Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Fisicas y Matematicas
Metodos Numericos para la Ciencia y Ingenieria

Tarea 10: Espectro de Radiación, Modelamiento y Error

Maria Jose Hernández Pozo

December 2, 2015

1 Pregunta 1

1.1 Introducción

La técnica de la espectroscopía consiste en estudiar la radiación emitida por una fuente como función de la longitud de onda.
En este trabajo se proporciona el archivo "espectro.dat" que contiene un segmento del espectro de radiación de una fuente que muesta un continuo (con una leve pendiente) y una línea de absorción.

Las líneas de absorción son en teoría casi infinitamente delgadas. Las observaciones, sin embargo, siempre muestran líneas más anchas. Dependiendo del mecanismo que produce el ensanchamiento, la forma de la línea será distinta. Se pide modelar el espectro de radiación asumiendo los dos mecanismos de ensanchamiento más típicos:

- Forma Gaussiana
- Perfil de Lorentz

1.2 Procedimiento

Para empezar se nota que el espectro esta dividido en dos partes, el continuo y la línea de absorción. El primero se aproximará a una línea recta con pendiente y coeficiente de posición a determinar. En cuanto a línea de absorción dadas las formas impuestas se hará uso de scipy.stats.norm y scipy.stats.cauchy, los cuales modelan una forma gaussiana y un perfil de Lorentz respectivamente. Luego a la línea recta se le restará el modelo de línea de absorción, produciendo la forma del espectro.

Cabe destacar que en total ambos modelos requieren 5 parámetros. Para determinarlos se hará uso de la función curve_fit de la librería scipy.optimize. Sin embargo dado el número de parámetros, la función anterior se vuelve inexacta dependiendo de la adivinanza inicial, por ende es imperante realizar una adivinanza cercana a los valores de una buena aproximación. Las constantes a determinar son:

- Pendiente: a
- Coeficiente de posición: b
- Amplitud: A
- Centro: μ
- Varianza: σ

Para la pendiente del continuo, la adivinanza será:

$$a = \frac{y_f - y_i}{x_f - x_i}$$

Donde "x" e "y" corresponden a la longitud de onda de los datos y el flujo respectivamente, mientras que los subíndices "f" e "i" a los valores finales e iniciales del intervalo total de datos.
La adivinanza para "a" es $1.02 \cdot 10^{-20}$. Para "b" basta suponer un polinomio de primer grado con pendiente "a" y despejar el coeficiente al reemplazar el punto inicial o final con el que se realizó la adinanza anterior. Es decir:

$$y_f = (1.02 \cdot 10^{-20}) \cdot x_f + b$$

$$b = y_f - (1.02 \cdot 10^{-20}) \cdot x_f$$

La adivinanza para el coeficiente de posición es 7.31e-17. Esta adivinanza también se puede realizar usando la librería numpy, con np.polyfit, sin embargo se requeriría tomar solo un intervalo de datos del continuo donde no interfiera la línea de absorción. Los datos obtenidos son similares. Las adivinanzas restantes se obtuvieron de los datos graficados usando herramientas de medición gráficas de python.

En resumen:

- Pendiente: $1.02 \cdot 10^{-20}$
- Coeficiente de posición: $7.31 \cdot 10^{-17}$
- Amplitud: 10^{-16}
- Centro: 6570
- Varianza: 1

Realizadas las adivinanzas, se procede a calcular la aproximación para cada modelo. Estos serán graficados junto con el espectro observado. Además se proveerá de una tabla con los parámetros de cada modelo.

1.3 Resultados

Para el espectro presentado en el archivo "espectro.dat", los parámetros que crean el mejor ajuste para el modelo con forma gaussiana son (tabla 1):

Ajuste con Forma Gaussiana	
Parámetro	Resultado
a	$8.87 \cdot 10^{17}\ erg[s\ Hz\ cm^2\ \AA]^{-1}$
b	$7.80 \cdot 10^{-21}\ erg[s\ Hz\ cm^2]^{-1}$
A	$8.22 \cdot 10^{-17}\ erg[s\ Hz\ cm^2\ \AA]^{-1}$
μ	6563.22
σ	3.25
χ^2	$5.20 \cdot 10^{-35} erg^2[s\ Hz\ cm^2\ \AA]^{-2}$

Table 1: Parámetros del modelo con forma gaussiana

Mientras que el gráfico comparativo se muestra en la figura (1):

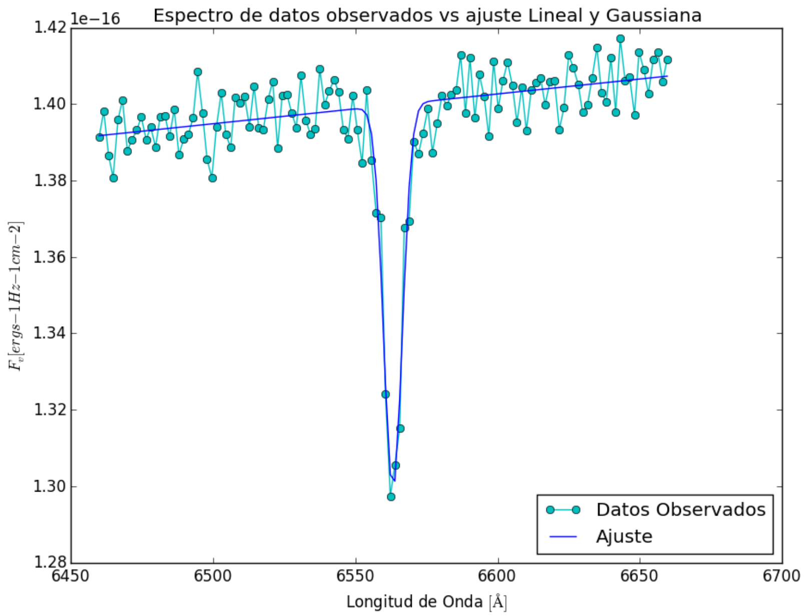

Figure 1: Gráfico comparativo entre los datos observados y el ajuste con la forma gaussiana

Para el modelo con Perfil de Lorentz los parámetros se presenta en la tabla (2):

Ajuste con Forma Gaussiana	
Parámetro	Resultado
a	$8.81 \cdot 10^{17}\ erg[s\ Hz\ cm^2\ \mathring{A}]^{-1}$
b	$7.9 \cdot 10^{-21}\ erg[s\ Hz\ cm^2]^{-1}$
A	$1.11 \cdot 10^{-16}\ erg[s\ Hz\ cm^2\ \mathring{A}]^{-1}$
μ	6563.19
σ	3.22
χ^2	$5.00 \cdot 10^{-35} erg^2[s\ Hz\ cm^2\ \mathring{A}]^{-2}$

Table 2: Parámetros del modelo con Perfil de Lorentz

Mientras que el gráfico comparativo se muestra en la figura (2):

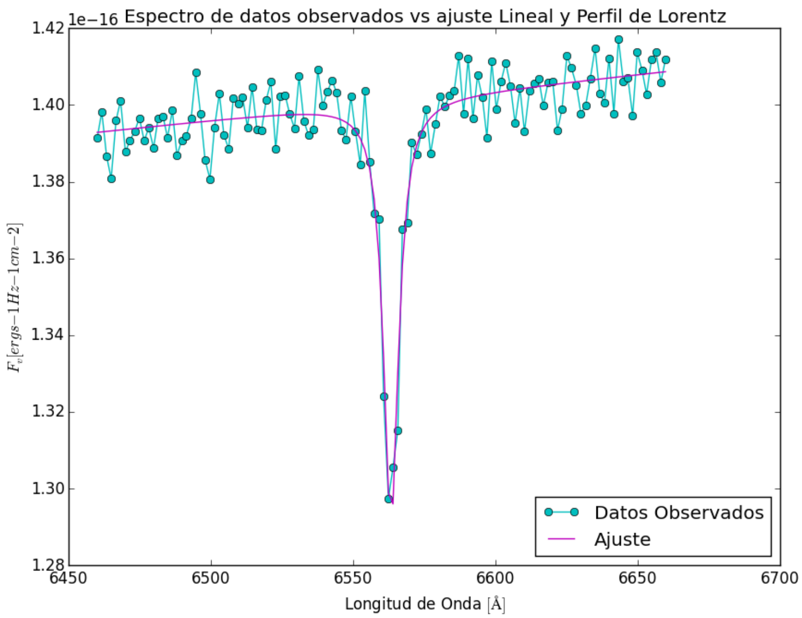

Figure 2: Gráfico comparativo entre los datos observados y el ajuste con Perfil de Lorentz

1.4 Conclusiones

Podemos observar que ambos ajustes son satisfactorios dado que el error de aproximación mostrado χ^2 es pequeño. El modelo de Lorentz sin embargo es ligeramente mejor según este mismo parámetro. Se da cuenta también en que los parámetros que ambos usan los modelos respectivos son bastantes similares.

2 Pregunta 2

2.1 Introducción

Utilice el test de Kolmogorov-Smirnov para determinar si los modelos son aceptables, y cuál es mejor.

2.2 Procedimiento

Para usar el test de Kolmogorov-Smirnov se debe construir la función de probabilidad acumulada para ambos modelos; esto se realiza generando un set de datos de longitud de onda entre x_min y x_max de los observados, que luego se evalua en cada modelo y ordena. Paralelamente se ordenan los valores de flujo observados. Posteriormente, usando el módulo kstest de scipy.stats, se buscará la máxima distancia D_n vertical entre los "y" del modelo y los "y" de los datos. También se calcula una distancia crítica que nos servirá para saber si nuestro modelo es acertado. En función del D_n se calcula el nivel de confianza asociado al ajuste para determinar el mejor modelo. A continuación se presenta en una tabla los resultados para cada modelo.

2.3 Resultados

El valor crítico para D_n es 0.1229, un D_n de los modelos mayor a este número equivale a rechazar la hipótesis. Los datos se presentan en la tabla (3):

Modelo	D_n	Nivel de Confianza
Gaussiano	0.1647	0.0023
Lorentz	0.1656	0.0021

Table 3: Comparación de valores D_n y niveles de confianza entre los modelos presentados.

2.4 Conclusiones

De los resultados se observa que ambos test son rechazados por el test Kolmogorov-Smirnov al ser su D_n mayor al crítico. Por otra parte los niveles de confianza también son bastante bajos, el test que usa el perfil de Lorentz es ligeramente mejor. Estos resultados se deben en gran parte a que los datos presentan bastante dispersión, en especial el continuo del espectro, por lo que una línea jamás podría ajustarlo de forma tal que los niveles de confianza sean aceptables para este test. Sin embargo ambos modelos presentan el mismo comportamiento de los datos, por lo que se recomendaría utilizar un test que tome en consideración el ruido que se encuentre en el continuo para asi evaluarlos de forma fidedigna.