uc3m | Universidad Carlos III de Madrid

Grado en Ingeniería Informática
2018-2019

Apuntes

Lógica

Jorge Rodríguez Fraile[1]

[1]Universidad: 100405951@alumnos.uc3m.es | Personal: jrf1616@gmail.com

ÍNDICE GENERAL

Parte I

Teoría

Tema 1: Introducción al calculo de proposiciones.

Calculo: Es una estructura pura, un sistema de relaciones. Es abstracto y su finalidad es sintactica no comunicativa. Se compone de:

- Conjunto de elementos primitivos: Deben estar bien definidos y son las piezas del sistema. Son opacos, carecen de significado.
- Conjunto de reglas de formación: Establecen las combinaciones correctas de elementos primitivos para que esten bien formado.
- Conjunto de reglas de transformación: Al aplicarlas, pasamos de una combinación correcta a otra que también lo es.

Normalmente se crean para una posible aplicación, pero teoricamente son independientes del lenguage o lenguajes formalizados.

Lógica: Es el conjunto de calculos ó la teoría de construcción de calculos.

Calculo proposicional: Se basa en la representación de afirmaciones (Enunciativas, indicativo, declarativo, ...) simples. Solo tienen valor de verdad las afirmaciones, pero no las preguntas, ordenes, insultar...

Elementos primitivos:

- Enunciados simples o proposiciones atómicas: Solo importa si está bien formada, no si es cierta. Es la unidad mínima del lenguaje con información. Pueden ser:
  - De acción: Sujeto no determinado.
  - De atributo: Atribuye propiedades.
  - De relación: Relación entre sujetos.

  Las proposiciones se designan con letras minusculas: p, q, r...
- Conectivas: Elementos del lenguaje para construir una frase con dos proposiciones. Tipos:
  - Negación ($\sim$) no / es falso / no es cierto
  - Conjunción ($\wedge$) y / pero / sin embargo / no obstante
  - Disyunción ($\vee$) o / o _ o _ o ambas
  - Condicional ($\rightarrow$) si / entonces ($\leftrightarrow$) si y solo si / es lo mismo que

- Reglas de formación: Una formula es sintacticamente correcta (fsc) si cumple:
  - p, q, r... son fsc.
  - Siendo A y B fsc, también lo son: $\sim A, \sim B, A \wedge B, A \vee B, A \rightarrow B$.

Para evitar ambigüedad se utilizan parentesis, pero hay una jerarquia:
$+ (\overset{n1}{\sim} / \overset{n2}{\wedge} / \overset{n3}{\vee} / \overset{n4}{\rightarrow} / \overset{n5}{\leftrightarrow}) -$ y si hay igualdad de nivel de izquierda a derecha.

- Reglas de transformación: Más adelante y serviran para demostrar.

Proceso para formalizar:

1° Reconocer las proposiciones simples.
2° Reconocer las compuestas (con parentesis)
3° Añadir las conectivas correspondientes.

7/02/2019

Tema 2: Teoria de la demostración.

Estructura deductiva: Representación formal de un proceso de razonamiento para obtener una conclusión a partir de premisas. Premisa → Conclusión.

Requiere: Axiomas, formulas que se asumen como validad por hipotesis.
Regla de demostración, o inferencia permite obtener nuevas formulas validadas a partir de axiomas

Sistema de demostración formal (s) se define mediante: S{A, F, X, R}
A, el alfabeto del sistema.
F, reglas de sintaxis
X, Conjunto de axiomas
R, Conjunto de reglas de inferencia

Deben ser consistentes (no contradecirse)

Sistemas directos: Aplican una cadena finita de reglas de inferencia hasta llegar a la formula que se quiere demostrar. Cercano al razonamiento, dificil de automatizar.

Sistemas indirectos: Aplican la técnica regla de reducción al absurdo.

F - Representa una formula valida.

Logica T (2) 7/02/2019

Sistema axiomático de KLEENE:

A: Alfabeto compuesto: simbolos $p, q, r, \ldots$ (proposiciones simples)
conectivos $(\vee, \wedge, \sim, \rightarrow)$
parentesis "(,)"

F: Conjunto de formulas bien construidas (fbc):
- Toda proposición atómica es una fbc
- $\sim$: Si A es fbc, $\sim A$ tambien es fbc.
- $A \vee B$, $A \wedge B$, $A \rightarrow B$ Son fbc si A y B lo son.

} Todas la fbc se obtienen unicamente de estas tres reglas.

X: 8 Axiomas; 1° y 2° implicación $\rightarrow$, 3 y 4° conjuncion $\wedge$, 5 y 6° disyución $\vee$ y 7 y 8° negación $\sim$

R: Modus Ponens $\dfrac{\vdash A \rightarrow B,\ \vdash A}{\vdash B}$ Si $A \rightarrow B$ es una formula valida y A tambien, entonces podemos concluir que B es una formula correcta.

Solo funciona con el elemento de la izquierda $A \rightarrow B$

Demostracion: Es una sucesión de formulas $p_1, p_2, \ldots p_n$ tal que:
Cada p_i es un axioma, una formula valida obtenida a partir de las anteriores mediante la regla de demostracion.
El elemento p_n es la formula que q demostrar.

Ejem: $A \rightarrow A$

1. $\vdash A \rightarrow (A \rightarrow A)$ Ax. 1
2. $\vdash (A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow A))$ Ax. 2 $B \Leftrightarrow A \rightarrow A$, $C \Leftrightarrow A$
3. Modus Ponens 1,2 $\vdash (A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow A))$
4. $\vdash (A \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow A))$ Ax. 1 $B \Leftrightarrow A$
5. Modus Ponens 3,4 $(A \rightarrow A)$

Deducción: Se describe mediante dos sucesiones separadas por el signo $\Rightarrow$
$\underbrace{p_1, p_2, \ldots}_{\text{premisas}} \Rightarrow \underbrace{q_1, q_2}_{\text{conclusiones}}$ La deducción es correcta cuando, q_i es una de las pemisas, ó q_i es una formula valida del sistema axioma o teorema, ó q_i se obtiene mediante reglas de inferencia (Modus Ponens)

($\vdash A$) premisas se da por validas

Ejem: $A \rightarrow (B \rightarrow C), B, A \Rightarrow C$

1. Pr. 1 $A \rightarrow (B \rightarrow C)$
2. Pr. 2 B
3. Pr 3 A
4. Modus Ponens 1,3 $B \rightarrow C$
5. Modus Ponens 2,4 C

Teorema de la deducción

Permite definir una relación entre las estructuras deductivas correctas y las formulas validas.

Si $p_1, p_2, \dots, p_n \Rightarrow q_1, q_2, \dots q_m$ son deducciones correctas, entonces $p_n \to q_m$ és una deducción correcta con $p_1, p_2, \dots, p_{n-1}$ premisas.

De una estructura deductiva correcta siempre es posible encontrar una formula valida que la representa. Aplicar el teorema de la deducción de foma sucesiva hasta que desaparezca.

Una estructura deductiva correcta es tambien una regla de demostración si se asumen como formulas validas las premisas.

Si $p_1, p_2, \dots, p_n \Rightarrow q$ es una deducción correcta, entonces:

$p_1, p_2, \dots, p_{n-1} \Rightarrow p_n \to q$ es una deducción correcta.

$p_1 \to (p_2 \to (p_3 \to \dots\ p_n \to q)))$ es una formula valida.

Pasamos de deduccion correcta a formula valida y viceversa.

Ej: $A \wedge B, B \to C, C \to D \Rightarrow D$ // $A \wedge B \to ((B \to C) \to ((C \to D) \to D))$

$A \wedge B, B \to C \Rightarrow (C \to D) \to D$ // $A \wedge B \Rightarrow (B \to C) \to ((C \to D) \to D)$ //

$(A \to B) \to ((B \to C) \to (A \to C))$ // $A \to B, B \to C, A \Rightarrow C$

$A \to B \Rightarrow (B \to C) \to (A \to C)$ // $A \to B, B \to C \Rightarrow A \to C$ //

El teorema solo se puede utilizar si hay una implicación directa 14/02/2019

$(a \to b) \to (c \to d)$ pero no $\sim[(a \to b) \to (b \wedge c)]$

- La aplicación del teorema de la deducción a las axioma se llaman <u>Reglas derivadas.</u>
- Teorema: Es una formula valida obtenida mediante axiomas y Modus Ponens.

T1: Identidad $A \to A$ $\quad A \Rightarrow A$ Se deduce de ella misma.

T2: Silogismo $(A \to B) \to ((B \to C) \to (A \to C))$ $\quad A \to B, B \to C \Rightarrow A \to C$ Si la conclusión de la primera es la premisa de la segunda Entonces $P_1 \to C_2$

T3: Modus Ponens $A \to ((A \to B) \to B)$ $\quad A, A \to B \Rightarrow B$

T4: Excontradictione Quodlibet = ECQ $A \to (\sim A \to B)$ $\quad A, \sim A \Rightarrow B$ Demuestro una cosa y su negación y puedo demostrar cualquiera.

$\sim A \to (A \to B)$

T5: Producto condicional: $(A \to B) \to ((A \to C) \to (A \to B \wedge C))$ $\quad A \to B, A \to C, A \Rightarrow B \wedge C$

$A \to B, A \to C \Rightarrow A \to B \wedge C$

T6: Contraposición: $(A \to B) \to (\sim B \to \sim A)$ $\quad A \to B, \sim B \Rightarrow \sim A$

$(A \to \sim B) \to (B \to \sim A)$

T7: Interdefinición (de conectivas) respecto conjunción: $(A \to B) \to (\sim(A \wedge \sim B))$ $\quad A \to B \Rightarrow \sim(A \wedge B)$

$\sim(A \wedge \sim B) \to (A \to B)$

T8: Interdefinición (de conectivas) respecto disyunción: $(A \to B) \to \sim A \wedge B$ $\quad A \to B \Rightarrow \sim A \wedge B$

T9: Leyes de De Morgan: $\sim(A \wedge B) \to \sim A \vee \sim B$

$\sim(A \vee B) \to \sim A \wedge \sim B$

T10: P. Conmutativa: $(A \wedge B) \to (B \wedge A)$ $\quad (A \vee B) \to (B \vee A)$

Lógica T(3) 14/02/2019

T11: P. Asociativa: $A \wedge (B \wedge C) \to (A \wedge B) \wedge C$ 15

T12: P. Distributiva $A \vee (B \wedge C) \to (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ 16 También con (V)

T13: P. Asorción $A \wedge (A \vee B) \to A$ 17

T14: Idempotencia $A \vee A \leftrightarrow A$ $A \to A \vee A$ 18

T20: Coimplicación: $(A \to B) \to (B \to A) \to (A \leftrightarrow B)$ $A \to B, B \to A \Rightarrow A \leftrightarrow B$

T21: Eliminación de coimplicación: $(A \leftrightarrow B) \to (A \to B)$ $A \leftrightarrow B \Rightarrow A \to B$ $A \leftrightarrow B \Rightarrow B \to A$

T22: P. Simetría Coimplicación: $(A \leftrightarrow B) \to (B \leftrightarrow A)$

T23: Importación - Exportación: $(A \to (B \to C)) \to (A \wedge B \to C)$ $(A \wedge B \to C) \to (A \to (B \to C))$ $A, B \to C \therefore, A \wedge B \Rightarrow C$

Modus Tollens: $A \to B, \sim B \Rightarrow \sim A$

- Regla de intercambio: Si dentro de una formula hay una parte equivalente a algun teorema o axioma conocido.

21/02/2019

Calculo con supuestos: (Indicar inicio y final de supuesto, y lo de dentro no utiliza fuera) Y se pueden anidar

Teorema de la deducción: Se escoge como supuesto lo que busco para demostrar la conclusión. Y si demuestro la conclusión mediante el supuesto y las premisas, es una deducción correcta. Para implicaciones

$A \to (B \to C) \Rightarrow \underbrace{(A \wedge B)}_{\text{Supuesto TD}} \to C$

- Prueba por casos: Si tengo una disyunción $(A \vee B)$, cogemos como supuestos sus componentes (A, B) y si demostramos que cada uno lleva a la conclusión (C), entonces..., $\underset{\text{Supuesto 1}}{A} \vee \underset{\text{Supuesto 2}}{B} \Rightarrow C$ es cierto. Si tengo una disyunción

Reducción al absurdo: Suponemos lo contrario a la deducción $\sim B \xrightarrow{\text{Suponemos}} B$ e intentamos llegar a un absurdo, (Por ejemplo demostrar A y $\sim A$, entonces $\sim B$ es cierto) y si lo logramos demostramos la deducción.

$\sim A \vee \sim B \Rightarrow \sim \underbrace{(A \wedge B)}_{\text{Suponemos}}$

1. $\sim A \vee \sim B$ P_1
2. $A \wedge B$ Supuesto RA
3. $\sim A$ Supuesto PxC (1)
4. A Simplificación 2
5. $A \wedge \sim A$ Producto 3,4
6. $\sim B$ Supuesto PxC (1)
7. B Simpl. 2
8. $A \wedge \sim A$ ECQ 6,7
9. $A \wedge \sim A$ Cierre Supuesto 3,5 y 6,8
10. $\sim A$ Simpl. 9
11. A Simpl 9
12. $\sim (A \wedge B)$ Cierre supuesto RA 2,10,11

28/02/2019

Tema 3: Introducción al calulo de predicados.

Se simbolizan los componentes de la proposicion, sujeto y predicado, no como un todo. Ej: $\underset{S}{\underline{\text{Pepe}}}\ \underset{P}{\underline{\text{es humano}}}$

Sujetos o Terminos:

Constantes, elementos distinguidos o individuos, representado con a, b, c, ...

Variables, elementos que hay que especificar, representado con x, y, z, ...

Predicados: Se representa con notación funcional.

Constante, $n=0$ p, q, r... Está lloviendo p

Monático, $n=1$ propiedades del sujeto $P(x)$ Alto (Juan)

Poliádico, $n>1$ binario $P(x,y)$ ternario $P(x,y,z)$

Cuantificadores: ~~Se escriben y leen de derecha a izquierda (el más cercano a la formula)~~

Para $\to$ $\rightsquigarrow$ Universal $\forall$, todos los elementos de un dominio. $\forall x$ Humano (x)

Para $\wedge$ $\rightsquigarrow$ Existencial $\exists$, hay uno o más del dominio. $\exists x$ Rojo (x)

Si está cuantificados se llaman <u>ligadas</u>, sino <u>libres</u>

Primer orden: Los cuantificadores solo afectan a variables.

Orden superior: Además afectan a predicados y funciones.

$\to$ y $\leftarrow$ $\Rightarrow$ $\leftrightarrow$

Conectivas: $\sim, \wedge, \vee, \to$ y parentesis

Formulas sintacticamente correctas.

Cualquier proposición.

$P(x,y,\ldots)$ $\leftarrow$ Sin cuantificadores dentro.

$\forall x_i\, P(x_i,\ldots)$ $\exists x_i\, P(x_i,\ldots)$ $\leftarrow$ Si x_i está dentro. <u>Solo un cuantificador</u> por sujeto.

$\sim A$ $A \wedge B$ $A \vee B$ $A \to B$ $\sim B$

Funciones como sujetos $\forall x\, P(x, f(y,z), g(a,b,h(b)))$

Tema 4: Teoría de la Demostración en Calculo de Predicados.

Sistema axiomatico Kleene:

- Alfabeto: Variables x, y, z... Conectivas $\wedge, \vee, \rightarrow, \sim$ Predicados $P(x, y...)$
  Constantes a, b, c... cuantificadores $\forall, \exists$ funciones $f, g...$, y ( )
- Formulas bien construidas:
  Si R es un predicado y los terminos $(t_1, t_2 ...)$ son constantes, variables o funciones.
  Si A y B es fbc, tambien lo será $\sim A$, $A \vee B$, $A \wedge B$, $A \rightarrow B$ y $A \leftrightarrow B$.
  Si A es fbc y x una variable libre, tambien lo sera $\forall_x A$ y $\exists_x A$
- Axiomas: Los ocho de las proposiciones más dos nuevos:
  A9. $\forall_x B(x) \rightarrow B(t)$ + Reglas derivadas
  A10. $B(t) \rightarrow \exists_x B(x)$ + Equivalencias.
- Reglas de transformación:
  Modus Ponens: $A, A \rightarrow B \Rightarrow B$
  Generalización universal condicional: $A \rightarrow B(x) \Rightarrow A \rightarrow \forall B(y)$ La x no tiene que ser libre en A
  Generalización existencial condicional: $A(y) \rightarrow B \Rightarrow \exists_x A(x) \rightarrow B$ y no libre en B

Teorema de la Demostración: Como en las proposiciones, con implicaciones.
No se pueden pasar terminos a las premisas si hay variables libres.

Reglas derivadas: Los cuantificadores deben afectar a toda la formula

1º Quito cuanti. 1º EE 2º EU
2º Opero con Ax.
3º Añado cuant. faltan cuidado variables genericas

Añadir cuantificadores: Cuando ya tenemos la expresión y solo faltan estos.
Generalización universal: $A(y) \Rightarrow \forall_x A(x)$ y debe ser generica.
Generalización existencial: $A(y) \Rightarrow \exists_x A(x)$ Sin limitación.

Quitar cuantificadores: Al comienzo para simplificar y utilizar axiomas...
Especificación universal: $\forall_x A(x) \Rightarrow A(y)$ Sin restricción.
Especificación existencial: $\exists_x A(x), A(y) \rightarrow B \Rightarrow B$ "y" no debe ser libre en B $(B \neq y)$

* Supuesto Especificación Existencial: Supongo una variable a no generica como x, y operamos hasta llegar a lo deseado (sin la "a" cuando desaparece). No se puede generalizar universalmente la a, pero si existencialmente.
  Para cada EE una variable no generica distinta.
  No introducir variables genericas del exterior, hacer la EU dentro.

Se pueden emplear los supuestos ya conocidos de proposiciones.

28/03/2019

Tema 5: Teoría Semantica.

No

No vamos a $\boxed{\text{demostrar}}$, le damos un significado (V o F)

↳ Comprobamos corrección

- En calculo de proposiciones:

Se utiliza la misma simbolización, los significados pueden ser $\{V, F\}$ ó $\{1, 0\}$

Tabla de verdad: Definición semantica.

El número de interpretaciones 2^n, siendo n el número de proposiciones.

Evaluamos siguiendo las conectivas.

p	q	$\sim q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \to q$
V	V	F	V	V	V
V	F	V	F	V	F
F	V	F	F	V	V
F	F	V	F	F	V

Modelo: Interpretación verdadera V ó 1.

Contramodelo: Interpretación falsa F ó 0.

Equivalencia lógica: Cuando dos formulas dan el mismo resultado.

Clasificación:

Sem. valida
Formula valida

Tautología: Siempre cierta. Semanticamente valida.

Contradicción: Siempre falsa. Insatisfacible.

Contingente: Valores distintos. Satisfacible.

Satisfacible: Si tiene al menos un verdadero.

Ded. correcta

todas ciertas y también

Deducción correcta: Si $p_1, p_2, \ldots \Rightarrow q$, entonces p_i y q ciertas. $1\ 1\ 1 \ldots \Rightarrow 1$

conclusión

Incorrecta si existe una interpretación con toda premisa cierta y q falso $1\ 1\ 1 \Rightarrow 0$

Pasar de deducción correcta a tautologia: $p_1, p_2, p_3 \Rightarrow q$

$$p_1 \to (p_2 \to (p_3 \to q)) \equiv p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \to q$$

Comprobar Deducciones:

Para cuando haya pocas proposiciones

Tautología / Deducción

Directo: Hacer la tabla de verdad y mirar ultima fila / premisas y conclusión ciertas

$(\sim A \vee \sim B) \to \sim(A \wedge B)$

0 0 1 1

1 0

0

No se da la interpretación falsa.
Entonces correcta

Contraejemplo: Buscamos una interpretación especifica que haga falsa o contradiccion a la formula o deducción. Buscar conectiva principal y suponer para que sea falsa, (la mejor "→") e interpretamos el resto.

Refutación: Negamos la conclusión, la unimos a las premisas y vemos si el conjunto es satisfacible. $p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \sim q$

$p_1, p_2, p_3 \Rightarrow q$

$p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \to q$

Es correcta si y solo si es insatisfacible (Ningun 1)

Propiedades:

Consistente: No demuestra la formula y su negación

Completitud: Toda formula valida es demostrable.

Decidibilidad: Existe un procedimiento para demostrar validez.

- En calculo de predicados:

Al ser más complejos que las proposiciones, la evaluación requiere un mayor número de elementos. Todos los esquemas de la lógica proposicional siguen siendo válidos.

La evaluación requiere:

Un dominio no vacio para interpretar las constantes, variables y funciones.

Un conjunto de significados (V o F)

Definición semantica de las conectivas (la misma que en calculo proposicional)

Evaluación de formulas:

A las constantes se les asigna una letra concreta.

A las variables se les asigna una letra del dominio.

A las funciones se les asignan siguiendo una aplicación concreta.

aa	aa	aa
	ab	ab
	ba	ac
	bb	ba
		bb
		bc

Se escriben todas las combinaciones de los elementos del dominio y se hace una interpretación concreta para cada predicado o todas las posibles.

x	y	$P_{(x,y)}$
a	a	1
b	a	0
a	b	0
b	b	1

2^4

Columna $\to x$

$\forall x$ Se le asigna V si para todos los elementos del dominio, la formula es verdadera.
Se le asigna F si hay alguna falsa

$\exists x$ Se le asignará el valor verdad V si para algún elemento del dominio, es verdadera.
Si no hay ninguna verdadera F.

Modelo interpretación verdadera, si es falsa contraejemplo.

Satisfacible, si hay almenos 1 verdadera.

Formula valida en un dominio, si cualquier interpretación en ese dominio es V.

Si D_2 es V
$D_1 \subset D_2$
D_1 es V

Semanticamente valida, cuando es válida en cualquier dominio. No trivial. Infinita.
Buscar contraejemplo y demostrar no validez

Evaluación de deducciones:

Deducción correcta, cuando no existe una interpretación con premisas verdaderas y conclusión falsa. 1 1 1 | 0 ← Falsa 1 1 1 | 1 ← Todas Entonces verdadera.

O tambien si es insatifacible para $p_1 \wedge p_2 \wedge \sim q \Leftarrow p_1, p_2 \Rightarrow q$

O por contraejemplo, suponemos los valores para que sea incorrecta y llegar a una contradicción (V). Si no hay dominio definido añadimos para los $\forall x$ o $\exists x$

Sol. de demuestra si no lo es, la otra puede no haberse encontrado

Tabla de verdad:

1° Mirar el dominio o las variables.

x	y
a	a
b	a
⋮	⋮

2° Mirar si variables libres ($P_{(x)} \overset{\text{pasa a}}{\Rightarrow} P_{(a)}$)

3° Evaluar interpretación dada o todo el dominio, cuidado conectivas y cuantificadores.

Propiedades:

Consistencia: No formula y contrario.

Completitud: Toda form. demostrable sist. axiom.

Indecidibilidad: No existe un proceso finito para demostrar validez

11/04/2019

Tema 6: Formas Normales y Resolución.

Literal: Cualquier formula que sea atómica o su negación. (literal positivo o negativo)

Cláusura (de Horn): Cualquier disyunción de literales. $L_1 \vee L_2 \vee .. \vee L_n$ n=0 Clausura vacía.

Teorema de intercambio: Si $\vdash A \leftrightarrow B$ entonces $\vdash F_A \leftrightarrow F_B$, si en F_A una formula del calculo proposicional en el la que aparece la fórmula A.

También se puede utilizar la regla del intercambio en el calculo de predicados:

Lema 1: Si $\vdash A(y) \leftrightarrow B(y)$ entonces $\forall x\, A(x) \leftrightarrow \forall x\, B(x)$

Lema 2: Si $\vdash A(y) \leftrightarrow B(y)$ entonces $\exists x\, A(x) \leftrightarrow \exists x\, B(x)$

Formula Normal PRENEX

- Todos los cuantificadores aparecen en la cabeza de la formula. $\exists x \forall y \forall z [\quad]$
- En el cuerpo de la formula solo aparecen $\wedge, \vee$ y $\sim$ (Sin $\rightarrow$)

Cualquier formula del calculo de predicados se puede escribir así.

1º Eliminar $\rightarrow$
$A \rightarrow B \Rightarrow \sim A \vee B$
$A \nrightarrow B \Rightarrow \sim(A \wedge \sim B)$

2º Eliminar la $\sim$ (negación) de las formulas compuestas.
Morgan
$\sim \exists x\, A(x) \Rightarrow \forall x \sim A(x)$
$\sim \forall x\, A(x) \Rightarrow \exists x \sim A(x)$

3º Situar los cuantificadores a la cabeza. Si no tiene la misma, se saca $\forall x\, A^{(x)} \wedge B \Rightarrow \forall x (A^{(x)} \wedge B)$
Si tiene la misma, la cambias y sacar. $\forall x\, A(x) \wedge B(x) \Rightarrow$
$\Rightarrow \forall x (A(x) \wedge B($

Forma Normal SKOLEM

Todos los cuantificadores en la cabeza.

Solo existen cuantificadores universales.

La matriz de la formula es una conjunción de clausuras ($L_1 \vee L_2$)

1º Se pone la formula en Prenex.

2º Las variables libres pasan como existencial a la cabeza... $A(z) \Rightarrow \exists z [\dots A(z) \dots]$

3º Se llega a la disyuncion, mediante la distributiva (equivalencia). $A \vee (B \wedge C) \Rightarrow$
$\Rightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

4º Suprimir existenciales de izquiarda a derecha.
Si $\bigcirc \exists t$ t se pone como cte. $\Rightarrow b$
Si $\forall x \exists t$ t pasa a una funcion con la anterior $\Rightarrow f(x)$

Para cada existencial que se quita una letra nueva de función.

$\forall x \exists y \exists z\, (P(x,y) \wedge Q(x,z)) \Rightarrow \forall x\, (P(x, f(x)) \wedge Q(x, g(x)))$

Lógica T(6) 25/4/2019

Resolución.

Es un metodo de demostración automático de teorias.
No tiene porqué terminar siempre (indecidibilidad)

El procedimiento general consiste en demostrar que es correcta, para eso la formula: $p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge \sim q$ debe ser insatisfacible.

1° Pasar la formula ____ a FNS. ojo "Distributiva al revés"

2° Regla de la Resolución.

Se aplica a las clausulas (no a predicados)

Se intenta llegar a una clausula vacia ($L(x), \sim L(x) \Rightarrow \lambda$) clausula vacia

$L \vee A, \sim L \vee B \Rightarrow A \vee B$

Si son distintas las variables unificamos predicados. (L y $\sim L$)

Unificar predicados.

Podemos sustituir la variable, por una constante, otra variable o una función en la que no aparezca esa variable

Cuidado, cambian todas las variables iguales en la clausula

$P(x)$ $\sim P(f(x)) \vee B(x)$ $P(f(y))$ $\sim P(f(y)) \vee B(y)$ Resolvente $B(y)$
$x/f(y)$ x/y

Se puede utilizar la misma clausula varias veces.

3° Si llegamos a una clausula vacia ⇒ Formula insatisfacible ⇒ Correcta.
Si hago todas las posibilidades y no llego a clausula vacia ⇒ No correcta.

Notas:

Teoria Semantica Predicados:

Importante: Escribir como se llega al contraejemplo.

No hay Teorema de la Deducción

F valida: no es posible llegar a un contraejemplo → Enumerar todas las interpretaciones y son verdaderas (Proposiciones) → Hay una incosistencia al buscar el C. E

Pred. correcto: Premisas validas y tiene conclusión valida

Teoria de la demostracion → Os damos la hoja de ayuda.

En la refutación $p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \sim q$ ← conclusión

Resolución

1° negar conclusión

2° Prenex y skolem por separado/o junto $P_1, P_2, P_3, \sim Q$ $P(x) \vee Q(x)$ $R(x) \vee \sim Q(x)$

3° Solo hay una regla ⇒ RESOLUCIÓN $P(x) \vee R(x)$ Puede haber cambios

4° Al final escribimos, ⇒ Como llego a λ la deducción original es correcta.