

Лабораторна робота № 4.1

з дисципліни «Ігрова фізика»

ВИВЧЕННЯ ЗАКОНІВ ЗБЕРЕЖЕННЯ ІМПУЛЬСУ ТА ЕНЕРГІЇ ПРИ УДАРІ

Удар - це процес короткочасної взаємодії між тілами, під час якого швидкості цих тіл зазнають значних змін. При центральному ударі швидкості тіл, що взаємодіють, спрямовані вздовж прямої лінії, яка з'єднує їх центри мас.

Абсолютно пружним називається удар, при якому механічна енергія системи тіл зберігається.

Абсолютно непружним називається удар, після якого тіла рухаються разом як одне ціле, з однаковою швидкістю.

Ступінь розсіювання механічної енергії при ударі характеризується коефіцієнтом відновлення механічної енергії (K). Цей коефіцієнт визначається як відношення сумарної кінетичної енергії тіл після удару до сумарної кінетичної енергії тіл до удару.

$$K = E_K / E_{\Pi}$$

Коефіцієнт відновлення (K) залежить від еластичних властивостей взаємодіючих тіл: для абсолютно пружного удару K дорівнює 1, а в реальних ситуаціях K завжди менший за 1.

Імпульсом тіла називається векторна фізична величина, яка розраховується як добуток маси тіла на його швидкість. Імпульс системи тіл дорівнює векторній сумі імпульсів усіх тіл, що входять у цю систему. Згідно з законом збереження імпульсу, загальний імпульс замкненої системи тіл залишається постійним.

$$P = \sum_{i=1}^n m_i V_1 = \text{const}$$

Застосовуючи закон збереження імпульсу до системи, яка складається з двох тіл і враховуючи центральний пружний удар, отримаємо наступний результат:

$$m_1 V_{01} + m_2 V_{02} = m_1 V_1 + m_2 V_2$$

для центрального абсолютного непружного удару маємо:

$$m_1 V_{01} + m_2 V_{02} = (m_1 + m_2) V$$

Номер досліджу	a0	a1	<a1>	a2	<a2>	K
1	9°	0.16°	0.158°	5.68°	5.658°	0.62
		0.16°		5.7°		
		0.15°		5.59°		
		0.16°		5.58°		
		0.16°		5.74°		
2	10°	0.23°	0.238°	6.16°	0.238°	0.61
		0.24°		6.24°		
		0.24°		6.23°		
		0.24°		6.2°		
		0.24°		6.34°		

$$\alpha_0 = 9^\circ$$

$$\alpha_{1.1} = 0.16^\circ$$

$$\alpha_{1.2} = 0.16^\circ$$

$$\alpha_{1.3} = 0.15^\circ$$

$$\alpha_{1.4} = 0.16^\circ$$

$$\alpha_{1.5} = 0.16^\circ$$

Середнє значення першого кута після удару:

$$\begin{aligned} \langle \alpha_1 \rangle &= \frac{(\alpha_{1.1} + \alpha_{1.2} + \alpha_{1.3} + \alpha_{1.4} + \alpha_{1.5})}{5} = \frac{(0.16^\circ + 0.16^\circ + 0.15^\circ + 0.16^\circ + 0.16^\circ)}{5} \\ &= 0.158^\circ \end{aligned}$$

Середні відхилення для першого кута:

$$\Delta\alpha_{1.1} = \alpha_{1.1} - \langle\alpha_1\rangle = 0.16^\circ - 0.158^\circ = 0.002^\circ$$

$$\Delta\alpha_{1.2} = \alpha_{1.2} - \langle\alpha_1\rangle = 0.16^\circ - 0.158^\circ = 0.002^\circ$$

$$\Delta\alpha_{1.3} = \alpha_{1.3} - \langle\alpha_1\rangle = 0.15^\circ - 0.158^\circ = -0.008^\circ$$

$$\Delta\alpha_{1.4} = \alpha_{1.4} - \langle\alpha_1\rangle = 0.16^\circ - 0.158^\circ = 0.002^\circ$$

$$\Delta\alpha_{1.5} = \alpha_{1.5} - \langle\alpha_5\rangle = 0.16^\circ - 0.158^\circ = 0.002^\circ$$

Похибка:

$$S_{\langle\alpha_1\rangle} = \sqrt{\frac{1}{5*4} \sum_{n=1}^5 \Delta\alpha_{1n}^2} \approx 0.002^\circ \quad \alpha_1 = \langle\alpha_1\rangle \pm t_{\alpha,n} S_{\alpha_1} = 0.158^\circ \pm 0.213 * 0.002^\circ = [0.157574^\circ; 0.158426^\circ]$$

$$\alpha_{2.1} = 5.68^\circ$$

$$\alpha_{2.2} = 5.7^\circ$$

$$\alpha_{2.3} = 5.59^\circ$$

$$\alpha_{2.4} = 5.58^\circ$$

$$\alpha_{2.5} = 5.74^\circ$$

Середнє значення другого кута після удару:

$$\begin{aligned} \langle\alpha_2\rangle &= \frac{(\alpha_{2.1} + \alpha_{2.2} + \alpha_{2.3} + \alpha_{2.4} + \alpha_{2.5})}{5} = \frac{(5.68^\circ + 5.7^\circ + 5.59^\circ + 5.58^\circ + 5.74^\circ)}{5} \\ &= 5.658^\circ \end{aligned}$$

Середні відхилення для другого кута:

$$\Delta\alpha_{2.1} = \alpha_{2.1} - \langle\alpha_2\rangle = 5.68^\circ - 5.658^\circ = 0.022^\circ$$

$$\Delta\alpha_{2.2} = \alpha_{2.2} - \langle\alpha_2\rangle = 5.7^\circ - 5.658^\circ = 0.042^\circ$$

$$\Delta\alpha_{2.3} = \alpha_{2.2} - \langle\alpha_2\rangle = 5.7^\circ - 5.658^\circ = 0.042^\circ$$

$$\Delta\alpha_{2.4} = \alpha_{2.4} - \langle\alpha_2\rangle = 5.58^\circ - 5.658^\circ = -0.078^\circ$$

$$\Delta\alpha_{2.5} = \alpha_{2.5} - \langle\alpha_2\rangle = 5.74^\circ - 5.658^\circ = -0.082^\circ$$

Похибка:

$$S_{\langle\alpha_2\rangle} = \sqrt{\frac{1}{5*4} \sum_{n=1}^5 \Delta\alpha_{2n}^2} \approx 0.029^\circ \quad \alpha_2 = \langle\alpha_2\rangle \pm t_{\alpha,n} S_{\alpha_2} = 5.658^\circ \pm 0.213 *$$

$$0.029^\circ = [5.651823^\circ; 5.664177^\circ]$$

Коефіцієнти збереження енергії:

$$K = \frac{m_1 \sin^2(\alpha_1/2) + m_2 \sin^2(\alpha_2/2)}{m_1 \sin^2(\alpha_0/2)}$$

$$K = \frac{0.113 \sin^2(0.158^\circ/2) + 0.177 \sin^2(5.658^\circ/2)}{0.113 \sin^2(9^\circ/2)} \approx 0.62$$

$$\alpha_0 = 10^\circ$$

$$\alpha_{1.1} = 0.23^\circ$$

$$\alpha_{1.2} = 0.24^\circ$$

$$\alpha_{1.3} = 0.24^\circ$$

$$\alpha_{1.4} = 0.24^\circ$$

$$\alpha_{1.5} = 0.24^\circ$$

Середнє значення першого кута після удару:

$$\begin{aligned} \langle\alpha_1\rangle &= \frac{(\alpha_{1.1} + \alpha_{1.2} + \alpha_{1.3} + \alpha_{1.4} + \alpha_{1.5})}{5} = \frac{(0.23^\circ + 0.24^\circ + 0.24^\circ + 0.24^\circ + 0.24^\circ)}{5} \\ &= 0.238^\circ \end{aligned}$$

Середні відхилення для першого кута:

$$\Delta\alpha_{1.1} = \alpha_{1.1} - \langle\alpha_1\rangle = 0.23^\circ - 0.238^\circ = -0.008^\circ$$

$$\Delta\alpha_{1.2} = \alpha_{1.2} - \langle\alpha_1\rangle = 0.24^\circ - 0.238^\circ = 0.002^\circ$$

$$\Delta\alpha_{1.3} = \alpha_{1.3} - \langle\alpha_1\rangle = 0.24^\circ - 0.238^\circ = 0.002^\circ$$

$$\Delta\alpha_{1.4} = \alpha_{1.4} - \langle\alpha_1\rangle = 0.24^\circ - 0.238^\circ = 0.002^\circ$$

$$\Delta\alpha_{1.5} = \alpha_{1.5} - \langle\alpha_5\rangle = 0.24^\circ - 0.238^\circ = 0.002^\circ$$

Похибка:

$$S_{\langle\alpha_1\rangle} = \sqrt{\frac{1}{5 \cdot 4} \sum_{n=1}^5 \Delta\alpha_{1n}^2} \approx 0.002^\circ \quad \alpha_1 = \langle\alpha_1\rangle \pm t_{\alpha,n} S_{\alpha_1} = 0.238^\circ \pm 0.213 * 0.002^\circ = [0.237574^\circ; 0.238426]$$

$$\alpha_{2.1} = 6.16^\circ$$

$$\alpha_{2.2} = 6.24^\circ$$

$$\alpha_{2.3} = 6.23^\circ$$

$$\alpha_{2.4} = 6.2^\circ$$

$$\alpha_{2.5} = 6.34^\circ$$

Середнє значення другого кута після удару:

$$\langle\alpha_2\rangle = \frac{(\alpha_{2.1} + \alpha_{2.2} + \alpha_{2.3} + \alpha_{2.4} + \alpha_{2.5})}{5} = \frac{(6.16^\circ + 6.24^\circ + 6.23^\circ + 6.2^\circ + 6.34^\circ)}{5} = 6.234^\circ$$

Середні відхилення для другого кута:

$$\Delta\alpha_{2.1} = \alpha_{2.1} - \langle\alpha_2\rangle = 6.16^\circ - 6.234^\circ = -0.074^\circ$$

$$\Delta\alpha_{2.2} = \alpha_{2.2} - \langle\alpha_2\rangle = 6.24^\circ - 6.234^\circ = 0.006^\circ$$

$$\Delta\alpha_{2.3} = \alpha_{2.2} - \langle\alpha_2\rangle = 6.23^\circ - 6.234^\circ = -0.004^\circ$$

$$\Delta\alpha_{2.4} = \alpha_{2.4} - \langle\alpha_2\rangle = 6.2^\circ - 6.234^\circ = -0.034^\circ$$

$$\Delta\alpha_{2.5} = \alpha_{2.5} - \langle\alpha_2\rangle = 6.34^\circ - 6.234^\circ = 0.106^\circ$$

Похибка:

$$S_{\langle\alpha_2\rangle} = \sqrt{\frac{1}{5 \cdot 4} \sum_{n=1}^5 \Delta\alpha_{2n}^2} \approx 0.029^\circ \quad \alpha_2 = \langle\alpha_2\rangle \pm t_{\alpha,n} S_{\alpha_2} = 6.234^\circ \pm 0.213 * 0.029^\circ = [6.2276^\circ; 6.2403^\circ]$$

Коефіцієнти збереження енергії:

$$K = \frac{m_1 \sin^2(\alpha_1/2) + m_2 \sin^2(\alpha_2/2)}{m_1 \sin^2(\alpha_0/2)}$$

$$K = \frac{0.113 \sin^2(0.238^\circ/2) + 0.177 \sin^2(6.234^\circ/2)}{0.113 \sin^2(10^\circ/2)} \approx 0.61$$

Висновок:

Під час виконання лабораторної роботи, ми провели експерименти для перевірки законів збереження імпульсу та механічної енергії. Шляхом експерименту було встановлено кути відхилення кульок при різних початкових відхиленнях першої кульки.

для $\alpha_0 = 9^\circ$ $\alpha_1 = [0.157574^\circ; 0.158426^\circ]$ $\alpha_2 = [5.651823^\circ; 5.664177^\circ]$

для $\alpha_0 = 10^\circ$: $\alpha_1 = [0.237574^\circ; 0.238426^\circ]$ $\alpha_2 = [6.2276^\circ; 6.2403^\circ]$

Цей результат може бути наслідком неточностей під час вимірювань, що призвели до апроксимації напівширини інтервалу. Оскільки певна частина механічної енергії переходить в інші форми енергії, то це призводить до зменшення значення коефіцієнта відновлення (K) і, відповідно, до K менше одиниці, як ми можемо спостерігати.

для $\alpha_0 = 9^\circ$: $K \approx 0.62$

для $\alpha_0 = 10^\circ$: $K \approx 0.61$

Контрольні запитання

1. Дати визначення імпульсу тіла і системи тіл. Сформулювати закон збереження імпульсу.

Імпульс тіла — це фізична величина, яка є добутком маси тіла на його швидкість.

Імпульс системи тіл — це векторна сума імпульсів усіх цих тіл.

Закон збереження імпульсу стверджує, що сума імпульсів всіх тіл у замкненій системі залишається незмінною. Іншими словами, імпульс системи тіл залишається сталим.

2. Дати визначення понять абсолютно пружного та абсолютно непружного ударів.

Удар називається абсолютно пружним, коли система тіл, що взаємодіють, зберігає механічну енергію. Абсолютно непружним ударом вважається той, при якому тіла після взаємодії рухаються як одне ціле.

3. Записати закон збереження імпульсу:

а) для пружного центрального удару двох куль;

$$m_1 V_{01} + m_2 V_{02} = m_1 V_1 + m_2 V_2$$

б) для абсолютно непружного центрального удару двох куль.

$$m_1 V_{01} + m_2 V_{02} = (m_1 + m_2) V$$

5. Дати визначення коефіцієнта відновлення механічної енергії. Від чого залежить його значення?

Коефіцієнт відновлення механічної енергії — це відношення сумарної кінетичної енергії тіл після удару до сумарної кінетичної енергії тіл до удару, тобто:

$$K = E_K / E_{\Pi}$$

6. Вивести формулу для обчислення коефіцієнта відновлення механічної енергії при пружному ударі.

$$1) \quad m_1 V_{01} + m_2 V_{02} = m_1 V_1 + m_2 V_2;$$

$$2) \quad mgh = mV^2/2;$$

3) Де h можна розписати як: $h = l(1 - \cos\alpha) = 2l\sin^2(\alpha/2)$, де α - початковий кут відхилення кульки;

$$4) \text{ Об'єднавши пункти (3) та (2): } V = \sqrt{gl}\sin(\alpha/2)$$

$$5) \text{ З визначення коефіцієнту відновлення: } K = \frac{\frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2}}{\frac{m_1 V_{01}^2}{2}}$$

$$6) \text{ Тоді кінцева формула приймає вигляд: } K = \frac{m_1 \sin^2(\alpha_1/2) + m_2 \sin^2(\alpha_2/2)}{m_1 \sin^2(\alpha_0/2)}$$