uc3m | Universidad Carlos III de Madrid

Grado en Ingeniería Informática

2018-2019

*Apuntes*

# Principios físicos de la Ingenieria Informatica

Jorge Rodríguez Fraile[1]



[1]Universidad: 100405951@alumnos.uc3m.es | Personal: jrf1616@gmail.com

## ÍNDICE GENERAL

# Parte I

# Información

uc3m | Universidad Carlos III de Madrid

## CRONOGRAMA: PRINCIPIOS FÍSICOS DE LA INFORMÁTICA. CURSO 2018/2019

| Semana | Día | Grupo Magistral. Martes 15:00 h. | Día | Grupo pequeño:85. Lunes 17:00 h | Día | Grupo pequeño:84. Viernes 15:00 h |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 29E | Presentación | 28E | Tema 1: Teoría y Problemas | 1F | Tema 1: Teoría y Problemas |
| 2 | 5F | Tema 2: Corriente continua (Teoría) | 4F | Tema 2: Corriente continua (Problemas) | 8F | Tema 2: Corriente continua (Problemas) |
| 3 | 12F | Tema 3: Leyes de Kirchhoff (Teoría) | 11F | Tema 3: Leyes de Kirchhoff (Problemas) | 15F | Tema 3: Leyes de Kirchhoff (Problemas) |
| 4 | 19F | Tema 4: Simplificación de circuitos (Teoría) | 18F | Tema 4: Simplificación de circuitos (Problemas) | 22F | Tema 4: Simplificación de circuitos (Problemas) |
| 5 | 26F | Tema 5: Inducción electromagnética (Teoría) | 25F | Tema 5: Inducción electromagnética (Problemas) | 1M | Tema 5: Inducción electromagnética (Problemas) |
| **6** | **5M** | **Práctica de Laboratorio** | **4M** | **Práctica de Laboratorio** | **8M** | **Práctica de Laboratorio** |
| 7 | 12M | **Primer examen parcial** | 11M | Introducción a PSPICE - Entrega de la Práctica de Simulación | 15M | Introducción a PSPICE - Entrega de la Práctica de Simulación |
| 8 | 19M | Tema 6: Corrientes variables en el tiempo (Teoría) | 18M | Tema 6: Corrientes variables en el tiempo (Problemas) | 22M | Tema 6: Corrientes variables en el tiempo (Problemas) |
| 9 | 26M | Tema 7: Corriente Alterna (Teoría) | 25M | Sesión de PSPICE | 29M | Sesión de PSPICE |
| 10 | 2A | Tema 7: Corriente Alterna (Teoría) | 1A | Tema 7: Corriente Alterna (Problemas) | 5A | Tema 7: Corriente Alterna (Problemas) |
| 11 | 9A | Tema 7: Corriente Alterna (Problemas) | 8A | Sesión de PSPICE | 12A | Sesión de PSPICE |
| 12 | 16A | Festivo | 15A | Festivo | 19A | Festivo |
| 13 | 23A | Sesión de contingencia | 22A | Festivo | 26A | Entrega de práctica de PSPICE |
| 14 | 30A | Sesión de contingencia | 29A | Entrega de práctica de PSPICE | 3M | No lectivo |
| 15 | 7M | **Segundo examen parcial** | 6M | Sesión de contingencia | 10M | Sesión de contingencia |

# Principios Físicos de la Informática

## Presentación- 2018/2019

Grado de Ingeniería Informática

uc3m | Universidad Carlos III de Madrid

# Objetivo

- El objetivo de esta asignatura es que el estudiante conozca y entienda los circuitos, los procesos y componentes básicos y el funcionamiento de un computador.
- Para ellos será necesario:
  - 1. Conseguir la formación teórico-práctica del alumno en los componentes y el funcionamiento de la corriente continua, alterna y la inducción electromagnética
  - 2. Aplicar al desarrollo de un circuito de manera teórica
  - 3. Utilizar las herramientas de simulación de circuitos para el diseño y la simplificación de los mismos

# Competencias

- Competencias Transversales/Genéricas:
  - Capacidad de análisis y síntesis
  - Capacidad de organizar y planificar
  - Resolución de problemas
  - Trabajo en equipo
  - Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica

# Competencias

- Competencias Específicas:
  - **Cognitivas (Saber) :**
    - Comprender y dominar los conceptos de teoría de circuitos eléctricos y electrónicos.
    - Comprender y dominar los conceptos de semiconductores y transistores.
    - Conocer las nociones de cálculo complejo necesarias para evaluar circuitos de corriente alterna
  - **Procedimentales/Instrumentales (Saber hacer)**
    - Calcular esquemas básicos de circuitos.
    - Aplicar el cálculo complejo para analizar circuitos de corriente alterna.
    - Aplicar la teoría de circuitos para resolver problemas de ingeniería.
  - **Actitudinales (Ser)**
    - Capacidad para generar nuevas ideas (creatividad)
    - Preocupación por la calidad de los componentes eléctricos y electrónicos
    - Motivación de logro

# Competencias

– Competencias Específicas:
  - **Procedimentales/Instrumentales (Saber hacer)**
  1. Diseñar soluciones de sistemas de información basadas en las tecnologías existentes.
  2. Planificar y gestionar el desarrollo de una de esas soluciones.
  3. Distinguir y valorar las soluciones que se encuentran en el mercado.

  **- Actitudinales (Ser)**
  1. Capacidad para generar nuevas ideas (creatividad).
  2. Preocupación por la calidad.
  3. Motivación de logro.
  4. Interés por investigar y buscar soluciones a nuevos problemas.

# Competencias a evaluar

**Área de Competencias Básicas:**

- Competencias básicas establecidas en el artículo 3 sobre competencias RD 1393/2007 modificado por el RD 861/2010 en el que se indica que se garantizarán, como mínimo las siguientes competencias básicas, en el caso del **Grado,** y aquellas otras que figuren en el Marco Español de Cualificaciones para la Educación Superior, MECES:CB1,CB2

# Competencias a evaluar

**Área de Competencias Generales:**

- Competencias Generales que son comunes a todos los títulos de **Grado de la Universidad Carlos III de Madrid**. Existe una clasificación general de competencias transversales en instrumentales (habilidades cognoscitivas), personales (habilidades sociales) y sistémicas (habilidades de análisis global) y que coinciden con las propuestas en el Real Decreto 1393/2007:CG2

**Área de Competencias General Básicas:**

- Competencias según lo establecido el apartado 5 del Anexo II de la Resolución de 8 de junio de 2009, de la Secretaría General de Universidades (BOE de 4 de Agosto de 2009): Especificas e la Informática: CGB2

**Área de Competencias Especificas:**

No procede

# Competencias a evaluar

**CB1.** Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio
**CB2.** Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio;
**CG2.** Ser capaz de generar nuevas ideas (creatividad) y de anticipar nuevas situaciones y de adaptarse a Trabajar en equipo y relacionarse con otros, pero al mismo tiempo tener capacidad de trabajar de forma autónoma.
**CGB2.** Comprensión y dominio de los conceptos básicos de campos y ondas y electromagnetismo, teoría de circuitos eléctricos, circuitos electrónicos, principio físicos de los semiconductores y familias lógicas, dispositivos electrónicos y fotónicos, y su aplicación para la resolución de problemas propios de la ingeniería.

# Competencias a evaluar: 6 ECTS

| COMPETENCIA | Nº CRÉDITOS ECTS | EVIDENCIAS DE EVALUACIÓN |
|---|---|---|
| **CB1** | 0,5 | • Primera prueba de evaluación continua. Números complejos sistemas de ecuaciones |
| **CB2** | 0,5 | • Prácticas y memorias de las practicas |
| **CG2** | 1 | • Practica de Faraday y practica en equipo de PSPICE |
| **CGB2** | 4 | • Practica de Faraday<br>• Practica Obligatoria<br>• Examen final<br>• Exámenes parciales |

# Profesorado

- Coordinador : Ricardo Domínguez Reyes.
  - Contacto: rdomingu@fis.uc3m.es
  - Despacho Leganés: 4.0.C05. Teléfono: 91 624 62 61
- Coordinación Laboratorio Faraday: Ricardo Domínguez Reyes
- Teoría: Ángel de Andrea González
  - Contacto: aandrea@fis.uc3m.es
- Prácticas:
  - Grupo 84: Rubén Martínez Díez (rmdiez@fis.uc3m.es )
  - Grupo 85: Manuel Pérez Galaso (mpgalaso@fis.uc3m.es )

# Estructura de la asignatura

- Teoría:
  - Clases magistrales
  - Resolución de ejercicios teóricos
  - Exámenes parciales
- Prácticas:
  - Resolución de ejercicios en clase
  - Propuesta de ejercicios y valoración de ejercicios
  - Utilización de herramientas/aplicaciones informáticas relacionadas: PSPICE
  - Laboratorio de Faraday
- Tutorías
  - Online. Chats, foros, correo electrónico. No dejéis dudas en el aire!

# Metodología de la enseñanza

- Clases teóricas: Aula Magistral
  - Adquisición de conocimientos básicos.
  - Exposición de conocimientos adquiridos.
  - Introducción de las aplicaciones a utilizar.
  - Actividades docentes dirigidas por profesor
- Clases prácticas:
  - Resolución de ejercicios teóricos
  - Adquisición de las habilidades necesarias para la utilización de aplicaciones como el PSPICE para el diseño y la simplificación de circuitos
  - Laboratorio de física para entender la inducción de Faraday
  - Realización de prácticas propuestas.
  - Realización de ejercicios y Realización de problemas

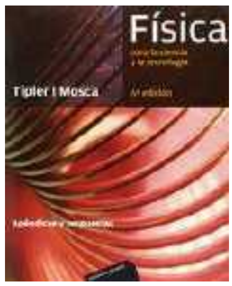
# Programa de la asignatura

- Tema 1. Herramientas matemáticas básicas.

- Tema 2. Corriente continua. Componentes básicos de un circuito de cc.
- Tema 3. Resolución de circuitos de corriente continua.
- Tema 4. Técnicas y herramientas de análisis y simplificación de circuitos.

- Tema 5. Inducción electromagnética. Ley de Faraday.

- Tema 6. Corrientes variables en el tiempo. Corriente alterna.
- Tema 7. Resolución de circuitos de corriente alterna.

# Cronograma

| Semana | Día | Grupo Magistral. Martes 15:00 h. | Día | Grupo pequeño:85. Lunes 17:00 h | Día | Grupo pequeño:84. Viernes 15:00 h |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | Presentación | 28E | Tema 1: Teoría y Problemas | 1F | Tema 1: Teoría y Problemas |
| 2 | 5F | Tema 2: Corriente continua (Teoría) | 4F | Tema 2: Corriente continua (Problemas) | 8F | Tema 2: Corriente continua (Problemas) |
| 3 | 12F | Tema 3: Leyes de Kirchhoff (Teoría) | 11F | Tema 3: Leyes de Kirchhoff (Problemas) | 15F | Tema 3: Leyes de Kirchhoff (Problemas) |
| 4 | 19F | Tema 4: Simplificación de circuitos (Teoría) | 18F | Tema 4: Simplificación de circuitos (Problemas) | 22F | Tema 4: Simplificación de circuitos (Problemas) |
| 5 | 26F | Tema 5: Inducción electromagnética (Teoría) | 25F | Tema 5: Inducción electromagnética (Problemas) | 1M | Tema 5: Inducción electromagnética (Problemas) |
| **6** | **5M** | **Práctica de Laboratorio** | **4M** | **Práctica de Laboratorio** | **8M** | **Práctica de Laboratorio** |
| 7 | 12M | **Primer examen parcial** | 11M | Introducción a PSPICE - Entrega de la Práctica de Simulación | 15M | Introducción a PSPICE - Entrega de la Práctica de Simulación |
| 8 | 19M | Tema 6: Corrientes variables en el tiempo (Teoría) | 18M | Tema 6: Corrientes variables en el tiempo (Problemas) | 22M | Tema 6: Corrientes variables en el tiempo (Problemas) |
| 9 | 26M | Tema 7: Corriente Alterna (Teoría) | 25M | Sesión de PSPICE | 29M | Sesión de PSPICE |
| 10 | 2A | Tema 7: Corriente Alterna (Teoría) | 1A | Tema 7: Corriente Alterna (Problemas) | 5A | Tema 7: Corriente Alterna (Problemas) |
| 11 | 9A | Tema 7: Corriente Alterna (Problemas) | 8A | Sesión de PSPICE | 12A | Sesión de PSPICE |
| 12 | 16A | Festivo | 15A | Festivo | 19A | Festivo |
| 13 | 23A | Sesión de contingencia | 22A | Festivo | 26A | Entrega de práctica de PSPICE |
| 14 | 30A | Sesión de contingencia | 29A | Entrega de práctica de PSPICE | 3M | No lectivo |
| 15 | 7M | **Segundo examen parcial** | 6M | Sesión de contingencia | 10M | Sesión de contingencia |

| |
|---|
| Examen final ordinario: evaluable sobre 5 puntos (Martes 28 de Mayo). Horario 10:00 - 14:00 |
| Examen final extraordinario: evaluable sobre 5 puntos si evaluación continua o 10 puntos si evaluación no continua (XXXX de junio).16:00-20:00 |

# Pruebas de evaluación continua

| Prueba | Puntuación sobre 10 | Fecha |
|---|---|---|
| Laboratorio de Faraday | 1 | Del 4 al 8 de marzo de 2019 |
| Primer parcial (temas 2-4) | 1 | 12/03/2019 |
| Segundo parcial (temas 5-7) | 1 | 7/05/2019 |
| Practica Obligatoria (entrega) | 2 | 26 y 29 de abril, grupos 84 y 85 respectivamente |

# Bibliografía recomendada

- Para toda la asignatura:
  - libro de **Principios Físicos de la Informática**: A. de Andrea et al. 2013.

- Tema 1.
  - **Teoría**.Apéndice 5 pagina 821 del libro W. H Hayt Jr., J. E. Kemmerly and S.M Durbin, *Análisis de circuitos en ingeniería* (McGraw-Hill, 2007)
  - **Problemas**: Antidemidovich ( paginas 38-42) y Vavilov V. V …., *Problemas de Matemática: Algebra* ( Mir, 1993) (cap. 6, pág.. 417)
- Tema 2.
  - **Teoría y Problemas**. Tipler/Mosca. *Física para la Ciencia y la Tecnología*. Vol 2. Capitulo 25 (Sexta edición) Corriente eléctrica y circuitos

# Bibliografía recomendada

- Tema 3. **Teoría y Problemas**.
  - Tipler/Mosca. *Física para la Ciencia y la Tecnología.* Vol 2. Capitulo 28 (Sexta edición) Inducción magnética
  - Capitulo 26 (Tercera edición) Inducción magnética
- Tema 4.**Teoría y Problemas**.
  - Tipler/Mosca. *Física para la Ciencia y la Tecnología.* Vol 2. Capitulo 25 (Sexta edición) tema 25.6 pag 868; Capitulo 23 (Tercera edición) tema 23.2 pag 760
  - Tipler/Mosca. *Física para la Ciencia y la Tecnología*. Vol 2. Capitulo 29 (Sexta edición) tema 29.1; Capitulo 26 (Tercera edición) tema 26.6
  - Tipler/Mosca. *Física para la Ciencia y la Tecnología.* Vol 2. Capitulo 29 (Sexta edición) tema 29.1; Capitulo 28 (Tercera edición) tema 28.1

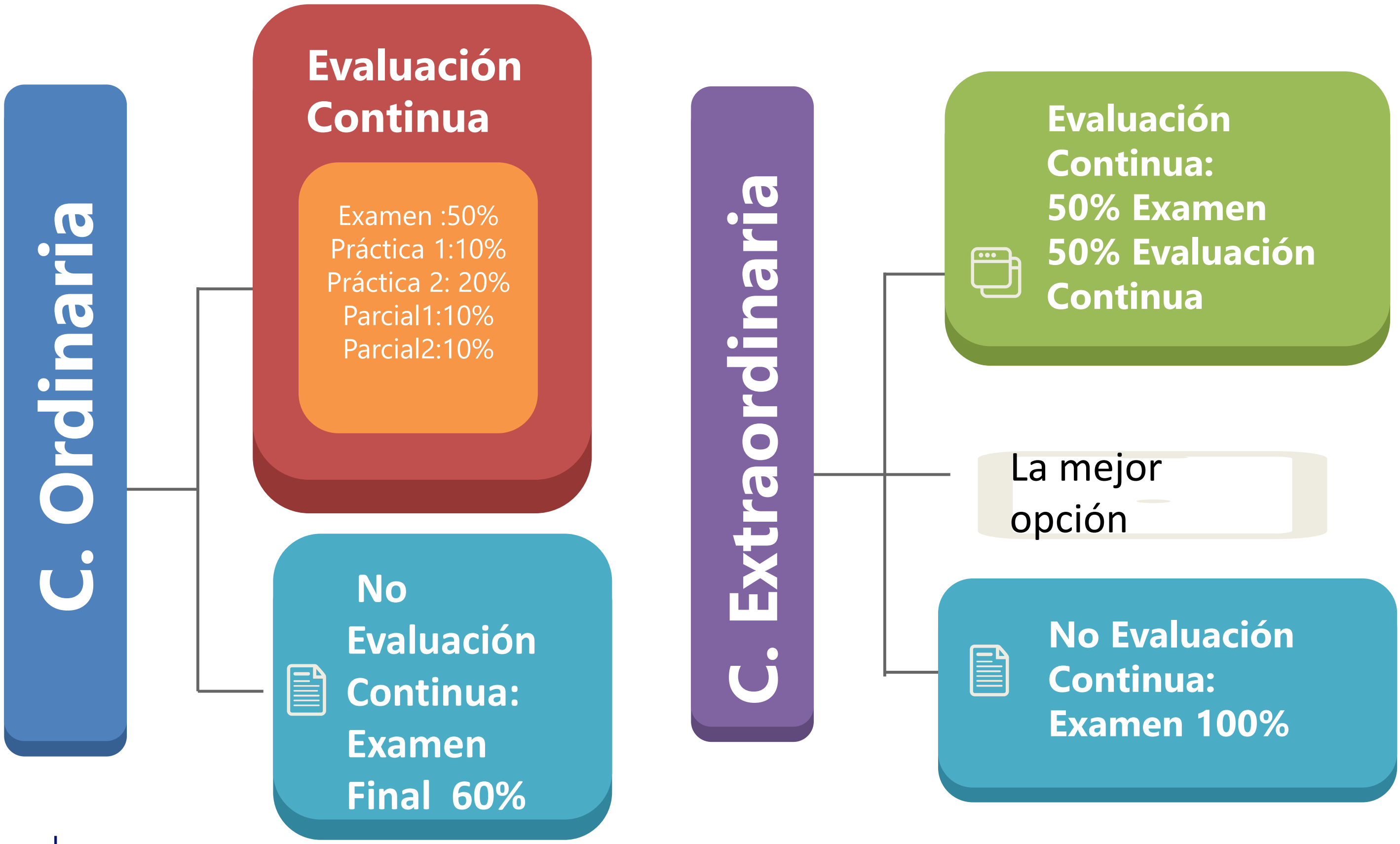
# Bibliografía recomendada

- Tema 5. **Teoría y Problemas**.
  - Tipler/Mosca. *Física para la Ciencia y la Tecnología*. Vol 2. Capitulo 25 (Sexta edición) tema 25.5; Capitulo 23 (Tercera edición) tema 23.1
  - Física para la ciencia y la tecnología. Apendices y respuestas Paul a. Tipler; Gene mosca , reverte, 2015
- Tema 6.**Teoría y Problemas**.
  - Tipler/Mosca. *Física para la Ciencia y la Tecnología*. Vol 2. Capitulo 29 (Sexta edición); Capitulo 28 (Tercera edición)
  - W. H Hayt Jr., J. E. Kemmerly and S.M Durbin, *Análisis de circuitos en ingeniería*
  - (McGraw-Hill, 2007) Capitulo 10. Análisis de estado senoidal permanente y Capitulo 11. Análisis de potencia en circuitos de corriente alterna
  - Física para la ciencia y la tecnología. Apéndices y respuestas Paul a. Tipler; Gene mosca , reverte, 2015

# Material didáctico

- Libro de la asignatura preparado por el profesorado.
- Apuntes en Aula Global.
  - Temario completo de la asignatura.
    - Ejercicios propuestos. No soluciones.
    - Información adicional.
- Material de práctica
  - Información de manuales de las herramientas
  - Manuales de laboratorio
  - Guiar en uso de herramientas
  - Videos docentes
  - Proposición de ejercicios y actividades
  - Practica global. Entregas parciales

# Evaluación



C. Ordinaria
Evaluación Continua
Examen :50%
Práctica 1:10%
Práctica 2: 20%
Parcial1:10%
Parcial2:10%
No Evaluación Continua: Examen Final 60%
C. Extraordinaria
Evaluación Continua: 50% Examen 50% Evaluación Continua
La mejor opción
No Evaluación Continua: Examen 100%

uc3m | Universidad Carlos III de Madrid

# Parte II

# Tema 1. Numeros complejos

# ALGEBRA DE LOS NUMEROS COMPLEJOS

## 1. INTRODUCCION

Los números complejos fueron introducidos en la matemática por Cauchy en 1821, aunque anteriormente Gauss en 1799 hizo una representación de magnitudes complejas en un plano para demostrar el teorema fundamental del Algebra. Los números complejos aparecen en matemáticas cuando se quiere resolver una ecuación de la forma:

$$x^2 + 1 = 0$$

no existe ningún número real que elevado al cuadrado cumpla la ecuación anterior. La solución de la ecuación anterior viene expresada por la cantidad imaginaria j, donde se cumple

$$j = \sqrt{-1}; \;\; j^2 = -1; \;\; j^3 = -j; \;\; j^4 = 1$$

Debemos destacar que los matemáticos utilizan el símbolo "i" para la unidad imaginaria $\sqrt{-1}$ pero en la ingeniería eléctrica se emplea mejor el símbolo j, ya que la letra i está reservada para expresar la intensidad de la corriente eléctrica.

Se denomina número complejo a los números de la forma

$$z = a + j\,b$$

siendo a y b números reales, y j la unidad imaginaria $\sqrt{-1}$

El número complejo z tiene una componente imaginaria b, de tal modo que se puede escribir

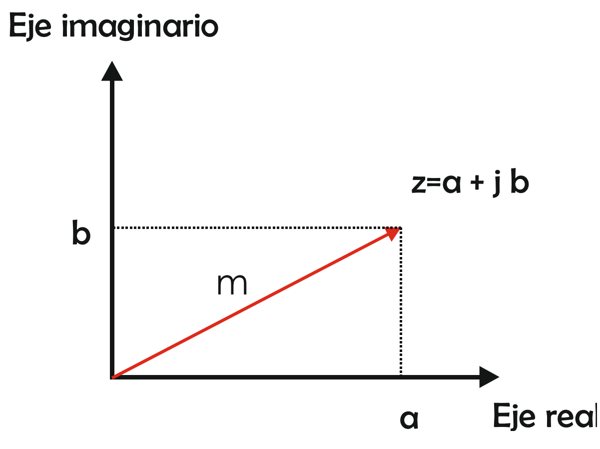


Prof. Ángel de Andrea González. aandrea@fis.uc3m.es

$$a = \mathrm{Re}[z]; \;\; b = \mathrm{Im}[z]$$

En las expresiones anteriores: Re significa *"parte real de ... "* e Im significa *"parte imaginaria de ... ".* Es importante darse cuenta que la parte imaginaria de z es b y no jb. En otras palabras, la j en jb, simplemente identifica a b como parte imaginaria del complejo z. La expresión $z = a + j\,b$ se conoce como representación binómica o rectangular de un número complejo, que admite una representación en un plano de coordenadas especiales, denominado plano complejo o de Gauss.

El eje de abscisas se denomina eje real mientras que el eje de ordenadas se conoce con el nombre de eje imaginario. Las coordenadas (a,b) define de este modo el complejo z; o de otro modo la línea que une el origen hasta el punto P representado por el par (a,b) representa el complejo z.




Otro procedimiento para representar el número complejo z, es por su módulo m o distancia de su afijo P al origen de coordenadas y por su argumento a o ángulo formado por el vector asociado OP y el eje real. De la figura obtenemos las siguientes relaciones

$$m = \sqrt{a^2 + b^2};\ \ \theta = arctg(b/a)$$

O también

$$a = m\ \cos\theta;\ \ b = m\ sen\theta$$

la representación del número complejo en la forma

$$z = m\angle\theta$$

se denomina *forma polar o módulo-argumenta*l. El módulo m se expresa también

$$m = |z|$$

las ecuaciones

$$m = \sqrt{a^2 + b^2};\ \ \theta = arctg(b/a);\quad a = m\ \cos\theta;\ \ b = m\ sen\theta$$

permiten pasar de una representación binómica a polar y viceversa. Normalmente estos dos tipos de representaciones son las que se utilizan con más frecuencia en los cálculos prácticos. Sin embargo en los desarrollos analíticos en los que intervienen los números complejos se emplea más la representación exponencial. Recuérdese de un Curso de Análisis Matemático que el desarrollo en serie de las funciones $e^x$, cos x y sen x es de la forma

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^2}{3!} + \ldots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \ldots;\ senx = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}\ldots$$

en las dos últimas expresiones x debe estar expresado en radianes. Si en el desarrollo en serie de $e^x$, se sustituye x por $j\theta$, resulta:

$$e^{j\theta} = \left(1 + \frac{j\theta}{1!} + \frac{j^2\theta^2}{2!} + \frac{j^3\theta^3}{3!}...\right)$$

y teniendo en cuenta los valores de las potencias de j se podrá escribir

$$e^{j\theta} = \left(1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - ...\right) + j\left(\theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!}...\right)$$

Es decir

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\ sen\theta$$

La relación anterior recibe el nombre de *fórmula de Euler.*

De acuerdo con la fórmula anterior $z = a + j\ b$, el número complejo si se tiene en cuenta $a = m\ \ cos\theta;\ b = m\ sen\ \theta$ se podrá escribir así

$$z = a + j\ b = m\cos\theta + j\ m\ sen\theta = m\ e^{j\theta} = |z|e^{j\theta}$$

Que expresa la representación exponencial de un número complejo. En resumen

$z = a + j\ b \Rightarrow$ forma binómica

$z = m\angle\theta \Rightarrow$ forma polar

$z = m\ e^{j\theta} \Rightarrow$ forma exponencial

aunque desde un punto de vista riguroso, el argumento $\theta$ debería estar expresado en radiantes, es más útil emplear grados sexagesimales para resolver problemas o ejercicios prácticos. Es conveniente que el lector practique cambios para pasar de una u otra forma de representación y tome la suficiente soltura, para evitar cometer errores en el estudio de los circuitos eléctricos. En la actualidad, con cualquier calculadora de bolsillo permite realizar éstos cambios de un modo directo, sin tener que fijarse en el cuadrante en el que se trabaja, pues lo determina directamente la calculadora. Existen unas teclas especiales R $\rightarrow$ P P$\rightarrow$ R que se emplean para pasar de rectangular a polar o de polar a rectangular, pudiendo trabajar en radianes o grados. Conviene que el lector compruebe este hecho en su calculadora. Para ejercitar su empleo puede comprobar las siguientes igualdades (argumento en grados sexagesimales)

Ejemplo:

$$3+4j=5\angle 53{,}13^{o};\text{-2-2j}=2{,}82\angle -135^{o};\text{-5+6j}=7{,}81\angle 129{,}8^{o}$$

Obsérvese que los grados se toman positivos en el sentido contrario al movimiento de las agujas del reloj y negativos en caso contrario, es decir, en el sentido horario.

Si se parte de un número complejo $z=a+j\ b=m\angle\theta=m\ e^{j\theta}$ se denomina número complejo conjugado del anterior, aquel que tiene la misma parte real y la imaginaria cambiada de signo (con el mismo valor). El conjugado de un número complejo representa un vector simétrico respecto del eje real, lo que equivale al mismo módulo y a un argumento cambiado de signo. El conjugado de z se escribe z* o $\overline{z}$ y se tiene:

$$\overline{z}\ =a-j\ b=m\angle-\theta=m\ e^{-j\theta}$$



**Prof. Ángel de Andrea González. aandrea@fis.uc3m.es**

## 2. ALGEBRA DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS

### 2.1 Operaciones básicas

**Suma**

*La suma de dos números complejos tiene por parte real, la suma de las panes reales de los sumandos, y por parte imaginaria, la suma de las partes imaginarias.* Si se parte de los números complejos.

$$z_1 = a_1 + j\ b_1;\ z_2 = a_2 + j\ b_2$$

La suma será igual

$$z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + j\ (b_1 + b_2)$$

**Resta**

*La diferencia de dos números complejos, es otro número complejo que tiene por componente real la diferencia de las componentes reales y por componente imaginaria la diferencia de las componentes imaginarias.* Para los complejos expresados en anteriormente resulta

$$z_1 - z_2 = (a_1 - a_2) + j\ (b_1 - b_2)$$

**Producto**

*El producto de dos números complejos se obtiene multiplicando los binomios complejos como si fuesen algebraicos, y teniendo en cuenta los valores de las potencias de j se simplificará el resultado*. El producto de los números complejos $z_1 = a_1 + j\ b_1;\ z_2 = a_2 + j\ b_2$ será igual a

$$z_1 \cdot z_2 = \left(a_1 + j\ b_1\right)\cdot\left(a_2 + j\ b_2\right) = \left(a_1a_2 - b_1b_2\right) + j\left(b_1a_2 - a_1b_2\right)$$

Si los números están expresados en forma polar

$$z_1 = m_1\angle\theta_1 = m_1\cos\theta_1 + \ j\ m_1\ sen\theta_1\ = a_1 + j\ b_1$$

$$z_2 = m_2\angle\theta_2 = m_2\cos\theta_2 + \ j\ m_2\ sen\theta_2\ = a_2 + j\ b_2$$

Luego

$$\begin{aligned} z_1 \cdot z_2 = (&m_1\ m_2\ \cos\ \theta_1\ \cos\ \theta_2 - \ m_1\ m_2\ sen\ \theta_1\ sen\ \theta_2) + \\ &j\ (m_1\ m_2\ sen\ \theta_1\ \cos\ \theta_2 + \ m_1\ m_2\ \cos\ \theta_1\ sen\ \theta_2) \end{aligned}$$

Es decir

$$z_1 \cdot z_2 = (m_1m_2)\left[\cos\left(\theta_1 + \theta_2\right) + j\ sen\left(\theta_1 + \theta_2\right)\right] = m_1m_2\angle\left(\theta_1 + \theta_2\right)$$

Que indica que el producto de dos números complejos es otro número complejo que tiene por módulo el producto de los módulos y por argumento la suma de los argumentos. De un modo análogo si los números complejos están expresados en forma exponencial resultan

$$z_1 = m_1\ e^{j\theta_1};\ \ z_2 = m_2\ e^{j\theta_2};\ \ z_1 \cdot z_2 = m_1m_2e^{j\left(\theta_1+\theta_2\right)}$$

**Cociente**

*Para obtener el cociente entre dos números complejos expresados en forma binómica, se multiplican ambos números* por el conjugado del denominador y se simplifica el resultado



**Prof. Ángel de Andrea González. aandrea@fis.uc3m.es**

$$\frac{z_1}{z_2}=\frac{a_1+b_1 j}{a_2+b_2 j}=\frac{(a_1+b_1 j)(a_2-b_2 j)}{(a_2+b_2 j)(a_2-b_2 j)}$$

Que da lugar a

$$\frac{z_1}{z_2}=\frac{a_1a_2+b_1b_2}{a_2^2+b_2^2}+\frac{b_1a_2-a_1b_2}{a_2^2+b_2^2}\,j$$

Si los números complejos están expresados en forma polar, es fácil comprobar de un modo análogo al seguido en el caso del producto, que se obtiene un número complejo cuyo módulo es el cociente de los módulos y cuyo argumento es la diferencia de argumentos. Así resultará

$$\frac{z_1}{z_2}=\frac{m_1\angle\theta_1}{m_2\angle\theta_2}=\frac{m_1}{m_2}\angle(\theta_1-\theta_2)$$

O en forma exponencial

$$\frac{z_1}{z_2}=\frac{m_1\,e^{j\theta_1}}{m_2\,e^{j\theta_2}}=\frac{m_1}{m_2}e^{j(\theta_1-\theta_2)}$$

**Potencias. Fórmula de De Moivre**

Si $z=m\angle\theta=me^{j\theta}$ la potencia n-ésima se obtiene aplicando las reglas de la multiplicación dando lugar a

$$z^n=m^n\angle n\theta=m^n e^{jn\theta}$$



Prof. Ángel de Andrea González. aandrea@fis.uc3m.es

*Que representa la fórmula de De Moivre e indica que la potencia n-ésima de un número complejo tiene por módulo la potencia n-ésima del módulo, y por argumento, el producto del exponente por el argumento de la base.*

**Raíces**

La raíz n-ésima de un número complejo es otro número complejo cuya potencia n-ésima nos da el primero. Aplicando la definición anterior se puede comprobar que todo número complejo tiene n raíces n-simas distintas que tienen todas por módulo la raíz n-sima del módulo y por argumentos los n valores distintos que se

$$w = \sqrt[n]{z} = \rho\ e^{j\phi}; \quad \mathrm{z} = \mathrm{m}\ e^{j\theta}$$

$$\rho = \sqrt[n]{m}; \quad \phi = \frac{\theta + 2k\pi}{n}$$

**Interpretación geométrica del operador “ j”**

Si una parte de un número complejo $z = me^{j\theta} = m\angle\theta$ al multiplicar por j se obtiene

$$j\ z = e^{j\pi/2}\ me^{j\theta} = me^{j(\theta+\pi/2)} = m\angle(\theta + \pi/2)$$

Donde se ha tenido en cuenta que según la fórmula de Euler se cumple que $j\ = e^{j\pi/2}$

Si el complejo z se divide por j resulta

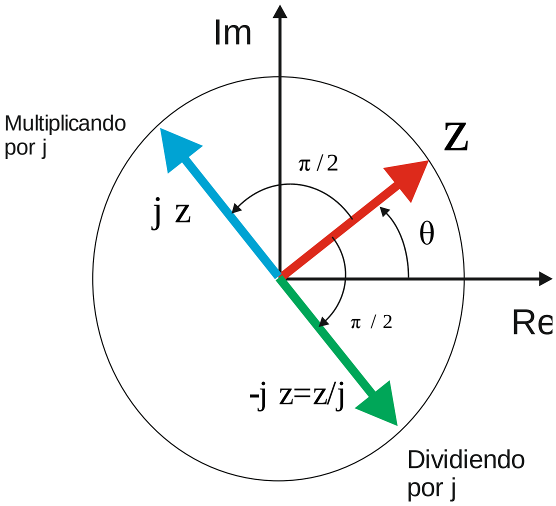
$$\frac{1}{j}\ z = e^{-j\pi/2}\ m\ e^{j\theta} = m\ e^{j(\theta-\pi/2)} = m\angle\ \left(\theta - \pi/2\right)$$



Prof. Ángel de Andrea González. aandrea@fis.uc3m.es

En la figura se han representado los tres números complejos z, jz ,
$\frac{1}{jz} = -jz$

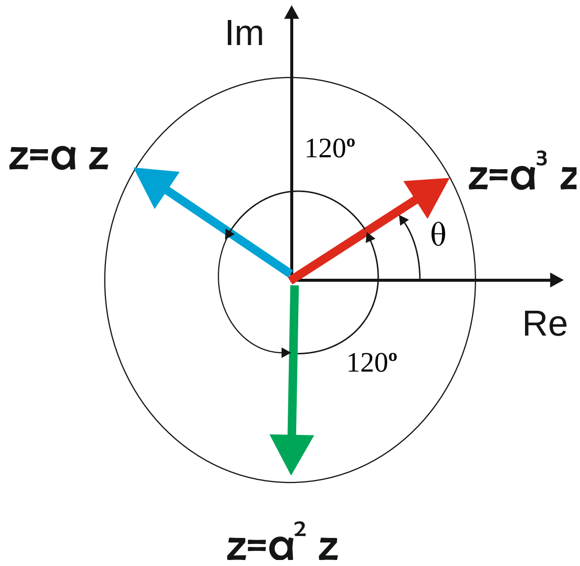
Vemos que la multiplicación de un número complejo por el operador imaginario j, corresponde a una rotación del vector complejo un ángulo de 90º en sentido positivo (antihorario), mientras que la división por j corresponde a una rotación de 90° en sentido negativo (horario).




De una forma más general, la multiplicación de un "vector" por un número complejo de módulo unidad y fase $\alpha$ (es decir $e^{j\alpha}$ ) corresponde a la rotación del vector un ángulo $\alpha$ en sentido positivo o negativo según cual sea el signo de $\alpha$ . Por ejemplo en circuitos eléctricos trifásicos es útil el empleo del operador $a = e^{j2\pi/3} = 1\angle 120^{o}$. Al multiplicar un complejo $z = m\, e^{j\theta}$ por el operador $a$ , se convierte en $m\angle(\theta + 120^{o})$ que corresponde a una rotación positiva de 120°. En la figura se muestra los complejos:
z; $a$ z; $a^2$ z; $a^3$ z.



Prof. Ángel de Andrea González. aandrea@fis.uc3m.es




## Propiedades de los operadores "Re" e "Im"

Los operadores "Re" (parte real de…) e "Im" (parte imaginaria de…) tienen las propiedades siguientes

**a)Distributiva:**

$$\mathrm{Re}[z_1+z_2]=\mathrm{Re}[z_1]+\mathrm{Re}[z_2]$$

$$\mathrm{Im}[z_1+z_2]=\mathrm{Im}[z_1]+\mathrm{Im}[z_2]$$

**b) Conmutativa respecto a un factor real k:**

$$\mathrm{Re}[k\ z_1]=k\,\mathrm{Re}[z_1]$$

$$\mathrm{Im}[k\ z_1]=k\,\mathrm{Im}[z_1]$$



Prof. Ángel de Andrea González. aandrea@fis.uc3m.es

**c) No es conmutativa con respecto a un número complejo:**

$$\mathrm{Re}[z_1\ z_2] \neq z_1\,\mathrm{Re}[z_2]$$

$$\mathrm{Im}[z_1\ z_2] \neq z_1\,\mathrm{Im}[z_2]$$

**d) Conmutativa respecto de la derivación ($z_1$=f(x)):**

$$\mathrm{Re}\left[\frac{dz_1}{dx}\right] = \frac{d}{dx}\left[\mathrm{Re}(z_1)\right]$$

$$\mathrm{Im}\left[\frac{dz_1}{dx}\right] = \frac{d}{dx}\left[\mathrm{Im}(z_1)\right]$$

**e)Conmutativa respecto de la integración:**

$$\mathrm{Re}\left[\int z_1\ dx\right] = \int\left[\mathrm{Re}(z_1)\right]\ dx$$

$$\mathrm{Im}\left[\int z_1\ dx\right] = \int\left[\mathrm{Im}(z_1)\right]\ dx$$

las propiedades anteriores se pueden demostrar fácilmente y se dejan como ejercicio al alumno.

## 3. PROPIEDADES DE LA FUNCION CONJUGADA DE UN COMPLEJO

Como se ha indicado con anterioridad si se parte de un complejo z

$$z = a + j\ b = m\angle\theta = m\ e^{j\theta}$$

el conjugado de z, que se especifica como $\overline{z}$ es igual a

$$\overline{z} = a - j\ b = m\angle -\theta = m\ e^{-j\theta}$$

a) $z + \overline{z} = 2\,\mathrm{Re}[z] = 2a$

b) $z \cdot \overline{z} = m\angle\theta \ \cdot\ m\angle -\theta = m^2 = |z|^2 = a^2 + b^2$

c) $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$

d) $\overline{z_1 - z_2} = \overline{z_1} - \overline{z_2}$

e) $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$

f) $\overline{\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)} = \dfrac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$



Prof. Ángel de Andrea González. aandrea@fis.uc3m.es

# Parte III

# Tema 2. Corriente continua


UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID
homo homini sacra res
UC3M
GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA
Principios Físicos de la Informática

Principios Físicos de la Informática

# Tema 2: *Corriente continua. Componentes básicos de un circuito de cc*

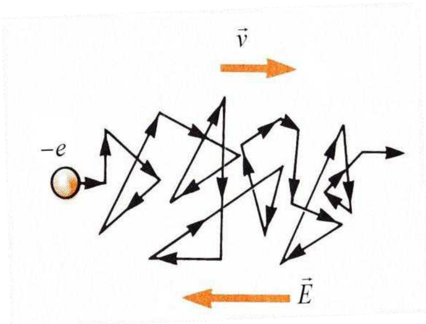
**Ángel de Andrea González**

Departamento de Física, Universidad Carlos III

**aandrea@fis.uc3m.es**

# Concepto de corriente eléctrica

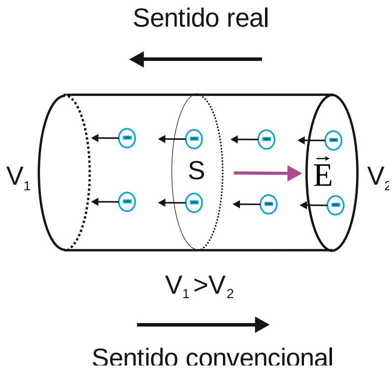
- Bajo la influencia de un campo eléctrico, los electrones libres del metal experimentan una fuerza de sentido opuesto al del campo, y son acelerados en el sentido de esta fuerza.




- Los choques con los cationes frenan pronto a los electrones libres o los detienen, después de lo cual vuelven a ser acelerados, y así sucesivamente. El movimiento electrónico tiene una velocidad media en sentido opuesto al campo.

**Se puede considerar que los electrones se mueven uniformemente con esta velocidad media.**

# Intensidad de corriente eléctrica




Se define la intensidad de corriente eléctrica como la carga que atraviesa perpendicularmente la sección de un conductor, por unidad de tiempo

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Se puede demostrar que $I = nevS$

siendo $n$ el número de electrones por unidad de volumen, $e$ la carga en valor absoluto de cada uno y $v$ su velocidad. La velocidad de los electrones en el metal $10^{-4} m\ s^{-1}$

# Densidad de corriente eléctrica

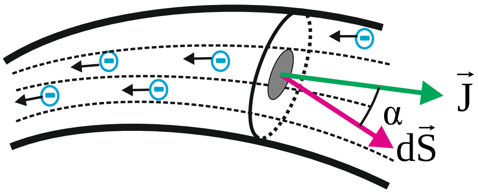
Recuerda que la unidad de la intensidad de corriente en el SI es el *amperio 1 A=1 C/1s.*

Las intensidades pequeñas se expresan generalmente en miliamperios (mA), o en microamperio $(\mu A)$

Suponiendo que por un conductor circula una corriente homogénea, se define la *densidad de corriente,* $J$

$$J = \frac{I}{S} = nev$$

Esta magnitud vectorial se mide en amperio por metro cuadrado $(A\ \mathrm{m}^{-2})$




**¿A qué velocidad viaja la corriente eléctrica en un conductor?**

**¡ 300 000 km/s (velocidad de la luz en el vacío) !**

# Intensidad producida por diferentes tipos de cargas

Cuando circula una corriente por un conductor en el cual existen cargas libres de ambos signos, como en el caso de un electrólito, gas…las cargas negativas cruzan la sección en un sentido, y las cargas positivas en el otro.

la intensidad de corriente $I = S\sum_{i=1}^{N} n_i q_i v_i$ .

Todos los productos $nqv$ tendrán el mismo signo, puesto que las cargas de signo contrario se moverán en sentidos opuestos.

> **Observa que…**
>
> Para crear una pequeña sensación de dolor en el cuerpo humano se necesita una intensidad de corriente entre $5\ \mathrm{mA}$ y $10\ \mathrm{mA}$. Una intensidad de corriente de $70\ \mathrm{mA}$ puede matar a una persona.

**…entonces, ¿por qué es posible sobrevivir en ciertos casos a la caída de un rayo?**

# Ley de Ohm (1827)

En los  conductores lineales e isótropos la densidad de corriente es proporcional a la intensidad de campo eléctrico

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

Siendo $\sigma$ una constante característica de cada sustancia que se denomina *conductividad;* su valor, para un mismo conductor, varía con las condiciones físicas, especialmente con la temperatura. La unidad de la conductividad en el SI es $\mathrm{S\,m^{-1}}$ , donde $\mathrm{S}$ es el símbolo del siemens.

Georg Simon Ohm
(1789-1854 )

Para un conductor lineal, isótropo y homogéneo (como por ejemplo, un conductor filiforme),la ley de Ohm es más común expresarla mediante una caída de potencial a lo largo de la longitud $l$ de sección $S$ .

$$I = \left(V_1 - V_2\right) / R$$

# Fórmula de Pouillet

## ¿Constante de proporcionalidad R ?

$R=\frac{1}{\sigma}\frac{l}{S}$ . La inversa de $\sigma$, se denomina *resistividad* $\rho$ o resistencia específica, de modo que la resistencia también puede escribirse de esta forma $R=\rho\frac{l}{S}$, conocida como fórmula de Pouillet.

## ¿Unidad de resistencia eléctrica R en el SI?

A partir de las ecuaciones anteriores se puede definir la unidad de resistencia eléctrica denominada ohmio $(\Omega)$, $1\ \Omega=1\ \mathrm{V}/1\ \mathrm{A}$. El ohmio es la resistencia de un conductor que teniendo aplicada entre sus extremos una ddp de 1 voltio está recorrido por una corriente de 1 amperio.

| Material | Resistividad |
|---|---|
| (a 20 °C-25 °C) | (Ω·m x10$^{-8}$) |
| Plata | 1,55 |
| Cobre | 1,71 |
| Oro | 2,22 |
| Aluminio | 2,82 |
| Wolframio | 5,65 |
| Níquel | 6,40 |
| Hierro | 9,71 |
| Platino | 10,60 |
| Estaño | 11,50 |
| Acero inoxidable | 72,00 |
| Grafito | 60,00 |

## ¿Unidad de resistividad eléctrica el SI?

La unidad de conductancia $1/R$ se denomina *mho* el $(\Omega^{-1})$ o *siemens (S):* $1\ \mathrm{S}=1\ \Omega^{-1}$.

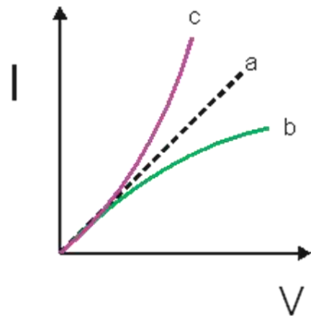
*La unidad de la resistividad será* el $\Omega\ \mathrm{m}$ . La resistividad de los mejores conductores como el cobre y el aluminio es del orden $10^{-8}\ \Omega\ \mathrm{m}$ a temperatura ambiente.

# Variaciones de la resistencia de un conductor

La resistividad es función lineal de la temperatura, y para temperaturas no muy elevadas

$$\rho = \rho_o(1+\alpha t)$$

Que indica que la resistividad es función lineal de la temperatura; $\alpha$ es un coeficiente que nos da la variación de $\rho$ con la temperatura, y sus dimensiones son ºC. En los metales, $\alpha > 0$, lo cual quiere decir que su resistividad aumenta con la temperatura; en cambio, en algunos cuerpos no metálicos, tales como el carbón, el coeficiente $\alpha$ es negativo.




…entonces, ¿es la ley de Ohm una verdadera ley?

¡¡¡NO!!!

# Superconductividad

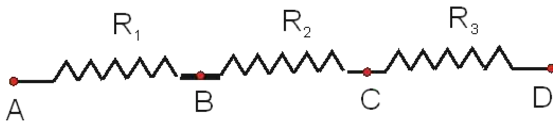
¿Existen materiales con resistividad nula?

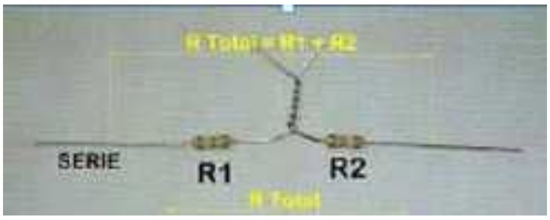
¡¡¡Sí!!!

En algunos metales se verifica que a una determinada temperatura muy baja, por debajo de una temperatura crítica $T_c$ y por debajo de un campo magnético aplicado (campo crítico $B_c$) , la resistencia salta súbitamente un valor finito (muy pequeño) a cero. Se dice entonces que los metales han adquirido el estado superconductor. Kamerlingh-Onnes observó en 1911 esta superconductividad en cinco metales (plomo, mercurio, estaño, indio y talio). La temperatura a la cual tiene lugar el salto se encuentra entre 2,5 K (talio) y 7,2 K (plomo). Posteriormente se ha visto que algunos otros metales (entre ellos, aluminio, tantalo, torio) son también superconductores; últimamente se han encontrado que igualmente lo son algunas aleaciones. En otros metales, por el contrario, *no se ha llegado a encontrar, ni aún a las temperaturas muy bajas, ese salto de la conductividad.*

# Asociación de resistencias en serie

Cuando varias resistencias se conectan tal como se indica en la figura se dice que están *montadas en serie*
en este caso circula la misma intensidad de corriente por todas ellas




*varias resistencias* como las representadas en la figura *equivalen a una resistencia única, cuya resistencia es igual a la suma de ellas*

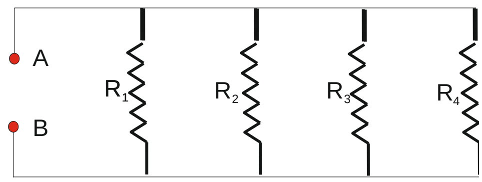
$$R_{eq} = \sum_{i=1}^{N} R_i$$

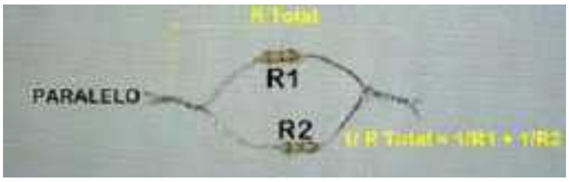
*¿Cuándo conviene hacer este tipo de asociación?*

***Cuando se quiere obtener una resistencia equivalente superior a la mayor de ellas***

# Asociación de resistencias en paralelo

Cuando varias resistencias se conectan tal como se indica en la figura se dice que están *montadas en paralelo* en este caso circula diferente intensidad de corriente por todas ellas, siendo la diferencia de potencial idéntica




*varias resistencias* como las representadas en la figura *equivalen a una resistencia única:*

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i}$$

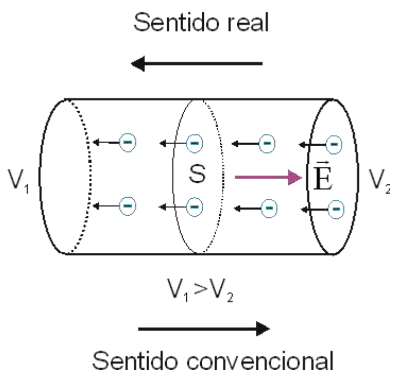
*¿Cuándo conviene hacer este tipo de asociación?*

***Cuando se quiere obtener una resistencia equivalente menor que la más pequeña de ellas***

***¿Por qué las bombillas de un lámpara se conectan en paralelo?***

# Potencia de una corriente eléctrica

Consideremos dos secciones 1 y 2 de un conductor recorrido por una corriente.




El trabajo realizado por el campo eléctrico que produce la corriente en la unidad de tiempo, se denomina potencia eléctrica

$$P = \frac{\delta W}{dt} = \left(V_1 - V_2\right) I$$

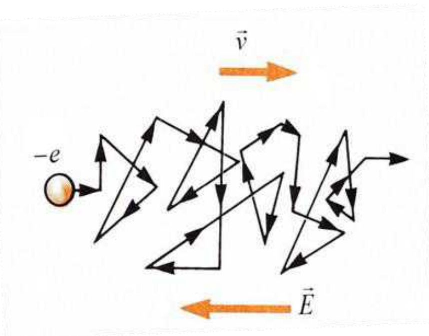
cuya unidad en el SI es el vatio (W)

**Observa que…**

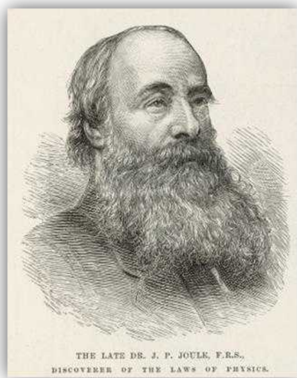
No debe confundirse el kilovatio (kW), unidad de potencia, con el kilovatio hora (kWh), que es unidad de energía, equivalente a la suministrada por una corriente cuya potencia es de un kilovatio durante una hora

$$1 \ kWh = 10^3 W \cdot 3600 \ s = 3{,}6 \cdot 10^6 \ J$$

# El efecto Joule (1843)




Debido al trabajo hecho por el campo, en los metales, los electrones adquieren una adicional energía cinética que invierten en excitar las vibraciones de la red a través de colisiones con los cationes.




Esto hace que aumente la energía interna (energía térmica) del conductor, y en consecuencia que se produzca una elevación de temperatura en éste.

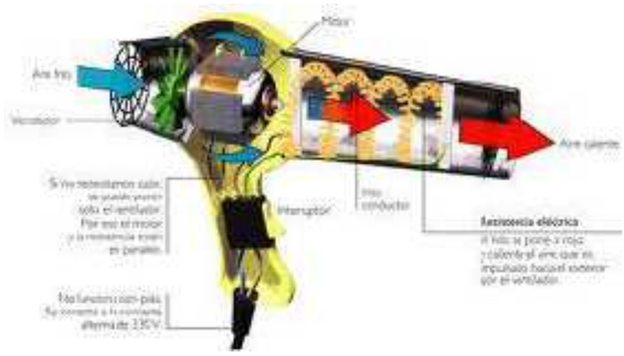
**Se produce una transferencia de energía en forma de calor desde el conductor al medio ambiente.**

- La potencia calorífica disipada al medio ambiente será es $P=(V_1-V_2)I$
- De acuerdo con la Ley de Ohm $(V_1-V_2)=I\ R$
- Se obtiene $P=I^2R$ **Ley de Joule**

# Aplicaciones del efecto Joule

- ✓ Alumbrado, calefactores, secadores…

- ✓ Fusibles (corta-circuitos), o resistencias de seguridad, que se funden automáticamente. Cuando la corriente rebasa un valor umbral, el hilo se funde quedando interrumpida la corriente.





**Preguntas de desafío**

- ¿Por qué el filamento de una bombilla de incandescencia tiene una longitud de medio metro?
- ¿ Qué tiene mayor resistencia una bombilla o una estufa?
- Un hornillo eléctrico se funde, y al arreglarlo se pierde un trozo del hilo de la resistencia. Al conectarlo de nuevo, ¿darás más o menos calor que antes?
- ¿Por qué las bombillas de incandescencia estandar pierden luminosidad al cabo del tiempo?

# Incovenientes del efecto Joule

## Observa que…

Los ordenadores disponen de ventiladores con objeto de disipar energía en forma de calor producida por efecto Joule. No obstante, es de común uso en los ordenadores portátiles las bases refrigeradoras que suelen incluir dos ventiladores interiores alimentados por USB.

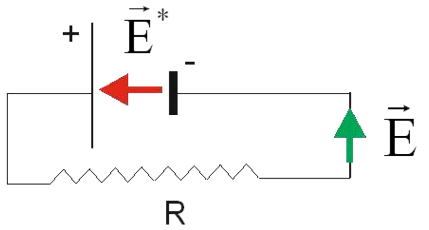
En las grandes instalaciones es preciso poner los alambres conductores lo suficientemente gruesos para que el calor desarrollado por efecto Joule no rebase cierto límite. Esto tiene por objeto el evitar una excesiva pérdida de energía y el prevenir los riesgos de incendio.

# Fuerza electromotriz de un generador

- Para obtener una corriente en un conductor es preciso mantener en su interior un campo eléctrico, o lo que es lo mismo, una ddp constante entre sus extremos, y esto exige un consumo de energía que viene suministrada por el generador (pila, acumulador, dinamo, etc.)

- Se define la fuerza electromotriz (fem) como el trabajo realizado por el generador sobre la unidad de carga positiva.

$$\varepsilon = \delta W / dq = \int_C \vec{E}^* \cdot d\vec{l}$$

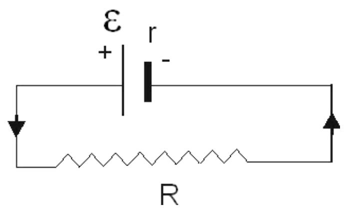



- La dimensiones de la fem son idénticas a las de una ddp, y por lo tanto, aquella se mide en voltios. Sin embargo, fem y ddp son dos conceptos diferentes.

***La fem es la causa de que exista la ddp* entre los extremos del conductor**

# Ley de Ohm para un circuito cerrado

❖ Considérese un circuito eléctrico cerrado con una resistencia de carga R, y un generador con resistencia interna r




❖ Aplicando el principio de conservación de la energía: $\varepsilon I = R\ I^2 + r\ I^2$

❖ Despejando la intensidad de corriente:

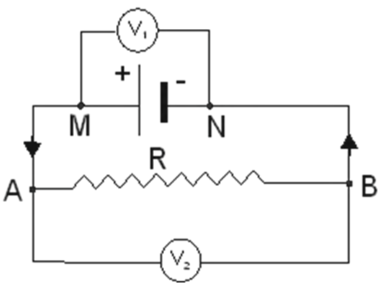
$$I = \frac{\varepsilon}{(R+r)}$$

**Ley de Ohm para un circuito completo**

# Diferencia de potencial en los bornes de un generador

Considérese un circuito eléctrico cerrado constituido por un generador con resistencia interna r y una resistencia de carga R

**¿Diferencia de potencial en bornes?**




- **Aplicando el principio de conservación de la energía**

⇩

- **Teniendo en cuenta que la caída de tensión en la resistencia interna es I r**

⇩

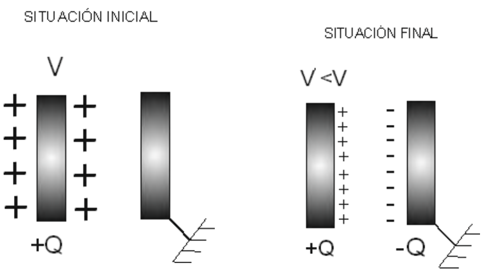
- **la diferencia de potencial es parte de la fuerza electromotriz necesaria para impulsar los electrones a través de la resistencia externa R**

⇩

$$V_M - V_N = \varepsilon - I\ r$$

# El condensador

**Es posible crear un sistema de conductores que tenga una capacidad considerablemente mayor que la de un conductor aislado. Además, la capacidad del sistema no dependerá de los cuerpos de los alrededores. Tal sistema recibe el nombre de condensador o capacitor. El condensador más simple está formado por dos placas conductoras separadas a una distancia muy pequeña (condensador de placas planoparalelas).**




Si $Q$ es la carga de la armadura positiva, siendo la diferencia de potencial entre sus placas es $V_A - V_B$, su capacidad vendrá dada por:

$$C = \frac{Q}{V_A - V_B}$$

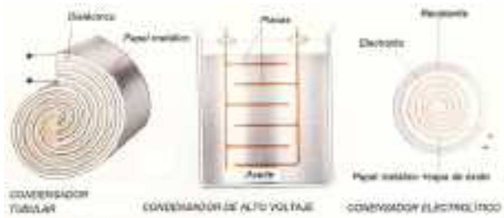
La capacidad para un condensador plano, donde la superficie de cada placa es $S$, siendo su densidad superficial de carga $\sigma = Q / S$, vendrá dada por:

$$C = \frac{Q}{V_A - V_B} = \frac{Q}{\sigma d / (S\varepsilon_o)} = \varepsilon_o \frac{S}{d}$$

Los condensadores se simbolizan como 

# El condensador

Como un dieléctrico soporta campos eléctricos más intensos que el aire sin ionizarse o perforarse, conviene introducirlo en el condensador, con objeto de poder utilizar éste en un rango de mayores diferencias de potencial, y evitar también que las armaduras del condensador se junten por la atracción entre ellas (lo que descargaría el condensador). Si el dieléctrico es lineal, isótropo, homogéneo, reemplazando en la fórmula anterior, $\varepsilon_o$ por $\varepsilon = \varepsilon_o \varepsilon_r$ siendo $\varepsilon_r > 1$ , entonces la capacidad del condensador aumenta, y vendrá dada por



$$C = \varepsilon \frac{S}{d}$$

En la actualidad existen condensadores de 1F de capacidad(aunque hasta hace poco una de las novatadas que se gastaban en las escuelas de ingeniería era “ir a buscar un condensador de 1F”).

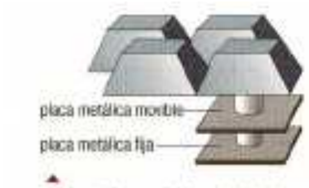
# El condensador

**Para qué sirve esto…**

Como la capacidad de un condensador plano depende de la sección S entre las placas, se pueden construir condensadores de capacidad variable como los utilizados en los mandos de sintonización de un equipo antiguo de radio (tal y como se observa en Figura 23en la parte izquierda de la figura), ya que girando el mando, variando la superficie efectiva entre placas, se ajusta de esta forma una capacidad, y en consecuencia la frecuencia la emisora.

*Condensador variable. Se simboliza mediante:*

## ¿Qué es lo que esconde la tecla de un teclado?

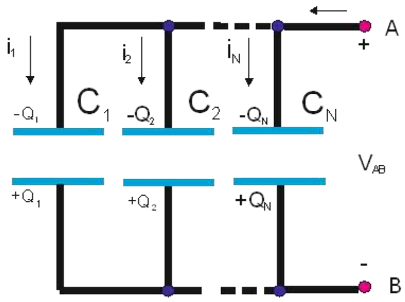



*Interruptor de capacidades del teclado de un ordenador.* Si presionamos la tecla disminuye la separación entre la placa superior e inferior y crece la capacidad, poniéndose en marcha el circuito electrónico del ordenador.

# Asociación de condensadores en paralelo

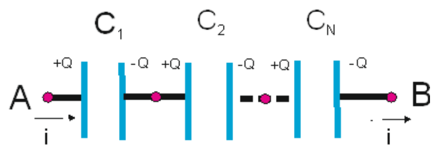
Cuando se quiere obtener una capacidad mayor que la mayor de las capacidades disponibles los condensadores se asocian en paralelo, estando sometidos todos los condensadores de la asociación a la misma diferencia de potencial, siendo, eso sí, diferentes las cargas almacenadas en cada uno. Teniendo esto en cuenta, se procede al cálculo de la capacidad equivalente $C_{eq}$ .

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \ldots + C_N = \sum_{i=1}^{N} C_i$$



# Asociación de condensadores en serie

**Por el contrario, cuando se quiere obtener una capacidad inferior a la menor de las disponibles, los condensadores se asocian en serie, almacenando cada uno de ellos la misma carga.**
**Es evidente que sobre cada condensador la caída de tensión será diferente.**




Luego la capacidad equivalente será $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_N} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}$ .

# Parte IV

# Tema 3. Resolución de circuitos de corriente continua


uc3m Universidad Carlos III de Madrid
UC3M
GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA
Principios Físicos de la Informática

ÍNDICE DEL MÓDULO

# Principios Físicos de la Informática

- Tema 1. Herramientas matemáticas básicas
- Tema 2. Corriente continua. Componentes básicos de un circuito de cc.
- **Tema 3. Resolución de circuitos de corriente continua**
- Tema 4. Técnicas y herramientas de análisis y simplificación de circuitos
- Tema 5. Inducción electromagnética. Ley de Faraday
- Tema 6. Corriente variables en el tiempo. Corriente alterna.
- Tema 7. Resolución de circuitos de corriente alterna

# Índice

Universidad Carlos III de Madrid
Grado en Ingeniería Informática.
Principios físicos de la Informática



# 3.1. Resolución de circuitos

La resolución de un circuito eléctrico consiste en la determinación de todas las variables eléctricas que aparecen en el mismo.

Para ello, la herramienta a utilizar es la ley de Ohm, pero cuidando que en todo momento las magnitudes que intervengan en ella sean tomadas en el mismo elemento del circuito.

La estrategia general consistirá en reducir el circuito a otro equivalente en el cual conozcamos 2 de las 3 magnitudes implicadas en la ley de Ohm y ayudarnos con las reglas de Kirchoff.

# 3.1. Resolución de circuitos

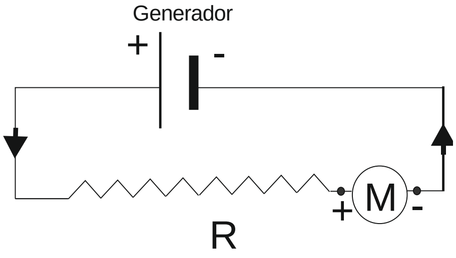
Dado el circuito formado por:

- un generador de fuerza electromotriz ε y resistencia interna r
- una resistencia de carga R
- y un receptor de energía eléctrica, por ejemplo un motor, M, que transforma energía eléctrica en energía mecánica con contraelectromotriz (fcem) ε y resistencia interna r´.

En este caso la potencia suministrada al circuito por el generador se reparte a través de las resistencias, y el resto en energía mecánica en el motor, M. Luego el balance de potencial queda

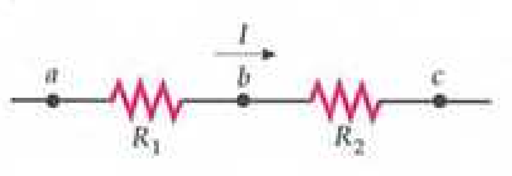
$$\varepsilon I = \varepsilon' I + R I^2 + r I^2 + r' I^2$$

$$I = \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{R + r + r'}$$



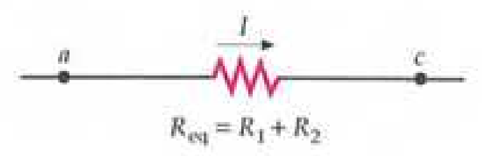
## 3.2. Asociaciones de resistencias: serie

Dos o más resistencias están en serie cuando toda la corriente eléctrica que circula por una, circula a continuación por las otras.



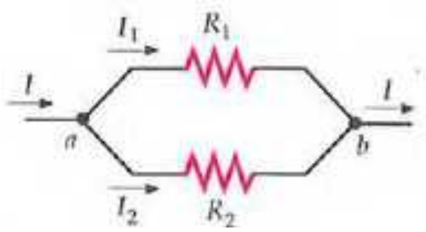

En ese caso, las dos (o más) resistencias se pueden sustituir por una resistencia equivalente cuyo valor será:

$$R_{eq}=R_1+R_2+\ldots+R_n$$



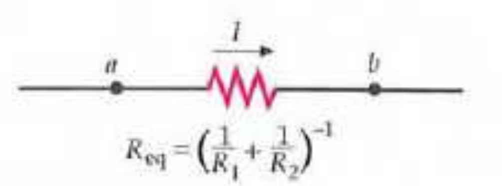
## 3.2. Asociaciones de resistencias: paralelo

Dos o más resistencias están en paralelo cuando toda la corriente eléctrica por un cable se divide, y una parte de ella pasa por cada resistencia, reuniéndose a continuación en una sola corriente de nuevo



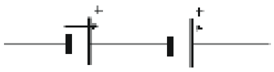

En ese caso, las dos (o más) resistencias se pueden sustituir por una resistencia equivalente cuyo valor será:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}$$

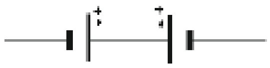


## 3.3. Asociaciones de generadores: serie

Dos o más generadores están en serie cuando son recorridos por la misma corriente.



- Pueden estar conectados en Fase



- Pueden estar conectados en Contrafase

varios generadores en serie equivalen a un generador único, cuya fem total sea igual a la suma de las individuales ($\varepsilon = \sum_1^n \varepsilon$) y cuya resistencia interna sea la suma r= $\sum_1^n r$

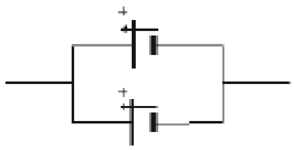
- Hay que considerar la polaridad de los generadores

$$I = \frac{\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i}{R + \sum_{i=1}^{n} r_i}$$

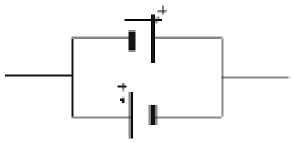
# 3.3. Asociaciones de generadores: paralelo

Dos o más generadores están paralelo cuando tiene la misma caída de potencial

- Pueden estar conectados en Fase



- Pueden estar conectados en Contrafase



- varios generadores en paralelo equivalen a un generador único, con la misma fem y cuya inversa de la resistencia interna sea la suma de las inversas de las 1/r= $\sum_1^n 1/r$
- La intensidad equivalente será

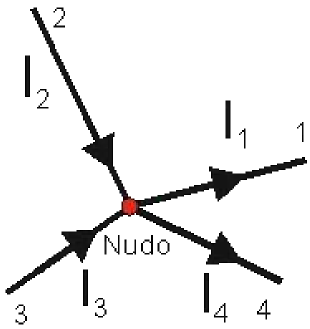
$$I = \frac{\varepsilon}{R + r/n}$$

# 3.4. Reglas de Kirchoff: nodos

(Primera ley de Kirchoff)

La primera Ley de Kirchoff o de nodos

Principio de conservación de la carga



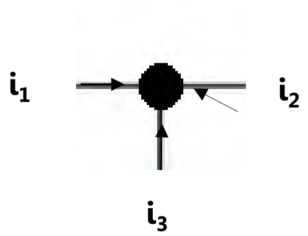

***la suma algebraica de las intensidades la intensidad correspondientes a los distintos tramos que concurren en un nudo es nula, lo que equivale a decir que la carga eléctrica no puede acumularse en ningún punto***

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0$$

## 3.5. Reglas de Kirchoff: regla de los nodos

La regla de los nodos dice que **la suma de las intensidades de corriente que circulan por los cables que concurren en un nodo es nula.**

**Ejemplo:** ¿cuál es el valor de la $i_3$ si $i_1$= 5 A e $i_2$= 3 A?




$$i_1+i_2+i_3= 0$$

$$i_3= - (i_2+i_3)$$

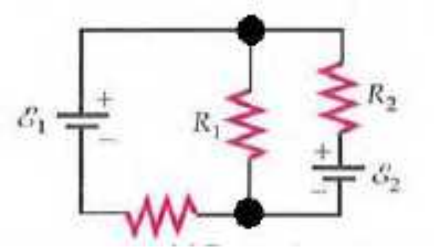
$$i_3= -8 \text{ A}$$

La explicación de esta regla vuelve a ser el principio de conservación de la energía: en un nodo no puede aparacer ni desaparecer una corriente de electrones.

## 3.4. Reglas de Kirchoff: nodos

(Primera ley de Kirchhoff)

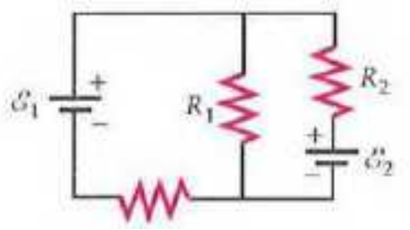
Definiremos asímismo nodo como el punto del circuito donde concurren dos o más cables. En el ejemplo anterior tendremos pues los siguientes nodos:



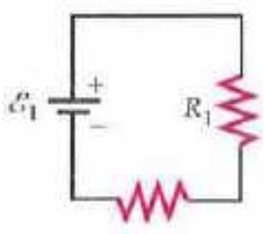

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0$$

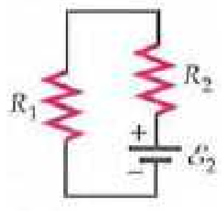
## 3.5. Reglas de Kirchoff: mallas

Existen asociaciones de resistencias que no se pueden reducir a una resistencia equivalente, como en el ejemplo de la figura:




Para resolver circuitos como este definiremos una malla como una línea cerrada de tramos de cable que no contiene ningún otro tramo de cable en su interior. Así pues, en el anterior ejemplo podremos encontrar dos mallas:

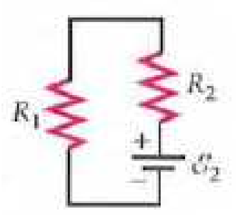


## 3.5. Reglas de Kirchoff: regla de las mallas

La segunda ley de Kirchoff o regla de las mallas dice que **la suma de diferencias de potencial en el interior de una malla debe ser nula.**

**Ejemplo:** ¿cuál es el valor de la fem si la caida de potencial en las resistencias es $V_1$= 5V y $V_2$= 8V?




Respuesta: $\varepsilon_2+V_1+V_2=0$

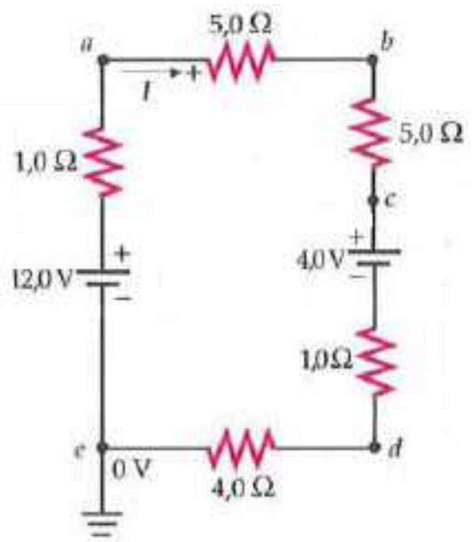
$\varepsilon_2= -(V_1+V_2)$

$\varepsilon_2= -13V$

La razón de esta regla es el principio de conservación de la energía: la diferencia de potencial entre un punto y él mismo debe ser 0 (lógico, ¿no?)

# 3.5. Reglas de Kirchoff: regla de las mallas

En el ejemplo siguiente, calcular la tensión en los puntos *a*, *b*, *c* y *d*, considerando que en el punto *e* el pontencial es 0.



# 3.5. Reglas de Kirchoff: regla de las mallas

$$12-4= I\ (1+5+5+1+4)$$

$$I=0,5\ A$$

$$Va = 12 – 0,5.1 = 11,5\ V$$

$$Vb = 11,5 – 5.0,5 = 9\ V$$

$$Vc = 9 – 5.0,5 = 6,5\ V$$

$$Vd = 6,5 – 4 – 1.0,5 = 2\ V$$

$$Ve = 2 – 4.\ 0,5 = 0\ V$$

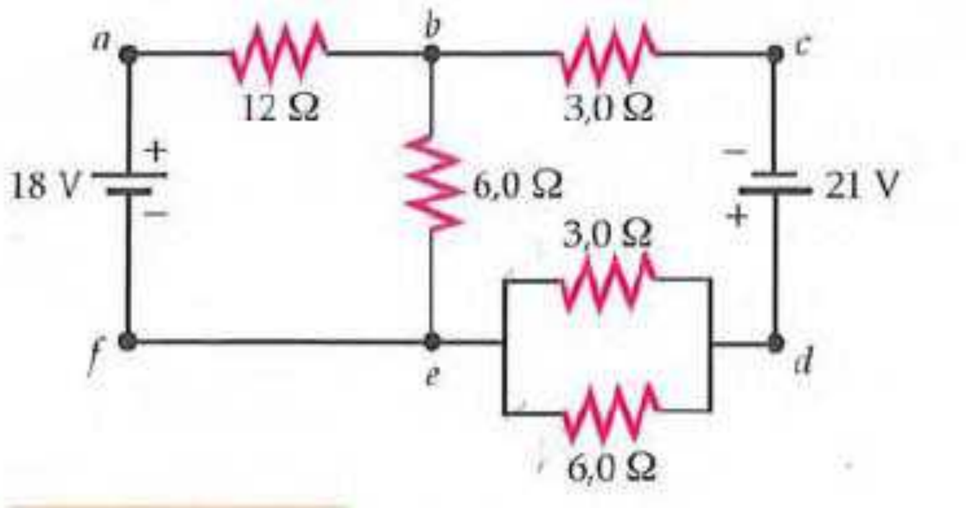
# 3.6. Reglas de Kirchoff: aplicación

**Metodología:**

- Localizar los nudos y las mallas
- Dibujar las intensidades poniendo su sentido arbitrariamente
- En cada nudo dividir o unir las intensidades
- Determinar la polaridad de los generadores. En un generador va del negativo al positivo si esto es en la misma dirección de la intensidad la fem es positiva, sino negativa
- En cada malla aplicar la ley de ohm $\sum V = \sum(I.R)$
- Resolver el sistema de ecuaciones planteado

# 3.6. Reglas de Kirchoff: aplicación

**Ejemplo:** Determinar la intensidad de corriente en cada elemento del siguiente circuito:



## 3.6. Reglas de Kirchoff: aplicación

**Ejemplo:** Se dispone de dos baterías una con $\varepsilon_1$= 9 V y $r_1$ = 0,8 Ω y la otra con $\varepsilon_2$= 3 V y $r_2$ = 0,4 Ω. ¿Como deberán conectarse para dar la máxima corriente a través de una resistencia R?

Determinar la corriente para:R = 0,2 Ω.

Lo mismo para R = 0,6 Ω.

## 3.7. Resolución de circuitos por Maxwell

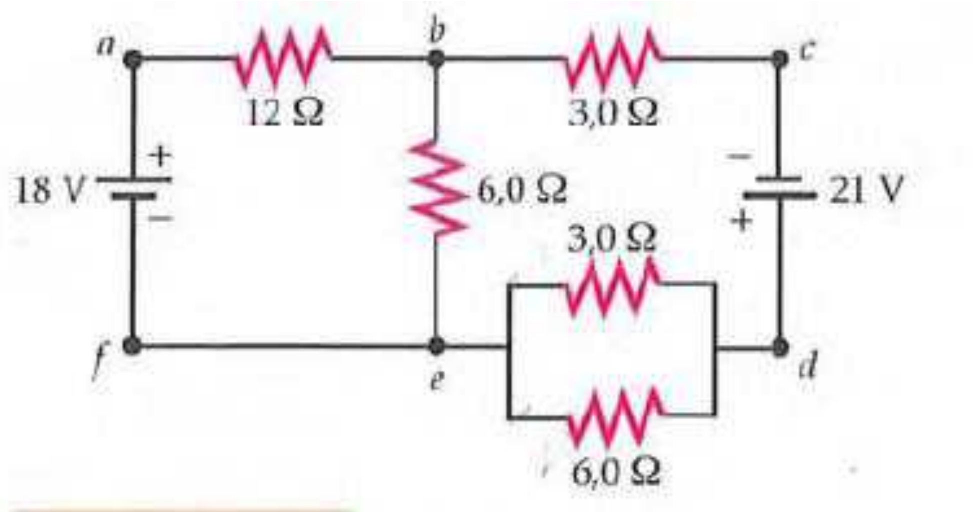
**Parte de los mismos conceptos de Nudos, ramas y mallas**

**Metodología:**

- Se localizan los nudos y las mallas
- Se fija un sentido en cada malla
- Se determina en cada generador el signo que va del negativo al positivo.
  - Si la corriente va en la misma dirección que el generado la fem es positiva
  - Si la corriente va en sentido contrario del generador la fem es negativa
- Se aplica la ley de ohm en cada malla (considerando todas las intensidades: $\sum V = \sum(I.R)$

## 3.7. Maxwell: aplicación

**Ejemplo:** Determinar la intensidad de corriente en cada elemento del siguiente circuito:



# Parte V

# Tema 4. Simplificación de circuitos


uc3m | Universidad Carlos III de Madrid
UC3M
GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA
Principios Físicos de la Informática

# Principios Físicos de la Informática

- Tema 1. Herramientas matemáticas básicas
- Tema 2. Corriente continua. Componentes básicos de un circuito de cc.
- Tema 3. Resolución de circuitos de corriente continua
- **Tema 4. Técnicas y herramientas de análisis y simplificación de circuitos**
- Tema 5. Inducción electromagnética. Ley de Faraday
- Tema 6. Corriente variables en el tiempo. Corriente alterna.
- Tema 7. Resolución de circuitos de corriente alterna

# Contenidos

# 1. Objetivos

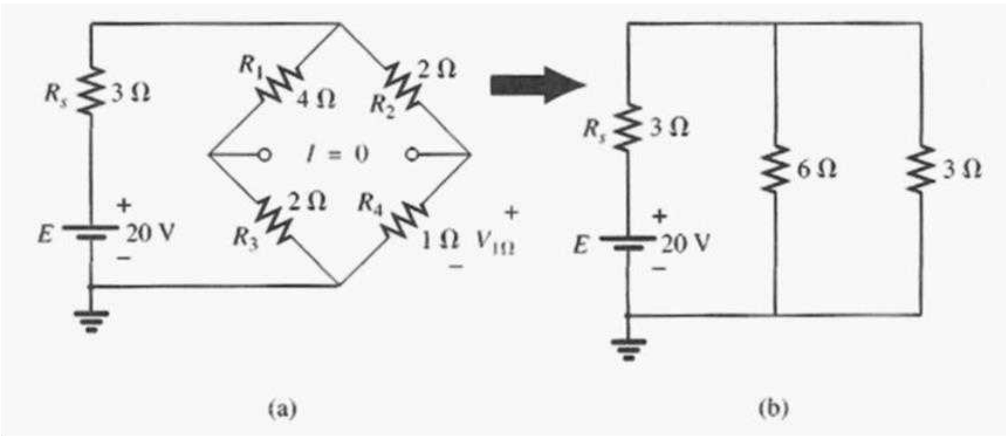
- En temas anteriores hemos conocido técnicas de análisis de circuitos basados en las Leyes de Kirchoff.
  - Alta complejidad en las ecuaciones aun para evaluar solo un dato
- En este tema se hace un estudio de diferentes técnicas para aislar partes específicas de un circuito a fin de simplificar el análisis
- En todos los casos que vamos a ver **se supone la linealidad de los circuitos**, es decir, que en cualquier elemento se cumple que la relación entre la tensión y la corriente que lo atraviesa permanece constante para cualquier variación de una u otra.

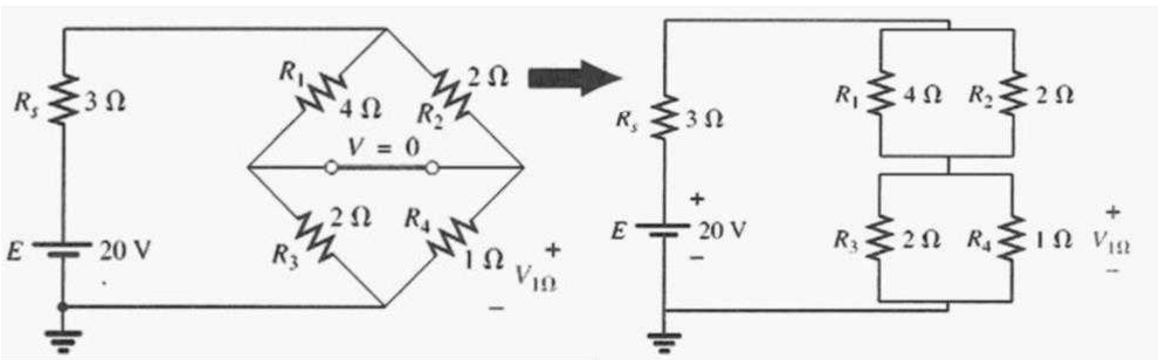
# 2. Teorema de sustitución

- El teorema de sustitución es una técnica bastante intuitiva
  - Se usa en el cálculo de resistencias equivalentes Enunciado:

**“Si la tensión o la corriente a través de cualquier rama de un circuito son conocidas, esta rama puede ser sustituida por cualquier combinación de elementos que mantengan la misma tensión y la misma corriente que la rama escogida”**

# 2. Teorema de sustitución (ejemplos)



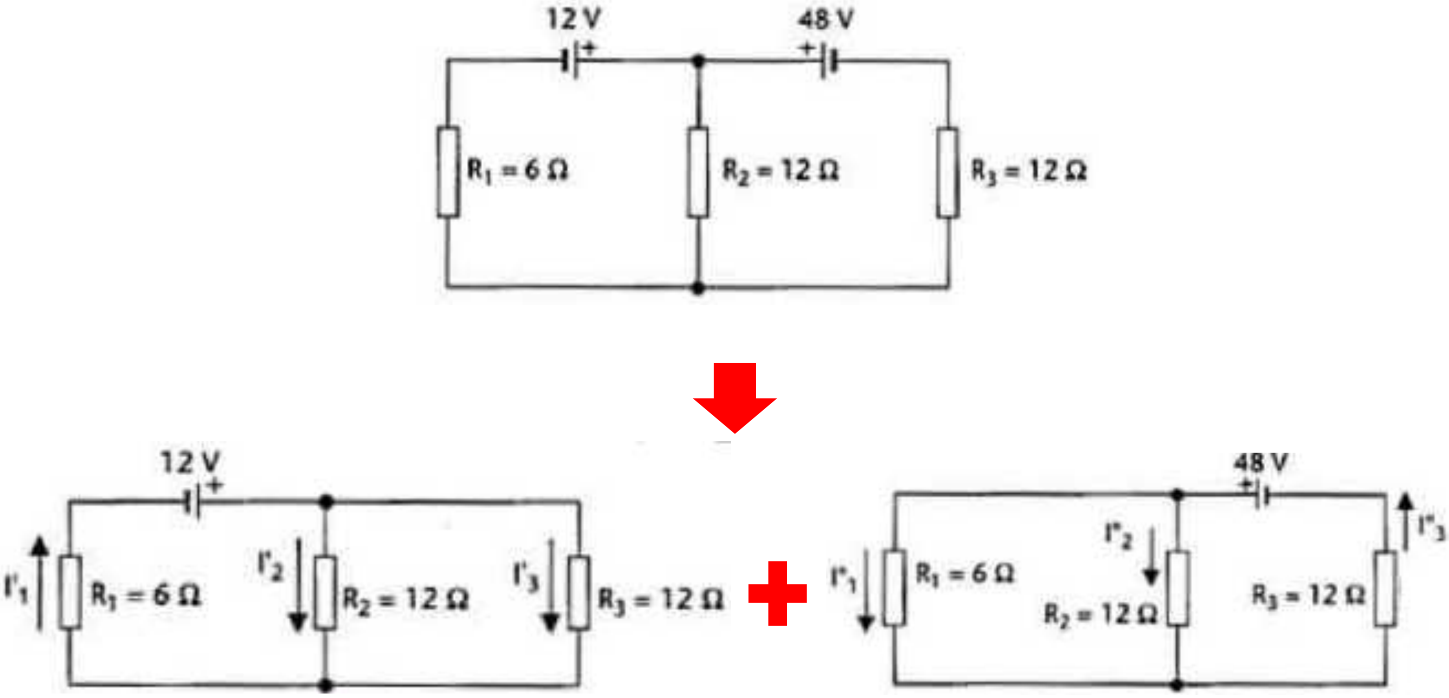



# 3. Teorema de superposición de fuentes

- El teorema de superposición de fuentes es una técnica que nos sirve para resolver circuitos sencillos en los que encontramos diferentes fuentes independientes funcionando simultáneamente
- Enunciado:

**"El efecto que dos o más fuentes tienen sobre una impedancia es igual a la suma de cada uno de los efectos de cada fuente por separado, sustituyendo todas las demás fuentes de tensión por cortocircuitos y todas las demás fuentes de intensidad por circuitos abiertos."**

# 3. Teorema de superposición (ejemplo)



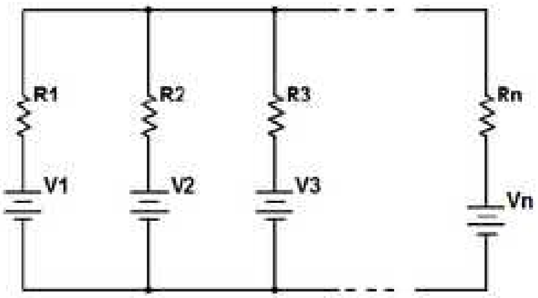

$$\boxed{I_i = I'_i + I''_i}$$

# 4. Teorema de Millman

•El teorema de Millman se utiliza para calcular directamente la tensión entre dos puntos de un circuito entre los que hay varias ramas en paralelo.

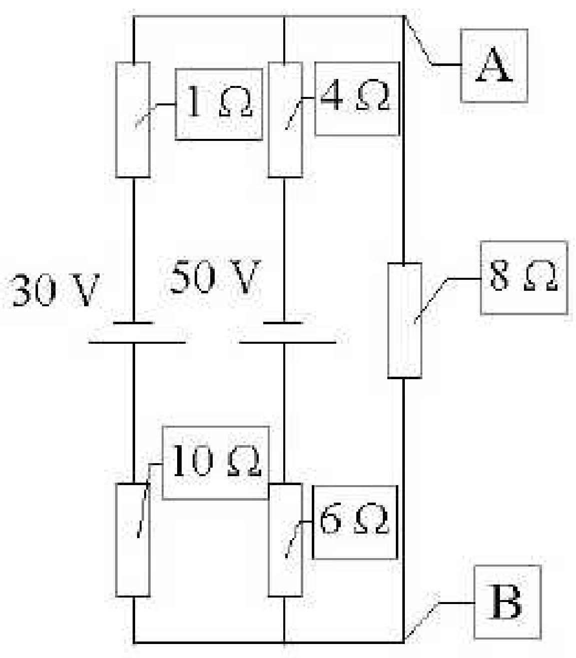
•Enunciado

**“En un circuito eléctrico en el que hay varias ramas en paralelo, cada una formada por una fuente de tensión en serie con una impedancia, la tensión entre los terminales de las ramas es igual a la suma de los productos de las tensiones por las admitancias de cada rama dividido por la suma de las admitancias”**




$$V_m = \frac{\sum_{k=1}^{N} \frac{V_k}{R_k}}{\sum_{k=1}^{N} \frac{1}{R_k}}$$

# 4. Teorema de Millman (ejemplo)



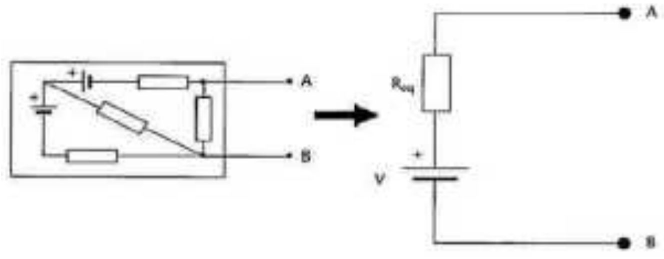

$$Vba = \frac{-\frac{30V}{10\Omega+1\Omega} - \frac{50V}{6\Omega+4\Omega} + 0}{\frac{1}{10\Omega+1\Omega} + \frac{1}{6\Omega+4\Omega} + \frac{1}{8\Omega}} = -24.45V$$

# 5. Teorema de Thevenin

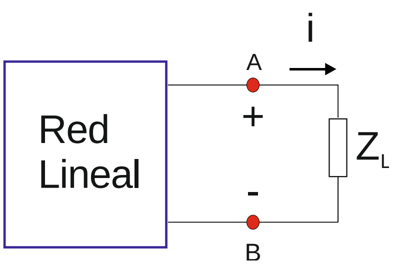
•El teorema de Thevenin se utiliza para sustituir cualquier conjunto de elementos que forman un circuito entre dos polos por un circuito equivalente formado por una fuente de tensión y una resistencia en serie con ella

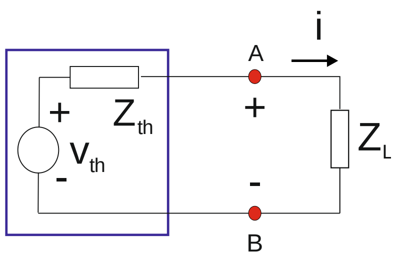
•Enunciado

**"Cualquier circuito eléctrico entre dos polos puede ser sustituido por un circuito equivalente formado por una fuente de tensión y una impedancia en serie con ella. El valor de la fuente será la tensión de vacío entre los dos polos y el valor de la impedancia el de la impedancia equivalente entre ellos considerando las fuentes en cortocircuito"**



# 5. Teorema de Thevenin (proceso)



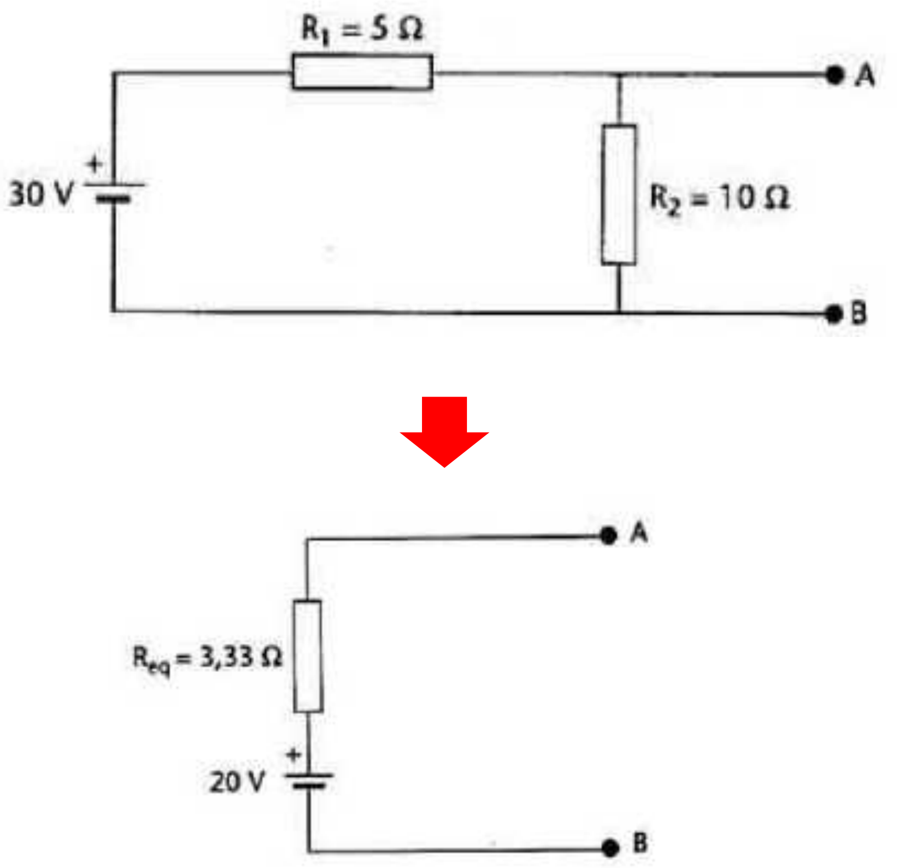

**Hay que calcular $V_{Th}$ y $Z_{Th}$**

**Si $Z_L$ es ∞ →se desconecta la impedancia del circuito , i=0 y $V_{Th} = V_{AB}$**

**Si $Z_L$ es 0 →es un cortocircuito, $i_{corto}$ y** $i_{corto} = v_{Th} / Z_{Th}$ $Z_{Th} = v_{Th} / i_{corto}$

**Por lo tanto el Valor de $Z_{Th}$ se obtiene del cociente de la tensión en el vacío y la intensidad en corto**

# 5. Teorema de Thevenin (ejemplo)

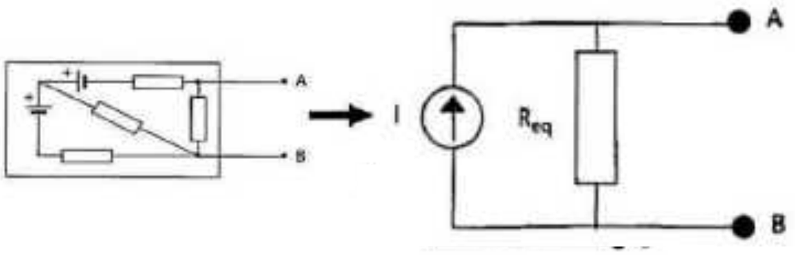


# 6. Teorema de Norton

•El teorema de Norton se utiliza para sustituir cualquier conjunto de elementos que forman un circuito entre dos polos por un circuito equivalente formado por una fuente de intensidad y una impedancia en paralelo con ella

•Enunciado

**“Cualquier circuito eléctrico entre dos polos puede ser sustituido por un circuito equivalente formado por una fuente de intensidad y una impedancia en paralelo con ella. El valor de la fuente será la corriente de cortocircuito entre los dos polos y el valor de la impedancia el de la impedancia equivalente entre ellos considerando las fuentes en cortocircuito”**



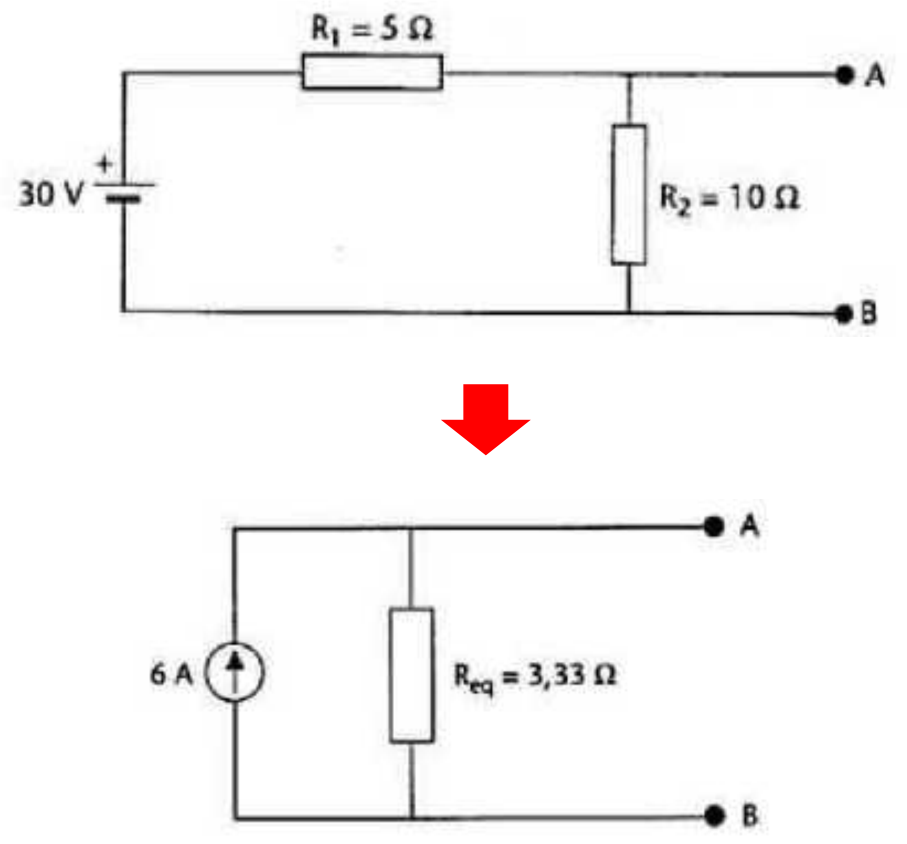
# 5. Teorema de Norton (Procedimiento)


**Hay que calcular $I_{Nh}$ y su impedancia en paralelo $Z_N$ :**

**Esto es (según se ve al comparar las figuras), la sustitución de un generador de tensión por otro de corriente. Así** $i_N = v_{Th} / Z_{Th} = i_{corto}; \quad Z_N = Z_{th}$

**que nos indica que *el generador de corriente de Norton es igual a la corriente de cortocircuito que se obtiene en la red lineal al juntar sus terminales ($Z_L$ = 0) y que la impedancia de Norton es el cociente entre la tensión en vacío y la corriente de cortocircuito de la red* (al igual que la impedancia de Thévenin).**

# 5. Teorema de Norton (ejemplo)



# Parte VI

# Tema 5. Inducción electromagnetica


UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID
homo homini sacra res
UC3M
GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA
Principios Físicos de la Informática

Principios Físicos de la Informática

# Tema 5: Inducción electromagnética

**Ángel de Andrea González**

Departamento de Física, Universidad Carlos III

**aandrea@fis.uc3m.es**

# Introducción

- El descubrimiento, debido a Oersted en 1820, de que una corriente eléctrica produce un campo magnético estimuló la imaginación de los físicos de la época y multiplicó el número de experimentos en busca de relaciones nuevas entre la electricidad y el magnetismo.

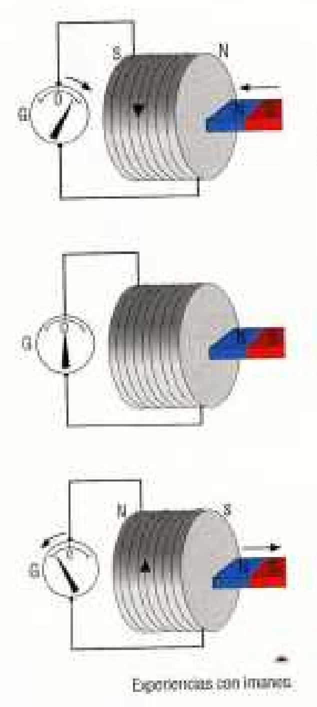
- Como la física es una ciencia en la que el pensamiento "simétrico" resulta frecuentemente muy productivo, en ese ambiente científico pronto surgiría la idea inversa de producir corrientes eléctricas mediante campos magnéticos.

- Diez años después del experimento de Oersted, el norteamericano John Henry (1797-1878) y el inglés Michael Faraday (1791-1867) encontraron, independientemente, que ello era posible. En realidad Henry lo descubrió antes, pero Faraday publicó antes sus resultados (1831) y estudio el tema con mayor detalle (la publicación de Henry es de 1832).

La inducción electromagnética es la producción de corrientes eléctricas por flujos magnéticos variables con el tiempo. Por todo lo dicho se concluye que el descubrimiento por Faraday y Henry de la inducción electromagnética produce una cierta simetría en el mundo del electromagnetismo.

# La experiencia con imanes de Faraday (1831)

Esta experiencia se realizó el 17 de octubre de 1831. Faraday utilizó un imán recto y una bobina conectada a un galvanómetro. Al introducir bruscamente el imán en la bobina observó una desviación en la aguja, desviación que desaparecía si el imán permanecía inmóvil en el interior de la bobina. Cuando el imán era retirado la aguja del galvanómetro se desplazaba de nuevo, pero esta vez en sentido contrario




M. Faraday

***La desviación de la aguja del galvanómetro sólo podía ser explicada mediante la existencia de una corriente, denominada corriente inducida, que es producida por una fuerza electromotriz, que se conoce como fem inducida.***

**¿Fue Faraday el primer científico en hacer esta experiencia?**

J. D. Colladon

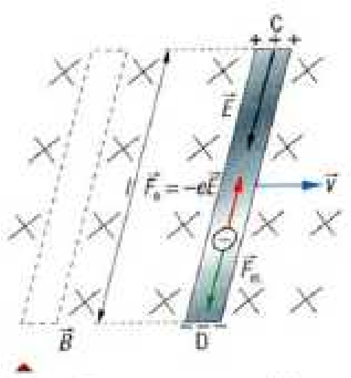
**¡¡¡No!!!** ⇨ **Colladon, Ginebra (1825)**

# Experiencia de Henry (1831)

- **Joseph Henry observó que si un conductor se mueve perpendicularmente en un campo magnético aparece una diferencia de potencial en sus extremos.**

- **Cuando se invertía el sentido del movimiento, cambiaba la polaridad de los extremos.**

- **Al cesar el movimiento desaparecía dicha diferencia de potencial**



Varilla móvil en un campo magnético.

## ¿Posible explicación?

**Para un observador que se mueva con la varilla, los electrones se ponen en movimiento mediante la acción de un campo eléctrico cuya intensidad será**

$$\vec{E}_{ind} = \frac{\vec{F}_m}{-e} \Rightarrow \vec{E}_{ind} = \frac{-e\vec{v} \times \vec{B}}{-e} \Rightarrow \vec{E}_{ind} = \vec{v} \times \vec{B}$$

**Esto significa que se inducirá en la varilla una fuerza electromotriz (trabajo por unidad de carga) dada por**

$$\varepsilon = \int_C \vec{E}_{ind} \cdot d\vec{r} \Rightarrow \varepsilon = \int_C (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{r}$$

**A esta fuerza electromotriz (fem) se la denomina fem de movimiento**

# Leyes de la inducción electromagnética

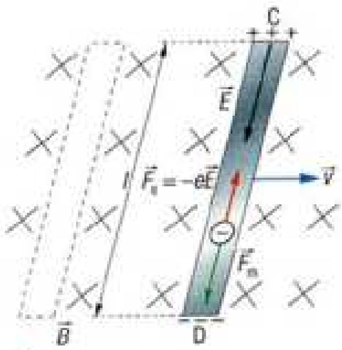
- Si la resistencia del circuito es despreciable el valor de esta fem inducida es igual a la diferencia de potencial.

- Como el campo y la velocidad son constantes, el campo eléctrico inducido resultará ser también constante. Puesto que el vector intensidad de campo eléctrico y el desplazamiento elemental apuntan hacia las cargas positivas, integrando, la fem resulta;

Joseph Henry
(1797-1878)

$$\varepsilon = V_C - V_D = E_{ind} \cdot L \Rightarrow \quad \varepsilon = vBL$$

Donde el extremo C está a mayor potencial que el D




Varilla móvil en un campo magnético.

# Ley Faraday y ley de Lenz

**El fenómeno de la inducción electromagnética se rige por dos leyes: una de tipo de tipo cuantitativo que determina la magnitud de la fem inducida, la Ley de Faraday y otra de tipo cualitativo, que explica físicamente el origen del sentido de la corriente inducida, la ley de Lenz:**

- **La Ley de Faraday establece que *la fem inducida en un circuito es directamente proporcional a la rapidez con la que varía el flujo magnético en su interior. Esta ley pone de manifiesto que la variación del flujo magnético induce una fuerza electromotriz, siendo ésta independiente del modo en que se produce la variación del flujo magnético.***

- ***Ley de Lenz: el sentido de las corrientes inducidas es tal que sus efectos magnéticos tienden a oponerse a la causa que las produce.***

**Ambas se resumen cuantitativamente en la ley de Neumann**

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

**«La fem inducida es igual, pero de signo opuesto, a la rapidez con la que varía el flujo magnético»**

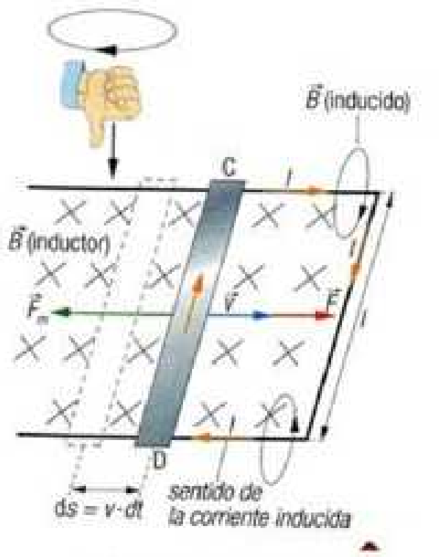
**A la ley de Neumann también se le conoce con el nombre de ley de Faraday-Henry, ley de Faraday-Lenz o si no cabe confusión, ley de Faraday.**

# Generador de corriente continua

- **El signo negativo aparece en la ley de Neumann para indicar el sentido de la corriente inducida: una fem positiva produce una corriente que genera un flujo en el sentido al del campo inicial existente y una fem negativa produce una corriente que genera un flujo en el sentido opuesto al del campo existente.**

- **Por ejemplo, en la figura anterior, como :** $d\phi < 0 \Rightarrow \varepsilon > 0$

***la corriente tiene sentido horario porque, por la regla de la mano derecha, aquella produce un flujo en el sentido del campo existente . Siempre es conveniente tomar el vector superficie en la misma dirección y sentido que la componente normal del campo en dicha superficie.***

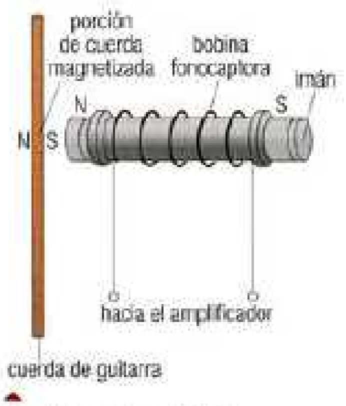


Generador por cable deslizante.

**Para qué sirve esto…**

**Una vez el Primer Ministro británico preguntó a Faraday si sus investigaciones tenían valor práctico. Faraday contestó proféticamente que algún día los gobiernos cobrarían a los ciudadanos impuestos por el uso de estas invenciones; y es que toda la producción industrial de energía eléctrica o, más concretamente los alternadores están basados en la ley de Faraday.**

# Aplicaciones de la ley de Faraday




Cuerda de guitarra eléctrica.

**Para qué sirve esto…**

**Los cables de algunos teléfonos fijo o de teclados de ordenador aparecen enrollados en forma de hélice. Esto se hace así, para que de igual forma que un solenoide, el campo magnético que crea el cable quede prácticamente confinado en el interior del arrollamiento. Así se evita que los campos magnéticos creados afecten al auricular del teléfono o bien distorsionen la imagen del monitor. Por otro lado si se mueve el cable, también se evita que un flujo magnético variable induzca una fuerza electromotriz en la línea telefónica o en el monitor del ordenador.**

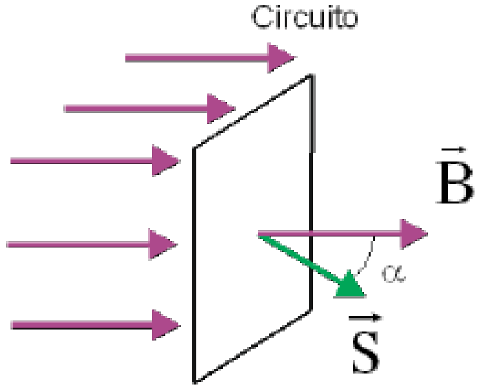
**La Ley de Faraday explica el funcionamiento de una guitarra eléctrica.**

**Una cuerda que vibra a una determinada frecuencia, previamente magnetizada por una bobina fono captadora, induce una fuerza electromotriz en ésta última, alimentando la corriente inducida un amplificador produciéndose el sonido. La reproducción de un casete de música o de video se produce al pasar la cinta ferromagnética, que esta magnetizada con un campo magnético variable, por el cabezal de reproducción induciendo una corriente en dicho cabezal.**

## Causas de variación del flujo magnético

**Considérese por simplicidad, un circuito plano (espira). El circuito limita una superficie plana de vector superficie (ver figura) . El flujo magnético a través de la superficie del circuito debido a un campo magnético uniforme de inducción viene dado por**

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS\cos\alpha$$

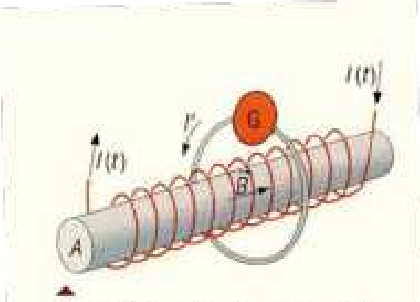



**Luego la variación del flujo magnético a través de un circuito puede deberse a tres causas diferenciadas o bien a una mezcla de todas:**

- **Variación del módulo de la inducción magnética (experiencias con imanes de Faraday).**
- **Variación del módulo de la superficie del circuito (deformación de un circuito).**
- **Variación de la orientación entre ambos (del ángulo que forman el vector inducción magnética y el vector superficie ). Éste es el fundamento de las corrientes inducidas en los alternadores y las dinamos.**

# Generalización de la ley de Faraday-Lenz

- Considérese un solenoide largo recorrido por una corriente variable rodeado por una espira circular en reposo.
- El galvanómetro en la espira acusa la existencia de una corriente inducida.
- Puesto que la espira se halla inmóvil, sobre los electrones no actúa ninguna fuerza magnética.
- Por lo tanto, para ponerlos en movimiento, ha de existir un campo eléctrico inducido en el conductor ocasionado por el flujo magnético variable.
- El trabajo realizado por el campo eléctrico inducido por unidad de carga positiva, a lo largo del circuito (espira) de longitud L, es la fem inducida



Solenoide largo rodeado por una espira.

$$\varepsilon = \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

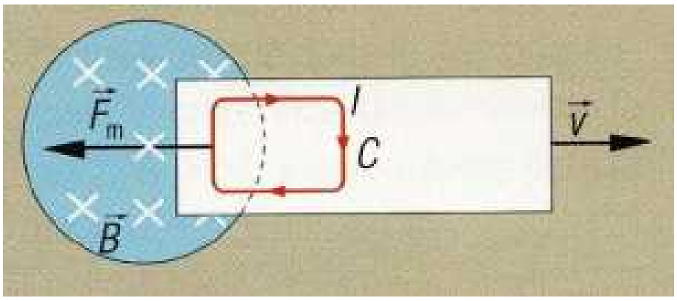
Esta expresión resalta el carácter no conservativo del campo eléctrico inducido. Teniendo en cuenta la ley de Faraday y la expresión general del flujo a través de una superficie S (la del circuito), resulta:

$$\varepsilon = \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{d\phi}{dt} \Rightarrow \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Un campo magnético variable con el tiempo induce un campo eléctrico no conservativo

# Corrientes de Foucault

- Las corrientes de Foucault son corrientes parásitas inducidas en todo el volumen de un conductor sometido a un campo magnético variable con el tiempo.
- Su existencia se puede demostrar empujando una lámina metálica entre los polos de un imán: el flujo magnético disminuye y por las Leyes de Faraday y Lenz existirá una corriente parásita inducida en el sentido de las agujas del reloj.
- El campo magnético ejercerá una Fuerza magnética sobre la corriente que se opone al movimiento de la lámina, frenándola.
- Estas corrientes pueden ser muy intensas porque la resistencia óhmica del metal es muy pequeña o casi nula.



# Aplicaciones de las corrientes de Foucault

- Algunas de las aplicaciones de las corrientes de Foucault son: los hornos de inducción, los detectores de metales, los frenos electromagnéticos o las máquinas expendedoras.


- Los hornos de inducción. Estas corrientes producen una disipación de energía en forma de calor (efecto Joule) y que se aprovecha en los hornos de inducción para calentar o fundir materiales en contenedores sellados.

- Los detectores de metales producen campos magnéticos variables con el tiempo sobre objetos metálicos induciendo y detectando las corrientes parásitas.

- Las máquinas expendedoras inducen corrientes de Foucault en las monedas. A través de un sensor, si la fuerza magnética que las frena es la adecuada, la moneda será aceptada.

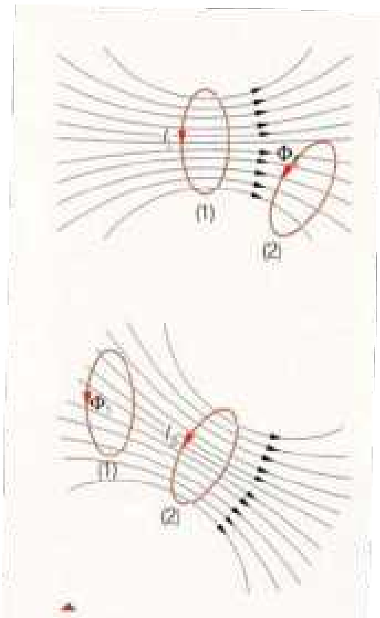
# Inducción mutua

**Considérese el circuito 1 y el 2 de la figura cuando una corriente de intensidad $I_1$ circula por el circuito 1, esta produce una campo magnético proporcional a $I_1$ y a través del circuito 2 hay un flujo magnético $\phi_2$ que es directamente proporcional a $I_1$. Luego:**

$$\phi_2 = M_{21} I_1$$

**donde $M_{21}$ es un coeficiente de proporcionalidad y representa el flujo magnético a través del circuito 2 por unidad de corriente en el circuito 1. De igual forma si una corriente $I_2$ circula por el circuito 2, se produce un campo magnético que a su vez produce una flujo magnético a través del circuito 1, el cual es directamente proporcional a $I_2$. Luego, $\phi_1 = M_{12} I_2$**

**Siendo $M_{12}$ el coeficiente de proporcionalidad, que representa el flujo magnético a través del circuito 1 por unidad de corriente en el circuito 2. Se puede demostrar, que si los circuitos están en un medio lineal los coeficientes de proporcionalidad son idénticos: $M = M_{21} = M_{12}$**



Dos espiras enfrentadas.

# Inducción mutua

**Al coeficiente común $M$ entre dos circuitos se le denomina coeficiente de inducción mutua o inductancia mutua. La igualdad de $M$ en ambos circuitos es una prueba más de otra de las simetrías tan comunes de la Física. La inductancia mutua representa el flujo magnético que atraviesa un circuito debido a otro por unidad de corriente en el mismo.**

$$M = \frac{\phi_1}{I_2} = \frac{\phi_2}{I_1}$$

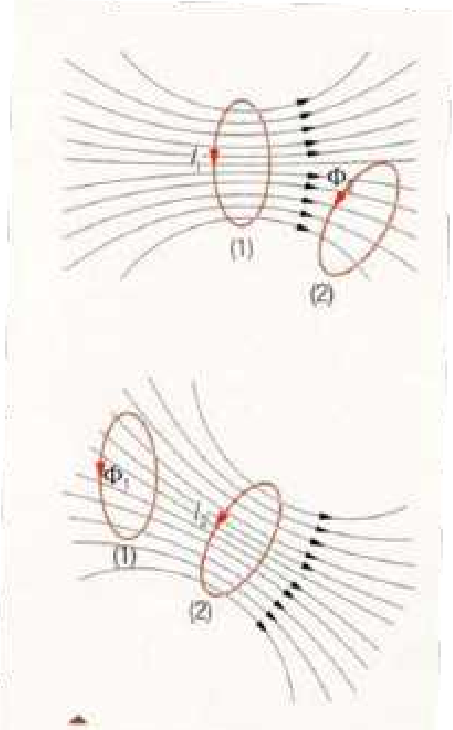
**La inductancia mutua depende de las características geométricas de los dos circuitos, de su distancia y orientación entre ellos, así como de la presencia de materiales magnéticos en los alrededores de los mismos.**

**La unidad en el SI de la inductancia mutua es el henrio. La fem inducida en el circuito 2 por el circuito 1 teniendo en cuenta la expresión anterior y suponiendo ambos circuitos rígidos en un medio lineal ( $M$ =cte), será**

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\phi_2}{dt} = -\frac{d\left(MI_1\right)}{dt} = -M\,\frac{dI_1}{dt}$$

**y la fem inducida en el circuito 1 por el circuito 2**

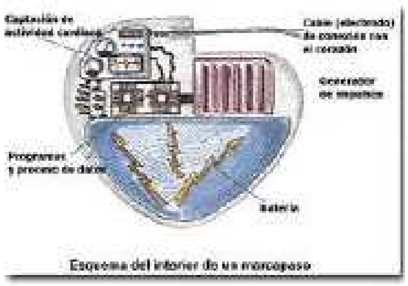
$$\varepsilon_1 = -\frac{d\phi_1}{dt} = -\frac{d\left(MI_2\right)}{dt} = -M\,\frac{dI_2}{dt}$$



Dos espiras enfrentadas.

## Aplicaciones del fenómeno de inducción mutua

- ✓ Ciertos **marcapasos** se activan exteriormente mediante **inducción mutua**. El flujo magnético de una bobina exterior atraviesa otra colocada en el marcapasos situado en el corazón. La ventaja frente a los marcapasos de pilas es que no es necesaria intervención quirúrgica para sustituir pilas al gastarse.

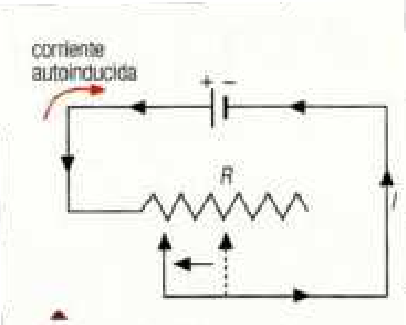



- ✓ En los **circuitos de electrónica** el **cableado** se halla retorcido entre sí para compensar, al variar la orientación, las inducciones mutuas de unos cables con otros, lo que podría originar parásitos o ruidos de fondo.

# Autoinducción

- Cuando un circuito está recorrido por una corriente variable con el tiempo, ésta produce un flujo magnético variable a través del mismo; por ello, se induce una fem y una corriente.
- Esta **extracorriente** se denomina **corriente autoinducida** y al fenómeno, **autoinducción** descubierto por J. Henry, aunque no publicó el descubrimiento.
- Cuando el circuito está en un **medio lineal** (intensidad y permeabilidad magnética independientes entre sí) e isótropo, el flujo magnético que atraviesa aquel debido a su propio campo es directamente proporcional a la intensidad de corriente, donde la constante de proporcionalidad recibe el nombre de **coeficiente de autoinducción** o simplemente **inductancia.**

$$\phi = LI$$



Moviendo el reostato se produce una corriente autoinducida en el circuito. Al disminuir la resistencia, aumenta la corriente del circuito y la corriente autoinducida tiende a disminuirla.

# Autoinducción

Si el circuito se encuentra en un medio lineal e isótropo y, además, es rígido ($L$ =cte), es decir indeformable, estando recorrido por un flujo magnético variable, la fem instantánea autoinducida será

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} \Rightarrow \varepsilon = -L\frac{dI}{dt}.$$

- **La inductancia depende de las características geométricas del circuito y de los materiales magnéticos presentes en sus proximidades: es muy pequeña si el hilo conductor del circuito es rectilíneo, pero aumenta mucho al arrollarlo en espiral.**

- **La inductancia no está concentrada en un punto particular del circuito, sino que es una propiedad de dicho circuito como un todo. Una inductancia se representa por:**

# Autoinducción

- ✓ Como los materiales magnéticos pueden alterar la inductancia de una bobina, para controlar los semáforos en las **intersecciones de tráfico** se entierran en el pavimento **bobinas planas**. Al pasar un coche sobre ellas, el hierro de su carrocería modifica la **inductancia** en la bobina, produciéndose el **cambio en el semáforo.**

# Parte VII

# Tema 6. Corriente variable en el tiempo


uc3m | Universidad Carlos III de Madrid
UC3M
GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA
Principios Físicos de la Informática

ÍNDICE DEL MÓDULO

# Principios Físicos de la Informática

- Tema 1. Herramientas matemáticas básicas
- Tema 2. Corriente continua. Componentes básicos de un circuito de cc.
- Tema 3. Resolución de circuitos de corriente continua
- Tema 4. Técnicas y herramientas de análisis y simplificación de circuitos
- Tema 5. Inducción electromagnética. Ley de Faraday
- **Tema 6. Corriente variables en el tiempo. Corriente alterna.**
- Tema 7. Resolución de circuitos de corriente alterna

# Tema 6. Corriente variables en el tiempo: ct. alterna

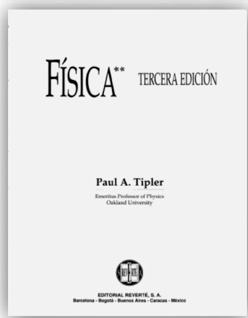
6.1. Corrientes variables en el tiempo.

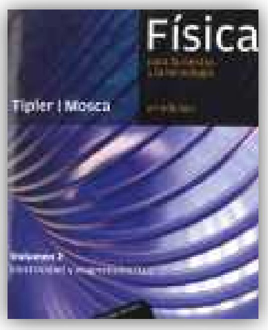
6.2. Corriente continua: inductancia como elemento de un circuito. Circuitos RL.

6.3. Corriente continua: carga y descarga de un condensador en un circuito RC.

6.4. Generadores de corriente alterna.

# Bibliografía: tema 6





- **Corrientes variables en el tiempo. Carga y descarga de un condensador en un circuito RC.**

Tipler/Mosca. *Física para la Ciencia y la Tecnología* , vol. 2. Capitulo 25 (Sexta edición) tema 25.6 págs. 868 y ss.; Capitulo 23 (Tercera edición) tema 23.2 pág. 760

- **Inductancia como elemento de un circuito. Circuitos RL.**

Tipler/Mosca. *Física para la Ciencia y la Tecnología,* vol. 2. Capitulo 28 (Sexta edición) Inducción magnética, págs. 977 y ss.; Capitulo 26 (Tercera edición) Inducción magnética, pág. 857

- **Generadores de corriente alterna.**

Tipler/Mosca. *Física para la Ciencia y la Tecnología* , vol. 2. Capitulo 28 y 29 (Sexta edición) tema 28.4 y 29.1, pp. 972-973 y 995 y ss; Capitulo 26 (Tercera edición) tema 26.6

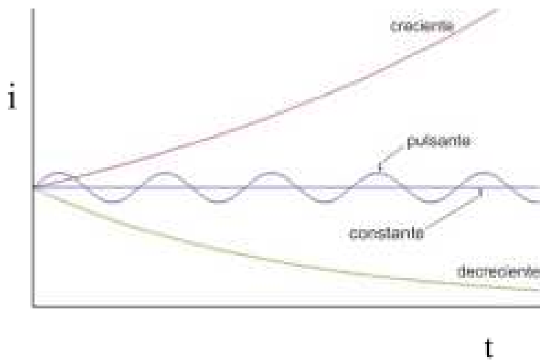
- **Corriente alterna en una resistencia. Frecuencia y fase. Potencia. Valores eficaces.**

Tipler/Mosca. *Física para la Ciencia y la Tecnología* , vol. 2. Capitulo 29 (Sexta edición) tema 29.1; Capitulo 28 (Tercera edición) tema 28.1

# 6.1. Corrientes variables en el tiempo

**Corriente eléctrica:** Transporte de carga eléctrica en un conductor

- **Corriente continua:** Direccion no cambia de sentido, están conectadas a un generador
  - Constante: Cuando el flujo es constante
  - Variable con el Tiempo: El flujo no es constante
    - Creciente o decreciente
- **Corriente alterna:** Direccion cambia periódicamente de sentido



# 6.1. Corrientes variables en el tiempo

**Corrientes en régimen permanente con corriente constante**

- **Aplican cambios en condiciones (componentes que interaccionan)**
  - **Transitorios en corriente contantes**
    - **Condiciones variables**
    - **Depende de la energía de los campos electicos y magnéticos**
  - **Régimen permanente de funcionamiento. Se alcanzan las condiciones de estabilidad**

**Circuito tiene:**

- **Componentes activos (pilas generadores) que suministran energía eléctrica**
- **Componentes pasivos (resistencias, bobinas, condensadores) que almacenan disipan energía**

# 6.1. Corrientes variables en el tiempo

**Los transitorios son importantes por:**

- **Puede desearse conocer la respuesta eléctrica en función del tiempo.**
- **También interesa conocer el tiempo que ha de transcurrir antes de que una corriente o una tensión se estabilice**
- **Puede ser interesante conocer los posibles efectos, destructivos originados por tensiones o corrientes anormalmente elevadas durante el período transitorio, así como los medios para evitarlos.**

**Una vez superados**

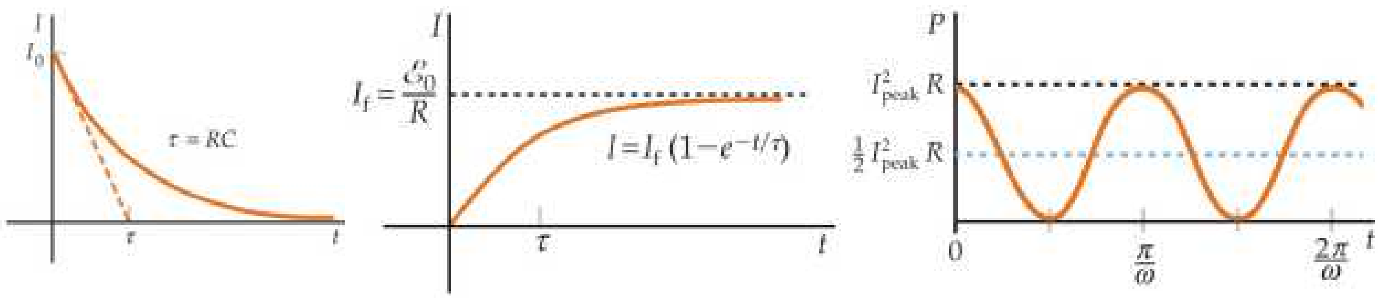
- **Régimen Permanente**
  - **Conducta estacionaria**

- **Elementos pasivos que producen alteraciones son:**
  - **Interruptores**
  - **Condensadores**
  - **Bobinas**

## 6.1. Corrientes variables en el tiempo

**Resumiendo:**

- **Corriente continua**: aunque la corriente circula en un solo sentido, la intensidad puede variar con el tiempo.
  - Circuitos RC (resistencia + capacidad): carga y descarga de condensadores.
  - Circuitos RL (resistencia + inducción): Inductancias.
- **Corriente alterna** en una resistencia: frecuencia y fase

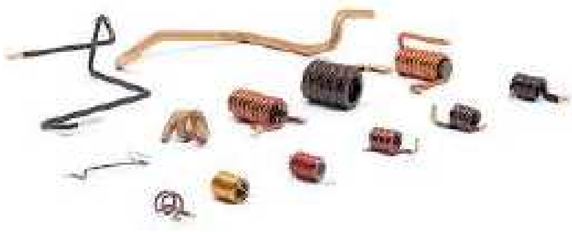


# 6.2. Inductancia como elemento de un circuito

**Las bobinas producen inductancia (autoinducción en un circuito)**

- Son capaces de almacenar energía
- **Asociado con el valor de L (coeficiente de autoinducción), la bobina presenta también una resistencia debido a que está realizada por un conductor arrollado sobre un núcleo que puede ser o no de material ferromagnético**
- **a determinadas frecuencias, puede aparecer un efecto de capacidad entre espiras**
- **En un circuito equivalente a una bobina real, la capacidad estaría en paralelo con la resistencia y la autoinducción (estando estas dos últimas en serie)**

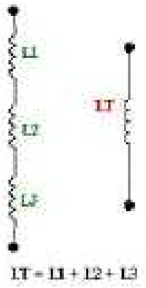
$$L = \frac{\phi_m}{I} = \mu_0 n^2 A l$$



# 6.3. Inductancia como elemento de un circuito

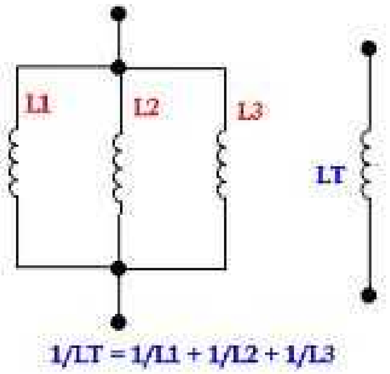
- La asociación en serie obtiene una bobina equivalente de inducción suma

$$L = L_1 + L_2 + \ldots + L_N = \sum_{i=1}^{N} L_i$$




- Asociación en paralela la inversa del equivalente es la suma de las inversas

$$1/L = 1/L_1 + 1/L_2 + \ldots + 1/L_N = \sum_{i=1}^{N} 1/L_i$$



## 6.2. Energía almacenada en un inductor

- **Energía magnética**: un inductor almacena energía magnética, del mismo modo que un condensador almacena energía eléctrica.

.

Para producir corriente eléctrica hay que realizar trabajo

$$|\varepsilon| = L\frac{dI}{dt}, \quad luego \ |\varepsilon|\cdot I \ (\dim ensión \ de \ potencia) = \frac{dU_m}{dt}$$

de donde $dU_m = L{\cdot}I{\cdot}dI$ y por tanto, integrando $U_m = \int LIdI = ½\ LI^2$

La energía almacenada en un inductor es *(se mide en Julios)*

$$U_m = \frac{1}{2}LI^2$$

# 6.4. Energía almacenada por un inductor

- Cuando un circuito, recorrido por una corriente, crea un campo magnético se dice que almacena energía magnética en dicho campo.

- Se puede demostrar que la energía magnética almacenada es igual a

$$U_m = \frac{1}{2} L\, I^2 = \frac{1}{2} I\, \phi$$

Observa que…

El solenoide desempeña el mismo papel en el campo magnético que los condensadores en el campo eléctrico. Ambos dispositivos se utilizan para crear un campo uniforme en su interior, en la que queda almacenada cierta cantidad de energía.

¿Qué pasa con la energía magnética de un solenoide al desconectarle de la fuente que suministra la corriente?

$$u_m = \frac{B^2}{2\mu_o} \quad \left(\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3}\right)$$

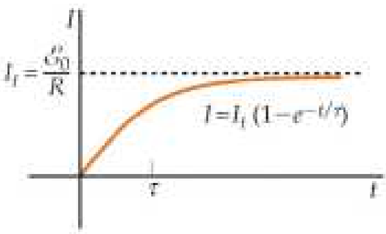
# 6.2. Circuitos RL

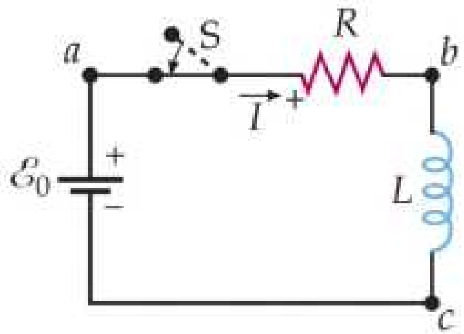
Un circuito que contiene una resistencia y un inductor se denomina circuito RL. En él se cumple, como hemos visto:

$$\varepsilon_0 = IR + L\frac{dI}{dt}$$

- Inicialmente, justo antes de cerrar el circuito, la corriente es nula: $IR=0$
- Si no hubiera inductancia (que siempre hay), al cerrar el circuito $I_f = \varepsilon_0/R$
- Como hay inductancia, $I_f$ es el valor final al que tiende, y la función se calcula igual que la de los condensadores, separando variables e integrando :
- Se genera en el inductor una fem de módulo $LdI/dt$.
- La caída de potencial a través de la resistencia $IR$, más la caída de potencial a través del inductor $L{\cdot}dI/dt$ es igual a la fem de

$$I(t) = \varepsilon_0/R\,(1\text{-}e^{-(R/L)t}) = I_f\,(1\text{-}e^{-t/\tau})$$



# 6.2. Circuitos RL: Cierre del circuito

- En el cierre del circuito:

**Al cerrar el interruptor, este empieza a ser recorrido por una intensidad de corriente $i(t)$ que va aumentando progresivamente, induciéndose una fem $\varepsilon_L$ autoinducida**

**Cuando $t \to \infty \Rightarrow I_o \to \varepsilon / R$ (corriente estacionaria).En la práctica, bastará un tiempo lo suficientemente grande para alcanzar, aproximadamente, el valor de la intensidad de corriente estacionaria $I_o \approx \varepsilon / R$.**

$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

**Cuando $t \to \infty \Rightarrow I_o \to \varepsilon / R$ (corriente estacionaria).En la práctica, bastará un tiempo lo suficientemente grande para alcanzar, aproximadamente, el valor de la intensidad de corriente estacionaria $I_o \approx \varepsilon / R$.**

# 6.2. Circuitos RL

## ¿Explicación cualitativa del proceso?

- ✓ Cuando se cierra el circuito la corriente no crece bruscamente, sino de forma gradual.
- ✓ Ello es debido a que al cerrar el interruptor la corriente aumenta desde cero hasta un valor máximo.
- ✓ El campo magnético que genera dicha corriente produce un flujo variable, por lo que se produce una corriente autoinducida (extracorriente de cierre) que según la ley de Lenz debe oponerse a la causa que la produce: un aumento de intensidad hasta un valor máximo.

**En circuito RL, el tiempo que tarda en alcanzarse la corriente estacionaria, ¿aumente o disminuye con la fem que lo alimenta?**

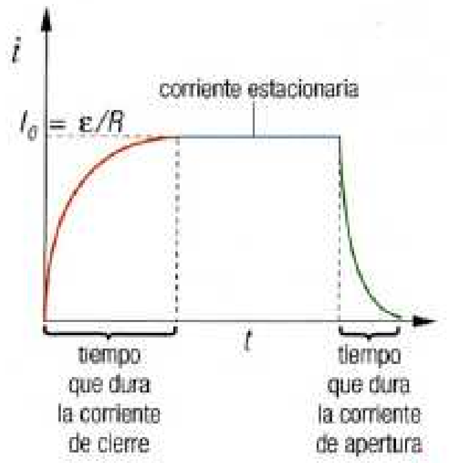
# 6.2. Circuitos RL: Apertura del circuito

**Abriendo el circuito** $\varepsilon = 0$**, y aplicando la ley de Ohm**

**luego :** $\varepsilon_L = R\ i(t) \Rightarrow -L\dfrac{di(t)}{dt} = R\ i(t);$

**Integrando esta anterior suponiendo que** $i(0) \approx \dfrac{\varepsilon}{R}$

$$i(t) = I_o e^{-\frac{R}{L}t}$$



Corrientes de cierre y apertura.

**Se define la contante de tiempo del circuito** $\tau$ **como el cociente entre su inductancia y su resistencia** $\tau = L/R$**. Cuanto menor sea la constante de tiempo del circuito menor será el tiempo empleado en alcanzar la corriente estacionaria.**

# 6.2. Circuitos RL: Apertura del circuito

## ¿Explicación cualitativa del proceso?

- ✓ Al abrir el circuito la corriente cae bruscamente a cero.

- ✓ Como la corriente del circuito disminuye, se produce una corriente autoinducida (extracorriente de cierre) que se opone a dicha disminución según la ley de Lenz su sentido es el mismo sentido que la corriente del circuito: tiende a reforzar

- ✓ La corriente circulará durante un brevísimo tiempo, almacenándose los electrones en los extremos del interruptor hasta originar una diferencia de potencial tan elevada, que se produce la ruptura dieléctrica del aire, dando lugar a una chispa que será tanto más acusada cuanto mayor sea la inductancia del circuito .

- ✓ Esta extracorriente puede ocasionar deterioros en los circuitos provistos de gran autoinducción y poca resistencia. ¿Por qué?

# 6.2. Circuitos RL: Apertura del circuito

Observa que…

Para evitar los efectos de la extracorriente de cierre, los interruptores llevan un resorte que aleja rapidamente los extremos en cuanto se produce el corte.

Otro medio consiste en poner un condensador en paralelo con el interruptor, con lo que se impide que la diferencia de potencial entre los extremos del corte adquiera valores excesivos.

Al cabo de un tiempo igual a $4\tau$ o $5\tau$, aproximadamente, el circuito alcanza la corriente final ($i \approx I_o$ o $i \approx 0$).

¿Para qué sirven las extracorrientes de apertura?

- Explican las chispas que se producen al desenchufar cualquier electrodoméstico, tanto mayores cuanto mayor es la inductancia de los mismos.
- Permiten llevar a cabo, a través de carretes de Ruhmkorff, el encendido de los tubos fluorescentes.

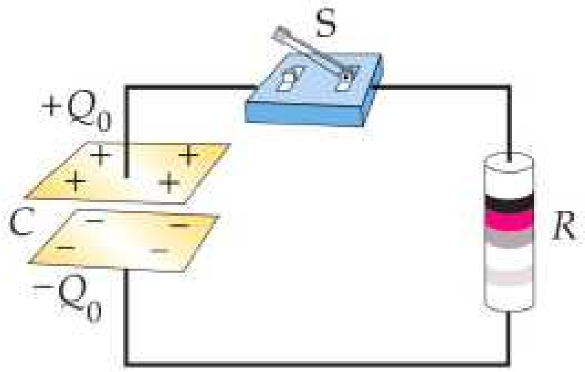
generan en la bobina de encendido de los vehículos de gasolina, produciendo un voltaje de 10 000 V en los electrodos de un bujía, produciendo la chispa que inflama la mezcla de aire y gasolina en el carburador.

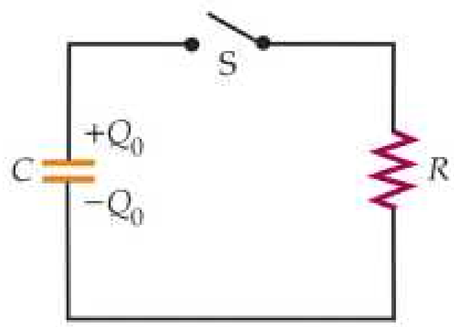
¿Por qué no salta la chispa al cerrar un circuito RL?

¿Por qué al desconectar un electrodoméstico, a igualdad de tensión, es también más grande la chispa cuanto mayor es el consumo del mismo?

# 6.3. Circuitos RC

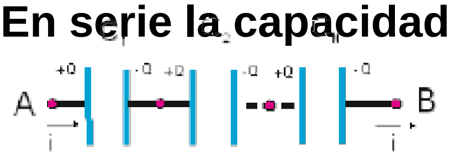
- Un circuito RC es aquel en que intervienen una resistencia y una capacidad.
- Aunque la corriente circula en un solo sentido (es corriente continua), la intensidad varía con el tiempo.
- Un ejemplo sería un flash de una cámara de fotos:
  - Antes de sacar la foto la batería carga un condensador a través de una resistencia, quedando el condensador cargado y preparado.
  - Al sacar la foto, el condensador se descarga a través de la cámara del flash.
  - Poco tiempo después vuelve a estar cargado y preparado.



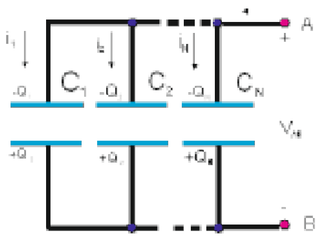
## 6.3. Circuitos RC

- Recordemos:
- **Condensador componente pasivo capaz de almacenar energía**
- **Capacidad depende del material** $$C = \varepsilon \frac{S}{d}$$
- **La carga almacenada depende de la ddp** $$C = \frac{Q}{v}$$
- **En serie la capacidad equivalente**



$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N} = \sum_{i=0}^{N} \frac{1}{C_i}$$

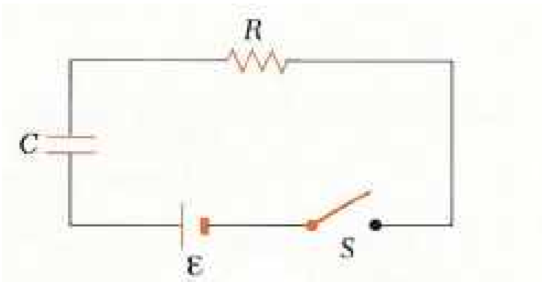
- **En paralelo la capacidad equivalente**



$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_N = \sum_{i=0}^{N} C_i$$

# 6.3. Circuitos RC: Al cierre carga

- **Considérese el circuito de la figura, en el que hay un condensador de capacidad C, completamente descargado, conectado en serie con un generador y una resistencia *R*. *E*n el instante *t=0* se cierra el interruptor**




- **Se establece una corriente desde una placa del condensador al generador y de éste a la otra placa del condensador, hasta que éste se carga, pero sin que la corriente pase por el condensador, ya que el circuito está abierto en él.**

- **El valor de la carga máxima depende de la fem del generador, y una vez que alcanza dicha carga máxima, la corriente en el circuito se anula.**

**La fem en el circuito se expresa:**

$$\varepsilon = V_R + V_C = R\, i + \frac{q}{C}$$

**donde** $q$ **e** $i(t)$ **son los valores instantáneos (en el tiempo t) de la carga (en el condensador) y la intensidad (en el circuito) conforme se está cargando el condensador**

# 6.3. Circuitos RC. Carga de un condensador

- **carga de un condensador**: dado que $I_0 = dQ/dt$ y que $I_0 = V_0/R = Q_0/RC$

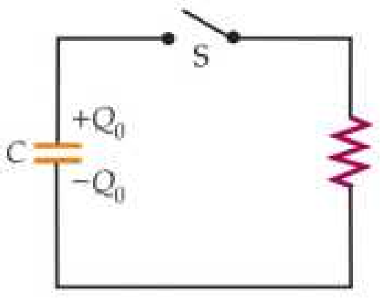
  $I = dQ/dt,$ *teniendo en cuenta* q $\quad \varepsilon = R\,\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{q}{C}$

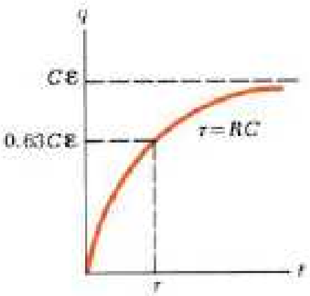
  $$q(t) = C\varepsilon\left(1 - e^{-t/RC}\right) = Q\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

  Resulta ser una función exponencial sencilla $Q(t) = Q_0 e^{-t/(RC)} = Q_0 e^{-t/\tau}$

  Siendo $\tau$ la **constante de tiempo**: es el tiempo durante el cual la carga disminuye hasta 1/e de su valor original y vale $\tau = R \cdot C$

  También se deduce ya que $I = dQ/dt$ que $I(t) = I_0 e^{-t/\tau}$




➢ **El valor de la carga máxima depende de la fem del generador, y una vez que alcanza dicha carga máxima, la corriente en el circuito se anula.**

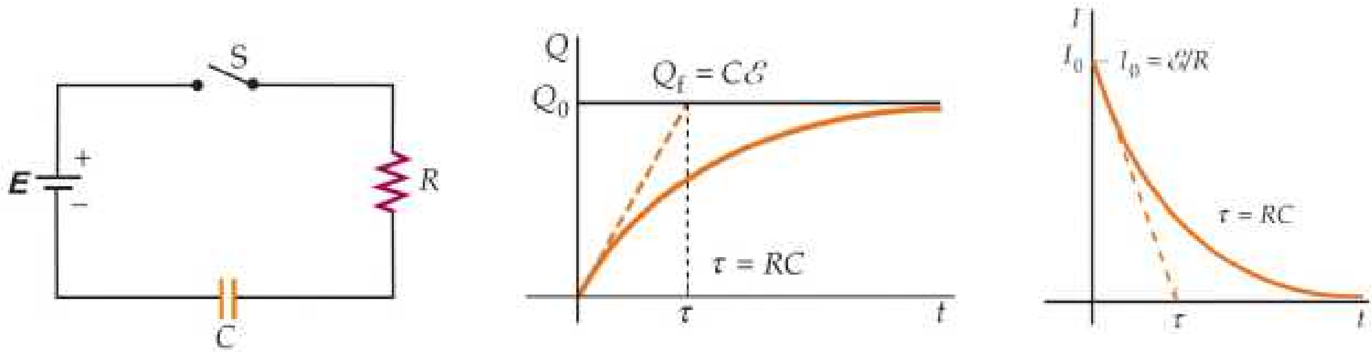
$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC}$$

# 6.3. Circuitos RC. Carga de un condensador

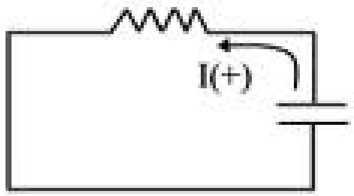
- **Por lo tanto: Carga de un condensador**: dado que $\varepsilon = IR + Q/C$
- Cuando t=0, Q=0, por lo que en ese instante $I_0 = \varepsilon/R$
  momento a partir del cual la carga crece hasta el máximo $Q_f = C\varepsilon$ cuando $I=0$
  donde $I=dQ/dt$, por lo que despejando e integrando

$$\mathcal{E} - R\frac{dQ}{dt} - \frac{Q}{C} = 0 \qquad Q = C\mathcal{E}[1 - e^{-t/(RC)}] = Q_f(1 - e^{-t/\tau})$$

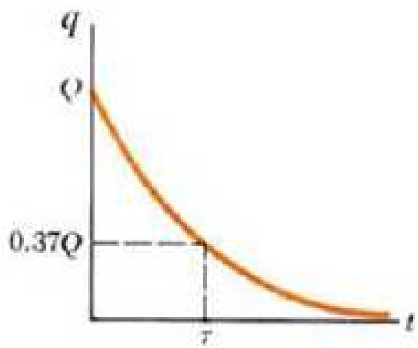
Resulta ser una función exponencial sencilla $Q(t) = Q_f(1\text{-}e^{-t/\tau})$
Siendo $Q_f = C\varepsilon$ la **carga final** a la que queda el condensador



# 6.3. Circuitos RC. Descarga del condensador




- Supongamos el circuito de antes con el condensador cargado donde hemos eliminado la fuente, si a continuación cerramos el interruptor




En cualquier instante la ddp entre las placas del condensador es igual a la caída c tensión en la resistencia:

$$R\ i = q / C$$

y si $q$ es la carga sobre el condensador en un instante cualquiera, la corriente en circuito debe ser igual a la rapidez con que disminuye dicha carga, esto es:

$$i(t) = -\frac{dq}{dt}$$

que sustituyendo en la ecuación anterior:

$$-R\ \frac{dq}{dt} = \frac{q}{C}$$

¿Solución si para t=0, q=Q? ⇨ $q = Qe^{-\frac{t}{RC}}$

¿Intensidad de corriente? $i(t) = \frac{dq}{dt} = I_o\ e^{-\frac{t}{RC}}$ donde $V_o / R = I_o$

## 6.2. Circuitos RC. Descarga de un condensador

- **Ejemplo:** un condensador de 4 μF se carga a 24 V y luego se conecta a una resistencia de 200 Ω. Determinar:

  1) La carga inicial del condensador:

  $$Q_0 = CV_0 = 4\cdot10^{-6} \text{ x } 24 = 96\cdot10^{-6}\ C\ = \boxed{\mathbf{96\ \mu C}}$$

  2) La corriente inicial que circula a través de la resistencia:

  $$I_0 = V_0/R = 24/200 = \boxed{\mathbf{0{,}2\ A}}$$

  3) La constante de tiempo:

  $$\tau = R\cdot C = 200 \text{ x } 4\cdot10^{-6} = \mathbf{800\ \mu s =} \boxed{\mathbf{0{,}8\ ms}}$$

  4) La carga que posee el condensador después de 4 ms:

  Dado que $Q(t) = Q_0 e^{-t/(RC)} = Q_0 e^{-t/\tau}$

  $$Q = Q_0 e^{-t/\tau} = 96\cdot10^{-6}\cdot e^{(0{,}004/0{,}0008)} = 96\cdot e^{-5} = \boxed{\mathbf{0{,}65\ \mu C}}$$

# 6.3 Energía almacenada por un condensador

**La energía almacenada en un condensador es energía potencial electrostática, que puede recuperarse descargando el condensador**

$$V_A - V_B = Q/C$$

**Si la diferencia de potencial final entre las placas es**

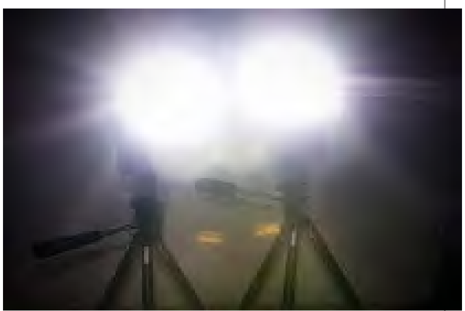
**energía electrostática**

$$U_e = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}C\left(V_A - V_B\right)^2 = \frac{1}{2}Q\left(V_A - V_B\right)$$

**De las expresiones anteriores se deduce que la capacidad C, mide la capacidad de un condensador de almacenar tanto carga como energía.**

**Para qué sirve esto…**

**"El flash" de las cámaras fotográficas posee un condensador que almacena la energía necesaria para proporcionar un destello súbito de luz. Los condensadores también se utilizan en los circuitos de sintonización de radios, televisores, etc.., porque seleccionan determinas frecuencias. El desfibrilador, aparato que se utiliza para reanimar enfermos en situaciones de emergencia, consta de un condensador capaz de almacenar 360 J y entregar esta energía al paciente en 2 ms.**



# 6.4. Alternador simple

**Considérese un generador simple formado por una sola espira conductora indeformable que gira a velocidad angular constante, en el interior de un campo magnético uniforme de inducción, con un periodo de rotación**

**La expresión del flujo en función del tiempo puede escribirse entonces de la forma:**

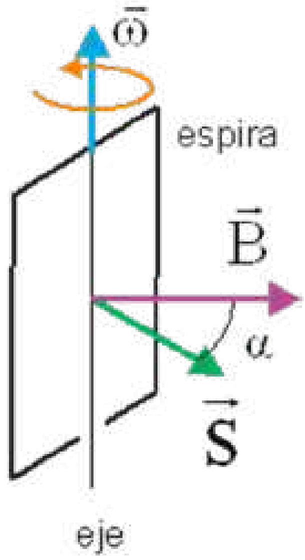
$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B\ S \cos\alpha = B\ S \cos\omega t\ .$$

**La fem instantánea inducida en la espira:**

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(B\ S\cos\omega t\right) = B\ S\omega\ sen\omega t$$

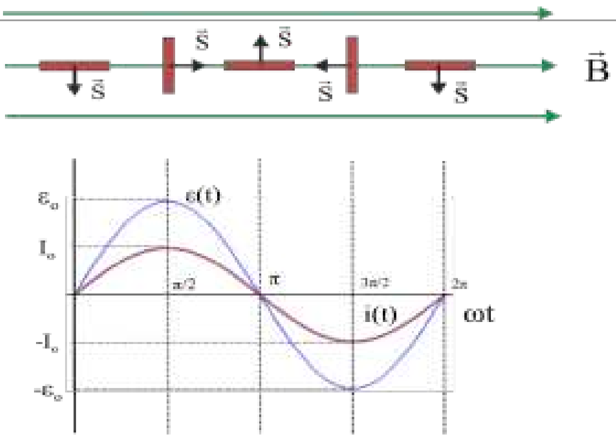
**Haciendo** $\varepsilon_o = BS\omega$ **, resulta:**

$$\varepsilon = \varepsilon_o\ sen\omega t$$




**Si representando la f.e.m. inducida en función del tiempo, se observa que la fem se trata de una función sinusoidal que cambia alternativamente de signo o polaridad en un periodo T, entre un valor mínimo** $-\varepsilon_o$ **y un valor máximo** $\varepsilon_o$

# 6.4. Generador de corriente alterna. Alternador simple




***¿Es la corriente alterna una vibración*** **de muy pequeña amplitud de los electrones?**

***Cuando se visita una central eléctrica se advierte que en las proximidades de los grandes transformadores no se crucen los brazos, ¿por qué?***

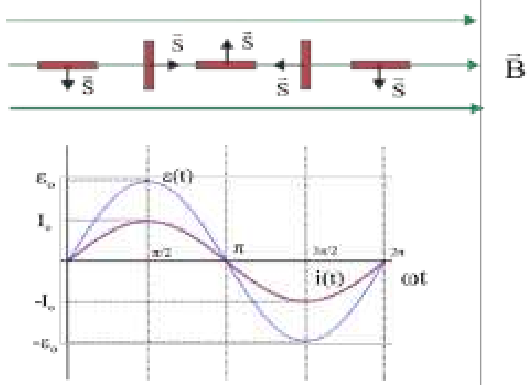
**Si en el circuito del alternador tiene una resistencia R, la intensidad que circula por la misma vendrá dada por:**

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon_o \cos \omega t}{R} = I_o \cos \omega t$$

**que es también una función sinusoidal del tiempo**

# 6.4. Generador de corriente alterna. Nomenclatura

En una corriente alterna no cabe definir los valores medios de $\varepsilon(t)$ o $i(t)$ , porque evidentemente resultan nulos, ya que dentro de cada período a todo valor positivo le corresponden otro igual en magnitud y de signo contrario. Se definen por ello los valores eficaces de la siguiente forma:




$$I_e = \frac{I_o}{\sqrt{2}} = 0,707 I_o; \;\; \varepsilon_e = \frac{\varepsilon_o}{\sqrt{2}} = 0,707_o \varepsilon_o$$

valores que matemáticamente corresponden a la raíz cuadrada de la media de los cuadrados de los valores instantáneos a lo largo de un período ***T***

$$I_e^2 = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)^2 \, dt; \;\; \varepsilon_e^2 = \frac{1}{T}\int_0^T \varepsilon(t)^2 \, dt;$$

**Como la corriente a disipa en la resistencias energía en forma de calor (efecto Joule) se puede demostrar que los valores *eficaces de una corriente alterna son los que tendría que tener una corriente continua para* que *en el mismo tiempo ésta desarrollará el mismo efecto calorífico que la alterna.***

Teniendo en cuenta lo dicho, la potencia media disipada por efecto Joule puede escribirse como $P = I_e^2 R$ .

# 6.4. Generador de Corriente alterna. Nomenclatura

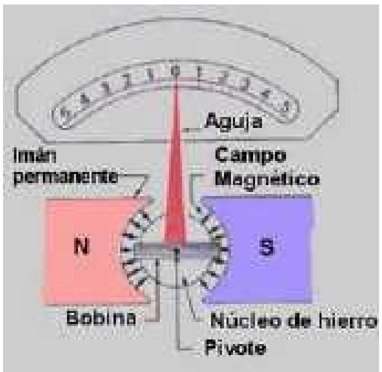
Normalmente la corriente alterna se distingue por su período o frecuencia que, están relacionados con la pulsación $\omega$ por las siguientes expresiones:

$$T = 2\pi / \omega; \quad \nu = \omega / 2\pi \; T = 2\pi / \omega \; ; \quad \nu = \omega / 2\pi \, .$$

La tensión eficaz de la red doméstica es en España de 220 V, 120 V en EE.UU. También hay líneas independiente de 240 V para aparatos de gran potencia (secadora eléctrica) . En Europa y en Asia la corriente alterna tiene una frecuencia de 50 Hz y en EE.UU. de 60 Hz.

Que la corriente alterna tenga en España tiene una frecuencia de 50 Hz, significa que el sentido de la corriente se invierte 100 veces por segundo. Por otra parte, siempre que se menciona el voltaje o la intensidad de una corriente alterna debe entenderse su valor eficaz, ya que son las magnitudes observables con los aparatos de medida, mientras que sus correspondientes valores máximos o instantáneos no son medibles, de ordinario, por su rapidez de variación.

Para medir valores eficaces se utilizan voltímetros y amperímetros basados en efectos térmicos, ¿por qué?



# ¡Gracias por vuestra atención!

**Principios Físicos de la Informática**

www.uc3m.com

# Parte VIII

# Tema 7. Resolución de circuitos de corriente alterna

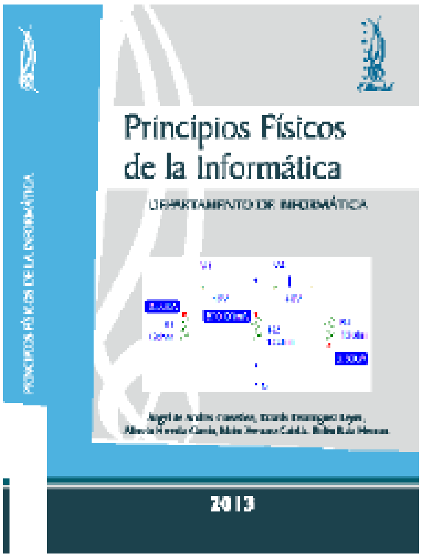

uc3m Universidad Carlos III de Madrid
UC3M
GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA
Principios Físicos de la Informática

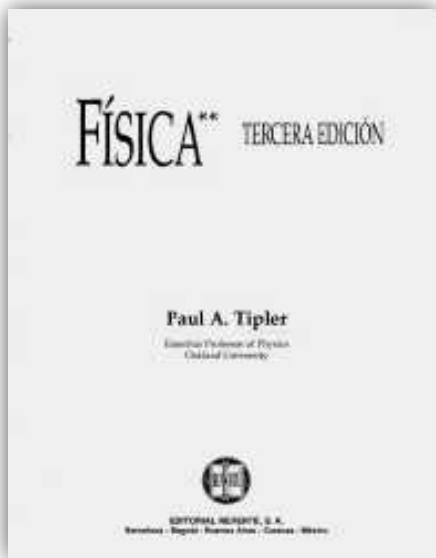
ÍNDICE DEL MÓDULO

# Principios Físicos de la Informática

- Tema 1. Herramientas matemáticas básicas
- Tema 2. Corriente continua. Componentes básicos de un circuito de cc.
- Tema 3. Resolución de circuitos de corriente continua
- Tema 4. Técnicas y herramientas de análisis y simplificación de circuitos
- Tema 5. Inducción electromagnética. Ley de Faraday
- Tema 6. Corriente variables en el tiempo. Corriente alterna.
- **Tema 7. Resolución de circuitos de corriente alterna**

# Bibliografía: tema 7





- A. de Andrea et al, Principios Físicos de la Informática. 2013
- Paul A. Tipler, *Física* (Ed. Reverte, 3ª ed.), Paul A. Tipler, Gene Mosca: *Física para la Ciencia y la Tecnología, vol. 2* (Ed. Reverte, 6ª ed.),

# Índice

# 7.0 Repasando conceptos

CA: el sentido se invierte sucesivamente; en especial se limita el estudio de un tipo sencillo de corriente alterna.

- Caso Particular: Intensidad varia en forma sinusoidal: se trata de una corriente periódica que se repite cada cada periodo T, siendo este periodo la inversa de la frecuencia (1/f)
- Los Circuitos tienen comportamientos distinto que en CC
  - en la alterna a diferencia de la continua, puede variarse la intensidad sin modificar la fem, ni la resistencia, sin más que cambiar la autoinducción o la capacidad del circuito.

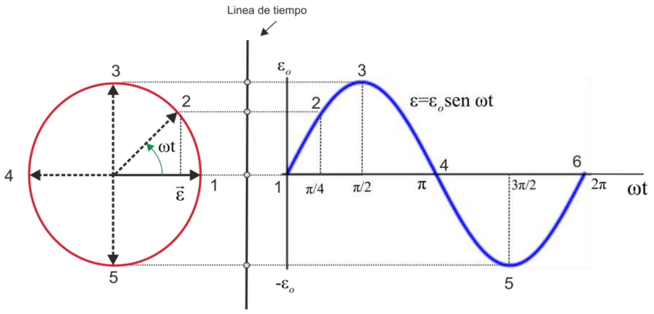



Diagrama vectorial

Diagrama cartesiano

# 7.0 Repasando conceptos

CA: Cuando varia sinusoidalmente se representa por un diagrama vectorial y para caracterizarlo es necesario:

***Los vectores en sí****.* Sus longitudes respectivas deben ser proporcionales, al valor máximo de las magnitudes que representan, supuesto que hayan de utilizarse para la construcción de la senoide. Si se emplean únicamente como símbolos, la longitud se suele tomar como expresión de los valores eficaces cuando se trata de tensiones o intensidades.

***La velocidad angular*** *.* Los vectores se dibujarán en el diagrama en una cualquiera de las muchas posiciones posibles. Idealmente no se hallan en reposo, sino en rotación alrededor de uno de sus extremos, con velocidad angular tal que el tiempo necesario para efectuar una revolución sea igual a la duración T *d*e un período de la senoide. Hay que recordar que se trata de vectores rotatorios.

# 7.0 Repasando conceptos

CA: Cuando varia sinusoidalmente se representa por un diagrama vectorial y para caracterizarlo es necesario:

***El sentido de giro.*** Se tomará como positivo, lo mismo que se estila corrientemente en Matemáticas, el opuesto al de las agujas de un reloj: el sentido hacia la izquierda.

***La recta del tiempo.*** Sirve como dirección de referencia sobre la cual se proyectan los vectores giratorios para hallar el valor instantáneo de la onda senoidal. En la aplicación simbólica de los vectores se supone, por lo general, sólo imaginada la recta del tiempo, que no se representará en los diagramas.

| Vector | notación | compleja | Polar o Kennelly |
|---|---|---|---|
| $\varepsilon$ | $\varepsilon = \varepsilon_{max} \cos(\omega t+\varphi_e)$ | $\vec{\varepsilon} = \varepsilon_o\ e^{j\omega t}$ | $\vec{\varepsilon} = \varepsilon_o \angle \omega t$ |
| I | $\vec{\imath} = i_{max} \cos(\omega t+\varphi_i)$ | $\vec{\imath} = i_0 e^{j\omega t}$ | $\vec{\imath} = i_0 < \omega t$ |

# 7.0 Repasando conceptos

Operaciones matemáticas:

- $\frac{d}{dt}$(sen ωt) = ω sen (ωt+Π/2) es decir supone un adelanto de Π/2 modulado por ω ;
- $\frac{d}{dt}$)$e^{j\omega t}$ =(j ω $e^{j\omega t}$ simplificando $\frac{d}{dt}$ ⟷ j ω

$\int$ sen ωt dt= $\frac{1}{j\omega}$ sen (ωt-Π/2)=- j $\frac{1}{\omega}$ sen (ωt-Π/2), es decir es un atraso modulado

$\int e^{j\omega t}$dt= $\frac{1}{j\omega}$ $e^{j\omega t}$ -=j $\frac{1}{\omega}$ $e^{j\omega t}$ simplificando $\int dt$- ⟷ j $\frac{1}{\omega}$

# 7.1 CA en circuitos R

La siguiente figura muestra un circuito con una fuente de corriente alterna y una resistencia.

La fem de la fuente se puede expresar como $\varepsilon = \varepsilon_{max} \cos\omega t$

Si llamamos V a la caida de tensión en la resistencia y aplicamos la 1ª ley de Kirchoff a la malla, tendremos:

$$V = \varepsilon \quad V = \varepsilon_{max} \cos\omega t$$

Aplicando la ley de Ohm: V=RI

Luego: $\varepsilon_{max} \cos\omega t = RI \implies I = I_{max} \cos\omega t$

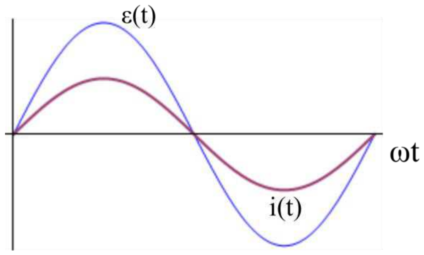
Donde: $\varepsilon_{max} = RI_{max}$

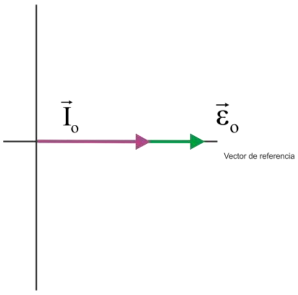
# 7.1 CA en circuitos R

La fem de la fuente se puede expresar como

- $\varepsilon = \varepsilon_{max} \cos\omega t$ y la Intensidad
- $i = i_{max} \cos\omega t$

Expresando el diagrama fasorial: están en fase

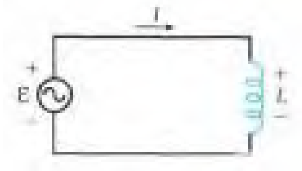



Los Circuitos se comportan con si fueran de cc, siendo la fase igual para la i y v

# 7.2 CA en circuitos RL: reactancia inductiva

La siguiente figura muestra un circuito con una fuente de corriente alterna y una bobina de inductancia L




La caída de tensión en la bobina se puede expresar como :

$$V = L\frac{dI}{dt}$$

Luego: dI= (V/L)dt. sustituyendo

$$dI = \frac{\varepsilon_{\max}}{L}\cos \omega t \cdot dt \quad \Longrightarrow \quad I = \frac{\varepsilon_{\max}}{\omega L} sen\omega t$$

Donde el término: $X_L = \omega L$

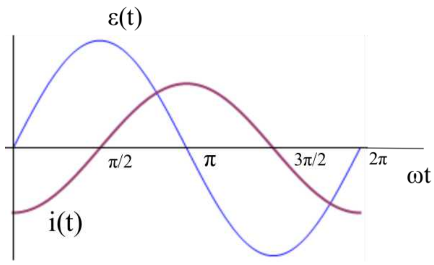
$$I_{\max} = \frac{\varepsilon_{\max}}{\omega L}$$

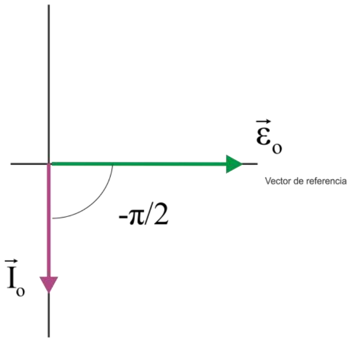
se llama **Reactancia Inductiva** o **Inductancia**

En estos circuitos, la intensidad se **retrasa** en el diagrama fasorial con respecto a la tensión.

# 7.2 CA en circuitos RL: reactancia inductiva

Es decir, además de introducir la autoinducción una resistencia no óhmica llamada reactancia inductiva, aquella hace posible que la corriente en la bobina siempre está atrasada respecto a la fem en 90º, haciendo que la intensidad vaya retrasada un cuarto de periodo respecto a la tensión aplicada entre sus extremos.



# 7.2 CA en circuitos RL (ejemplo)

La caida de potencial entre los extremos de una bobina de 40 mH es sinusoidal, con una amplitud de 120 V. Hallar la reactancia inductiva y la corriente eficaz cuando la frecuencia es (*a*) 60 Hz y (*b*) 2000 Hz.

**SOLUCIÓN**

(*a*) 1. La corriente eficaz es igual a la caída de potencial eficaz dividida por la reactancia inductiva. La caída de potencial es igual a la fem:

$$I_{ef} = \frac{V_{L\,ef}}{X_L}$$

2. Calcular la reactancia inductiva a 60 Hz:

$$X_{L1} = \omega_1 L = 2\pi f_1 L = (2\pi)(60{,}0\ \text{Hz})(40{,}0 \times 10^{-3}\ \text{H}) = \boxed{15{,}1\ \Omega}$$

3. Utilizar este valor de $X_L$ para calcular la corriente eficaz a 60 Hz:

$$I_{1\,ef} = \frac{120\ \text{V}}{15{,}1\ \Omega} = \boxed{7{,}95\ \text{A}}$$

(*b*) 1. Calcular la reactancia inductiva a 2000 Hz:

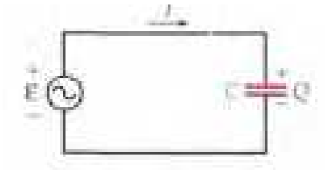
$$X_{L2} = \omega_2 L = 2\pi f_2 L = (2\pi)(2000\ \text{Hz})(40{,}0 \times 10^{-3}\ \text{H}) = \boxed{503\ \Omega}$$

2. Utilizar este valor de $X_L$ para calcular la corriente eficaz a 2000 Hz:

$$I_{2\,ef} = \frac{120\ \text{V}}{503\ \Omega} = \boxed{0{,}239\ \text{A}}$$

# 7.2 CA en circuitos RC: reactancia capacitiva

La siguiente figura muestra un circuito con una fuente de corriente alterna y un condensador de capacidad C



La caída de tensión en el condensador se puede expresar como : $V = \dfrac{Q}{C}$

Luego: $Q = V * C = \varepsilon_{max} \cos \omega t * C$

$$I = \frac{dQ}{dt} = -\omega \varepsilon_{\max} C sen \omega t = -I_{\max} sen \omega t$$

$$I_{\max} = \omega C \cdot \varepsilon_{\max}$$

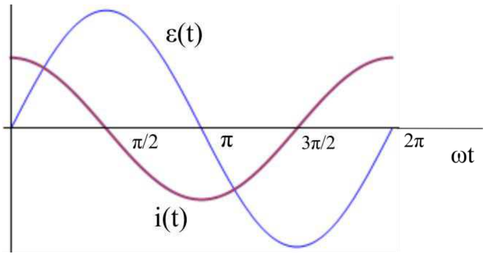
Donde el término: $X_C = \dfrac{1}{\omega C}$

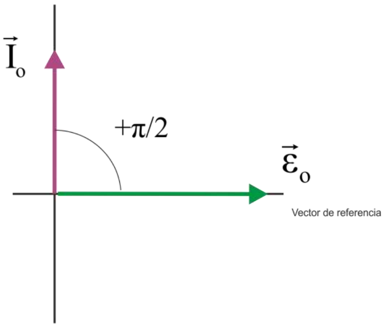
se llama **Reactancia Capacitiva** o **Capacitancia**

En estos circuitos, la intensidad se **adelanta** en el diagrama fasorial con respecto a la tensión

# 7.2 CA en circuitos RC: reactancia capacitiva

Es decir, además de introducir el condensador una resistencia no óhmica llamada reactancia capacitiva, produce un desfase de 90º haciendo que la intensidad vaya adelantada un cuarto de periodo respecto a la fem .




$$\varepsilon = \varepsilon_o \operatorname{sen} \omega t$$

$$i = I_o \operatorname{sen}\left(\omega t + \pi/2\right)$$

# 7.2 CA en circuitos RC (ejemplo)

Un condensador de 20 $\mu$F se conecta a un generador de ac que proporciona una caída de potencial de amplitud (valor máximo) de 100 V. Hallar la reactancia capacitiva y la corriente máxima cuando la frecuencia es (*a*) 60 Hz y (*b*) 6000 Hz.

**SOLUCIÓN**

(*a*) Calcular la reactancia capacitiva a 60 Hz y a 6000 Hz:

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega_1 C} = \frac{1}{2\pi f_1 C}$$

$$= \frac{1}{2\pi(60{,}0\ \text{Hz})(20{,}0 \times 10^{-6}\ \text{F})} = \boxed{133\ \Omega}$$

$$I_{1\,\text{máx}} = \frac{V_{C\,\text{máx}}}{X_{C1}} = \frac{100\ \text{V}}{133\ \Omega} = \boxed{0{,}752\ \text{A}}$$

(*b*) Calcular la reactancia o impedancia capacitiva (capacitancia) a 6000 Hz y utilizar este valor para calcular la corriente máxima a 6000 Hz:

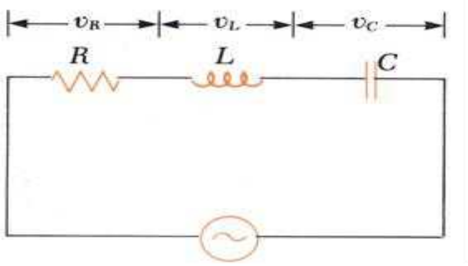
$$X_{C2} = \frac{1}{\omega_2 C} = \frac{1}{2\pi f_2 C}$$

$$= \frac{1}{2\pi(6000\ \text{Hz})(20{,}0 \times 10^{-6}\ \text{F})} = \boxed{1{,}33\ \Omega}$$

$$I_{2\,\text{máx}} = \frac{V_{C\,\text{máx}}}{X_{C2}} = \frac{100\ \text{V}}{1{,}33\ \Omega} = \boxed{75{,}2\ \text{A}}$$

# 7.4 Circuito RLC en serie

La siguiente figura muestra un circuito LCR en serie con un generador:




La caída de tensión en el conjunto del circuito se puede expresar:

$$V = V_R + V_L + V_C$$

Como, $\varepsilon = \varepsilon_o \, sen \; \omega t$

En el circuito aparecería una corriente que variará senoidalmente con el tiempo y cuya expresión general viene dada por . $i = I_o sen \; (\omega t - \varphi)$

# 7.4 Circuito RLC en serie

Aplicando la segunda ley de Kirchhoff a este circuito se tiene:

$$\varepsilon + \varepsilon_L = R\,i + \frac{q}{C} \Rightarrow \varepsilon - L\frac{di}{dt} = R\,i + \frac{q}{C} \Rightarrow L\frac{di}{dt} + R\,i + \frac{q}{C} = \varepsilon$$

Por lo que $$L\frac{di}{dt} + R\,i + \frac{1}{C}\int i\,dt = \varepsilon$$

Aplicando la equivalencia $$\frac{d}{dt} \Leftrightarrow j\omega,\quad \varepsilon \Leftrightarrow \vec{\varepsilon},\; i \Leftrightarrow \vec{i},\; \int\, dt \Leftrightarrow \frac{1}{j\omega}$$

Se tiene $$L\omega j\,\vec{i} + R\,\vec{i} + \frac{\vec{i}}{jC\omega} = \vec{\varepsilon}$$

Despejando de la expresión simbólica anterior $$\vec{i} = \frac{\vec{\varepsilon}}{R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}$$

Y al termino $$\vec{Z} = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$$ Se le llama impedancia, y su

modulo $$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

# 7.4 Circuito RLC en serie

Donde

*Z* es la impedancia total con parte real e imaginaria

R es la resistencia (parte real de la impedancia)

$X_L - X_C$ es la reactancia total (parte imaginaria de la resistencia)

$$V = (R + X_L - X_C) \cdot I$$

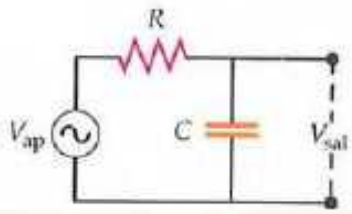
$$Z = R + (X_L - X_C)$$

$$V = R \cdot I + \omega L \cdot I + \frac{1}{\omega C} \cdot I$$

$$V = V_R + V_L + V_C$$

# 7.4 Circuito RLC en serie (ejemplo)

Una resistencia $R$ y un condensador $C$ se encuentran en serie con un generador, que tiene una tensión dada por $\sqrt{2}\,V_{ap\,ef}\cos\omega t$, como se ve en la figura 29.23. Hallar la tensión eficaz de salida en el condensador, $V_{sal\,ef}$ en función de la frecuencia $\omega$.



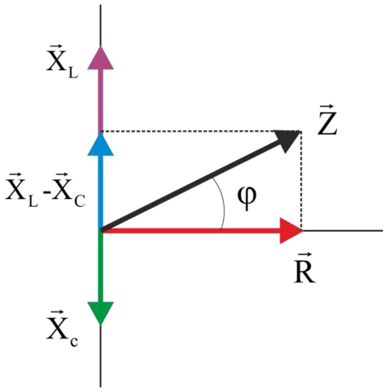

**SOLUCIÓN**

1. El voltaje a través del condensador es igual al producto de $I_{ef}$ por $X_C$: $\quad V_{sal\,ef} = I_{ef}X_C$
2. La corriente eficaz depende del voltaje eficaz aplicado y de la impedancia: $\quad I_{ef} = \dfrac{V_{ap\,ef}}{Z}$
3. En este circuito, sólo $R$ y $X_C$ contribuyen a la impedancia total: $\quad Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$
4. Sustituir estos valores y $X_C = 1/(\omega C)$ para determinar el voltaje eficaz de salida:

$$V_{sal\,ef} = I_{ef}X_C = \frac{V_{ap\,ef}X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{V_{ap\,ef}}{\sqrt{1 + \dfrac{R^2}{X_C^2}}} = \boxed{\frac{V_{ap\,ef}}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}}$$

# 7.5 Expresión fasorial de la impedancia

Si representamos gráficamente la impedancia de un circuito RLC tendremos la siguiente figura:

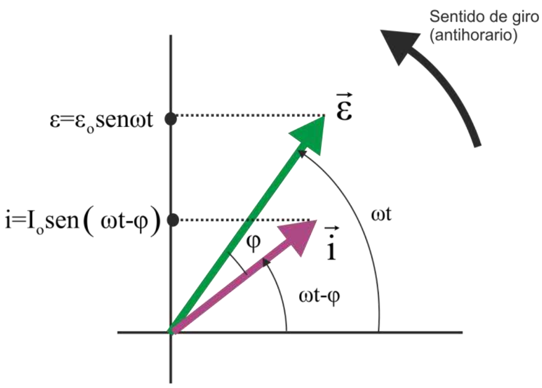



La suma vectorial de las impedancias constituye el llamado diagrama vectorial que proporciona directamente, y a escala, el valor de la impedancia real Z del circuito, así como el ángulo de fase . Obtenido Z puede calcularse la intensidad eficaz por simple aplicación de .

$$I_e = \varepsilon_e / Z$$

# 7.5 Expresión fasorial de la impedancia

Representado en el diagrama de fresnel la fem y la i




$$\vec{i} = I_o e^{j(\omega t-\varphi)} = \left(I_o e^{-j\varphi}\right) e^{j\omega t} = \vec{I}_o e^{j\omega t}$$

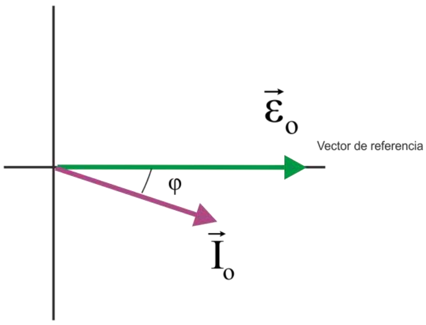
La parte interior es el valor en t=0 y se llama versor a $e^{j\omega t}$

Y se llama fasor a : $\vec{I}_o = I_o e^{-j\varphi}$

De esta nomenclatura se deduce de un modo inmediato, el tamaño del vector y su posición definida por el ángulo . Los fasores se representan en el plano de Gauss, y para el caso que nos ocupa la representación de los fasores de los valores máximos de la fem y la intensidad sería:

# 7.5 Expresión fasorial de la impedancia

Representado el fasor de la fem y la i




$$\vec{I}_e = I_e \angle \varphi_i; \;\; \vec{\varepsilon}_e = \varepsilon_e \angle \varphi_\varepsilon \qquad I_e = I_o / \sqrt{2}; \;\; \varepsilon_e = \varepsilon_o / \sqrt{2}$$

El valor instantáneo de l fem es: $\varepsilon(t) = \sqrt{2}\varepsilon_e \, sen(\omega t - \varphi_\varepsilon)$

El desfase de los fasores y es , lo que indica que la tensión se adelanta a la corriente (o la corriente se retrasa a la tensión). En muchos casos en conveniente tomar una de las señales como referencia de fases, lo que simplifica el cálculo con los números complejos. Z es un número complejo

# 7.5 Expresión fasorial de la impedancia

Si representamos gráficamente la impedancia de un circuito RLC tendremos la siguiente figura:

Donde al coseno del ángulo δ se le denomina **potencia** del circuito.

Así pues:

$$\delta = arctg\,\frac{X_L - X_C}{R}$$

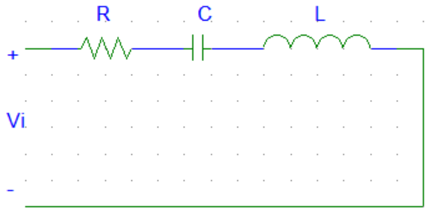
Cuando $X_L = X_C$ decimos que el circuito está en **resonancia.**

A la frecuencia a la que se produce dicho fenómeno se le llama **frecuencia de resonancia**, que por tanto valdrá:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

# 7.5 Ejemplo

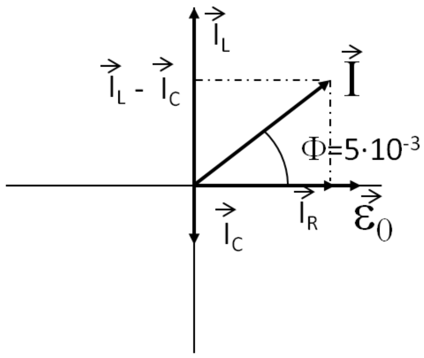
Para el circuito RLC serie de la figura calcular el desfase total que sufre la intensidad de corriente con respecto al voltaje si V=10sin(100t)R=10 kΩ C=100 μFL=500 mH




Como se ha visto, el desfase que provocan los elementos de un circuito RLC se puede obtener a partir de los parámetros R, L y C del circuito:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right) = \arctan\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right) =$$

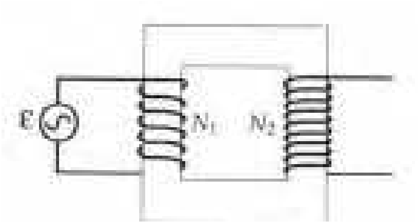
$$= \arctan\left(\frac{100 \cdot 500 \cdot 10^{-3} - \frac{1}{100 \cdot 100 \cdot 10^{-6}}}{10000}\right) = -5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{rad}$$



# 7.6 Transformadores (1)

Un transformador es un dispositivo utilizado para elevar o disminuir el voltage de un circuito sin que haya una pérdida de potencia apreciable.

Sigue un esquema como el mostrado en la figura:



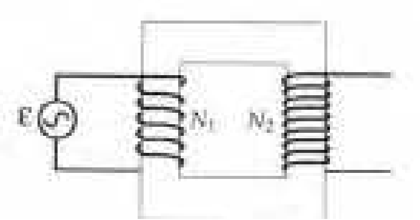

El arrollamiento de entrada de corriente conectado a la fuente (primario) tiene $N_1$ espiras y el de salida en el que una la corriente es inducida (secundario) $N_2$ espiras

Su funcionamiento se basa en que una corriente alterna, al circular por un arrollamiento genera un campo magnético que puede utilizarse en el secundario para generar una corriente inducida.

El núcleo de hierro, al tener una permeabilidad magnética muy baja tiene el fin de confinar el campo magnético creado por el primario para que el máximo flujo posible atraviese el secundario.

# 7.6 Transformadores (2)

Si consideramos que no hay pérdida de potencia en el trafo, podemos decir que la variación de flujo magnético en el primario es la misma que en el secundario



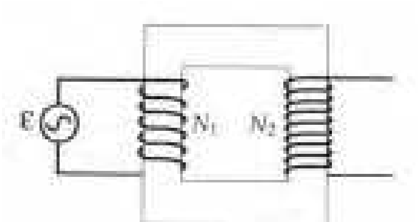

$$\frac{d\Phi_1}{dt} = \frac{d\Phi_2}{dt}$$

$$V_1 = N_1 \frac{d\Phi_1}{dt} \qquad V_2 = N_2 \frac{d\Phi_2}{dt}$$

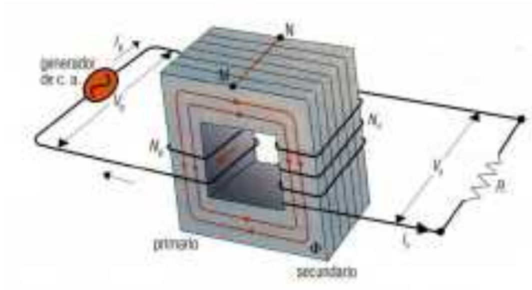
$$\boxed{\frac{V_2}{N_2} = \frac{V_1}{N_1}}$$

# 7.6 Transformadores (2)

Si consideramos que no hay pérdida de potencia en el trafo, podemos decir que la variación de flujo magnético en el primario es la misma que en el secundario




$$\frac{d\Phi_1}{dt} = \frac{d\Phi_2}{dt}$$




$$V_1 = N_1 \frac{d\Phi_1}{dt} \qquad V_2 = N_2 \frac{d\Phi_2}{dt}$$

$$\boxed{\frac{V_2}{N_2} = \frac{V_1}{N_1}}$$

# 7.6 Transformadores (ejemplo)

Un timbre funciona a 6,0 V con 0,40 A (en valores eficaces). Se conecta a un transformador cuyo primario contiene 2000 vueltas y está conectado a una ac de 120 V de tensión eficaz. (*a*) ¿Cuántas vueltas deberá tener el secundario? (*b*) ¿Cuál es la corriente en el primario?

**SOLUCIÓN**

(*a*) La relación de vueltas se deduce de la ecuación 29.30. Despejar el número de vueltas en el secundario, $N_2$:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{V_2}{V_1}$$

así

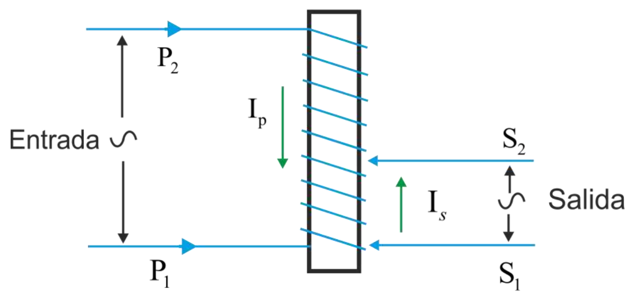
$$N_2 = \frac{V_{2\,ef}}{V_{1\,ef}} N_1 = \frac{6{,}0\ \text{V}}{120\ \text{V}} 2000\ \text{vueltas} = \boxed{100\ \text{vueltas}}$$

(*b*) Como suponemos que la transmisión de potencia tiene una eficacia del 100%,

$$V_{2\,ef} I_{2\,ef} = V_{1\,ef} I_{1\,ef}$$

$$I_{1\,ef} = \frac{V_{2\,ef}}{V_{1\,ef}} I_{2\,ef} = \frac{6{,}0\ \text{V}}{120\ \text{V}} (0{,}40\ \text{A}) = \boxed{0{,}020\ \text{A}}$$

# 7.6 Auto-Transformadores (ejemplo)



# 7.7 potencia de una corriente alterna

Para calcular la potencia es necesario conocer:

- La fem: $\varepsilon = \varepsilon_o \, sen \, \omega t$

- La i $i = I_o sen \, (\omega t - \varphi)$

Por lo tanto :

P(t)= i(t). ε (t),

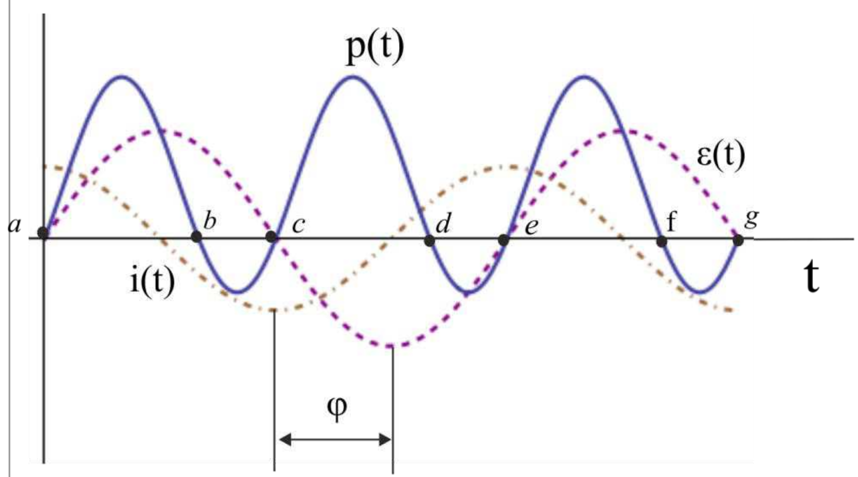
Sustituyendo: $p(t) = i(t)\,\varepsilon(t) = \varepsilon_o I_o sen\omega t \; sen(\omega t - \varphi)$

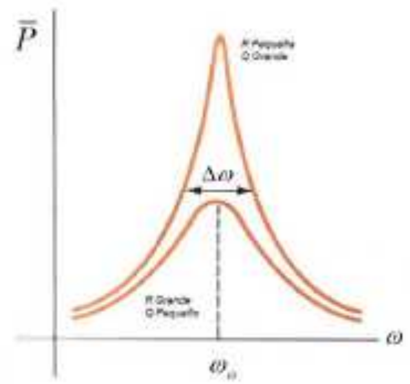
Aplicando la formula de la resta de senos de forma inversa:

$$p(t) = i(t)\varepsilon(t) = \varepsilon_o I_o \left[ sen^2 \omega t \; \cos\varphi - \frac{1}{2} sen(2\omega t) \; sen\varphi \right]$$

# 7.7 potencia de una corriente alterna

Gráficamente:



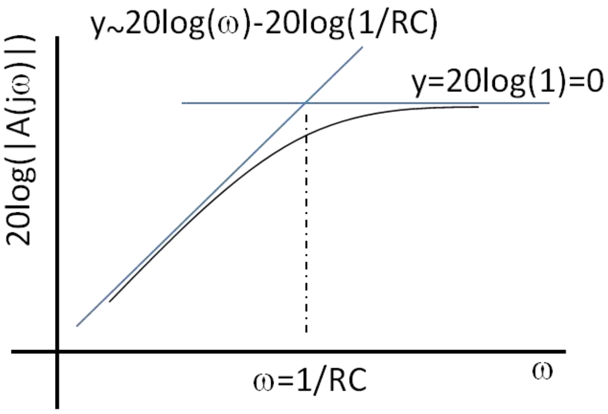

La potencia media sería: $P = \frac{\varepsilon_o I_o}{2}\cos\varphi = \varepsilon_e I_e \cos\varphi$

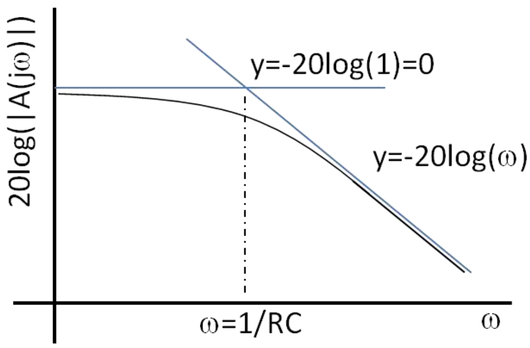
se denomina potencia media activa

(El valor medio de sen 2ω t es cero y el valor medio de $sen^2 \omega t$ es ½, siendo $\varepsilon_e$ $I_e$ los valores eficaces , cos φ es el factor de potencia

# 7.8 Diagrama de bode

**El Diagrama de Bode es La representación en frecuencia, analizando la funcion de trasferencia (vsalida/ventrada)**



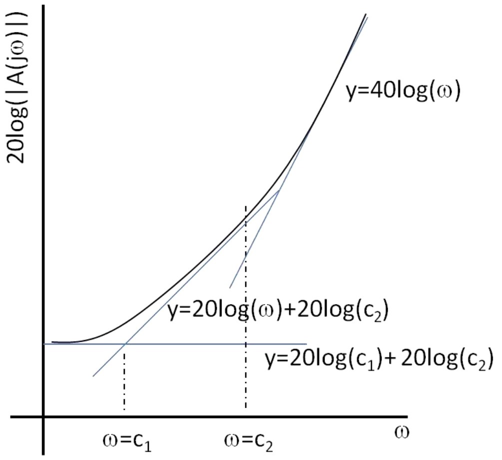



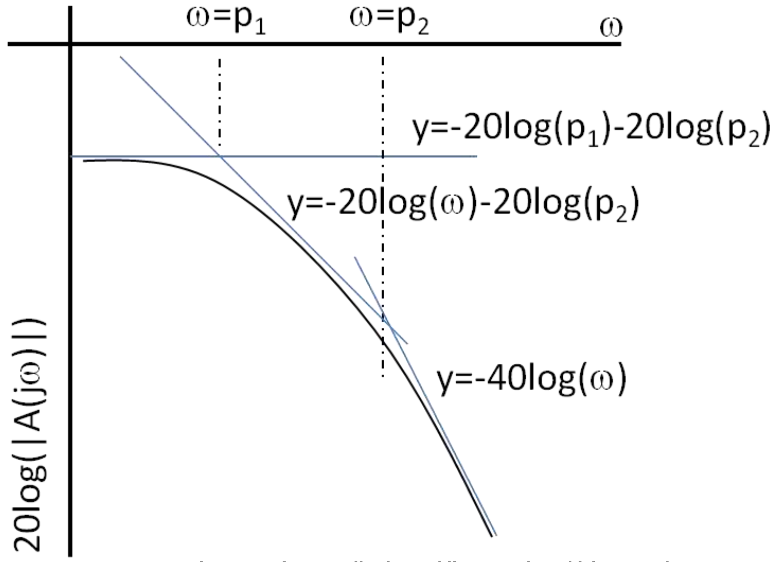

Con un cero: $A(jw)=K\cdot(jw+c_1)$. (circuito CR)
El módulo $|A(jw)|=(c_1^2+w^2)^{1/2}$
$|A(jw)|$ (db)$=20\cdot\log(|A(jw)|)= 20\cdot(1/2)\cdot\log(c_1^2+w^2)$

Con un polo: $A(jw)=1/(jw+p_1)$. (un circuito RC)
$|A(jw)|=(p_1^2+w^2)^{-1/2}$
$|A(jw)|$ (db)$=20\cdot\log(|A(jw)|)= -20\cdot(1/2)\cdot\log(p_1^2+w^2)$.

# 7.8 Diagrama de bode

**El Diagrama de Bode es La representación en frecuencia, analizando la función de trasferencia (vsalida/ventrada)**




Con dos ceros: $A(jw)=(jw+c_1)(jw+c_2)$

Se tiene su módulo expresado en decibelios:

$|A(jw)|$ (db)= $20\cdot(1/2)\cdot\log(c_1^2+w^2) + 20\cdot(1/2)\cdot\log(c_2^2+w^2)$ -

Con dos polosA $(jw)=1/(jw+p_1)\ 1/(jw+p_2)$

$|A(jw)|$ (db)= $-20\cdot(1/2)\cdot\log(p_1^2+w^2) -20\cdot(1/2)\cdot\log(p_2^2+w^2)$