

Sensorik

Ein Sensor ist ein technisches Bauteil, das die physikalischen oder chemischen Eigenschaften erfassen und in ein elektronisches oder ein anderes geeignetes Signal umwandeln kann. Man unterscheidet zwischen aktiven und passiven Sensoren

- Aktiv** gibt Spannung/Strom ab, wobei er für Funktion Energie benötigt/umwandelt. wirkt wie elektrische Signalquelle
- Passiv** ändert elektrische Größen (z.B. Widerstand) ohne Energiezufuhr von außen

Auflösung von Sensoren:

- temporal** Zeitabstand zwischen Messungen (z.B. Aktionspotentiale)
- spektral** Abstand von Spektrallinien (z.B. Wärmebildkamera)
- räumlich** räumlicher Abstand (z.B. EEG, Ultraschall)
- ... Kombinationen (z.B. spatialtemporale Auflösung in Frequenzband)

Klassifikation nach Messgröße:

- Physikalisch** Kraft, Druck, Moment, Durchfluss
- Elektrizität** Potential, Strom, Impedanz
- Magnetismus** Fluss, Induktion
- Optik/Licht** spektrale Dämpfung, Extinktion
- Chemisch** Partialdruck von Gasen, Zucker, Hämoglobin
- Akustik** Herzschalltöne, Atmung
- Temperatur** Körpertemperatur

Druck, Dehnung und Kraft

Dehnmessstreifen (DMS)

- Messprinzip: Dehnungsabhängiger Widerstand
- Realisierung: Widerstandsdrähte/Halbleiter Gitter auf Träger
- Messbare Größen: Kraft, Druck, Moment
- Anwendung: Atmungsdagnostik, Fahrradergometer

Signaleigenschaften

- passiver Sensor - thermisches und/oder Halbleiter-Rauschen
- empfindlich gegen NF-elektrische/magnetische und HF-elektromagnetische Felder
- temperaturenhängig sind vor allem Halbleiter
- Übertragungseigenschaften abhängig von der Sensorskopplung
- Signaldynamik abhängig von Masse und Technologie

Grundlage ist der piezoresistive Widerstandeffekt

- $R = \rho \frac{l}{A} = \rho \frac{4l}{d^2 \pi}$, ρ Widerstand, l Länge, d Durchmesser
- $R + \delta R = (\rho + \delta \rho) \frac{4(l + \delta l)}{(d - \delta d)^2 \pi}$
- davon ist $(l + \delta l)$ relevant für die Dehnungsmessung
- Temp. linear abhängig von spez. Widerstand
- nicht linear abhängig von mechanischen Änderungen
- $\frac{\delta R}{R} = k \frac{\delta l}{l} = k * \epsilon$, ϵ -relative Dehnung
- $\epsilon = \frac{F}{EA}$, $F = \frac{\delta R}{R} * \frac{EA}{k}$, E-Elastizitätsmodul

Messverfahren: Widerstandsmessung mit Brückenschaltung

- Wheatstone'sche Brücke: $U_A \rightarrow 0|_R \Rightarrow \frac{R_x}{R_V} = \frac{R_2}{R_1}$
- $R_X = R_V \frac{R_2}{R_1}$
- Empfindlichkeit der Messanordnung höher als bei reinen Strom/Spannungsmessung
- Temperaturkompensation möglich
- Starkes Messsignal sinnvoll wegen Störungen vom Netz und Leitungen

Folien-DMS:

- Widerstandsdrähte mit ca $20\mu m$ Durchmesser oder Halbleiter
- Träger Acrylharz, Epoxyharz, Polyamid
- Dehnungsmessrosette: Messung in drei Richtungen

Bei massebezogener Messung - auch Single-End genannt - werden die Störungen direkt dem Messsignal überlagert, so dass später eine Trennung ohne aufwendige Signalverarbeitung kaum möglich ist. Ein großer Teil der Netzstörung bilden die elektrostatischen Felder, die Gleichtaktcharakter haben. Diese lassen sich durch Differenzbildung (Wheatstonesche Brücke) zum Teil eliminieren.

Durchfluss, Volumen

Massendurchfluss

- $m = \frac{dm}{dt}$
- $[m] = \frac{kg}{s}$
- industriell relevant z.B. Kraftstoff, Luftverbrauch im Motor

Volumendurchfluss

- $\dot{V} = \frac{dV}{dt}$
- $[\dot{V}] = \frac{m^3}{h}; \frac{l}{min}$
- wichtige Messgröße: Blutfluss, Atmung, Gastrointestinalapparat

Bei bekannter durchflossener Fläche wird der Volumenfluss über die Geschwindigkeitsmessung ermittelt

- $\dot{V} = \frac{dV}{dt} = \frac{A * dl}{dt} = A * v$
- Reale Verteilung der Geschwindigkeit ist Parabel
- Gemessene Geschwindigkeit ist die mittlere Geschwindigkeit

Druckdifferentiomessung nach Gesetz von Hagen-Poiseuille

- $\dot{V} = \frac{dV}{dt} \frac{\pi d^4}{128\mu} * \frac{\delta p}{l}$
- d : Durchmesser Kapillare, l : Länge der Kapillare,
- $\delta p = p_A - p_B$: Druckdifferenz über Kapillare, μ - Viskosität

Anwendung in der Medizintechnik

- Messung aller vitalen Lungenvolumina
- Messung des Blutflusses

Nachteile des Messprinzips von Hagen-Poiseuille

- zusätzlicher Strömungswiderstand verfälscht das Ergebnis
- bei Temperaturunterschieden Kapillaren Tröpfchenbildung
- geringer Dynamikbereich (1:10)
- niedrige Messgenauigkeit wegen Turbulenzen an Kapillarenden
- direkter Kontakt mit Medium nötig

Ultraschall-Geschwindigkeitsmessung nach dem Laufzeitverfahren

- $v = \frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2} * \frac{L}{2 \cos \alpha}$
- v - mittlere Strömungsgeschwindigkeit des Mediums
- T_1 - Laufzeit mit der Strömung
- T_2 - Laufzeit gegen die Strömung
- L : Pfadlänge, α : Winkel Strömung-Pfad
- Vorteile
 - kein Kontakt mit dem Medium, insbesondere Blutbahnen
 - Installation und Messung ohne Unterbrechung des Flusses

- Nachteile
 - invasive Methode, da Blutgefäß freigelegt werden muss
 - Ungenauigkeit wegen der Verformung der Blutgefäße
- Signaleigenschaften
 - verrauscht wegen Streuung im Medium, Sensorrauschen
 - Echo statisch verteilt wegen Geschwindigkeitsprofil

Ultraschall-Geschwindigkeitsmessung nach dem Dopplerverfahren

- $f_D = f \frac{c}{c - v} \Rightarrow v = c \frac{f - f_D}{f_D}$
- c - Ausbreitungsgeschwindigkeit
- f - Originalfrequenz Signalquelle
- f_D - gemessene Frequenz
- v - Geschwindigkeit Signalquelle
- Anm: Feste Blutbestandteile (Blutkörperchen) reflektieren die Schallwellen und sind somit für den Ultraschall-Empfänger bewegte Signalquellen

signalanalytisch relevante Eigenschaften

- Flussgeschwindigkeit ungleichmäßig verteilt
- im technischen Bereich konstruktiv beherrschbar
- im medizinischen Bereich kein Einfluss auf die Gefäße, daher relativ ungenaue Messung der mittleren Geschwindigkeit

Optische Sensoren

Kaltlichtquelle Endoskopie; bläuliches Tageslicht wegen Farbtreue

Diagnostische Laser Ophthalmologie, Urologie, Dermatologie

Leuchtdioden Photoplethysmographie (Pulsoximetrie)

Röntgen-/Gamma-/UV-/IR-Strahler diagnostische Bildgebung

Inspektionslicht in der HNO (Halogenstrahler)

Signalanalytisch wichtige Eigenschaften

Temperaturstrahler sind träge, daher statisches, konstantes Licht

Halbleiter (Leuchtdioden) Laser/Leuchtstoffröhren sind Gepulst

Optische Sensoren

Phototransistor in Flachbilddetektoren der Radiologie

Kamerachips in den Endoskopen

Szintillatoren in Gamma-Kameras

Photovervielfacher (SEV) in Laser-Fluoreszenzsystemen

Sensoreigenschaften

- starkes Eigenrauschen, typisch für Halbleiter, „Dunkelstrom“
- hohe Temperaturabhängigkeit, ist materialbedingt
- ungünstige Dynamikeigenschaften, Nachleuchten durch Trägheit
- lange Impulsantwort
- nicht invasiv, daher patientenfreundlich

Pulsoxymetrie: Signal am Photodetektor

- Multiplex bzw. sequentielle Abtastung
- Störung durch Rauschen und Umgebungslicht
- Nutzsignal im unteren Prozentbereich des Signals

Signal am Demultiplexer

- DC ca 95-98%
- AC nach DC Subtraktion verstärkt

Akustische Sensoren

Physiologischer Schall liegt im hörbaren Bereich. Konventionelle Mikrophontechnik mit spezifischer Signalverarbeitung

- Verstärkung im tieffrequenten Bereich mit linearer Phase
- Richtcharakteristik umschaltbar bzw. einstellbar
- spektrale Filterung für typische Geräusche, wie Herzkloppen
- Merkmalserkennung in computerbasiertter Auswertung
- Mustererkennung typischer pathologisch bedingter Geräusche

Ultraschall Methoden

CW (Continuous Wave) keine Tiefeninformation, Information über Dopplerfrequenz mit hoher Variationsbreite, stochastischer Charakter mit viel Rauschen

PW (pulsed Wave) Auflösung von der Signalverarbeitung abhängig, physikalische Grenzen erreicht

Doppler-Technologie CW/PW vereint, Summe aller Vor- und Nachteile

Sensoren für elektrische Größen

Elektrochemische Grundlagen

- Mensch produziert elektrische Signale, keine Umwandlung der Energieform notwendig
- Mensch ist Volumenleiter 2. Art - Elektrolyt oder Ionenleiter
- Messsystem mit metallischen Leitern aufgebaut - Leiter 1. Art, Elektronenleiter
- Schnittstelle notwendig → Elektrode
 - $MM \leftrightarrow mM^+ + me^-$
 - $K_k A_a \leftrightarrow kK^+ + aA^-$
 - ←: Reduktion; →: Oxidation
 - Dynamisches Gleichgewicht an den Phasengrenzen
- an Phasengrenze der Leiterrtypen Raumladungszone
- freie Elektronen im Metall und Kationen des Elektrolyts bilden Doppelschicht
- je nach chemischer Zusammensetzung des Elektrolyts und des Metalls unterschiedlich starke chemische Reaktionen

Elektroden der Diagnostik

- aus signalanalytischer Sicht: Eingangsdaten
- aus messtechnischer Sicht: Systemeingang

Ziele

- geringe Elektrodenspannung
- geringer Drift der Elektrodenspannung
- geringes Eigenrauschen

Realisierbarkeit

- Spannung durch Materialwahl (AgAgCl)
- Drift physiologisch bedingt, daher kaum beeinflussbar
- Eigenrauschen: Materialwahl und Technologie

Praktikabilität Elektroden

- EMG: Nadelform, aus Edelmetall, schlechte Signaleigenschaften, große Impedanz, kapazitives Verhalten, hohe Elektrodenspannung
- EKG: große Fläche, AgAgCl, niedrige Impedanz, tiefrequent, niedrige Elektrodenspannung

Elektroden der Therapie

- aus signalanalytischer Sicht: Ausgangsdaten
- aus messtechnischer Sicht: Systemausgang

Ziele

- geringe Impedanz
- geringer Drift der Impedanz
- Langzeitstabilität

Realisierbarkeit

- Impedanz durch Materialwahl (beschichtet Cu)
- Drift physiologisch bedingt
- Stabilität durch Materialwahl und Technologie

Sensoren für magnetische Größen

- vergleich mit natürlichen Erdfeld
- Störend technische M.Felder, z.B. Stromversorgungsnetz

1. stärkstes Biosignal (MKG) 6 Dekaden unter Erdfeld (120dB)

2. MEG -7 Dekaden oder 140dB,

3. evozierte Felder -8 Dekaden oder 160dB

• $10^0 T$: MR-Tomographie-Magnete

• $10^{-5} T$: Erdfeld

• $10^{-6} T$: Zivilisationsfelder (Rauschen)

• $10^{-15} T$: SQUID System Rauschen

Biomagnetische Signale sind sehr schwach ($\text{SNR} < -120 \text{ dB}$). Mehrere Maßnahmen zur SNR-Anhebung notwendig

- Abschirmung des Messkreises gegen Störfelder
- Ausnutzung der Feldeigenschaften - Gradiometer
- Spezialtechnologie der Signalverstärker - SQUID

Gradiometer

- Störfelder ferne Quellen, Biologische Strukturen nahe Quellen
- ferne Quellen produzieren annähernd homogenes Feld
- nahe Quellen produzieren inhomogenes Feld
- Gradiometer 1./2. räumliche Ableitung, dadurch homogenes Störfeld unterdrücken

Supraleitende Quanteninterferenzgerät (SQUID)

- aus zwei Supraleitern, durch dünne Isolierschichten getrennt und bildet zwei parallele Josephson-Kontakte
- erkennt unglaublich kleine Magnetfelder
- zur Messung der Magnetfelder in Mäusehirnen verwendet

Verstärkung und analoge Filterung

Entstehung der Biosignale, biologische Signalquellen

- Neuronausgang: Axon, Aktionspotentiale
- Neuroneingang: Synapsen, exzitatorische/inhibitorische postsynaptische Potentiale
- Sensorisches System deutlich komplexer
- Signalanalytisches Grundelement ist Aktionspotential (AP)

EEG in fünf Bereiche unterteilt:

- 0-4 Hz: Delta
- 4-7 Hz: Theta
- 8-13 Hz: Alpha
- 13-30 Hz: Beta
- ≥ 30 Hz: Gamma

Biologische und technische Störquellen

- (quasi-)periodisch: geringes Problem, spektrale Filter
- transient: unbekannter, einmaliger, nicht reproduzierbarer Verlauf

periodische	transiente
öffentliches Stromversorgungsnetz Straßenbahn Rotierende Maschinen Kommunikationsnetze	Spannungsspitzen im Netz Bewegungen im Messbereich Schaltvorgänge Lastschwankungen

Störquellen

- periodische Netzstörung im 50Hz Bereich → digitaler Filter
- transiente Bewegungsartefakte → langsame A. durch Hochpass
 - Maximal $f_{0,01} = 0,5 \text{ Hz}$ Patienten-Monitor EKG
 - Maximal $f_{0,02} = 0,05 \text{ Hz}$ Diagnostischer Monitor bei EKG
- Biologische Störquellen lassen sich nicht abschalten/kaum unterdrücken

Ob Biosignal gewollt oder Störung, ist von Messaufgabe abhängig:

- soll das EKG gemessen werden, ist das EMG eine Störung
- soll das EEG gemessen werden, ist das EKG eine Störung
- soll das EOG gemessen werden, ist das EEG eine Störung

Eigenschaften technischer Störungen

periodische Störungen	transiente Störungen
NF-magnetische Felder nicht eliminierbar durch Schirmung, erzeugen Differenzspannung	kaum eliminierbar, Signalform unbekannt/nicht reproduzierbar
NF-elektrische Felder gut beherrschbar, erzeugen Gleichtaktstörungen	bestenfalls Detektion möglich, Messdaten nicht korrigierbar
HF-Felder immer mehr vorhanden (Kommunikation), Abschirmung unwirtschaftlich	

Eigenschaften biologischer Störungen

- Spektral alle Biosignale im selben Band (0-100Hz)
- Nichtlineare Verkopplung der Biosignale verhindern Trennung mit herkömmlichen Methoden
- Kein Biosignal deterministisch und reproduzierbar
- Transiente/apperiodische, instationäre Biosignale nicht qualifizierbar
- Trennung kaum möglich, bestenfalls Reduktion (z.B. Abschwächung)
- Problem: funktionelle Verkopplung/Überlagerung im Mensch

Medizinische Messverstärker

Messverstärker Anforderungen

- Linearität im Arbeitsbereich
 - statische Linearität des Verstärkers
 - statische Beziehung zw Aus-/Eingangsspannung
- Linearer Phasenfrequenzgang
 - Erhaltung der Signalform bei Verstärkung
- Geringes Eigenrauschen des Messverstärkers
 - Hohe Gleichtaktunterdrückung, nicht unter 100dB
 - Übersteuerungsfestigkeit (100V Defi, 100W HF-Leistung)

Arbeitsbereich

- Pegel der Biosignale gut bekannt
- EKG zwischen -5 und +5 mV
- Reserve bis Begrenzung ungefähr 50% des Arbeitsbereichs

Eigenrauschen

- Halbleiterrauschen bei 10Hz weißes (Widerstands-) Rauschen
- Schaltungsentwurf auf minimierung des Rauschens beschränken
- Auswahl an guten Halbleitern sehr begrenzt
- Herstellerangaben teils beschönigt

Frequenzgang

- Linearer Phasenfrequenzgang: Keine Formverzerrung
- Signalform darf nicht verfälscht werden
- deshalb Gruppenlaufzeit konstant $d(f) = const.$
- Phasenfrequenzgang: $\phi(f) = \int d(f)df = \varphi_0 * f$

Differenzverstärker

Vollkommene Symmetrie (DV und Signalanbindung)

- Störsignale an Eingängen Phasen/Pegel-gleich → Gleichtaktsignal
- Signalquelle erzeugt Differenzspannung
- Verstärker ist ideal symmetrisch (identische Transistoren/R)
- Einkopplung der Gleichtaktstörung idel symmetrisch über R

Symmetrie im DV, asymmetrische (realistische) Signalanbindung

- Einkopplung der Gleichtaktstörung immer unsymmetrisch
- unmöglich, im Messkreis Symmetrie herzustellen
- Gleichtaktanteil der Störung unterdrückt aber zur Differenz gewordene Anteil am Ausgang besteht

Differenz- und Gleichtaktverhalten

- $SNR_{in} = \frac{U_{d_i,n}}{U_{g_i,n}} = \frac{1mV}{10V} = 10^{-4} \approx -80dB$
- V_g : Gleichtaktstörung (Netz)
- V_d : Nutzsignal (EKG)
- meistens als integrierte analoge Schaltungen mit OPVs eingesetzt
- Ausgang massefrei, daher zweite Stufe zur Differenzbildung (IC3) zu Ausgang massebezogene Spannung
- Anordnung ist Instrumentationsverstärker (instrumentation amplifier)
- Eingang (realistisch) Signapegel von 1mV (EKG), Netzstörung 10V, SNR sehr niedrig, -80dB
- $CMRR = \frac{U_{d_o,ut}}{U_{g_o,ut}} * \frac{U_{g_i,n}}{U_{d_i,n}} = \frac{200mV}{20mV} * \frac{10V}{1mV} = 10^5 \approx 100dB$
- CMRR: Common-Mode Rejection Ratio, Gleichtaktunterdrückung mit Ausgangssignal des Verstärkers Spektralanalyse
- Netzstörung am Ausgang 20mV, gewünschte Signal 200mV, SNR am Ausgang ist 10/20dB

Instrumentationsverstärker (V)

ein mehrstufiger Verstärker, von dem in der medizinischen Messtechnik ein hoher Eingangswiderstand (besser als 100 MΩ) und eine hohe CMRR (besser 100dB) gefordert wird

Mehrstufiger Verstärker

- erste Stufe ist Eingangs-Differenzverstärker mit massefreiem Ausgang
- zweite Stufe verstärkt zusätzlich und bezieht die verstärkte Spannung auf Masse, so dass am Ausgang massebezogene, verstärkte Eingangsdifferenz vorliegt
- $V1: u_{ad} = A * u_{ed} + B * u_{eg}, u_{ag} = C * u_{eg} + D + u_{ed}$,
 - $A/B = F$: Diskriminationsfaktor
 - $A/C = H$: Rejektionsfaktor
- $V2: u_a = V_d u_{ed} + \frac{V_d}{CMR} u_{eg} = V_d (A u_{ed} + \frac{A}{F} u_{eg}) + \frac{V_d}{CMR} \frac{A}{H} u_{eg}$
 - $u_a|_{u_{ed}=0} = V_d A (\frac{1}{F} + \frac{1}{CMR \cdot H}) u_{eg}$
 - die gesamt-Gleichtaktunterdrückung eines mehrstufigen Verstärkers ist abhängig im Wesentlichen von der ersten (Eingangs-) Stufe

Hoher Eingangswiderstand

- $R_{ed}^{(1)} = 2R_D + R_C \approx 2R_D$
- $R_{ed}^{(2)} = R_1 + R_3 \ll R_D$
- Eingangswiderstand der zweiten Stufe für Biosignale viel zu niedrig
- zusätzliche Stufe mit hohem Eingangswiderstand notwendig zur Verstärkung

Hohe Gleichtaktunterdrückung

- Gute Eigenschaften nur mit integrierter Technologie und getrimmten Widerständen erreichbar
- bis auf einige speziellen Ausnahmen ausschließlich integrierte IV eingesetzt

Isolationsverstärker

- aus Sicherheitsgründen bzw. wegen zu hoher Spannungen
- Messkreis von Umgebung galvanisch zu trennen
- also bezugsfrei schweben zu lassen (floating circuit)

Funktionsprinzip

- alle Signalverbindungen und Stromversorgung werden getrennt
- entweder optisch oder transformatorisch über Isolationsbarriere realisiert
- Biosignale sehr tiefrequent, müssen für Übertragung moduliert werden

- Hardwareaufwand steigt enorm, integrierte Isolationsverstärker stehen zur Verfügung

Galvanische Trennung und ihre Auswirkung

- Patientensicherheit enorm verbessert
- Signaleigenschaften u.U. schlechter (Streukapazitäten)
- notwendiger Modem erzeugt weitere Störungen und Verzerrungen des gewünschten Signals

Guardingtechnik

Funktionsprinzip

- wirkungsvolle Massnahme zur Störungsreduktion ist Abschirmung der Messkabel
- Schirm und Messkabel bilden relativ große Kapazität von bis zu 100pF
- Impedanz der Kapazität parallel zum Eingangswiderstand des Verstärkers und reduziert diesen
- Eingangsspannung über Impedanzwandler an Schirm gelegt
- Schirmpkapazität ist immer noch da aber keine Spannungsdifferenz mehr
- Impedanz der Kapazität dynamisch idealerweise beseitigt, theoretisch von Eingangsklemmen nicht sichtbar

Realisierung

- mit zusätzlichen OPV (IC4) im IV realisieren
- nicht jeder Kanal einzeln, sondern alle mit dem Gleichtaktsignal belegt
- spart Hardware und ist ausreichend
- kritisch ist Gleichtakt-Eingangswiderstand, Differenz-Eingangswiderstand nicht

Aktive Elektroden

Funktionsprinzip

- Lösungsansatz: Verstärkung und Digitalisierung direkt auf Elektrode
- Datenübertragung robust gegen Störungen, da binär
- Problem: Zuführung des Bezugspotentials notwendig

Störungsresistenz

- technologisch aufwendig aber Vorteile bei Störungen
- Elektrode: Drift der Polarisationsspannung kompensierbar
- Kabel: unempfindlich gegen kapazitiv, induktiv und HF-eingekoppelte Störungen
- Verstärkereingang: durch kürzeste Wege zum Sensor keine direkte Beeinträchtigung der Eingangskreise
- Unsymmetrie: lässt sich in Rückkopplung computergesteuert reduzieren bzw. eliminieren
- Übertragung digital → störungsresistent und distanzunabhängig

Gleichtaktunterdrückung: bei aktiven Elektroden ist Differenzierung notwendig

- Aktive Elektroden meistens mit Verstärkung $V = 1$
- daher CMR rechnerisch gleich 1, theoretisch zu niedrig
- prinzipiell starke Unterdrückung der Stör-Gleichtaktsignale
- daher praktisch sehr gute CMRR von 100dB und mehr

Analoge Filter

Filter (z.B. RC-Tiefpass) dem ein OV als Impedanzwandler folgt ist kein aktives Filter → passives Filter

Passive Filter

Grundlagen der Filtertheorie

- Bei spektralen Filtern werden folgende Parameter verwendet, um die Filtercharakteristik zu beschreiben:

- Eckfrequenz/Grenzfrequenz: F_{pass} der Durchlassbereich in die Filterflanke übergeht und Übertragung um 3dB/70% vom Durchlassbereiche abgesunken
- Sperrfrequenz F_{stop} , geforderte Dämpfung im Sperrbereich erreicht
- Übergangsband/Filterflanke $F_{stop} - F_{pass}$, Übergangsbereich vom Durchlass- in das Sperrband
- Steilheit ist Maß für die Filterflanke in dB/Hz.
- Grundsätzlich gilt, je steiler, umso besser
- Welligkeit im Durchlassbereich A_{pass} , im welchen Bereich die Übertragung im Durchlassbereich schwankt
- Minimale Dämpfung A_{stop} , die garantierte Dämpfung
- $F_{s/2}$ ist halbe Abtastrate oder Nyquistfrequenz

- Übertragungsfunktion $G(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)} = |G(j\omega)| * e^{j\omega\phi}$
- Amplitudenfreqenzgang $|G(j\omega)| = \sqrt{ReG(j\omega)^2 + ImG(j\omega)^2}$
- Phasenfreqenzgang $\phi(\omega) = \arctan \frac{ImG(j\omega)}{ReG(j\omega)}$
- Grenzfrequenz $\omega_g = \frac{1}{RC}$
- Filter üblich über Übertragungsfunktion beschrieben
- für BSA entscheidend Beschreibungen über Amplituden- und Phasenfreqenzgang

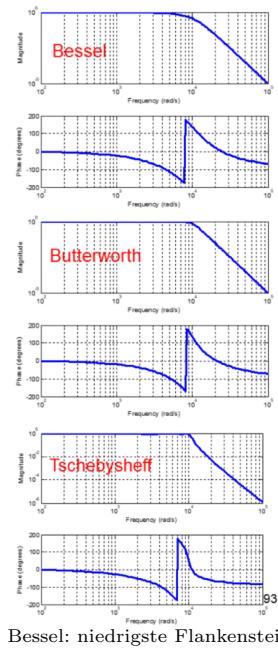
Filterentwurf passive Bauelemente

- R,C,L, Quarzfilter
- mechanische Resonatoren
- akustische Oberflächenwellenfilter
- im spektralen Bereich der Biosignale (0...1kHz) nur R und C
- alternativ vor allem auf mechanischen/geometrischen Stabilität der schwingenden Anordnung aufbauend: piezokeramische, Quarzfilter, akustische OWF
- im Spektralbereich der Biosignale nur R-C-Kombinationen

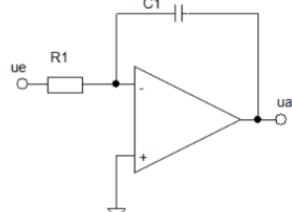
Aktive Filter

- $R_{0a} = (\epsilon - 1)R_0, u_a = \epsilon * u_e \Rightarrow$ Filtertyp mit R_0 einstellbar
- | | Bessel | Butterworth | Tschebyscheff (1,5dB) |
|------------|--------|-------------|-----------------------|
| ϵ | 1,267 | 1,586 | 2,482 |
| γ | 0,618 | 1,0 | 1,663 |
- Durch die Verwendung von OVs, die eine definierte Gegenkopplung ermöglichen, ist es mit relativ einfachen Mitteln möglich, effektive Filter zu konstruieren, die mit passiven Bauelementen allein um Größenordnungen komplizierter wären. Die beliebteste Entwurfstechnik ist die mit Hilfe von kaskadierten Stufen 2. Ordnung, auch im digitalen Bereich. Filter 2. Ordnung sind übersichtlich strukturiert, die Bauelemente müssen nicht mühsam ausgesucht und ausgemessen werden, die Eigenschaften sind sehr gut bekannt und bequem einstellbar, so dass eine kompliziertere Filterstruktur - z.B. Antialiasing-Tiefpass 8. Ordnung - durch einfache Kaskadierung (Serienschaltung) realisierbar ist. Natürlich muss man bei der Kaskadierung beachten, dass jede Stufe bei ihrer Grenzfrequenz 3dB-Abfall verursacht, so dass man die Kette entsprechend dimensionieren muss.
- Sehr vorteilhaft ist in dieser Schaltung, dass der Filtertyp bequem durch die Veränderung (Durchstimmung) eines einzigen Widerstandes über alle drei Basischarakteristiken eingestellt werden kann, sonst ist keine Veränderung der Schaltung notwendig.
- die Basistypen sind folgende:

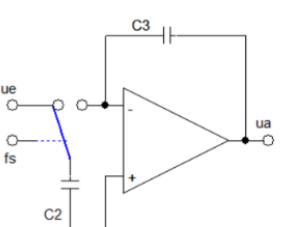
- Bessel, mit relativ flacher Flanke,
- Butterworth, mit wenig Welligkeit im Durchlassbereich, steilere Flanke als Bessel,
- Tschebyscheff, mit steilster Flanke und Welligkeit im Durchlassbereich.



- Bessel: niedrigste Flankensteilheit, konstante Gruppenlaufzeit
- Von allen drei hat nur Bessel konstante Gruppenlaufzeit, die in der BSA zwingend notwendig ist bei Echtzeitanwendungen. Folgen nichtkonstanter Gruppenlaufzeit sind u.a. Formverzerrungen, wie später gezeigt wird.

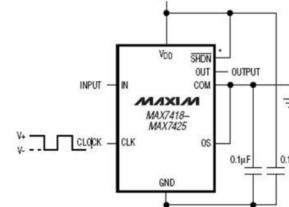


$$\tau = RC$$



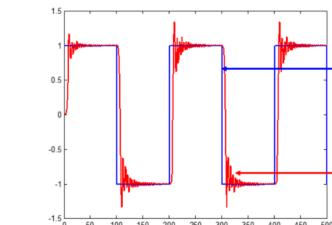
- $\tau = \frac{1}{f_S} * \frac{C_3}{C_2}$
- Konventionell werden aktive Filter -am häufigsten der Antialiasing-Tiefpass vor dem AD-Wandler -mit Hilfe von OVs und RC-Netzwerken realisiert.

- Eine sehr elegante Alternative bieten die Filter mit geschalteten Kapazitäten: An Stelle des Widerstandes am Eingang befindet sich eine Kapazität, die im Takt von f_S zwischen Eingang und dem OV umgeschaltet wird. Der mittlere Strom, der mit C_3 integriert wird, hängt also von der Schaltfrequenz und dem Kapazität C_2 ab. Daher ergibt sich die Zeitkonstante aus den beiden Kapazitäten, die auf dem Chip integriert sind und aus der Abtastfrequenz. Man kann also die Zeitkonstante allein durch Veränderung der Schaltfrequenz einstellen, ohne ein Bauelement der Schaltung ändern zu müssen.



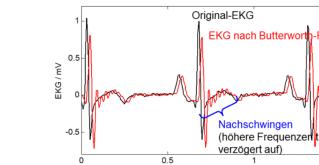
- *CONNECT SHDN TO V_{SS} FOR LOW-POWER SHUTDOWN MODE.
 - Antialiasing-Tiefpass mit integriertem Filter 5. Ordnung
 - kein RC-Netzwerk
 - Grenzfrequenz abhängig nur vom Takt, daher durchstimmbar
 - Eine Lösung für SC-Filter bietet u.a. Maxim, siehe oben. Die Kapazitäten sind allein zum Abblocken der Spannungsversorgung notwendig, für die Filterung selbst sind sie nicht notwendig.
 - Der Takt muss den vorgeschriebenen Pegeln entsprechen, sonst ist es gleichgültig, aus welcher Quelle er geliefert wird.

Linearer Phasenfrequenzgang

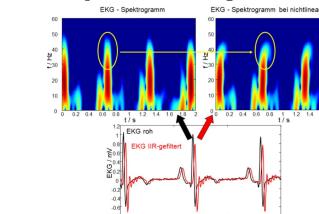


- blau: das Eingangssignal
rot: Ausgangssignal
- das Eingangssignal erscheint am Ausgang eines Tschebyseff-Filters wegen nichtkonstanter Gruppenlaufzeit verzerrt

In vielen Bereichen der Technik (Nachrichtentechnik, Messdatenerfassung in Technik und Natur, Medizin) ist die Signalform der wichtigste Signalparameter. Daher ist es zwingend notwendig dafür zu sorgen, dass sie vom Messsystem nicht verzerrt wird. Notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung für die Erhaltung der Signalform ist konstante Gruppenlaufzeit. Konstante Gruppenlaufzeit heißt, dass alle spektralen Anteile des Signals im System um gleiche Zeit verzögert werden. Ist diese Zeit nicht gleich, so erscheinen z.B. höherfrequente Anteil am Ausgang später als niederfrequente. Das obige Beispiel zeigt diesen Sachverhalt: Die Flanke eines Rechtecks ist ein zeitlich sehr schneller Vorgang, spektral demzufolge breitbandig von tiefen bis zu sehr hohen Frequenzen. Die hohen Frequenzen werden aber mehr verzögert als tiefe, was dazu führt, dass der Flanke am Ausgang hochfrequentes Nachschwingen folgt. Es wird demnach eine Signalform am Ausgang vorgetäuscht, die es am Eingang gar nicht gab. Die Form der Biosignale ist diagnostisch relevant, Formverzerrungen können zur falschen Diagnose führen.



- Der selbe Effekt tritt bspw. bei der EKG-Filterung mit einem Butterworth-Filter auf: Dieser Filtertyp besitzt einen nichtlinearen Phasenfrequenzgang, also nichtkonstante Gruppenlaufzeiten. Diese führen dazu, dass die hochfrequenten Anteile des QRS-Komplexes deutlich verspätet erscheinen, was in der Signalform schnelles Nachschwingen zur Folge hat. Dieser Effekt kann unter Umständen zur falschen Diagnose mit entsprechenden Folgen führen.



- Das Original-EKG (schwarz) wurde mit einem IIR-Filter -das grundsätzlich einen nichtlinearen Phasengang hat -gefiltert und über das Original geschrieben (rot). Die relativ kurze Verzögerung der R-Zacke ist zunächst positiv und gewollt, damit das EKG in Echtzeit verarbeitet werden kann. Die Nachschwingungen nach der S-Zacke sind jedoch, wie beschrieben, sehr ungünstig.
- Das Spektrogramm des Original-EKG zeigt die ganz typische Energieverteilung in der t-f-Ebene: Die P- und T-Welle liegen im tieffrequenten Bereich bis ca. 10Hz. Die R-Zacke ist deutlich kürzer und hat Impulscharakter, so dass sie spektral wesentlich breiter ist und höhere Frequenzen beinhaltet, hier bis 50Hz, ohne Filtering bis 100Hz.
- Das Spektrogramm des gefilterten Signals (oben rechts) zeigt den typischen Effekt nichtkonstanter Laufzeit: Die Frequenzen(-gruppen), die höher als ca. 20Hz liegen, werden deutlich verzögert und erzeugen das schnelle Nachschwingen.

Signalkonditionierung, Abtastung und Digitalisierung

Pegelanpassung

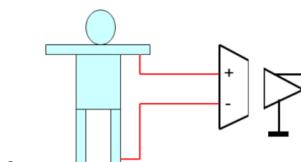
Pegelanpassung notwendig für

- massebezogene Eingänge von ADC (+/- 1V...+/-10V)
- standardisierte Schnittstellen (0...1V, z.B. Schreiber)
- verkabelte Übertragung zur Zentrale (Elektrodenbrause bei EEG)

Realisierung mit

- Pegelschieber
- programmierbare Verstärker (integrierte analoge Elektronik)
- automatische Verstärkungsregelung (Rückkopplung)

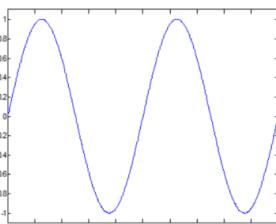
massefreie und massebezogene Signale



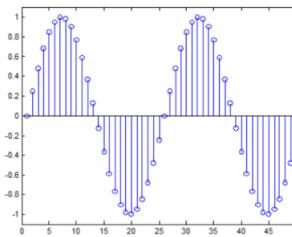
- biologisches Objekt - Volumenleiter, immer kann nur Potentialdifferenz abgeleitet werden, d.h. massefrei (symmetrisch)
- bei der Verstärkung, spätestens bei der AD-Wandlung, Massebezug notwendig
- Wegen Störungen massefreie (symmetrische) analoge Strecke möglichst durchgängig bis zum ADC (verdrillte Leitungen, Differenzverstärker)

Abtastung, Aliasing

Antastung im technischen Sinne ist die Erfassung des momentanen Wertes eines Signals zu definierten Zeitpunkten. Üblicherweise ist das Signal zeitkontinuierlich, nach der Abtastung liegt eine zeitdiskrete Variante des Signals vor



- kontinuierliches Signal

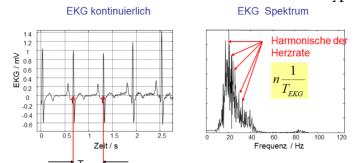


- zeitdiskretes Signal

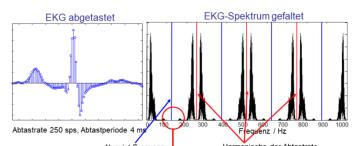
Abtastung ist mathematisch eine Multiplikation des Signals mit einer Folge von Dirac-Pulsen: $y(t) = x(t) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_A)$ (T_A ist die Abtastperiode)

Eine Multiplikation von zwei Signalen im Zeitbereich entspricht der Faltung ihrer Spektren im Frequenzbereich (und umgekehrt):

$$Y(\omega) = X(\omega) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\frac{1}{T_A})$$



- Das EKG ist natürlich digitalisiert, um es hier darstellen zu können. Die Abbildung entspricht jedoch einer Aufzeichnung unter realen Bedingungen.
- stark instationäres Signal mit scharfer R-Zacke. Daraus ergibt sich ein periodisches Spektrum, da die R-Zacke einen nahezu impulsartigen Verlauf hat. Beachten Sie die Beziehung zwischen impulsartigen Vorgängen in der Zeit und ihrem Spektrum.



- Um Überlappung (Aliasing) der Spektren und Mehrdeutigkeiten zu vermeiden, muss gelten: $\frac{1}{T_A} \geq 2 * f_{max}$
- Nyquist-Frequenz entspricht der halben Grundfrequenz der Abtastrate, sie begrenzt nach oben das bei Null beginnende sog. Basisband. Das Basisband ist der Frequenzbereich, in dem man bei der Signalanalyse arbeitet. Damit das gespiegelte Spektrum nicht bis ins Basisband reicht und dadurch das Vorhandensein real nichtexistenter Signalkomponenten vortäuscht, muss gewährleistet werden, dass die halbe AR höher liegt, als die höchste Frequenz des Signals, d.h. die AR muss mindestens doppelt so hoch sein, wie die höchste vorhandene Frequenz.
- Die periodische Wiederholung des Spektrums nach der Abtastung hat folgende praktische Bedeutung: Da sich das Spektrum mit jeder Harmonischen der AR wiederholt und gespiegelt wird, kann man ein bandbegrenztes Signal ins Basisband holen. So wäre bspw. denkbar, das zwischen 500 und 625 Hz liegendes EKG abzutasten und im Basisband zu verarbeiten. Dazu später ein Beispiel mit AM-modulierten EKG

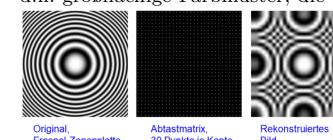
Ein aus Film und Fernsehen bekanntes Beispiel zur Verletzung des Abtasttheorems:



- Annahme: Ein Rad mit 8 Speichen dreht sich so, dass der Wagen sich mit 28.3 km/h bewegt, die Drehfrequenz des Rades beträgt demnach 2.5Hz. $v = 28,3 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 7,85 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $f = \frac{v}{U} = \frac{7,85 \text{m}}{3,14 \text{m}} = 2,5 \text{Hz}$
- Die Periode, mit der die Speichen einen Referenzpunkt passieren (oben) beträgt 50ms bei einer Wiederholrate von 20/s $f_s = 8 * f = 20 \text{Hz} \Rightarrow T_s = 50 \text{ms}$
- Entsprechend der Fernsehnorm werden 25 Bilder pro Sekunde aufgenommen, die Periode ist also 40ms. $f_A = 25 \text{fps} \Rightarrow 40 \text{ms}$
- Entsprechend der Faltung beim Abtasten entstehen zwei Frequenzen -5 und 20, wobei nur die -5Hz im Basisband liegen. Das bedeutet praktisch, dass man das Rad langsam nach hinten drehen sieht. $f_{SA} = f_A \pm f_s = -5/20 \text{Hz}$
- reale Effekte: Räder (Auto), Stroboskopeffekt in Industriehallen mit Leuchtstoffröhren an rotierenden Maschinen

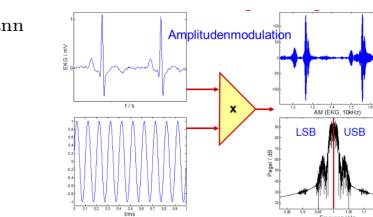
Oft wird nach der Abtastung und anschließenden Signalverarbeitung das Ergebnis im ursprünglichen Bereich des Signals benötigt. Dazu ist die sog. Rekonstruktion notwendig, also eine Übertragung aus dem Analyse-in den Originalbereich. Zur Rekonstruktion ist allgemein eine Interpolation zwischen den diskreten Punkten notwendig, oder aus Sicht der Filtertheorie die Anwendung eines Interpolationsfilters. Das einfachste Interpolationsfilter ist ein Tiefpass in Nähe der höchsten Signalfrequenz. Wurde bei der Abtastung das Abtasttheorem verletzt, so treten im rekonstruierten Signal Komponenten auf, die im Originalsignal nicht vorhanden waren, siehe oben.

Dieser Effekt kann auch im Fernsehen beobachtet werden: Tragen die Sprecher z.B. ein Hemd mit einem sehr feinen Strichmuster, so reicht die Bildschirmauflösung -d.h. die räumliche Abtastrate -nicht aus, um das Muster richtig zu erfassen und am Fernsehmonitor entsteht sog. Moiré, d.h. großflächige Farbmuster, die es in der Realität nicht gibt.



- $y(t) = x(t) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_A) \Leftrightarrow Y(\omega) = X(\omega) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\frac{1}{T_A})$
- Übergang aus dem kontinuierlichen Zeitbereich in eine Folge, d.h. Entkopplung von der Abtastperiode

- $y(n) = y(nT_A) \Leftrightarrow Y(k) = Y(k\omega_A/M) = \sum_{n=1}^M y(nT_A)^{-jk\omega_A/M}$
- $Y(K) \Leftrightarrow FFT(y(n)) \Rightarrow$ normierte Frequenz $\omega \in (0, 2\pi) \vee f \in (0, 1)$
- Nyquist Frequenz $\omega_N = \pi$, $f_N = 0,5$
- Nach der Abtastung und Digitalisierung hat das Signal die Form einer Zahlenfolge bzw. eines Vektors oder Matrix. Ist die Abtastrate unbekannt, so ist das Signal auch nicht mehr reproduzierbar. Da sich aber Analysen und digitale Filterung grundsätzlich auch ohne Kenntnis der Abtastrate durchführen lassen, wird die sog. normierte Frequenz eingeführt, die bei der Rekonstruktion durch eine reale Abtastrate ersetzt wird.



- $EKG_{\{AM\}} = EKG * \sin(\omega_{ct})$
- Beispiel zum Abtasttheorem: Das EKG wird für eine Kabelübertragung mit einem Träger bei 10kHz multipliziert, was nachrichtentechnisch einer Amplitudenmodulation entspricht. Das Spektrum spiegelt sich um den Träger herum, ähnlich wie bei der Abtastung. Hier gibt es allerdings nur eine Spiegelung, da der Träger eine Harmonische ist und somit im Spektrum nur eine Nadel darstellt. Es entstehen zwei Seitenbänder, das obere und das untere. Beide sind hinsichtlich des Informationsgehaltes völlig identisch.
- Die Frage ist nun zu beantworten, wie hoch die Abtastrate für ein solches Signal sein muss.

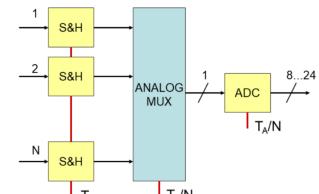
Abtasttheorem Kotelnikov, Channon ($T_A = 1/2f_{\{-max\}}$)

- hinreichende/notwendige Bedingung
- hinreichend aber nicht notwendig $AR \geq 22 \text{ksp}$
- $Y(\omega) = X(\omega) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\frac{1}{T_A})$
- notwendig und hinreichend: $AR \geq 2 \text{ksp}$
- Da die höchste Frequenz im Signal 11kHz beträgt, müsste die Abtastrate mind. 22ksp betragen. Dies ist eine hinreichende, aber keine notwendige Bedingung. Denn bezieht man sich auf die Wiederholung des Spektrums um jede Harmonische der Abtastrate, wird eine AR von 2ksp ausreichen. Damit passt eine Wiederholung des Spektrums in das Basisband, in wir ja analysieren.

Pulsamplitudenmodulation (PAM)

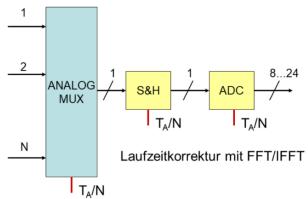
- nach Sample & Hold
 - Zeit diskret
 - Pegel analog
- Die Abtastung (sample & hold) entspricht nachrichtentechnisch der PAM: die Werte treten in definierten Abständen entsprechend dem Pulsbreite (Abtastperiode) auf und haben einen kontinuierlichen Wertebereich. Allerdings spielt diese Modulationsart in der Nachrichtentechnik keine praktische Rolle, wichtig ist sie für die Theorie.

Mehrkanalsystem - Simultansampling



- Oft werden in der Technik und vor allem in der Medizin mehrkanalige Messsysteme benötigt. Für die Analyse ist von entscheidender Bedeutung, dass der zeitliche Zusammenhang der Kanäle identisch, oder zumindest bekannt ist. Beim echten Simultansampling werden alle Kanalsignale zum selben Zeitpunkt abgetastet und sequentiell digitalisiert. Damit reicht im Normalfall ein ADC für alle Kanäle.

– alle Kanäle im selben Augenblick abgetastet, echtes Simultansampling

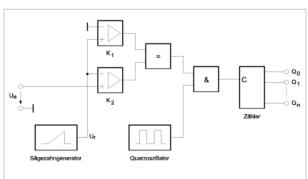


- Um den HW-Aufwand zu minimieren, werden die Kanalsignale sequentiell abgetastet und digitalisiert, dabei kann die Einsparung an Elektronik beachtlich sein. Signalanalytisch kann sie jedoch problematisch sein: Aus der Signalsequenz wird das Simultansignal über die Laufzeitkorrektur in der FFT zurückgerechnet. Bei zeitkritischen Vorgängen ist diese Alternative zu verwerfen, da die durch die sequentielle Abtastung verlorengegangenen Signalteile durch Rückrechnung nicht mehr zu retten sind.
- Versatz der Kanäle um T_A/N
- Rechnerische Korrektur der Abtastzeit (nicht-online-fähig)
- $X * (j\omega) = X(j\omega) e^{j\omega T_A/N}$

Digitalisierung

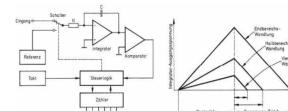
Prinzipien der AD Wandlung

Einrampenverfahren, Single-Slope-Conversion



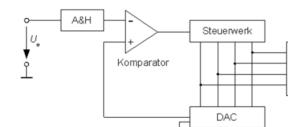
- Ur steigt aus dem negativen Bereich an, kreuzt es die Null, so wird K1 positiv. Da K2 noch positiv ist, da Ur unterhalb von Ue liegt, öffnet das Äquivalenzgatter = das Tor & und der Zähler beginnt zu zählen.
- Erreicht Ur den Pegel von Ue, so wird K2 negativ bzw. logisch Null, = schließt und das Tor & geht zu, der Zähler hört auf zu zählen. Der erreichte Zählerstand ist damit proportional der Spannung Ue.
- Vorteile: Einfach, wenig Aufwand, relativ schnell. Nachteil: stark temperaturabhängig, da Zählgrenzen von Analogwerten bestimmt. Wandelzeit abhängig von der Eingangsspannung.

Zweirampenverfahren, Dual-Slope-Conversion



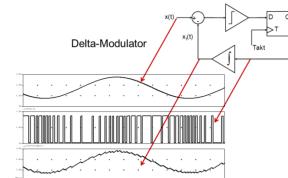
- In Phase 1 Aufladung durch die Eingangsspannung Ue über konstante Zeit. Damit ist der integrierte Wert proportional zur Ue.
- In Phase 2 Entladung mit konstanter Referenzspannung Ur bis zum Erreichen von Null. Damit ist die Entladzeit proportional Ue. Die Entladzeit wird digital gezählt, damit ist der Digitalwert am Ende proportional Ue.
- Vorteil: durch gespiegelte analoge Integration Temperatureinfluss weitgehend reduziert, da durch Auf- und Abintegrieren die Fehlerquellen mit entgegengesetzten Vorzeichen. Gute Genauigkeit von bis zu 16 bit. Nachteil: Wandlerzeit abhängig von Ue, daher nicht konstant.

Sukzessive Approximation

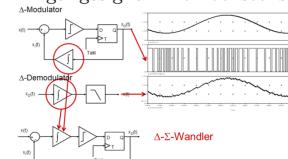


- Im Wesentlichen eine DA-Wandlung mit vorschaltetem Komparator. Macht Sinn, weil DA-Wandler präziser herstellbar als herkömmliche ADC.
- Prinzip: Das Steuerwerk beginnt mit dem MSB und schaltet die Bits bis zum LSB so lange um, bis die beste Approximation von Ue erreicht wurde, daher sukzessive Appr.
- Ablauf: ist bei MSB=1 die DAC-Spannung höher als Ue, so wird MSB=0 gesetzt, da der Komparator anzeigt, dass die DAC-Spannung zu hoch war. Ist bei MSB=1=1 die DAC-Spannung niedriger als Ue, so bleibt MSB=1=1 und das nächste Bit folgt. Es wird also sukzessive bis zum LSB nach der besten Annäherung gesucht.
- Vorteil: DAC technologisch präziser herstellbar als ADC. Konstante Wandlungszeit, daher planbar im Zeitregime. Gute Auflösung (bis 18bit), relativ schnell und preiswert.

Delta-Sigma-Wandlung

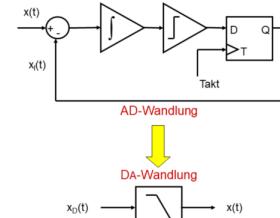


- Beim Delta-Modulator handelt es sich um einen Ein-Bit-Wandler: Sobald das Eingangssignal x(t) die aufintegrierte bereits digitale Folge xD(t) über/unterschreitet, wird das Bit gesetzt/rückgesetzt. Damit erreicht man, dass das integrierte Binärsignal dem Eingangssignal mit höchstens einer Schrittweite als Fehler folgt.



- Im Demodulator müssen die bei der Modulation durchgeföhrten Schritte invertiert werden: Der Integrator im Modulator wirkt

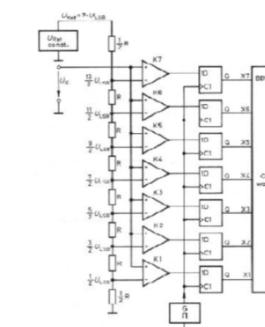
- insgesamt wegen der Rückführung differenzierend, so dass im Demodulator integriert werden muss. Wegen der Taktung muss im Demodulator noch ein Tiefpass folgen um das Signal zu glätten.
- Zwischen dem Modulator und dem Demodulator liegt die Übertragungsstrecke (Telemetrie, Multimedia, usw.). Unter der Annahme, dass sie linear ist, kann die Integration vom Demod nach vorn zum Mod vor den Summierer verlagert werden. Damit können beide Integriatoren zu einem hinter dem Summierer zusammengefasst werden. Auf diese Weise entsteht der Delta-Sigma-Wandler (Differenz-Integration-1-Bit-Modulator).



- Durch die Vorlagerung des Integrators reduziert sich der Demodulator (signalanalytisch) auf einen Tiefpass.

- Diese Grafik zeigt die typischen Zeitverläufe im D-S-Modulator. Wie man bereits an der Blockstruktur erkennen konnte, handelt es sich -wie bei sukzessiver Approximation- um einen rückgekoppelten Kreis mit negativer Rückführung. In Anlehnung an die Regelungstechnik kann man demnach die Funktion so verstehen, dass die Bits im Bitstream so gesetzt werden, dass der Mittelwert des Ausgangs (siehe Integrator im Zeitverlauf) gegen Null bzw. einen Referenzwert läuft. Das digitale Ausgangssignal (Bitstream) ist qualitativ identisch mit einer Pulsbreitenmodulierten Signal, allerdings mit quantisiertem Pulsverhältnis. Das gleitende Mittel eines solchen Signals entspricht dem Originalsignal.
- Die erforderliche Taktrate ergibt sich aus der gewünschten Auflösung. So z.B. bei einer CD, die mit einer Abtastrate von 44,1kHz arbeitet und mit 16bit digitalisiert, kann der Takt des DS-Wandlers weit über 10MHz liegen (Oversamplingrate von 200).

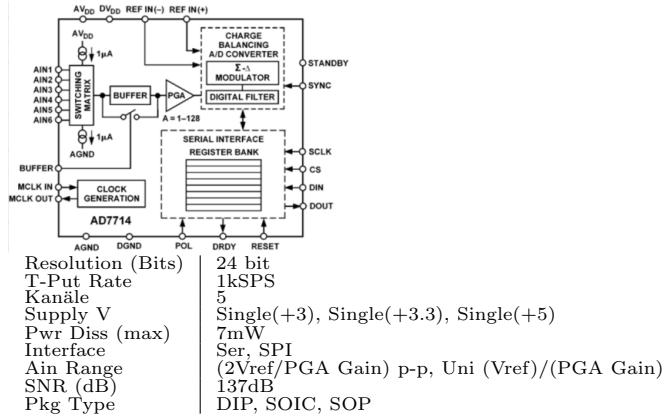
Flash-Converter, Parallelwandler



-

- Am anderen Ende der Skala liegen die Flash-Converter. Diese sind sehr schnell, arbeiten weit in den Videobereich von über 100MHz hinein. Das geht natürlich nur auf Kosten der Parallelität, was bedeutet, dass für jede Quantisierungsstufe ein Komparator vorhanden sein muss. Für eine Bitbreite von 8bit werden also 256 Komparatoren benötigt. Dies ist heute integriert machbar aber auch schon die Obergrenze.

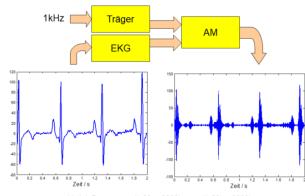
Breitbandige Wandler



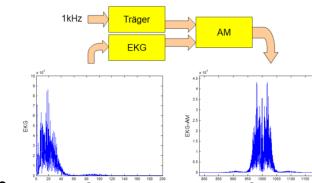
Telemetrie

Analoge Übertragung

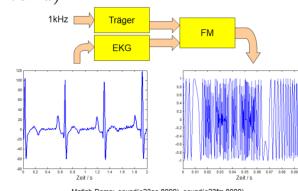
- Direkt: verstärktes Signal auf kurze Entfernung, z.B. von der EEG-Brause zum Hauptverstärker
- Analoge Modulation über Kabel, z.B. EKG über Audiokarte im PC und Internet
- Analoge Modulation kabellos, z.B. Telemetriedaten von mobilen Patientenmonitoren (WLAN, Bluetooth, IR)



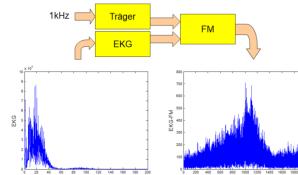
- Das Prinzip der AM besteht darin, dass ein harmonischer Träger (Begriff der Nachrichtentechnik, das tragende Signal, die tragende elektromagnetische Welle) vom Modulationsignal so beeinflusst wird, dass seine momentane Amplitude dem Pegel des Modulationssignals entspricht.
 - Mathematisch und bei tiefen Frequenzen auch elektronisch einfach über Multiplikation des Trägers mit dem Modulationsignal realisierbar. Im HF-Bereich zur Ausstrahlung über Antenne über aufwendige Modulationsschaltungen und Leistungsverstärker.
 - Das AM-Signal ist sehr störungsempfindlich, da Störungen direkt auf die Amplitude wirken, außerdem wird es als elektromagnetische Welle von aktuellen Ausbreitungsbedingungen beeinflusst. Für niedrige Ansprüche auf akustische Qualität akzeptabel z.B. Mittelwellen-Rundfunk oder Kurzwellen-Funk. Für Messtechnik als Trägermedium nicht geeignet. AM kann in ersten Stufen eines mehrkanaligen Systems eingesetzt werden (Untermodulatoren), in den keine Störungen von außen auftreten und welche die notwendige Bandbreite sehr sparsam nutzen im Vergleich zur FM.



- Im Spektrum des AM-Signals ist es sichtbar, dass die notwendige Bandbreite doppelt so groß ist wie die des Modulationssignals EKG. Diese ließe sich nochmal halbieren, also auf die ursprüngliche Bandbreite reduzieren, da das informationstragende Spektrum im AM-Signal doppelt vorhanden ist, daher auch die Bezeichnung DSB (double side band). Würde man z.B. die linke Hälfte wegfILTERN, bliebe nur das eine zur Informationsübertragung notwendige Band übrig, daher die Bezeichnung SSB (single side band).



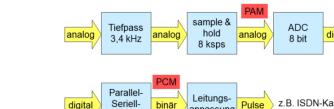
- Bei der FM wird die Trägerfrequenz moduliert, d.h. die Momentanfrequenz des FM-Signals hängt vom aktuellen Pegel des Modulationssignals EKG ab. Wie die rechte Grafik zeigt, die Amplitude des FM-Signals ist konstant, die Dichte der Nulldurchgänge nimmt mit dem Pegel des Modulationssignals zu. Rechts ist in Zeitlupe der QRS-Komplex des EKG dargestellt (100ms der ersten Herzaktion aus der linken Grafik). Die hohe Amplitude der R-Zacke erzeugt im FM-Signal hohe Frequenzen (zwischen ca. 15ms und 65ms), während links und rechts der R-Zacke sichtbar tiefere Frequenzen vorliegen.
- Die FM ist besonders gut für Übertragungen sowohl kabelgebunden als auch kabellos (Telemetrieband 433MHz) geeignet, da sie sehr unempfindlich gegen Amplitudenstörungen ist - die Information ist allein in der Häufigkeit der Nulldurchgänge kodiert.



- Ein wesentlicher Nachteil der FM ist die sehr hohe erforderliche Bandbreite des FM-Signals: diese beträgt das 10 bis 20-fache der Bandbreite des Modulationssignals. Beim EKG können daher Bandbreiten von bis zu 20kHz notwendig sein. Wie die rechte Grafik zeigt, erstreckt sich das Spektrum weit hinter die Nyquistfrequenz (2000Hz) aus, so dass man es vor der Abtastung mit einem Antialiasinsfilterpass beschränken bzw. mit einer viel höheren Abtastrate abtasten müsste.

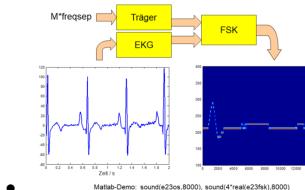
Digitale Übertragung

binäre Übertragung, PCM



- Die einfachste binäre Übertragung ist die PCM: nach Begrenzung des Spektrums nach oben bei 3.4 kHz bleibt ein Band von ca. 300 Hz bis 3.4 kHz übrig.

- Nach der Abtastung mit 8 kps liegt also ein zeitdiskretes wertanaaloges Signal vor, entspricht der Puls-Amplituden-Modulation.
- Nach der AD-Wandlung mit 8 bit und P/S-Wandlung liegt ein serielles, binäres Signal vor, das PCM-Signal.
- Das PCM-Signal wird über Leistungsverstärker und Leitungsanpassung auf das Kabel gelegt, z.B. ISDN.
- Nicht eingezeichnet ist die Kompression, die die Dynamik des Sprachsignals begrenzt und die Reduktion der Bitbreite und damit der Übertragungskapazität ermöglicht.



- Zur Übertragung über vorhandene Telefonkanäle ist es notwendig, die Pulse (z.B. der PCM) im Übertragungsband zur transportieren. Dazu werden der logischen Nullen und Einsen zwei verschiedene Frequenzen zugewiesen, die im Sender und im Empfänger gleich sind. Nach diesem Prinzip funktionieren die einfachen PC-Kommunikations-Modems.
- Natürlich kann man auch mehr Frequenzen zuweisen, z.B. mit 16 unterschiedlichen Frequenzen könnte man direkt Hexadezimalzahlen übertragen. Die rechte Grafik zeigt eine solche Alternative mit 16 verschiedenen Frequenzen (horizontal Zeit, vertikal Frequenz, Darstellung als Spektrogramm). Allerdings wurde hier das EKG nicht kodiert, sondern zur Veranschaulichung als 1-aus-16-Wert übertragen.

Klassifikation digitaler Filter nach ihrer Impulsantwort als LTI-System (Linear Time Invariant)

- IIR (Infinite Impulse Response)
 - Funktional Äquivalent zu analogen Filtern
 - Im allg. nichtlinearer Phasenfrequenzgang
- FIR (Finite Impulse Response)
 - Filtertypen realisierbar, die es in der analogen Welt nicht gibt (Hilbert, Allpass, adaptive Filter)
 - Linearer Phasenfrequenzgang realisierbar

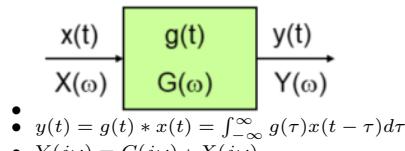
Die Klassifikation nach der Länge der Impulsantwort (IR) orientiert sich allein nach praktischen Gesichtspunkten.

- Durch die rekursive Struktur der IIR-Filter ist deren Impulsantwort (IR) nicht nur theoretisch, sondern auch praktisch unendlich lang. IIR werden auf Grund ihrer Struktur auch Rekursionsfilter genannt. IIR haben eine sehr interessante Eigenschaft:
 - Rein theoretisch -und mit entsprechender Genauigkeit vielleicht auch praktisch - wäre damit ein unendlich langer Datenspeicher eines Zeitverlaufs realisierbar, denn der letzte Wert am Filterausgang reicht immer aus, um den Wert am Filtereingang zu berechnen.

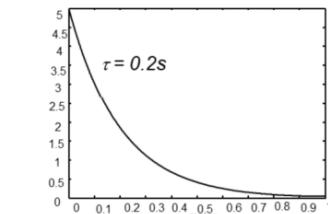
- Problematisch ist der i.A. nichtlineare Phasengang, der für Formanalyse unzulässig ist.
- Selbst FIR-FILTER haben theoretisch unendlich lange IR, damit sie aber realisierbar sind, wird diese nach einer bestimmte Länge abgeschnitten und ist damit endlich. Diese Filter werden in der Form eines Koeffizientenvektors realisiert und daher als Transversalfilter bezeichnet. Die Typenbreite der FIR-FILTER ist ungleich größer als bei IIR, da mit diesen Filtertypen realisierbar sind, die es in der analogen Welt gar nicht gibt. Mit der Transversalstruktur der FIR ist die Linearität des Phasenganges gewährleistet. Im Vergleich zu IIR-FILTERn haben FIR um Größenordnungen mehr Filterkoeffizienten.

Digitale Filterung

IIR - Infinite Impulse Response

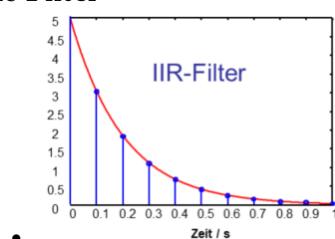


- $y(t) = g(t) * x(t) = \int_{-\infty}^t g(\tau)x(t-\tau)d\tau$
- $Y(j\omega) = G(j\omega) * X(j\omega)$



- $g(t) = \frac{1}{\tau} \{\tau\} \exp(-t/\tau)$
- $G(j\omega) = \frac{1}{\tau} \{1 + j\omega\tau\}$
- Im analogen Zeitbereich ergibt sich der Filterausgang aus der Faltung der Impulsantwort mit dem Eingangssignal. Entsprechend der FT ist dies äquivalent der Multiplikation von Spektren im f-Bereich.
- Am Beispiel eines TP erster Ordnung soll veranschaulicht werden, wie ein digitaler IIR entworfen werden kann: Die Impulsantwort ist eine fallende e-Funktion, im f-Bereich ein T1-Glied.

IIR-Filter



- $- q_0 = 5, q = \exp(-T/\tau) = 0,61$
- zeitdiskret (nach Abtastung)
 - $- g_a(t) = q_0(\delta(t) + q\delta(t-T) + q^2\delta(t-2T) + \dots)$
 - $- FT\{\delta(t-T)\} = e^{-j\omega T}$
 - $- G_a(j\omega) = q_0(1 + qe^{-j\omega T} + q^2e^{-2j\omega T} \dots)$
 - $- G_a(j\omega) = q_0 \frac{1}{1-qe^{-j\omega T}}$

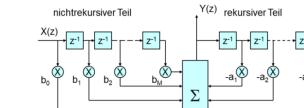
- Z-Transformation $z = e^{j\omega T} \Rightarrow G(z) = q_0 \frac{1}{1-qz^{-1}}$
- Verzögerung um T_A
- In Anlehnung an die sog. Impulsantwort-Invariant-Technik wird die IR abgetastet, es liegt also zeitdiskrete Version der IR vor. Diese lässt sich als exponentielle Folge beschreiben.
- Die FT der Zeitverschiebung ist bekannt, damit gibt es ein Äquivalent der Reihe im f-Bereich.
- Über Näherungsrechnung lässt sich die geometrische Folge im f-Bereich zu einem Quotienten zusammenfassen.
- Nun wird der Übergang aus zeitanalogem in den zeitdiskreten Bereich vollzogen -über die z-Transformation.
- Aus Sicht der Realisierung des digitalen Filters ist die z-Transformation besonders anschaulich -der Exponent über z gibt die Anzahl der Einheitsverzögerungen als Vielfaches der Abtastperiode an.
- Filter der Ordnung N:

$$G(z) = \frac{k_1}{1-q_1z^{-1}} + \frac{k_2}{1-q_2z^{-1}} + \dots + \frac{k_N}{1-q_Nz^{-1}}$$
- gemeinsamer Nenner: $G(z) = \frac{b_0 + q_1z^{-1} + \dots + b_Mz^{-M}}{1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_Nz^{-N}} = \frac{Y(z)}{X(z)}$
- $Y(z) + a_1z^{-1}Y(z) + \dots = b_0X(z) + b_1z^{-1}X(z) + \dots$
- zeitkontinuierlich $y(t) + a_1y(t-T) + \dots = b_0x(t) + b_1x(t-T) + \dots$
- Sequenz:

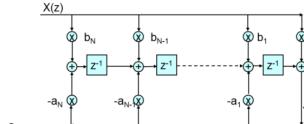
$$y(n) = b_0x(n) + b_1x(n-1) + \dots - a_1y(n-1) - a_2y(n-2) - \dots$$
- Nun wird das Vorgehen auf ein beliebiges Filter verallgemeinert: Natürlich sind die IIR im allgemeinen viel komplizierter, als ein TP 1. Ordnung. Jedoch lässt sich jede IR auf eine Summe von abklingenden e-Funktionen zurückführen (siehe Regelung), so dass die Verallgemeinerung nach diesem Schema möglich ist.
- Bringt man die Formel auf den gemeinsamen Nenner, so kann man sie in Terme für den Eingang x und den Ausgang y trennen.
- Transformiert man die Formel in den zeitanalogen Bereich zurück, so lässt sich überprüfen, ob die gewünschte Übertragungsfunktion erreicht wurde.
- Überträgt man die Formel in den zeitdiskreten Bereich, so erhält man eine Rekursionsformel für den Ausgang $y(n)$.

IIR-Filter rekursiv

$$\bullet y(n) = \sum_{i=0}^N b_i x(n-i) - \sum_{i=1}^N a_i y(n-i)$$



$$\bullet y(n) = \sum_{i=0}^N b_i x(n-i) - \sum_{i=1}^N a_i y(n-i) = b_0 x(n) + \sum_{i=1}^N [b_i x(n-i) - a_i y(n-i)]$$



Entwurf eines IIR-Filters

- Übertragungsfunktion $G(j\omega)$ des Analogfilters
- Kontinuierliche Impulsantwort $g(t)$ des Analogfilters
- Aus der kontinuierlichen Impulsantwort $g(t)$ abgetastete Impulsantwort $g(nT)$
- Aus der Reihe für $g(nT)$ die z-Übertragungsfunktion $G(z)$ des gesuchten IIR-Filters
- Aus $G(z)$ durch Rücktransformation in den Zeitbereich die Rekursionsformel für das Ausgangssignal $y(n)$

Entwurf eines IIR-Filter - Beispiel

```
% Analoger Tiefpass bei 45 Hz
[b,a] = butter(3, 2*pi*45, 'low', 's'); % Polynomformel fuer Butterworth
sys = tf(b,a); % Transformation des Polynoms in die Uebertragungsfunktion
figure
impulse(sys) % Impulsantwort der Uebertragungsfunktion
hold $ Bild halten zum Vergleich mit der Matlab-Impuls-Varianz
[bz,az]= impinvar(b,a,250) % Matlab Funktion zur Diskretisierung
impz(250*bz, az, [], 250) % Darstellung der diskreten Impulsantwort
%Partialbruchzerlegung der analogen Formulierung
[r,p,k]= residue(b,a)
% Inverse Laplace Transformation fuer die analoge Impulsantwort
% Vereinfachend kann fuer s=jw ersetzt werden
gil=(282.7*exp(-282.7*t) + (-141.4-81.6*sqrt(-1))*exp((-141.4+81.6)*t))
% abgetastete Impulsantwort
tax = (0:15000)/250/1000;
gab = 0.004 * (282.7 * exp(-287.7 * tax) + (-141.4-81.6 * sqrt(-1))*exp((-141.4+81.6)*tax));
figure
plot(tax,gab), title('abgetastete Impulsantwort Butterworth 3. Ordnung')
% Polynomdarstellung
[bg ag] = residue(0.004*[282.7(-141.4-81.6*sqrt(-1))(-141.4+81.6*sqrt(-1))])
figure
impz(bg,ag,[],250)
figure
freqz(bg,ag)
```

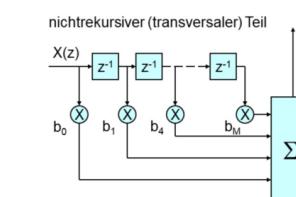
Eigenschaften von IIR-FILTERn

- IIR-FILTER lassen sich aus analogen Filtern direkt herleiten, d.h. IIR-FILTER haben einen analogen „Prototypen“
- mit IIR diesselben analogen Filter im digitalen Bereich
- IIR-FILTER haben i.a. keinen linearen Phasenfrequenzgang, Nullphase nur bei gespiegelter Filterung

FIR-Filter

- kein rekursiver Anteil: $G(z) = \frac{b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_Mz^{-M}}{1} = \frac{Y(z)}{X(z)}$
- zeitdiskrete Realisierung: $Y(z) = b_0X(z) + b_1z^{-1}X(z) + \dots$
- analoge Faltung: $y(t) = b_0x(t) + b_1x(t-T) + \dots$
- diskrete Faltung: $y(n) = b_0x(n) + b_1x(n-1) + \dots$
- Filterkoeffizienten gleich der abgetasteten Impulsantwort: $g(t) = b_0\delta(t) + b_1\delta(t-T) + \dots + b_L\delta(t-NT)$

$$y(n) = \sum_{i=0}^N b_i x(n-i)$$

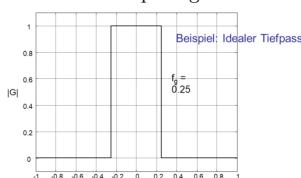


Entwurf eines FIR-Filters

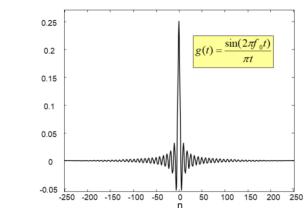
- Definition des Frequenzgangs $G(j\omega)$ eines idealen analogen Filters
- Berechnung der Impulsantwort $g(t)$ des analogen Filters
- Abtastung der Impulsantwort $g(nT)$ des idealen FIR-FILTERs
- Definition eines Fenstertyps (Rechteck, Hanning, Hamming) und Begrenzung der Impulsantwort $g(nT)$ durch das Fenster
- Verschiebung der Impulsantwort so, dass der Filter kausal wird
- Die Filterkoeffizienten b_i sind identisch mit den Werten der begrenzten und verschobenen Impulsantwort

Eigenschaften von FIR-FILTERn

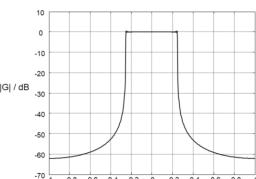
- kein analoges Gegenstück
- exklusive Übertragungsfunktion (Hilbert, Allpass)
- Länge und Koeffizienten völlig frei wählbar
- ideale Filter mit definierbarem Fehler realisierbar
- linear- und nullphasiger Filter realisierbar



- Impulsantwort des idealen Tiefpasses: die ersten 501 Filterkoeffizienten

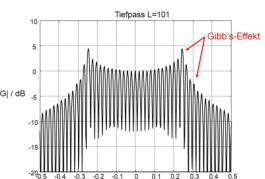


- Digitaler Tiefpass der Länge $L = 501$



- Durch die Beschränkung der IR-Länge weicht die Filtercharakteristik in Abhängigkeit von der tatsächlichen Länge ab. Hier wird die gewünschte Grenzfrequenz mit 501 Filterkoeffizienten noch ganz gut erreicht (bis ca. -40dB).

Gibb's Effekt

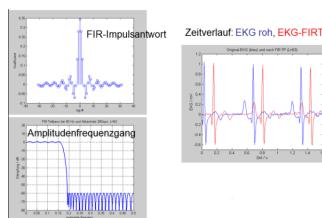


- Je kürzer die Impulsantwort abgeschnitten wird, umso mehr kommt der sog. Gibb's-Effekt zum Tragen. Dieser präsentiert sich damit, dass die Filtercharakteristik immer weniger wird. Im praktischen Einsatz weitgehend akzeptabel.

Phasenfrequenzgang von FIR Filtern

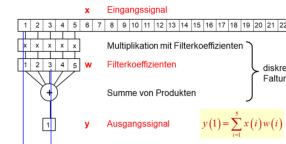
- ideale Phase identisch Null - nullphasiger Filter, nur off-line, kausales Filter um halbe Länge zeitverschoben
- konstante Gruppenlaufzeit - lineare Phase, on-line-fähig: $\phi(\omega) = -\omega T$
- definierter Phasenverlauf - Allpass
- In der echtzeitfähigen Signalverarbeitung mit FIR beträgt die Gruppenlaufzeit die halbe Filterlänge, und das unabhängig von der Frequenz(!). Dies wird deutlich, wenn man sich die kanonische

Form anschaut. Damit ist gewährleistet, dass der Phasenfrequenzgang linear ist und es zu keinen Formverzerrungen kommt.

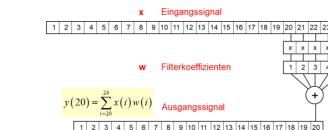
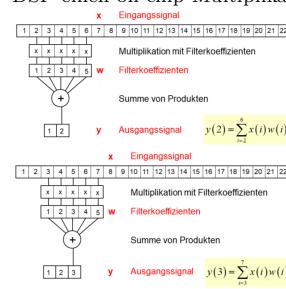


- Dieses Beispiel eines Tiefpasses mit 63 Filterkoeffizienten zeigt ein realisierbares Filter.
- Im Zeitverlauf des EKG vor (blau) und nach (rot) der Filterung ist die durch die halbe Filterlänge verursachte Verzögerung gut erkennbar. Für Patientenmonitoring wäre eine solche Verzögerung akzeptabel, für Aufgaben der Echtzeitanalyse z.B. im Herzschrittmacher nicht mehr.
- Gruppenlaufzeit: $\tau(\omega) = L T_A = 31 T_A$
- Phasenfrequenzband: $\phi(\omega) = -2\pi * LT_A$

Realisierung digitaler Filter - FIR



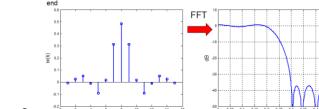
- Die FIR-Impulsantworten sind symmetrisch, während die negative Hälfte immer im zeitnegativen, also im nichtkausalen Bereich liegt. Ein kausales Filter lässt sich nur realisieren, wenn es um die negative Hälfte in den positiven Bereich verschoben wird. Dann erhält man reale Ausgangsdaten, die allerdings zum Eingangssignal um die Zeit verschoben sind, die der halben Filterlänge entspricht. In diesem Beispiel „hängen“ die Ausgangsdaten dem Eingang um zwei Samples -zeitlich also um zwei Abtastperioden - hinterher.
- Anm.: Der Index 1 bei y sagt nur aus, dass es der erste Ausgangswert ist. Auf der Zeitachse liegt er neben dem Index 3 von x. Es mussten also zwei Werte von x hineinlaufen in das Filter, bevor überhaupt der erste Ausgangswert erschien.
- Die diskrete Faltung ist der Kern der DSP (digitale Signalprozessoren), da im Normalfall in Echtzeit gefiltert werden muss, welches Filter auch immer verwendet wird. Daher haben DSP einen on-chip Multiplikator und Addierer.



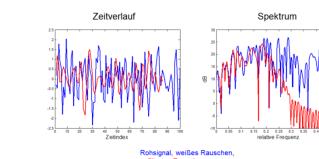
- Ausgangssignal kürzer um die Filterlänge-1 bei ungerader Anzahl der Filterkoeffizienten

Realisierung digitaler Filter - programm

```
x = rand(1,100);
w = [-0.0062, 0.0268, 0.0508, -0.0114, -0.0921, 0.0156, 0.3134,
0.4638, 0.3134, 0.0158, -0.0921, -0.0114, 0.0508, 0.0268, -0.092];
for k=1:100-14,
y(k)=0;
for m=1:L,
y(k)=y(k)+x(k+m-1)*w(m);
end
end
```



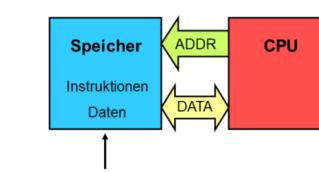
- Filterung mit FIR entspricht einer diskreten Faltung, so dass sie sich algorithmisch einfach mit zwei verschachtelten Schleifen realisieren lässt, wie hier mit einem Matlab-Programm gezeigt.
- In diesem Beispiel hat die FIR 15 Koeffizienten, das Ausgangssignal wird also um 7 Abtastperioden verschoben sein und um 14 Werte kürzer.
- Da beim FIR die Filterkoeffizienten identisch mit der IR sind, erhält man nach der FFT direkt die spektrale Filterfunktion.



- Im Zeitverlauf des weißen Rauschens ist erkennbar, dass das gefilterte Signal (rot) kürzer und nach links verschoben ist. Für einen zeitlichen Vergleich der beiden Signale wäre es notwendig, mit geeigneten Maßnahmen Zeitgleichheit herzustellen, z.B. durch Verschiebung des gefilterten Signals um (die verlorene) halbe Länge nach rechts. Oder durch Auffüllen von jeweils (L-1)/2 Nullen links und rechts des Eingangssignals wird erreicht, dass das gefilterte Signal gleich lang und zeitgleich erscheint.
- Der Spektrenvergleich bestätigt, dass es sich hier um einen Tiefpass handelt.

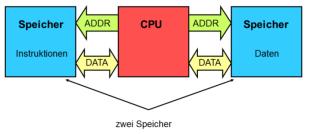
Realisierung digitaler Filter - DSP

Zum Vergleich konventioneller CPU und eines DSP soll hier ein Überblick über die Architekturen folgen:

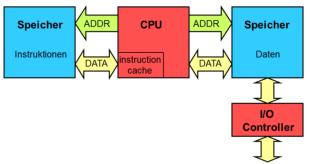


- Konventionelle CPU bzw. PCs bauen auf der ältesten, von Neumann -Architektur auf.

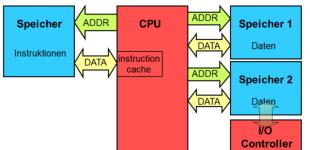
- Hardwaremäßig vorteilhaft, dass nur ein Speicher benötigt wird, allerdings passiert es in der Programmierung immer wieder, dass man mit nicht korrekt organisierten Daten Programme überschreibt. Passiert dies zufällig, so kann das Debugging zur Lebensaufgabe werden.



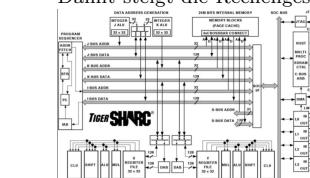
- Die Harvard-Architektur löst das Überschreibungsproblem durch Trennung von Instruktionen und Daten in zwei Speicher. Außerdem können hier Zugriffe parallel erfolgen, womit die Geschwindigkeit enorm gesteigert wird.



- Da in der DSV die Algorithmen weitgehend identisch sind, kann die Abfolge der Instruktionen mit guter Wahrscheinlichkeit „vorhergesagt“ werden, so dass sich mehrere vorab im instruction cache der CPU befinden, dekodiert und zur Abarbeitung in der pipeline vorbereitet sind. Vor allem für die Echtzeitverarbeitung ist es sinnvoll, die Daten nicht von der CPU mit der Außenwelt zu organisieren, sondern über einen I/O-Controller direkt vom Speicher aus, also mit einer Art DMA. Der Datenspeicher muss natürlich über zwei Zugangssports verfügen, sog. dual-port-RAM.



- Bei der sog. Tiger-Sharc-Architektur (geschützte Marke von AD) werden Daten in zwei Speichern gelagert. Das hat den Vorteil eines parallelen Zugriffs auf Instruktionen und zwei Datenblöcke, da in den Algorithmen der DSV überwiegend zwei Operatoren in einer Instruktion verarbeitet werden. Damit steigt die Rechengeschwindigkeit noch mal enorm.



- Eine typische Architektur des AD-TigerShars: Zu beachten sind insbesondere drei Adress- und Datenbusse sowie der Vier-Port-Speicher.

CAD digitaler Filter

```
Die Startmelodie von Windows wird mit 50Hz gestört
Fs=50;
t = 0:sig=1:1;
y = sin(2*pi*t*Fs);
winfuz=filter(b,a,y);
sound(winfuz,Fs)
plot(0:100000:1)*Fs*(sig(winfuz,1).20*log10(abs(winfuz))), axis([0 10 0 100]);
sound(Fs*winfuz,100);
ylabel('Signalplot (1 dB)')
```

```
Mit Matlab - fdatoool wird digitaler Bandsperre entworfen
```

```
Bandstop IIR (elgen Fc=2000 Hz, Fpass1=40Hz, Fstop1=140Hz, Fstop2=55Hz,
Fpass2=70Hz, Apass1=3dB, Astop2=3dB
Filterentwurf:
b = [ 0.7014, -8.4161, 48.4846, -154.4722, 347.0969, -555.3400, 647.8909, -555.3400,
347.0969, -154.4722, 48.4846, -8.4161, 0.7014];
a = [ 1.0000, -11.8901, 65.7832, -218.9239, 491.1957, -785.6393, 915.1818, -785.2284,
488.7821, -216.9147, 64.9794, -11.7975, 0.9817]
```

- Die DSPs werden vorwiegend im Assembler programmiert, um die höchstmögliche Geschwindigkeit zu erreichen. Vor allem für Entwicklungszwecke werden jedoch auch höhere Sprachen verwendet, vor allem C und C++, sowie CAD-Pakete, wie z.B. Matlab. Durch die Koordination zwischen Mathworks und TI entstand ein sehr leistungsfähiges und effektives Entwicklungstool, mit dem man von Matlab aus direkt auf die DSP-Boards von TI zugreifen kann.
- Hier folgt ein Beispiel zu ersten Entwicklungsschritten von Filtern im Akustikbereich: Zunächst wird die Startmelodie von Windows vom Netz gestört, durch Abspielen kann dies überprüft werden.
- Mit dem fdatoool wird zunächst ein IIR-Filter entworfen, eigene Entwürfe sind an dieser Stelle empfehlenswert.
- die gestörte Melodie wird gefiltert und gespiegelt

```
winfilt = filter(b,a,winfuz)
sound(winfilt, Fs)
```

- Ergebnis ist unbefriedigend, Überprüfung des Filters

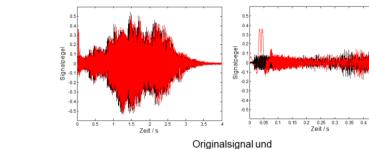
```
figure(1), plot(winfilt)
dirac = zeros(1,1000);
dirac(1) = 1;
iir= filter(b,a,dirac);
figure(2),plot(iir)
```

- Filter ist instabil -> Neuentwurf notwendig

```
- Parameter: Bandstop, Equiripple, FIR; Fs=8000 Hz,
Fc=30Hz, Fstop1=45Hz, Fstop2=55Hz, Fpass2=70Hz,
Apass1=3dB, Astop2=40dB, Apass2=3dB
- Filterentwurf: b=Vektor der Länge 3553
```

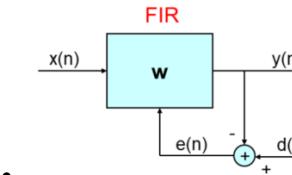
```
winfilt = filter(Num, 1, winfuz)
sound(winfilt, Fs)
```

- Man kann natürlich eigene diskrete Faltung schreiben und verwenden, mit der Matlab-Funktion filter(b,a,x) geht es viele effektiver.
- Das abgespielte Signal entspricht nicht dem Ziel, undefiniertes Geräusch ist das Ergebnis.
- Das Filter muss überprüft werden. Im Plot des gefilterten Signals wird schnell deutlich, welches Problem aufgetreten ist: Das Signal verlässt den normalen Wertebereich und sogar auch den Zahlenbereich. Fazit ist, das Filter ist instabil. Selbst wenn das fdatoool behauptet, das Filter wäre stabil, so stimmt das nur für den Entwurf. Die Stabilität ist auch eine Frage des gefilterten Signals und wird hier eben nicht gewährleistet. Das Problem in diesem konkreten Fall ist, dass die geforderte Bandsperre sehr schmal und bei sehr niedriger Frequenz im Vergleich zur Abtastrate liegt (Breite 10 Hz bei 50Hz Mittenfrequenz und Abtastrate 22050sp), so dass die relative Frequenz gerade nur 0.0023 und die Bandbreite nur 0.00045 betragen. Bei so niedrigen Werten ist ein Filterentwurf sehr problematisch. Der sicherste Ausweg aus diesem Problem ist ein FIR-Filter, das immer stabil ist, denn es hat keine Rückführung. - Die geforderte Bandsperre wird einigermaßen erfüllt, was aber auf Kosten der Filterlänge geht, die hier mit 1776 Koeffizienten schon beachtlich ist. Durch Abspielen kann man sich überzeugen, dass dieses mal das Ziel erreicht wurde.



Bei der realisierten Filterlänge von 1776 und der Abtastrate von 22050 kommt es zu einer Verzögerung des gefilterten Signals um 38ms, wie man insbesondere im rechten Bild gut erkennen kann. Im Normalfall bzw. bei geringen Ansprüchen wäre diese Verzögerung akzeptabel. Für zeitkritische Methoden der DSV (z.B. Quellenortung bzw. -verfolgung, Beamforming, adaptive Rauschunterdrückung) wäre das jedoch zu viel, wenn man bedenkt, dass der Schall in der Luft in dieser Zeit 12.m Strecke zurücklegt oder es sich um 38 Perioden einer 1kHz-Schwingung handelt.

Adaptive Filter



- FIR-Filterlänge = $2L + 1$
- Filterausgang:

$$y(n) = w(-L)x(n-L) + \dots + w(L)x(n+L) = \bar{x}^T \bar{w}$$
- Modellfunktion, Sollsignal, desired response: $d(n)$
- Fehlersignal, error: $e(n) = d(n) - y(n)$

- Das adaptive Filter ist ein Rückgekoppeltes System mit negativer Rückkopplung, so dass -ähnlich wie bei Regelkreisen - auch Stabilitätsbedingungen eingehalten werden müssen.
- Die einfachste Variante eines adaptiven Filters (AF) ist ein FIR mit der Länge $2L + 1$, das man mathematisch mit einem Vektor w beschreiben kann. Grundsätzlich kann der Eingangsvektor x physisch ein Spaltenvektor sein, dann entsprechend die Filterkoeffizienten der Wichtung von Signalen in parallel liegenden Kanälen, üblich in der spatialen Signalverarbeitung, kommt im nächsten Kapitel. Oder x ist ein Zeilenvektor, d.h. er wird als Analysefenster temporal über ein Signal geschoben, ist also ein Filter im üblichen Sinne der temporalen Filtering. Die physikalische Anordnung ist jedoch für die Herleitung an dieser Stelle irrelevant, im weiteren gehen wir wegen der einheitlichen Schreibweise von einem Spaltenvektor aus, wie üblich in der Signalverarbeitung.
- Der Ausgang entspricht der Faltung des Filtervektors mit dem Eingangssignal im Punkt n , jeweils L samples nach links und rechts bzw. nach oben und unten.
- $d(n)$ ist die desired response, Regelungstechnisch das Sollsignal oder analytisch das Modell.
- Aus der Differenz von $d(n)$ und $y(n)$ wird das Errorsignal gebildet, das von einem Adoptionsalgorithmus ausgewertet wird und die Filterkoeffizienten dann von dem Algorithmus so verändert, dass der Fehler gegen Null konvergiert.
- Errorsignal (Zeitindex weggelassen, daher auch spatial gültig):

$$e = d - y = d - \bar{x}^T \bar{w}$$
- Quadrat des Errorsignals: $e^2 = d^2 - 2d\bar{x}^T \bar{w} + \bar{w}^T \bar{x} \bar{x}^T \bar{w}$
- Erwartungswert:

$$F = E\{e^2\} = E\{d^2\} - 2E\{d\bar{x}^T \bar{w}\} + E\{\bar{w}^T \bar{x} \bar{x}^T \bar{w}\}$$
- Wiener Filter: $E\{\bar{w}\} = \bar{w}E\{\bar{x} \bar{x}^T\}$

$$\begin{aligned}
& \bar{w} = R^{-1} * p, R = \text{Autokovarianzmatrix}, p = \\
& \text{Kreuzkvarianzvektor} \\
& - W = \frac{p_{xd}}{p_{xx}}, p_{xd} = \text{Kreuzleistungsdichte}, p_{xx} = \\
& \text{Autoleistungsdichte}
\end{aligned}$$

- Das Errorsignal ist ein Skalar, ergibt sich aus der Differenz der desired response (auf der Position n) und dem Skalarprodukt des Eingangsvektors mit dem Filtervektor (Filterkoeffizienten)
- Man geht hier vom stationären Fall der Signalstatistik aus, so dass primär nicht der Momentanwert des Errors Null sein soll, sondern seine Energie bzw. Leistung. Dazu wird der Error zunächst quadriert (zweite Potenz ist Maß für Energie bzw. Leistung).
- Der Erwartungswert des Fehlers F (praktisch der quadratische Mittelwert) soll minimal werden, dann entspricht der Filterausgang der Modellfunktion.
- Man bildet die erste Ableitung des Fehlers F nach den Filterkoeffizienten (w für weights) und setzt diese gleich Null. Die Lösung dieser Gleichung ergibt das Wiener- oder Optimalfilter.
- Das Wienerfilter kann im Originalbereich mit Hilfe von Auto- und Kreuzkvarianzen beschrieben werden,
- oder im Spektralbereich mit Auto- und Kreuzleistungsdichte (siehe Regelungstechnik und Modellbildung)
- Schätzung des Erwartungswertes des Fehlerquadrats:

$$E\{e^2\} \approx \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M e_i^2$$
- Schätzung des Erwartungswertes der Autokorrelationsmatrix:

$$R = E\{x * x^T\} \approx \begin{pmatrix} x(0)x(0) & \dots & x(0)x(M-1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x(M-1)x(0) & \dots & x(M-1)x(M-1) \end{pmatrix}$$
- Schätzung des Erwartungswertes des Kreuzkorrelationsvektors:

$$p = E\{dx\} \approx dx$$
- kontinuierliche Zeit

- Kreuzkorrelationsfunktion:

$$r_{xd}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(\tau) d(t + \tau) dt$$
- Autokorrelationsfunktion: $r_{xx}(\tau) = r_{xd}(\tau)|_{d=x}$
- Kreuzleistungsdichte: $S_{xd}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} r_{xd}(\tau) e^{-i2\pi f t} dt$
- Autoleistungsdichte: $S_{xx}(f) = S_{xd}(f)|_{d=x}$

diskrete Zeit

- Kreuzkorrelationsfunktion:

$$r_{xd}(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x(n)d(n+m)$$
- Autokorrelationsfunktion: $r_{xx}(m) = r_{xd}(m)|_{d=x}$
- Kreuzleistungsdichte: $S_{xd}(k) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} r_{xd}(m) e^{-i2\pi km}$
- Autoleistungsdichte: $S_{xx}(k) = S_{xd}(k)|_{d=x}$

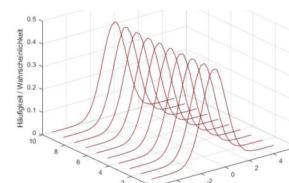
Probleme bei der Realisierung des optimalen Filters

- Inverse Autokovarianzmatrix - rechentechnisches Problem
- Leistungsspektrum berechenbar, aber nur im stationären Fall
- Warum ein unbekanntes Signal filtern, wenn das gesuchte als Sollsignal bekannt ist

- Wiener Filter existiert nur theoretisch
- Das Wienerfilter zu realisieren ist in der Praxis sehr schwierig. Die Berechnung der inversen Autokovarianzmatrix stößt schon bei niedrigen Rangordnungen (etwa N=10) auf ihre Grenzen.
- Das Leistungsspektrum gilt nur für den stationären Fall, den wir bei Biosignalen auch nicht nur annähernd haben.
- Schließlich stellt sich die pragmatische Frage: Wenn wir genau wissen, wonach wir suchen -den das muss für die Modellfunktion bekannt sein -warum sollten wird danach dann noch suchen?
- Dennoch hat das Wienerfilter für die Filtertheorie grundlegende Bedeutung und kann in modifizierten Varianten auch umgesetzt werden.

Stochastischer Prozess: Ensemble, Sequenz von Zufallsvariablen

- $X = \{X(n-m), \dots, X(n), \dots, X(n+m)\}$



- Starke Stationarität: die Verteilungen der Zufallsvariablen sind identisch
- Die Annahme der starken Stationarität ist zwar für viele Methoden der Signalstatistik notwendig (i.i.d. = independent identically distributed). Sie kann aber praktisch nicht erfüllt bzw. geprüft werden.

Schwache Stationarität

- $E\{x_t\} = \mu$
- $\text{var}(x_t) < \infty$
- $\text{cov}(x_{t1}, x_{t2})$
- Da die Annahme der Gleichheit von Verteilungen der Zufallsgrößen real nicht geprüft werden kann, wird sie auch nicht gefordert. Faktisch müssen nur die Momente erster und zweiter Ordnung zeitlich konstant sein.
- Dies wiederum ist für die signalanalytische Praxis oft zu wenig, da Momente dritter und vierter Ordnung nicht gleich sein müssen (Schiefe, Exzess).

Praktikable Koeffizientenberechnung - LMS

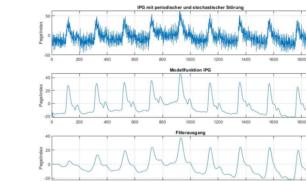
- alternativer Weg zum Fehlerminimum - über den Gradienten:

$$\Delta_j = \frac{\delta F(\bar{w})}{\delta \bar{w}}|_{w=w_j}$$
- Schätzung des Gradienten über den aktuellen Wert:

$$\hat{\Delta}_j = \frac{\delta(\epsilon_j^2(\bar{w}))}{\delta \bar{w}}|_{w=w_j} = w e_j \frac{\delta e_j}{\delta \bar{w}}|_{w=w_j} = -2 e_j \bar{x}_j$$
- Rekursionsformel für Filterkoeffizienten $\bar{w}_{j+1} = \bar{w}_j + 2\mu e_j \bar{x}_j$
- μ : Adoptionskonstante; λ_{\max} : größter Eigenwert der Autokovarianzmatrix; $\frac{1}{\lambda_{\max}} > \mu > 0$
- praktisch, Obergrenze gegeben durch Signalenergie:

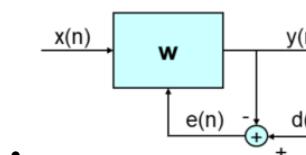
$$\sum_{j=0}^N x_{(j)}^2 > \mu > 0$$
- Die Fehlerfunktion $F(w)$ ist eine $(2L+1)$ -dimensionale Parabel, deren Minimum der Optimallösung entspricht. Es gibt mehrere Wege, dieses Minimum zu erreichen. An dieser Stelle leiten wir die Optimallösung mit Hilfe des sehr anschaulichen LMS-Algorithmus her (LMS - Least-Mean-Square, Methode der kleinsten Quadrate).
- Da der Weg zum Optimum über die inverse Autokovarianzmatrix und über die Leistungsdichten verläuft ist, nähern wir uns dem Minimum der Parabel mit Hilfe des Gradienten iterativ. Der Gradient ist mathematisch über die partiellen Ableitungen der Parameter definiert. Das stößt in der Praxis -vor allem bei der Online-Analyse- bald an Grenzen, da der Erwartungswert über längere Zeit ermittelt werden müsste.
- Daher schätzt man den Gradienten aus dem aktuellen Fehler, faktisch lässt man also die Mittelwertbildung weg. Das kann man unter der Annahme der Stationarität machen. Der geschätzte Gradient ergibt sich dann allein aus dem Produkt des Fehlers und des Eingangsvektors.
- Nun kann man den Gradienten dazu nutzen, mit hinreichend kleinen, durch die Adoptionskonstante bestimmten, Schritten auf das Minimum zu konvergieren.
- Die Stabilitätsbedingung ergibt sich aus dem größten Eigenwert der Autokovarianzmatrix. In der Praxis wird die wesentlich einfacher zu berechnende Signalenergie verwendet, die größer ist als der Eigenwert und damit die Stabilität auch hinreichend sicher gewährleistet.

Reale Aufnahme: IPG, periodische Störung, Rauschen



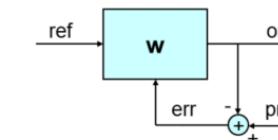
- Ein reales IPG wurde nachträglich mit additiven simulierten Störungen (50 Hz, 75 Hz, Rauschen) stark gestört (Amplitude der Harmonischen $A = 1$, Effektivwert des Rauschens 20).
- Eine Modellfunktion liegt daher vor.
- Das gefilterte Signal erreicht relativ schnell die Qualität des Originals.
- Basiert auf der Übung 5.4 des Buches Biosignalverarbeitung/Elektrische Biosignale in der Medizintechnik

Adaptiver Muster-Filter



- $x(n)$: reales Signal
- $e(n)$: Fehler
- $d(n)$: ungestörtes Muster (woher?)
- $y(n)$: Filterausgang
- Funktion: Im Ausgang $y(n)$ erscheinen diejenigen Signalanteile von $x(n)$, die gut mit $d(n)$ korrelieren
- Im stationären Fall und nach erfolgter Konvergenz kann man davon ausgehen, dass der Filterausgang diejenigen Anteile von $x(n)$ enthält, die mit $d(n)$ gut korrelieren. Das funktioniert natürlich nur, wenn man das Mustersignal ganz genau kennt und vorgeben kann.
- Woher aber sollen wir das Mustersignal nehmen, wenn es ja gestört und verfälscht am Filtereingang vorliegt? Fazit ist, ein solches Filter ist nicht realisierbar bzw. macht keinen Sinn, wenn das Muster vorliegt.

Adaptiver Noise Canceller - ein praktikables adaptives Filter

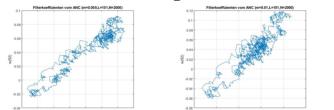


- ref : Rauschreferenz
- err : Signal
- $prim$: Signal + Rauschen
- out : Rauschen
- In der praktischen Analyse ist es sehr oft so, dass man zwar kein Mustersignal hat, dafür aber eine Rauschreferenz, d.h. genügend Information über das Störsignal ohne Anteile des gewünschten Signals. Die Aufgabe jetzt heißt also, wenn wir schon kein Mustersignal haben, dann können wir versuchen, die Störung zu beseitigen, wenn wir sie kennen. Im Idealfall ist die Störung eliminiert und das gewünschte Signal bleibt übrig.
- Hierzu werden die Filteranschlüsse umfunktioniert: Der Filtereingang wird zur Rauschreferenz, hier wird die vorliegende Störung eingespeist, die allerdings keine Anteile des gewünschten Signals enthalten darf. Dies ist aber bei technischen Störungen bei Biosignalverarbeitung kein wesentliches Problem.

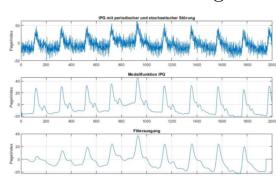
- Der Eingang für Mustersignal wird zum Primäreingang, in den das gestörte aber noch unbekannte Wunschsignal eingespeist wird.
- Entsprechend dem Funktionsprinzip erscheint am Filterausgang der Teil vom Referenzeingang, der gut mit dem Primärsignal korreliert -die Störung, in diesem Beispiel die Netzstörung. Da aber das Primärsignal mit dem Referenzsignal nicht korreliert, muss das gesuchte Signal als Rest -als Errorsignal übrig bleiben. Demzufolge ist der eigentliche Ausgang eines ANC das ursprüngliche Errorsignal.
- Man kann folgende Überlegung anstellen: Am Filterausgang liegen die Signalanteile vom Filtereingang an, die gut mit dem Primäreingang korrelieren. Das Filter stellt sich relativ langsam auf die Optimallösung ein, denn es geht von stationären Prozess aus und konvergiert auf das Optimum mit der Adoptionskonstante tau zu. Wenn man nun des gestörte Signal auf den primären Eingang legt und auf den Referenzeingang statt der Rauschreferenz -die nicht immer verfügbar ist -das gleiche, jedoch zeitlich verschobenes Signal, so ändert sich die Lage für die stationäre und gut korrelierende Störung nicht -sie ist in beiden, dem Referenz- und dem Primäreingang enthalten. Demzufolge wird sie auch am Ausgang des Filters -wie mit Rauschreferenz erscheinen. Also wird sich die Störung aus dem Errorsignal wie mit Referenz wegfiltern und übrig bleibt das gewünschte Signal, auch ohne die Notwendigkeit, eine Störungsreferenz bereitzustellen zu müssen. Das funktioniert natürlich nur so lange, wie zeitverschobene Anteile des gewünschten Signals miteinander bei der konkreten Zeitverschiebung unkorreliert sind, daher kommt der Wahl des Zeitversatzes entscheidende Bedeutung zu. Allerdings ist es nicht möglich, streng mathematisch oder pauschal eine gute Verschiebung anzugeben. Diese wird -wie auch die Adoptionskonstante -eher nach empirischen Gesichtspunkten („nach Gefühl“) eingestellt.

Adaption des ANC vom IPG

- IPG gestört periodisch und stochastisch (50Hz, 75 Hz, Rauschen)
- Startwert für Gewichte $w(50)$ und $w(52)$ mit $L = 101$ bei $(0, 0)$
- Variabilität höher bei größerer Adoptionskonstante
- Variabilität niedriger bei kleinerer Adoptionskonstante



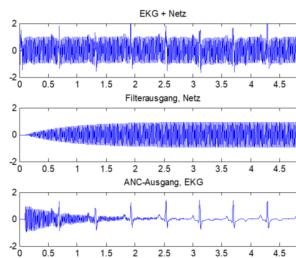
Verläufe der Gewichte des Signals



Zeitverlauf

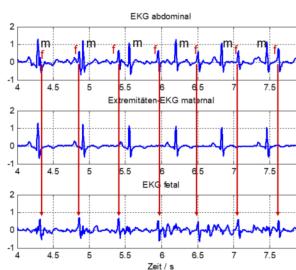


Beispiel:



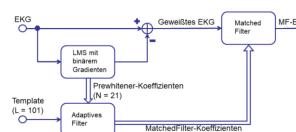
- Der ANC enthält nach abgeschlossener Konvergenz die Impulsantwort des optimalen Filters. Im Falle einer Netzstörung ist es also ein sehr schmaler Bandpass bei der Netzfrequenz bzw. die Impulsantwort ist identisch der Harmonischen der Netzfrequenz.

Beispiel



- $\mu = 0,02$, $L = 101$
- Der ANC wurde zur Trennung des fötalen EKG (fEKG) vom maternalem mEKG. Zur Gewinnung des fEKG wird das abdominale EKG (aEKG, vom Bauch) benötigt, das mEKG wird konventionell an Extremitäten abgeleitet. Das fEKG (untere Grafik) ist nur schlecht erkennbar und vom mEKG selbst nach zahlreichen empirischen zweidimensionalen Optimierungen der Filterlänge und der Adoptionskonstante noch immer stark gestört. Die Ursache liegt darin, dass beide Signale (Störung und gestörtes Signal) stark instationär sind, die für die Konvergenz zur optimalen Lösung notwendige Bedingung der Stationarität mindestens eines Signalanteils ist hier nicht erfüllt.

EKG mit Matched Filter

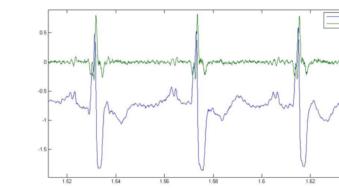


- In bestimmten Messsituationen (Ruhe EKG vor Fahrradergometrie) liegt eine Musterfunktion (Template) vor.
- Für signalanalytische korrekte Detektion/Filterung müssen Signal (EKG) sowie Template (Muster) weißes Spektrum haben
- Zum Prewhitenning wird LMS mit binärem Gradienten verwendet. Die selben Filterkoeffizienten filtern auch das Template für das MF

- Lineare Prädikation:

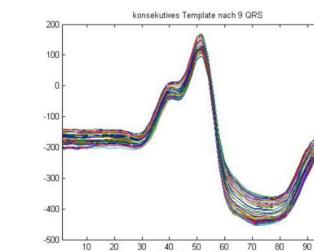
$$x_p[k] = a_1x[k-1] + a_2x[k-2] + \dots + a_nx[k-n]$$
- Residualfehler ist weiß: $x_{err}[k] = x[k] - x_p[k]$
- Robuster LMS mit binärem Gradienten:

$$w[k+1] = w[k] + \mu * sng(e[k]x[k])$$

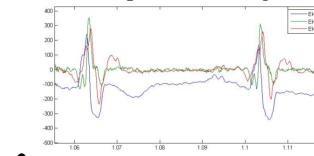


- Da Biosignale relativ tieffrequente Signale sind (Energiemaximum zwischen 10 Hz und 100 Hz), führt Prewhiting zur relativen Anhebung der hochfrequenten Anteile (grüne Kurve oben) sowie des breitbandigen Rauschens.
- Wegen der relativen Anhebung hochfrequenten Anteile haben Prewhiter implizit einen Hochpass-Charakter. Dies kann man gut im Vergleich der blauen (Original) und der grünen Kurven erkennen: Die tieffrequenten Anteile („langsame Wellen“) sind nach Prewhiting deutlich reduziert.

Template nach QRS



- QRS Template wird aus den letzten 9 detektierten Komplexen berechnet
- das Template wird mit dem adaptiven Filter gefiltert, mit dem das EKG geweißt wurde
- mit dem geweißten Template wird das geweißte EKG gefiltert



- Durch das Prewhiting und nach dem MF (matched filter) ist die Signalform des Biosignals zum Teil stark verändert. Daher eignet sich das MF nur zur Detektion von Biosignalkomponenten, nicht aber zur diagnostischen Kurvenvermessung.
- Das MF ist der empfindlichste und sicherste Detektor von bekannten Mustern.