

**Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України «Київський
політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки**

Кафедра інформатики та програмної інженерії

Звіт

**з лабораторної роботи № 1 з дисципліни
«Ігрова фізика»**

**Вивчення законів динаміки обертального руху за допомогою
маятника Обербека**

Київ 2023

Маятник Обербека - це пристрій, який використовується для вивчення законів обертального руху. Він складається з циліндричної муфти, в яку вкручені чотири жорсткі стрижні. Ці стрижні можуть бути використані для переміщення та закріплення вантажів однакової маси, що дозволяє змінювати момент інерції системи. На одному з кінців муфти розташовані два шківів з різними радіусами. На один з цих шківів намотана тонка нитка з тягарцем, і при русі тягарця маятник прискорено обертається.

Поступальний рух тягарця за допомогою другого закону Ньютона :

$$mg - T = ma$$

Обертальний рух маятника Обербека можна описати основним рівнянням динаміки обертального руху:

$$Tr - M_R = I \frac{a}{r}$$

Об'єднавши дві ці формули можна отримати рівняння прискорення тягарця від радіусу шківів, маси тягарця, моменту інерції маятника та моменту сил тертя

$$a = \frac{e(mgr - M_r)}{I + mr^2}$$

Якщо маса тягарця мала відносно маси маятника:

$$a = \frac{r(mgr - M_r)}{I}$$

При постійному моменті сил тертя, рух тягарця проходить зі сталим прискоренням, і можна визначити його прикорення шляхом проведення експерименту:

$$a = \frac{2h}{t^2}$$

У цій лабораторній час руху тягарця буде отриманий з програми labmech.exe, як і всі інші необхідні вхідні дані, оскільки ми виконуємо моделювання в лабораторних умовах.

Тепер проведемо обчислення кутового прискорення і моменту сили натягу нитки для трьох сценаріїв: з меншим радіусом шківів і меншим моментом інерції маятника, з більшим радіусом шківів і меншим моментом інерції маятника, а також з меншим радіусом шківів і більшим моментом інерції маятника. Для кожного з цих випадків ми проведемо по три експерименти з різними масами тягарця, і в кожному експерименті буде зроблено по три вимірювання часу руху тягарця для підрахунку середнього значення.

$$\beta = \frac{a}{r} = \frac{2h}{r \cdot t^2}$$

$$M = m(g - a)r = m(g - \frac{2h}{t^2})r$$

Менший момент інерції маятника

Таблиця 2.1

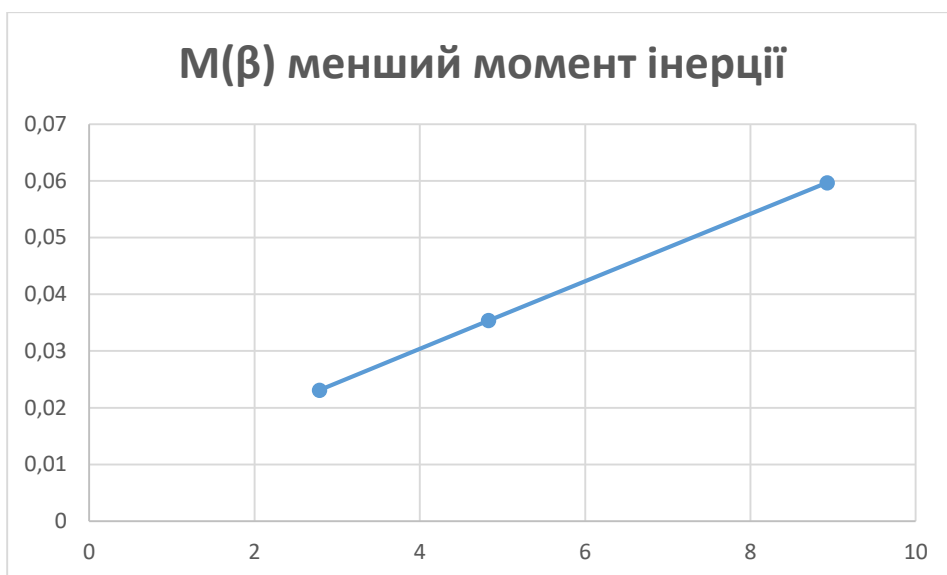
r = r1 = 0.021 (м)							r = r2 = 0.042 (м)						
№	h, мм	m, г	t1, с	⟨ t ⟩, с	β, 1/с ²	M, Н·м	№	h, мм	m, г	t1, с	⟨ t ⟩, с	β, 1/с ²	M, Н·м
1	400	56.8	6.861	6.893	0.8017	0.011053	1	400	56.8	2.583	2.6143 ³	2.78688	0.02309 ⁹⁶
			6.858							2.663			
			6.961							2.597			
2	400	87.8	4.552	4.520 ⁶⁷	1.8640 ⁹	0.017997 ¹	2	400	87.8	1.962	1.9856 ⁷	4.8309	0.03539 ⁰³
			4.502							2.002			
			4.508							1.993			
3	400	150.8	2.996	4.4684	4.0951 ⁶	0.030762 ³	3	400	150.8	1.449	1.4606 ⁷	8.92768	0.05969 ⁴⁴
			3.057							1.475			
			3.097							1.475			

Більший момент інерції маятника

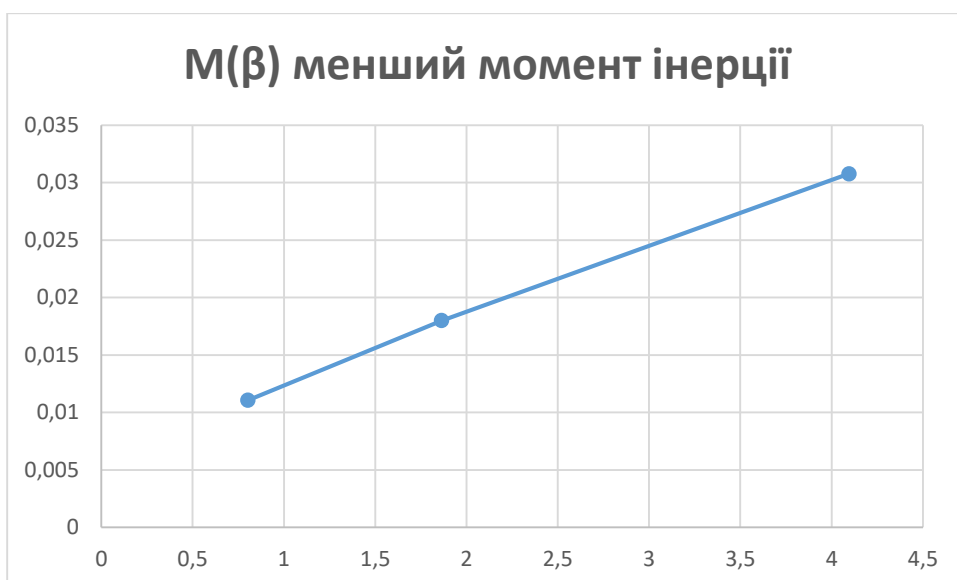
r = r1 = 0.021 (м)						
№	h, мм	m, г	t1, с	⟨ t ⟩, с	β, 1/с ²	M, Н·м
1	400	56.8	3.367	3.37933	3.33587	0.0116059
			3.399			
			3.372			
2	400	87.8	2.596	2.581	5.71867	0.0178478
			2.585			
			2.562			
3	400	150.8	1.841	1.84733	11.163	0.0302923
			1.883			
			1.818			

Залежності M(β) при апроксимації:

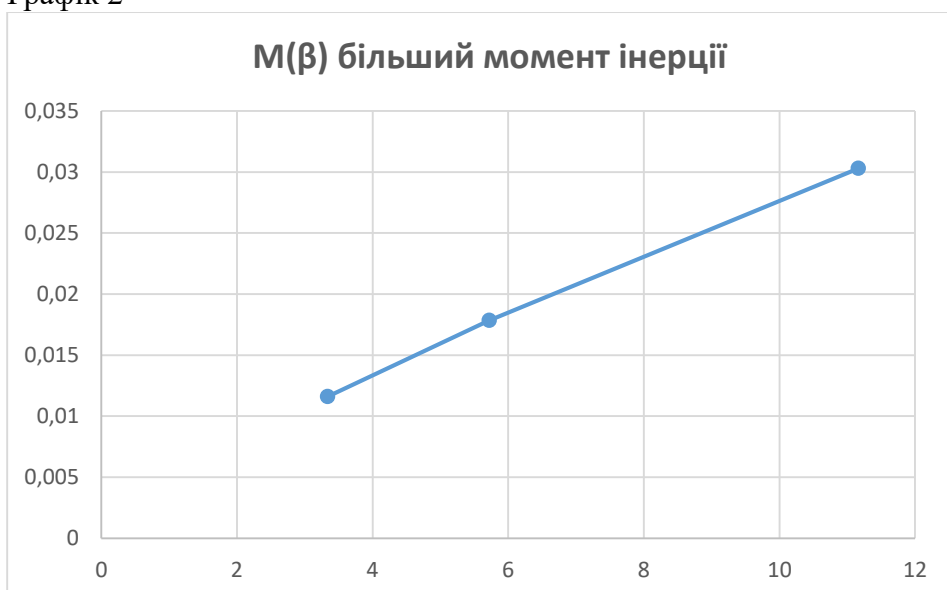
- 1) для r = 0.021м, меншого моменту інерції: $M \approx 0.0059439 \cdot \beta + 0.00654187$
- 2) для r = 0.042м, меншого моменту інерції: $M \approx 0.0057443 \cdot \beta + 0.00654956$
- 3) для r = 0.021м, більшого моменту інерції: $M \approx 0.0023698 \cdot \beta + 0.00394444$



Графік 1



Графік 2



Графік 3

Момент інерції вантажів можна розрахувати як кутовий коефіцієнт лінійної функціональної залежності між моментом сили натягу нитки та кутовим прискоренням, а момент сил тертя можна визначити як значення цієї функції при $\beta = 0$. Тоді для експериментів з відповідними номерами:

$$1) I_B = 0.0059439 \text{ (кг*м}^2\text{)},$$

$$M_t = 0.00654 \text{ (Н*м)}$$

$$2) I_B = 0.0057443 \text{ (кг*м}^2\text{)},$$

$$M_t = 0.00655 \text{ (Н*м)}$$

$$3) I_B = 0.0023698 \text{ (кг*м}^2\text{)},$$

$$M_t = 0.003944 \text{ (Н*м)}$$

Похибки вимірювань $\alpha = 0.9$

Для $m = 56.8\text{г}$, $r=0.021\text{м}$, менший момент інерції:

$$\langle t \rangle = 6.893\text{с}$$

$$\Delta t_1 = 6.893 - 6.861 = 0.032\text{с}$$

$$\Delta t_2 = 6.893 - 6.858 = 0.035\text{с}$$

$$\Delta t_3 = 6.893 - 6.961 = -0.068\text{с}$$

$$S_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1) * \sum_{i=1}^n \Delta t_i^2}} = \sqrt{\frac{1}{3 * 2 * \sum_{i=1}^3 \Delta t_i^2}} \approx 0.033\text{с}$$

$$t = \langle t \rangle \pm t_{\alpha,n} * S_{\langle t \rangle} = 6.893 \pm 2.92 * 0.033 = 6.893 \pm 0.09636(\text{с})$$

Для $m = 87.8\text{г}$, $r=0.021\text{м}$, менший момент інерції:

$$\langle t \rangle = 4.52067\text{с}$$

$$\Delta t_1 = 4.52067 - 4.552 = -0.03133\text{с}$$

$$\Delta t_2 = 4.52067 - 4.502 = 0.01867\text{с}$$

$$\Delta t_3 = 4.52067 - 4.508 = 0.01267\text{с}$$

$$S_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1) * \sum_{i=1}^n \Delta t_i^2}} = \sqrt{\frac{1}{3 * 2 * \sum_{i=1}^3 \Delta t_i^2}} \approx 0.01576\text{с}$$

$$t = \langle t \rangle \pm t_{\alpha,n} * S_{\langle t \rangle} = 4.52067 \pm 2.92 * 0.01576 = 4.52067 \pm 0.046019(\text{с})$$

Для $m = 150.8\text{г}$, $r=0.021\text{м}$, менший момент інерції:

$$\langle t \rangle = 3.05\text{с}$$

$$\Delta t_1 = 3.05 - 2.996 = 0.054\text{с}$$

$$\Delta t_2 = 3.05 - 3.057 = -0.007\text{с}$$

$$\Delta t_3 = 3.05 - 3.097 = -0.047\text{с}$$

$$S_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1) * \sum_{i=1}^n \Delta t_i^2}} = \sqrt{\frac{1}{3 * 2 * \sum_{i=1}^3 \Delta t_i^2}} \approx 0.02936c$$

$$t = \langle t \rangle \pm t_{\alpha,n} * S_{\langle t \rangle} = 3.05 \pm 2.92 * 0.02936 = 3.05 \pm 0.85144(c)$$

Для $m = 56.8\Gamma$, $r=0.042m$, менший момент інерції:

$$\langle t \rangle = 2.61433c$$

$$\Delta t_1 = 2.61433 - 2.583 = 0.03133c$$

$$\Delta t_2 = 2.61433 - 2.663 = -0.04867c$$

$$\Delta t_3 = 2.61433 - 2.597 = 0.01733c$$

$$S_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1) * \sum_{i=1}^n \Delta t_i^2}} = \sqrt{\frac{1}{3 * 2 * \sum_{i=1}^3 \Delta t_i^2}} \approx 0.02466c$$

$$t = \langle t \rangle \pm t_{\alpha,n} * S_{\langle t \rangle} = 2.61433 \pm 2.92 * 0.02466 = 2.61433 \pm 0.072(c)$$

Для $m = 87.8\Gamma$, $r=0.042m$, менший момент інерції:

$$\langle t \rangle = 1.98567c$$

$$\Delta t_1 = 1.98567 - 1.962 = 0.02367c$$

$$\Delta t_2 = 1.98567 - 2.002 = -0.01633c$$

$$\Delta t_3 = 1.98567 - 1.993 = -0.00733c$$

$$S_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1) * \sum_{i=1}^n \Delta t_i^2}} = \sqrt{\frac{1}{3 * 2 * \sum_{i=1}^3 \Delta t_i^2}} \approx 0.01211c$$

$$t = \langle t \rangle \pm t_{\alpha,n} * S_{\langle t \rangle} = 1.98567 \pm 2.92 * 0.01211 = 1.98567 \pm 0.0353612(c)$$

Для $m = 150.8\Gamma$, $r=0.042m$, менший момент інерції:

$$\langle t \rangle = 1.46067c$$

$$\Delta t_1 = 1.46067 - 1.449 = 0.01167c$$

$$\Delta t_2 = 1.46067 - 1.475 = -0.01433c$$

$$\Delta t_3 = 1.46067 - 1.475 = -0.01433c$$

$$S_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1) * \sum_{i=1}^n \Delta t_i^2}} = \sqrt{\frac{1}{3 * 2 * \sum_{i=1}^3 \Delta t_i^2}} \approx 0.009547c$$

$$t = \langle t \rangle \pm t_{\alpha,n} * S_{\langle t \rangle} = 1.46067 \pm 2.92 * 0.009547 = 1.46067 \pm 0.027877(c)$$

Для $m = 56.8\Gamma$, $r=0.021m$, більший момент інерції:

$$\langle t \rangle = 3.37933c$$

$$\Delta t_1 = 3.37933 - 3.367 = 0.01233c$$

$$\Delta t_2 = 3.37933 - 3.399 = -0.01967c$$

$$\Delta t_3 = 3.37933 - 3.372 = 0.00733c$$

$$S_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1) * \sum_{i=1}^n \Delta t_i^2}} = \sqrt{\frac{1}{3 * 2 * \sum_{i=1}^3 \Delta t_i^2}} \approx 0.0099387c$$

$$t = \langle t \rangle \pm t_{\alpha,n} * S_{\langle t \rangle} = 3.37933 \pm 2.92 * 0.0099387 = 3.37933 \pm 0.02902(c)$$

Для $m = 87.8\text{г}$, $r=0.021\text{м}$, більший момент інерції:

$$\langle t \rangle = 2.581c$$

$$\Delta t_1 = 2.581 - 2.596 = -0.015c$$

$$\Delta t_2 = 2.581 - 2.585 = -0.004c$$

$$\Delta t_3 = 2.581 - 2.562 = 0.019c$$

$$S_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1) * \sum_{i=1}^n \Delta t_i^2}} = \sqrt{\frac{1}{3 * 2 * \sum_{i=1}^3 \Delta t_i^2}} \approx 0.01c$$

$$t = \langle t \rangle \pm t_{\alpha,n} * S_{\langle t \rangle} = 2.581 \pm 2.92 * 0.01 = 2.581 \pm 0.0292(c)$$

Для $m = 150.8\text{г}$, $r=0.021\text{м}$, більший момент інерції:

$$\langle t \rangle = 1.84733c$$

$$\Delta t_1 = 1.84733 - 1.841 = 0.00633c$$

$$\Delta t_2 = 1.84733 - 1.883 = -0.03567c$$

$$\Delta t_3 = 1.84733 - 1.818 = 0.02933c$$

$$S_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1) * \sum_{i=1}^n \Delta t_i^2}} = \sqrt{\frac{1}{3 * 2 * \sum_{i=1}^3 \Delta t_i^2}} \approx 0.0190292c$$

$$t = \langle t \rangle \pm t_{\alpha,n} * S_{\langle t \rangle} = 1.84733 \pm 2.92 * 0.0190292 = 1.84733 \pm 0.05556(c)$$

Висновок

Під час виконання експериментальної роботи, я вивчила закони динаміки обертального руху з використанням маятника Обербека. Зібравши дані, я створила таблицю з результатами, обчислила значення кутового прискорення та моменту сили натягу нитки. Також були побудовані графіки, що ілюструють взаємозв'язок між моментом сили натягу нитки та кутовим прискоренням при різних умовах.

Крім того, в процесі дослідження були визначені величини, такі як момент сили тертя та момент інерції системи. Після завершення експерименту, я провела аналіз результатів, включаючи можливі похибки та відхилення від теоретичних очікувань.

Контрольні запитання

1. Визначити момент сили та момент імпульсу відносно деякої точки та осі

Момент сили, що діє відносно певної точки, обчислюється як добуток радіус-вектора, що проведений від цієї точки (O) до точки прикладання сили (A), на вектор сили (F):

$$M_o(\vec{F}) = \vec{r} \times \vec{F}$$

2. Записати основний закон динаміки обертального руху

Добуток моменту інерції тіла на кутове прискорення дорівнює моменту зовнішніх сил:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = I\vec{\beta} = \vec{M}$$

3. Сформулювати і записати закон збереження моменту імпульсу для системи матеріальних точок

Закон збереження моменту імпульсу для системи матеріальних точок стверджує, що в замкненій системі, де матеріальні точки можуть взаємодіяти між собою, геометрична сума імпульсів (повний імпульс системи) залишається незмінною відносно часу. Тобто, сума імпульсів всіх точок в системі залишається постійною, незалежно від взаємодій та рухів цих точок.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0, \text{ з відки впливає, що } L = \text{const}$$

4. Як експериментально перевірити основний закон динаміки обертального руху?

Для експериментальної перевірки основного закону динаміки обертального руху і визначення залежності моменту сили натягу нитки від кутового прискорення $M(\beta)$, можна виконати наступні кроки:

1. Підготувати маятник Обербека та необхідне обладнання для вимірювань.
2. Змінювати значення кута β (кут між ниткою і горизонтальною площиною), зафіксувавши різні значення.
3. Вимірювати величину моменту сили натягу нитки та відповідне кутове прискорення для кожного значення β .
4. Записувати ці результати у відповідну таблицю даних.
5. Побудувати графік $M(\beta)$, де по осі X буде кутове прискорення β , а по осі Y - відповідний момент сили натягу нитки M.
6. Аналізувати отриманий графік. Якщо графік виявиться лінійним (M пропорційний β), то це підтвердить основний закон динаміки обертального руху.
7. Визначити коефіцієнт пропорційності на графіку, який відповідає моменту інерції системи.

Таким чином, експериментальна залежність моменту сили натягу нитки від кутового прискорення дозволить перевірити, чи відповідають отримані результати основному закону динаміки обертального руху і чи існує лінійна залежність між цими величинами.

5. Як експериментально визначити момент інерції та момент сил тертя маятника Обербека?

Провести експерименти, де потрібно побудувати апроксимуючу пряму залежність між моментом сили натягу нитки і кутовим прискоренням $M(\beta)$, дозволить визначити значення тангенса кута нахилу цієї прямої, яке буде відповідати моменту інерції маятника. При $\beta=0$, значення M відповідатиме моменту сили тертя, який діє на маятник Обербека.