06-D5

二叉搜索树

AVL树：(3+4)-重构

邓俊辉
deng@tsinghua.edu.cn

大道至简

返璞归真

❖ 设g为最低的失衡节点，沿最长分支考察祖孙三代：g ~ p ~ v

按中序遍历次序，重命名为：a < b < c

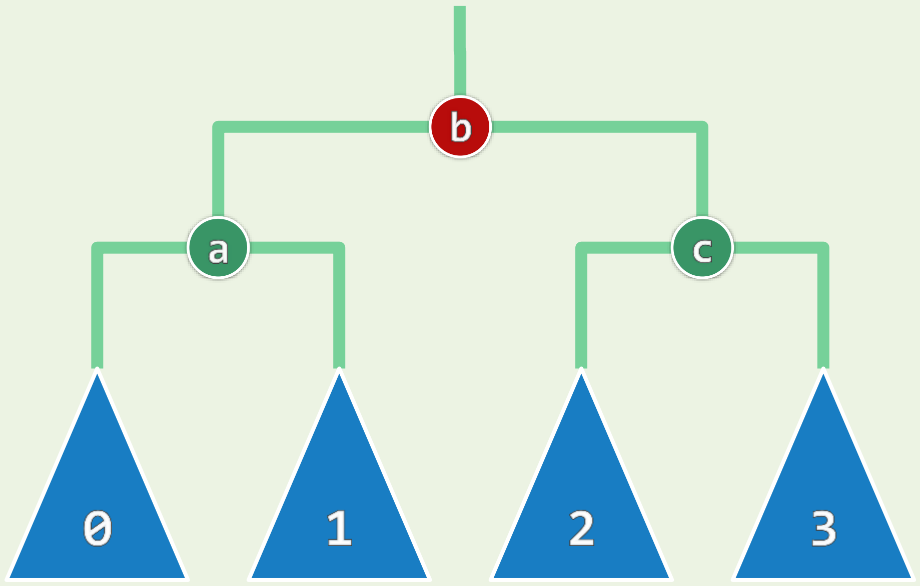
❖ 它们总共拥有四棵子树（或为空）

按中序遍历次序，重命名为：$T_0 < T_1 < T_2 < T_3$

$$\mathrm{root}(S') = b$$

$$\mathrm{lc}(b) = a \qquad \mathrm{rc}(b) = c$$

$$\mathrm{lT}(a) = T_0 \quad \mathrm{rT}(a) = T_1 \quad \mathrm{lT}(c) = T_2 \quad \mathrm{rT}(c) = T_3$$

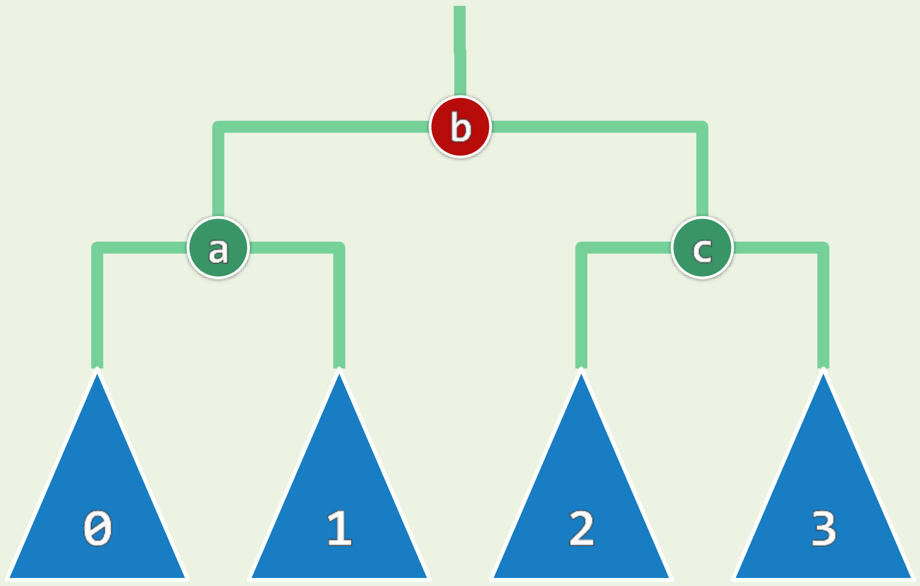


❖ 将原先以g为根的子树S，替换为一棵新子树S'

❖ 等价变换，保持中序遍历次序：$T_0 < a < T_1 < b < T_2 < c < T_3$

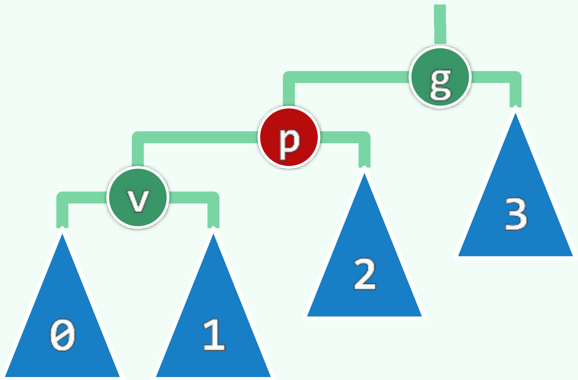
实现

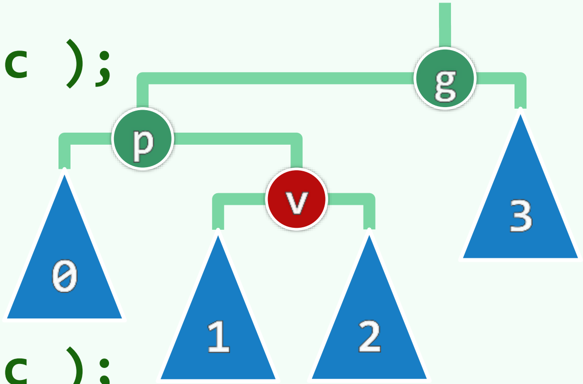
```
template <typename T> BinNodePosi<T> BST<T>::connect34(
    BinNodePosi<T> a, BinNodePosi<T> b, BinNodePosi<T> c,
    BinNodePosi<T> T0, BinNodePosi<T> T1,
    BinNodePosi<T> T2, BinNodePosi<T> T3)
{
    a->lc = T0; if (T0) T0->parent = a;
    a->rc = T1; if (T1) T1->parent = a;
    c->lc = T2; if (T2) T2->parent = c;
    c->rc = T3; if (T3) T3->parent = c;
    b->lc = a; a->parent = b; b->rc = c; c->parent = b;
    updateHeight(a); updateHeight(c); updateHeight(b); return b;
}
```



统一调整

```
template<typename T> BinNodePosi<T> BST<T>::rotateAt( BinNodePosi<T> v ) {
   BinNodePosi<T> p = v->parent, g = p->parent;
   if ( IsLChild( * p ) ) //zig
      if ( IsLChild( * v ) ) { //zig-zig
         p->parent = g->parent; //向上联接
         return connect34( v, p, g, v->lc, v->rc, p->rc, g->rc );
      } else { //zig-zag
         v->parent = g->parent; //向上联接
         return connect34( p, v, g, p->lc, v->lc, v->rc, g->rc );
      }
   else { /*.. zag-zig & zag-zag ..*/ }
}
```





AVL：综合评价

- 优点　无论查找、插入或删除，最坏情况下的复杂度均为$\mathcal{O}(\log n)$

  $\mathcal{O}(n)$的存储空间

- 缺点　借助高度或平衡因子，为此需**改造**元素结构，或额外**封装**

  实测复杂度与**理论**值尚有差距

  - 插入/删除后的旋转，成本不菲
  - 删除操作后，最多需旋转$\Omega(\log n)$次（Knuth：平均仅**0.21**次）
  - 若需频繁进行插入/删除操作，未免得不偿失

  单次动态调整后，全树**拓扑**结构的变化量可能高达$\Omega(\log n)$

- 有没有更好的结构呢？　//保持兴趣