11-D2

图应用

Prim算法：极短跨边

从邻枝上切下的一根枝条，必定也是从整个树上切下的。所以，
一个人若同另一个人分离，他也是同整个社会分离。

邓俊辉
deng@tsinghua.edu.cn

Excluding The Longest Edge Along A Cycle

- 任何环路C上的**最长**边f，都不会被MST采用

  否则...

- 在移除f之后，MST将**分裂**为两棵树

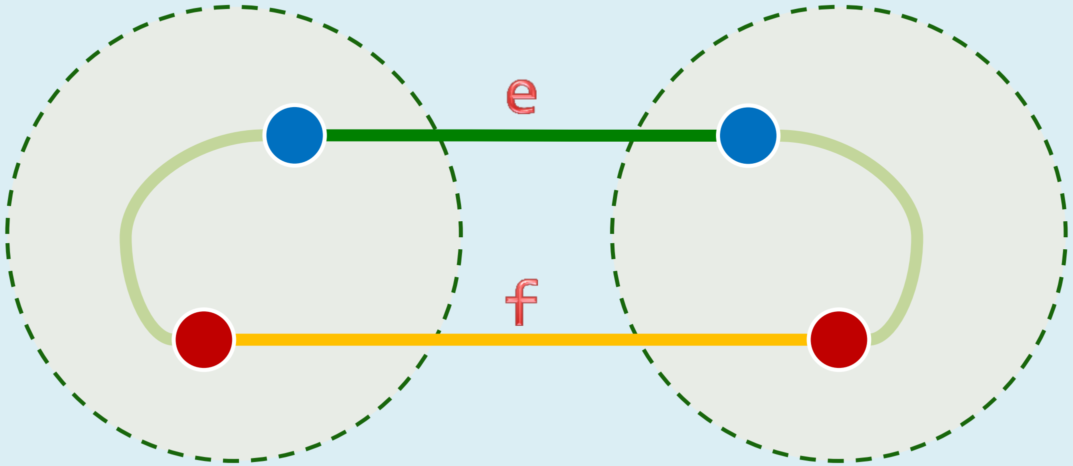
  将其视作一个**割**，则C上必有该割的另一**跨边**e

  既然|e|<|f|，那么只要用e**替换**f，就会...

  ...得到一棵总权重**更小**的支撑树

- 这也是Kruskal算法的依据（稍后细解）

- 下面这个准则，才是Prim算法的依据...



Including The Shortest Edge Crossing A Cut

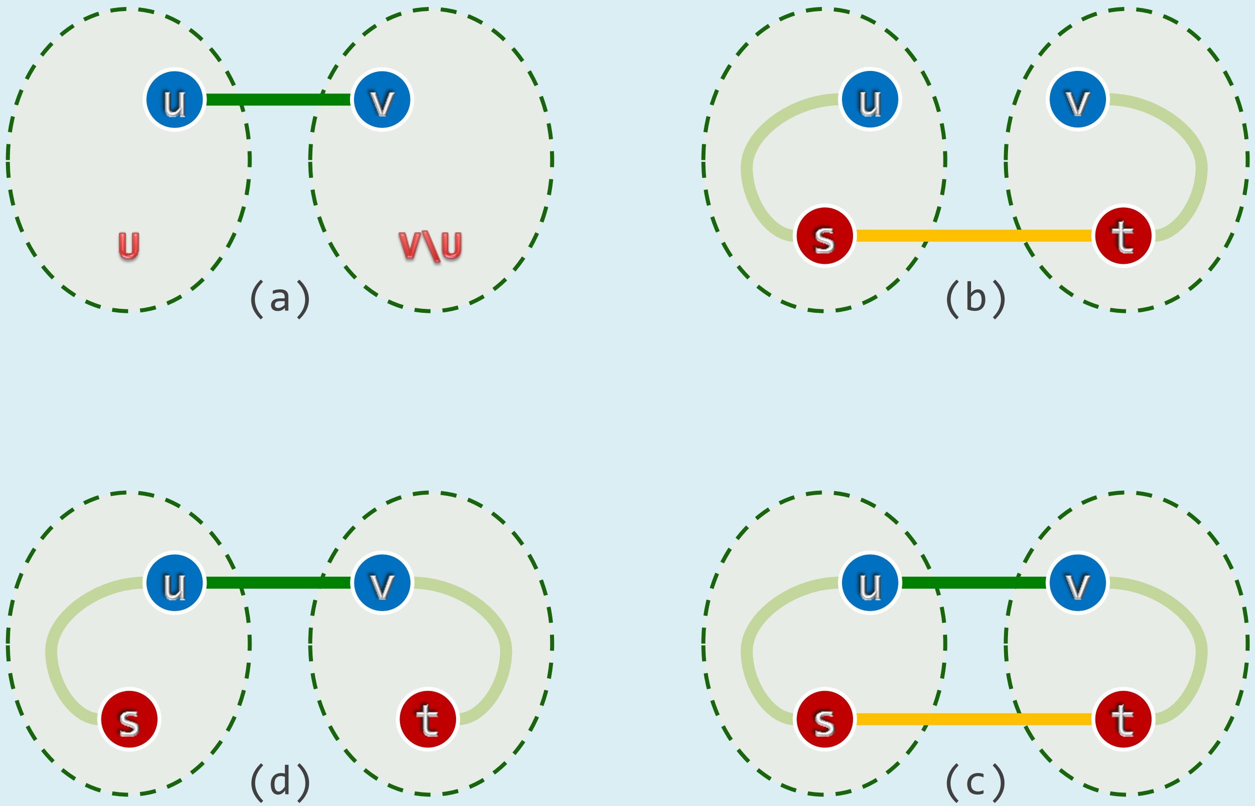
- 设(U;V\U)是N的一个割
- 若uv是该割的一条极短跨边

  则必存在一棵包含uv的MST
- 反证：假设uv未被任何MST采用...

  任取一棵MST，将uv加入其中，于是
  - 将出现唯一的回路，且该回路
  - 必经过uv以及至少另一跨边st

  接下来，摘除st后...

  恢复为一棵支撑树，且总权重不致增加
- 反之，任一MST都必然通过极短跨边联接每一割



递增式构造

❖ **首先，任选：** $T_1 = (\{v_1\}; \varnothing)$

❖ **以下，不断地将** T_k **拓展为树** T_{k+1}

$$T_{k+1} = (V_{k+1}; E_{k+1})$$

$$= (V_k \cup \{v_{k+1}\}; E_k \cup \{v_{k+1}u\})$$

其中， $u \in V_k$

❖ **由此前的分析**

- **只需将(V_k； $V \backslash V_k$)视作原图的一个割**
- **该割所有跨边中的极短者即是** $v_{k+1}u$