

Grado en Ingeniería Informática
2018-2019

Apuntes

Principios físicos de la Ingeniería Informática

Jorge Rodríguez Fraile¹



Esta obra se encuentra sujeta a la licencia Creative Commons
Reconocimiento - No Comercial - Sin Obra Derivada

¹Universidad: 100405951@alumnos.uc3m.es | Personal: jrf1616@gmail.com

ÍNDICE GENERAL

I	Teoría	3
----------	---------------	----------

Parte I

Teoría

Tema 1:

$$\sqrt{-9} = \sqrt{9 \cdot (-1)} = 3\sqrt{-1} = 3i$$

Forma binómica. (real \pm imaginaria i)

$$2+4i \quad 5+i$$

Forma polar ($r \angle \theta$)

$$2 \angle 45^\circ \quad 2 \angle \frac{\pi}{2}$$

$$2(\cos 45^\circ + \operatorname{sen} 45^\circ i)$$

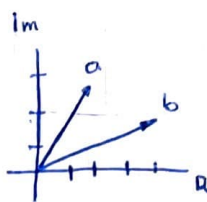
$$2(\cos \frac{\pi}{2} + \operatorname{sen} \frac{\pi}{2} i)$$

$$p. \text{ real} = |r| \cos \theta$$

$$p. \text{ imaginaria} = |r| \operatorname{sen} \theta$$

$$\arctan \frac{\operatorname{im}}{\operatorname{real}} = \theta$$

$$r = \sqrt{\operatorname{real}^2 + \operatorname{im}^2}$$



$$a = 1+3i$$

$$b = 4+2i$$



$$m = \sqrt{a^2 + b^2}$$

modulo de (real \pm im i)

$$\arctan \frac{b}{a} = \alpha$$

$$\arctan \frac{-b}{a} = 180 + \alpha$$

$$\arctan \frac{b}{-a} = 360 - \alpha$$

$$\arctan \frac{-b}{-a} = 180 - \alpha$$

Forma de Euler ($m e^{i\theta}$)

$$2 \angle 45^\circ \rightarrow 2e^{45^\circ i}$$

$$e^{i\theta} = \cos \theta + \operatorname{sen} \theta i$$

Operaciones:

- Suma:

$$(a+bi) + (c+di) = (a+c) + (b+d)i$$

- Resta:

$$(a+bi) - (c+di) = (a-c) + (b-d)i$$

- Producto:

$$(a+bi) \cdot (c+di) = (ac-bd) + (bc+ad)i$$

$$(m_1 \angle \theta_1) \cdot (m_2 \angle \theta_2) = (m_1 \cdot m_2) \angle (\theta_1 + \theta_2)$$

$$(m_1 e^{i\theta_1}) \cdot (m_2 e^{i\theta_2}) = m_1 m_2 e^{i(\theta_1 + \theta_2)}$$

- Cociente:

$$\frac{a+bi}{c+di} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2} i$$

$$\frac{m_1 \angle \theta_1}{m_2 \angle \theta_2} = \frac{m_1}{m_2} \angle \theta_1 - \theta_2$$

$$\frac{m_1 e^{i\theta_1}}{m_2 e^{i\theta_2}} = \frac{m_1}{m_2} e^{i(\theta_1 - \theta_2)}$$

- Conjugado

$$a+bi \quad \text{conj} = a-bi$$

$$-a-bi \quad \text{conj} = -a+bi$$

- Propiedades

- Distributiva
- Conmutativa respecto a factor real
- No conmutativa con n° complejo
- Conmutativa respecto de la derivad
- Conmutativa respecto a la integral

Tema 2: Corriente Continua y componentes básicos.

Conductor \Rightarrow implica e^- libres

Corriente: Movimiento de cargas.

Intensidad: Carga que atraviesa perpendicularmente la sección de un conductor, por unidad de tiempo. SI $\rightarrow [A]$

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{dq}{dt}$$

$$I = n \cdot e \cdot v \cdot S$$

n : nº e^- que \vec{v} \vec{E} superficie conductor

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{S} = \int \vec{J} \cdot \vec{n} dS \quad I = S \sum_{i=1}^N n_i e v_i$$

Densidad de corriente (vector)

$$\vec{J} = \frac{I}{S} = n e v$$

$$SI \rightarrow [Am^{-2}]$$

Ley de Ohm

Filiforme + $I = R \Delta V$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

Conductividad σ y Resistividad ρ [Ωm] $\rho = \rho_0 (1 + \alpha t)$

Resistencia:

$$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{l}{\sigma S}$$

longitud
sección

$$SI \rightarrow [\Omega]$$

Asociación:

En serie: $\begin{array}{c} R_1 \\ \text{---} \\ R_2 \end{array}$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots$$

$I_{R_1} = I_{R_2} = \dots$ Crear Resistencia mayor.

En paralelo: $\begin{array}{c} R_1 \\ \text{---} \\ R_2 \end{array}$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

Crear Resistencia menor.

Efecto Joule: Cantidad de energía que se disipa en forma de calor.

$$1 kWh = 3.6 \cdot 10^6 J$$

$$P = \Delta V I = R I^2 = \frac{dW}{dt} [W]$$

Fuerza electromotriz (fem): Trabajo realizado por el generador sobre la unidad de carga positiva. No fuerza \rightarrow Trabajo [V]

$$\mathcal{E} = \frac{dW}{dq} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$W = \mathcal{E} I t$$

Ley de Ohm para un circuito cerrado, mediante conservación de la energía.

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

$$\mathcal{E} I = R I^2 + r I^2$$



Voltaje entre bornes: $\begin{array}{c} \mathcal{E} \\ \text{---} \\ r \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \mathcal{E} \\ \text{---} \\ R \end{array}$ Resistencia interna.

$$(V_A - V_B) = \mathcal{E} - I r$$

$$\Delta V = \mathcal{E} - I r$$

$$\mathcal{E} = \Delta V + I r = V_{rccc}$$

Con densadores: Almacenan carga. \rightarrow o \rightarrow

Capacidad: $C = \frac{Q}{V} = \epsilon_0 \epsilon \frac{S}{d}$ [F] Solo depende de la disposición y material entre placas.

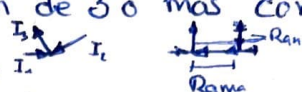
$$E_p = \frac{1}{2} Q V = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

En serie: $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$ Menor capacidad igual carga entre ellos.

En paralelo: $C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots$ Mayor capacidad, mismo voltaje entre ellos.

Tema 3: Análisis de circuitos en corriente continua.

1. Conceptos previos:


Nodo o nudos: es la unión de 3 o más conductores, recorridos por sus respectivas corrientes. 

Malla: Circuito que no puede recorrerse sin pasar dos veces por el mismo sitio. Cuadrados que forma. 

2. Leyes de Kirchhoff:

1ª Ley de los nodos: La suma de las intensidades de corrientes entrantes es igual a la suma de las intensidades de corrientes salientes. En cada nodo

$$\sum_{i=1}^N I_i = 0 \quad \text{Es consecuencia del principio de conservación de la carga eléctrica.}$$

 $I_3 = I_1 + I_2$
entrante saliente

2ª Ley de las mallas: En una malla la suma de las fuerzas electromotrices y contraelectromotrices ($\mathcal{E} - \mathcal{E}$) es igual a la suma de los productos de la intensidad y la resistencias ($IR + IR \dots$)

$$\sum_{i=1}^N \mathcal{E}_i = \sum_{i=1}^N I_i R_i \quad \text{Consecuencia del principio de la conservación de la carga.}$$


3. Procedimiento para utilizar las leyes de Kirchhoff

1) Se identifican nodos y mallas

2) Se fijan los sentidos de recorrido de cada malla (de forma arbitraria)

3) En cada nodo se aplica la 1ª ley de Kirchhoff

4) En cada malla se aplica la 2ª ley de Kirchhoff, teniendo en cuenta el siguiente criterio de signos:

\mathcal{E}_i viene dado por el sentido del recorrido de las mallas $\mathcal{E} > 0$ $\mathcal{E} < 0$

 IR , si el sentido de la corriente en una resistencia R coincide con el sentido del recorrido de la malla decimos que IR es positivo, en caso contrario $-IR$.

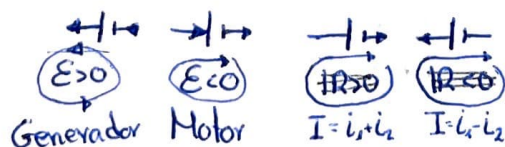
4. Método de las mallas de Maxwell

1) Se identifican las mallas.

2) Se dibujan las corrientes de mallas de manera arbitraria.

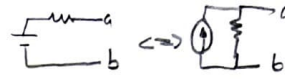
3) Se aplica la 2ª ley de Kirchhoff tomando el signo de \mathcal{E} en función del sentido de la corriente de malla. Si se cruzan, ($i_1 - i_2$), IR , prioriza el estudiado.

Ejemplo de Kirchhoff y Maxwell en vacío.



Tema 4: Simplificación de circuitos.

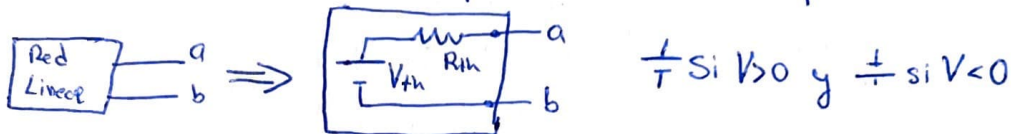
1. Equivalente Thevenin.



Toda red lineal se comporta desde el punto de sus terminales A y B como un circuito equivalente formado por una fuente de tensión de voltaje V_{th} en serie con una resistencia equivalente R_{th} .

V_{th} = Es el voltaje medido en A y B sin existir resistencia de carga entre ambos terminales (voltaje vacío). Se elimina la resistencia que conecta directamente A y B sin corriente . Se calcula haciendo el camino de A a B por voltajes.

R_{th} = Se determina cortocircuitando todas las fuentes de voltaje y eliminando las fuentes de corriente Dicho esto se puede obtener la resistencia equivalente R_{th} con las pertinentes asociaciones. (general de)

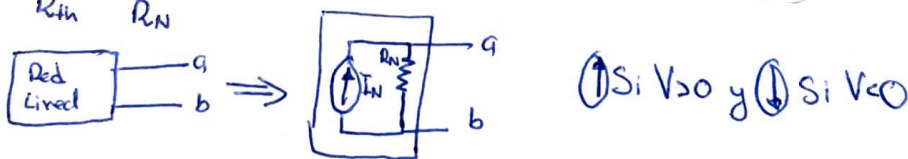


2. Equivalente Norton.

Toda red lineal se comporta desde el punto de sus terminales A y B como un circuito equivalente formado por una fuente de corriente de intensidad I_N con una resistencia en paralelo R_N .

R_N = Se calcula igual que $R_{th} = R_{th}$

$I_N = \frac{V_{th}}{R_{th}} = \frac{V_{th}}{R_N}$ Intensidad de corriente de cortocircuito



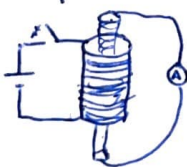
Tema 5: Inducción electromagnética.

26/02/2019

Sabían que un campo eléctrico creaba uno magnético, ¿pero funciona al revés?

Faraday:

1º experimento:



Se produce corriente (I) al encender y apagar.

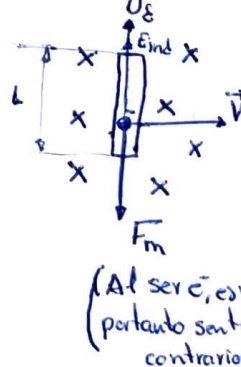
$$\vec{B} = \mu n I$$

2º experimento:



Funcionaba al mover el imán, pero no si está quieto.

Henry:



(Al ser \vec{c} , es negativo, portanto sentido contrario)

$$\vec{F}_m = -e \vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{E}_{ind} = \frac{\vec{F}_m}{-e} = \frac{-e \vec{v} \times \vec{B}}{-e} = \vec{v} \times \vec{B} = \vec{E}_{ind}$$

$$\mathcal{E} = VBL \quad \text{fem inducido}$$

$$\mathcal{E} = \int_c \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{r} \quad \text{fem en movimiento}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{VBL}{R} \quad P = I^2 R = \frac{V^2 B^2 L^2}{R}$$

$$\mathcal{E} = \int_L \vec{E}_{ind} \cdot d\vec{r} = \int_L E_{ind} dr \cos 0^\circ = \int_L VBL dr = VBL \int_L dr = VBL$$

Si la I disminuye en el tiempo, el inducido tendrá el sentido del original para intentar mantenerlo.
Si aumenta la I o B , el inducido será opuesto al original para que resté y se establezca al original.

P. Físicos T(3) 26/02/2019

Ley de Faraday-Lenz

$$\mathcal{E} = - \frac{d\phi}{dt}$$

flujo magnético

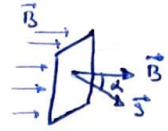
$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \alpha$$

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{S} = \mathcal{E} = - \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\mathcal{E} = - \left[BS \frac{d \cos \alpha}{dt} + B \cos \alpha \frac{dS}{dt} + S \cos \alpha \frac{dB}{dt} \right]$$

ϕ depende de:

- El campo magnético (B)
- La superficie (S)
- Ángulo que forma (α)

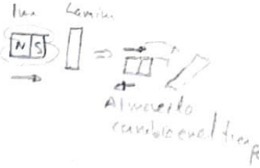


Corrientes Foucault. ("Corrientes parásitas")

Son corrientes parásitas inducidas en todo el volumen de un conductor sometido a un campo magnético variable en el tiempo.

Cuando un conductor atraviesa un campo magnético variable, o viceversa.

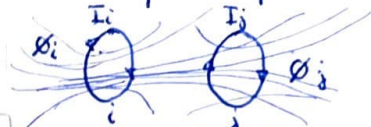
Ejerce una fuerza magnética sobre la corriente que se opone al movimiento.



Inducción mutua (M)

$$M_{ij} = \frac{d\phi_i}{dI_j} = \frac{\phi_i}{I_j}$$

$$\mathcal{E} = - M_{ij} \frac{dI_j}{dt}$$



Semide el coeficiente de inducción mutua en el SI en Henrys [H]

* Cuando circula una I_i por i , se produce en j un flujo ϕ_j proporcional $\phi_j = M_{ji} I_i$

$$\phi_i = M_{ij} I_j$$

El efecto que tiene i sobre j es el mismo que j sobre i .

$$I_i(t) \Rightarrow B_i = B_i(t) \Rightarrow \Delta \phi_{ij}$$

$$I_j(t) \Rightarrow B_j = B_j(t) \Rightarrow \Delta \phi_{ji}$$

Autoinducción. (Inductancia) (L)

L = inductancia = autoinducción



Representación inductancia.

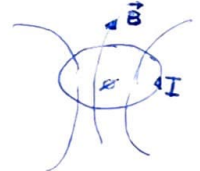
$$\phi = LI$$

$$L = \frac{\phi}{I}$$

$$\mathcal{E} = - \frac{d\phi}{dt} = - \frac{d}{dt} (LI)$$

si $L = cte$

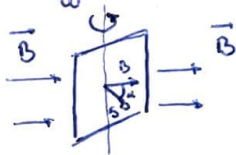
$$-L \frac{dI}{dt} = \mathcal{E}$$



SI \rightarrow [H] Henry

* Cuando un circuito está recorrido por una corriente variable con el tiempo, ésta produce un flujo magnético variable a través del mismo; por ello se induce una fem y una corriente

Alternador simple.

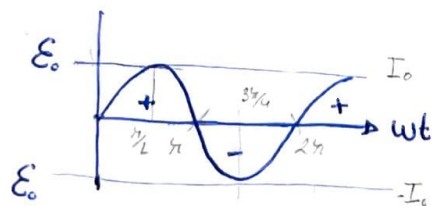


$$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \sin(\omega t)$$

$$i(t) = I_0 \sin(\omega t)$$

Simbolo

Mirar en la teoría en suizo, ejemplos de examen



Trabajaremos con las eficaces en la práctica.

Como la fem cambia de signo en cada semiperíodo la corriente inducida será alterna (C.a)

19/03/2019

Al cambiar en el tiempo el promedio de \mathcal{E} y i en el tiempo es 0, por lo que hacemos el cuadrado y para después evitarlas unidades cuadradas la raíz

$$\mathcal{E}_{ef} = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{2}}$$

$$I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

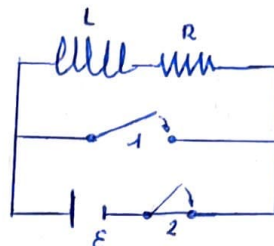
Tema 6: Corrientes variables en el tiempo.

1. Circuito serie RL (Resistencia - Inductancia)

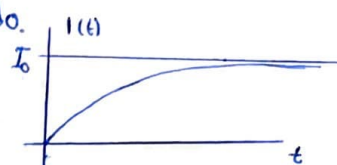
a) Corriente de cierre.

Desde $t=0$ hasta que se estabiliza.

Tenemos abierto el interruptor 1 y el 2 está cerrado.



$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-\frac{Rt}{L}}) = I_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad \tau = \frac{L}{R}$$



Cuando $t = 4\tau$ o 5τ se considera $I \approx I_0$ (En la práctica)

b) Corriente de apertura.

Tras estar estabilizado, se abre el circuito, cerramos el interruptor

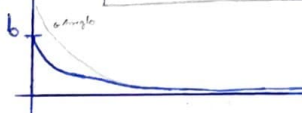
1 y abrimos 2.

La bobina almacena energía magnética

$$U_m = \frac{1}{2} L I^2 \text{ [J]}$$

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = \frac{L}{R} \quad I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$$

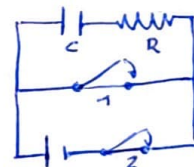


2. Circuito serie RC (Resistencia - Condensador)

a) Carga del condensador

Para $t=0$, la $Q=0$

El interruptor 1 cerrado y el 2 abierto.



Cuando se carga el condensador por completo, se detiene la corriente.

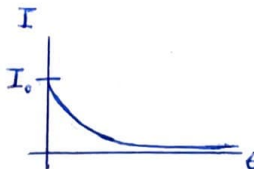
$$Q(t) = C\varepsilon (1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = Q_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad \tau = RC$$



Para un $t=0$, los condensadores ofrecen una resistencia nula al paso de corriente

Se descarga para $t = 4\tau$ o 5τ

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \tau = RC$$

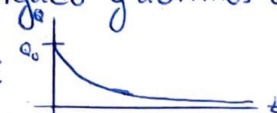


b) Descarga del condensador.

Partimos de un condensador cargado y abrimos el circuito. (abrir 2 y cerrar 1)

$$Q = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = RC \quad Q_0 = C\varepsilon$$



$$I = -I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = RC \quad I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$$



Negativo porque la carga positiva del condensador va hacia el lado negativo



$$e^{j\varphi} = \cos \varphi + j \sin \varphi \quad \frac{d}{dt} = j\omega \quad \int dt = j \frac{1}{\omega}$$

Tema 7: Circuitos de corriente alterna (C.a)

1. Circuito serie fuente y condensador.

$$i(t) = I_0 \sin(\omega t - \varphi)$$

$$i(t) = I_0 \sin(\omega t + \pi/2)$$

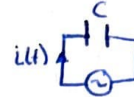
$$I_0 = \varepsilon_0 C \omega$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin(\omega t)$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 e^{j\omega t} \quad I(t) = I_0 e^{j\omega t + \pi/2}$$

La intensidad se adelanta $\pi/2$ respecto la fem alterna.

1.1 Fasores de la intensidad y la fem alterna

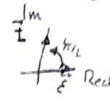


$$\vec{I} = I_0 e^{j\varphi}$$

$$= I_0 e^{j\omega t + \pi/2} = \vec{I} e^{j\omega t} \quad \leftarrow \text{Parte imaginaria de la } i(t)$$

$$\vec{I} = I_0 \angle -\varphi$$

$$\vec{\varepsilon} = \varepsilon_0 e^{j\alpha} = \varepsilon_0 \angle \alpha$$



2. Circuito serie inductancia y fuente.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t$$

$$\varepsilon_L = -L \frac{di(t)}{dt}$$

$$i(t) = I_0 \sin(\omega t - \varphi)$$

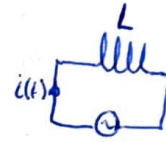
$$\left\{ \begin{array}{l} I_0 = \frac{\varepsilon_0}{\omega L} = \frac{\varepsilon_0}{X_L} \\ \varphi = \pi/2 \end{array} \right.$$

La intensidad retrasa $\pi/2$ con respecto la fem.

2.1 Fasores.

$$\vec{I} = I_0 \angle -\pi/2$$

$$\vec{\varepsilon} = \varepsilon_0 \angle 0$$



3. Reactancia capacitiva \vec{X}_C y Reactancia inductiva \vec{X}_L

Unidades Ohmio [Ω]

Fuente y condensador

$$\vec{X}_C = \frac{-j}{\omega C}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \angle -90^\circ \quad i \text{ retrasa}$$

Fuente y bobina.

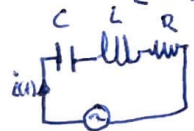
$$\vec{X}_L = \omega L j$$

$$X_L = \omega L$$

$$X_L = \omega L \angle 90^\circ \quad i \text{ adelanta}$$

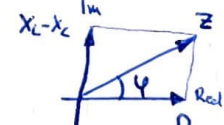
4. Circuito serie fuente, resistencia, bobina y condensador.

$$[\Omega] \text{ Impedancia } \vec{Z} = \vec{X}_C + \vec{X}_L + \vec{R} = -\frac{j}{\omega C} + \omega L j + R = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$



$$I_0 = \frac{\varepsilon_0}{Z} = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{(\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 + R^2}}$$

$$\varphi = \cos^{-1} \left(\frac{R}{Z} \right)$$

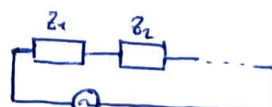


Si $X_L > X_C$

$$Z = \sqrt{(\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 + R^2} \quad \text{Modulo de la impedancia}$$

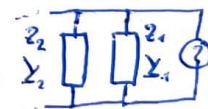
5. Asociación de impedancias.

En serie $\vec{Z}_{eq} = \vec{Z}_1 + \vec{Z}_2 + \dots$



En paralelo $\frac{1}{\vec{Z}_{eq}} = \frac{1}{\vec{Z}_1} + \frac{1}{\vec{Z}_2} + \dots$

$$\vec{Y}_{eq} = \vec{Y}_1 + \vec{Y}_2 + \dots$$



Admitancia $Y = \frac{1}{Z} \quad [\Omega^{-1}]$

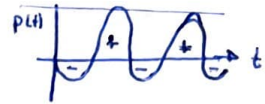
Potencia de una corriente alterna.

a) Potencia instantanea y potencia activa.

Se define la potencia instantanea como: $p(t) = \mathcal{E}(t) \cdot i(t) = \mathcal{E}_0 I_0 \sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

Si $p(t) > 0$ La fuente suministra energia al circuito

Si $p(t) < 0$ El circuito devuelve energia a la fuente



Lo ideal es trabajar con la potencia promedio o activa, se define como:

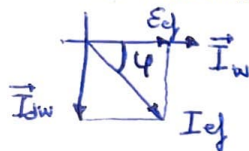
$$P = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_0}{\sqrt{2}} \cos \varphi = \mathcal{E}_f \cdot I_f \cos \varphi$$

factor de potencia.

<< es la potencia consumida (resistencia, motores...) en un circuito >>

b) Potencia reactiva Q y potencia compleja S.

Supongamos el siguiente diagrama de fasores para un circuito arbitrario. Nos centraremos en el diagrama fasorial de los valores eficaces.



$\vec{I}_w \rightarrow$ Valor eficaz de la intensidad de corriente derivada. $= I_f \sin \varphi$

$\vec{I}_f \rightarrow$ Valor eficaz de la intensidad de corriente variada. $= I_f \cos \varphi$

Potencia reactiva: $Q = I_f \cdot \mathcal{E}_f \sin \varphi$

SI $\rightarrow [V \cdot A_r]$

Es la potencia promedio almacenada en un condensador o bobina.

Potencia aparente (sin vector): $S = I_f \cdot \mathcal{E}_f$

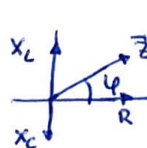
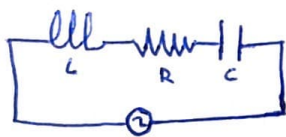
[V · A]

Potencia compleja: $\vec{S} = P + jQ$

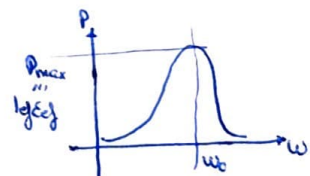
El modulo es la aparente

El modulo es la aparente

Resonancia: Sea el circuito L, C, R en serie en alterna.



$$\vec{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$



La I_{max} cuando Z_{min} , R no puede ser nulo, entonces $X_L = X_C$ $\text{Im}[\vec{Z}] = 0$

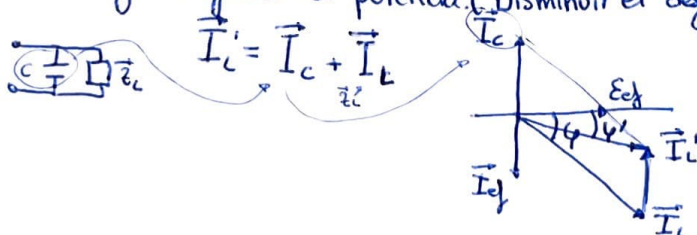
Entonces

$$P = I_f \cdot \mathcal{E}_f = S$$

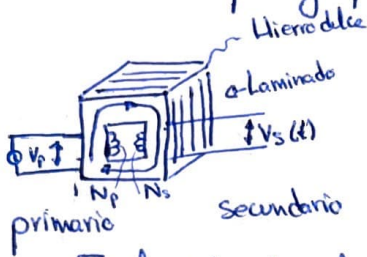
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\lambda_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad [s^{-1} \text{ o } Hz]$$

Correccion del factor de potencia: Colocando un condensador en paralelo con \vec{Z}_L podemos corregir el factor de potencia. (Disminuir el desfase)



Transformador ideal: Suponemos que es ideal porque no hay pérdidas energéticas, como por ejemplo, efecto Joule.



$V_p(t) \rightarrow$ tensión de caída en el primario.

fem inducida en el primario $\mathcal{E}_p = -N_p \frac{d\Phi}{dt}$

fem inducida en el secundario $\mathcal{E}_s = -N_s \frac{d\Phi}{dt}$

Como no hay pérdidas de flujo magnético el término es el mismo para el primario y secundario. utilizaremos V en lugar de \mathcal{E} .

En función de valores máximos y por simplicidad en la notación

$V_s \rightarrow$ valor máximo de la tensión secundaria.

$V_p \rightarrow$ valor máximo de la tensión primaria.

Si $N_s > N_p$; $\frac{N_s}{N_p} > 1 \Rightarrow V_s > V_p$ Transformador elevador

Si $N_p > N_s$; $\frac{N_s}{N_p} < 1 \Rightarrow V_s < V_p$ Transformador reductor.

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t \Rightarrow \mathcal{E} \propto \mathcal{E}_0$$

$$S = I_p \mathcal{E}_p$$

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{I_p}{I_s} = \frac{N_s}{N_p}$$

Si añadimos una resistencia en el secundario

