图应用

Dijkstra算法: 最短路径树

邓俊辉 deng@tsinghua.edu.cn

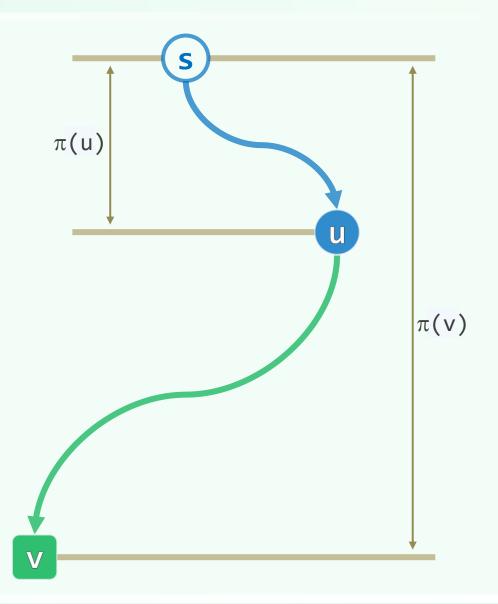
有澹台明灭者, 行不由径; 非公事, 未尝至于偃之室也

单调性 + 假想实验

❖ 任一最短路径的前缀,也是一条最短路径

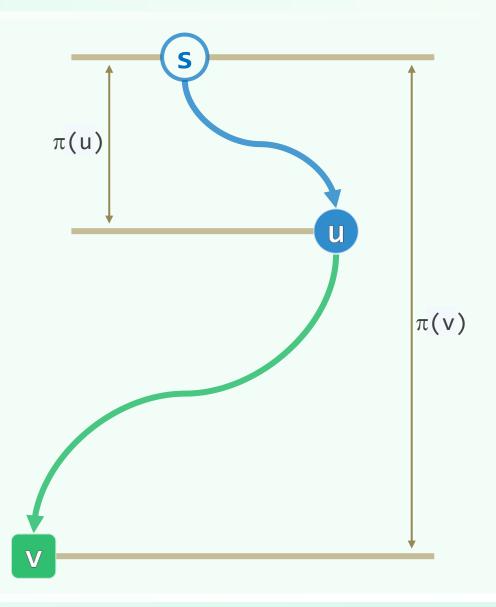
$$u \in \pi(v)$$
 only if $\pi(u) \subseteq \pi(v)$





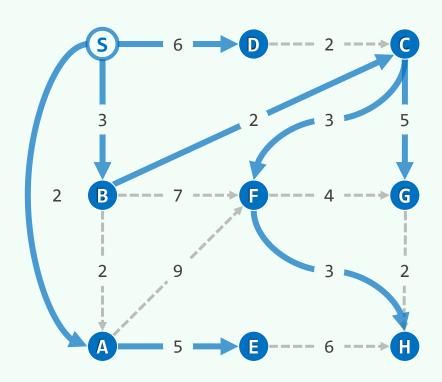
消除歧义

- ❖ 各边权重均为正,否则
 - 有可能出现总权重非正的环路
 - 以致最短路径无从定义
- ❖ 有负权重的边时,即便所有环路总权重皆为正以下将介绍的Dijkstra算法依然可能失效
- ❖ 任意两点之间,最短路径唯一
 - 在不影响计算结果的前提下 总可通过适当扰动予以保证(习题[6-17])



Shortest Path Tree

❖ 所有最短路径的并,既连通亦无环



* 于是,
$$\mathcal{T} = \mathcal{T}_{n-1} = \bigcup_{0 \le i < n} \pi(u_i)$$
构成一棵树

