

- (-1) قرصی به شعاع یک متر ($1m$) و چگالی جرمی متغیر $\sigma = 5r$ (kg/m³) مفروض است؛ که فاصله هر نقطه از مرکز قرص است. اگر این قرص تخت گشتاوری با سرعت زاویه‌ای اولیه $\omega_0 = 2 \text{ rad/sec}$ و شتاب زاویه‌ای $\alpha = -2\omega^2$ حول محور عمودی عبوری از مرکز آن شروع به حرکت کند (و سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای است):
- الف) لختی دورانی قرص را به دست آوردید.
 - ب) نیم ثانیه پس از شروع حرکت ($t = 0.5 \text{ sec}$) گشتاور اعمالی به قرص را به دست آوردید.
 - ج) کار انجام شده در این مدت نیم ثانیه چقدر است؟

$$I = \int r^2 dm = \int r^2 \sigma dA = \int_0^1 \int_0^{2\pi} r^2 (\sigma r) r dr d\theta = 2\pi$$

(ج)

$I = 2\pi$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = -2\omega \quad \int_{\omega_0}^{\omega} \frac{d\omega}{\omega} = \int_0^t -2dt \Rightarrow \omega = \omega_0 e^{-2t}$$

(ج)

$$C = I\alpha = 2\pi \left(-2\omega_0 e^{-2t} \right) \Big|_{t=0.5} = -\frac{8\pi}{e} \rightarrow \boxed{C = -\frac{8\pi}{e}}$$

(ج)

$$W = \frac{1}{2} I \omega^2 - \frac{1}{2} I \omega_0^2 = \frac{1}{2} (2\pi) * \epsilon e^{-2} - \frac{1}{2} (2\pi) * \epsilon$$

$$W = \epsilon \pi (e^{-2} - 1)$$

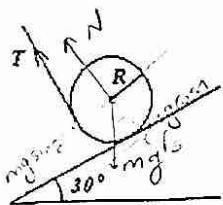
(ج)

$$W = \int C d\theta = \int -8\pi e^{-2t} d\theta = -\int 8\pi e^{-2t} + \underbrace{8\pi e^{-2t}}_{\text{دست}} dt$$

$$= -16\pi \int e^{-2t} dt = -16\pi e^{-2t} \Big|_0^\infty \rightarrow W = \epsilon \pi (e^{-2} - 1)$$

(ج)

-۲ در شکل زیر ظنابی به دور استوانه پکتواختی به جرم ۴ کیلوگرم ($m=4 \text{ kg}$) پیچیده شده است. نیروی ۲۶ نیوتن مرکز جرم استوانه را به دست آورید.



$$f_s - Mg\sin\theta = Ma_{cm}$$

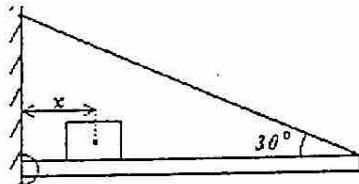
$$\begin{aligned} Rf_s - RT &= -I\alpha \\ I\alpha &= \frac{1}{2}MR^2 \frac{a_{cm}}{R} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} f_s - T = -\frac{1}{2}Ma_{cm} \\ \downarrow \\ f_s = T - \frac{1}{2}Ma_{cm} \end{array} \right.$$

$$(T - \frac{1}{2}Ma_{cm}) - Mg\sin\theta = Ma_{cm}$$

$$T - Mg\sin\theta = \frac{3}{2}Ma_{cm} \rightarrow \boxed{a_{cm} = \frac{2}{3} \frac{(T - Mg\sin\theta)}{M}}$$

$$a_{cm} = \frac{2}{3} \left(26 - 4 \times 10 \times \frac{1}{2} \right) = 1 \text{ m/s}^2$$

- ۳- ميله اي يکنواخت به وزن ۲۰۰ نيوتون ($W = 200N$) و طول ۳ متر ($l = 3m$) به دیوار لولا شده است. در صورتی که وزن جعبه قرار گرفته روی ميله ۳۰۰ نيوتون ($w_1 = 300N$) و زاويه کابل با ميله $\theta = 30^\circ$ باشد،
شدن ۵۰۰ نيوتون ($T_{max} = 500N$) باشد:
- (الف) جعبه را حد اکثر تا چه فاصله اي میتوان از دیوار دور کرد تا کابل پاره نشود؟
(ب) در این فاصله، نیروهای افقی و عمودی لولا به ميله چقدر هستند؟



$$T \sin \theta \cdot l - w_1 \frac{l}{\sqrt{3}} - w_L x = 0 \quad (\text{الف})$$

$$x = \frac{T \sin \theta \cdot l - w_1 \frac{l}{\sqrt{3}}}{w_L} = \frac{200 \times 0.1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 400 \frac{3}{2}}{300} = \frac{120}{300}$$

$$x = 1.2 \text{ m}$$

$$F_x - T \cos \theta = 0 \implies F_x = T \cos \theta = 200 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 173 N \quad (\text{ب})$$

$$F_y + T \sin \theta - w_1 - w_L = 0 \quad \boxed{F_y = 120 N}$$

آزمون پایان ترم فیزیک عمومی ۱

زمان : ۱:۳۰ ساعت

دیماه ۱۳۸۶

توجه: در جلسه امتحان به هیچ سوالی پاسخ داده ننمی شود. از ماشین حساب استفاده نشود. برگه هایی که بدون نام دانشجو و نام استاد درس و تدریس یار باشد تصحیح ننمی گردد.

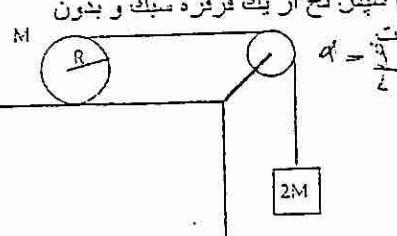
۱۱) الف. لختی دورانی (عملان اینرسی) میله ای به جرم M و طول L را نسبت به محوری عمود بر انتهای میله را بدست اورید.

ب- دو انتهای این میله مطابق شکل بر روی دو تکه گاه قرار دارد. نیروی عکس العمل هر یک از تکه گاه ها چیست؟

ج- اگر یکی از تکه گاه ها در یک آن برداشته شود، در آن لحظه نیروی عکس العمل تکه گاه دیگر چقدر خواهد بود؟

$$mg = mg + mg \Rightarrow mg = mg + mg$$

۱۲) به دور یک استوانه تحریر به جرم M و شعاع R یک نش بدون جرم پیچیده شده، سپس نش از یک قرفه سبک و بدون اصطکاک گذشته و جسمی به جرم $2M$ به انتباای دیگر آن مطابق شکل متصل است.



الف. شتاب انتقالی استوانه بر روی سطح افقی

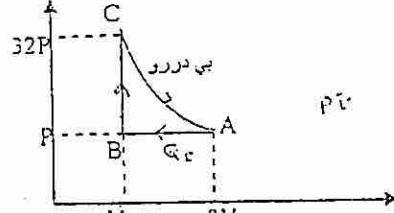
ب- کثش نش

۱۳) گاز کاملی چرخه شکل زیر را طی می کند.

$$\frac{C_1}{C_2} = \gamma \text{ را بدست اورید.}$$

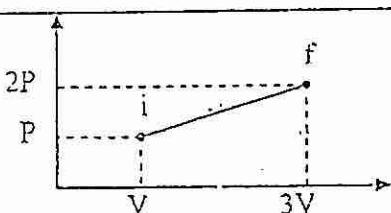
ب- بجازده (راندمان) ماشین مربوط به آن را محاسبه کنید.

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{32}{8} = 4$$



۱۴) یک مول گاز اینده آن دواتسی فرایند $P \rightarrow \gamma$ را طی می کند.

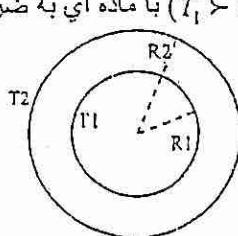
تغییر انتروپی گاز را بدست اورید.

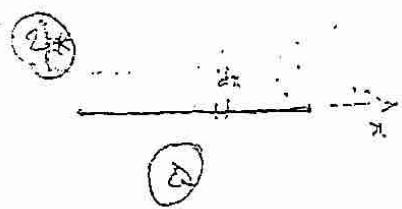


۱۵) فضای بین دوکره به شعاع‌های R_1 و R_2 که به ترتیب در دماهای T_1 و T_2 قرار دارند، $(T_2 > T_1)$ با ماده ای به ضریب

$$رسانایی k = \frac{\alpha}{r} \text{ پر شده است که در آن } r \text{ مقداری ثابت و } r \text{ فاصله نقطه ای در ماده تا مرکز مشترک دوکره است.}$$

آنگ انتقال گرمای H را در حالت پایا بدست اورید.





$$\lambda = \frac{M}{L} \quad I = \int r^2 dm = \int_0^L x^2 \lambda dx = \lambda \frac{1}{3} x^3 \Big|_0^L = \frac{M}{L} \frac{1}{3} L^3 = \frac{1}{3} M L^2$$

(Q)

$$\begin{cases} \sum F_i = 0 & N + N' - Mg = 0 \\ \sum G_i = 0 & N \frac{L}{2} - N' \frac{L}{2} + Mg \cdot 0 = 0 \Rightarrow N = N' \\ \sum M_i = 0 & Nl - mg \cdot \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow N = \frac{mg}{2} \end{cases}$$

جواب بـ ٢ ناتج دوران اساسي
→ $2N - Mg = 0 \rightarrow N = N' = \frac{Mg}{2}$

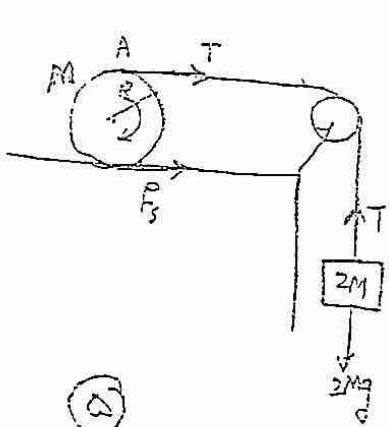
$$N' = mg - \frac{mg}{2} = \frac{mg}{2}$$

(Q)

$$\begin{cases} \sum F_i = Ma_G & Mg - N = Ma_G \\ \sum G_i = Id & Mg L/2 - N x 0 = \frac{1}{3} M L^2 \alpha \rightarrow \alpha = \frac{3}{2} \frac{g}{L} \\ G_G = \frac{L}{2} \alpha & \therefore \alpha_G = \frac{L}{2} \times \frac{3}{2} \frac{g}{L} = \frac{3}{4} g \end{cases}$$

$$\rightarrow Mg - N = Ma_G = \frac{3}{4} Mg$$

$$\rightarrow N = Mg - \frac{3}{4} Mg = \frac{1}{4} Mg \rightarrow N = \frac{1}{4} Mg$$



$$2M \ddot{a} \quad 2Mg - T = 2Ma' \quad (1)$$

M: \ddot{a}

$$\begin{cases} T + F_s = Ma \quad (2) \\ T \cdot R - F_s R = Id \quad (3) \\ I = \frac{1}{2} MR^2 \end{cases}$$

جواب بـ $a = a + R\alpha$

$$(T - F_s)R = \frac{1}{2} MR^2 \alpha \quad \rightarrow T - F_s = \frac{Ma}{2}$$

$\alpha = a + R\alpha$
 $= a + \frac{Rg}{R} = 2a$

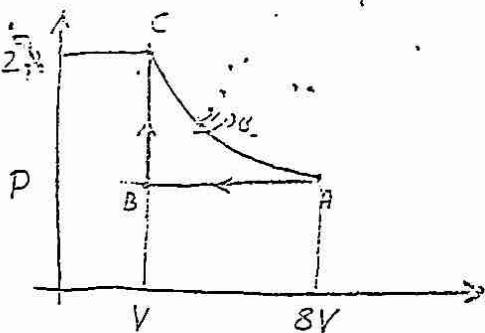
$$\rightarrow \begin{cases} T + F_s = Ma \\ T - F_s = \frac{Ma}{2} \end{cases} \rightarrow 2T = \frac{3}{2} Ma \rightarrow T = \frac{3}{4} Ma$$

$$\rightarrow 2Mg - T = 2Ma' \rightarrow$$

$$2Mg - T = 4ma$$

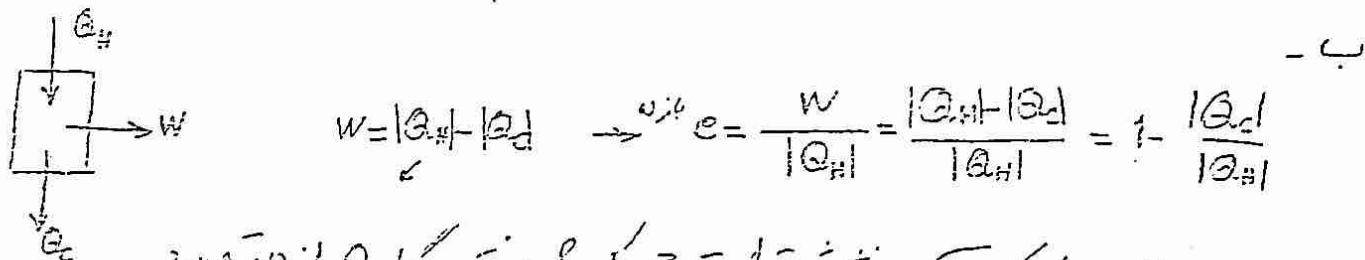
$$2Mg - \frac{3}{4} Ma = 4ma \rightarrow 2g = \frac{19}{4} a \rightarrow a = \frac{8}{19} g \Rightarrow T = \frac{6}{19} Mg$$

اند نتاط A و C در میان سخن بی درست زیر از اند بنابراین



$$P_B V_B^{\gamma} = P_C V_C^{\gamma}$$

$$\textcircled{w} \quad P(8V)^{\gamma} = 32P V^{\gamma} \rightarrow 8 = 32 \rightarrow 2^5 = 2^{\frac{5}{\gamma}} \rightarrow \frac{5}{\gamma} = \frac{5}{3} \quad \checkmark$$



$$W = |Q_H| - |Q_C| \rightarrow \textcircled{e} \quad e = \frac{W}{|Q_H|} = \frac{|Q_H| - |Q_C|}{|Q_H|} = 1 - \frac{|Q_C|}{|Q_H|}$$

در مسیر کم فرازه فشار را به این حجم طحیر کنید و کمی Q_C از دستور

$$\textcircled{w} \quad \textcircled{Q_C} = n C_p (T_B - T_A) \quad \text{کم کرد و میزان} \quad \checkmark$$

$$= n C_p \left(\frac{P_B V_B^{\gamma}}{nR} - \frac{P_A V_A}{nR} \right) = \frac{C_p}{R} (PV - 8PV) = - \frac{7}{R} PV$$

در مسیر کم فرازه از Q_H و تحریکی C_V حجم مابین A و C را کم کردن

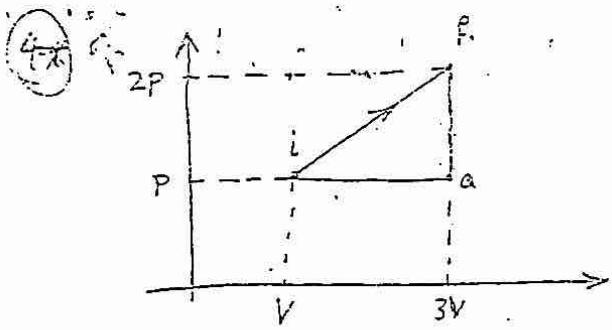
$$\textcircled{w} \quad \textcircled{Q_H} = n C_V (T_C - T_B)$$

$$= n C_V \left(\frac{P_C V_C}{nR} - \frac{P_B V_B^{\gamma}}{nR} \right) = \frac{C_V}{R} (32PV - PV) = 31PV \frac{C_V}{R}$$

بهر روند اند و حریکی میان مبارله اند شود $A \bar{C} C$

$$\textcircled{w} \quad \textcircled{C} = 1 - \frac{|Q_C|}{|Q_H|} = 1 - \frac{- \frac{7}{R} PV \frac{C_p}{R}}{31PV \frac{C_V}{R}} = 1 - \frac{C_p}{C_V} \times \frac{7}{31} = 1 - \frac{5}{3} \times \frac{7}{31} = 1 - \frac{35}{93}$$

$$\rightarrow \boxed{C = \frac{58}{93}} \quad \checkmark$$



$$\begin{cases} n=1 \\ C_V = \frac{5}{2}R \\ C_P = \frac{7}{2}R \end{cases}$$

$$④ nC_P \ln \frac{T_2}{T_1} = nC_V \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$⑤ nC_V \ln \frac{T_2}{T_1} = nC_V \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$⑥ \Delta S = \int \frac{dQ}{T} = \int_a^P \frac{dQ}{T} + \int_a^P \frac{dQ}{T}$$

$\Rightarrow \Delta S$ من $a \rightarrow f$ مساحتی می باشد $i \rightarrow a$

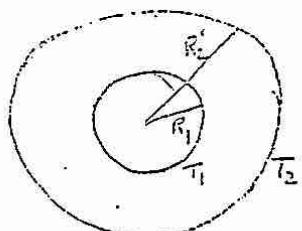
$$\Rightarrow \Delta S = \int_i^a \frac{nC_P dT}{T} + \int_a^P \frac{nC_V dT}{T}$$

$$= nC_P \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + nC_V \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

$$= 1 \times \frac{7}{2}R \ln \left(\frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} \right) + 1 \times \frac{5}{2}R \ln \left(\frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} \right)$$

$$= \frac{7}{2}R \ln 3 + \frac{5}{2}R \ln 2 \Rightarrow$$

$$\Delta S = \frac{7}{2}R \left(\ln 3 + \ln 2 \right)$$



$$10 H = -kA \frac{dT}{dr}$$

$$① \int_{T_1}^{T_2} dT = -H \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{kA}$$

$$T_2 - T_1 = -H \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{\frac{d}{r} \frac{4\pi r^2}{kA}} = -H \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{\frac{4\pi r^2}{kA}} = -\frac{H}{4\pi kA} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$\rightarrow H = \frac{4\pi k (T_2 - T_1)}{\ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right)}$$

$$-\epsilon n \alpha (\tau_2 - \tau_1)$$

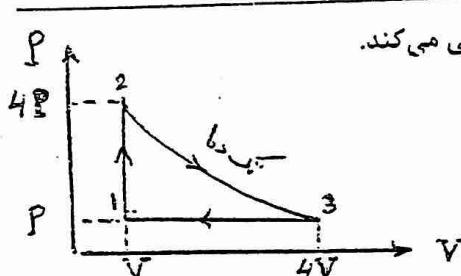
$$\ln \frac{R_2}{R_1} = \lambda_2 - \lambda_1$$

امتحان پایان قسم فیزیک عمومی I

مدت: ۱/۴۵

نام و نام خانوادگی:
شماره دانشجویی:

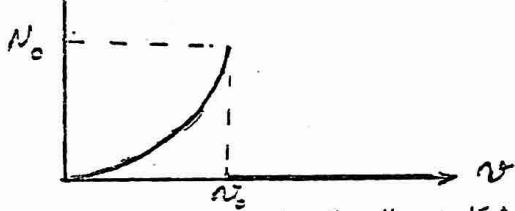
توجه: به هیچ سوالی پاسخ داده نمی شود.



- ۱- یک مول گاز کامل تک اتمی فرآیند چرخه‌ای نشان داده در شکل را طی می‌کند.
الف- بازده چرخه چقدر است؟

- ب- تغییرات آنتروپی در فرآیند $3 \rightarrow 2$ تک دما را بدست آورید.

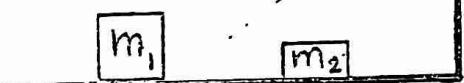
- ۲- در شکل توزیع تندی فرضی را برای ذرات گازی معین نشان می‌دهد.تابع توزیع بازاء $N(v) = Cv^{\alpha}$ و بازاء $v > v_0$, $v < v_0$ می‌باشد.



سرعت جذر میانگین مربعی v_{rms} را بدست آورید.

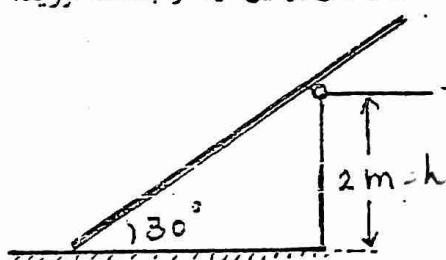
- ۳- قطعه‌ای به جرم $m_1 = 6\text{ kg}$ روی سطح بدون اصطکاک مطابق شکل در حال سکون است. قطعه دوم به جرم m_2 را بین قطعه اول و دیوار قرار می‌دهیم و آنرا با تندی ثابت

v_0 به سمت چپ و به سمت قطعه اول به حرکت در می‌آوریم.
مقدار جرم m_2 را طوری بدست آورید که پس از آنکه m_2 یکبار با m_1 و یکبار با دیوار برخورد کند دو قطعه با یک سرعت حرکت کنند. کلیه برخوردها را کشسان فرض کنید.

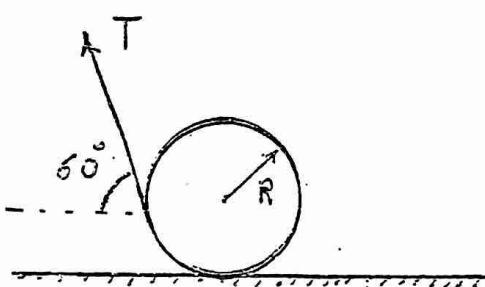


- ۴- میله چوبی یکنواخت به طول $3m$ به وزن 200 N بر روی زمینی در حال سکون است و بر یک غلتک بدون اصطکاک در بالای دیواری بارتفاع $2m$ تکیه دارد. نیروی اصطکاک سطح زمینی براین میله را بدست آورید.

مسابقه سرال
۳۷ فعل ۱۲



- ۵- در شکل نیرویی برابر با T را به طنابی که بدور یک پوسته استوانه‌ای به شعاع R و جرم M پیچیده شده آست تحت زاویه 60° درجه اعمال می‌کنیم. پوسته استوانه‌ای روی سطح افقی با یک حرکت غلتشی شروع به حرکت می‌کند.



- الف- لختی دورانی پوسته استوانه‌ای را که حول محور استوانه می‌چرخد بدست آورید

- ب- شتاب مرکز جرم پوسته را بدست آورید.

امتحان پایان ترم فیزیک عمومی I

نیمسال دوم ۹۱-۹۲

مدت: ۱۰۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

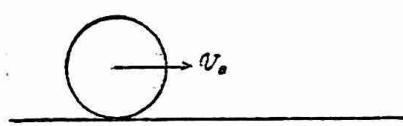
شماره دانشجویی:

توجه: به هیچ سوالی پاسخ داده ننمی‌شود.

- ۱- یک پوته یکتواخت استوانه‌ای به شعاع R و جرم M را با سرعت اولی $v_0 = 0$ روی یک سطح افقی مطابق شکل به حرکت می‌اندازیم. بعد از گذشت زمان T ثانیه پوته شروع به غلتش می‌کند.

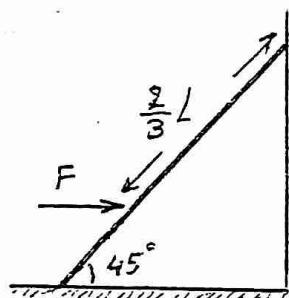
الف- لختی دورانی I این پوته را حول محورش بدست آورید.

ب- ضریب اصطکاک جنبشی μ بین پوته و سطح را بدست آورید.

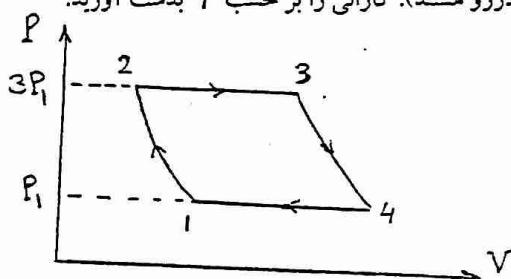


- ۲- نردهان یکتواختی به طول L و جرم $M=20 \text{ kg}$ به دیوار بدون اصطکاکی نگه داده شده است. نیروی F را مطابق شکل در فاصله $\frac{1}{3}L$ از پایه نردهان، بصورت افقی به آن اعمال می‌کنیم. به ازای چه کمبه نیروی F ، پایه نردهان در آستانه حرکت نسبت به دیوار قرار می‌گیرد. ضریب اصطکاک ایستایی بین پایه نردهان و سطح

$$\mu = \frac{1}{3} \text{ در نظر بگیرید.}$$



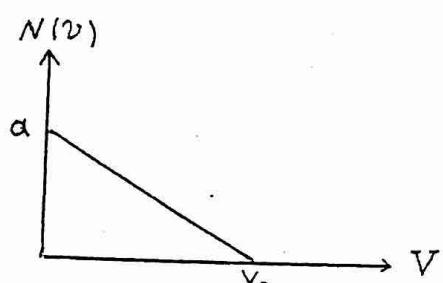
- ۳- گاز کاملی چرخه نشان داده شده را طی می‌کند (فرابند ۲ → ۱ و ۴ → ۳ بی دررو هستند). کارائی را بحسب γ بدست آورید.



- ۴- منحنی توزیع سرعت N ذره در یک گاز فرضی در شکل زیر داده شده است.

الف- مقدار a را بحسب N و V را بدست آورید.

ب- سرعت جذر میانگین مربعی V_{rms} را بحسب N و V بدست آورید.



- ۵- نشان دهد که آنتروپی یک مول گاز ایده‌آل با ظرفیت‌های گرمائی مولی ثابت از رابطه $S = c_v \ln p + c_p \ln V + S_0$ بدست می‌آید.

پس به کمک رابطه فوق نشان دهد که در یک تحول بی دررو و بازگشت پذیر گاز ایده‌آل مقدار PV^γ ثابت می‌ماند.

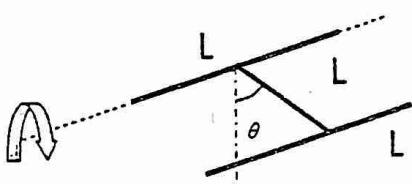
رایان سرمه ۹۱

بسمه تعالی

آزمون فیزیک عمومی(۱) دانشگاه صنعتی امیرکبیر ۹۱/۳/۳۰ مدت: ۹۰ دقیقه

نیاسن ۱۰۰

- ۱) یک جسم صلب به شکل حرف H مطابق شکل از سه میله‌ی نازک یکنواخت با جرم یکسان m ساخته شده است. طول هر یک از میله‌ها برابر با 20 سانتیمتر است. جسم می‌تواند حول محوری افقی که از یکی از میله‌ها می‌گذرد دوران نماید. در صورتی که جسم را از حالتی که صفحه‌ی آن با راستای قائم زاویه‌ی $\theta = 60^\circ$ (درجه) می‌سازد از حال سکون رها کنیم، مطلوبست:

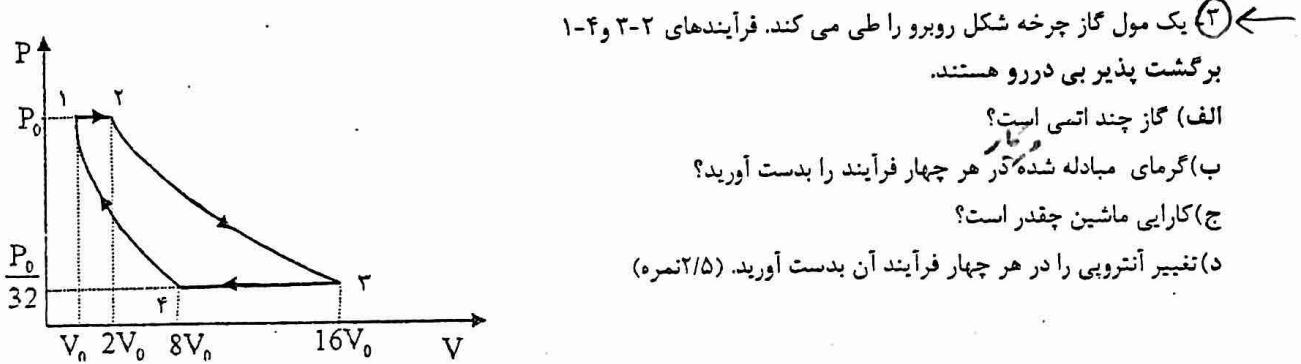


(الف) محاسبه لختی دورانی جسم حول محور دوران بر حسب جرم و طول میله.

(ب) سرعت زاویه‌ای جسم وقتی که به وضعیت قائم می‌رسد.

(ج) شتاب گرانش را 10 متر بر مجدور ثانیه فرض کنید. (۵ نمره)

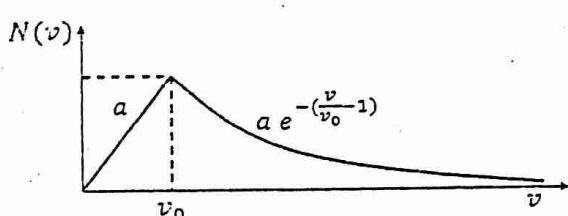
- ۲- یک استوانه‌ی توپر به شعاع 11 سانتیمتر با سرعت اولیه‌ی $4/2$ متر بر ثانیه و سرعت زاویه‌ای اولیه صفر بر روی یک سطح افقی (بدون دوران حول محور قائم) می‌غلند. ضریب اصطکاک جنبشی بین استوانه و سطح 0.21 است. مطلوبست: (الف) سرعت مرکز جرم بر حسب سرعت زاویه‌ای هنگام شروع غلتش هموار (محض)، (ب) مدت زمان لغزیدن استوانه از شروع غلتش هموار (محض) طی می‌نماید. (شتاب گرانش را 10 متر بر مجدور ثانیه فرض کنید). (۲ نمره)



۴) مطابق شکل مقابل (الف): a را بر حسب N_0 و v_0 حساب کنید.

(ب): سرعت متوسط و محتمل ترین سرعت را حساب کنید.

(ج): احتمال اینکه سرعت ذره ای کمتر از 0.7 باشد چقدر است؟ (۲ نمره)



۵- معادله حالت برای یک مول گاز طبیعی و انرژی داخلی آن با روابط زیر داده شده است:

$$(P + \frac{a}{v^2})(V - b) = RT \quad U(T, V) = cT - \frac{a}{v}$$

ضرایب a و b و c مقادیر ثابتی هستند. گاز را تحت دمای ثابت منبسط کرده و حجم آن را از V_1 به V_2 می‌رسانیم. مقدار گرمای مبادله شده در این فرایند را بدست آورید و ثابت کنید که گاز گرما را جذب کرده است. (۲ نمره)

موفق باشید.

$$I = I_{com} + Mh^2 = \frac{1}{12} m L^2 + M \left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} M L^2$$

مقداری معلوم

$$I = \frac{1}{3} M L^2 + M L^2 - \left(\frac{4}{3} M L^2 \right) \quad \text{جع (الف)} \quad \text{پانچ مسلسل ۱}$$

$m = \frac{1}{3} M \Rightarrow I = \frac{4}{9} M L^2$

اگر کایهای به مسیرها مسیر ندارند
و باشند، برای مسیر ای تر جوش
حول آن صورتی کنند که $I = 0$

$$U_1 + \frac{1}{2} I \omega^2 = U_2 + k_2 \quad U_1 = mgx_{com} = mgx \frac{oxm - ml_2 \cos\theta - ml \cos\theta}{3m} = mgx \cdot \frac{-\frac{3}{2} L \cos\theta}{3} = -mg \frac{L}{2} \cos\theta$$

$$-Mg \frac{L}{2} \cos\theta = -Mg \frac{L}{2} + \frac{1}{2} I \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = \frac{Mg L}{2 I}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{Mg L}{2 I}} = \sqrt{\frac{Mg L}{2 \times 4 M L^2 / 9}} = \sqrt{\frac{9g}{8L}} = \sqrt{\frac{9 \times 10}{8 \times 0.2}} = \frac{30}{4}$$

$$\omega = 7.5 \text{ rad/s} \quad (1)$$

$$U_2 = mgx \frac{mx_0 + ml_2 + ml}{3m} = mg \frac{L}{2}$$

پانچ مسلسل ۲ الف) $\rightarrow v_{com} = -R\omega = -0.11 \text{ m/s}$ (جواب)
سست راست را مشتبه فرض کنید فرض شد
و جست مردست معتبر مارکس است منفی فرض شد.

$$F = ma \Rightarrow f_k = m a_{com} \Rightarrow -\mu_k mg = m a_{com} \quad (\hookrightarrow)$$

$$\Rightarrow a_{com} = -\mu_k g =$$

$$\omega = at \quad \left. \begin{aligned} \frac{v_{com}}{R} &= -\frac{\mu_k mg R t}{\frac{1}{2} m R^2} \Rightarrow \frac{v_{com}}{R} = \frac{2\mu_k g t}{R} \\ a &= -\frac{\mu_k mg R}{I} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow t = \frac{v_{com}}{2\mu_k g} = \frac{v_{com,0} - \mu_k g}{2\mu_k g} = \frac{v_{com,0}}{2\mu_k g} - \frac{1}{2} = \frac{4.2}{2 \times 0.21 \times 10} - 0.5 = 0.5 \text{ s} \quad (1) \quad (2)$$

$$\Delta x = v_{com,0} t - \frac{1}{2} \mu_k g t^2 = 4.2 \times 0.5 - \frac{1}{2} \times 0.21 \times 10 \times 0.5^2 = 2.1 - 0.5 \times 0.21 \times 2.5$$

$$\Delta x = 0.71 \text{ m} \quad (1)$$

$$\frac{L}{2} - \frac{L}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{L}{2}$$

$$\text{Ansatz: } \frac{P_0}{\gamma} V_0^{\gamma} = P_1 V_1^{\gamma} \quad \frac{P_0}{\gamma} (\delta V) = P_0 V_0^{\gamma} \rightarrow \gamma = \frac{5}{3} \quad \text{O/D} \quad \text{C}$$

$$Q_{1c} = n c_p \Delta T = 1 \times \frac{\partial}{\partial} R (T_E - T_F)$$

$$= \frac{\partial}{\partial} R \left(\frac{P_E V_E}{R} - \frac{P_F V_F}{R} \right)$$

$$= \frac{\partial}{\partial} P_0 V_0 \quad \text{O/D}$$

$$Q_{rc} = n c_p \Delta T = 1 \times \frac{\partial}{\partial} R (T_E - T_F) = \frac{\partial}{\partial} R \left(\frac{P_E V_E}{R} - \frac{P_R V_R}{R} \right) \\ = - \frac{\partial}{\partial} P_0 V_0$$

$$Q_{rc} = Q_{F1} = 0$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{rc}|}{Q_{1c}} = 1 - \frac{\frac{\partial}{\partial} P_0 V_0}{\frac{\partial}{\partial} P_0 V_0} = \frac{\eta}{\eta} \quad \text{O/D}$$

$$\text{Ansatz: } \Delta S_{1c} = \int_1^T \frac{dQ}{T} = \int_1^T n c_p \frac{dT}{T} = 1 \times \frac{\partial}{\partial} R \ln \frac{T_F}{T_1} = \frac{\partial}{\partial} R Q$$

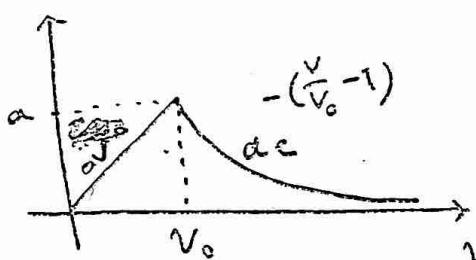
$$\Delta S_{rc} = \int_E^F \frac{dQ}{T} = n c_p \ln \frac{T_E}{T_F} = \cancel{\frac{\partial}{\partial} P_0 R} \ln \frac{\frac{P_E V_E}{R}}{\frac{P_F V_F}{R}} = \frac{\partial}{\partial} R Q$$

$$\Delta S_{rc} = \Delta S_{F1} = 0 \quad (1)$$

Wiederholung

$$N = \int_{v_0}^{\infty} N(v) dv = \int_{v_0}^{\infty} N(v) dv + \int_{v_0}^{\infty} a e^{-\frac{v}{v_0}-1} dv$$

$N(v)$



- آ) پیشنهاد مطالعه: اینجا در حسب N و a چه چیزیست؟
 ب) ساخت مدل و محاسبه برای N را باشید.
 گ) آنچه این سرعت زیر از v_0 باشد چه خواهد شد؟

$$\begin{aligned} \text{مساحت مدل} &= \int_{v_0}^{\infty} a e^{-\frac{v}{v_0}-1} dv \\ \text{ا) } ac &\equiv a e^{-\frac{v}{v_0}} \rightarrow N = \left(\frac{av_0}{2} \right) + \int_{v_0}^{\infty} a e^{-\frac{v}{v_0}} dv = \\ -v_0 (0 - e^{-1}) &= \underbrace{\frac{av_0}{2} + a e^{-\frac{v}{v_0}}}_{v_0} \xrightarrow{v_0} = \frac{av_0}{2} + av_0 = \frac{3}{2} av_0 \\ \therefore \text{محل اول} &= \cancel{a} = \frac{2N}{3v_0} \quad \text{و) ۱} \\ \rightarrow \bar{v} &= \frac{\int_{v_0}^{v_0+dv} v dv + \int_{v_0}^{\infty} a e^{-\frac{v}{v_0}} v dv}{N} = \frac{14}{9} v_0 \end{aligned}$$

محصل ترکیبی: $v_p = v_0 \rightarrow$ ۱
 $N(v)$ بینیشید است.

$$\text{ب) } P(v < v_0) = \frac{av_0}{N} = \frac{\cancel{a} \cdot \frac{2N}{3v_0} \cdot \frac{v_0}{2}}{N} = \frac{1}{3} = 30\% \quad \text{و) ۲}$$

$$\int e^{-ax} dx = -\frac{1}{a} e^{-ax}$$

سرعتی $\bar{v} = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} v N(v) dv$

$$\int x e^{-ax} dx = -\frac{1}{a^2} (ax + 1) e^{-ax}$$

$$-\frac{x}{a} e^{-ax} - \frac{1}{a^2} e^{-ax} = -\frac{1}{a} (ax + 1) e^{-ax}$$

جمله	اگر
x	e^{-ax}
1	$-\frac{1}{a} e^{-ax}$
0	$\frac{1}{a^2} e^{-ax}$

$$u = CT - \frac{a}{V} \rightarrow u_1 = CT_1 - \frac{a}{V_1}$$

$$u_2 = CT - \frac{a}{V_2} \rightarrow \Delta u = \frac{a}{V_1} - \frac{a}{V_2}$$

(8)

$$W = \int p dV = \int_{V_1}^{V_2} \left(\frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2} \right) dV = RT \ln \frac{V_2-b}{V_1-b} + \frac{a}{V_2} - \frac{a}{V_1}$$

$$\therefore P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$$

$$\Delta U = Q - W \rightarrow Q = \Delta U + W = RT \ln \frac{V_2-b}{V_1-b}$$

(P) : b' k's'i' n'i' p'j' c'

دانش سرمه

امتحان فیزیک عمومی I

نیمسال اول ۹۰-۹۱

نام و نام خانوادگی: اوران غزسی
شماره دانشجویی: ۹۰۱۳۵۱۸

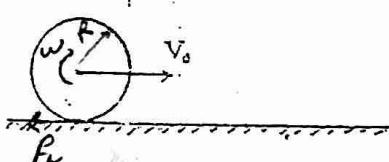
مدت: یک ساعت و نیم



مسایل سوال ۱) ۱) یک پوت استوانه‌ای به جرم M و شعاع R را با سرعت v_0 روی یک سطح افقی به حرکت دارد. ضرب اصطکاک جنبشی بین پوت و سطح I می‌باشد.

$$I = M(R_1^2 + R_2^2)$$

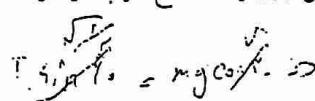
الف - با استفاده از رابطه $I = \int r^2 dm$ لختی دورانی پوت را حول محورش بدست آوردید.



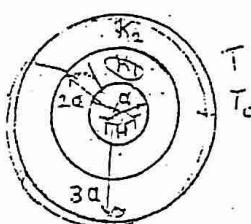
ب - بعد از چه مدت حرکت غلتشی شروع می‌گردد.

ج - کار نیروی اصطکاک را در این مدت بدست آوردید.

مسایل سوال ۲) ۲) یک کره‌ای به جرم M مطابق شکل روی یک سطح شب‌دار در حالت تعادل فرار دارد که از وارد بر کابل را بدست آوردید.



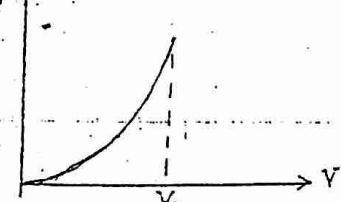
یک کره گرمایی کرد و مطابق شکل با دمای $T_H = 2T_c$ برسیله دولایه با رسانش گرمایی $k_1 = k$ و $k_2 = 2k$ عایق‌بندی شده است. اگر $T_c = T$ باشد در حالت پایا جریان گرمایی H را بدست آوردید.



$$\frac{kA}{L} \Delta \theta$$

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

شکل زیر توزیع تندی فرخی را برای ذرات گاز معنی نشان می‌دهد. به ازای $v_0 \leq v \leq v_0 + \Delta v$ و به ازای $P(v) = c v^2$ است. الف - عبارتی برای c بر حسب v_0



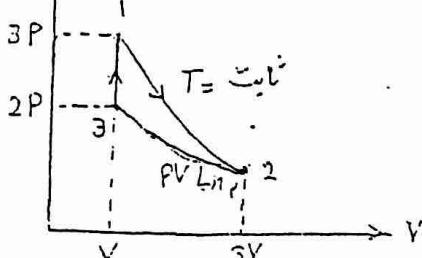
$$P(v) = c v^2$$

پیدا کرد. ب - اگر چگالی و یکم مولکولی گاز به ترتیب ρ و M باشد دمای نشار گاز را بدست آوردید.

$$\sqrt{\frac{M}{\rho}}$$

در شکل زیر یک چرخه برگشت‌ناپذیر را برای یک مول گاز چند اتمی خاص نشان می‌دهد که در آن فرایند ۲-۳ برگشت‌ناپذیر است. اگر مقدار کار انجام شده روی گاز در فرایند ۲-۳ برابر PVL_{n3} باشد.

الف - راندمان جرخد چندراست.



ب - تغیرات آنتروپی را در کلیه فرآیندها بدست آوردید.

$$L_{n3} = 1.1$$

$$L_{n2} = 0.7$$

$$\left\{ \begin{array}{l} dA = R d\varphi dz, \quad \sigma = \frac{M}{2\pi R z} \\ dm = \sigma dA \end{array} \right. \quad \frac{M}{2\pi R^2} \uparrow R^2 \times 2\pi R z$$

محبته سعیتی ← محبته سعیتی

$$\text{الات) } I = \int r^2 dm = \int_0^{2\pi} R^2 \sigma R d\varphi dz = \sigma R^2 (2\pi) z = MR^2 \quad M = \text{كتلة} \dots$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} F_{net} = ma \\ -\mu_K Mg = Ma_a = M \frac{v_u - v_c}{t} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} T_{net} = I\alpha, \quad T = RF \\ -\mu_K Mg R = I\alpha = MR \frac{v_u - v_c}{R t} \end{array} \right. \quad (1)$$

$$I = \frac{v_u - v_c}{t} = MR \left(+ \frac{v_u - v_c}{R t} \right) \rightarrow v_u - v_c = -v_c \quad (2)$$

$$-\mu_K g = \frac{v_u - v_c}{t} \quad t = \frac{v_c}{2\mu_K g} \quad (3)$$

$$2) \quad W_p = \Delta KE = \frac{1}{2} I w^2 + \frac{1}{2} M v_{cm}^2 - \frac{1}{2} M v_0^2 = \frac{1}{2} MR^2 \frac{w_c^2}{R^2} + \frac{1}{2} M v_u^2 - \frac{1}{2} M v_0^2 = M \frac{v_c^2}{4} - \frac{1}{2} M v_0^2$$

$$W_p = -\frac{1}{4} M v_0^2 \quad (4)$$

$$RP_s = RT = 0 \rightarrow RT = RF_s \rightarrow T = f_s \quad (5)$$

$$F_{net,x} = 0 \rightarrow f_s + T \cos 30 - Mg \sin 30 = 0 \quad (6)$$

$$f_s + \frac{T}{2} - \frac{Mg}{2} = 0 \rightarrow T = \frac{Mg}{3}$$

$$H = KA \frac{dT}{dr} = K4\pi r^2 \frac{dT}{dr}$$

$$H = \frac{4\pi K P_1 R_1 (T_M - T_c)}{R_2 - R_1} \quad (7)$$

$$H_1 = \frac{4\pi K a^2 (2T - T_M)}{2a - a} = 8\pi K a (2T - T_M)$$

$$H_2 = \frac{4\pi K (6a^2) (T_M - T)}{a} = 48\pi K a (T_M - T)$$

$$H_1 = H_2 \rightarrow 8\pi K a (2T - T_M) = 48\pi K a (T_M - T) \quad 2T - T_M = 6(T_M - T) \quad \boxed{T_M = \frac{8}{7}T} \quad (8)$$

$$H = 8\pi K a (2T - \frac{8}{7}T) = \frac{48}{7}\pi K a T \quad (9)$$

$$\int_{V_1}^{V_2} p(v) dv = 1 \quad \int_{V_1}^{V_2} C V_A^2 dv = 1 \quad C = \frac{3}{V_A^3} \quad (10)$$

$$\bar{V}^2 = \int_{V_1}^{V_2} V^2 \frac{3V^2}{V_A^3} dv = \frac{3}{5} V_A^2 \quad V_{rms} = \sqrt{\frac{3}{5}} V_A \quad (11)$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}} \quad \frac{3P}{\rho} = \frac{3}{5} V_A^2 \quad P = \frac{1}{5} V_A^2 \quad (12)$$

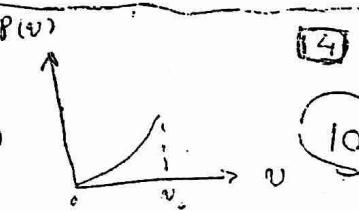
$$V_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad \frac{3RT}{M} = V_{rms}^2 = \frac{3}{5} V_A^2 \quad T = \frac{M}{5R} V_A^2 \quad (13)$$

$$C_V = 3R \quad C_P = 4R \quad (14)$$

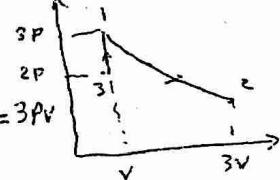
$$\left| \begin{array}{l} 3P \\ V \\ \frac{3PV}{R} \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} 2P \\ V \\ \frac{2PV}{R} \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} P \\ V \\ \frac{3PV}{R} \end{array} \right|$$

$$C_V = \frac{1}{n} \frac{dU}{dT} \quad U = \delta \left(\frac{1}{2} nRT \right)$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad (3P) V = 3V P_2 \\ P_2 = P \quad V_2 =$$



$$Q_{12} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = R \frac{3PV}{P} \ln 3 = 3PV \ln 3 \quad Q_{32} = nC_V \Delta T = 3R \left(\frac{3PV}{R} - \frac{2PV}{R} \right) = 3PV \\ W_{12} = 3PV \ln 3 \quad W_{31} = 0 \quad W_{23} = -PV \ln 3 \quad W = 2PV \ln 3 \\ 2PV \ln 3 = 3PV \ln 3 + 3PV + Q_{23} \quad Q_{23} = -PV \ln 3 - 3PV$$



$$e = \frac{W}{Q_H} = \frac{2PV \ln 3}{3PV \ln 3 + 3PV} = \frac{2.2}{3.3 + 3} = \frac{2.2}{6.3} \approx \frac{1}{3} \quad e = 1 - \frac{Q_C}{Q_H}$$

$$e = 1 - \frac{PV \ln 3 + 3PV}{3PV \ln 3 + 3PV} = 1 - \frac{1.1 + 3}{3.3 + 3} = 1 - \frac{4.1}{6.3} = \frac{2.2}{6.3} \approx \frac{1}{3} \quad (5)$$

$$\Delta S_{12} = nR \ln \frac{V_2}{V_1} = R \ln 3 = 1.1R \quad \Delta S_{31} = nC_v \ln \frac{T_2}{T_1} = 3R \ln \frac{3}{2} = 3.3R - 2.1R = 1.2R$$

$$\Delta S_{23} = \Delta S_{12} + \Delta S_{31} = R \ln 3 + 3R \ln 3 - 3R \ln 2 = 2R \ln 3 - 3R \ln 2 = 4.3R \quad (3)$$

امتحان پایان ترم فیزیک عمومی یک دانشگاه صنعتی امیرکبیر

وقت امتحان: ۱۰۵ دقیقه تاریخ: ۱۳۸۹/۲/۲۶

$$W = \alpha t + C_0$$

$$\boxed{211} = \alpha t_0$$

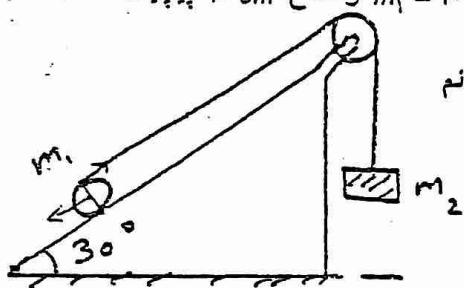
۱. چرخی با شتاب زاویه‌ای ثابت شروع به حرکت می‌کند و در مدت ۲ ثانیه ۳ دور کامل می‌چرخد. حرکت با این شتاب جمعاً به مدت ۱۰ ثانیه ادامه می‌یابد و پس از آن شتاب صفر می‌شود. مطلوب است محاسبه: a_t
- (الف) شتاب مماسی و شتاب شعاعی نقطه‌ای از چرخ به ناصله 10 cm می‌انتبه باز از محور دوران در زمان‌های $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{2}$ ثانیه پس از شروع حرکت.
- (ب) تعداد دورهایی که چرخ در مدت ۲۰ ثانیه پس از شروع حرکت می‌زند.

۲. نوار نازک و سبکی به دور استوانه صلبی به جرم $10\text{ kg} = m$ و شعاع 10 cm پیچیده شده است. این

نوار پس از گذشتن از روی فرقه سبک و بدون اصطکاک ثابتی به وزنه‌ای به جرم $kg = 2/5 m$ که در راستای قائم آویزان است، متصل می‌باشد. اگر استوانه هنگام پایین رفتن از سطح شبیدار تلغذ، حساب کنید:

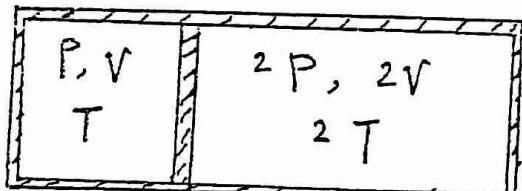
الف- شتاب انتقالی مرکز جرم استوانه

ب- شتاب رو به بالا و وزنه و نیروی کشش در نوار



مسئله ۳

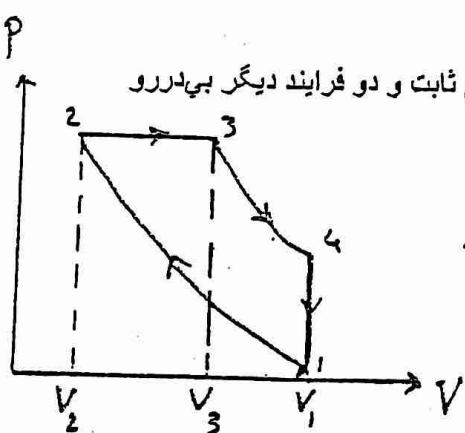
- ۳- در محفظه مقابل با دیوارهای عایق و صلب گاز ایده‌آل دو قسمت توسط یک پیستون عایق و بدون اصطکاک از هم جدا شده‌اند. به پیستون اجازه حرکت داده می‌شود تا آهسته حرکت کرده و به نقطه تعادل خود برسد.



الف- فشار، جرم و دمای نهایی هر قسمت به ترتیب بر حسب

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}, P, V \text{ و } T \text{ چقدر است؟}$$

ب- تغییر انرژی داخلی و کار انجام شده روی گاز همت راست را حساب کنید.



$$. b = \frac{V_2}{V_1} e = 1 - \frac{1 - a^\gamma - b^\gamma}{\gamma - a - b}$$

- ۴- در میکل زیر فرایند $3 \rightarrow 2$ در فشار ثابت و $2 \rightarrow 1$ در حجم ثابت و دو فرایند دیگر بی‌دررو هستند. با فرض آنکه ماده کار گاز ایده‌آل و ظرفیت‌های گرمایی مولی ثابت باشند نشان دهید که راندمان این میکل از رابطه

$$\boxed{1:2}$$

مسئله ۵

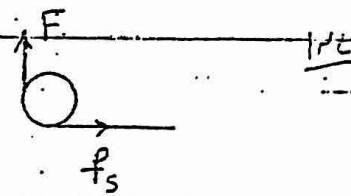
$$\frac{C_p}{C_v} = 2$$

- ۵- جسمی با ظرفیت گرمایی ثابت C_p و دمای T_i با یک منبع گرمایی به دمای T_f (دمایها بر حسب کلوین) در تماس قرار داده می‌شود. این دو در فشار ثابت به تعادل گرمایی می‌رسند. تغییر آنرژی کل را حساب کنید و نشان دهید که در هر دو حالت $T_f < T_i$ و $T_f > T_i$ فانون دوم ترمودینامیک برقرار است

حل سے پہلے خریب ہو جائے

$$f_s = M \alpha_{cm} \quad \tau = RF - R f_s = I \alpha = \frac{1}{r} MR^2 \alpha_{cm}$$

$$F - \frac{f_s}{r} = M \alpha_{cm} \quad F - M \alpha_{cm} = \frac{M \alpha_{cm}}{r} \rightarrow \alpha_{cm} = \frac{F}{rM}$$



$$I_y = \iint r^2 dm = \int_{R_1=R}^{R_2=R} \int_0^{\pi/r} r^2 \sigma r dr d\theta = \sigma \frac{\pi}{4} \left(\frac{R^2 - (R/r)^2}{2} \right) = \frac{1}{2} \sigma \pi R^2 = \frac{1}{4} M R^2 \cdot \frac{V^2}{r^2}$$

$$I_y = V I_{oz} \Rightarrow I_{oz} = \frac{1}{2} \sigma \pi R^2 = \frac{1}{2} \sigma \pi r^2 \cdot W = \int r^2 d\theta = \frac{1}{2} I_z \omega^2 \rightarrow \int \sin \theta d\theta = \frac{1}{r^2} = \frac{1}{r^2} I_z \omega^2$$

$$\Rightarrow \omega = \left(\frac{V}{r^2 \sigma I_{oz}} \right)^{1/2} = \left(\frac{V}{12 \sigma \pi} \right)^{1/2} \frac{1}{R} = \sqrt{\frac{1}{12 \sigma \pi} \times \frac{1}{R}}$$

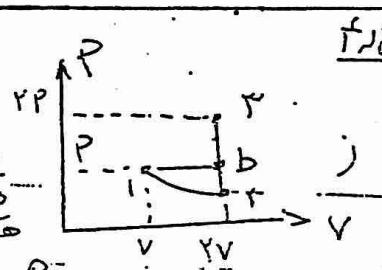
$$A = \frac{1}{N} \leftarrow N = \frac{1}{r} A N_0 + \int_{N_0}^{N} \frac{1}{r} dN = \frac{1}{r} N_0 + \frac{1}{r} \int_{N_0}^N \frac{1}{r} dN = \frac{1}{r} N_0 + \frac{1}{r^2} \int_{N_0}^N r dN = \frac{1}{r} N_0 + \frac{1}{r^2} \left[\frac{r^2}{2} \right]_{N_0}^N = \frac{1}{r} N_0 + \frac{1}{2} \frac{N^2 - N_0^2}{r} = \frac{1}{r} N_0 + \frac{1}{2} \frac{(N_0 + N)(N - N_0)}{r}$$

$$N' = \frac{1}{N} \frac{N_0}{r} + \frac{N_0}{2r} = \frac{N_0}{r} + \frac{N_0}{2r} = \frac{V_0}{\epsilon V_0} + \frac{V_0}{2r} \rightarrow N_{rms} = \frac{(V_0 + \frac{V_0}{2})^{1/2}}{r}, \quad N_p = V_0$$

$$\textcircled{1} \quad \left| \begin{array}{l} P \\ \frac{PV}{R} = T_i \end{array} \right. \quad \textcircled{2} \quad \left| \begin{array}{l} P/V \\ \frac{PV}{R} = T_r \end{array} \right. \quad \textcircled{3} \quad \left| \begin{array}{l} P \\ \frac{PV}{R} = T_b \end{array} \right. \quad \textcircled{4} \quad \left| \begin{array}{l} P \\ \frac{P}{R} = T \end{array} \right.$$

$$\Delta S = \Delta S_{1b} + \Delta S_{rb} = \int_{T_1}^{T_b} n c_p \frac{dT}{T} + \int_{T_b}^{T_r} n c_v \frac{dT}{T} = \frac{\alpha}{r} R \ln \frac{T_b}{T_1} + \frac{\kappa}{r} R \ln \frac{T_r}{T_b}$$

$$\Delta S = \frac{\alpha}{r} R \ln r + \frac{\kappa}{r} R \ln r = f \ln r \quad \frac{V_b}{T_b} = \frac{V_r}{T_1}, \quad \frac{P_b}{T_b} = \frac{P_r}{T_3}$$



$$H = -k A \frac{dT}{dr} = -k \epsilon \pi r^2 \frac{dT}{dr} \Rightarrow \int H \frac{dr}{r^2} = \int \epsilon \pi k dT = -\epsilon \pi \int \frac{dT}{T} \quad \text{انجمنے}$$

$$H \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right) = -\epsilon \pi \frac{1}{r} \left(T_0 - \epsilon T_0 \right) \Rightarrow H = \frac{\epsilon \pi R T_0}{r}$$

$$\bar{V^2} = \frac{1}{N} \left[\int_{V_0}^{V_0} \left(\frac{1}{2} A V T V^2 dV + \int_{V_0}^{2V_0} \frac{A}{V^2} V^2 dV \right) \right] \quad \bar{V^2} = \int N i V + V^2 dV = \int N dV$$

$$V_{rms} = \sqrt{\bar{V^2}} \quad \text{معنی} V_p = V_0 \quad \text{معنی}$$

نام خدا**امتحان پایان ترم درس فیزیک عمومی ۱ (ترم اول ۸۵-۸۶)**

نام استاد:

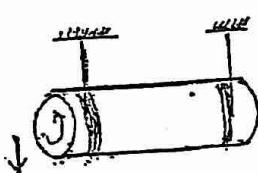
(وقت: ۲ ساعت)

نام و نام خانوادگی:

شماره دانشجویی:

توجه: در جلسه امتحان به هیچ سوالی پاسخ داده نمی شود. از ماشین حساب استفاده نشود. برگه هاشی که بدون نام دانشجو و نام استاد باشد تصحیح نمی گردد.

۱) وزن استوانه ای به طول L و شعاع R برابر W می باشد. در ریمان



در نزدیکی دو انتهای استوانه به دور آن پیچیده شده اند و انتهای ریمانها به قلاب هایی در نصف متصل است. استوانه را در حالی که ریمانها کاملاً قائم هستد به حالت افقی نگه می داریم و سپس رها می کنیم. کمیت های زیر را حساب کنید:

الف) کشش در هر ریمان هنگام بازشدن ریمانها ب) شتاب خطی استوانه هنگام پائین

$$\text{آمدن آن } (I = \frac{1}{2}MR^2) \quad (2 \text{ نمره})$$

تمرین X

۲) در شکل مقابل یک صفحه مربعی شکل همگن به جرم M و ضلع

a. مطابق شکل از حالت سکون و نشان داده شده، رها می گرددنا حول نقطه ۵ (محور عمود بر صفحه مربع) دوران کند.

الف) اینرسی دورانی (لختی دورانی) مربع را حول این محور بدمت آورید.

ب) شتاب زاویه ای را به صورت تابعی از زاویه طی شده بدمت آورید.

ج) ماکریسم سرعت زاویه ای چقدر است. (2 نمره)

۳- توزیع سرعت یک گاز فرضی حاوی $\frac{1}{2}$ ذره به جرم m به صورت

حرارت می باشد. مطلوب است:

الف) مقدار k بر حسب N و V

ب) سرعت v_{max} بر حسب V

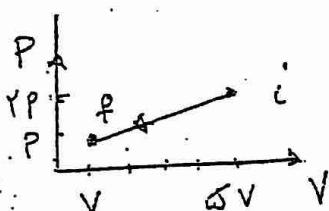
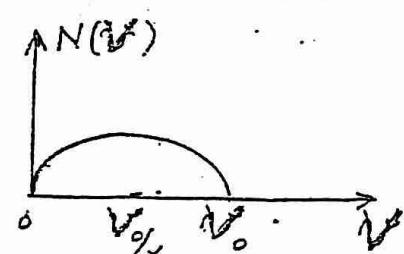
ج) انرژی داخلی گاز (U یا E_{int}) (3 نمره)

۴- یک مول گاز ایده آل دو اتمی از حالت اولی P_1, V_1 با فشار P_1 و حجم

حرارت T_1 به حالت نهایی P_2, V_2 با فشار P_2 و حجم V_2 برد، (که در صفحه PV به صورت خط نشان داده شده است). مطلوب است در این فرآیند:

الف) انرژی گرمائی Q ب) تغییر آنتروپی

موفق باشید



حل سوالات

(Q1)

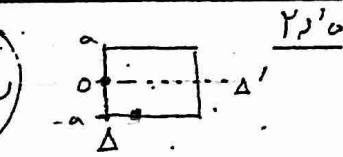
$$W = \tau T = Ma$$

$$\tau TR = \frac{1}{2} MR^2 \alpha = \frac{1}{2} M R \ddot{\alpha} \Rightarrow \ddot{\alpha} = \frac{W}{\frac{1}{2} M R} = \frac{2W}{M R}$$

$$dx dm \rightarrow dm = \rho dx = \rho \alpha dx \quad \rho = \frac{m}{V}$$

$$I_{\Delta} = \int_{-a/2}^{a/2} \sigma \alpha dx \quad x^r = \sigma \alpha \frac{a^2}{4} = \sigma \alpha \frac{a^2}{4} = \frac{1}{4} Ma^2$$

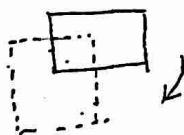
$$I_{\Delta'} = \int_{-a/2}^{a/2} \sigma \alpha dy \quad y^r = \sigma \alpha \frac{a^2}{12} = \frac{1}{12} Ma^2$$



$$I_0 = I_{\Delta} + I_{\Delta'} = \frac{2}{12} Ma^2 \quad (1)$$

$$\omega = I \alpha \rightarrow M g \frac{a}{4} \sin \theta = \frac{2}{12} Ma^2 \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{gg \sin \theta}{a} \quad (1)$$

$$W = \Delta K \rightarrow Hg \frac{a}{r} = \frac{1}{2} I \omega^2 \max \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{12g}{a}} \quad (1)$$



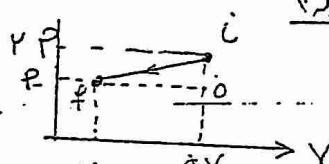
$$N_0 = \int_{-\infty}^{\infty} N(v) dv = K \left[\int_{-\infty}^{v_0} v N(v) dv - \int_{-\infty}^{v_0} v^2 N(v) dv \right] = K \left[\frac{v_0^2}{2} - \frac{v_0^3}{3} \right] \Rightarrow K = \frac{C N_0}{v_0^2 \cdot 1}$$

$$N_{rms}^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} N(v) v^2 dv}{N_0} = \frac{1}{N_0} \left[K \left(\frac{v_0^4}{4} - \frac{v_0^6}{6} \right) \right] = \frac{v_0^2}{12} N_0^2 \Rightarrow N_{rms} = \sqrt{\frac{v_0^2}{12}} N_0$$

$$U = N_0 \frac{1}{2} m \overline{v^2} = N_0 \frac{1}{2} m N_{rms}^2 = \frac{1}{2} m N_0 v_0^2$$

(Q1)

$$T_i = \frac{P_i V_i}{n R} = 1. \frac{PV}{R} \quad T_f = \frac{P_f V_f}{n R} = \frac{P_f V}{R}$$



$$(Q_{rev}) W = - [FV \times \frac{P_f}{P_i} + FV \times P] = -q \cdot PV$$

$$\Delta U = n C_V \Delta T = 1 \times \frac{R}{2} (T_f - T_i) = \frac{R}{2} \left(\frac{P_f V}{R} - \frac{P_i V}{R} \right)$$

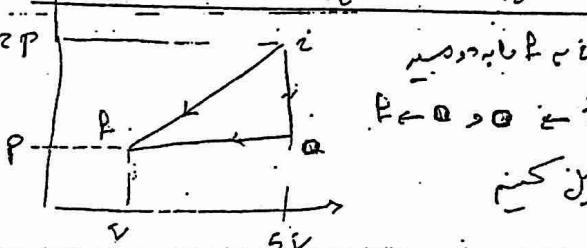
$$\Delta U = - \frac{R}{2} PV$$

(Q1)

$$Q = \Delta U + W = - \frac{R}{2} PV - q \cdot PV = - \frac{\Delta V}{2} \cdot PV$$

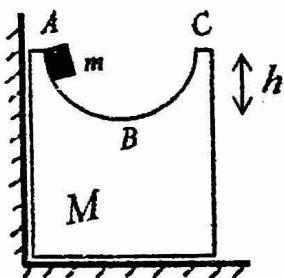
$$\Delta S = S_{C_0} + S_{O_f} = \int_{T_i}^{T_f} n c_v \frac{dT}{T} + \int_{T_i}^{T_f} n c_p \frac{dT}{T} \quad \frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{P_f V_f}{T_f} \Rightarrow T_0 = T_i = \frac{P_0 V_0}{R}$$

$$\Delta S = \frac{R}{2} \ln \frac{T_0}{T_i} + \frac{V}{R} \ln \frac{T_f}{T_0} = \frac{R}{2} \ln \frac{1}{f} + \frac{V}{R} \ln \frac{f}{a} = - \frac{R \ln f}{2} - \frac{V}{R} \ln a$$



$$Q = n e p \cdot \Delta T + n C_V \Delta T$$

$$\Delta S = n c_p \ln \frac{T_f}{T_i} + n c_v \ln \frac{T_f}{T_i}$$



۱- یک گوه که به شکل حفره‌ای به نیم کره است از یک طرف²

به یک دیوار تکیه دارد. سطح افقی بدون اصطکاک است. هرگاه جسمی

به جرم m را از بالای آن رها کنیم، ماکزیمم سرعت گوه چقدر است؟

جرم گوه M و ارتفاع جسم از سطح نیم کره در لحظه رها شدن h می‌باشد.

پاسخ: هنگامی که جسم m مسیر AB را طی می‌کند گوه به عقب رانده می‌شود ولی به دلیل وجود دیوار جا به جانمی شود.

پس در طول مسیر AB قانون بقای اندازه حرکت برقرار نمی‌باشد. وقتی که جسم به نقطه اوج خود یعنی C می‌رسد،

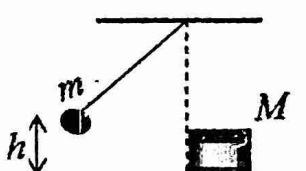
سرعت جسم و گوه با هم برابر است چراکه سرعت m نسبت به M صفر است. می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 \\ mv_B = (M+m)v_c \end{cases} \Rightarrow v_c = \left(\frac{m}{m+M} \right) \sqrt{2gh}$$

در مسیر برگشت جرم m از C به B دوباره گوه به عقب رانده می‌شود و هنگامیکه جرم m به B باز می‌گردد،

گوه ماکزیمم سرعت خود را دارد.

$$\begin{cases} mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}MV_{\max}^2 \\ mv_B - Mv_{\max} = (m+M)v_c \end{cases} \dots \Rightarrow v_{\max} = \left(\frac{\sqrt{2gh}}{M(m+1)} \right) \left(1 + \sqrt{1 - M(m+1)(1-m^2)} \right)$$



۲- گلوله آونگی به جرم m مطابق شکل از ارتفاع h رها می‌شود. آونگ در پایین ترین

نقطه مسیرش به جسمی به جرم $M = 2m$ که در حال سکون بر روی سطح افقی بدون

اصطکاک قرار دارد برخورد می کند . چنانچه برخورد بین آونگ و جرم M برخورد الاستیک باشد ، گلوله این آونگ پس از برخورد تا چه ارتفاعی بالا می رود ؟

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

پاسخ : ابتدا سرعت جسم m را در لحظه برخورد به دست می آوریم .

$$P_1 = P_2 \Rightarrow mv - mv_1 + Mv_2 = 0 \Rightarrow m(v_1 - v) = 2Mv_2 \Rightarrow v_1 - v = 2v_2$$

چون برخورد الاستیک است پس داریم :

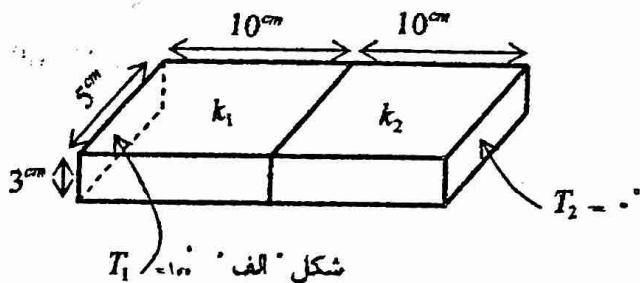
در روابط فوق v_1 سرعت جسم m بعد از برخورد و v_2 سرعت جسم M بعد از برخورد است .

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}Mv_2^2 \Rightarrow v^2 = v_1^2 + 2v_2^2 \Rightarrow v^2 - v_1^2 = 2v_2^2$$

$\Rightarrow v_2 = -(v + v_1)$ علامت منفی به دلیل آنست که در جهت مخالف همدیگر قرار دارند .

$$\Rightarrow v_1 = -\frac{v}{3} \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_1^2 , v_1^2 = \frac{v^2}{9} , \frac{1}{2}mv^2 = mgh \Rightarrow mgh = \frac{1}{9}mgh \Rightarrow h = \frac{h}{9}$$

۳- دو میله فلزی مشابه از نظر ابعاد که ضریب رسانش گرمایی یکی ۲ برابر دیگری است ، طبق شکل از یک انتهای



به یکدیگر متصل شده اند . انتهای آزاد سمت چپ در

بخار آب جوش ۱۰۰ درجه قرار دارد و انتهای آزاد

سمت راست به یک قالب بین صفر درجه متصل است .

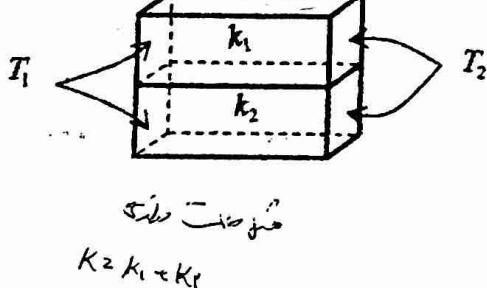
الف) در هر ساعت چقدر بین ذوب می شود ؟

ب) چنانچه دو فلز به صورت شکل (ب) قرار گیرند

$$L_f = 80 \text{ cal/gr} \quad \text{در هر ساعت چقدر بین ذوب می شود ؟}$$

$$k_1 = 0.025 \text{ cal/s.cm.c}$$

((٦))



$$k_2 = k_1 + k_p$$

$$H_1 = \frac{k_1 A_1 (T_1 - T)}{L_1} , \quad H_2 = \frac{k_2 A_2 (T - T_2)}{L_2} \quad \text{پاسخ: الف) اگر } T \text{ دمای فصل مشترک دو قطعه باشد، داریم:}$$

$$\frac{k_1 A_1 (T_1 - T)}{L_1} = \frac{k_2 A_2 (T - T_2)}{L_2} \quad \text{در حالت پایا داریم: } H_1 = H_2 = H : \text{ همین طور } k_2 = 2k_1 \text{ پس:}$$

$$\Rightarrow T_1 - T = 2(T - T_2) \Rightarrow 3T = T_1 + 2T_2 , \quad T_1 = 100 , \quad T_2 = 0 \Rightarrow T = \frac{100}{3}$$

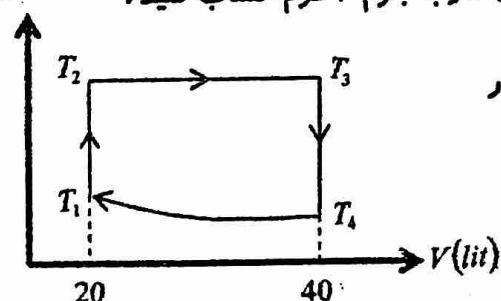
$$\Rightarrow H = \frac{k_1 A_1 (T_1 - T)}{L_1} = \frac{0.025 \times 3 \times 5 \times \left(\frac{200}{3}\right)}{10} = 2.5 \text{ cal/s} , \quad H = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \Rightarrow \Delta Q = H \Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta Q = 2.5 \times 3600 = 9000 \text{ cal} , \quad Q = mL_f \Rightarrow m = \frac{9000}{80} = 112.5 \text{ gr}$$

$$\frac{H'}{H} = \frac{A'}{A} \Rightarrow H' = 2.5 \times \frac{5 \times 10}{3 \times 5} = \frac{25}{3} , \quad \Delta Q' = H' \Delta T = \frac{25}{3} \times 3600 = 30000 \text{ cal} \quad (\text{ب})$$

$$Q = mL_f \Rightarrow m = \frac{30000}{80} = 375 \text{ gr}$$

۳/ در چرخه زیر مقادیر Q ، W و ΔU هر شاخه را برای دو مول گاز به جرم ۳ گرم حساب کنید.



با توجه به اینکه فرایند ۱ → ۴ در دمای ثابت و فرایند ۳ → ۲ در

فشار ثابت و فرایندهای ۴ → ۱ در حجم ثابت صورت

گرفته اند. همچنین $T_D = 100^\circ C$ ، $T_1 = 50^\circ C$ می باشند.

$$c_v = 2 \text{ cal/mol.k} , \quad c_p = 3 \text{ cal/mol.k}$$

$$W_{1 \rightarrow 2} = 0 \Rightarrow U_{1 \rightarrow 2} = Q_{1 \rightarrow 2} = \frac{3}{2} n R \Delta T = \frac{3}{2} \times 2 \times 2 \times 50 = 300 \text{ cal} \quad \text{پاسخ:}$$

$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_3 V_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = 373 \times \frac{40}{20} = 746^\circ K \Rightarrow Q_{2 \rightarrow 3} = m C_p \Delta T = 3 \times 3 \times 373 = 3357$$

((*)

$$U_{2 \rightarrow 3} = \frac{3}{2} n R \Delta T = \frac{3}{2} \times 2 \times 2 \times 373 = 2238 \text{ cal}, \quad W_{2 \rightarrow 3} = Q - U = 1119 \text{ cal}$$

$$Q_{3 \rightarrow 4} = -Q_{1 \rightarrow 2} = -300 \text{ cal}, \quad W_{3 \rightarrow 4} = 0, \quad U_{3 \rightarrow 4} = -300 \text{ cal}$$

$$U_{4 \rightarrow 1} = 0 \Rightarrow Q_{4 \rightarrow 1} = W_{4 \rightarrow 1} = n R T \ln\left(\frac{V_1}{V_4}\right) = 2 \times 2 \times 325 \times \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -895.5 \text{ cal}$$

۵- مقدار gr 1000 بخار آب در فشار atm ۱ و دمای 0c 100 را وارد یک استخراج آب با دمای 0c 27

می کنیم و به طور کامل جذب آب استخراج می گردد. تغییر آنتروپی کل را حساب کنید.

پاسخ: مراحل انجام کار به صورت رو به رو است:

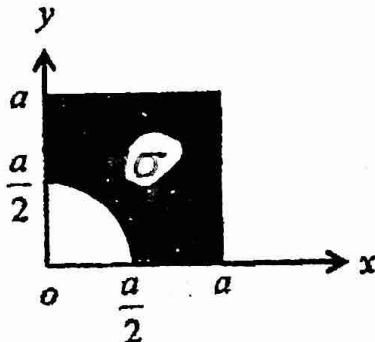
$$1000 \xrightarrow{\Delta S_1} {}^0c 100 \xrightarrow{\Delta S_2} {}^0c 27 \xrightarrow{\text{بخار}} \text{آب}$$

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2, \quad \Delta S_1 = -\frac{Q}{T} = -\frac{1000 \times 540}{373} = -1447.7$$

$$Q = m C_v \Delta T \Rightarrow dQ = m C_v dT \Rightarrow \Delta S_2 = \int \frac{m C_v dT}{T} = m C_v \ln \frac{T_f}{T_i} = 1000 \times 1 \times \ln \left(\frac{300}{373} \right) = -217.8$$

$$\Delta S_{\text{بخار}} = \frac{Q}{T} = \frac{1000 \times 540 + 1000 \times 1 \times 73}{400} = 6130 \Rightarrow \Delta S_{\text{استخراج}} = \Delta S_{\text{بخار}} + \Delta S_2 = 6130 - 217.8 = 5912.2$$

$$\Rightarrow \Delta S_{\text{کل}} = 6130 - 217.8 - 1447.7 = 4464.5$$



۱- در شکل مقابل از یک صفحه همگن مربعی به ضلع a و چگالی σ به اندازه یک چهارم قرص (دیسک) از آن جدا گردیده است. مختصات x و y مرکز جرم صفحه مذبور را نسبت به نقطه O به دست آورید.

پاسخ: ابتدا مختصات مرکز جرم ربع دایره را به دست می آوریم.

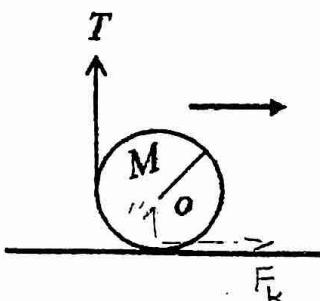
$$x_{cm} = y_{cm} = \frac{\iint r \cos \theta \, r dr d\theta}{\iint r dr d\theta} = \frac{\int_0^{\frac{a}{2}} r^2 dr \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta \, d\theta}{\int_0^{\frac{a}{2}} r dr \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta}$$

به دلیل تقارن موجود داریم:

$$\Rightarrow x_{cm} = y_{cm} = \frac{\frac{r^3}{3} \Big|_0^{\frac{a}{2}} \sin \theta \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}}{\frac{r^2}{2} \Big|_0^{\frac{a}{2}} \theta \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}} = \frac{2a}{3\pi}$$

اما مرکز جرم مربع در مرکز تقارن آن می باشد:

$$x_{cm} = y_{cm} = \frac{a}{2} \quad , \quad \text{کل شکل} \Rightarrow x_{cm} = y_{cm} = \frac{a}{2} - \frac{2a}{3\pi}$$



۲- در شکل مقابل رسماً نی به دور یک استوانه توپر پیچیده شده است.

نیروی ثابت T در امتداد قائم وارد می شود به طوریکه هیچگاه استوانه از سطح افقی جدا نگردد و استوانه به سمت راست شروع به لغزش می کند. در این حرکت غلتی شتاب مرکز جرم استوانه را به دست آورید.

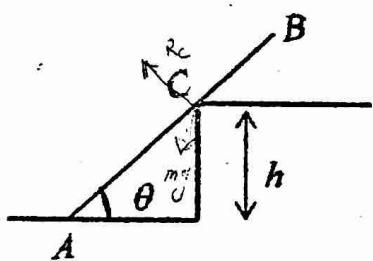
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T + N - mg = 0 \Rightarrow N = mg - T$$

پاسخ: چون جسم از روی زمین بلند نمی شود پس ..

$$f_t = \mu_s \times N = \mu_s (mg - T)$$

لازم است که جهت نیروی اصطکاک را در جهت حرکت جسم بگیریم:

$$\sum F_x = ma_x \Rightarrow f_t = ma_x \Rightarrow a = \frac{\mu_s \times (mg - T)}{m}$$

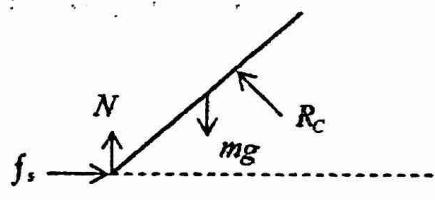


۳- تیر همگن AB به جرم M و طول L در نقطه A روی زمین قرار دارد

و در نقطه C به دیوار عمودی (که بدون اصطکاک فرض شده) تکیه دارد.

ارتفاع دیوار عمودی h و زاویه تیر با سطح افقی θ می باشد و تیر به حال

سکون است. ضریب اصطکاک ایستایی μ_s بین تیر و سطح افقی را به دست آورید..



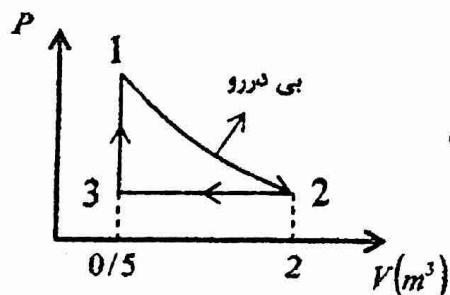
$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \Rightarrow f_s - R_c \sin \theta = 0 \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow N + R_c \cos \theta - mg = 0 \end{cases}$$

پاسخ:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_c \times \frac{h}{\sin \theta} = mg \times \frac{L}{2} \cos \theta \Rightarrow R_c = \frac{mg l / 2 \cos \theta}{h / \sin \theta} = \frac{mg l \sin \theta \cos \theta}{2h}$$

$$N = mg - R_c \cos \theta \Rightarrow N = mg - \frac{mg l \sin \theta \cos^2 \theta}{2h}, \quad \mu_s \times N = R_c \sin \theta$$

$$\Rightarrow \mu_s = \frac{\frac{mg l \sin \theta \cos \theta}{2h} \times \sin \theta}{mg - \frac{mg l \sin \theta \cos^2 \theta}{2h}} = \frac{l \sin^2 \theta \cos \theta}{2h - l \sin \theta \cos^2 \theta}$$



۴- دو مول گاز ایده‌آل (کامل) دواتمی به وزن مولکولی ۳۲ گرم چرخه شکل

مقابل را طی می کند. نقطه ۱ در دمای k در دمای $T_1 = 300$ است. دما و سرعت

جذر میانگین مربعی (V_{rms}) مولکول ها را در نقطه ۲ به دست آورید.

پاسخ: در فرایند بی درو داریم $P_1(V_1) = P_2(V_2)$ که در آن یک گاز دو اتمی برابر $1/4$ می باشد.

$$P_1(0.5)^{1/4} = P_2(2)^{1/4} \Rightarrow P_2 = P_1(0.25)^{1/4}$$

پس:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1 \times 0.5}{300} = \frac{P_1(0.25)^{1/4} \times 2}{T_2} \Rightarrow T_2 = 172/3 \text{ K}$$

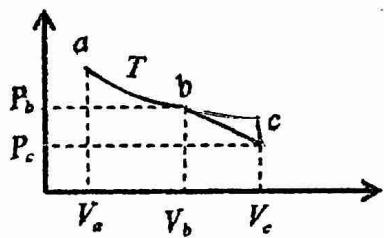
$$V_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} , \quad M = \text{وزن مولکولی} \Rightarrow V_{rms} = \sqrt{\frac{3 \times 8/314 \times 172/3}{32}} = 11/59 \frac{m}{s}$$

دو مول گاز ایده‌آل تک اتمی فرآیند $a \rightarrow b \rightarrow c$ را طی می کند.

هم دما در دمای T و $b \rightarrow c$ به صورت یک خط است.

الف) $\Delta U = U_c - U_a$ را به دست آورید.

ب) آنتروپی گاز $S = S_c - S_a$ را به دست آورید.



$$U_c - U_a = U_c - U_b + U_b - U_a \quad , \quad a \rightarrow b \rightarrow c \text{ هم دما} \Rightarrow U_b - U_a = 0 \Rightarrow \Delta U = U_c - U_a$$

پاسخ: الف)

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} nR(T_c - T_b) \quad , \quad \frac{P_b V_b}{T_b} = \frac{P_c V_c}{T_c} \Rightarrow T_c = \frac{P_c V_c}{P_b V_b} \times T_b \quad \xleftarrow{\text{برای گاز ایده‌آل}} \quad \begin{cases} \Delta E_{int} = n C_V \Delta T \\ C_V = \frac{3}{2} R \end{cases}$$

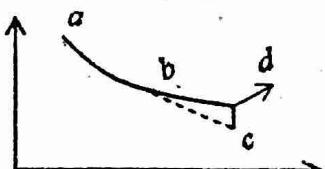
$$\Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} \times 2 \times R \left(\frac{P_c V_c}{P_b V_b} T - T_b \right) = 3RT \left(\frac{P_c V_c - P_b V_b}{P_b V_b} \right)$$

ب) از آنجا که برای مسیر $c \rightarrow b$ نمی توان معادله ای برای تغییر آنتروپی نوشت

پس این مسیر را تبدیل به یک فرایند تک‌دما و یک تک حجم به صورت روبرو می کنیم.

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T}$$

((11))



دالری

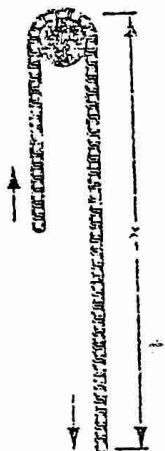
$$\Delta S = S_c - S_a = S_c - S_d + S_d - S_a \Rightarrow \Delta S_1 = S_c - S_d , \quad \Delta S_2 = S_d - S_a$$

$$a \rightarrow d \text{ تکمیل } Q = nRT \ln\left(\frac{V_d}{V_a}\right) \Rightarrow S_d - S_a = \int_a^d \frac{Q}{T} = nR \ln\left(\frac{V_d}{V_a}\right)$$

$$d \rightarrow c \text{ پرسی پس } \Rightarrow W = 0 \Rightarrow Q = U = \frac{3}{2}nRT \Rightarrow dQ = \frac{3}{2}nRdT \Rightarrow S_c - S_d = \int_d^c \frac{dQ}{T} = \frac{3}{2}nR \int_d^c \frac{dT}{T} = \frac{3}{2}nR \ln\left(\frac{T_c}{T_d}\right)$$

$$V_d = V_c , \quad n = 2 \text{ mol} , \quad T_d = T_b , \quad T_c = \frac{P_c V_c}{P_b V_b} T_b$$

$$\Rightarrow \Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 2R \ln\left(\frac{V_c}{V_a}\right) + 3R \ln\left(\frac{P_c V_c}{P_b V_b}\right)$$



۱- یک زنجیر یکواخت و انعطاف پذیر به طول L با وزن واحد طول λ مطابق شکل

از روی یک شیار بدون اصطکاک عبور نموده و از حال سکون رها می شود به طوریکه در لحظه رها شدن طول یک طرف زنجیر x و طول طرف دیگر $x - L$ است.

مطلوب است محاسبه شتاب زنجیر بر حسب x .

$$\Delta K = \Delta U \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

پاسخ: با استفاده از اصل بقای انرژی داریم:

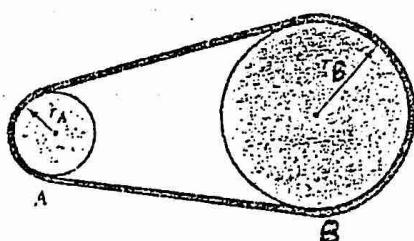
$$\Rightarrow \frac{1}{2}(L\lambda)v^2 = (L\lambda) \times g \times \left(\frac{\frac{L^2}{4} + \left(x - \frac{L}{2}\right)^2}{L} - \frac{L}{4} \right) \Rightarrow v^2 = 2g \left(\frac{\frac{L^2}{4} + x^2 + \frac{L^2}{4} - xL}{L} - \frac{L}{4} \right)$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{2g}{L} \left(\frac{L^2}{4} + x^2 - xL \right) = \frac{2g}{L} \left(x - \frac{L}{2} \right)^2 \Rightarrow v = \left(x - \frac{L}{2} \right) \sqrt{\frac{2g}{L}}$$

$$a = \frac{dv}{dt}, \quad v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \frac{a}{v} = \frac{dv}{dx} \Rightarrow a = v \frac{dv}{dx} \Rightarrow a = \left(x - \frac{L}{2} \right) \sqrt{\frac{2g}{L}} \times \frac{d}{dx} \left(x - \frac{L}{2} \right) \sqrt{\frac{2g}{L}}$$

$$\Rightarrow a = \left(x - \frac{L}{2} \right) \left(\frac{2g}{L} \right) = \frac{g}{L} (2x - L)$$

۲- چرخ A با شعاع cm ۱۰ توسط تسمه ای به چرخ B با شعاع cm ۲۵ متصل است. چرخ A از حال سکون



با شتاب زاویه ای rad/s^2 ۱.۶ به حرکت در می آید.

زمانی را به دست آورید که چرخ B به سرعت 100 rev/min برسد. فرض نمایید تسمه و چرخ ها لغزش نداشته باشند.

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow \alpha_A = \frac{d\omega_A}{dt} \Rightarrow d\omega_A = \alpha_A dt \Rightarrow \omega_A = 1.6t$$

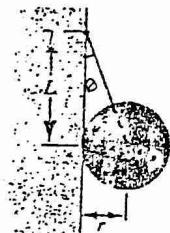
پاسخ :

$$r_A \times \omega_A = r_B \times \omega_B \Rightarrow \omega_B = \frac{r_A}{r_B} \times \omega_A$$

از آنجا که سرعت در دو انتهای چرخ ها یکسان است پس :

$$\Rightarrow \omega_B = \frac{10}{25} \times 1.6t = 0.64t, \quad 100 \text{ rev/min} \times \frac{2\pi}{60} = 10.47 \text{ rad/s}$$

$$\Rightarrow \omega_B = 10.47 = 0.64t \Rightarrow t = 16.36 \text{ s}$$

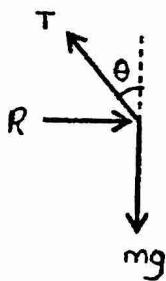


۳- یک کره یکنواخت به وزن W و شعاع r توسط یک رسمنان به یک دیوار

بدون اصطکاک با فاصله L مطابق شکل متکی می باشد. مطلوب است محاسبه :

ب) عکس العمل دیوار

الف) کشش در رسمنان



پاسخ : دیاگرام آزاد به صورت رویرو می باشد. جسم را یک ذره در نظر گرفتیم.

$$\sin\theta = \frac{r}{\sqrt{r^2 + L^2}}, \quad \cos\theta = \frac{L}{\sqrt{r^2 + L^2}}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T \cos\theta = W \Rightarrow T = \frac{W}{\cos\theta} \Rightarrow T = \frac{W}{L} \sqrt{r^2 + L^2}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T \sin\theta = R \Rightarrow R = W \frac{r}{L}$$

۴- یک گاز ایده‌آل چرخه زیر را طی می‌کند.

الف) تراکم تکدما در دمای T_1

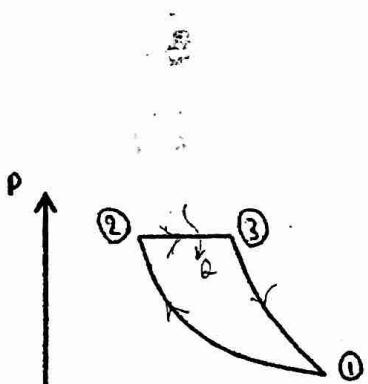
ب) در فشار ثابت گرمایی گیرد به طوریکه دمای آن از T_1 به T_3 می‌رسد.

ج) به طوریکه دررو منبسط می‌شود و دوباره به دمای T_1 می‌رسد.

تمام فرایند‌های الف، ب و ج از نوع فرآیند‌های برگشت پذیر هستند.

الف) کل چرخه را روی نمودار $P - V$ نمایش دهید.

ب) بازه حرارتی چرخه را برابر حسب T_1 و T_3 به دست آورید.



$$W_{2 \rightarrow 3} = P\Delta V = P_3 V_3 - P_2 V_2 = nRT_3 - nRT_1 = nR(T_3 - T_1) : \text{پاسخ}$$

$$\Delta U_{2 \rightarrow 3} = Q_{2 \rightarrow 3} - W_{2 \rightarrow 3} \Rightarrow \frac{3}{2}nR(T_3 - T_1) + nR(T_3 - T_1) = Q_{2 \rightarrow 3}$$

$$\Rightarrow W_{2 \rightarrow 3} = nR(T_3 - T_1) , Q_{2 \rightarrow 3} = \frac{5}{2}nR(T_3 - T_1)$$

$$3 \rightarrow 1 \Rightarrow Q = 0 \Rightarrow W_{3 \rightarrow 1} = -\Delta U_{3 \rightarrow 1} = \frac{3}{2}nR(T_3 - T_1) , \Rightarrow Q_{3 \rightarrow 1} = 0 , W_{3 \rightarrow 1} = \frac{3}{2}nR(T_3 - T_1)$$

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = 0 \Rightarrow W_{1 \rightarrow 2} = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) , P_3(V_3)^{\gamma} = P_1(V_1)^{\gamma} , \frac{P_3 V_3}{T_3} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_1}$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{P_2}{P_1} , \left(\frac{V_1}{V_3}\right)^{\gamma} = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow (V_1)^{1-\gamma} = \frac{V_2}{V_3} , V_3 = \frac{T_3}{T_1} \times V_2$$

$$\Rightarrow (V_1)^{1-\gamma} = \frac{V_2}{\left(\frac{T_3}{T_1} \times V_2\right)^{\gamma}} \Rightarrow \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{1-\gamma} = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\gamma} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$$

$$W_{1 \rightarrow 2} = Q_{1 \rightarrow 2} = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = nRT_1 \times \frac{\gamma}{1-\gamma} \ln\left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

$$1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_{1 \rightarrow 2}}{Q_{2 \rightarrow 3}} = 1 - \frac{nRT_1 \times \frac{\gamma}{1-\gamma} \ln\left(\frac{T_3}{T_1}\right)}{\frac{5}{2}nR(T_3 - T_1)} = 1 - \frac{2\gamma}{5(1-\gamma)} \times \frac{T_1 \ln(T_3 - T_1)}{T_3 - T_1}$$

بازده حرارتی

توجه شود که در حل مساله هیچ لزومی به پیدا کردن مقادیر Q و W در هر بخش نیست و تنها به دلیل تکمیل پاسخ، جواب اینگونه نوشته شده است.

۵- یک گاز از معادله $P(V-b) = RT$ پیروی می کند که در آنجا b مقدار ثابت می باشد. نشان دهید که برای یک فرایند بی دررو برگشت پذیر داریم $\Delta S = cte$ و در آنصورت $P(V-b)^\gamma = cte$ کل برای این فرایند چقدر است؟

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

در اینجا $\Delta U = W$ می باشد و $\Delta H = P\Delta V$ می باشد.

$$\Delta U = W \Rightarrow nC_v \Delta T = -P\Delta(V-b) \Rightarrow \Delta T = -\frac{P\Delta(V-b)}{nC_v} \quad \text{است پس داریم:}$$

$$P(V-b) = RT \Rightarrow P\Delta(V-b) + (V-b)\Delta P = R\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{P\Delta(V-b) + (V-b)\Delta P}{nR}$$

با مساوی قرار دادن دو مقدار ΔT در روابط فوق و با ساده کردن داریم:

$$P\Delta(V-b)C_p + (V-b)\Delta P C_v = 0 \rightarrow \div(P(V-b)C_v) \rightarrow \frac{\Delta P}{P} + \gamma \frac{\Delta(V-b)}{V-b} = 0 \Rightarrow \text{در حالت حدی} \Rightarrow \frac{dP}{P} + \gamma \frac{d(V-b)}{V-b} = 0$$

$$\Rightarrow \gamma = cte \Rightarrow \ln P + \gamma \ln(V-b) = cte \Rightarrow P(V-b)^\gamma = cte$$

1- دو مول گاز ایده آل تک اتمی در استوانه A و سه مول گاز ایده آل دو اتمی در استوانه B قرار دارد و این دو استوانه توسط یک پیستون با ابعاد نشان داده شده در شکل مقابل به هم متصل شده اند و در حالت تعادل قرار دارند. جرم پیستون 10 kg و فشار درون استوانه A برابر 300 kPa در دمای اتاق 300 K می باشد. فشار در استوانه B و انرژی درونی کل را در استوانه های A و B بدست آورید.

$$D_A = A = 100 \text{ mm} \quad D_A = A = 25 \text{ mm} \quad \text{قطر پیستون در استوانه A}$$

$$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, P_0 = 1 \text{ atm}$$

$$F_A = P_A \times A_A = 300 \times 10^3 \times \left(\frac{\pi}{4} 0.1^2 \right) = 2356.2 \text{ N}$$

$$A_0 = A_A - A_B = \frac{\pi}{4} (0.1^2 - 0.025^2) = 7.36 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \Rightarrow F_0 = 10^5 \times 7.36 \times 10^{-3} = 736.31 \text{ N}$$

$$W = mg = 100 \text{ N}, \sum F_y = 0 \Rightarrow 2356.2 + 100 = F_B + 736.31 \Rightarrow F_B = 1720 \text{ N} \Rightarrow P_B = \frac{F_B}{A_B} = 3504 \text{ kPa}$$

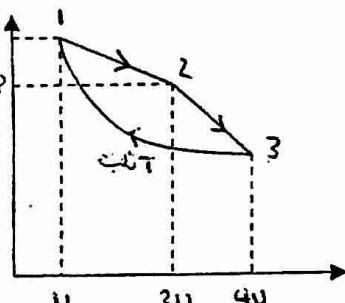
$$U_A = \frac{3}{2} nRT = \frac{3}{2} \times 2 \times \frac{25}{3} \times 300 = 7500, \quad U_B = \frac{5}{2} nRT = \frac{5}{2} \times 3 \times \frac{25}{3} \times 300 = 18750$$

2- الف) سیکل گاز ایده آل تک اتمی شکل زیر را در نظر بگیرید. فرآیند 1-2-3-1 و 2-3

بصورت خط مستقیم و فرآیند 1-3 بصورت ایزوترم در دمای ثابت T است، مطلوب است :

الف) راندمان این سیکل . ب) اگر از این سیکل در جهت عکس و به عنوان یخچال استفاده

شود ، تعیین کنید که برای انتقال 2400 kcal گرما از درون یخچال با دمای T به خارج ، چند
ژول کار می بایست انجام داد .



پاسخ : در فرآیند تکملا $W = nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$ و نیز میزان کار برابر است با سطح زیر منحنی پس :

$$W_{1 \rightarrow 2} = \left(\frac{2P + \frac{4}{3}P}{2} \right) \times 2V = \frac{10PV}{3}$$

$$P_1 V_1 = P_3 V_3 \Rightarrow P_3 = \frac{P}{2}, \quad W_{2 \rightarrow 3} = \left(\frac{\frac{4}{3}P + P}{2} \right) V = \frac{11}{12} PV, \quad W_{3 \rightarrow 1} = nRT \ln\left(\frac{V}{4V}\right) = -1/386nRT, \quad Q_{3 \rightarrow 1} = 1/386nRT$$

((17))

$$\frac{\Delta U_{1 \rightarrow 3}}{Q} = 0 \Rightarrow Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} = \left(\frac{10}{3} + \frac{11}{12} \right) PV = \frac{51}{12} PV \Rightarrow Ra = \frac{W}{Q} = \frac{\frac{10}{3} + \frac{11}{12} - 1/385}{\frac{10}{3} + \frac{11}{12} + 1/386} = 0.508, Q = 2400 \Rightarrow W = 4725 \text{ kcal}$$

$\rho_{V1} = \rho_{V2} \sqrt{t_1}$

(3) یک قطعه یخ به جرم 200 گرم و دمای 20- را درون استخر آبی به دمای 20 قرار می دهیم . تغییر آنتروپی کل را پس از

برقراری تعادل گرمایی پیدا کنید . علامت عدد بدست آمده نشان دهنده چیست ؟ گرمای ویژه یخ $0.5 \frac{\text{cal}}{\text{gr}^{\circ}\text{C}}$ و گرمای نهان

ذوب یخ $80 \frac{\text{cal}}{\text{gr}}$ است .

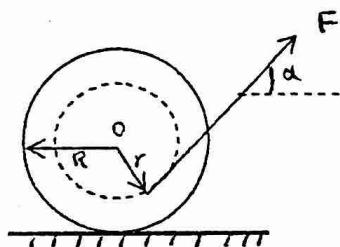
$$dQ = nC_p dT, \quad ds = \frac{dQ}{dT} = \frac{nC_p dT}{T} \Rightarrow \Delta S = n \int C_p \frac{dT}{T} = nC_p \ln \frac{T_f}{T_i} = mC_p \ln \frac{T_f}{T_i}$$

پاسخ :

$$-20^{\circ}\text{C} \rightarrow 0^{\circ}\text{C} \quad \Delta S = \sum_{i=1}^3 \Delta S_i, \quad \Delta S_1 = 100 \ln \frac{273}{253}, \quad \Delta S_2 = \frac{Q}{T} = \frac{mL_f}{T} = \frac{200 \times 80}{273}$$

$$\Delta S_3 = 200 \times 1 \times \ln \frac{293}{273}, \quad \Delta S_{\text{tot}} = 80.35$$

4- یک قرقره به جرم m که طنابی به دور استوانه کوچک آن پیچیده شده است ،



به حالت سکون روی سطح افقی قرار دارد، ممان اینرسی آن حول محوری که از

مرکزش می گذرد برابر است با $I = \gamma mR^2$ که یک عدد ثابت است . شعاع استوانه ای

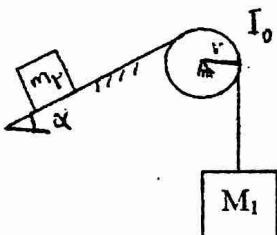
که طناب به آن پیچیده است r و شعاع خارجی قرقره R است . نیروی ثابت F تحت

زاویه α مطابق شکل به طناب وارد می شود . مطلوب است : (الف) شتاب حرکت مرکز

جرم قرقره . (ب) کار نیروی F پس از t ثانیه از آغاز حرکت .

$$\tau = F \times r = I\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{Fr}{\gamma mR^2}, \quad a = R\alpha = \frac{Fr}{\gamma mR}, \quad W = F.d = F \cos\alpha \times \left(\frac{1}{2}at^2 \right) = F \cos\alpha \left(\frac{1}{2} \frac{Fr}{\gamma mR} t^2 \right)$$

پاسخ :



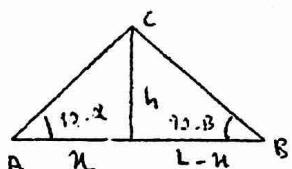
1- مطابق شکل قرقره ای حول محور ۰ بالختی دورانی α دوران می کند. دو جسم با جرم‌های m_2 و m_1 بوسیله یک ریسمان و قرقره به هم متصل هستند. ضریب اصطکاک میان جرم m_2 و سطح شیبدار μ است. با فرض اینکه جرم m_1 بزرگتر باشد و اینکه سیستم از حال سکون رها می شود سرعت اجسام را بر حسب مسافت طی شده x بدست آورید.

$$\sum \tau = I\alpha \Rightarrow (m_1 g - m_2 g \sin \alpha - m_2 g \cos \alpha \times \mu)r = I_0 \alpha, \quad a = r\alpha$$

پاسخ :

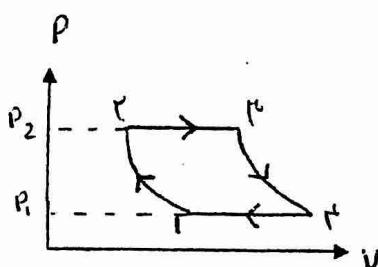
$$V^2 - V_0^2 = 2ax, \quad V_0 = 0 \Rightarrow V = \sqrt{2ax} = r \sqrt{\frac{2gx(m_1 - m_2 \sin \alpha - m_2 \cos \alpha \mu)}{I_0}}$$

2- مطابق شکل میله ای که از جرم آن صرفنظر می شود میان دو سطح شیبدار صیقلی قرار دارد. بر روی این میله جسمی به جرم m قرار گرفته است. این جسم در کجا میله باید قرار گیرد (اندازه x) تا حالت تعادل برقرار گردد.



پاسخ : لازم است لنگر واکنش های تکیه گاهی و وزنه حول نقطه C مثلث صفر شود یعنی باید امتداد نیروی وزن m از نقطه مذکور عبور کند. در مثلث ترسیم شده داریم :

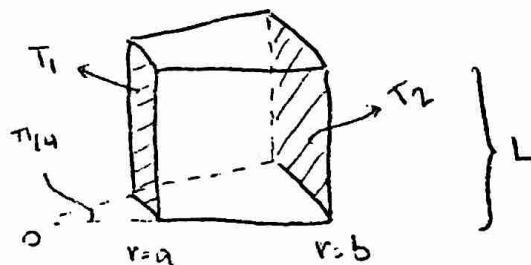
$$\tan(90 - \alpha) = \frac{h}{x} \Rightarrow h = x \cot \alpha, \quad \tan(90 - \beta) = \frac{h}{L - x} \Rightarrow h = \cot \beta(L - x) \Rightarrow x = \frac{L \cot \beta}{\cot \alpha + \cot \beta} = L \cdot \frac{\cot \beta}{\cot \alpha + \cot \beta}$$



3- نشان دهید که کارایی (راندمان) چرخه مقابل که با گاز کامل کار می کند برابر $\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}} - 1$ می باشد. ۱-۲ و ۳-۴ بی دررو، ۲-۳ و ۴-۱ همسشار می باشد.

4- قسمتی از یک استوانه فلزی به طول L به صورت تقابل بریده شده است. شعاع داخلی استوانه a و شعاع خارجی آن b می باشد. سطوح داخلی و خارجی استوانه به ترتیب در دمای T_1 و T_2 نگاه داشته شده اند، و $T_1 > T_2$ به طوریکه در حالت پایا گرما به طور شعاعی جریان پیدا می کند. اگر ضریب رسانایی فلز k باشد، آهنگ انتقال گرما H را محاسبه نماید و سپس نشان دهد که

$$\text{دما در هر فاصله شعاعی } r \text{ (} a < r < b \text{) توسط } T = \frac{T_1 \ln \frac{b}{r} + T_2 \ln \frac{r}{a}}{\ln \frac{b}{a}} \text{ داده شده است.}$$



5- یک مول گاز ایده ال (کامل) تک اتمی از حالت فشار P و حجم V را به طور همدما متراکم می کنیم تا فشارش دو برابر شود، سپس در فشار ثابت حجم آنرا به مقدار $2V$ می رسانیم. تفسیر آنتروپی را حساب کنید. (تمام فرآیند ها بازگشت پذیر هستند)

$$\text{پاسخ: } \Delta S = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)}{T}, n=1 \Rightarrow \Delta S = \frac{25}{3} \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right), PV_i = P_f V_f \Rightarrow V_i = 2V_f \Rightarrow \Delta S = \frac{25}{3} \ln(0.5) = -5.78$$

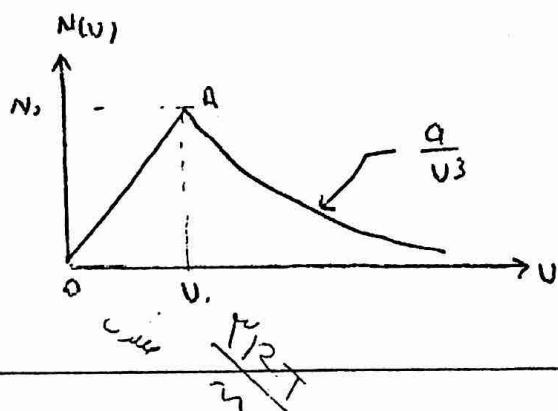
$$\text{هم‌فشار } Q = \frac{5}{2} nR \Delta T \rightarrow \Delta S = \int \frac{dQ}{dT} = \frac{2.5 \times 1 \times 8.33 \times dT}{T} = 20.83 \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right), \frac{PV_i}{T_i} = \frac{P_f V_f}{T_f}, P_i = P_f, 4V_i = V_f \Rightarrow T_f = 4T_i$$

$$\Rightarrow \Delta S = 20.83 \ln 4 = 28.88 \Rightarrow 28.88 - 5.78 = 23.1$$

6- توزیع سرعت یک گاز فرضی توسط منحنی شکل مقابل داده شده است.

کمیت های زیر را برحسب a , N_0 , V_0 , V بدست آورید. تعداد کل ذره ها،

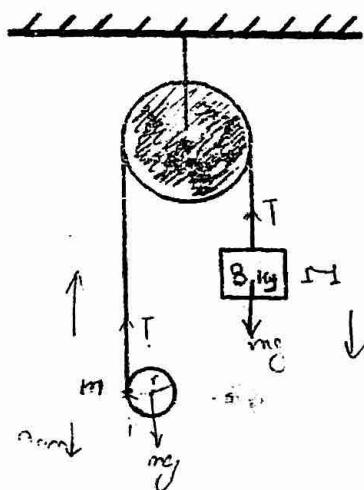
سرعت متوسط، محتملترین سرعت. N_0 , V_0 , a ثابت اند.



((20))

۳/۲

۱- مطابق شکل نمودن جرمی که از یک طرف به دور استوانه ای تپر



به جرم $m = 4 \text{ kg}$ و شعاع r پیچیده شده است و از طرف دیگر از روی

قرقره ثابت بدون اصطکاک عبور کرده و به وزنه ای به جرم

$$m = 8 \text{ kg} \quad I = \frac{1}{4} mr^2 \quad \text{باشد،}$$

شتاب مرکز جرم استوانه و شتاب وزنه را به دست آورید.

$$\left\{ Mg - T = Ma, \quad T - mg = ma_{cm}, \quad a = R\alpha - a_{cm}, \quad mgR = I\alpha \right\} \quad \text{پاسخ:}$$

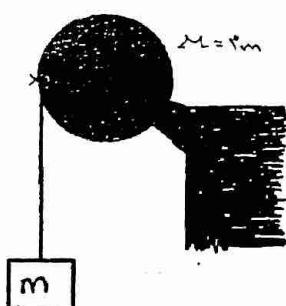
$$Mg - mg = M(R\alpha - a_{cm}) + ma_{cm}, \quad mgR = \left(\frac{1}{2} \underbrace{MR^2}_{\frac{1}{4}mr^2} + \underbrace{MR^2}_{\frac{1}{4}mr^2} \right) \alpha \quad \text{از معادلات فوق داریم:}$$

$$\Rightarrow mgR = \frac{3}{2} MR^2 \alpha \Rightarrow g = \frac{3}{2} R\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2}{3} \frac{g}{R} \Rightarrow a = \frac{2}{3} g - a_{cm}$$

$$\Rightarrow a_{cm} = \left(\frac{m - \frac{1}{3}M}{M - m} \right) g, \quad \Rightarrow a = \frac{2}{3} g - \left(\frac{3m - M}{3(M - m)} \right) g = \frac{3M - 5m}{3M - 3m} g$$

$$Mg - mg = \frac{2}{3} \left(\frac{g}{R} \right) - M \alpha_{cm} + m \alpha_{cm} \rightarrow Q_{cm} (m - M) = g \left(M - m - \frac{2}{3} M \right) \rightarrow \alpha_{cm} = \frac{g}{R} \left(\frac{1}{3} M - m \right)$$

۲- ریسمان سبکی به دور قرقره ای به جرم $M = 3m$ مطابق شکل زیر



پیچیده شده است. شعاع قرقره R می باشد. در صورتیکه جسمی به

重心 را به ریسمان آویزان کنیم، در اینصورت شتاب زاویه ای قرص

و شتاب مماسی نقطه ای واقع در کنار آن را پیدا کنید.

for $m: mg - T = ma$, for $M:\tau = I\alpha$

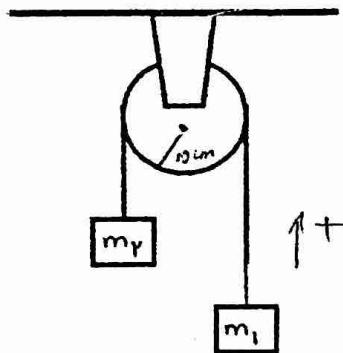
پاسخ: اگر T کشش ریسمان باشد در اینصورت داریم:

$$\Rightarrow TR = \frac{1}{2}MR^2\alpha, a = R\alpha \Rightarrow 2T = Ma \Rightarrow a = \left(\frac{2m}{M+2m}\right)g = 0.4g$$

$$\Rightarrow T = \left(\frac{Mm}{M+2m}\right)g = 0.6mg, \alpha = \frac{a}{R} = \frac{0.4g}{R}$$

۳- در ماشین آتود نشان داده شده، $m_1 < m_2$ ، مطلوب است m_1 در صورتکیه شعاع قرقره 10 cm NM

و سرعت هر جرم بعد از اینکه قرقره دو دور چرخید



$$\text{برابر } \sqrt{\frac{\pi}{10}} \frac{m}{s} \text{ شود و همین طور لختی دورانی قرقره}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3} \text{ باشد. } I = 5.2 \text{ kg m}^2$$

پاسخ: با توجه به اینکه $m_2 > m_1$ است شتاب a به سمت بالا را مثبت می‌گیریم. در این صورت داریم:

$$T_1 - m_1g = m_1a, T_2 - m_2g = -m_2a \Rightarrow (T_2 - T_1) = m_2(g - a) - m_1(g + a)$$

اکنون به محاسبه a می‌پردازیم. وقتی قرقره دو دور می‌چرخد هر یک از دو قرقره مسافت

$$y = 2 \times 2\pi \times 10 = 40\pi \text{ cm} \quad \text{را طی می‌کند. در این حالت داریم:}$$

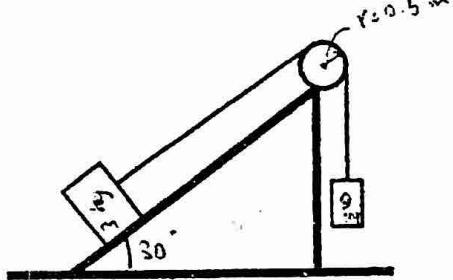
$$V^2 - V_0^2 = 2ay \Rightarrow a = \frac{V^2}{2y} = \frac{10}{2 \times 0.4\pi} = 0.125 \frac{m}{s^2}$$

$$(T_2 - T_1)R = I\alpha = I\left(\frac{a}{R}\right) \Rightarrow m_2(g - a) - m_1(g + a) = I\frac{a}{R^2} \Rightarrow 9.875m_2 - 10.125m_1 = 65 \quad \text{از طرفی داریم:}$$

$$m_2 = 3m_1 \Rightarrow m_1 = \frac{65}{19.5} = \frac{10}{3} \text{ kg} \Rightarrow m_2 = 10 \text{ kg}$$

۱۰- جسمی به جرم 3 kg روی سطح شیبدار بدون اصطکاکی که با افق زاویه 30° می سازد، قرار دارد. این جسم

به وسیله ریسمانی که موازی با سطح شیبدار و از روی قرقره گذشته است به جسم آویزانی به جرم 9 kg متصل شده است. جرم قرقره 1 kg و شعاع آن 0.5 m است.



الف) شتاب جسم آویزان را به دست آورید.

ب) نیروی کشنش ریسمان در هر طرف قرقره را پیدا کنید.

$$m_1g - T_1 = m_1a, \quad T_2 - m_2g \sin 30^\circ = m_2a$$

پاسخ: الف)

$$\Rightarrow T_1 = m_1(g - a), \quad T_2 = m_2(a + g \sin 30^\circ), \quad \tau = R(T_1 - T_2) = I\alpha, \quad I = \frac{1}{2}m_3R^2$$

$$\Rightarrow R(T_1 - T_2) = \frac{1}{2}m_3R^2\alpha, \quad a = R\alpha \Rightarrow R(m_1g - m_1a - m_2a - m_2g \sin 30^\circ) = \frac{1}{2}m_3Ra$$

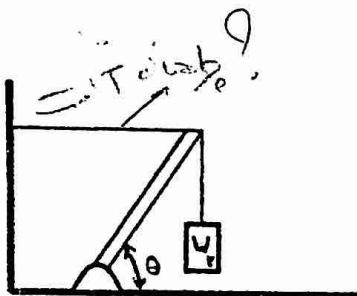
$$\Rightarrow a = \frac{2m_1g - m_2g}{2m_1 + 2m_2 + m_3} \Rightarrow a = \frac{2 \times 9 \times 10 - 3 \times 10}{2 \times 9 + 2 \times 3 + 1} = 6 \frac{m}{s^2}$$

$$T_1 = m_1(g - a) = 9(10 - 6) = 36 \text{ N}, \quad T_2 = m_2(a + g \sin 30^\circ), \quad T_2 = 3(6 + 5) = 33 \text{ N} \quad (\text{ب})$$

تعادل اجسام صلب

۱- در شکل مقابل میله همگنی به طول l و وزن W_1 از یک انتهای به زمین لولا شده است و انتهای دیگر آن بوسیله

یک سیم افقی بسیار نازک و سبکی به دیوار بسته شده و جسمی به وزن W_2 از آن آویزان شده است. اگر راستای

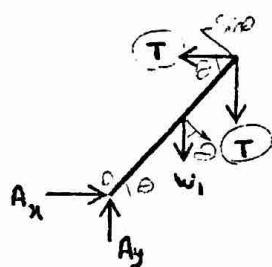


میله با افق زاویه θ بسازد و کل مجموعه در حال تعادل باشد:

الف) نیروی کشش در سیم ها را به دست آورید.

ب) مولفه های افقی و عمودی نیروی که لولا به میله وارد می کند را تعیین کنید.

ج) آیا نیروی لولا در امتداد میله است؟



پاسخ: الف) دیاگرام آزاد به شکل رویروست.

چون وزنه آویزان در حال تعادل است پس $T = W_2$ می باشد.

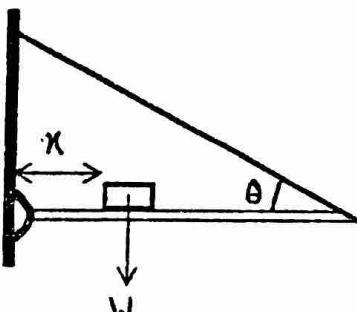
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T = A_x = W_2 , \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow W_1 + W_2 = A_y$$

$$\sum T_A = 0 \Rightarrow W_1 \left(\frac{l}{2} \right) \cos \theta + W_2 (l) \cos \theta = T l \sin \theta \Rightarrow W_1 \frac{\cos \theta}{2} + W_2 \cos \theta = W_2 \sin \theta , \Rightarrow W_1 = \frac{2}{\cos \theta} W_2 (\sin \theta - \cos \theta)$$

$$A_y = W_1 + W_2 = W_2 (1 + 2 \tan \theta - 2) = W_2 (2 \tan \theta - 1) , \quad A_x = W_2$$

$2 \tan \theta - 1$ ب)

$$\frac{A_y}{A_x} = 2 \tan \theta - 1 \neq \tan \theta \quad \text{ج) خیر زیرا:}$$



۲- میله نازکی به طول l با وزنی ناچیز از یک انتهای به یک دیوار قائم لولا

شده است و از انتهای دیگر به وسیله سیم نازکی که با افق زاویه θ

می سازد، به صورت افقی نگه داشته شده است.

وزنه W می تواند روی میله حرکت کند. اگر فاصله وزنه را تا دیوار x بنامیم (مطابق شکل) آنگاه :

الف) کشش T در سیم نازک را به صورت تابعی از x بیان کنید.

ب) مولفه های افقی و قائم نیرویی که از طرف لولا وارد می شود را به دست آورید.

پاسخ : برای تعادل لازم است تا گشتاور حول نقطه A صفر شود. پس :

$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x - T \cos \theta = 0$ ، $\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + T \sin \theta - W = 0$ همچنین داریم :

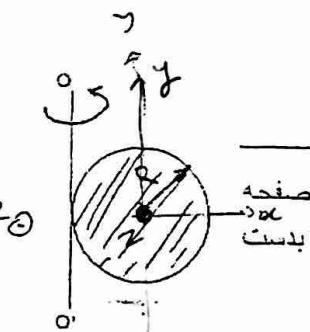
$A_x = T \cos \theta = \frac{Wx}{l \sin \theta} = \frac{Wx}{l \tan \theta}$ ، $A_y = W - T \sin \theta = W - \frac{Wx}{l \sin \theta} \sin \theta = W \left(1 - \frac{x}{l} \right)$ از دو رابطه نخست داریم :

بسه تعالی

امتحان پایان ترم فیزیک عمومی ۱ (۱۳۸۸/۱۰/۱۶)

مدت ۹۰ دقیقه - منع عیت استفاده از تلفن همراه و ماشین حساب

به هیچ سوالی پاسخ داده نمیشود



- ۱- یک قرص (دیسک) همگن بجرم M حول محور 'OO' که مماس بر لبه قرص و در صفحه قرص قرار دارد (مطابق شکل) دوران میکند. لختی دورانی (اینرسی دورانی) را بدست اورید.

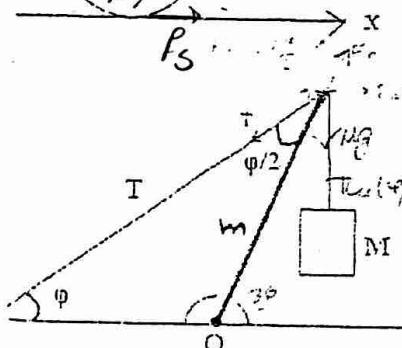
(۲ نمره)

- ۲- نخی بدور یک استوانه همگن به جرم M و شعاع R پیچیده شده است. اگر نیروی ثابت T که با افق زاویه θ میسازد را به نخ (مطابق شکل) اعمال کنیم بطور یکه استوانه با یک حرکت غلتشی روی سطح افقی دارای اصطکاک در جهت مثبت x حرکت کند. شتاب مرکز جرم آنرا بدست اورید.

(۲ نمره)

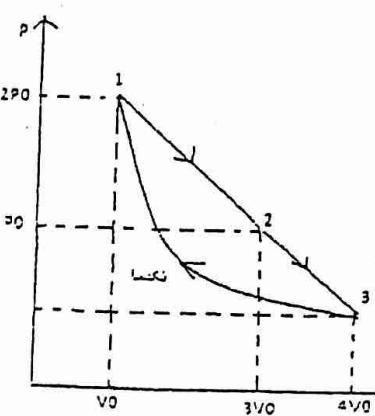
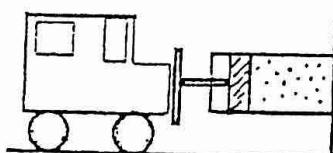
- ۳- دستگاه نشان داده شده در شکل نر حال تعادل است. جسمی به جرم M از انتهای میله یکنواختی به جرم m آویخته شده است. اگر $M = (5/2)m$ باشد (a) نیروی کشش نخ T و (b) مولفه های افقی و عمودی نیرو که از طرف لولا در نقطه O وارد میشود را بدست اورید.

مسابقه سوال
فصل ۱۲



- ۴- گازی دو اتمی در سیلندری به جرم V_1 توسط پیستونی قابل حرکت محبوس است. فشار و دمای اولیه بترتیب P_1 و T_1 در تعادل با محیط است. اتومبیلی در اثر برخورد سریع بطری بی دررو با پیستون آنرا باندازه حجم V_2 ($V_2 < V_1$) بداخل جابجا (منزاقم) میکند. (a) فشار و دمای حاکم پس از برخورد و (b) انرژی جنبشی اتومبیل را بدست اورید.

(۲ نمره)



- ۵- یک مول از یک گاز ایند آل نک اتمی چرخه مطابق شکل را اطی میکند. فرآیند های ۱-۲ و ۲-۳ بصورت خط مستقیم و فرآیند ۳-۱ بصورت تکمی انجام میشود. مطابق است (a) کار مبذوله شده در هر فرآیند با محیط (b) گرمای مبادله شده در هر فرآیند با محیط (c) راندمان چرخه (d) تغیرات آنتروپی در فرآیند ۱-۲ . (۴ نمره)

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{40 \times 370}{40} - \frac{90 \times 70}{40} = 370 \text{ J/K}$$

$$I_x = I_{\text{فرم}}$$

$$I_z \neq I_x + I_y = 2I_y = \frac{1}{2}MR^2 \quad (1)$$

$$\rightarrow I_y = \frac{1}{4}MR^2$$

$$I_{\text{دور}} = I_{\text{فرم}} + MR^2 = (\frac{1}{4}MR^2 + MR^2) =$$

$$= \frac{5}{4}MR^2$$

$$\sum I = I_x, I = \frac{1}{2}MR^2 \quad (2)$$

$$Rf_s - TR = Id = \frac{1}{2}MR^2 \alpha \quad TR - Rf_s = Id \quad \frac{1}{2}MR^2$$

$$a_{cm} = R\alpha$$

$$Rf_s - RT = -\frac{1}{2}MR^2 \frac{\alpha}{R}$$

$$f_s = -\frac{1}{2}ma_{cm} + T$$

$$Ts_0 - \frac{1}{2}ma_{cm} + T = ma_{cm}$$

$$\rightarrow a_{cm} = \frac{2T(1+s_0)}{3M}$$

$$\frac{T(R+Rs_0)}{R} = I_p \frac{a_{cm}}{R}$$

$$\rightarrow a_{cm} = \frac{2}{3} \frac{(1+s_0)}{I_p}$$

$$T = \left(\frac{5}{2}m + m\right)g \sin\beta \quad (3)$$

$$T = \frac{3g \sin\beta}{1-\alpha} = \frac{3g \sin\frac{\pi}{2}\phi}{1-\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

$$F_0 = \left(\frac{5}{2}m + m\right)g + T \sin\frac{\phi}{2}$$

$$P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^Y, \quad T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{Y-1}$$

$$\bar{V} = \frac{P_1 V_1}{(R_m) T_1}$$

$$W_{1,2} = \bar{V} C_{mp} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)$$

$$W_1 = (V_1 - \bar{V}) P_1$$

$$W_{1,2} = W_{1,2} - W_1$$

امتحان پایان ترم فیزیک همومی ۱

۸۶/۴/۷ مورخ

پ. ر

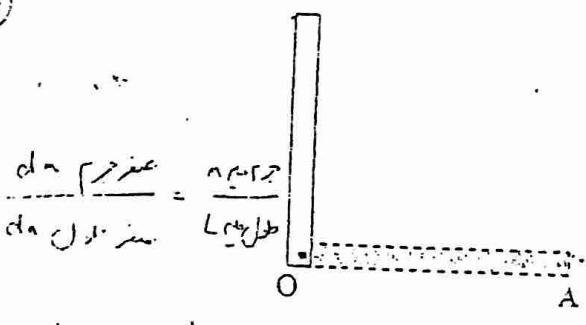
ب) خط کش نازی با پختن جرم یکنواخت به طول L و جرم M

طابق شکل از حالت عمودی حول نقطه O شریع به دوران می‌کند:

الف) اینرسی دورانی این خط کش را حول نقطه O بdest آورید.

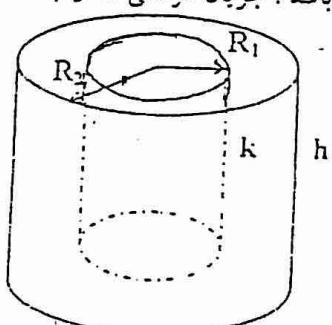
ب) زمانیکه خط کش به وضعت افقی بسرد سرعت نقطه انتیابی

خط کش (A) چقدر است؟



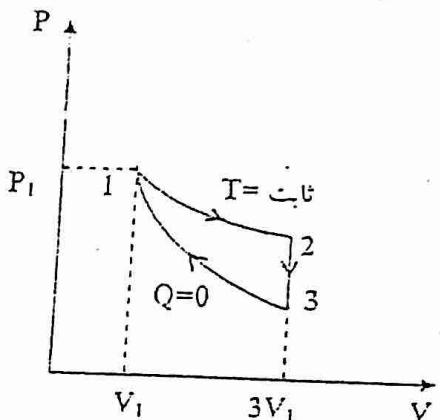
۲۷- ب) استوانه توپر به جرم M که به دور آن طناب بی وزنی پیچیده شده، و به سقف متصل است از حالت سکون رها می‌شود، کش طناب را بدست آورید.

۲۸- یک منبع گرمائی استوانه‌ای شکل با دمای T_1 بوبله عايشی به شعاع داخلی R_1 و شعاع خارجی R_2 و ارتفاع h و ضریب رسانش k مطابق شکل پوشیده شده است اگر دمای محیط خارج T_2 و رسانش پایا باشد. جریان گرمائی H را بدست آورید.



$$P_V = C_R$$

۲۹- یک مول از گازی دو انسی به جرم ملکولی M تحت چرخه زیر قرار مگیرد که در آن $V_2 = 3V_1$ است. برحسب P_1 و T_1 و V_1 و P_1 تعیین کنید:



الف) ارزی داخلی و سرعت جذر مبانگنی مربعی در نقطه تعادلی ۳

ج) مقدار Q در هر سه فرآیند

د) کارکل چرخه

ه) تغییرات ارزی داخلی لانک در هر سه فرآیند

و) تغییرات آنتروپی ΔS در هر سه فرآیند

ز) کارانی چرخه

۳۰- ثابت کنید در یک فرآیند آدیبااتک رابطه ثابت $PV^{\gamma} = \text{const}$ برقرار است.

توجه: ب) هیچ سوالی پاسخ داده نمی‌شود و استفاده از ماشین حساب و موبایل ممنوع می‌باشد.

الف - 1



$$J = I \cdot \omega^2 = \frac{1}{3} m L^2$$

$$I = \frac{1}{3} m L^2$$

$$mg \frac{L}{2} = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad mg \frac{L}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} m L^2 \right) \omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{L}}$$

$$\omega = L \omega = L \sqrt{\frac{3g}{L}} \Rightarrow \omega = \sqrt{3g} L$$

$$mg - T = ma_c$$

$$R\ddot{T} = I\ddot{\alpha} = \frac{1}{2} m R^2 \frac{a_c}{R} \quad T = \frac{1}{2} m a_c$$

$$mg - \frac{1}{2} m a_c = m a_c$$

$$mg = \frac{3}{2} m a_c$$

$$a_c = \frac{2}{3} g$$

$$T = \frac{1}{2} m g$$

$$H = -A \frac{d\ddot{T}}{dx}$$

$$H = -2\pi r h \frac{d\ddot{T}}{dr}$$

$$\frac{H}{2\pi h} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \int_{T_1}^{T_2} d\ddot{T} \quad -\frac{H}{2\pi h} \ln \frac{R_2}{R_1} = T_2 - T_1$$

$$H = \frac{2\pi h (T_1 - T_2)}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$



١، د

$$C_v = \frac{1}{n} \frac{\partial U}{\partial T} = \frac{1}{n} \frac{\partial \cancel{PV}}{\partial T} \frac{5}{2} n R T = \frac{5}{2} R$$

$$C_p = \frac{7}{2} R \quad \gamma = \frac{7}{5}$$

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma = P_2 (3V_1)^\gamma$$

$$P_2 = \frac{P_1}{3}$$

$$\frac{P_3}{T_2} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{3^{-\gamma} P_1}{P_1} = 3^{1-\gamma}$$

$$P_1 V_1^\gamma = P_3 V_3^\gamma = P_3 (3V_1)^\gamma$$

$$P_3 = 3^{-\gamma} P_1$$

٢، ب

$$T_3 = 3^{1-\gamma} T_1$$

$$U_3 = \frac{5}{2} n R T_3 = \frac{5}{2} n R (3^{1-\gamma}) T_1$$

$$U_{rms} = \sqrt{\frac{3}{m} \frac{R}{3} T_3}$$

٤، ج

$$U_{rms} = \sqrt{\frac{3}{m} \frac{R}{3} T_1}$$

$$\frac{1}{2} m U_{rms}^2 = \frac{3}{2} R T_3$$

٤، ج

$$Q_{12} = \int_{V_1}^{3V_1} n R T dV = n R T_1 \ln 3$$

$$Q_{23} = \frac{5}{2} R T_3 (3-1)$$

$$Q_{12} = 0$$

٣، ج

$$J = R T_1 \ln 3 + \frac{5}{2} R T_1 (3-1)$$

$$J_{12} = 0$$

$$\Delta U_{23} = Q_{23} = \frac{5}{2} R T_3 (3-1)$$

$$\Delta U_{31} = -W = -\frac{5}{2} R T_3 (3-1)$$

٣، ج

$$\Delta S_{12} = \frac{Q_{12}}{T_1} = R \ln 3$$

$$\Delta S_{23} = -R \ln 3$$

٣، ج

$$\epsilon = 1 - \frac{5}{2} \frac{(3-1)}{\ln 3}$$

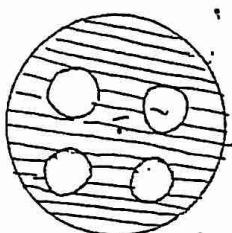
٣، ج

٢، ج

پنجم: ۲ مسأله استاد از شناخت داشتند. سخنچ امیر کبری هنوزی ب استاد از شناخت داشتند.

۱) ثابت کنید که در یک بخش رخورد کشان یک نسبت دو زره به جرم ها $\frac{m_1}{m_2} = \frac{m_2}{m_3}$ برقرار است. بزرگترین جرم دو زره بیش از بزرگترین دو زره باشد. این برای لزدگام قانون دو زره.

۲) - بقطر کمتر از ستان پیشاع R و جرم کل M که دارای چهار گرد و چهار پیشاع $\frac{R}{3}$ باشد در شکل نشان دارد است. اگر فاصله مرد هر چهار گرد از مرد مرکزی استان برابر باشد، نشان دهد که انرژی دورانی چهل حول مرکزی برای استان با $\frac{59}{9} MR^2$ است. این انرژی دورانی کمتر از تردد پیشاع α و جرم m حول مرد آن لازماً برابر باشد.



۳) - به کمی استان گذاشت پیشاع R و جرم M مرد زاده ای اولیه w_0 را در آن را روی سطح افقي رها کنیم. هر یک اصطلاحاً چنین میان سطح استان دارای است. هنگام که این حرکت ایستاده شود سطح افقی خواهد بود: انت) زمان t لازم برای رسیدن استان به حرکت متعارض ب-) سرتخت خلی مرکز جرم استان در لحظه t

۴) - کاراگام فته در جهان یک گول استوار و بد درود گازلر آن را از خود (T_1, P_1, T_2, P_2) بگذشت (T_2, P_2, T_3, P_3) برسیت کرد. جنم ترا ط استانی داشتند و شاید نه بود است آدرید سپر استان رده که مجموع کارهای انجام شده در جهان دو فرآیند با درود سیکل کاریز باشد که کارهای آن ها میان مرد صفر است.

۵) - چهل درود مرد یک گول استوار 27 ساره شده که چهارده زول برای گازلر آن است. همه زانهای زانهای را در زمان t شاید است. بازده این مانند گرمایی را در زمان t داشتند P_1, P_2, P_3, P_4 و شاید نه باشد T_1, T_2, T_3, T_4 . زانهای داشتند t بازده ای داشتند.

۶) - ۲۰۰ گرم آب 30°C را با 300 گرم آب 80°C مخلوط می کنیم. اگر صحیح نباشد ب محیط اطراف عین گرمایی باشد هنگز انتروپی کل را در جهان نگیرد. حقیقتی و در آن را با چندین دوام تبریدنیست. بیان کنید گردازی آب t می باشد.

منطق و سرور می باشد

حل مسئله ایوان پیویس را برای سه جزء

$$V_{CM} = \frac{m_1 V_{1i} + m_2 V_{2i}}{m_1 + m_2} \quad (1) \quad V_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} V_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} V_{2f}$$

$$V_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} V_{1i} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} V_{2i}$$

دوزه: جمجمه و دستگاه زنگین

$$V_{CM} = \frac{m_1 V_{1f} + m_2 V_{2f}}{m_1 + m_2} \quad (2)$$

دستگاه زنگین

با توجه به رابطه $V_{CM} = V_{1f} + V_{2f}$

و سارکون رابطه (1) به دستور آن می شود

برابری استفاده از آن نسبت ایاز حرکت به صورت

$$\tau_i P_i = P_e \quad (2) \quad \text{برای لوزه به صورت} \quad \sqrt{M} (m_1 V_{1i} + m_2 V_{2i}) = m_1 V_{1f} + m_2 V_{2f}$$

$$V_{CM} = V_{CM}$$

با محاسبه نتیجه تابعی از جمجمه و دستگاه

$$\pi R^2 - \pi \left(\frac{R}{3}\right)^2 \times 4 = \frac{5}{9} \pi R^2 \quad M \text{ برابر است} \quad M = \frac{5}{9} \pi R^2$$

$$I_o = I_c + M R^2 = \frac{1}{2} M' R'^2 + M' \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{M}{5} \times \left(\frac{R}{3}\right)^2 + \frac{M}{5} \left(\frac{R}{2}\right)^2$$

$$= \frac{M}{5} \left(\frac{R^2}{18} + \frac{R^2}{4} \right) = \frac{M}{5} \frac{2R^2 + 9R^2}{36} = \frac{11}{180} MR^2$$

$$M + 4 \times \frac{M}{5} = \frac{9}{5} M \quad \text{جهم و کامپریور} \rightarrow \text{کوبون چونه که}$$

نحوی داشته باشد

$$\frac{1}{2} \times \frac{9}{5} MR^2 = I + 4 \times \frac{11}{180} MR^2 \quad \leftarrow \text{باسته از اصول جمجمه}$$

$$\Rightarrow I = \frac{9}{10} MR^2 - \frac{11}{45} MR^2 = MR^2 \left(\frac{81 - 22}{90} \right) = \frac{59}{90} MR^2$$

نیز اصطلاحاً عکس شکل بعثت دست
آنچه ای موز جم دیامتر بدهشود
عن اندریه رئیس موز جم افزایشی V_{cm}
ار لحظه ای که دست علتی رئیس را بله
جی ریگار ببینی $R\omega = V_{cm}$

$$T = R\ell_K = I\alpha \Rightarrow RM_K Mg = \frac{1}{2}MR^2\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2Mg}{R}$$

کتاب زادی از لجه نهاده و بست کافی سفر $\omega = -\frac{2Mg}{R}t + \omega_0$

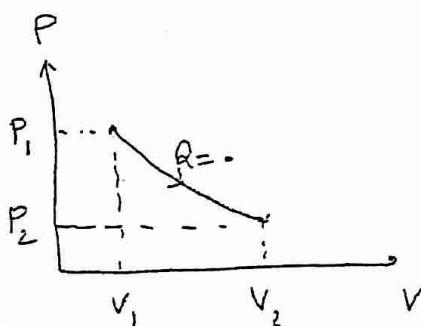
از طبق شیوه ریاضی ای برآورده کردی
آخرین ریس موز جم از سه اصل معرفی شد

$$V_{cm} = \alpha t + V_{cm} = Mg t + 0 = Mg t$$

$$V_{cm} = R\omega \Rightarrow Mg t = -2Mg t + R\omega_0 \Rightarrow t = \frac{R\omega_0}{3Mg}$$

برازشیت زیر خواهد شد دست علتی که ریس موز جم

$$V_{cm} = Mg t = Mg \frac{R\omega_0}{3Mg} = \frac{R\omega_0}{3}$$



$$W = \int_{V_1}^{V_2} P dV$$

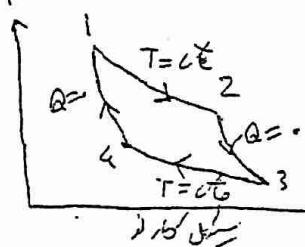
برای کاربرد در درجه حرارتی

$$P = \frac{A}{V^\gamma}$$

$$\therefore PV^\gamma = A$$

$$W_{ad} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{A}{V^\gamma} dV = A \left(\frac{V^{-\gamma+1}}{-\gamma+1} \right)_{V_1}^{V_2} = A \left(\frac{V_2^{-\gamma+1} - V_1^{-\gamma+1}}{1-\gamma} \right)$$

$$= \frac{AV_2^{-\gamma+1} - AV_1^{-\gamma+1}}{1-\gamma} = \frac{P_2V_2^\gamma - P_1V_1^\gamma}{1-\gamma} = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{1-\gamma} = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{\gamma-1}$$



$$W_{23} = \frac{P_2V_2 - P_3V_3}{\gamma-1} \quad W_{41} = \frac{P_4V_4 - P_1V_1}{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow W_{23} + W_{41} = \frac{P_2V_2 - P_3V_3 + P_4V_4 - P_1V_1}{\gamma-1} = 0$$

$$P_1V_1 = P_2V_2 \quad P_3V_3 = P_4V_4$$