

Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

Lista zadań nr 12. 27. maja i później

Zadania

1. Niezależne zmienne losowe X_i podlegają rozkładom normalnym $X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$. Niech $X = [X_1, \dots, X_m]^T$. Jaki rozkład ma zmienna $(X - \mu)^T D (X - \mu)$? Oznaczenia: $\mu = [\mu_1, \dots, \mu_m]^T$, $D = \text{diag}(1/\sigma_1^2, \dots, 1/\sigma_m^2)$ (macierz diagonalna z podanymi elementami na przekątnej).
2. $X = [X_1, X_2]^T$ ma rozkład normalny z parametrami

$$\mu = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \Sigma = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Jaki rozkład ma zmienna $X^T \Sigma^{-1} X$?

3. Zmienna $X = [X_1, \dots, X_n]^T$ ma rozkład $N(\mu, \Sigma)$. Macierz Σ ma rozkład LL^T . Jaki rozkład ma zmienna $(X - \mu)^T \Sigma^{-1} (X - \mu)$?

Plik l12z4.csv to dane do zadań 4–7. Odpowiedzią jest wartość $1 - F(x)$, gdzie x jest wartością pewnej statystyki testowej, F – odpowiedzią do treści zadania dystrybuantą.

4. Testujemy hipotezę $\mu_1 = \mu_2$. Przyjmujemy, że znamy σ_1, σ_2 i są one równe S_1^2, S_2^2 .
5. Testujemy hipotezę $\mu_1 = \mu_2$. Nie znamy wariancji σ_1^2, σ_2^2 , ale zakładamy, że są równe.
6. Testujemy hipotezę $\sigma_1 = \sigma_2$. Zakładamy, że μ_1, μ_2 są równe średnim z odpowiednich kolumn danych.
7. Testujemy hipotezę $\sigma_1 = \sigma_2$. Nie znamy μ_1, μ_2 ,

Plik l12z8.csv zawiera liczby losowe z rozkładu $U[0, 1]$. Przekształcić te liczby na liczby o podanym rozkładzie. Podać wzory, oraz wartości 1., 14. i 38. liczby.

8. Rozkład $N(0, 1)$.
9. Rozkład $\text{Exp}(5)$.
10. Rozkład o gęstości $f(x) = x$ na $[0, 2]$.

Witold Karczewski