

5^η Δραστηριότητα

Λύσε το γρίφο – Η Θεωρία της Πληροφορίας

Περίληψη

Πόση πληροφορία περιέχεται σε ένα βιβλίο των 1000 σελίδων; Υπάρχει περισσότερη πληροφορία σε έναν τηλεφωνικό κατάλογο των 1000 σελίδων ή σε ένα σωρό χαρτιών με 1000 λευκές σελίδες, ή στο βιβλίο του Tolkien “The Lord of the rings”; Αν μπορούσαμε να την μετρήσουμε, τότε θα μπορούσαμε και να εκτιμήσουμε πόσος χώρος απαιτείται για την αποθήκευση μίας συγκεκριμένης πληροφορίας. Για παράδειγμα, μπορείς να διαβάσεις αυτό που ακολουθεί;

Λπν τ φνντ π τν πρτσ

Ενδεχομένως να μπορείς, διότι δεν υπάρχει και “πάρα πολλή πληροφορία” μέσα στα φωνήντα. Αυτή η δραστηριότητα παρουσιάζει έναν τρόπο μέτρησης της ποσότητας πληροφορίας.

Ικανότητες

- ✓ Σύγκριση αριθμών και διεργασίες με αριθμητικά διαστήματα
- ✓ Λογικά συμπεράσματα
- ✓ Ικανότητα να θέτουμε ερωτήσεις

Ηλικία

- ✓ Από 10 ετών και πάνω

Υλικά

- ✓ Κανένα υλικό για την πρώτη δραστηριότητα

Για την εκτεταμένη δραστηριότητα, το κάθε παιδί χρειάζεται:

- ✓ Φύλλο εργασίας: “Δένδρα αποφάσεων” (σελ. 42)

Λύσε το γρίφο

Συζήτηση

1. Συζητείστε με τα παιδιά τι νομίζουν πως είναι η πληροφορία.
2. Πώς θα μπορούσαμε να μετρήσουμε την πληροφορία που περιέχεται σε ένα βιβλίο; Έχει να κάνει με τον αριθμό σελίδων ή είναι σημαντικές οι λέξεις; Μπορεί ένα βιβλίο να περιέχει πιο πολλή πληροφορία από ένα άλλο; Κι' αν ένα βιβλίο είναι βαρετό ενώ ένα άλλο είναι ιδιαίτερα ενδιαφέρον; Ένα βιβλίο των 400 σελίδων, που περιέχει τη φράση “bla, bla, bla”, θα περιέχει την ίδια πληροφορία με έναν τηλεφωνικό κατάλογο;

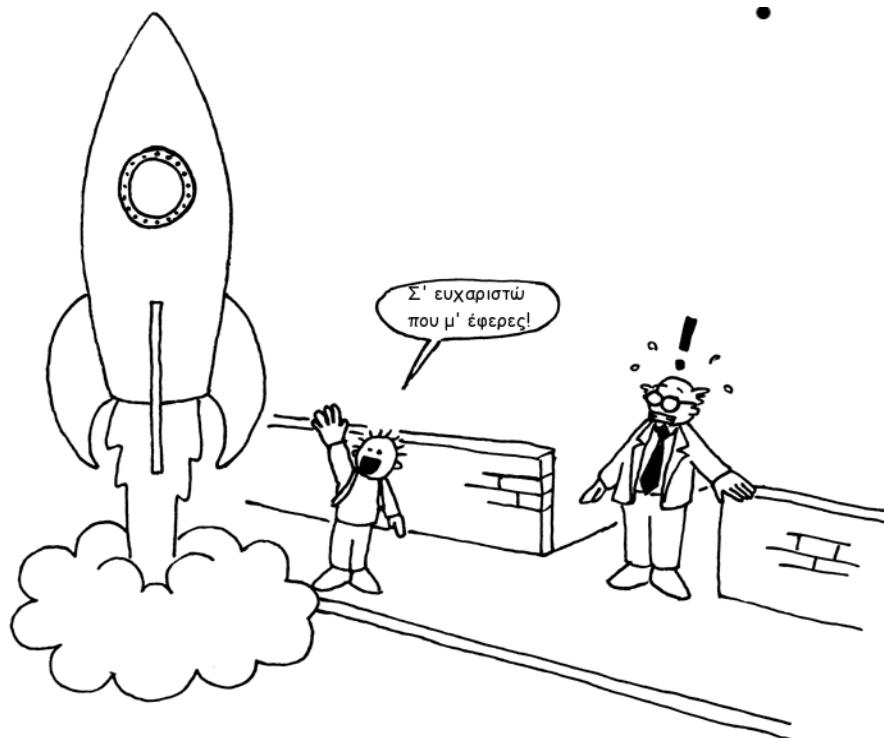
Αρκεί να εξηγήσουμε ότι οι Πληροφορικάριοι μετρούν την πληροφορία λαμβάνοντας υπ' όψη πόσο “εκπληκτικό” είναι ένα βιβλίο ή ένα μήνυμα! Αν λάβετε υπ' όψη κάτι που ήδη γνωρίζετε – π.χ. όταν ένας φίλος σας που έρχεται πάντα στο σχολείο με τα πόδια και λέει “Εγώ ήρθα στο σχολείο με τα πόδια σήμερα” - δε δίνει καμία πληροφορία, για τον απλό λόγο ότι δεν είναι κάτι το εκπληκτικό.

Αν ο φίλος σας, αντιθέτως, έλεγε “σήμερα πετάχτηκα στο σχολείο με ελικόπτερο”, αυτό σίγουρα θα ήταν εκπληκτικό και θα έδινε ένα σωρό πληροφορία.

Πώς μπορεί να μετρηθεί ο βαθμός έκπληξης ενός μηνύματος;

Ένας τρόπος είναι να διαπιστώσουμε πόσο δύσκολο είναι να μαντέψει κανείς την πληροφορία. Αν ο φίλος σας έλεγε: “Μάντεψε πως ήρθα σήμερα στο σχολείο” και είχε έρθει με τα πόδια, κατά πάσα πιθανότητα θα το μαντένατε με την πρώτη. Θα χρειαζόταν μάλλον λίγο περισσότερες φορές για να πετύχουμε το ελικόπτερο, και ακόμη παραπάνω αν ο φίλος σας είχε καταφθάσει με διαστημόπλοιο.

Η ποσότητα πληροφορίας που περιέχει το μήνυμα, μετριέται με βάση το πόσο είναι εύκολο ή δύσκολο να την μαντέψει κανείς. Το παιγνίδι που ακολουθεί μας δίνει μία σχετική ιδέα.



Δραστηριότητα “Λύσε το γρίφο”

Πρώτα επιλέγουμε ένα παιδί. Τα υπόλοιπα παιδιά μπορούν να του κάνουν ερωτήσεις, αλλά το προεπιλεγμένο παιδί θα μπορεί μόνο να απαντά “ναι” ή “όχι”, μέχρι να βρούνε τη σωστή απάντηση. Οποιαδήποτε ερώτηση είναι αποδεκτή, αρκεί να μπορεί να απαντηθεί αυστηρά με ένα “ναι” ή με ένα “όχι”.

Υποδείξεις:

Τώρα σκέφτεσαι:

- ✓ έναν αριθμό ανάμεσα στο 1 και το 100
- ✓ έναν αριθμό ανάμεσα στο 1 και το 1000
- ✓ έναν αριθμό ανάμεσα στο 1 και το 1,000,000.
- ✓ έναν οποιονδήποτε ακέραιο αριθμό
- ✓ μία σειρά 6 αριθμών με μία λογική, να μπορεί να μαντευθούν κατά σειρά από τον πρώτο προς τον τελευταίο.

(π.χ. 2, 4, 6, 8, 10)

Μετρήστε τον αριθμό των ερωτήσεων που υποβάλετε. Αντή είναι μία μέτρηση της αξίας της “πληροφορίας”.

Συζήτηση που ακολουθεί

Τι στρατηγική ακολουθήσατε; Ποιά ήταν η καλύτερη;

Λάβετε υπ' όψη πως για να μαντέψει κανείς έναν αριθμό ανάμεσα στο 1 και το 100, μπορεί να τεθούν μόνο 7 ερωτήσεις, εάν μειώνουμε κατά το ήμισυ το διάστημα για κάθε φορά. Π.χ.:

Είναι μικρότερος από 50;	Ναι.
Είναι μικρότερος από 25;	Όχι.
Είναι μικρότερος από 37;	Όχι.
Είναι μικρότερος από 43;	Ναι.
Είναι μικρότερος από 40;	Όχι.
Είναι μικρότερος από 41;	Όχι.
Πρέπει να είναι 42!	Ναι!

Κατά έναν εκπληκτικό τρόπο, εάν αυξήσουμε το αριθμητικό διάστημα μέχρι το 1000, δεν θα χρειαζόταν να καταβάλλουμε μία προσπάθεια 10 φορές παραπάνω, θα έφταναν μόνον 3 ή 4 παραπάνω ερωτήσεις.

Κάθε φορά που διπλασιάζουμε το διάστημα, χρειαζόμαστε μία επιπλέον ερώτηση για να μαντέψουμε την σωστή απάντηση.

Ένας καλός τρόπος να εμβαθύνουμε το θέμα, είναι το να αφήσουμε τα παιδιά να παίξουν Mastermind.

Επέκταση: Πόση πληροφορία υπάρχει σε ένα μήνυμα;

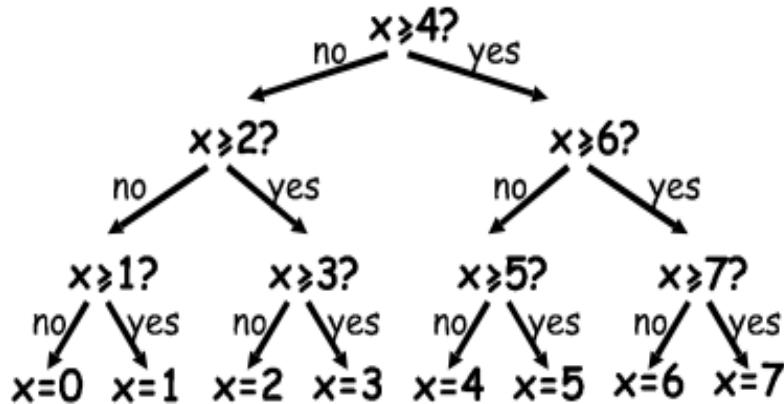
Οι πληροφορικάριοι δεν έχουν μόνο να κάνουν με τους αριθμούς, αλλά και με τις λέξεις, και μπορούν λοιπόν να μαντέψουν ποιο γράμμα είναι πιο πιθανό μέσα σε μία λέξη ή σε μία φράση.

Δοκιμάστε να παίξετε με μία σύντομη φράση των 4–6 λέξεων. Πρέπει να μαντέψετε τα γράμματα με τη σωστή σειρά, από το πρώτο μέχρι το τελευταίο. Πρέπει επίσης να υπάρχει κάποιος που να καταγράφει τα διάφορα γράμματα, καθώς τα μαντένουμε με επιτυχία και να κρατά λογαριασμό σχετικά με το πόσες προσπάθειες απαιτήθηκαν για να μαντέψουμε το κάθε γράμμα. Μπορεί να ληφθεί υπ' όψη οποιαδήποτε ερώτηση μπορεί να απαντηθεί με “ναι-όχι”. Ένα παράδειγμα θα μπορούσε να είναι “είναι ένα τ;,” “είναι ένα φωνήν;,” “βρίσκεται πριν το μ στην αλφαριθμητική;,” Το διάστημα ανάμεσα στα γράμματα είναι κι' αυτό ένα γράμμα και μπορεί κανείς να το μαντέψει. Προσπαθείστε να διαπιστώσετε ποια κομμάτια του μηνύματος είναι πιο εύκολο να μαντέψουμε.

Φύλλο εργασίας: Δένδρα αποφάσεων

Αν ήδη ξέρετε την στρατηγική για να θέτετε ερωτήσεις, τότε μπορείτε να μεταδίδετε ένα μήνυμα χωρίς να ρωτάτε τίποτε.

Ορίστε ένα διάγραμμα που ονομάζεται “δένδρο αποφάσεων” (Αγγλ. decision tree) για να μαντέψετε τους αριθμούς ανάμεσα στο 0 και το 7:



Ποιές είναι οι αποφάσεις Ναι/ Όχι για να μαντέψετε τον αριθμό 5;

Πόσες αποφάσεις Ναι/ Όχι είναι απαραίτητες για να μαντέψετε έναν οποιονδήποτε αριθμό;

Τώρα, δείτε ένα πολύ ενδιαφέρον χαρακτηριστικό: Κάτω από τους αριθμούς 0, 1, 2, 3... στην τελευταία σειρά του δένδρου, γράψτε τον αριθμό σε δυαδικό σύστημα (βλέπε Δραστηριότητα 1).

Κοιτάξτε προσεκτικά το δένδρο. Αν το “Όχι” = 0 και το “Ναι” = 1, τότε τι συμπέρασμα βγάζετε;

Στο παγκίδι της προσπάθειας να μαντέψουμε τον αριθμό, προσπαθούμε να διαλέξουμε ερωτήσεις τέτοιες, ώστε η σειρά των απαντήσεων, να δουλεύει έτσι, που να αναπαριστά τον αριθμό ακριβώς κατ' αυτό τον τρόπο.

Σχεδιάστε το δικό σας δένδρο αποφάσεων για να μαντέψετε τους αριθμούς ανάμεσα στο 0 και το 15.

Extra για τους ειδικούς: Τι είδους δένδρου θα χρησιμοποιούσατε για να μαντέψετε την ηλικία κάποιου; Και ποιο δένδρο για να μαντέψετε το επόμενο γράμμα μέσα σε μία φράση;

Τι σχέση έχουν όλα αυτά;

Ο Claude Shannon, ένας διάσημος Αμερικανός μαθηματικός (αλλά και μεγάλος ζωγκλέρ και άριστος μονο-κυκλιστής), έκανε πολλά πειράματα με αυτό το παιγνίδι. Μέτρησε την ποσότητα της πληροφορίας σε “bits”: κάθε απάντηση Ναι/ Όχι, ισοδυναμεί με 1/0 bit. Βρήκε ότι η ποσότητα “πληροφορίας” που περιέχεται σε ένα μήνυμα, εξαρτάται απ' ό,τι ήδη γνωρίζουμε. Μερικές φορές, μπορούμε να κάνουμε μία ερωτήση που ακυρώνει την ανάγκη να υποβάλλουμε πολλές άλλες. Σ' αυτή την περίπτωση, το περιεχόμενο σε πληροφορία του μηνύματος, είναι πτωχό. Για παράδειγμα, αν πετάξουμε στον αέρα ένα νόμισμα, η πληροφορία θα είναι κανονικά 1 bit: κορώνα ή γράμματα. Άλλα εάν το νόμισμα είναι πειραγμένο και βγάζει κορώνα 9 στις 10 φορές, τότε η πληροφορία δεν θα είναι πλέον 1 bit: είτε το πιστεύετε, είτε όχι, θα είναι μικρότερη. Πώς μπορείτε να ξέρετε ποιο θα είναι το αποτέλεσμα της ρίψης του νομίσματος με λιγότερο από μία ερωτήση Ναι/ Όχι; Είναι απλό, αρκεί να κάνουμε ερωτήσεις όπως “οι επόμενες δύο ρίψεις βγάζουν και οι 2 κορώνα;” Για κάθε σειρά ρίψεων με πειραγμένο νόμισμα, η απάντηση θα είναι “Ναι” στο ~ 80% των περιπτώσεων. Στο 20% των περιστάσεων, όπου η απάντηση είναι “Όχι”, θα πρέπει να κάνετε ακόμη 2 ερωτήσεις. Άλλα, κατά μέσον όρο, θα έχετε κάνει λιγότερο από μία ερωτήση ανά ρίψη του νομίσματος!

Ο Shannon ονόμασε το περιεχόμενο σε πληροφορία ενός μηνύματος “**εντροπία**”. Η εντροπία εξαρτάται όχι μόνον από τον αριθμό των πιθανών εκβάσεων – στην περίπτωση ενός νομίσματος, δύο – αλλά και από την πιθανότητα να συμβεί αυτό. Απίθανα γεγονότα ή ασυνήθεις πληροφορίες, απαιτούν πολλές παραπάνω ερωτήσεις για να μαντέψει κανείς το μήνυμα, διότι μας μεταφέρουν πολλή πληροφορία που δεν γνωρίζαμε ήδη – ακριβώς όπως όταν πάρνουμε ένα ελικόπτερο για να πάμε στο σχολείο.



Η εντροπία ενός μηνύματος είναι πολύ σημαντική για τους Πληροφορικάριους. Δεν μπορείς να συμπιέσεις ένα μήνυμα τόσο, που να καταλαμβάνει λιγότερο χώρο και από την εντροπία του σε bit και τα καλύτερα συστήματα συμπίεσης ισοδυναμούν με το παιγνίδι των ερωτήσεων. Αφού εκείνος που “μαντεύει” είναι ένα υπολογιστικό πρόγραμμα, η σειρά των ερωτήσεων μπορεί να αναπαραχθεί και αργότερα. Άρα, αν οι απαντήσεις (bit) αποθηκευθούν, τότε η πληροφορία μπορεί να ανασυσταθεί! Τα καλύτερα σύστημα συμπίεσης μπορούν να συμπυκνώσουν αρχεία κειμένου μέχρι περίπου στο ένα τέταρτο του αρχικού τους μεγέθους – μία σπουδαία εξοικονόμηση χώρου!

Η μέθοδος των γρίφων μπορεί και να χρησιμοποιηθεί για να φτιάξουμε μία διεπαφή (interface) για υπολογιστές, που να προβλέπει τι θα πληκτρολογήσει ο χρήστης! Αυτό είναι πολύ χρήσιμο για άτομα με φυσικά μειονεκτήματα, που τον είναι δύσκολο να γράφουν στο πληκτρολόγιο. Ο υπολογιστής υποδεικνύει τι νομίζει πως είναι το πιθανότερο να πληκτρολογηθεί και ο χρήστης απλώς επιλέγει τι θέλει. Ένα καλό σύστημα χρειάζεται, κατά μέσον όρο, μόνο 2 απαντήσεις Ναι/ Όχι για κάθε γράμμα και αυτό, μπορεί να είναι μία μεγάλη βοήθεια για όσους έχουν πρόβλημα να εκτελούν τους απαιτούμενους λεπτούς χειρισμούς για τον έλεγχο του mouse ή του πληκτρολογίου. Ένα παρόμοιο σύστημα χρησιμοποιείται και για την πληκτρολόγηση κειμένου SMS στα κινητά τηλέφωνα.

Λύσεις και υποδείξεις

Η απάντηση σε μία και μόνον ερώτηση του είδους Ναι/ Όχι, αντιστοιχεί ακριβώς σε 1 bit πληροφορίας – τόσο σε μία απλή ερώτηση “είναι πάνω από 50 ;” όσο και σε μία πιο σύνθετη, όπως “είναι ανάμεσα στο 20 και το 60;”

Στο παιγνίδι του μαντέματος του αριθμού, οι ερωτήσεις επιλέχθηκαν κατά έναν συγκεκριμένο τρόπο, τότε η σειρά των απαντήσεων συνιστά ακριβώς την δυαδική αναπαράσταση του αριθμού. Το 3 αντιστοιχεί στο 011 σε δυαδικό σύστημα και αναπαρίσταται από τις απαντήσεις “Όχι – Ναι - Ναι” στο δένδρο των αποφάσεων, και όπως είδαμε, μπορούμε να γράψουμε “Όχι” στη θέση του 0 και “Ναι” στη θέση του 1 και το αντίστροφο.

Ένα δένδρο αποφάσεων για την ηλικία, θα μπορούσε να “τείνει' προς αριθμούς ερωτήσεων ακόμη μικρότερους, αφού η όψη του ατόμου αποτελεί ήδη μία πληροφορία που διαθέτουμε και που επηρεάζει τα υπόλοιπα.

Το δένδρο αποφάσεων σχετικό με τα γράμματα που έπονται σε μία σειρά, εξαρτάται σίγουρα από τα προηγούμενα γράμματα.