

La mesure du rayon de la Terre

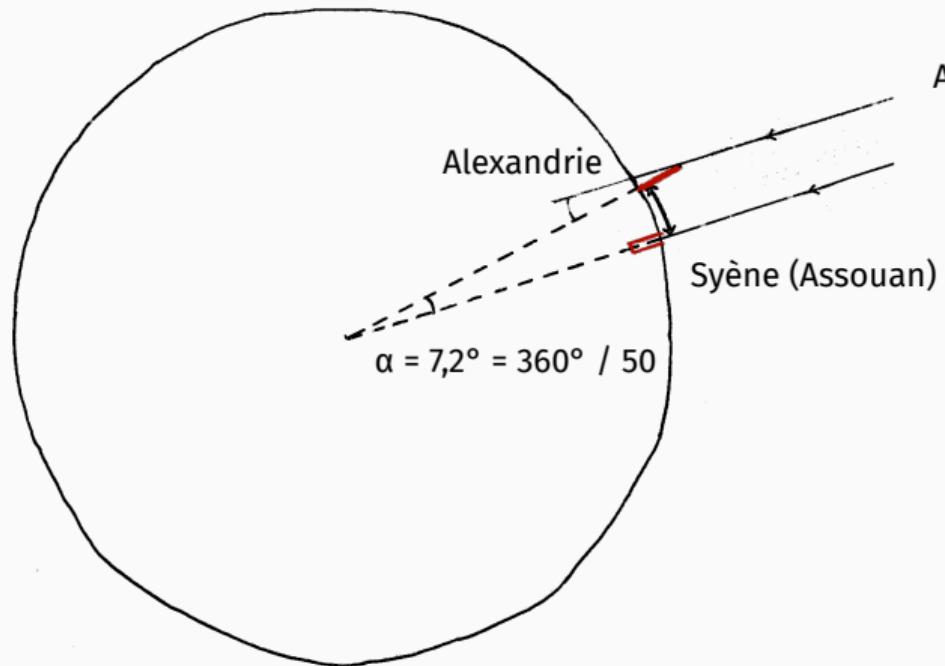
Histoire de la cartographie

Xavier Olive

- La rotundité de la Terre est connue depuis l'Antiquité ;
- Ératosthène (200 av. J.-C.) mesurait le rayon de la Terre ;
- Les armées réclament des cartes de précision ;
Les scientifiques ambitionnent des mesures de précision.
- Utiliser Python pour calculer le rayon de la Terre à partir des mesures des Cassini (XVIII^e siècle).

Historique de la cartographie

Eratosthène de Cyrène



250 000 stades de circonference, soit $R \approx 6300$ km



- Travaux dans la continuité de Ératosthène et Hipparque ;
- *Manuel de géographie (Geographike Hyphegesis, 150)*
- Carte de l'écoumène (le monde habité) basée sur une grille de méridiens et de parallèles ;
- Deux projections coniques pour retranscrire les cartes ;

Il n'y a pas de trace de ses cartes aujourd'hui ; on retrouve des retranscriptions du XI^e siècle à partir de ses descriptions.

- En Europe, la dictature théologique annihile les découvertes grecques ;
- La *Géographie* de Ptolémée sert de modèle aux traités arabes (période des Abassides, dès le VIIe siècle) ;
- Al-Idrīsī (XIe siècle) centre sa perception du monde sur la Méditerranée : l'Empire Byzantin, le Monde islamique, Occident chrétien ;
 - *Livre du divertissement de celui qui désire découvrir le monde* (*Kitāb nuzhat al-mushtāq fī ikhtirāq al-āfāq*) ;
 - Une exploration du monde qui présente de manière codifiée pays, villes, routes, frontières, mers, fleuves et montagnes ;
 - Informations de nature géographiques, économiques, commerciales, historiques et religieuses.

- XIII^e siècle : croissance du commerce maritime ;
- Les *portulans* : cartographie des côtes et des ports, avec îles, abris et amers ;
- Roses des vents, lignes de rhumbs (angles de route) ;
- Cartes basées sur le Nord magnétique (boussole), et plus sur le Nord géographique (étoile polaire) ;
- XVe siècle : découverte du Cap de Bonne-Espérance, découverte de l'Amérique ; essor de la cartographie.

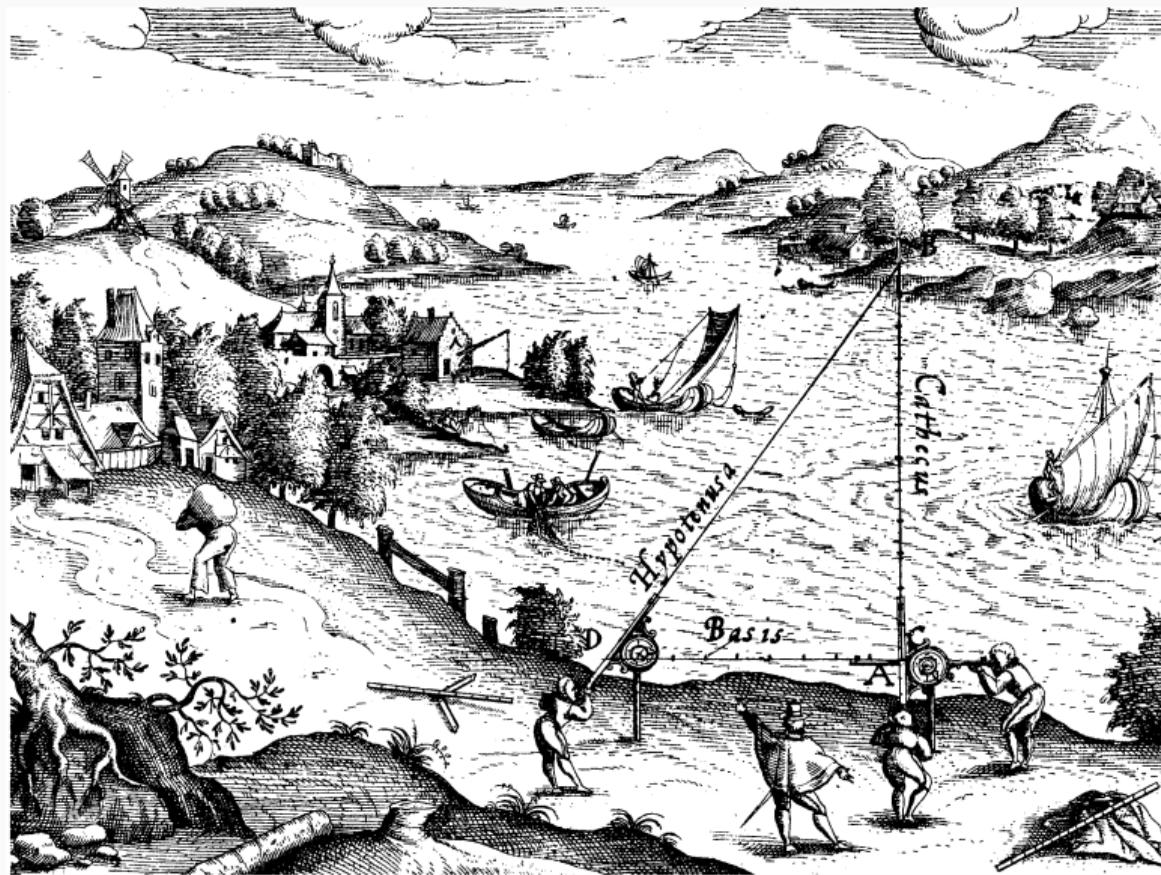
La triangulation

- Une mesure des distances basée sur la loi des sinus;

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

- À partir de la mesure d'une base et de deux angles, on calcule les distances correspondantes.
- Première triangulation par Snell pour la mesure d'un arc de méridien entre Alkmaar et Berg op Zoom (1614)

La triangulation



Inō Tadataka (1745 – 1818)

1800 : Le shogun autorise Inō (55 ans) à réaliser une carte du pays avec son propre argent.

1818 : Mort de Inō Tadataka.

Sa carte du Japon (échelle 1 : 216000) est alors inachevée.

3 736 jours de mesure, 34 913 kilomètres parcourus

Le *Tadataka-zu* (Les cartes de Tadataka), dont beaucoup sont précises à 1/1000e de degré, sont restées les cartes en usage au Japon jusqu'en 1924.

Inō Tadataka (1745 – 1818)



La carte de France des Cassini

Les grandes ambitions de Colbert

Jean-Baptiste Colbert (1619 – 1683), ministre de Louis XIV

1666 : Crédit à l'Académie des Sciences

« Faire des cartes géographiquement de la France plus exactes que celles qui y ont été faites »
(1668)

1669 : 1re triangulation de Paris à Amiens par l'abbé Picard

1682 : Relevés de latitude et longitude des principales villes du littoral (Picard et La Hire)

« Ces chers messieurs de l'Académie, avec leurs grands travaux m'ont coûté une partie de mon royaume et m'ont pris plus de territoire que tous mes ennemis réunis ! » (1682)

Un grand projet de cartographie

1681 : Picard présente un projet de châssis géographique qui doit comporter une grande traverse triangulée qui irait de Dunkerque à Perpignan.

1682 : Mort de Picard.

« Sa Majesté ordonne aux Mathématiciens de l'Académie des Sciences de continuer l'entreprise et de prolonger vers le Septentrion et vers le Midi jusques aux confins du Royaume, une ligne méridienne qui passât par le milieu de l'Observatoire de Paris. » (1683)

Le travail sera terminé en 1718.

Quatre générations de Cassini

- **Giovanni Domenico Cassini (Cassini Ier),**
Université de Bologne
 - l'intensité de la pesanteur varie en fonction de la latitude ;
 - 1657 : méridienne dans la basilique San Petronio ;
 - 1665 : grande tache rouge de Jupiter ;
 - détermine la vitesse de rotation de Jupiter, Mars et Vénus ;
 - 1671, 1672, 1684 : quatre satellites de Jupiter ;
 - 1673 : mesure de la distance Terre-Soleil (parallaxe de Mars) ;
 - 1675 : division des anneaux de Saturne.

Reçu à l'Académie des Sciences en 1669

La Terre n'est plus sphérique

Les théoriciens (Hooke, Newton, Huygens) prédisent une Terre aplatie aux pôles mais les mesures de Cassini semblent indiquer le contraire.

L'Académie des Sciences prépare deux missions à des latitudes très différentes :

- au Pérou (1735) : Godin, Bouguer, La Condamine, Jussieu ;
- en Laponie (1736) : Maupertuis, Clairaut, Celsius.

Le retour de l'expédition en Laponie (1737) confirme l'hypothèse d'une Terre aplatie aux pôles.

La méridienne de Paris

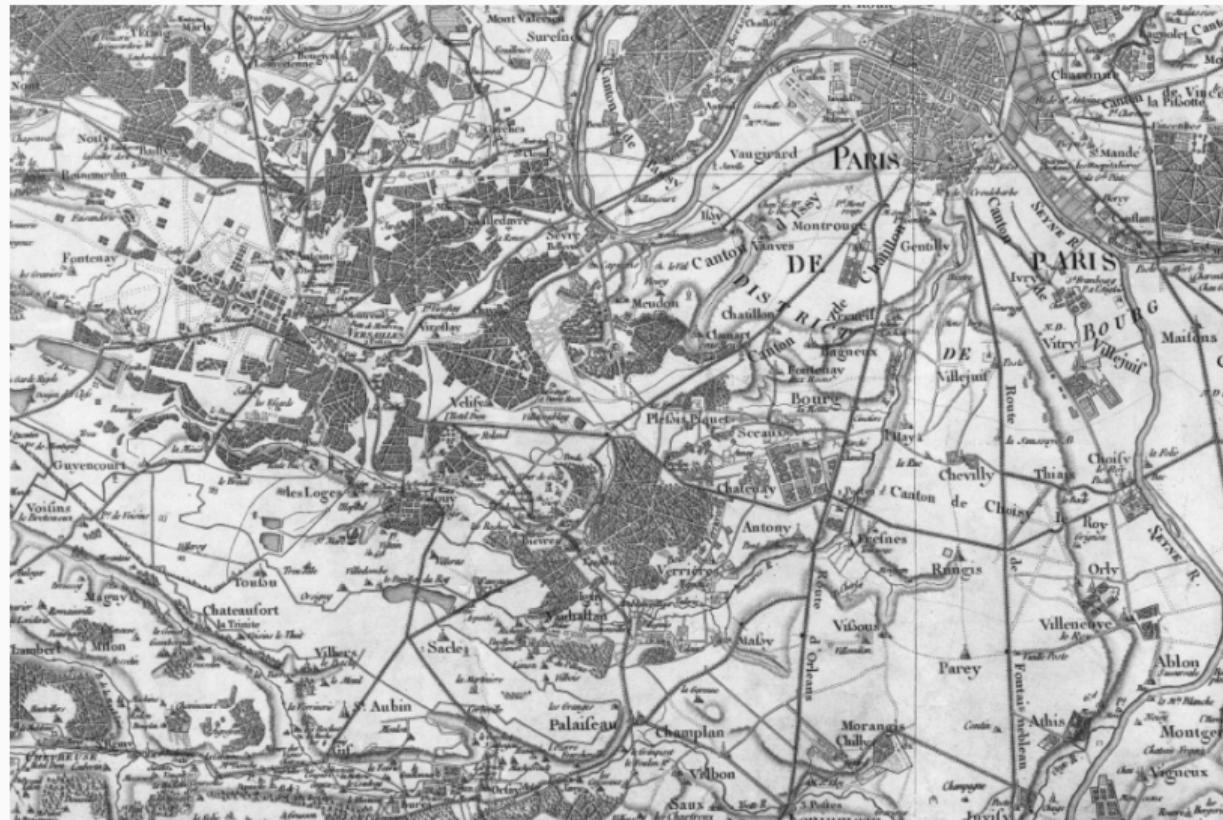
1738 : Cassini III et La Caille entreprennent une nouvelle mesure de la méridienne de Paris en six bases (Dunkerque, Villers-Bretonneux, Montlhéry, Bourges, Rodez, Perpignan).

1744 : Le retour de l'expédition au Pérou permet de conclure à un aplatissement de l'ordre de 1/200.

1791 : Le mètre est la dix-millionième partie de la moitié de méridien terrestre.

1792–1798 : Nouvelle mesure de la méridienne, de Dunkerque à Montjuïc, par Delambre et Méchain

Une nouvelle carte de France entièrement triangulée



César-François Cassini de Thury

La mérédienne de l'Observatoire Royal de Paris

L A
MERIDIENNE
DE L'OBSERVATOIRE ROYAL
DE PARIS.

Vérifiée dans toute l'étendue du Royaume par de nouvelles Observations.

Pour en déduire la vraye grandeur des degrés de la Terre, tant en longitude qu'en latitude, & pour y assujettir toutes les Opérations Géométriques faites PAR ORDRE DU ROI,
pour lever une Carte générale de la France.

Par M. CASSINI DE THURY, de l'Académie Royale des Sciences.
Avec des Observations d'Histoire Naturelle, faites dans les Provinces traversées par la Méridienne, par M. LE MONNIER, de la même Académie, Docteur en Médecine.

Suite des Mémoires de l'Académie Royale des Sciences,
ANNÉE M. DCC. XL.

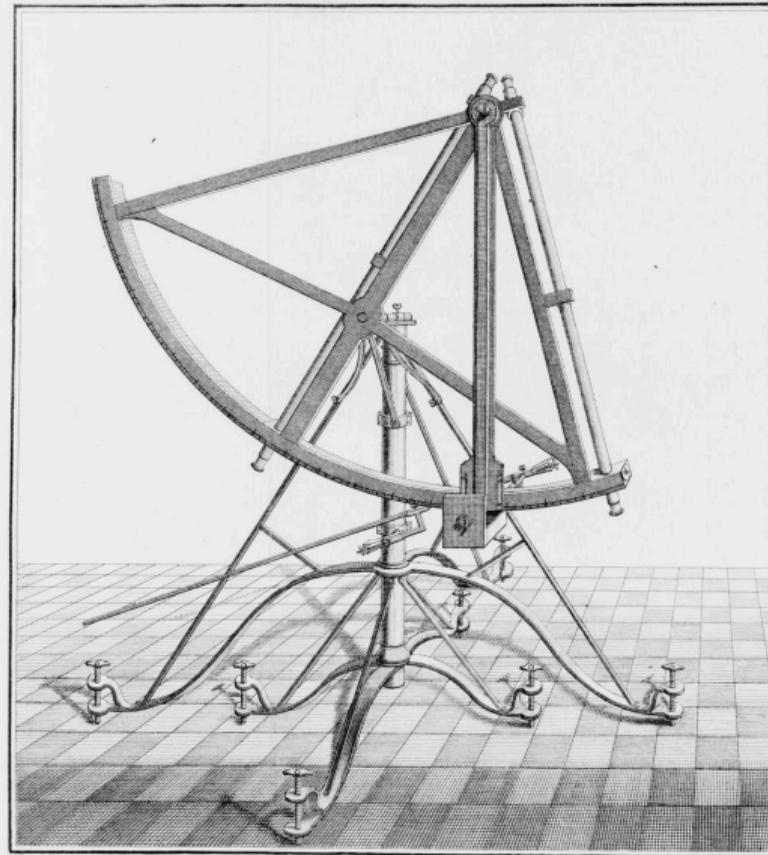


A PARIS,
Chez HIPPOLYTE-LOUIS GUERIN, & JACQUES GUERIN,
Libraires, rue S. Jacques, à S. Thomas d'Aquin.

M. DCC. XLIV.

Avec Approbation & Privilege du Roi.

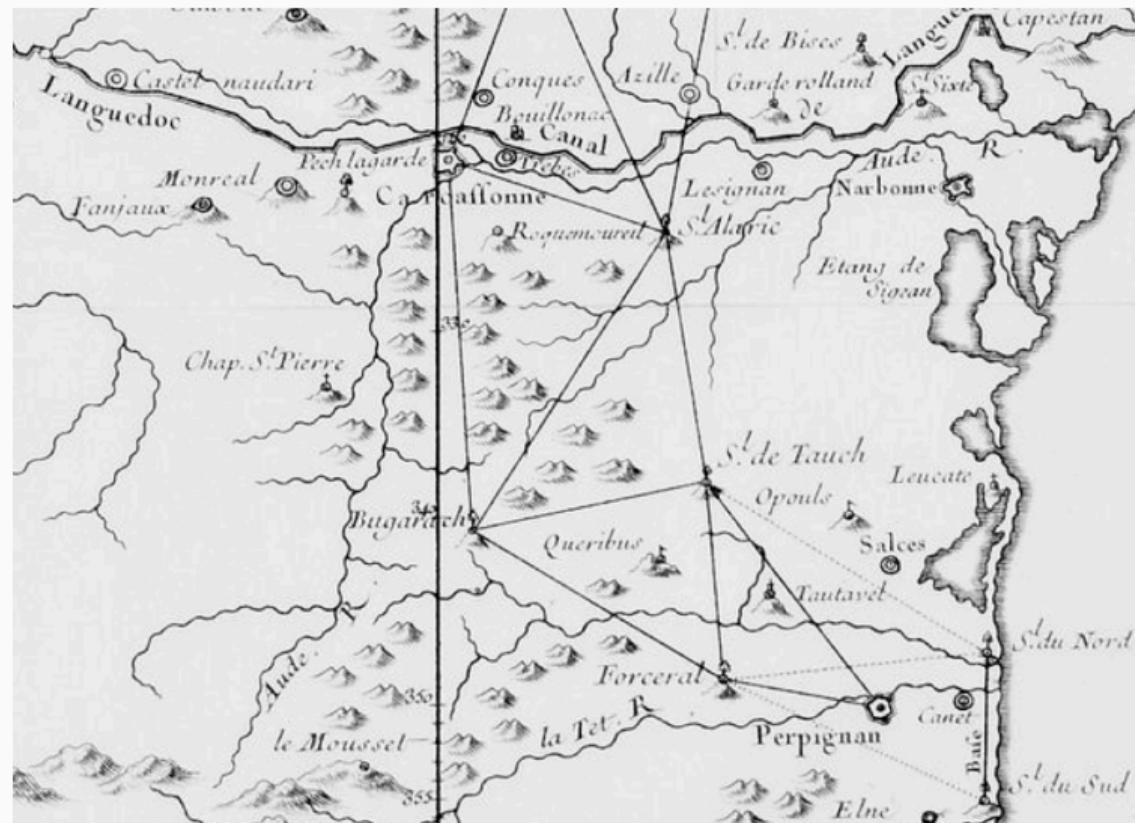
Planch. IX.



Extraits des cartes: l'Observatoire de Paris



Extraits des cartes: le Roussillon



Les premières mesures

	Angles observés ♂ réduits au centre.				Angles corrigés pour le calcul.		
Pyramide de Villejuive.....	87	48'	40"	87	48'	50"
Signal de Juvifly.....	30	32	6	30	32	9
Moulin de Fontenay.....	61	38	54 $\frac{1}{2}$	61	39	1
	179	59	40 $\frac{1}{2}$				
Signal de Juvifly.....	100	41	30	100	41	29
Moulin de Fontenay.....	34	18	37	34	18	37
Tour de Montlhéry.....	44	59	54	44	59	54
	180	0	1				
Moulin de Fontenay.....	66	17	41	66	17	40
Tour de Montlhéry.....	74	23	37	74	23	36
Clocher de Brie.....	39	18	44	39	18	44
	180	0	2				

Les premières mesures

De Montlhéry à Montmartre.....	14605,19	toises.
De Montmartre à S. Martin du Tertre.....	12707,32	
De S. Martin à Clermont.....	15647,39	
De Clermont à Noyers.....	11431,31	
De Noyers à Sourdon.....	10327,20	
De Sourdon à Amiens.....	11126,57	
De Sourdon à Villersbretonneux.....	10028,50	

La ligne de Montlhéry à Montmartre , de.....	10°	27'	13"	à l'orient.
Celle de Montmartre à S. Martin , de.....	0	34	41	à l'orient.
Celle de S. Martin à Clermont , de.....	9	51	26	à l'orient.
Celle de Clermont à Noyers , de.....	30	18	2	à l'occident.
Celle de Noyers à Sourdon , de.....	29	25	57	à l'orient.
Celle de Sourdon à Amiens , de.....	18	51	14	à l'occident.

Les premières mesures

	<i>Distances entre les paralleles.</i>	<i>Distances entre les Meridiens.</i>
	toises.	toises.
De Montlhéry & de Montmartre	14362,78	2649,00 orientale.
De Montmartre & de S. Martin.	12706,67	128,20 orientale.
De S. Martin & de Clermont...	15416,40	2678,73 orientale.
De Clermont & de Noyers.....	9869,69	5767,52 occidentale.
De Noyers & de Sourdon.....	8994,32	5074,77 orientale.
De Sourdon & d'Amiens.....	10529,58	3595,61 occidentale.
Somme...	<u>71879,44</u>	10530,70 somme des dist. or. 9363,13 somme des dist. occid. <u>1167,57</u> différence.

Les mesures de latitude

	<i>De la Lyre.</i>	<i>De γ du Dragon.</i>	<i>De la Chevre.</i>
A Dunkerke.....	12° 28' 29" 4"	0° 29' 48" 52"	5° 20' 17" 49""
A l'Observatoire....	10 16 36 50	2 41 38 20	3 8 28 39
Différences.....	2 11 52 14	2 11 49 28	2 11 49 10

Le milieu entre ces trois résultats est..... 2° 11' 50" 17"".

	<i>De la Lyre.</i>	<i>De γ de la gr. Ourse.</i>
A l'Observatoire.....	10° 16' 36" 50""	1° 47' 7" 45""
A Bourges.....	8 31 29 40	3 32 15 15
Différence , & distance des parallèles...	1 45 7 10	1 45 7 30

Par un milieu , on a 1° 45' 7" 20"" pour l'arc céleste.

Les mesures de latitude

	<i>De la Lyre.</i>	<i>De la Queue du Cygne.</i>
A Bourges.....	8° 31' 29" 40"	2° 43' 15" 10"
A Rodés.....	5 47 38 35	0 0 35 54
Donc différence des Latitudes...	2 43 51 5	2 43 51 4

	<i>La Lyre.</i>	<i>La Q. du Cygne.</i>	<i>a de Persée.</i>	<i>La Chevre.</i>
	D. M. S. T.	D. M. S. T.	D. M. S. T.	D. M. S. T.
A Rodés....	5 47 38 35	0 0 35 54	4 33 11 37	1 20 32 35
A Perpignan..	4 8 28 22	1 39 48 42	6 12 20 51	2 59 45 10
Differences...	1 39 10 13	1 39 12 48	1 39 9 14	1 39 12 35

En prenant un milieu entre ces quatre résultats , nous supposerons la différence des parallèles des lieux où nous avons observé à Rodés & à Perpignan , de 1° 39' 11" 12"".

Données utiles

Les unités de mesure

Conversions usuelles :

- 1 toise fait 6 pieds ;
- 1 pied fait 12 pouces ;
- 1 pouce fait 12 lignes

Échelle de la carte de Cassini :

- 1 ligne pour 100 toises (1 : 86400)

1 toise du Châtelet fait 1,949 m

Les données d'entrée

Longueur de la ligne de base :

- de Villejuif à Juvisy : 5748 toises ;
- dans le Roussillon : 7928 toises et 5 pieds.

Les angles au sommet de tous les triangles sont recopiés dans le fichier `triangles.txt`.

Les inclinaisons par rapport à la méridienne de Paris sont recopiées dans le fichier `inclinaisons.txt`.