

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України «Київський
політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки

Кафедра інформатики та програмної інженерії

Звіт
з лабораторної роботи № 5-2
з дисципліни «Ігрова фізика»

ВИЗНАЧЕННЯ ПРИСКОРЕННЯ ВІЛЬНОГО ПАДІННЯ З ДОПОМОГОЮ
ФІЗИЧНОГО МАЯТНИКА

Виконала: Скрипець Ольга Олександрівна ІП-21
Превірів: Скирта Юрій Борисович

Київ 2023

Фізичний маятник - це тверде тіло, яке може коливатися навколо горизонтальної осі, яка не рухається, під впливом сили тяжіння. Для опису руху такого тіла можна використовувати основне рівняння динаміки обертального руху, коли маємо на увазі проекцію цього руху на вісь обертання.

$$M = I \beta,$$

Момент сили тяжіння, що діє на відхилене від положення рівноваги тіло масою m , може бути виражений через момент інерції маятника відносно осі підвісу (позначений як I), кутове прискорення (позначене як β), та алгебраїчну суму моментів зовнішніх сил відносно цієї осі (позначену як M). Також, припускаємо, що центр мас маятника розташований у точці C на відстані a від осі обертання маятника.

$$M = -mga \sin \alpha$$

, знехтувавши силами тертя та опором, і використовуючи основне рівняння динаміки обертального руху, ми можемо отримати наступний результат:

Момент інерції маятника (позначений як I) помножений на кутове прискорення (позначене як β) дорівнює мінус масі (позначена як m) помноженій на прискорення вільного падіння (позначена як g) і помноженій на синус кута відхилення (позначена як α):

$$I\beta = -mga \sin \alpha$$

Для невеликих відхилень від положення рівноваги, можна наближено вважати, що $\sin(\alpha)$ приблизно дорівнює самому куту α . Таким чином, рівняння можна записати так:

$$I \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + mga \alpha = 0$$

За допомогою прямої підстановки можна переконатись, що функцією, яка задовольняє цьому рівнянню, є

$$\alpha = \alpha_0 \cos \omega t$$

Враховуючи взаємозв'язок між частотою коливань (позначеною як ω) і періодом цих коливань (позначеною як T), період фізичного маятника можна виразити так:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mga}}$$

Позначивши момент інерції маятника відносно осі, яка проходить через центр мас C і паралельна до осі підвісу, як I_0 , можемо використовувати теорему Штейнера, що стверджує, що загальний момент інерції I може бути виражений як сума моменту інерції відносно цієї осі, тобто I_0 , та моменту інерції відносно осі підвісу, який обчислюється як ma^2 . Таким чином, ми отримуємо:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + ma^2}{mga}}$$

Згідно з графіком залежності періоду коливань фізичного маятника від відстані між його центром мас і віссю підвісу, видно, що при періоді коливань більше за мінімальний період (позначений як T_{\min}), існують дві різні відстані a , які відповідають однаковому значенню періоду коливань. Використовуючи формулу для обох цих значень, отримуємо:

$$\frac{I_0 + ma_1^2}{mga_1} = \frac{I_0 + ma_2^2}{mga_2}$$

Звідси $I_0 = ma_1a_2$, тоді

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a_1 + a_2}{g}}$$

За допомогою формули можна провести експериментальне визначення прискорення вільного падіння g . Для цього, змінюючи відстань a між центром мас маятника і точкою підвісу, ми будемо графік залежності періоду коливань T від відстані x (де x - відстань від точки підвісу O_1 до тягарця B_1). Після побудови

цього графіка, можна визначити значення відстаней a_1 та a_2 , при яких період коливань T має однакове значення. Після цього, можна використовувати формулу для прискорення вільного падіння, яка виглядає так:

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2} (a_1 + a_2).$$

Інший метод визначення прискорення вільного падіння пов'язаний із вимірюванням приведеної довжини фізичного маятника. Приведена довжина фізичного маятника - це така довжина, яка визначається так, щоб період коливань математичного маятника, який має таку ж довжину, був ідентичним з періодом коливань відповідного фізичного маятника. Порівнюючи формули для періодів коливань фізичного та математичного маятників, можна зрозуміти, що приведена довжина фізичного маятника має наступний вигляд:

$$l_{\text{пр.}} = I / ma$$

Для зручного визначення приведеної довжини фізичного маятника, можна використовувати оборотний маятник. Оборотний маятник є одним з видів фізичного маятника і складається з сталевго стрижня, на якому розміщені два масивні тягарці, B_1 і B_2 , з обох боків від центру мас. За допомогою зміщення цих тягарців вздовж стрижня можна варіювати період коливань маятника в широкому діапазоні. Маятник також має дві точки підвісу - "прямую" та "обернуту", що дозволяє підвішувати його в обох положеннях відносно центру мас.

Завдяки можливості підвішувати маятник у цих двох точках, графік залежності періоду T від відстані a має дві симетричні гілки, які відповідають положенню точки підвісу по обидва боки від центру мас.

Якщо при переміщенні тягарів по стрижню вдасться знайти таке положення тягаря, при якому періоди коливань маятника на обох опорних призмах однакові, але при цьому один з тягарців, B_1 , розташований біля кінця стрижня, а інший,

В2, між серединою стрижня та опорною призмою О2, то період коливань маятника залишається незмінним або однаковим.

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{a_1 + a_2}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}},$$

В даному випадку, згідно з формулою, приведена довжина фізичного маятника визначається як відстань між опорними призмами маятника, тобто L . Таким чином, приведена довжина фізичного маятника дорівнює відстані L між цими опорними призмами.

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T_0^2}$$

Завдання 2. Визначення прискорення вільного падіння за допомогою оборотного маятника

Порядок виконання роботи

1. Перевірити правильність установки тягарців на стрижні. При виконанні завдання 2 тягарці мають бути встановлені згідно з рис.5.3 : один з тягарців (В1) повинен знаходитись біля кінця стрижня, а другий (В2) – між серединою стрижня та опорною призмою О2. При проведенні експерименту положення опорних призм та тягарця В2 не змінювати. Виміряти відстань L між опорними призмами маятника.
2. Виміряти час t_1 десяти повних коливань маятника згідно з пп.4-6 інструкції до виконання завдання 1.
3. Повторити вимірювання часу десяти повних коливань маятника 10-12 разів, кожного разу переміщуючи тягарець В1 вздовж стрижня на $\Delta X = 10$ мм.

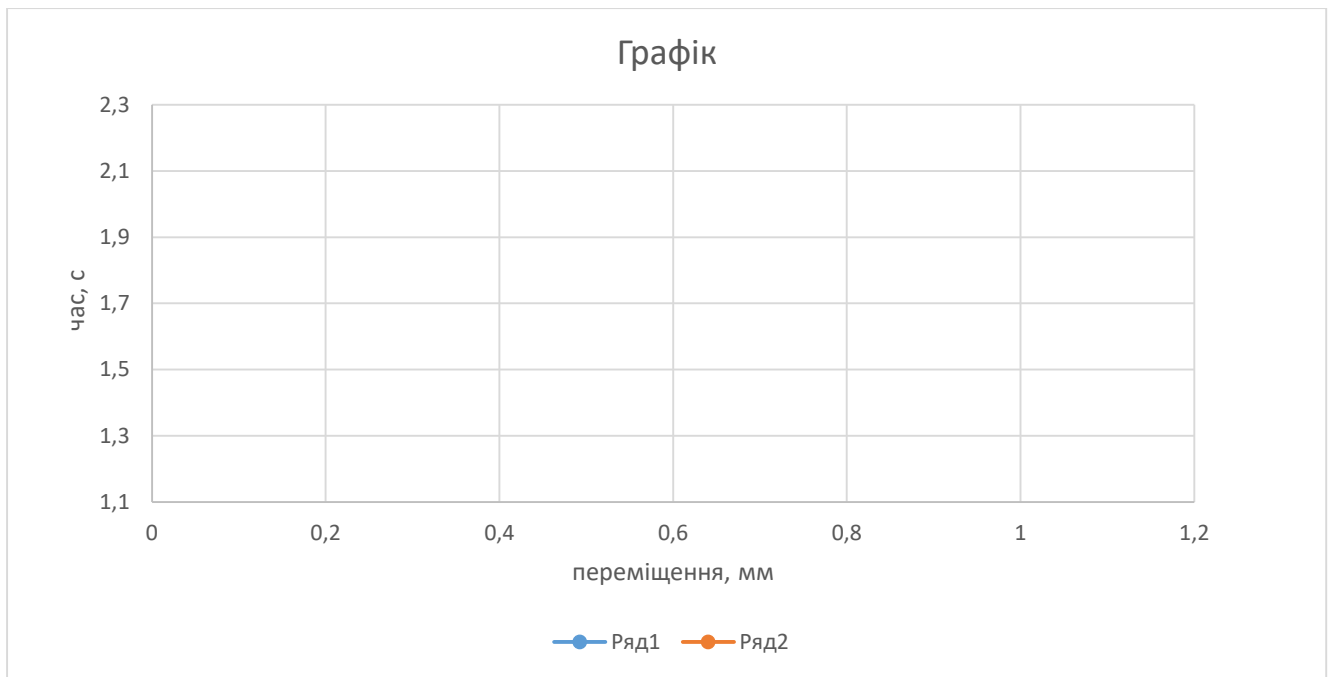
Результати

занести до табл.5.2.

4. Зняти оборотний маятник з кронштейна, перевернути його і підвісити на кронштейні за допомогою другої опорної призми. Повторити вимірювання часу t_2 , за пп.2-

3 для тих самих положень тягарця В1 Після закінчення експерименту вимкнути установку.

Номер дослідку	X, мм	t1, с	T1, с	t2,с	T2,с	L, м
1	10	12,18	1,218	11,45	1,145	0,4
2	20	12,486	1,2486	11,796	1,1796	0,4
3	30	12,653	1,2653	12,096	1,2096	0,4
4	40	12,785	1,2785	12,198	1,2198	0,4
5	50	12,77	1,277	12,649	1,2649	0,4
6	60	12,855	1,2855	13,041	1,3041	0,4
7	70	13,266	1,3266	13,125	1,3125	0,4
8	80	13,238	1,3238	13,589	1,3589	0,4
9	90	13,161	1,3161	14,098	1,4098	0,4
10	100	13,269	1,3269	14,469	1,4469	0,4



Точка перетину:

$$X_0 = 77\text{мм} \quad T_0 = 1.32\text{с} \quad L=0.4\text{м}$$

Прискорення:

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T_0^2} = \frac{4\pi^2 0.4\text{м}}{1.32^2 \text{с}^2} \approx 9,063 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Відносне відхилення:

$$\delta = \left| \frac{g - g_0}{g_0} \right| \quad \delta = \left| \frac{9,063 - 9,8}{9,8} \right| = 0,075 = 8\%$$

Висновок:

Під час проведення лабораторної роботи було визначено прискорення вільного падіння, використовуючи фізичний маятник. Результати експерименту показали, що визначене значення прискорення вільного падіння g становило близько $9,063 \text{ м/с}^2$, з похибкою $\delta=0,0752041$. Зауважу, що це значення трохи відрізняється від загальновідомого значення g ($9,8 \text{ м/с}^2$), що може бути внаслідок різних факторів, таких як систематична похибка, неточності вимірювань і інші фактори.

Контрольні питання

1. Розповісти про гармонічні коливання та їх основні характеристики. Як перетворюється енергія при гармонічних коливаннях?

РІВНЯННЯ ГАРМОНІЧНИХ КОЛИВАНЬ

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

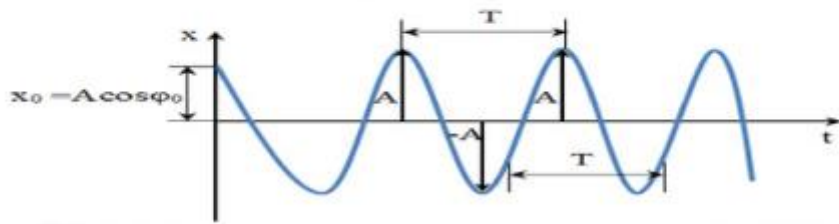
A- максимальне значення коливної величини x , яке називається **амплітудою коливань**;

ω_0 - колова, або циклічна частота;

φ_0 - початкова фаза коливань для моменту часу $t = 0$;

$(\omega_0 t + \varphi)$ - фаза коливань для довільного моменту часу t .

Так як косинус змінюється в межах від +1 до -1, то x може набувати значень від $+A$ до $-A$.



Гармонічні коливання - це рух, який повторюється регулярно вздовж одного і того ж шляху, проходячи через одне і те ж положення з однаковою амплітудою і періодичністю. Гармонічні коливання можуть виникати в різних системах і є важливим явищем в фізиці та інших галузях науки.

Основні характеристики гармонічних коливань:

1. Амплітуда (A): Це максимальне відхилення від положення рівноваги, яке досягає коливальний об'єкт. Визначає амплітуду коливань інтенсивність коливального руху.

2. Період (T): Це час, за який коливальний об'єкт повертається до свого початкового положення і починає новий цикл коливань. Вимірюється у секундах.

3. Частота (f): Це кількість повних коливань, що відбуваються за одну секунду. Вимірюється в герцах (Гц) і рівна оберненому значенню періоду: $f = 1/T$.

4. Фаза (φ): Це величина, що вказує, на якій стадії коливань знаходиться об'єкт в певний момент часу.

Щодо енергії при гармонічних коливаннях, вона перетворюється між кінетичною і потенціальною енергією в процесі коливань. Наприклад, у пружинно-маятниковій системі, коливальний об'єкт рухається вздовж горизонтальної осі під дією пружинної сили. Коли об'єкт пересувається від положення рівноваги, він має кінетичну енергію (внаслідок руху) і нуль потенціальної енергії (оскільки він далеко від вертикального положення).

У момент найбільшого відхилення, кінетична енергія об'єкта досягає нуля, а потенціальна енергія досягає максимального значення. За під час подальшого руху об'єкт перетворює потенціальну енергію на кінетичну і навпаки, забезпечуючи збереження загальної механічної енергії системи. У ідеальних умовах, без втрат енергії на тертя чи інші опори, енергія залишається постійною протягом всього коливального процесу.

Узагальнюючи, гармонічні коливання відомі своєю регулярністю та перетворенням енергії між формами під час руху, і вони широко застосовуються для вивчення різних фізичних явищ та в інженерії.

2. Сформулювати теорему Штейнера та навести приклади її використання.

Теорема Штейнера стверджує, що момент інерції будь-якого тіла відносно довільної осі дорівнює сумі моменту інерції того ж тіла відносно осі, яка проходить через його центр мас та паралельна до розглянутої осі, плюс добуток маси тіла (позначеної як m) на квадрат відстані між цими двома осями.

$$I_z = I_{cm} + md^2 .$$

3. Дати визначення поняття фізичного маятника. Вивести формулу періоду коливань фізичного маятника.

Фізичний маятник - це механічна система, яка складається з твердого тіла, яке може обертатися навколо фіксованої осі під впливом сили тяжіння. Фізичний маятник використовується для вивчення різних аспектів коливань і руху твердих тіл. Зазвичай фізичний маятник складається з масивного тіла, що підвішене на нерухомому підвісі або закріплене на опорі.

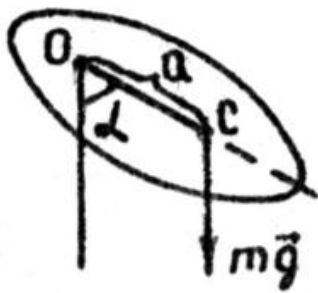


Рис.5.1

Фізичний маятник (рис. 5.1) являє собою тверде тіло, яке може коливатись відносно нерухомої горизонтальної осі під дією сили тяжіння. Рух такого тіла можна описати, використовуючи основне рівняння динаміки обертального руху твердого тіла в проекції на вісь обертання:

$$M = I \beta,$$

де I – момент інерції маятника відносно осі підвісу, β – кутове прискорення, M – алгебраїчна сума моментів зовнішніх сил відносно осі підвісу.

Нехай центр мас маятника знаходиться у точці С на відстані a від осі обертання маятника. О. Тоді на відхилений від положення рівноваги маятник масою m діє момент сили тяжіння:

$$M = -mga \sin \alpha$$

Безпосередньою підстановкою можна переконатись у тому, що розв'язком рівняння (5.2) є функція

$$\alpha = \alpha_0 \cos \omega t \quad (5.3)$$

де α_0 – початковий кут відхилення маятника, $\omega = \sqrt{\frac{mga}{I}}$ – власна циклічна частота гармонічних коливань маятника. Беручи до уваги формулу (5.3), можна зробити висновок про те, що при малих відхиленнях від положення рівноваги фізичний маятник здійснює гармонічні коливання, частота яких залежить від маси маятника, моменту інерції маятника відносно осі підвісу та відстані від цієї осі до центра мас маятника. Враховуючи зв'язок між частотою ω та періодом T коливань, період коливань фізичного маятника можна записати у вигляді

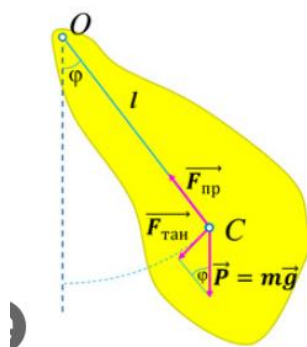
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mga}} \quad (5.4)$$

Позначимо через I_0 момент інерції маятника відносно осі, яка проходить через центр мас С і паралельна до осі підвісу. Згідно теореми Штейнера: $I = I_0 + ma^2$. Тоді маємо:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + ma^2}{mga}} \quad (5.5)$$

4. Дати визначення приведеної довжини фізичного маятника. Від чого залежить її величина?

Фізичний маятник



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}$$

I – момент інерції тіла відносно осі обертання

m – маса фізичного маятника

g – прискорення вільного падіння

l – відстань від осі обертання до центра мас маятника

Приведена довжина фізичного маятника - це така довжина, яка визначається так, щоб період коливань математичного маятника з такою самою довжиною був ідентичним з періодом коливань відповідного фізичного маятника. Фізичний маятник - це тверде тіло, яке може коливатися вздовж фіксованої осі під впливом сили тяжіння.

Приведена довжина фізичного маятника зазвичай залежить від таких факторів:

1. Довжина фізичного маятника: Довжина самого маятника є основним параметром, що впливає на приведену довжину. Чим довший маятник, тим більша його приведена довжина.
2. Розташування центру маси: Розташування центру маси фізичного маятника відносно осі обертання також впливає на приведену довжину. Зсув центру маси відносно осі може змінювати період коливань, і, відповідно, приведену довжину.
3. Маса маятника: Маса фізичного маятника також може впливати на приведену довжину, оскільки маса впливає на момент інерції маятника, який в свою чергу впливає на період коливань.

Узагальнюючи, приведена довжина фізичного маятника - це параметр, який враховує вплив фізичних параметрів маятника на його період коливань. Вона залежить від довжини маятника, розташування його центру маси та маси маятника.

5. Який маятник називається оборотним? Які основні властивості оборотного маятника?

Оборотний маятник - це спеціальний вид фізичного маятника, який відрізняється від звичайного однорівневого маятника тим, що в ньому можливі два різних положення осі обертання. Оборотний маятник складається з твердого тіла (наприклад, стрижня), на якому розміщені два масивні тягарці (зазвичай B_1 і B_2) і дві опорні призми (O_1 і O_2), за допомогою яких його можна підвішувати у двох положеннях: "прямому" та "обернутому". Оборотний маятник називається так через свою спроможність обертатися навколо центру маси в двох різних положеннях.

Основні властивості оборотного маятника включають:

1. Дві осі підвісу: Оборотний маятник має дві осі підвісу, що розташовані по обидва боки від центру маси. Це дозволяє підвішувати маятник у двох різних положеннях.
 2. Дві симетричні гілки: Графік залежності періоду коливань оборотного маятника має дві симетричні гілки, що відображають періоди коливань у двох положеннях підвісу.
 3. Змінна довжина: В оборотному маятнику можливе змінювання відстані між центром маси маятника і точкою підвісу, що дає змогу змінювати період коливань маятника.
 4. Визначення прискорення вільного падіння: Оборотний маятник може використовуватися для визначення прискорення вільного падіння (g) за допомогою залежності між періодом коливань і відстанями між точками підвісу в двох положеннях.
- Оборотний маятник є корисним інструментом у фізичних експериментах і для дослідження основних законів коливань та динаміки обертового руху.