Morfología matemática: dilatación, erosión, apertura, cerradura y obtención de bordes

Walter Alejandro Moreno Ramírez
Departamento de Estudios Multidisciplinarios
Universidad de Guanajuato
Yuriria, Guanajuato
Correo: wa.morenoramirez@ugto.mx

***Abstract*—This article describes what is the meaning of mathematical morphology, the diferent methods that we can applied over an image like dilatation, erosion, opening and closing. Beside of obtain the image borders, as well as its posible applications.**

***Index Terms*—Pixel, morfología, conjuntos, subconjuntos, dilatación, erosión, apertura, cerradura, bordes, función, C++, OpenCV.**

I. Introducción

La morfología matemática, del griego "morfos": forma y "logos": estudio, estudia la generación y las propiedades de las formas cuya descripción básica se basa en la teoría de conjuntos. Donde cada objeto de la imagen es un conjunto en la morfología matemática.

Al realizar una transformación morfológica elemental sobre una imagen se extraen estructuras geométricas en los conjuntos sobre los que se opera, mediante la utilización de otro conjunto de forma conocida denominado elemento estructurante. El tamaño y la forma de este elemento se escoge, a priori, de acuerdo a la morfología del conjunto sobre el que se va a interaccionar y de acuerdo a la extracción de formas que se desean obtener. La forma del elemento estructurante puede ser una figura geométrica plana como un círculo o un polígono regular o irregular, cualquier otra figura plana o una imagen también puede ser utilizada como elemento estructurante. En la Figura 1. se muestran algunos ejemplos de formas que se pueden utilizar como elemento estructurante.

Figura 1. Ejemplos de formas básicas y compuestas de elementos estructurantes.

Sobre cada objeto de la imagen se pueden realizar operaciones lógicas como **NOT**, **AND**, **OR** y **XOR**. Los objetos de una imagen al ser considerado un conjunto en la morfología matemática, las operaciones lógicas sobre una imagen tiene una semejanza con las operaciones de conjuntos, las cuales son:

- $A + B \rightarrow A \cup B$ (unión)
- $A \cdot B \rightarrow A \cap B$ (intersección)
- $A \oplus B \rightarrow A \Delta B$ (diferencia simétrica)
- $\bar{A} \rightarrow A^c$ (complemento)

Utilizando el lenguaje de conjuntos, se definen dos operaciones nombradas **dilatación** y **erosión**.

Dilatación:
Considerando A y B como conjuntos en Z^2. La dilatación de A por B esta denotada por $A \oplus B$ y se define por la Ecuación 1.

$$A \oplus B = \{z|(\bar{B})_z \cup A \neq 0\} \tag{1}$$

La dilatación es el resultado de comprobar si el centro del elemento estructurante B coincide con uno o mas puntos del conjunto A. Cuando no ocurre, la imagen o conjunto A es un conjunto vacío.

Erosión:
Consideramos A y B como conjuntos en Z^2. La erosión de A por B denotada como $A \ominus B$ está definida por la Ecuación 2.

$$A \ominus B = \{z|(\bar{B})_z \subseteq A\} \tag{2}$$

La transformación de erosión es el resultado de comprobar si el elemento estructurante B está totalmente incluido dentro del conjunto A. Cuando esto no ocurre, el resultado de la erosión es el conjunto vacío.

Una vez definidas las transformaciones básicas de la morfología matemática, se pueden utilizan combinando las operaciones, lo que da como resultado dos nuevas transformaciones llamadas **apertura** y **cerradura**

Apertura:
Se aplica la transformación de **erosión** seguida de una **dilatación**, denotada por la Ecuación 3.

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B \tag{3}$$

Al realizar esta transformación se obtiene distintos cambios en la imagen, los cuales son:

- Suaviza los contornos de un objetos.
- Rompe istmos delgados
- Elimina salientes delgadas

Cerradura:
Se aplica la transformación de **dilatación** seguida de una **erosión** y se denota con la Ecuación 4.

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B \tag{4}$$

Como resultado de aplicar la transformación de **cerradura** son:

- Suaviza
- Fusiona biscontinuidades
- Elimina agujeros pequenõs
- Rellena huecos en el cotorno

Extracción de bordes Utilizando diferentes operaciones u orden de las mismas se pueden realizar distintos cambios en una imagen.
Para obtener los bordes de una imagen se puede realizar la operación denotada en la Figura 5.

$$\beta(A) = A - (A \ominus B) \tag{5}$$

II. Metodología

Para cada transformación y la obtención de los bordes se han creado una función. Las funciones para la dilatación y la erosión tienen como argumentos la imagen de entrada y el elemento estructurante, a su vez, retornan un objeto de tipo **Mat**.
Se hizo de esta manera para poder utilizarlas en posteriores transformaciones como para la apertura y la cerradura, donde se utilizan ambas transformaciones pero en un orden diferente.

Para obtener la dilatación de la imagen se debe comprobar que el centro del elemento estructurante coincide en su intensidad de gris con un pixel de la imagen. Si ambos valores coinciden se procede a dibujar el elemento estructurante sobre la imagen, tomando como centro del elemento estructurante el mismo pixel de la imagen.

```
    para i=0 hasta rows
    para j=0 hasta cols
        si image(i,j) == cElement
            para ni=i-centeri hasta ni<=i+centeri
            para nj=j-centerj hasta nj<=j+centerj
                newImage(ni,nj) = 0;
            fin para
            fin para
        fin si
    fin para
    fin para
retorna newImage
```

Figura 2. Pseudocódigo para aplicar la transformación de dilatación.

De acuerdo al pseudocódigo de la Figura 2. con los dos primeros bucles anidados se recorre la imagen completa buscando el pixel del mismo tono de gris que el centro del elemento estructurante. Cuando dicho pixel es encontrado se ponen a 0 los píxeles vecinos del pixel central, se toma el rango del vecindario de las mismas dimensiones que el elemento estructurante. Para ellos se usan otros dos bucles anidados que comienzan posicionandose en la esquina superior izquierda del vecindario, y con los mismo bucles se recorre cada elemento del vecindario cambiando su valor a 0. Al final se retorna la imagen resultante para aplicarla en otras transformaciones.

Para realizar la erosión de una imagen nos podemos basar en el pseudocódigo de la transformación de dilatación, cambiando unicamente la manera en que cambiamos los valores a la vecindad del pixel central. Debido a que en la erosión, el elemento estructurante debe ser un subconjunto de la figura a erosionar y, que de ser cumplirse esa condición únicamente se debe cambiar o mantener el valor del pixel centra. Esto tendrá como resultado la disminusión del tamaño de las formas contenidas en la imagen.

Para obtener las transformaciones de **apertura** y **cerradura** se crearon dos funciones individuales, que tienen como argumentos la imagen de entrada y el elemento estructurante pero no retornan algún valor u objeto ya que dentro de la misma función se muestran los resultados utilizando la función **plot** que solamente se creo para dicha acción. Dentro se llaman las funciones de **erosión** y **dilatación**, dentro de sus propios argumentos se llamar las mismas funciones, ya sea dilatación para la función de erosión o viceversa. Al final se llama la función **plot** para mostrar los resultados.

Si queremos obtener los bordes de una imagen se creo su función individual. Dicha función como argumentos recibe la imagen de entrada y el elemento estructurante, como las demás funciones, pero no retorna algún valor u objeto, realizando la acción de mostrar los resultados dentro de la función misma.

III. Resultados

Para realizar las pruebas se utilizaron como imagen base el resultado de la práctica anterior, la binarización de la imagen de unas monedas, y un elemento estructurante con forma de un cuadrado de 15x15 píxeles, tal como se muestran en la Figura 3.

Figura 3. La imagen de prueba es el resultado de la práctica 5. El elemento estrucutrante no está a escala, sólo es para mostrar su forma.

Como resultado de la transformación de dilatación el resultado esperado será eliminar los puntos blancos dentro de los objetos negros(monedas), siendo el resultado el mostrado en la Figura 4. Podemos observar que además de cubrir los huecos o puntos blancos dentro de las monedas, también se aumento del tamanõ de las mismas debido a las dimensiones y forma del elemento estructurante.

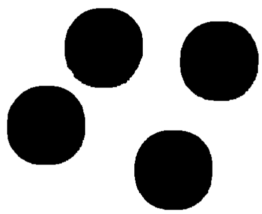

Figura 4. Resultado al aplicar la dilatación a la imagen de las monedas.

El resultado de aplicar la erosión sobre la imagen de las monedas se puede ver en la Figura 5.

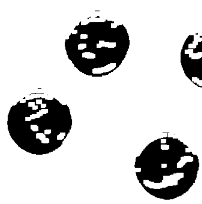

Figura 5. Resultado al aplicar la erosión a la imagen de las monedas.

Cuando aplicamos primero la erosión y enseguida la dilatación a la imagen de las monedas que se muestra en la Figura 6. De la misma manera, si aplicamos primero la dilatación y enseguida la erosión el resultado es el que se ve en la Figura 7.

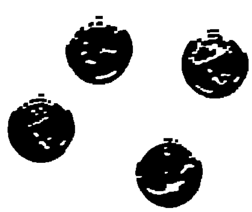

Figura 6. Resultado de aplicar la operación de apertura a la imagen de las monedas.

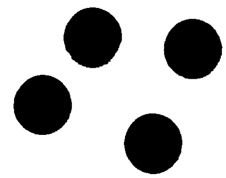

Figura 7. Resultado de aplicar la operación de cerradura a la imagen de las monedas.

Cuando hacemos la diferencia entre la imagen original menos la erosión de la imagen obtenemos los bordes, en este caso, los bordes de la imagen de las monedas se muestra en la Figura 8. Para esta transformación es necesario cambiar el elemento estructurante a un cuadrado de 3x3 pixeles.

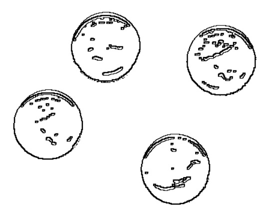

Figura 8. Resultado de aplicar la operación para obtener los bordes de la imagen de las monedas.

IV. CONCLUCIONES

Las transformaciones de dilatación y erosión tienen muchas aplicaciones, tanto individuales como en conjunto. Un punto sumamente importante es que el resultado de aplicar las trasnformaciones no sólo depende de las mismas operaciones, los resultados son muy dependientes de la forma del elemento estructurante, se debe elegir una forma “ideal” para cada imagen ya que no siempre pueden darse los resultados deseados con una forma en común.