

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України «Київський політехнічний
інститут імені Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки

Кафедра інформатики та програмної інженерії

Звіт
з лабораторної роботи № 4 з дисципліни
«Ігрова фізика»

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА В'ЯЗКОСТІ РІДИНИ МЕТОДОМ
СТОКСА

Виконала: Скрипець Ольга Олександрівна ІІІ-21
Перевірив: Скірта Юрій Борисови

Київ 2023

Теоретичні відомості

У рухомого тіла, яке знаходиться в в'язкій рідині, сила опору залежить від різних чинників, таких як форма тіла, спосіб, як рідина обтікає його, в'язкість рідини та інші. Характер обтікання тіла рідиною визначається числом Рейнольдса (Re).

При великих значеннях числа Рейнольдса обтікання стає турбулентним, і утворюються вихори за тілом. В зоні цих вихорів тиск знижується, що створює різницю в тиску між передньою та задньою поверхнею тіла, що викликає опірну силу. Таким чином, повна сила опору складається із сили опору тертя та сили опору тиску, і їхній відносний внесок визначається значенням числа Рейнольдса.

$$Re < Re_{кр},$$

де $Re_{кр}$ – критичне значення числа Рейнольдса. Під час обтікання кульки необмеженою в'язкою рідиною та виконанні нерівності

$$Re = \frac{vr\rho_1}{\eta} \ll 1$$

Сила опору F_C визначається формулою Стокса:

$$F_C = 6\pi r\eta v (\text{шістьпіруетів}),$$

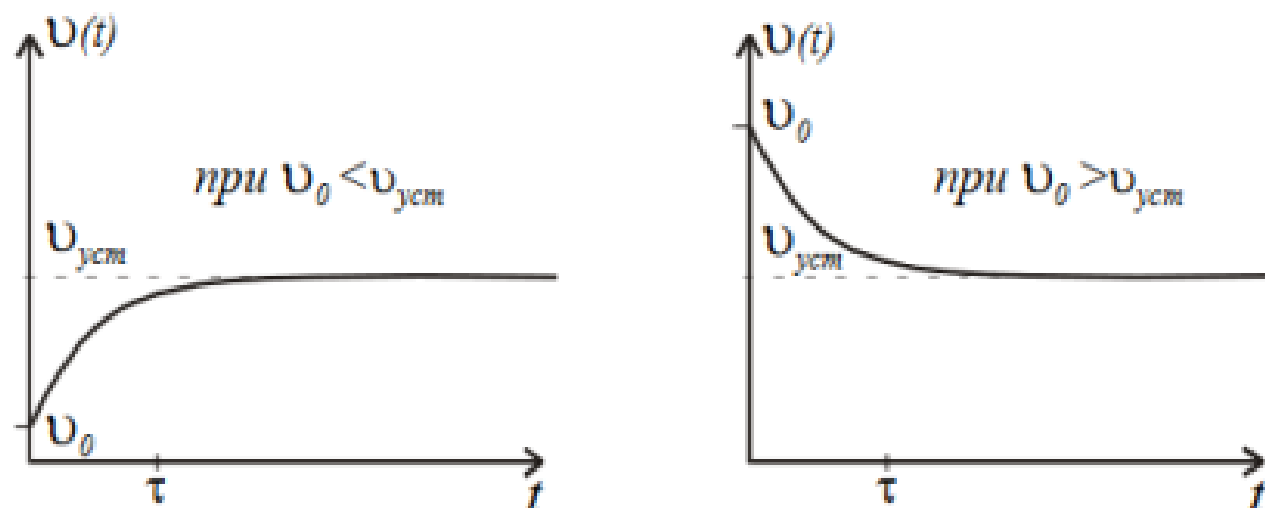
де η, ρ_1 – коефіцієнт в'язкості та густина рідини, v — швидкість кульки, r – її радіус.

Згідно з критерієм, використання формули Стокса є вірним. У цьому контексті, обтікання кульки є ламінарним, оскільки також виконується умова. Це практично означає, що рух кульки в в'язкій рідині або її повільний рух можуть бути коректно описані за допомогою формули Стокса.

Давайте розглянемо, як рухається куля під час повільного опускання у безмежній в'язкій рідині. У цій ситуації на кулю діють три сили: сила ваги (mg), сила Архімеда (F_A) і сила опору (F_C).

$$v(t) = Ce^{-\frac{6\pi\eta}{\rho V}t} + \frac{Vg(\rho - \rho_1)}{6\pi r\eta}.$$

Проаналізувавши розв'язок, отримаємо, що при $t \rightarrow \infty$ маємо $v \rightarrow v_{уст} = \frac{Vg(\rho - \rho_1)}{6\pi r\eta}$, де умова $t \rightarrow \infty$ з фізичної точки зору означає, що $t \gg \tau$, де $\tau = \frac{\rho V}{6\pi r\eta}$ – так званий час релаксації, тобто час, протягом якого рух кульки набуде усталеного характеру. Графіки залежності швидкості від часу виглядають так:



Таким чином, незалежно від того, з якою початковою швидкістю (v_0) куля перетинає поверхню рідини, при дуже великих часах ($t \gg \tau$), можна з достатньою точністю вважати, що рух кулі є рівномірним, і її швидкість руху становить $v_{уст}$. Можна визначити коефіцієнти в'язкості рідини, використовуючи усталену швидкість падіння кульки ($v_{уст}$) і величини r , ρ , та ρ_1 за допомогою наступної формули.

$$\eta = \frac{2}{9}gr^2 \frac{\rho - \rho_1}{v_{уст}}.$$

Отже, метод Стокса передбачає визначення в'язкості рідини через вимірювання швидкості усталеного руху кульки в цій рідині. У цьому дослідженні ми плануємо визначити коефіцієнт в'язкості гліцерину. Важливо враховувати, що властивості гліцерину, зокрема коефіцієнт в'язкості, можуть змінюватися при зміні температури, особливо при наближенні до кімнатної температури. Крім того, у реальному експерименті ми завжди маємо справу з водним розчином гліцерину, оскільки відкрита поверхня гліцерину поглинає водяну пару з повітря, що може вплинути на його густину та в'язкість.

Таблиці. Розрахунки. Графіки

Густина матеріалу кульок	$11,3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$
Густина гліцерину	$1,2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$
Відстань між позначками	const
Температура гліцерину	$25,4^\circ$

№	d (мм)	l (м)	t (с)	$v_{уст}$ (м/с)	η (Па·с)	$\eta_i - \langle \eta \rangle$ (Па·с)	$(\eta_i - \langle \eta \rangle)^2$ (Па·с) ²
1	1.6	1.011	29.047	0.03480566	0.40445019	0.01723997	0.00029722
2	2.4	0.988	12.109	0.08159220	0.38819395	0.00098374	0.00000097
3	1.8	1.01	23.109	0.04370592	0.40764276	0.02043255	0.00041749
4	2.6	0.984	9.922	0.09917355	0.37482260	-0.01238762	0.00015345
5	2.7	1.005	9.719	0.10340570	0.38766625	0.00045604	0.00000021
6	2.9	1.015	8.61	0.11788618	0.39229073	0.00508052	0.00002581
7	2.1	1.052	16.172	0.06505070	0.37278766	-0.01442255	0.00020801
8	1.7	1.007	23.562	0.04273831	0.37183945	-0.01537076	0.00023626
9	2.5	1.009	11.641	0.08667640	0.39650995	0.00929973	0.00008649
10	2.2	1.01	14.265	0.07080266	0.37589860	-0.01131161	0.00012795
				$\langle \eta \rangle$	0.38721021		

$$v = \frac{l}{t};$$

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{gr^2(\rho - \rho_1)}{v_{\text{уст}}};$$

$$\langle \eta \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n \eta_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{10} \eta_i}{10} \approx 0.38721$$

Після обчислень було встановлено, що гліцерин складає 95% своєї маси, згідно з таблицею 5.1, де значення η дорівнює 387.21 [Па * с], яке майже ідентичне 365.0 [Па * с].

Похибки вимірювань (коефіцієнт надійності $\alpha=0,9$)

$$S_{(\eta)} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\eta_i - \langle \eta \rangle)^2} \approx 0.00415512 (\text{Па} * \text{с})$$

$$\eta = \langle \eta \rangle \pm t_{\alpha, n} * S_{(\eta)} = 0.38721 \pm 1.73 * 0.00415512 = 0.38721 \pm 0.00718835 (\text{Па} * \text{с})$$

Визначимо, на якій відстані від відкритої поверхні гліцерину повинна бути нанесена верхня позначка

$$s(3\tau) = \int_0^{3\tau} v(t) dt = 2v_{\text{уст}} * \tau = \frac{8}{81} gr^4 \rho (\rho - \rho_1) / \eta^2 =$$

$$= \frac{8}{81} * 9,8 * (0,00145^4) * \frac{11300(11300-1200)}{0,392^2} \approx 0,0032$$

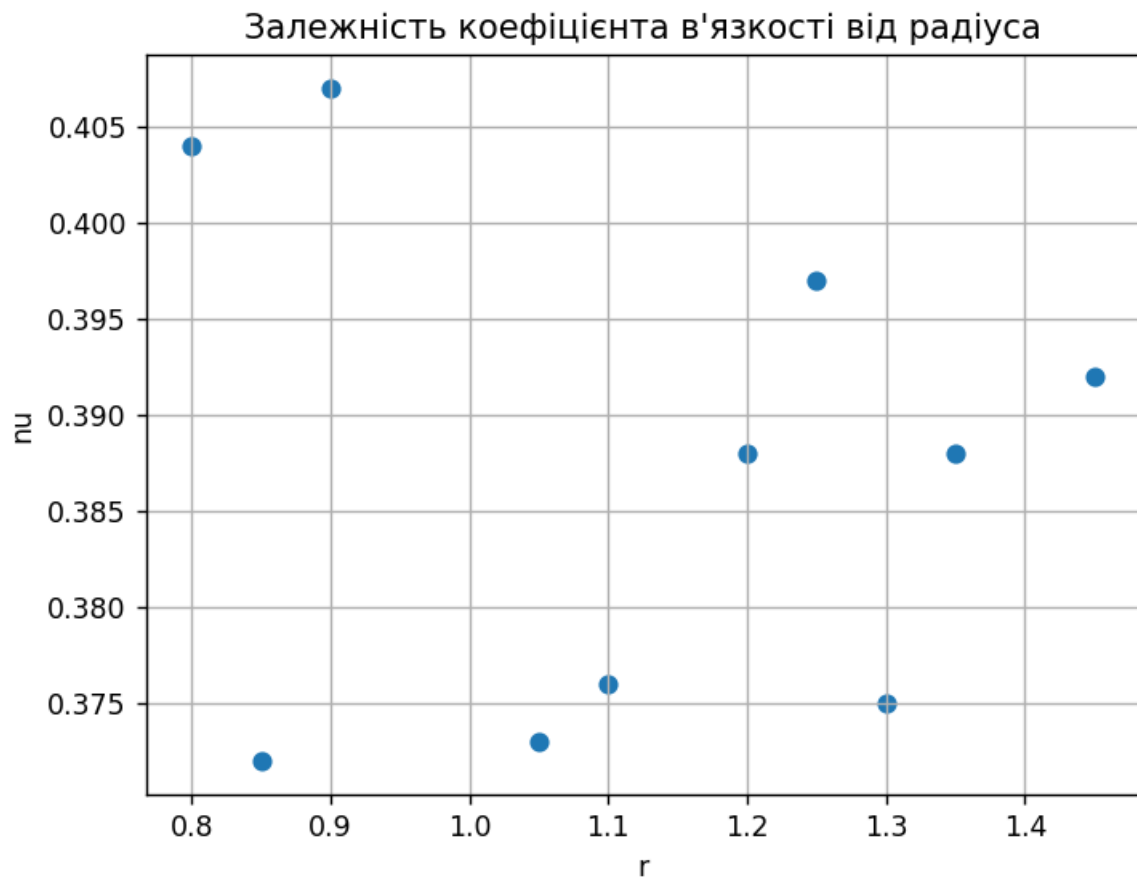
Із умови можливості застосування формули Стокса, покажемо, що вимірювання можна проводити для кульок заданого радіусу:

$$r^3 \ll \frac{9}{2} \frac{\eta^2}{(\rho - \rho_1) \rho_1 g}$$

$$3 \cdot 10^{-9} \ll 5,7 \cdot 10^{-9}$$

Необхідна умова виконується.

Перевіримо наявність систематичної залежності від радіуса кульки:



Як бачимо з графіка, систематична залежність відсутня

Оскільки $t = 25,4 \text{ }^{\circ}\text{C}$, $\eta = 0,387$, то, відповідно до таблиці, вміст гліцерину в розчині становить близько 95%, води – 5%.

Висновок

Під час лабораторної роботи було вивчено теоретичний матеріал та проведено 10 експериментів, використовуючи відповідний імітатор Stocks.exe. Ми визначили параметри, такі як швидкість падіння, довжину шляху, коефіцієнт в'язкості гліцерину, середнє арифметичне та відповідні довірчі інтервали, а також вміст гліцерину у водному розчині. За результатами дослідження ми прийшли до висновку, що коефіцієнт в'язкості не залежить від маси кульки.

Контрольні запитання

2. Ламінарний і турбулентний рух. Число Рейнольдса.

Ламінарний рух течії - це стан, при якому сусідні шари рідини не переплітаються і рух відбувається плавно та організовано. Цей тип руху спостерігається, коли число Рейнольдса (Re) менше за критичне число Рейнольдса ($Re_{кр}$). Критичне число Рейнольдса визначає границю між ламінарним і турбулентним рухом.

Турбулентний рух течії, навпаки, характеризується утворенням вихрів і нерегулярною перемішею сусідніх шарів рідини. Цей режим виникає, коли число Рейнольдса перевищує критичне число Рейнольдса ($Re > Re_{кр}$). У турбулентному русі рідина рухається хаотично та неорганізовано.

Число Рейнольдса (Re) є числовою характеристикою обтікання тіла рідиною і визначається за формулою:

$$Re = \frac{\rho u l}{\eta}$$

ρ представляє густину рідини,

u - швидкість течії рідини,

l - довжину об'єкта, що обтікається,

η - в'язкість рідини.

3. Формула Стокса. Умова її застосовності

Формула Стокса, відома як формула сили опору руху кульки в рідині, використовується тоді, коли кулька переміщується через необмежену в'язку рідину і виконується умова, що число Рейнольдса (Re) дуже менше за одиницю:

$$Re = \frac{vr\rho_1}{\eta} \ll 1,$$

У цій формулі:

η представляє коефіцієнт в'язкості рідини,

v - швидкість руху кульки,

r - радіус кульки,

ρ_1 - густина рідини.

Ця формула визначає силу опору, яку рідина викликає на кульку, коли вона рухається повільно через рідину з низьким числом Рейнольдса ($Re \ll 1$). У таких умовах рух розглядається як ламінарний, і сила опору обчислюється за формулою Стокса:

$$F_c = 6\pi r\eta v$$

Ця формула допомагає розуміти взаємодію між кулькою та рідиною в умовах низького числа Рейнольдса, коли опір рідини стає переважаючою силою, що впливає на рух кульки.

5. Ідея вимірювання коефіцієнта в'язкості рідини методом Стокса.

Метод Стокса спирається на ідею вимірювання коефіцієнта в'язкості рідини, визначаючи його через спостереження усталеного руху кульки у в'язкій рідині. Знаючи параметри кульки, такі як її радіус і густина, а також густину рідини та прискорення вільного падіння, можна обчислити коефіцієнт в'язкості рідини за допомогою наступної формули:

$$\eta = \frac{2}{9}gr^2 \frac{\rho - \rho_1}{v_{уст}},$$

r - радіус кульки,

ρ - густина кульки,

ρ_1 - густина рідини,

g - прискорення вільного падіння,

$v_{уст}$ - усталена швидкість руху кульки.

Отже, метод Стокса дозволяє визначити коефіцієнт в'язкості рідини, спостерігаючи рух кульки в рідині та використовуючи відомі параметри кульки і рідини

6. Які кульки потрібно використовувати для вимірювань?

Радіуси кульок повинні бути настільки малими, щоб виконувалася така умова:

$$r^3 \ll \frac{9}{2} \frac{\eta^2}{(\rho - \rho_1) \rho_1 g},$$

r - радіус кульки,

η - коефіцієнт в'язкості рідини,

ρ - густина кульки,

ρ_1 - густина рідини,

g - прискорення вільного падіння.

Ця умова вказує на те, що радіуси кульок повинні бути значно меншими, ніж вираз з правої сторони, щоб метод Стокса був застосовний для визначення коефіцієнта в'язкості рідини.

7. На якій відстані від відкритої поверхні гліцерину слід наносити верхню позначку?

Мінімальна відстань від відкритої поверхні рідини, на якій необхідно розмістити верхню позначку, може бути приблизно обчислена за допомогою такої формули:

$$S \approx \frac{8}{81} g r^4 \frac{\rho(\rho - \rho_1)}{\eta^2},$$

r - радіус кульки,
 ρ - густина кульки,
 ρ_1 - густина рідини,
 g - прискорення вільного падіння,
 η - коефіцієнт в'язкості рідини.

Якщо врахувати густину гліцерину ($\rho_1 = 1200 \text{ кг/м}^3$), то формула може бути записана так

$$S \approx \frac{8}{81} g r^4 \frac{\rho(\rho - 1200)}{\eta^2}$$

Ця формула допомагає визначити мінімальну відстань, на якій потрібно розмістити верхню позначку, залежно від параметрів кульки, рідини та гравітаційного поля.