

2023河南萌新联赛第（一）场：  
河南农业大学

- 原本题目出了17道题作为预选，经过难度方面的考虑最终选择这12道题，在预估中难度分布还算比较平均
- 预估难度：J<K<G<E<F<H<L<D<C<I<A<B
- 实际难度：J<E<G<K<F<A<H<L<D<I<C<B
- 本场比赛主要面对大一升大二的同学，因此难度并不算很高，预想中比较强的可以八道甚至九道
- 本场比赛中由于不太会用牛客答疑，导致前半小时一直没有及时答疑，请大家见谅，另外对于比赛中形如“什么是欧拉函数”或者问“如果样例输入是某某，输出是不是某某”的问题我们一概不会选择回答
- 本场比赛的出题人们都没有任何出题经验，这次是第一次出题，做的不好的地方请大家谅解

• <a href="#"><u>A 你也喜欢数学吗</u></a>	220/1311
• <a href="#"><u>B Middle</u></a>	10/166
• <a href="#"><u>C 硬币游戏</u></a>	26/380
• <a href="#"><u>D 松鼠回家</u></a>	104/398
• <a href="#"><u>E 动物朋友</u></a>	916/2357
• <a href="#"><u>F 松鼠排序</u></a>	714/2801
• <a href="#"><u>G Reverse</u></a>	842/2234
• <a href="#"><u>H 迷宫探险</u></a>	183/1373
• <a href="#"><u>I 松鼠采松果</u></a>	63/154
• <a href="#"><u>J 合唱比赛</u></a>	1136/1754
• <a href="#"><u>K 以撒和隐藏房间</u></a>	785/1820
• <a href="#"><u>L 中位数</u></a>	177/1451

# J 合唱比赛

- 考察知识点：暴力枚举
- 暴力维护自己的分数在1~100中的某个数时的平均数，用每一次的平均数来更新区间范围，最终输出区间范围即可。
- 时间复杂度 $O(100*n)$

# K 以撒和隐藏房间

- 考察知识点：暴力枚举
- 对于每个位置  $(i, j)$   $1 \leq i \leq n \& \& 1 \leq j \leq m$ , 查询与这个坐标相邻的四个坐标的状态, 看看是否是恰好有三个普通房间且没有 boss 房间即可
- 时间复杂度  $O(n*4)$

# G Reverse

- 考察知识点：暴力
- 该题有一点小思维在里面。
- 由于可以任选区间翻转，则最终答案为两段最长的连续的1的长度之和
- 时间复杂度 $O(n)$

## E 动物朋友

- 考察知识点：双指针or前缀和二分
- 该题目有两种做法，出题人是想让大家用双指针做的
- 第一种做法：双指针，已知题意是找出所有形如区间 $[l, r]$ 并且 $\sum_{i=l}^r a[i] = m$ 的区间个数，考虑对于每个端点 $i$ ，如果存在以该端点为左端点的答案区间，那么右端点只有一种情况，因此双指针做法适用，时间复杂度 $O(n)$
- 第二种做法：前缀和二分，先对数组预处理前缀和使得 $\text{sum}[i] = \sum_{j=1}^i a[j]$ ，然后对于每个左端点 $i$ ，二分查找一个位置 $j$ 使得 $\text{sum}[j] - \text{sum}[i-1] = m$ ，若能找到则答案加一，时间复杂度 $O(n \log(n))$

# F 松鼠排序

- 考察知识点：并查集
- 并查集板子题，对于每个位置，在并查集中把 $a[i]$ 和 $i$ 两个点合并，设最终每个块的大小为 $size$ ，则 $ans = \sum (size_i - 1)$ ，时间复杂度为 $O(n * \alpha(n))$



# H 迷宫探险

- 考察知识点：最短路
- 按照题意，在弹射器上弹射不消耗时间，而正常移动消耗1单位时间，则我们可以建图，对于每个 '.'，它向相邻四个单位建边的边权为1，对于每个 '\*'，它向距离它相应距离的四个点单位建边的边权为0，对于 '#' 则不建边。
- 最终在点[1,1]跑最短路，询问到点[n,m]的最短距离即为答案。
- 注意处理无法到达终点的情况。
- 设最终建了k条边，时间复杂度为 $O(k \cdot \log(n \cdot m))$

# L 中位数

- 考察知识点：二分 + 树状数组
- 建一个树状数组a，a[i]用来维护值域中小于等于i的个数有几个
- 对于每次查询，二分查找一个位置i使得 $a[i-1] \leq n/2$ 并且 $a[i] \leq n/2+1$
- 令 $k=1e6$ 时间复杂度为 $O(m \cdot \log(k) \cdot \log(k))$

## D 松鼠回家

- 考察知识点：二分+最短路
- 首先二分答案，对于每个二分的值 $k$ ，都跑一次最短路，维护最短路时加一个条件：路径中所有点的权值不能大于 $k$ 即可，最终若能到达终点且距离小于等于 $h$ ，则 $k$ 可以作为答案。
- $Z=1e7$ ,时间复杂度为 $O(\log(Z)*m*\log(n))$

# C 硬币游戏

- 考察知识点：博弈
- 先说结论：若操作一次就能获胜则先手胜，若无论第一次怎么操作，第二次操作都能获胜则后手胜，否则平局
- 证明：对于上述结论中先手胜和后手胜的局面显而易见，无需证明，对于平局：处于劣势的一方，无论对手怎么操作，只需要复制对手的操作即可保证自己不会输掉，对于此时的另一方，无论怎么操作自己永远也不可能获胜，同时也可以按照上述操作保证自己不会输掉，所以一定会平局
- 判断一下即可，时间复杂度 $O(n)$

# I 松鼠采松果

- 考察知识点：树上边差分
- 模板题，对于每次修改可以 $O(\log(n))$ 修改，修改完成之后 $O(n+m)$ 处理数据，最终每次 $O(\log(n))$ 查询即可，该题为纯模板题，大家不会做的话去学一下树上差分就可以轻松通过了
- 时间复杂度 $O((m+q)*\log(n))$

# A 你也喜欢数学吗

- 考察知识点：数学、欧拉函数、化简
- 设  $F(n) = \sum_{i=1}^n \varphi(i) * \left\lfloor \frac{n}{i} \right\rfloor$ ,  $G(t) = \sum_{i=1}^t F(i)$
- 则题目让求的即为  $G(k)$
- 对于  $F$  函数
- $$\begin{aligned} F(n) &= \sum_{i=1}^n \varphi(i) * \left\lfloor \frac{n}{i} \right\rfloor \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{\left\lfloor \frac{n}{i} \right\rfloor} \varphi(i) \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{t|i} \varphi(t) \\ &= \sum_{i=1}^n i = \frac{n*(n+1)}{2} \end{aligned}$$

- 则  $G(k) = \sum_{i=1}^k F(i)$ 

$$= \sum_{i=1}^k \frac{i*(i+1)}{2}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^k i^2 + \sum_{i=1}^k i}{2}$$

$$= \frac{\frac{k*(k+1)*(2*k+1)}{6} + \frac{k*(k+1)}{2}}{2}$$

# B Middle

- 考察知识点：位运算，线段树
- 先考虑如果给定的数组全部都是0/1会不会更好写一点
- 如果数组全是0/1，由于三种位运算符号运算级都一样，所以很明显不能用结合律来运算，那么我们可以维护一颗线段树，每个节点代表的区间维护两个值，一个是以0开头的运算这个区间的答案，比如如果位运算符号为“^||&”，数字为“0 1 0 1”，那么以0开头的这个答案即为  $0 \wedge 0 \mid 1 \mid 0 \& 1$  的值，同时维护一个1开头的运算这个区间的答案
- 这样一来的话很容易解决这个问题
- 而对于每个数在1~1e6范围内时，我们只需要二进制拆解，维护20位的值即可
- 令k=1e6,复杂度为 $O(m \cdot \log(n) \cdot \log(k))$