

Nome: _____

Todas as questões devem ser justificadas através de cálculos e/ou argumentação.

Utilize resultados estudados na disciplina em todas as questões.

BOA PROVA!!!

Questão 01 (6,0): Considere uma função $y = f(x)$ que satisfaça todas as condições abaixo:

$$f(0) = 0, f(1) = 2, f(-1) = -2, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1, \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -3, \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \infty \text{ e } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$$

Sobre essa função e seu gráfico são feitas algumas afirmativas. Classifique cada uma delas como VERDADEIRA ou FALSA, justificando:

- (a) O gráfico de f tem exatamente três assíntotas, sendo duas horizontais e uma vertical.
- (b) Podemos afirmar que f é uma função contínua em $x = 0$.

Questão 02 (6,0): Em um dia frio de inverno, uma bebida quente é levada para fora de casa, em que a temperatura do ar é -5°C . De acordo com a Lei do Resfriamento de Newton, a temperatura T de uma bebida (em $^{\circ}\text{C}$) nesta situação varia em função do tempo t (em minutos) segundo a função

$$T(t) = -5 + Ae^{-kt}$$

Em que A e k são constantes. Suponha que a bebida ao ser levada para fora de casa seja 80°C , e que 20 minutos depois seja 25°C .

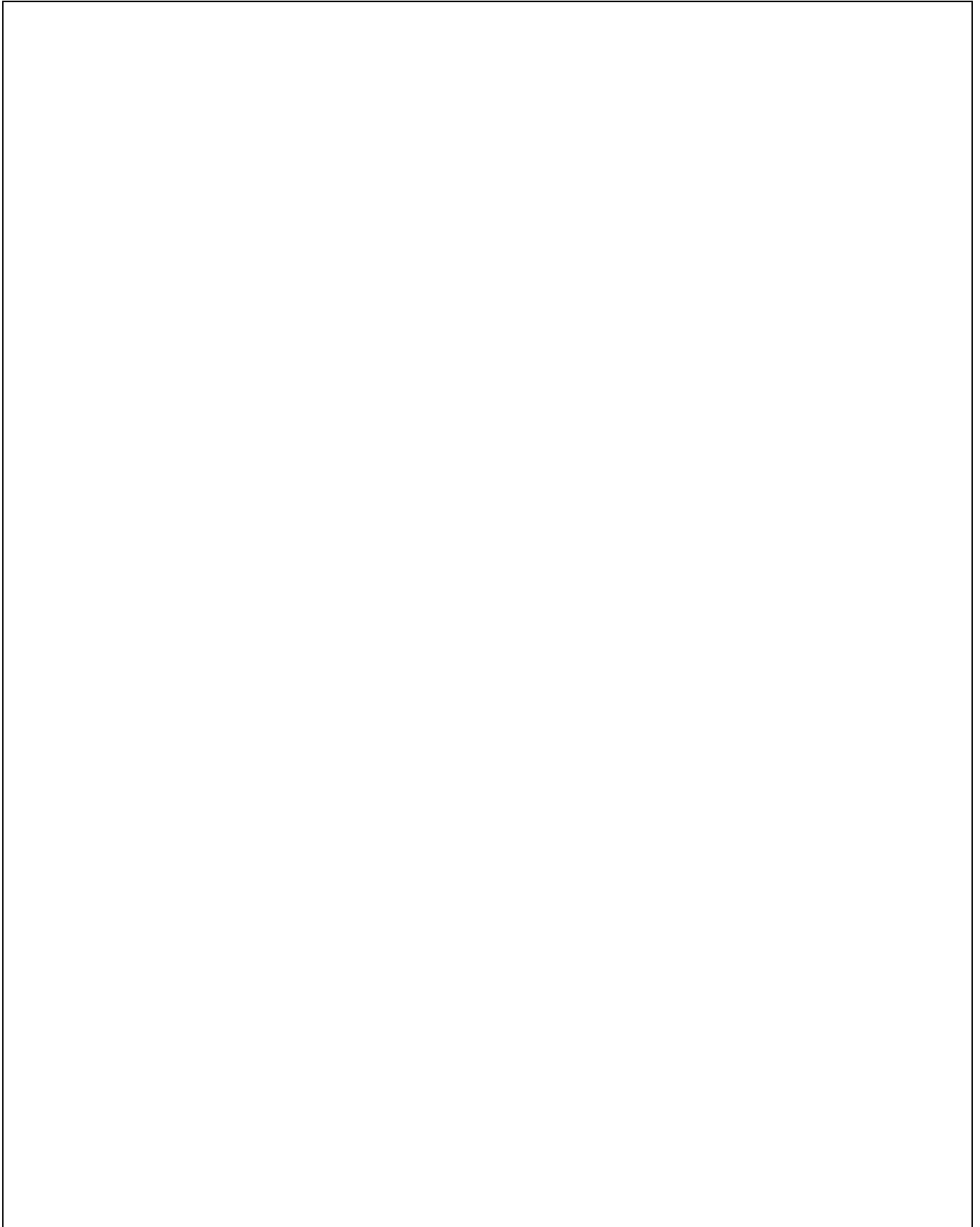
- (a) Usando as informações fornecidas, encontre os valores das constantes A e k .
- (b) Calcule a temperatura da bebida após meia hora.
- (c) Calcule em que instante a temperatura chega a 0°C .

Questão 03 (6,0): Encontre os valores das constantes a e b para que a função definida por

$$g(x) = \begin{cases} (a - b)\cos(2x) & \text{se } x > 0 \\ be^x - a \operatorname{sen}(3x) & \text{se } x < 0 \\ 5 & \text{se } x = 0 \end{cases} \quad \text{seja contínua em } x = 0.$$

Questão 04 (6,0): Uma pessoa na margem de um rio vê, sob um ângulo de $\frac{\pi}{3}$ rad, o topo de uma torre na margem oposta. Quando ela se afasta 40 metros perpendicularmente à margem do rio, este ângulo passa a ser de $\frac{\pi}{6}$ rad.

- (a) Faça um esboço que represente esta situação.
(b) Calcule a largura do rio e a altura da torre.



Questão 05 (6,0): Verifique (usando conceitos estudados em C1) que no ponto em que $x = 1$ na parábola de equação $y = x - x^2$ a reta tangente é paralela à reta que passa pelos pontos $(0,0)$ e $(2,-2)$.