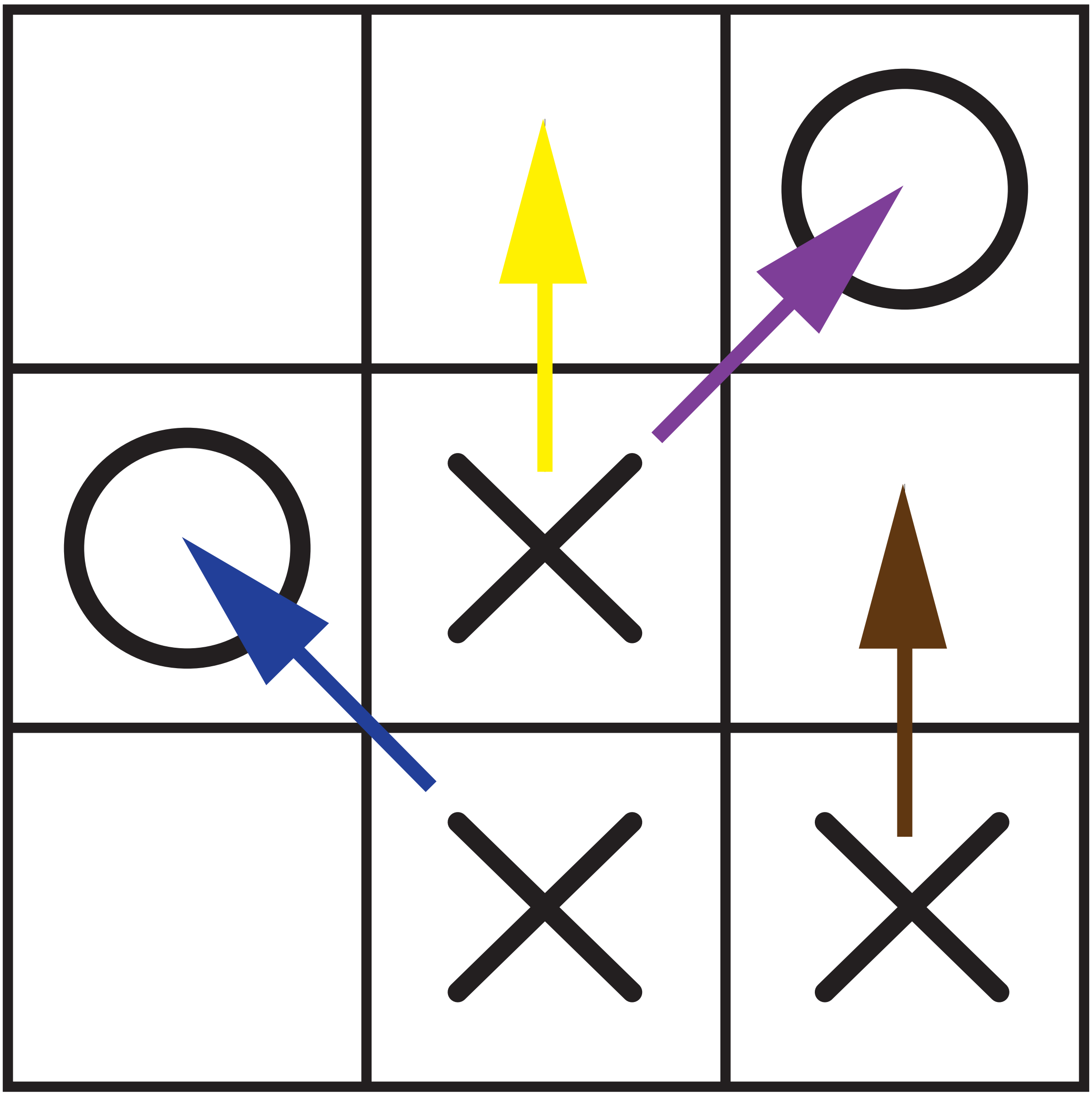
Poteza 2



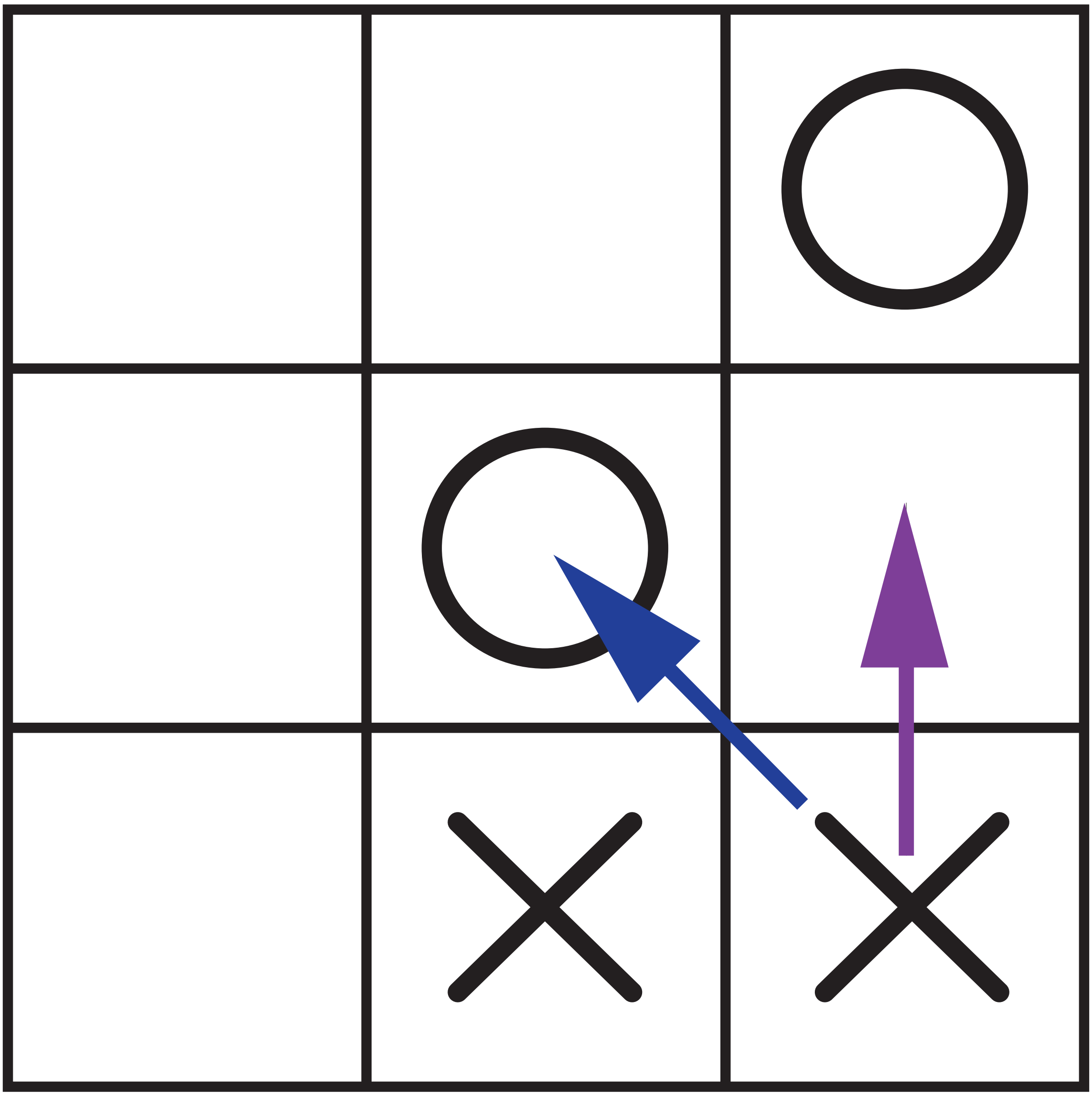
Poteza 2



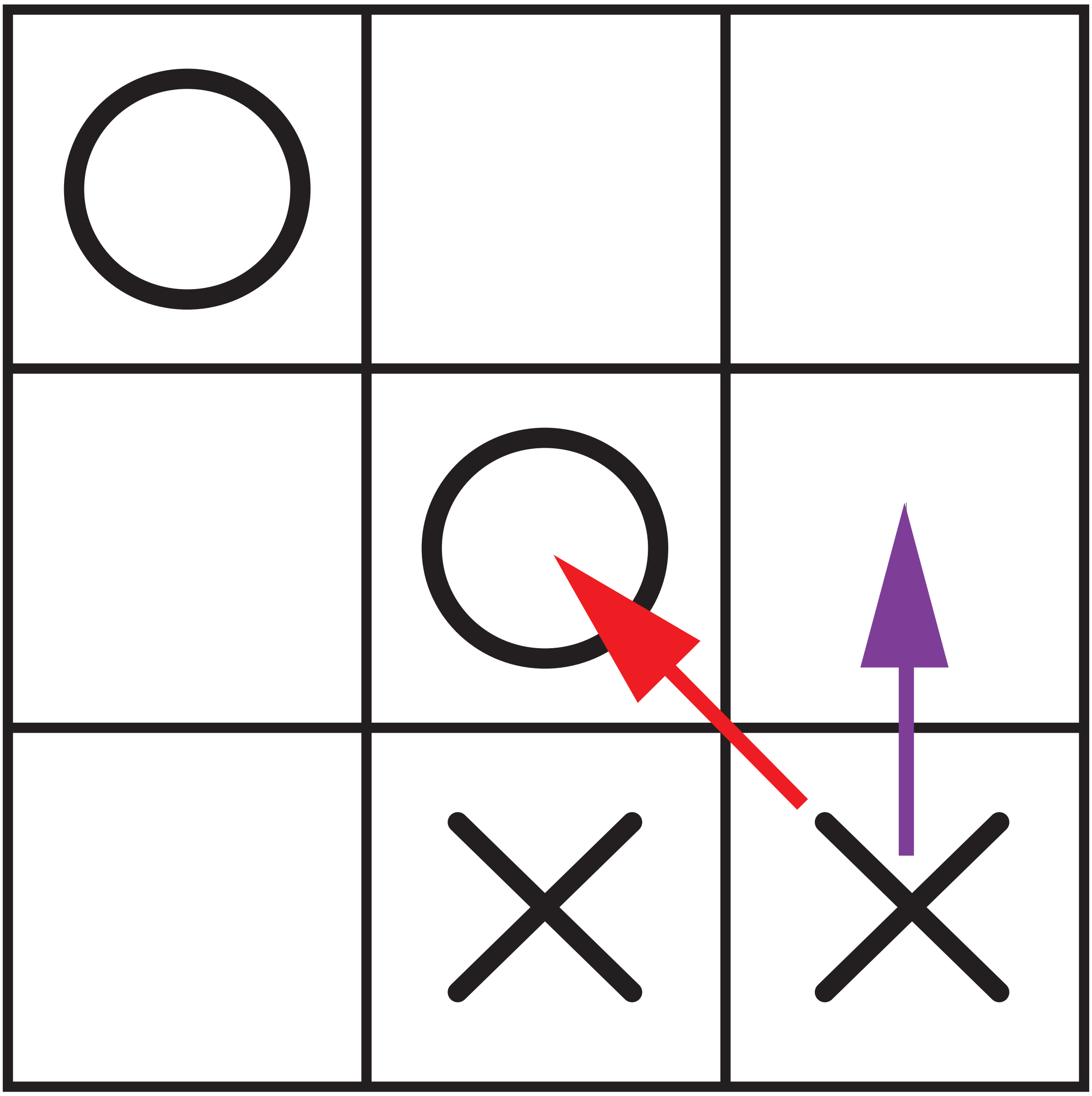
Poteza 2



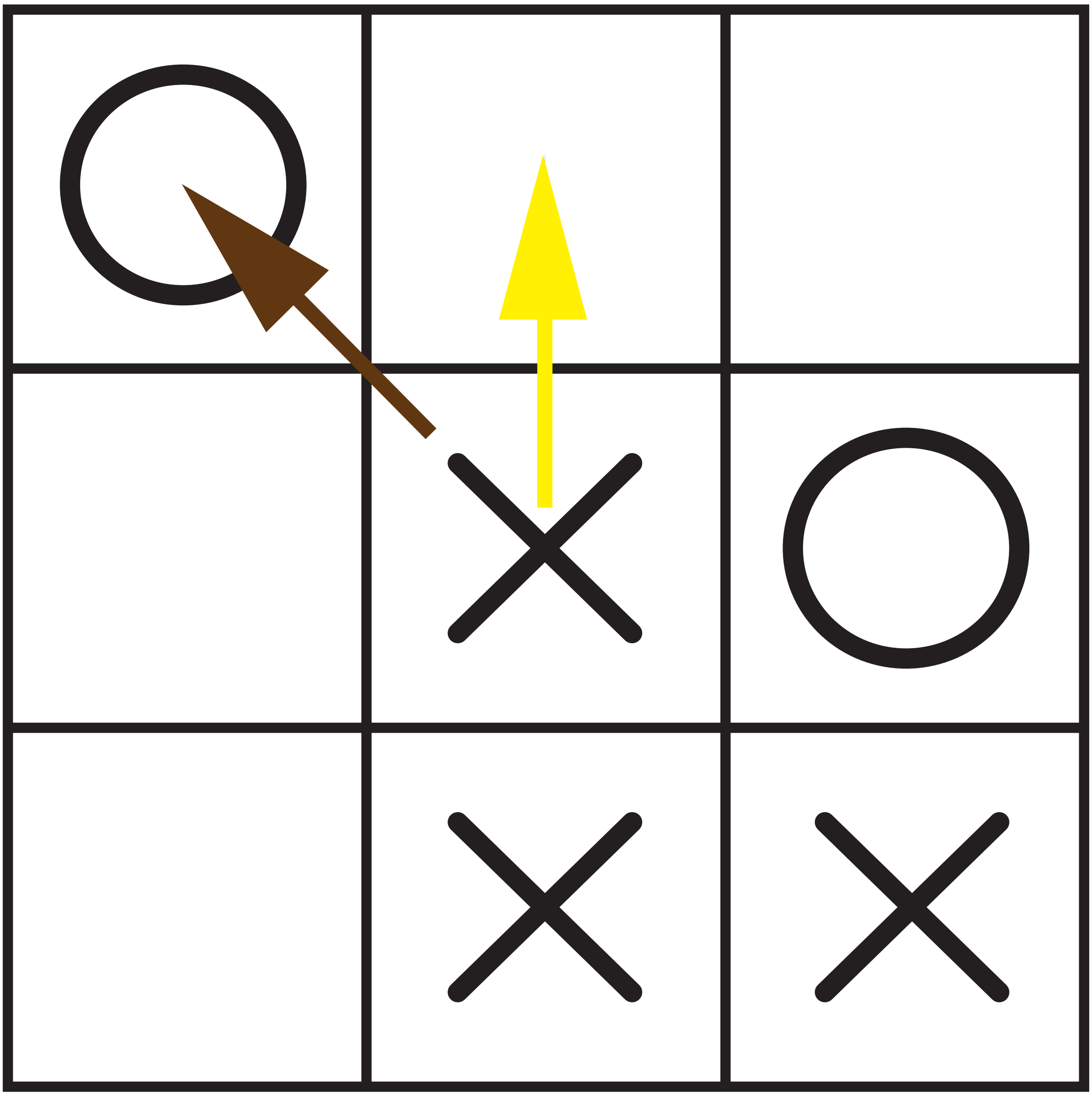
Poteza 2



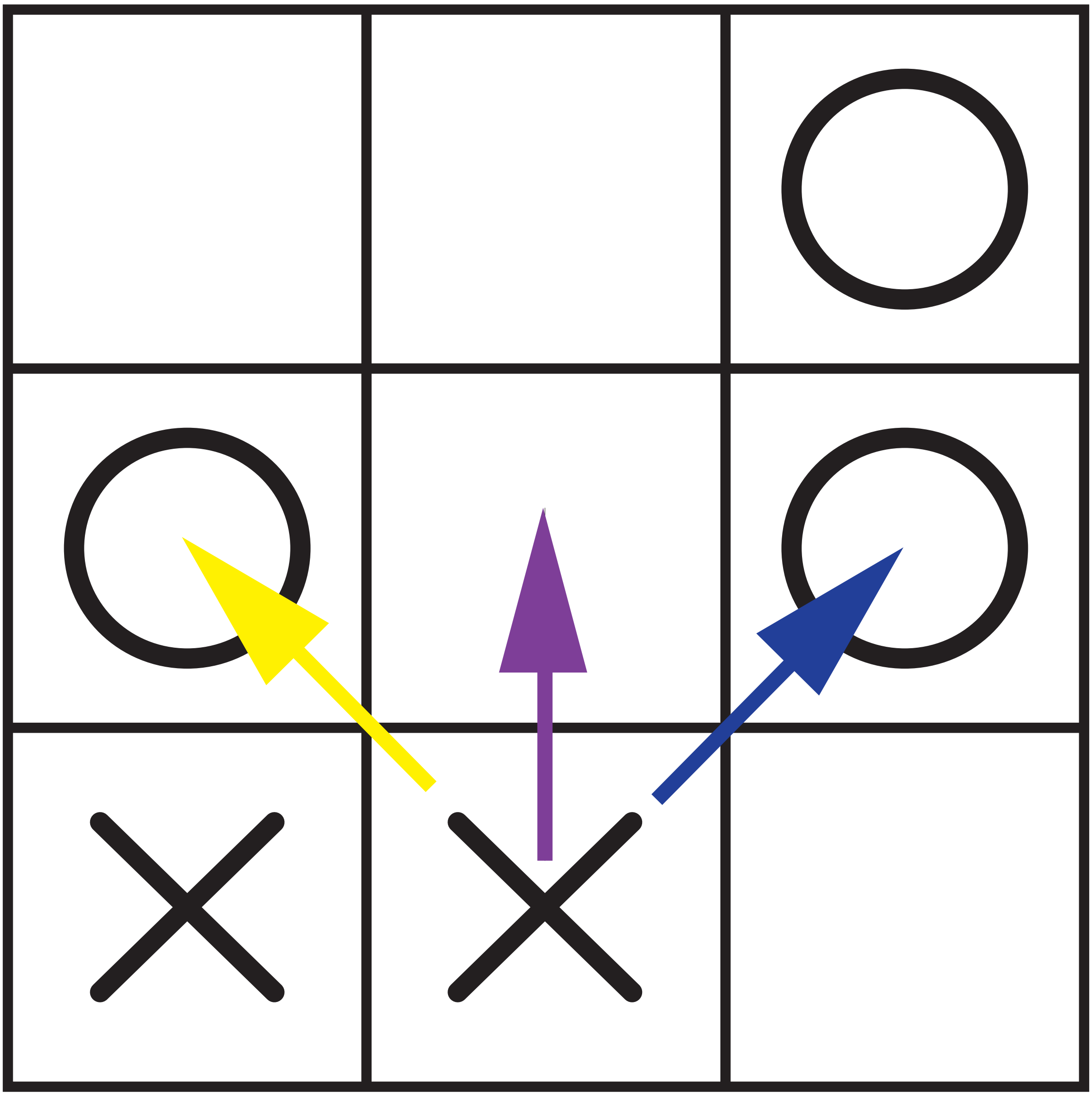
Poteza 2



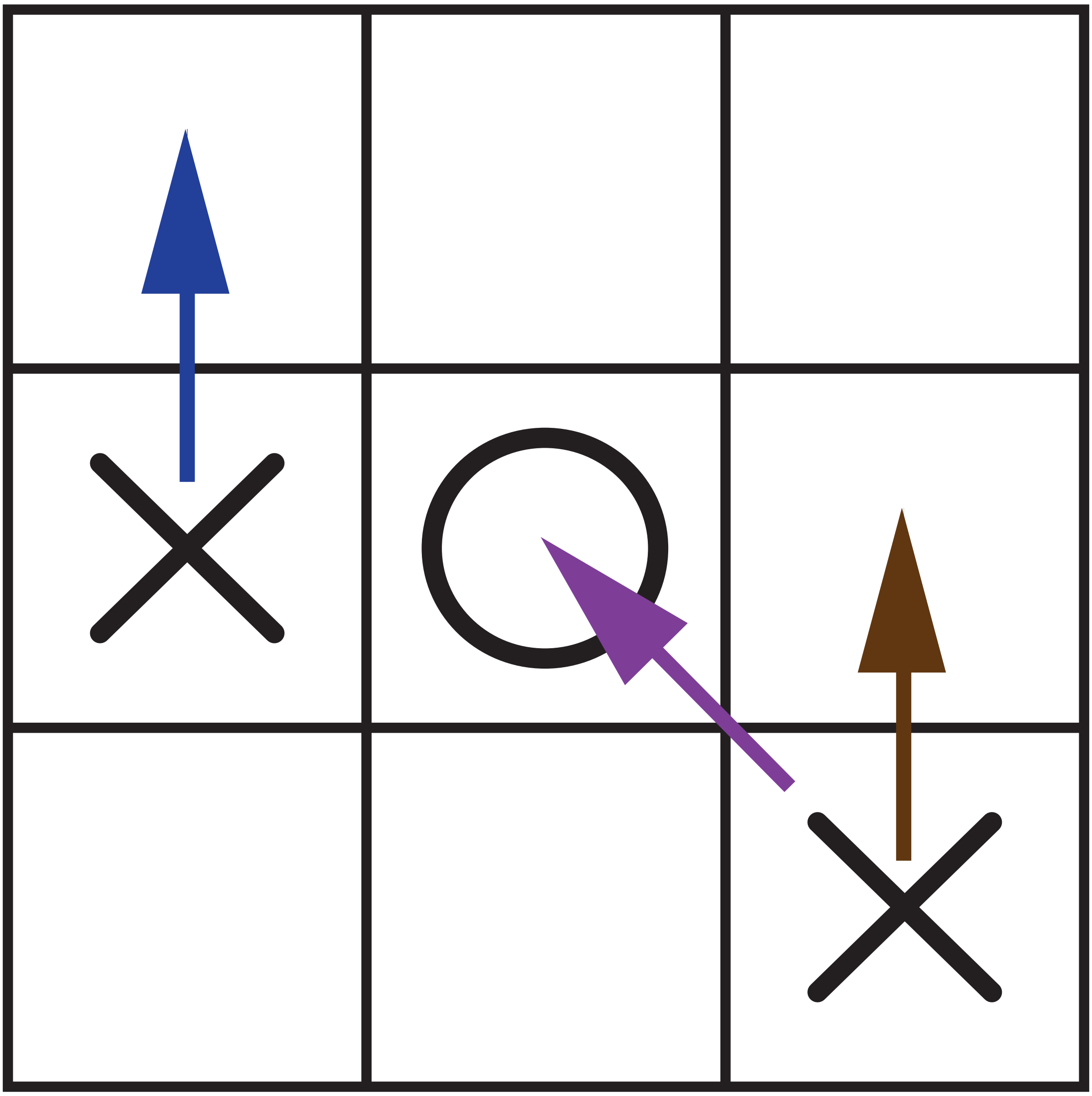
Poteza 2



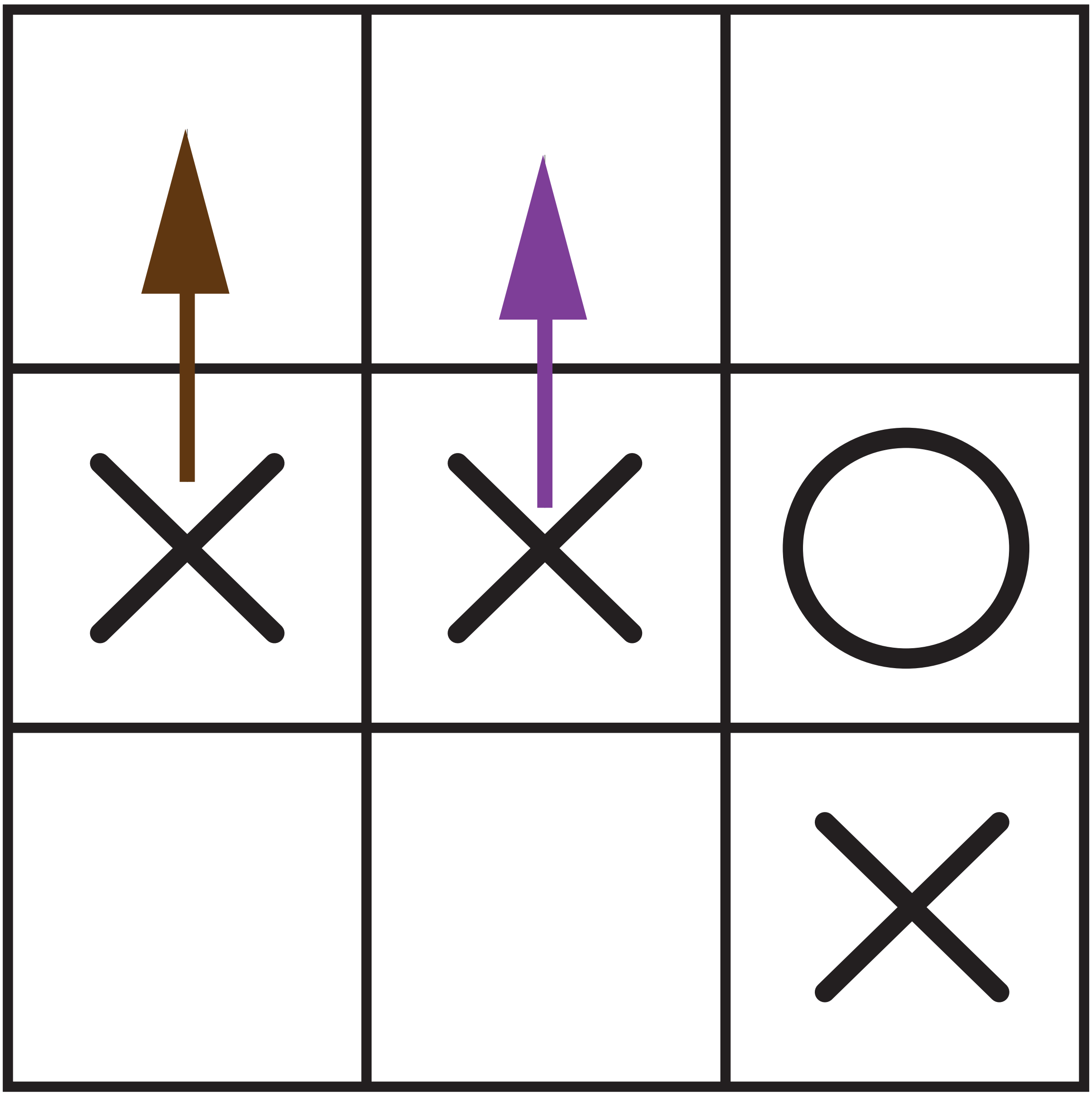
Poteza 2



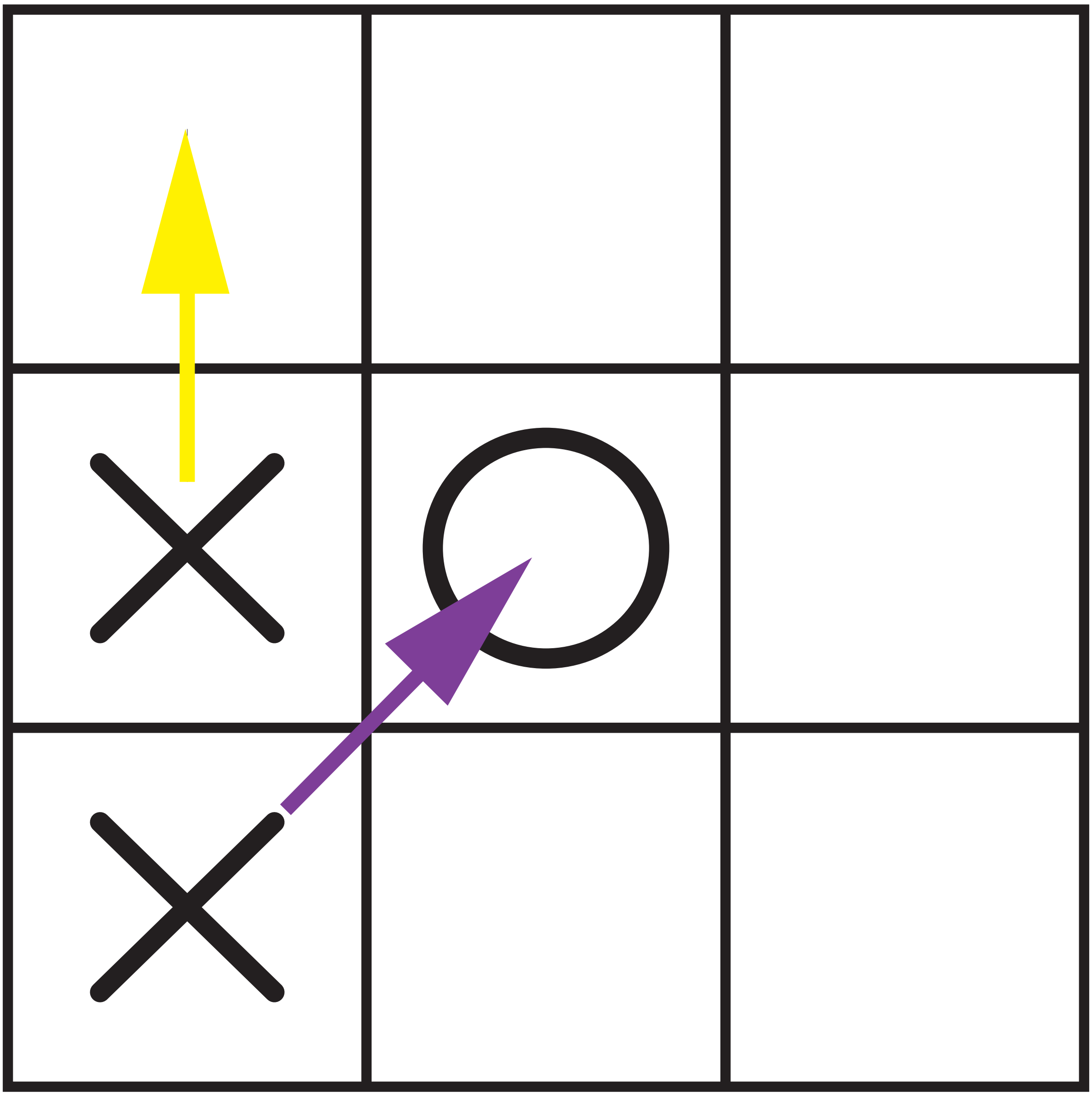
Poteza 2



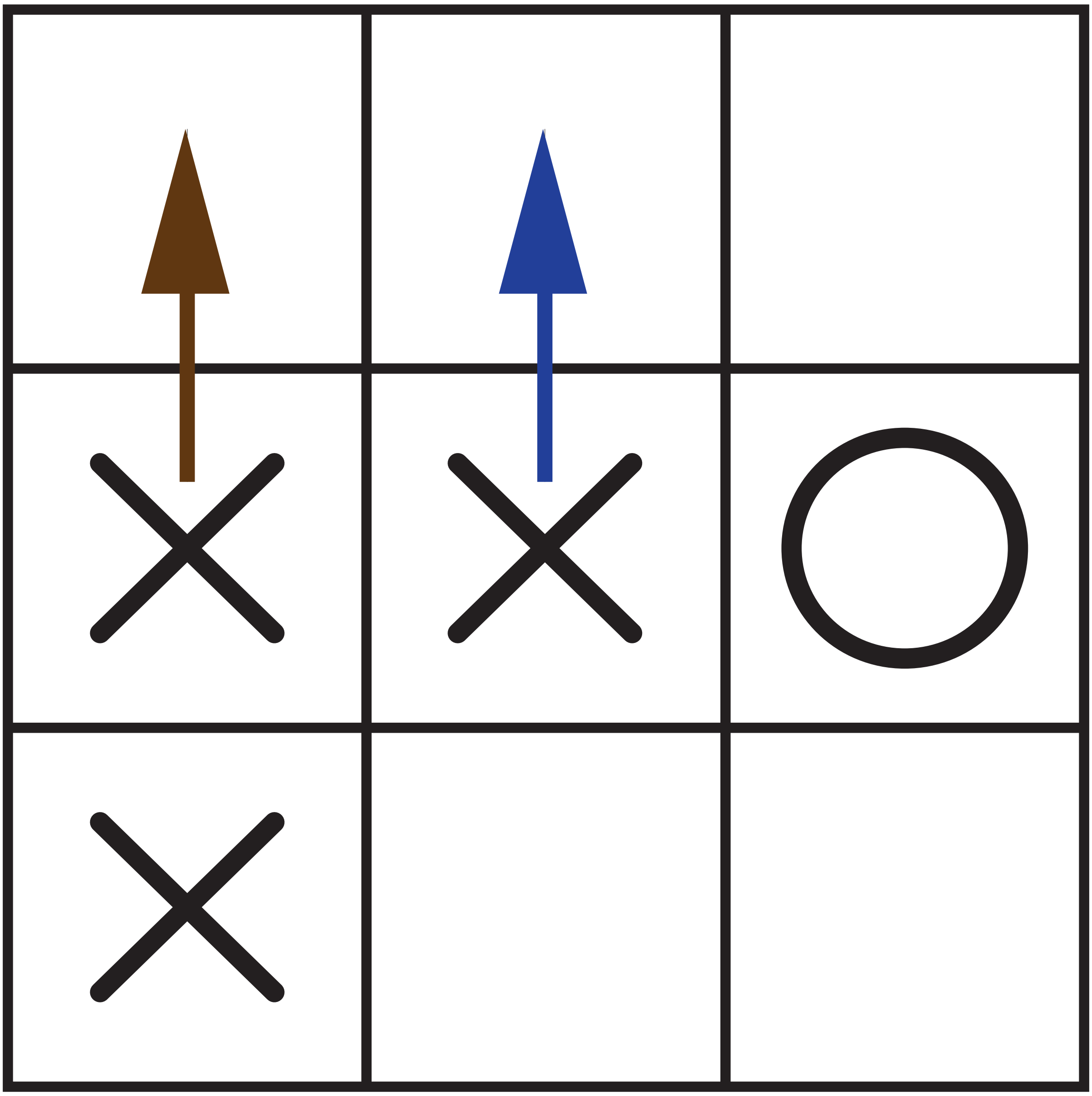
Poteza 3



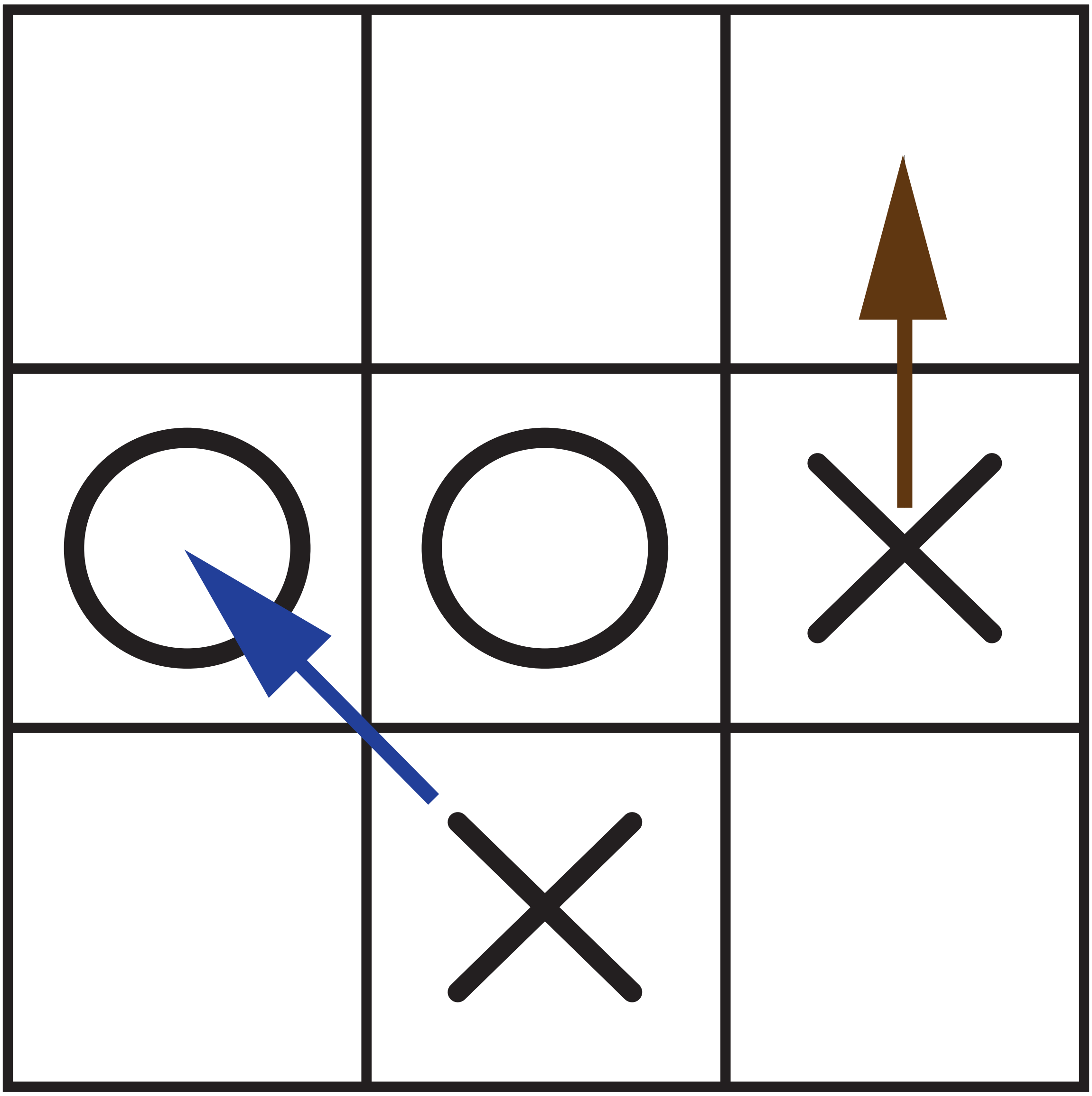
Poteza 3



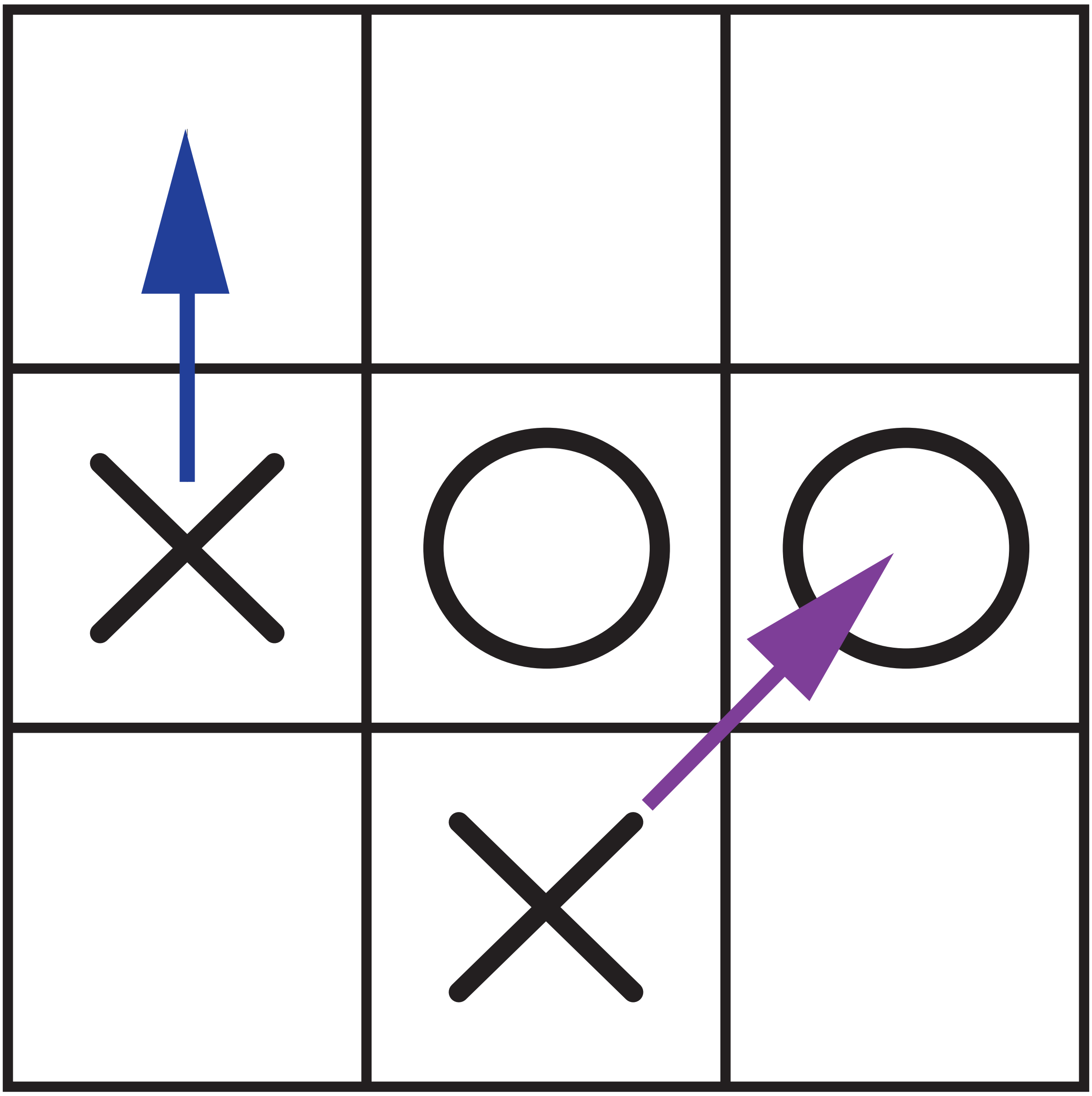
Poteza 3



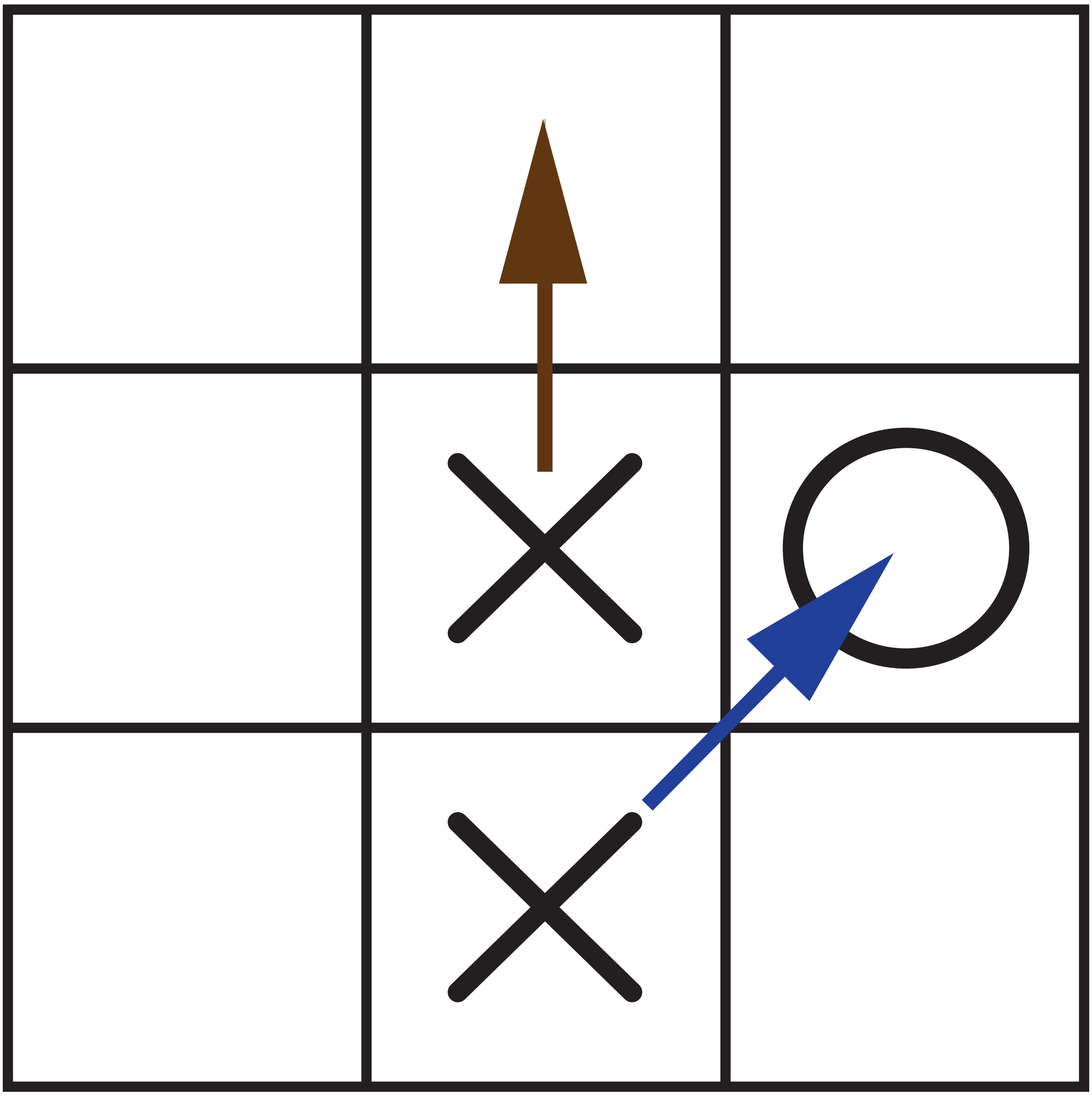
Poteza 3



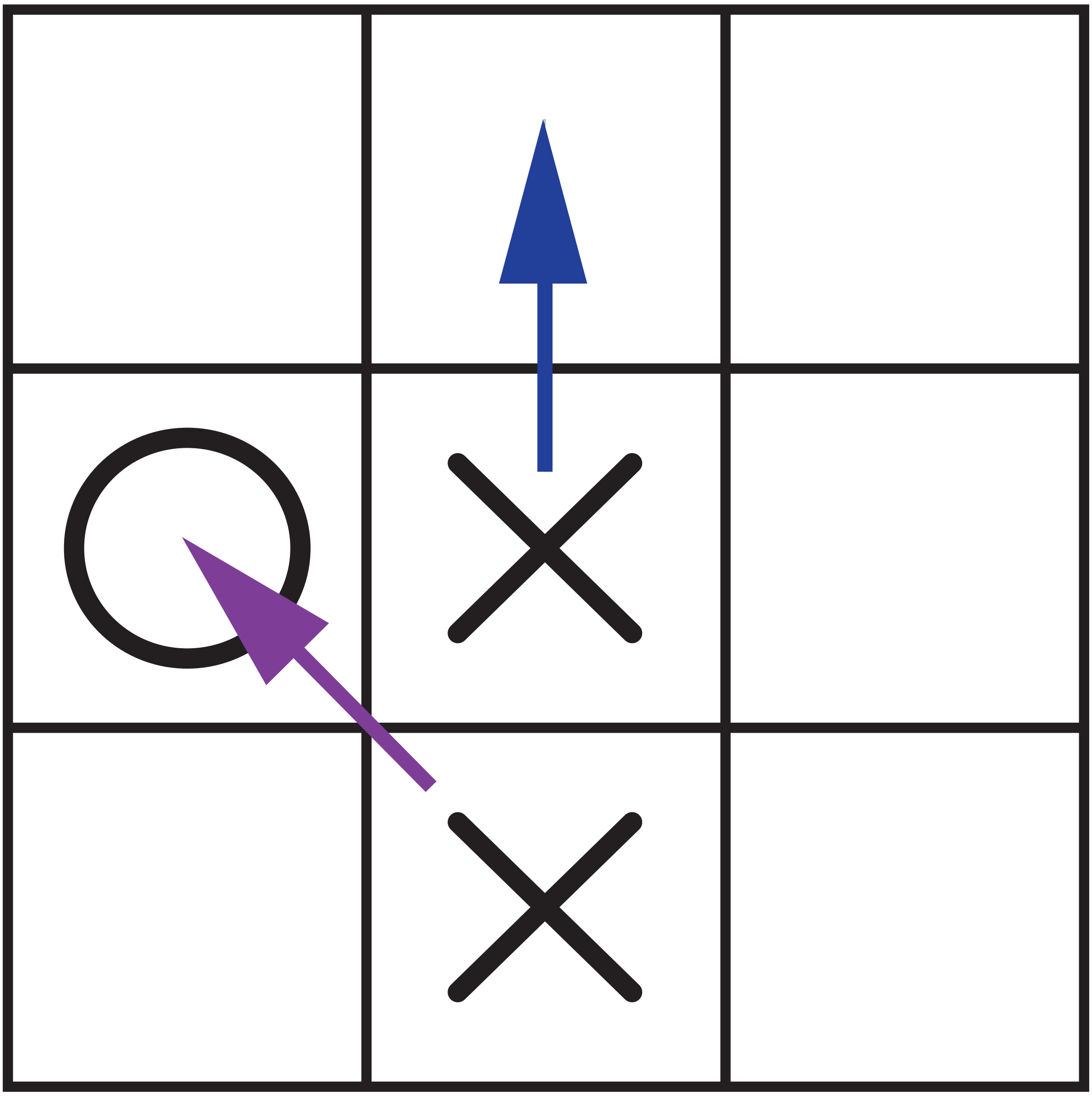
Poteza 3



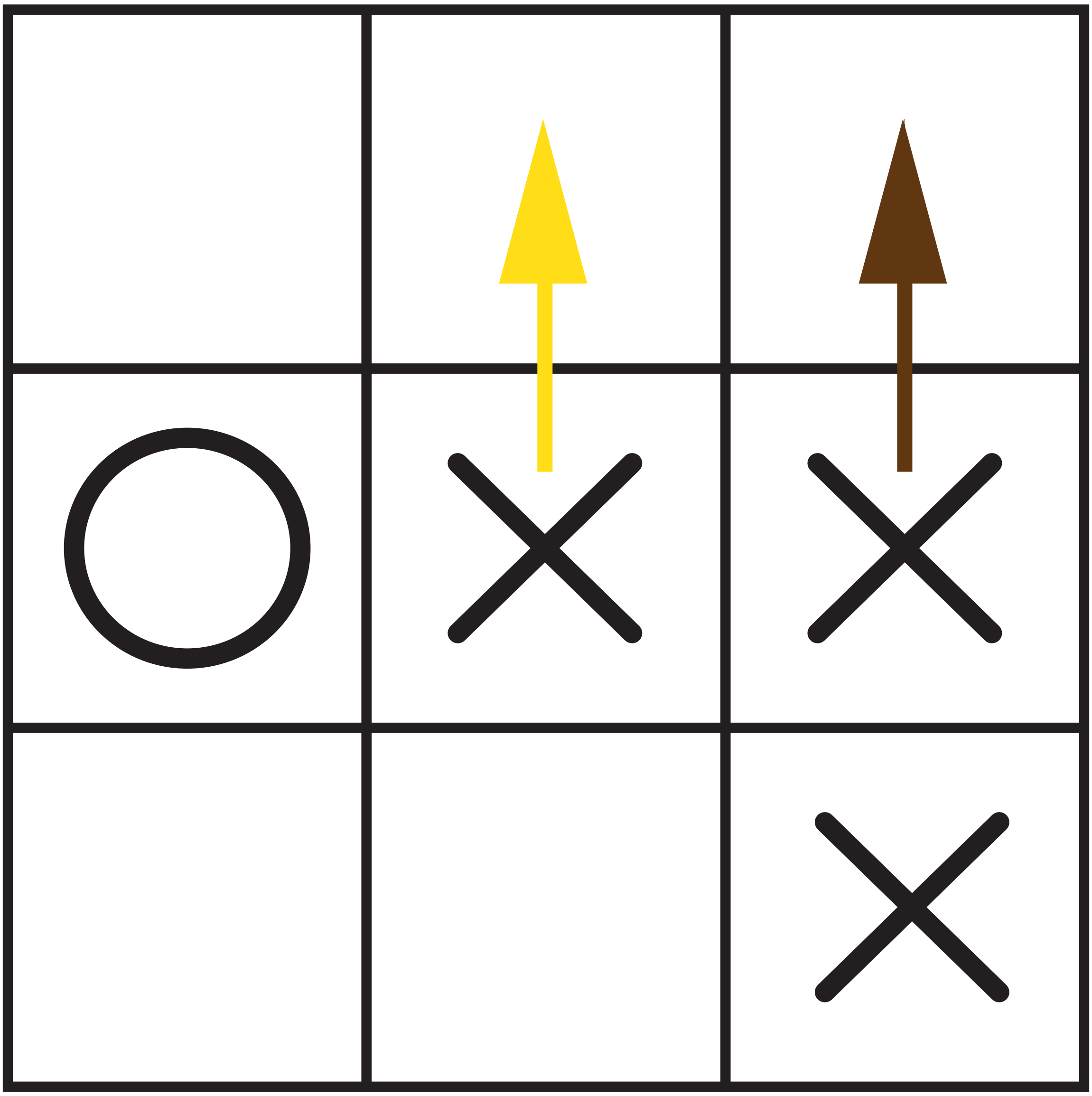
Poteza 3



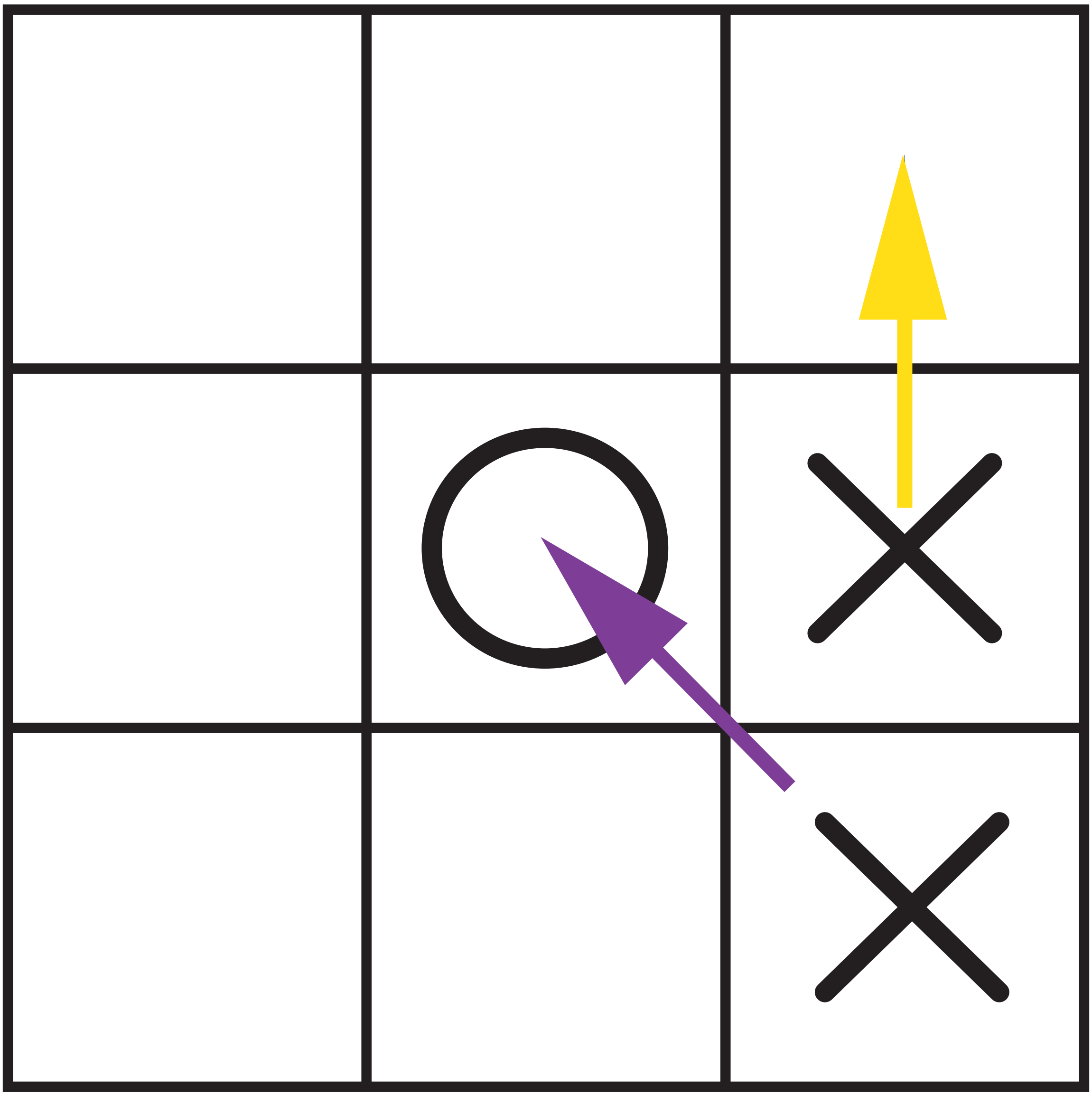
Poteza 3



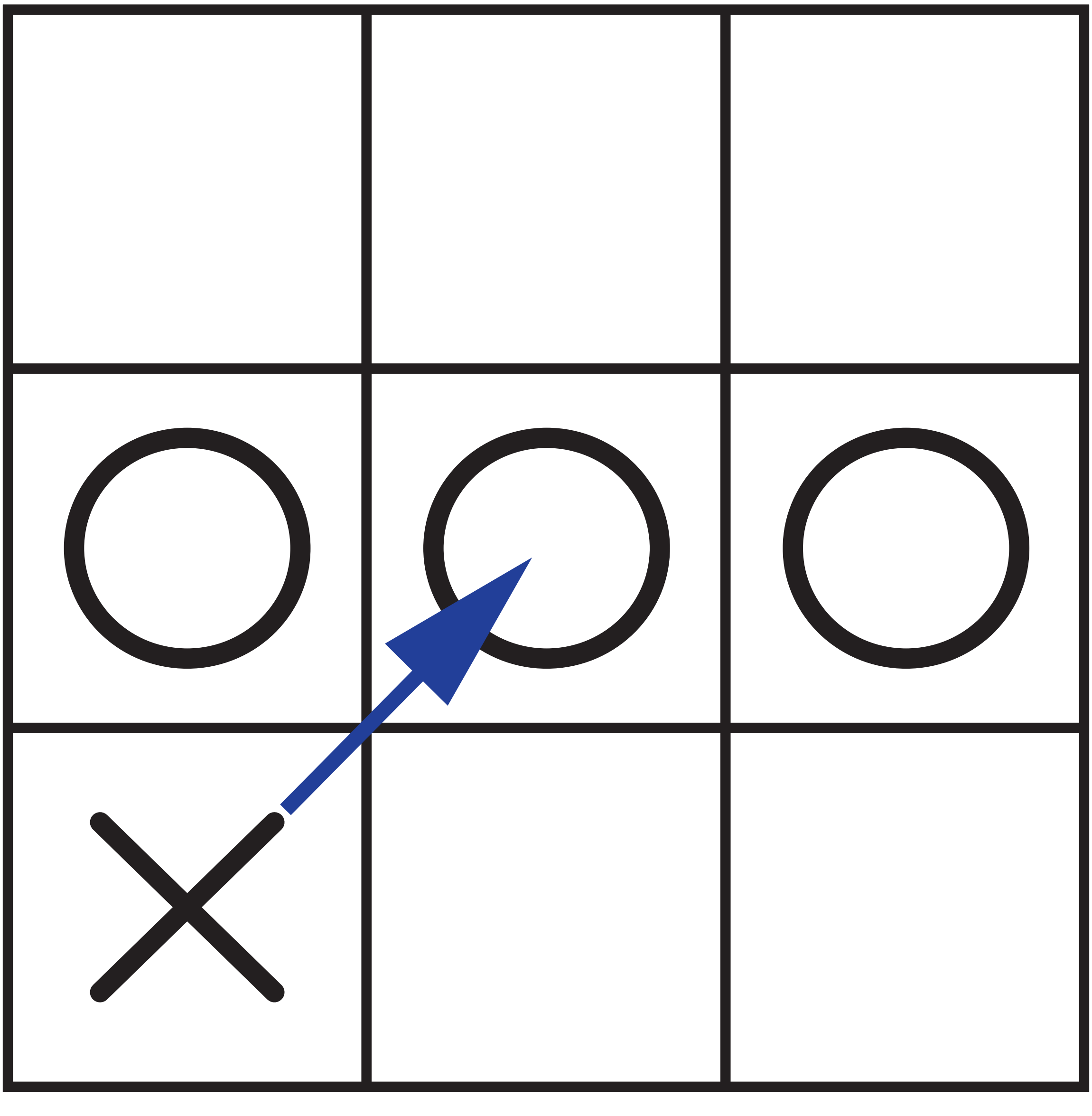
Poteza 3



Poteza 3



Poteza 3



Poteza 3