12-F2

优先级队列

左式堆：NPL与控制藤长

君子居则贵左，用兵则贵右

邓俊辉
deng@tsinghua.edu.cn

可持续 = 单侧倾斜

❖ C. A. Crane, 1972:

保持**堆序性**，附加**新条件**，使得

在堆合并过程中，只涉及**少量**节点：$\mathcal{O}(\log n)$

❖ 新条件 = **单侧倾斜**：

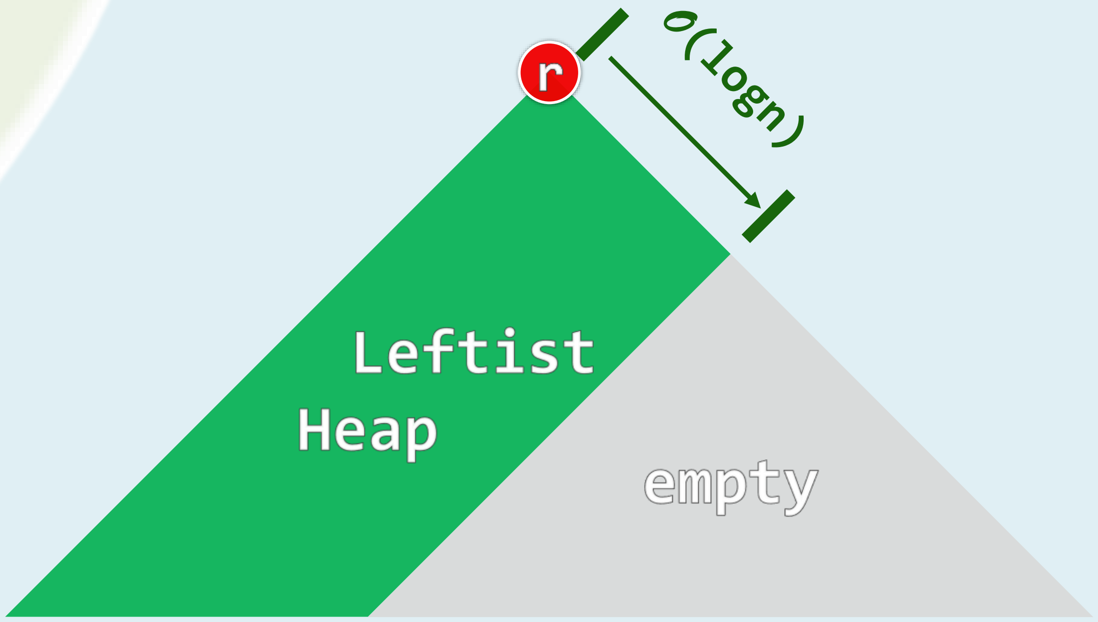
节点分布偏向于左侧

合并操作只涉及**右**侧

❖ 可是，果真如此，则拓扑上...

不见得是**完全**二叉树，**结构性**无法保证！？

❖ 是的，实际上，结构性并非堆结构的**本质**要求



空节点路径长度

❖ 引入所有的外部节点

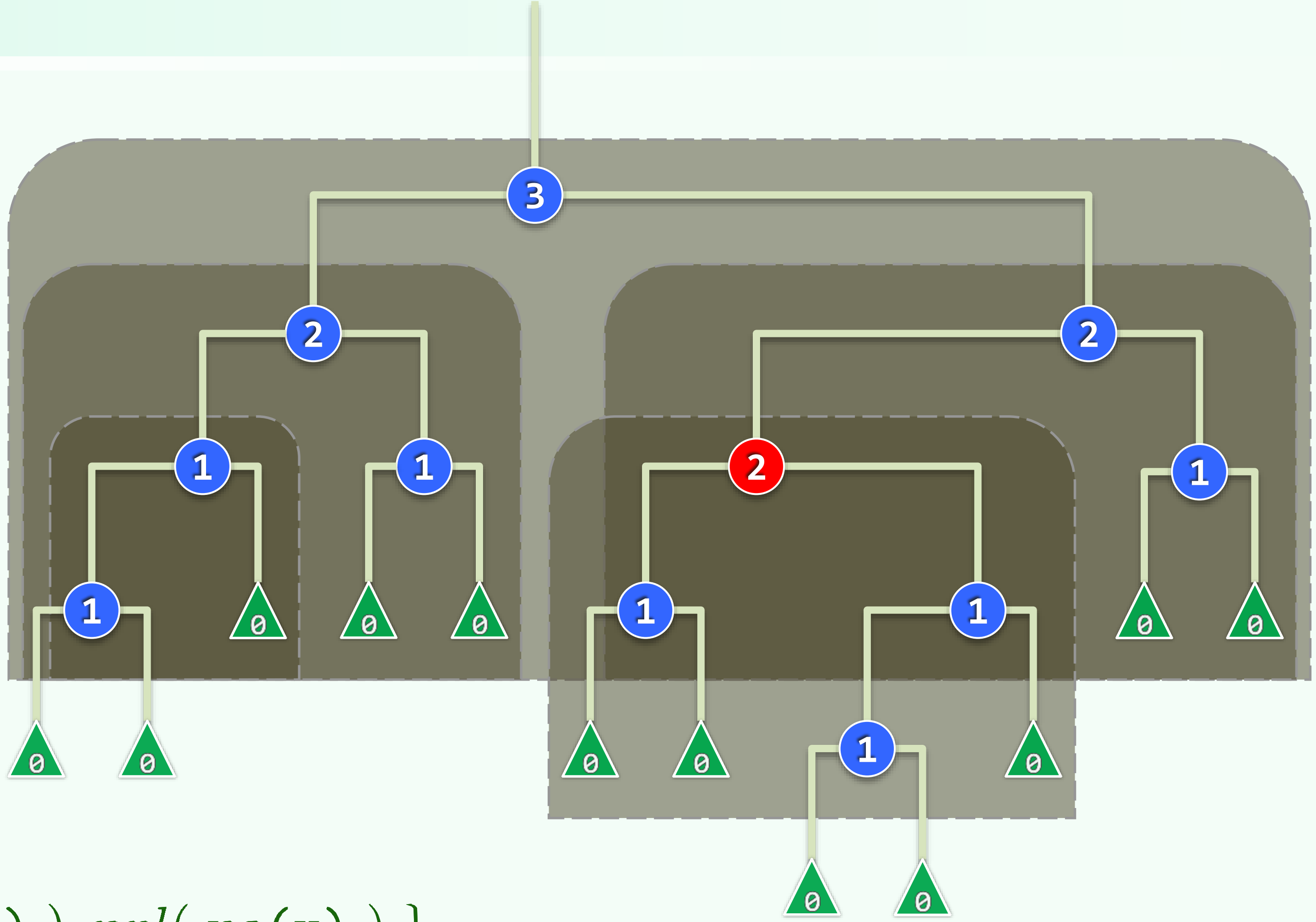
- 消除一度节点

- 转为真二叉树

❖ Null Path Length

- $npl(\text{NULL}) = 0$

- $npl(x) = 1 + \min\{\ npl(\ \texttt{lc(x)}\ ), npl(\ \texttt{rc(x)}\ )\ \}$



❖ 验证： npl(x) = x到外部节点的最近距离 = 以x为根的最大满子树的高度

左式堆 = 处处左倾

❖ 对任何内节点x，都有：

$$npl(\,\mathtt{lc(x)}\,) \geq npl(\,\mathtt{rc(x)}\,)$$

❖ 推论：

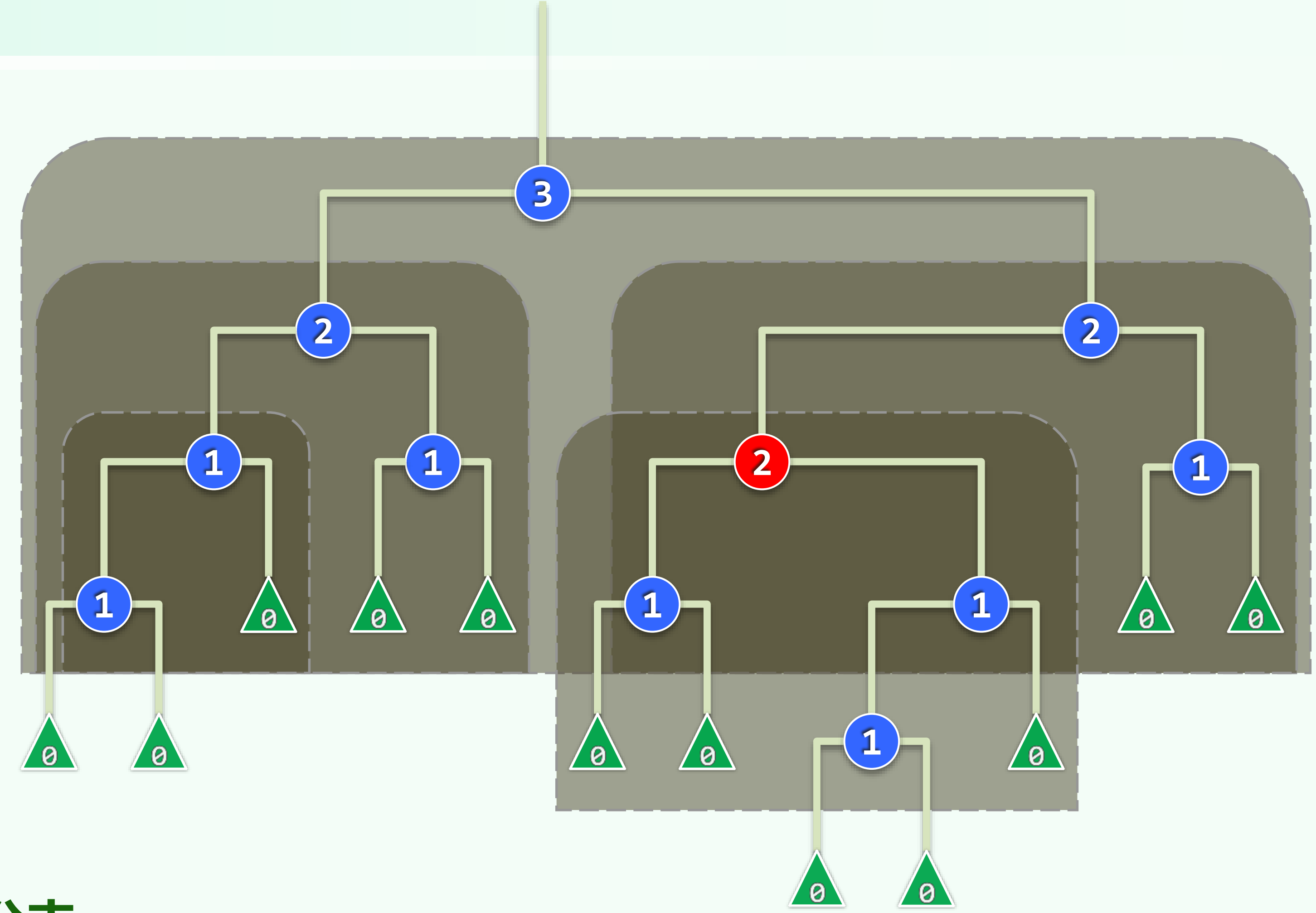
$$npl(\,\mathtt{x}\,) = 1 + npl(\,\mathtt{rc(x)}\,)$$

❖ 左倾性与堆序性，相容而不矛盾

❖ 左式堆的子堆，必是左式堆

❖ 左式堆倾向于**更多**节点分布于左侧分支

❖ 这是否意味着，左子堆的规模和高度必然大于右子堆？



右侧链

- rChain(x)：从节点x出发，一直沿**右分支**前进
- 特别地，rChain(r)的终点，即全堆中**最浅**的外部节点
  - $npl(r) \equiv |rChain(r)| = d$
  - 存在一棵以r为根、高度为d的满子树
- 右侧链长为d的左式堆，**至少**包含
  - $2^d - 1$ 个内部节点
  - $2^{d+1} - 1$ 个节点
- 反之，包含n个节点的左式堆，右侧链长度

$$d \le \lfloor \log_2 (n+1) \rfloor - 1 = \mathcal{O}(\log n)$$