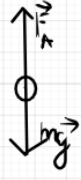


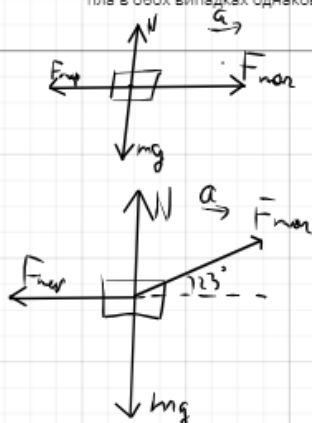
- 1 (2.18) При масі M_0 повітряна куля зависає в повітрі, а при масі M_1 рівномірно підіймається вгору. При якій масі M_2 куля буде рівномірно спускатися вниз із такою самою швидкістю?

M_0, M_1 <hr/> $M_2 = ?$		$F_A = mg = 0 \Rightarrow \rho g V = M_0 g \Rightarrow \rho V = M_0$ $F = F_A - mg = \rho g V - M_1 g = g(M_0 - M_1)$ $F = mg - F_A = M_2 g - \rho g V = g(M_2 - M_0)$ $g(M_0 - M_1) = g(M_2 - M_0)$ $M_0 - M_1 = M_2 - M_0$ $M_2 = 2M_0 - M_1$
-------------------------------	---	--

- 2 Катер масою m рухається по озеру зі швидкістю v_0 . В момент $t = 0$ його двигун вимкнули. Приймаючи, що сила опору є пропорційною швидкості катера $F = -kv$, знайти швидкість катера в залежності від часу $v(t)$ та від пройденого шляху $v(s)$, а також повний шлях до зупинки S_{\max} .

дано: v_0 $F = -kv$ <hr/> $v(t) = ?$ $v(s) = ?$ S_{\max}	$m \frac{dv}{dt} = -kv \Rightarrow \begin{cases} m \frac{dv}{dt} = -kv \\ 0 = F_A - mg \end{cases} \Rightarrow \int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = - \int_0^t \frac{k}{m} dt \Rightarrow \ln \frac{v}{v_0} = - \frac{kt}{m}$ $v(t) = v_0 e^{-\frac{kt}{m}} \quad v_0 \Rightarrow t_0 \rightarrow \infty$ $S = \int_0^t v(t) dt = v_0 \int_0^t e^{-\frac{kt}{m}} dt \Rightarrow S = \frac{v_0 m}{k} \left(1 - e^{-\frac{kt}{m}} \right) \Rightarrow S_{\max} = \frac{mv_0}{k}$ $S = \frac{m}{k} (v_0 - v) \Rightarrow v(s) = v_0 - \frac{kS}{m}$
---	---

- 3 Тіло тягнуть за нитку по горизонтальній площині, прикладаючи одну й ту саму силу один раз горизонтально, а другий під кутом $\alpha = 23^\circ$ до горизонту. Знайти коефіцієнт тертя між тілом і площиною, якщо прискорення тіла в обох випадках однакове.



$\mu = ?$

$$\begin{aligned} 1) N &= mg \\ ma &= F_{hor} - F_{fr} \\ F_{fr} &= \mu N + F_{fr} \\ F_{fr} &= \mu mg \\ ma &= F_{hor} - \mu mg \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) ma &= -F_{fr} + F_{hor} \cos 23^\circ \\ 0 &= N - mg + F_{fr} \sin 23^\circ \\ N &= mg - F_{fr} \sin 23^\circ \\ ma &= -\mu N + F_{hor} \cos 23^\circ \\ ma &= \mu (mg - F_{fr} \sin 23^\circ) + F_{hor} \cos 23^\circ \end{aligned}$$

$$F_{hor} - \mu mg = \mu (mg - F_{fr} \sin 23^\circ) + F_{hor} \cos 23^\circ$$

$$F_{hor} - \mu mg - \mu mg - \mu F_{fr} \sin 23^\circ + F_{hor} \cos 23^\circ = 0$$

$$F_{hor} - F_{fr} \cos 23^\circ = \mu mg + \mu mg - \mu F_{fr} \sin 23^\circ$$

$$\mu = \frac{F_{hor} (1 - \cos 23^\circ)}{2mg - F_{fr} \sin 23^\circ}$$

- 4 На клині з кутом α , що закріплений на горизонтальній поверхні, лежить брусок маси m (рис. 2.6). Коефіцієнт тертя між бруском і клином k ($k > \tan \alpha$). Яку найменшу силу, паралельну до ребра клину, треба прикласти до бруска, щоб він почав рухатись? В якому напрямі почне рухатися брусок?

$$\begin{aligned} \text{Дано: } & \begin{cases} m \\ \alpha \\ k > \tan \alpha \end{cases} \\ \text{Знайти: } & \begin{cases} F_{min} \\ \beta \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{fr} &= \mu N = \mu mg \cos \alpha, \quad mg_x = mg \sin \alpha \\ R &= \sqrt{F^2 + (mg \sin \alpha)^2}, \quad R \geq F_{fr} \\ F^2 + (mg \sin \alpha)^2 &\geq (\mu mg \cos \alpha)^2 \\ F_{min} &= mg \sqrt{\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}, \quad F_{min} = mg \sqrt{k^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} \\ \sin \beta &= \frac{F_x}{F} = \frac{mg \sin \alpha}{F_{min}} = \frac{mg \sin \alpha}{k mg \cos \alpha} = \frac{\tan \alpha}{k} \\ \beta &= \arcsin \left(\frac{\tan \alpha}{k} \right) \end{aligned}$$

5

Dado:

$$M = 6 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

$$R = 6380 \text{ km}$$

$$Y = 4,7 \cdot 10^{11} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

T = ?

$$g = \omega^2 R; \omega = \frac{2\pi}{T}; T = 2\pi \cdot \left(\frac{R}{g}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{R^3}{YM}} = 2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{\frac{(6380)^3}{4,7 \cdot 10^{11} \cdot 6 \cdot 10^3}} = 1 \text{ seg } 25 \times 6$$