

## 4<sup>η</sup> Δραστηριότητα

---

### Η μαγεία των αναποδογυρισμένων χαρτιών – Αναγνώριση & Διόρθωση σφαλμάτων

#### Περίληψη

Όταν τα δεδομένα αποθηκεύονται σε έναν δίσκο ή μεταφέρονται από τον έναν υπολογιστή στον άλλο, εμείς προϋποθέτουμε πως δεν μεταβάλλονται, κατά τη διάρκεια της διαδικασίας. Όμως, τα πράγματα μερικές φορές δεν πάνε έτσι και τα δεδομένα αλλοιώνονται κατά λάθος. Αυτή η δραστηριότητα δείχνει ένα μαγικό κόλπο για να μπορούμε να ανακαλύψουμε ποια δεδομένα υπέστησαν βλάβη και να μπορέσουμε να τα διορθώσουμε.

#### Αντιστοιχία με το σχολικό πρόγραμμα \*

(\*Σημ. μτφ.: αναφέρεται στη Νέα Ζηλανδία)

- ✓ Μαθηματικά: Αριθμοί επιπέδου 3 και άνω. Εξερευνώντας τον Υπολογισμό (*computation*) και την Εκτίμηση (*estimation*).  
✓ Άλγεβρα επιπέδου 3 και άνω. Εξερευνώντας τα Patterns και τις Σχέσεις.

#### Απαιτούμενες δεξιότητες

- ✓ Να ξέρεις να μετράς
- ✓ Να αναγνωρίζεις τους μονούς και τους ζυγούς αριθμούς

#### Ηλικία

- ✓ Από 9 χρονών και πάνω

#### Υλικά

- ✓ 36 μαγνητάκια “για ψυγείο”, χρωματισμένα μόνο από τη μία πλευρά.
- ✓ Μία μεταλλική επιφάνεια όπου να κολλήσουμε τα μαγνητάκια (συνήθως οι λευκοί πίνακες ταιριάζουν).

Κάθε ζεύγος μαθητών πρέπει να έχει:

- ✓ 36 ίδια χαρτιά, χρωματισμένα από μία μόνο πλευρά.

## To “μαγικό κόλπο”

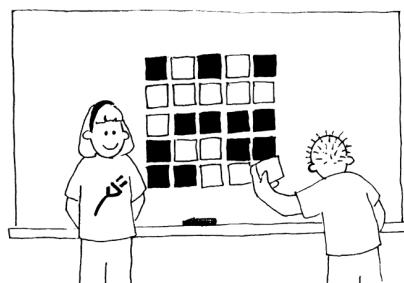
---

### Επίδειξη

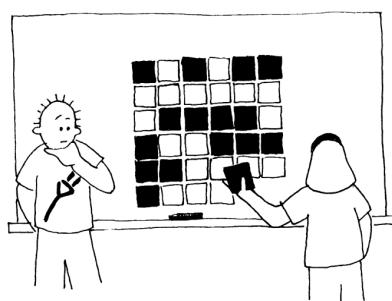
Αυτή είναι η ευκαιρία σας να γίνετε μάγος.

Χρειάζεστε ένα μάτσο με ίδια χαρτιά, χρωματισμένα κατά διαφορετικό τρόπο από τις δύο πλευρές τους (μπορείτε να τα φτιάξετε, κόβοντας ένα χαρτονάκι με χρώμα από τη μία μόνο πλευρά. Για να δείξετε τη μέθοδο, είναι πιο εύκολο να χρησιμοποιήσετε επίπεδες μαγνητικές κάρτες με διαφορετικά χρώματα στις δύο πλευρές τους. Τα μαγνητάκια “για ψυγείο” είναι ό,τι πρέπει).

1. Επιλέξτε έναν μαθητή/ μαθήτρια και ζητήστε του/ της να τοποθετήσει τα χαρτιά φτιάχνοντας ένα τετράγωνο 5 x 5, διαλέγοντας τυχαία τις πλευρές των ορατών χαρτιών.



Εσείς προσθέστε “αδιάφορα” μία σειρά και μία στήλη επί πλέον, “έτσι, για να τα κάνουμε λίγο πιο δύσκολα”.



Αυτά τα επιπλέον χαρτιά, είναι το κλειδί για το κόλπο μας. Δεν θα τα βάλετε τυχαία, αλλά με τέτοιο τρόπο, ώστε όλες οι σειρές και οι στήλες να έχουν ζυγό αριθμό χρωματιστών καρτών.

2. Ζητήστε τώρα από άλλο μαθητή/ μαθήτρια να γυρίσει μόνο ένα χαρτί, ενώ εσείς του καλύπτετε τα μάτια. Η σειρά και η στήλη όπου αναποδογυρίσθηκε το χαρτί, περιέχουν πλέον έναν μονό αριθμό χρωματιστών χαρτιών, και από αυτό και μόνο, μπορείτε να μαντέψετε το αλλαγμένο χαρτί.

Θα μπορέσουν οι μαθητές να αντιληφθούν πως λειτουργεί το κόλπο;

### **Διδάξτε το κόλπο στους μαθητές:**

1. Δουλεύοντας ανά ζεύγη, οι μαθητές βάζουν τα χαρτιά να σχηματίζουν ένα τετράγωνο 5x5.
2. Πόσα χρωματιστά χαρτιά υπάρχουν σε κάθε σειρά και σε κάθε στήλη; Είναι μονός ή ζυγός αριθμός; Να θυμάστε ότι το μηδέν θεωρείται ως ζυγός αριθμός.
3. Τώρα προσθέστε ένα 6<sup>o</sup> χαρτί σε κάθε σειρά, ούτως ώστε ο αριθμός των χρωματιστών χαρτιών σε κάθε σειρά, να είναι ζυγός. Αυτό το επιπρόσθετο χαρτί λέγεται χαρτί “ισότητας” (“parity card”).
4. Προσθέστε μία 6<sup>η</sup> σειρά στο τέλος, έτσι που η κάθε στήλη να περιέχει ζυγό αριθμό χρωματιστών χαρτιών.
5. Τώρα αναποδογυρίστε ένα χαρτί. Τι παρατηρείτε για τη σειρά και τη στήλη; (θα έχουν μονό αριθμό χρωματιστών χαρτιών). Τα χαρτιά “ισότητας” χρησιμεύουν ακριβώς για να ειδοποιούν όταν γίνεται ένα λάθος.
6. Τώρα αλλάξτε ρόλους, για την επίδειξη του “κόλπου”.

### **Προτάσεις επέκτασης:**

1. Δοκιμάστε με χρήση άλλων αντικειμένων. Κάθε τι που διαθέτει δύο “καταστάσεις” ταιριάζει. Για παράδειγμα, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε χαρτιά τράπουλας (κόκκινα ή μαύρα), νομίσματα (κορόνα ή γράμματα) ή χαρτιά με το 0 από τη μία, και το 1 από την άλλη, ούτως ώστε να συσχετιστούν με τη δραστηριότητα των δυαδικών αριθμών.
2. Τι θα συμβεί αν γυρίσουμε 2 ή παραπάνω χαρτιά; (δεν είναι πάντα εφικτό να ξέρουμε ποια 2 χαρτιά αλλαχθήκανε, αν και γενικά, είναι δυνατόν να πούμε ότι κάτι αλλαξε. Συνήθως, μπορούμε να το εντοπίσουμε σε 1 ή 2 ζεύγη χαρτιών, μέσα στα οποία θα είναι και τα αναποδογυρισμένα. Αναποδογυρίζοντας 4 χαρτιά, μπορεί όλα τα bit ισότητας να είναι, σωστά, ακόμη και μετά την αλλαγή, οπότε το σφάλμα δεν θα εντοπισθεί).
3. Μία άλλη ενδιαφέρουσα άσκηση συνίσταται στην ανάλυση του τελευταίου χαρτιού, κάτω δεξιά. Με βάση το πως περιγράφηκε η μέθοδος, αυτό το χαρτί λαμβάνεται ωπ' όψη στον υπολογισμό, ώστε να έχουμε ζυγό αριθμό χρωματιστών χαρτιών στη στήλη των χαρτιών ισότητας της κάθε σειράς. Είναι κι' αυτό το ίδιο ένα χαρτί ισότητας για την τελευταία σειρά; (Ναι, πάντοτε).
4. Σ' αυτή την άσκηση χρησιμοποιήσαμε την ισότητα (ο αριθμός των χρωματιστών χαρτιών σε κάθε σειρά και στήλη πρέπει να είναι ζυγός). Αν, αντιθέτως, χρησιμοποιούσαμε την ανισότητα; (ο αριθμός των χρωματιστών χαρτιών στις σειρές και τις στήλες πρέπει να είναι μονός). Μπορούμε να κάνουμε τον ίδιο συλλογισμό, όπως και στο προηγούμενο σημείο; το τελευταίο κάτω δεξί χαρτί, ξαναφτιάχνει την ανισότητα, τόσο της τελευταίας σειράς όσο και της τελευταίας στήλης; (Μπορεί να συμβεί, αλλά σε γενικές γραμμές, λειτουργεί όταν ο αριθμός των σειρών και ο αριθμός των στηλών είναι ίσοι ή, τουλάχιστον και οι δύο ζυγοί ή μονοί. Λειτουργεί για την περίπτωση του 5x5, αλλά και για το 5x9 ή 4x6, αλλά όχι για το 3x4).

## Ένα παράδειγμα για ειδικούς, βγαλμένο από την πραγματική ζωή.

Η ίδια τεχνική χρησιμοποιείται με τους κωδικούς ταυτοποίησης των βιβλίων. Όλα τα δημοσιευμένα κείμενα έχουν έναν αριθμητικό κώδικα ταυτοποίησης, που αποτελείται από 10 ψηφία, συνήθως τυπωμένο στο πίσω εξώφυλλο. Το δέκατο ψηφίο είναι ο αριθμός ελέγχου, ακριβώς όπως και το bit ισότητας στην άσκηση.

Αυτό σημαίνει ότι εάν παραγγείλετε ένα βιβλίο κάνοντας χρήση του κωδικού ISBN (International Standard Book Number), ο εκδότης μπορεί να ελέγξει εάν διαπράξατε σφάλματα μετεγγραφής, κοιτώντας τον αριθμό ελέγχου. Αυτός λειτουργεί εις τρόπον ώστε το σφάλμα να μπορεί να εντοπιστεί πριν βρεθείτε να έχετε ένα βιβλίο διαφορετικό από εκείνο που θέλατε να παραγγείλετε.

Να πως λειτουργεί ο μηχανισμός ελέγχου:

Πολλαπλασιάστε τον πρώτο αριθμό επί 10, τον δεύτερο επί 9, τον τρίτο επί 8 και ούτω καθ' εξής, μέχρι τον ένατο αριθμό που πρέπει να πολλαπλασιάσετε επί 2 και, κατόπιν, προσθέστε όλα αυτά τα γινόμενα μαζί.

Για παράδειγμα, για τον κωδικό ISBN 0-13-911991-4, παίρνουμε ως αποτέλεσμα την ακόλουθη τιμή:

$$\begin{aligned}(0 \times 10) + (1 \times 9) + (3 \times 8) + (9 \times 7) + (1 \times 6) \\ + (1 \times 5) + (9 \times 4) + (9 \times 3) + (1 \times 2) \\ = 172\end{aligned}$$

Διαιρέστε τώρα το αποτέλεσμα διά 11. Τι υπόλοιπο αφήνει αυτή η διαιρεση;

$$172 \div 11 = 15 \text{ με υπόλοιπο } 7$$

Αν το υπόλοιπο είναι μηδέν, τότε ο **αριθμός ελέγχου** (γνωστός και ως “**checksum**” στα Αγγλικά) είναι μηδέν, διαφορετικά αφαιρέστε το υπόλοιπο από το 11, για να βρείτε την τιμή του αριθμού ελέγχου.

$$11 - 7 = 4$$

Τώρα μπορείτε να ελέγξετε. Είναι το τελευταίο ψηφίο του κωδικού ISBN; Ναι! Τότε πραγματικά λειτουργεί! Αν το τελευταίο ψηφίο προέκυπτε διαφορετικό από το 4, τότε θα διαπιστώναμε πως ο κωδικός ISBN ήταν εσφαλμένος, ίσως κάποιο ψηφίο του να αντιγράφτηκε εσφαλμένα.

Είναι δυνατόν ο αριθμός ελέγχου να προκύψει 10 και, άρα, δεν θα έφτανε ένα μόνο ψηφίο για να αναπαρασταθεί. Σε αυτή την περίπτωση χρησιμοποιείται ο χαρακτήρας X.



▲ Ένα παράδειγμα γραμμωτού κώδικος (UPC barcode) ενός διατροφικού προϊόντος

Ακόμη ένα παράδειγμα χρήσης ενός αριθμού ελέγχου, είναι οι γραμμωτοί κώδικες (barcodes) που βρίσκετε στα προϊόντα που αγοράζετε στα μαγαζιά και τα supermarkets. Πρόκειται για την ίδια έννοια, αλλά σε αυτή την περίπτωση, χρησιμοποιείται μία άλλη formula. Τα ταμεία των supermarkets έχουν ένα scanner: ένα εργαλείο που εκπέμποντας ακτίνες laser, συνήθως ερυθρού χρώματος, διαβάζει τον γραμμωτό κώδικα για να ταυτοποιήσει το προϊόν που αγοράστηκε και να εντοπίσει, σε αυτή την περίπτωση, τη σχετική τιμή. Αν το scanner στο ταμείο δε διαβάσει σωστά τον κώδικα, ο αριθμός ελέγχου δεν θα προκύψει σωστός και δεν θα ακουστεί το χαρακτηριστικό bîr στο ταμείο. Η ταμίας θα προσπαθήσει να ξαναπεράσει το αγορασθέν είδος κάτω από το scanner και, στο τέλος, εάν το scanner δεν καταφέρει να διαβάσει τον κώδικα, τότε θα πληκτρολογήσει δια χειρός τον ορθό αριθμό, συμπεριλαμβάνοντας και τον αριθμό ελέγχου. Κατ' αυτό τον τρόπο, ελέγχεται και εάν ο ταμίας έγραψε τους σωστούς αριθμούς!

# **Ελέγξτε εκείνο το βιβλίο**

**Πρακτορείο ερευνών - Detective**

**Για έλεγχο βιβλίων**



Αναζητούμε και ελέγχουμε κωδικούς ISBN. Φιλικές τιμές.

Ενώστε τις δυνάμεις σας με το πρακτορείο μας. Αναζητήστε μέσα στα βιβλία της τάξης ή της βιβλιοθήκης, τους κωδικούς ISBN.

## **Οι αριθμοί ελέγχου είναι σωστοί;**

Μερικές φορές διαπράττονται σφάλματα κατά την μεταγραφή των κωδίκων ISBN.

Μερικά από αυτά τα λάθη συνίστανται στο να:

- αντιγραφεί εσφαλμένα ένα ψηφίο
- πάρει ένας αριθμός τη θέση κάποιου άλλου
- προστεθεί ένα ψηφίο παραπάνω στον αριθμό, π.χ. από διπλοαντιγραφή, και
- η μη αντιγραφή ενός ψηφίου του αριθμού.

Μπορείτε να βρείτε βιβλία που να έχουν το γράμμα X στη θέση του αριθμού ελέγχου; Δεν θα είναι και ιδιαίτερα δύσκολο, αφού κατά μέσο όρο ένα βιβλίο ανά 11 έχει το γράμμα X.

Τι είδος σφαλμάτων μπορούν να συμβούν χωρίς να γίνουν αντιληπτά από τον αριθμό ελέγχου; Είναι δυνατόν να αλλάξουμε έναν μόνο αριθμό και να παραμείνει το ίδιο ορθός ο αριθμός ελέγχου; Τι θα συμβεί εάν ανταλλαγεί η θέση μεταξύ δύο αριθμών (ένα πολύ κοινό σφάλμα);

## Τι σχέση έχουν όλα αυτά;

Υποθέστε ότι καταθέτετε 10 ευρώ στον τραπεζικό σας λογαριασμό. Ο υπάλληλος γράφει το ποσό κατάθεσης και το δεδομένο αυτό αποστέλλεται στον κεντρικό υπολογιστή. Ας υποθέσουμε όμως τώρα, ότι υπάρχουν παράσιτα στην τηλεφωνική γραμμή και ο κωδικός που αντιπροσωπεύει τα 10 ευρώ αλλάζει σε 1000 ευρώ. Σε σας μάλλον θα καλάρεσε, αλλά για την τράπεζα αυτό θα ήταν σαφώς ένα πρόβλημα.

Είναι σημαντικό να μπορούμε να αναγνωρίσουμε τα λάθη που μπορεί να λάβουν χώρα κατά την αναμετάδοση των δεδομένων.

Είναι λοιπόν ανάγκη να μπορεί ο υπολογιστής- αποδέκτης να είναι σε θέση να ελέγχει μήπως τυχόν τα δεδομένα που φθάνουν έχουν καταστραφεί από παράσιτα της γραμμής. Μερικές φορές, σε περίπτωση λάθους, τα δεδομένα μπορεί να ληφθούν εκ νέου, όπως στην περίπτωση των δεδομένων που ανταλλάσσουν μεταξύ τους δύο υπολογιστές, ο υπολογιστής-αποστολέας μπορεί να τα επαναποστείλει. Υπάρχουν, όμως, και καταστάσεις στις οποίες δεν είναι εφικτή αυτή η δεύτερη δυνατότητα, π.χ. Όταν ένας δίσκος ή μία ταινία υποστεί βλάβη από έκθεση σε ηλεκτρικά ή μαγνητικά πεδία, ή από την ίδια του τη θερμότητα ή εάν έχει κυριολεκτικά σπάσει.

Κάποιες φορές, αν και τα δεδομένα θα μπορούσαν να αναμεταδοθούν, δεν συμφέρει να το κάνουμε διότι θα χρειαζόταν πολύς χρόνος, τα δεδομένα από ένα διαστημικό δορυφόρο σε τροχιά κοντά στον Πλούτωνα, θα χρειαζόταν τουλάχιστον μισή ώρα για να φθάσουν ως εμάς και θα ήταν, πράγματι, πολύ ανιαρό να περιμένουμε την επανάληψη της μετάδοσής τους!

Απαιτούνται λοιπόν κατάλληλες μέθοδοι για να αναγνωρίζουμε πότε ένα δεδομένο έχει φθαρεί (αναγνώριση σφαλμάτων ή error detection) και για να ανασυστήσουμε το ορθό δεδομένο από το φθαρμένο (διόρθωση σφαλμάτων ή error recovery).

Η ίδια μέθοδος που χρησιμοποιήσαμε στο παιγνίδι με τα “αναποδογυρισμένα χαρτιά”, χρησιμοποιείται από τον υπολογιστή. Παραθέτοντας τα bit σε ιδεατές σειρές και στήλες, όχι μόνο μπορούμε να δούμε πότε συμβαίνουν λάθη αλλά και που ακριβώς εντοπίζονται. Είναι, άρα, εφικτό να ανακτήσουμε την ορθή τιμή και, επομένως, αυτή είναι μία μέθοδος διόρθωσης σφαλμάτων.

Οι υπολογιστές χρησιμοποιούν συχνά και πιο περίπλοκες μεθόδους ελέγχου, οι οποίες είναι σε θέση να αναγνωρίσουν και να διωρίσουν πιο πολλά σφάλματα και όχι μόνον ένα. Οι σκληροί δίσκοι ενός υπολογιστή διαθέτουν μεγάλες περιοχές αφιερωμένες στη διόρθωση σφαλμάτων, ούτως ώστε ο δίσκος να μπορεί να λειτουργεί, ακόμη κι' αν άλλα μέρη του δίσκου έχουν καταστραφεί. Όλες αυτές οι μέθοδοι ανάγονται στην μέθοδο ελέγχου ισότητας, που ήδη εξετάσαμε.

Είστε πολύ καλοί στα Αγγλικά; Τότε θα διασκεδάσετε με το ακόλουθο παιγνίδι:

Ερώτηση: Πώς το λες αυτό: “Κομμάτια του εννέα, κομμάτια του εννέα”;

Απάντηση: Ένα παπαγαλίσιο λάθος.



## Λύσεις και υποδείξεις

Υπάρχουν λάθη που θα μπορούσαν να μην αναγνωριστούν και συμβαίνουν π.χ. όταν ένα ψηφίο αυξηθεί και ένα άλλο μειωθεί. Το άθροισμα μπορεί να είναι το ίδιο, π.χ. αν προσθέστε 2 στο όγδοο ψηφίο (που πολλαπλασιάζεται επί 3), και βγάλετε 3 από το ένατο ψηφίο (που πολλαπλασιάζεται επί 2), το άθροισμα δεν αλλάζει.

μέχρι το Πανεπιστήμιο!

### Κυριολεκτική μετάφραση:

Ερώτηση: Πώς θα το 'λεγες αυτό: "Κομμάτια του εννιά, κομμάτια του εννιά";

Απάντηση: Ένα λάθος για παπαγάλους.

Ο παπαγάλος λέει: "Είναι λίγο παράξενο"

### Εξήγηση:

Ειπωμένο έτσι, "ξερά", δεν φαίνεται να βγάζει νόημα.

Μα το "κομμάτι των οκτώ" είναι ένα παλιό ισπανικό νόμισμα που χρησιμοποιείται και στο Μεξικό. Στο βιβλίο "Το νησί του θησαυρού" υπάρχει ένας εκπαιδευμένος παπαγάλος, που φωνάζει σε όλους όσους μπαίνουν "κομμάτια των οκτώ, κομμάτια των οκτώ". Στη ταινία "Οι πειρατές της Καραϊβικής" οι πειρατές πρέπει να βρούνε "εννέα κομμάτια των οκτώ" και "Κομμάτια των οκτώ" λέγεται και ένα νέο attraction στη Disneyland της California.

Ο παπαγάλος κάνει λάθος όταν λέει "κομμάτια των εννέα, κομμάτια των εννέα", δεδομένου ότι τέτοιο νόμισμα δεν υπάρχει. Αλλά η έκφραση "λάθος παπαγαλίσιο" (στα Αγγλικά "parrotty error"), μοιάζει σαν "parity error", σφάλμα ισότητας.

Η φράση του παπαγάλου "είναι λίγο παράξενο", με δεδομένο ότι οι Αγγλικές λέξεις "bit" και "odd" επιδέχονται διπλή ερμηνεία, θα μπορούσε και να διαβαστεί σαν "είναι κατά ένα bit άνισο"!