

10-A

图

概述

黄药师道：“你拿了这图，到临安府找一家客店或是寺观住下，三月之后，我派人前来取回。图中一切，只许心记，不得另行抄录印摹。”

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

# 基本术语

❖  $G = (V; E)$

vertex:  $n = |V|$

edge|arc:  $e = |E|$

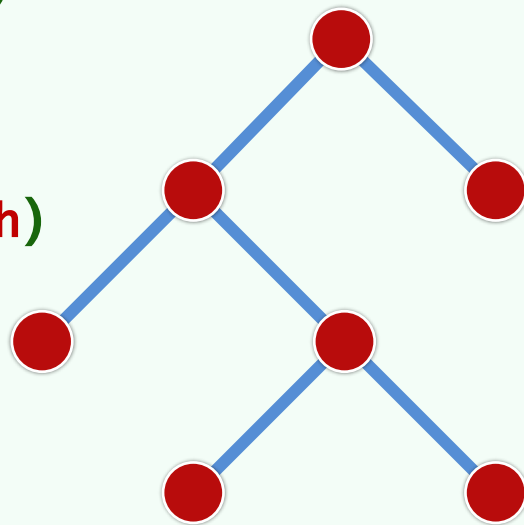


❖ 同一条边的两个顶点，彼此邻接 (adjacency)

同一顶点自我邻接，构成自环 (self-loop)

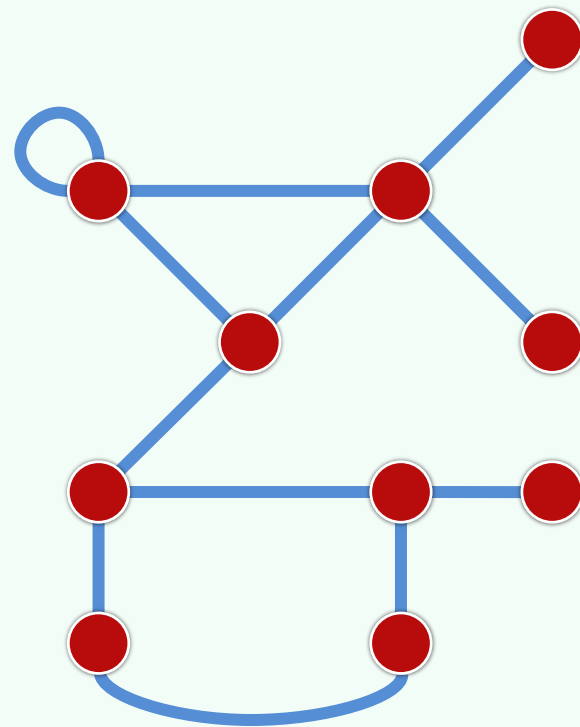
不含自环及重边，即为简单图 (simple graph)

非简单 (non-simple) 图，暂不讨论



❖ 顶点与其所属的边，彼此关联 (incidence)

度 (degree/valency) : 与同一顶点关联的边数

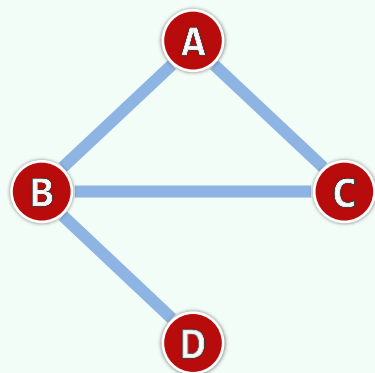


# 无向图 + 有向图

❖ 若邻接顶点 $u$ 和 $v$ 的次序无所谓

则 $(u, v)$ 为无向边 (undirected edge)

❖ 所有边均无方向的图，即无向图 (undigraph)

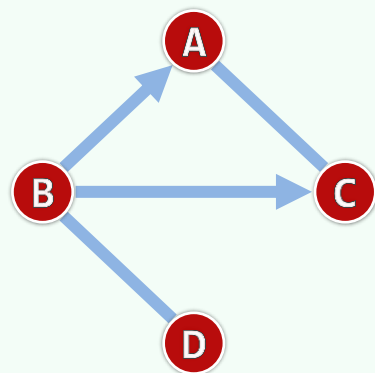


(a) undigraph

❖ 反之，有向图 (digraph) 中均为有向边 (directed edge)

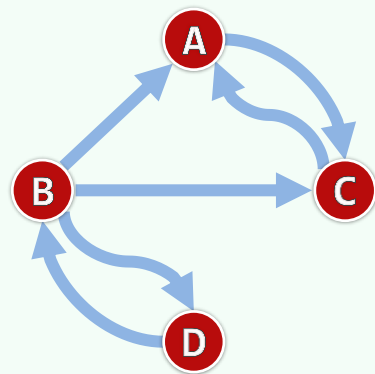
$u$ 、 $v$ 分别称作边 $(u, v)$ 的尾 (tail)、头 (head)

❖ 无向边、有向边并存的图，称作混合图 (mixed graph)



(b) mixed graph

❖ 有向图通用性更强，故本章主要针对有向图介绍相关结构及算法



(c) digraph

# 路径 + 环路

❖ 路径  $\pi = \langle v_0, v_1, \dots, v_k \rangle$

长度  $|\pi| = k$

❖ 简单路径:  $v_i \neq v_j$  除非  $i = j$

❖ 环/环路:  $v_0 = v_k$

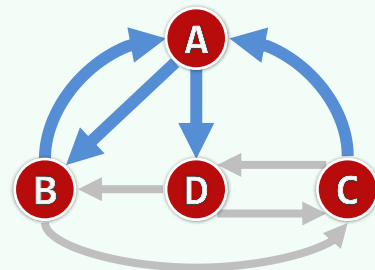
❖ 有向无环图 (DAG)

❖ 欧拉环路:  $|\pi| = |E|$

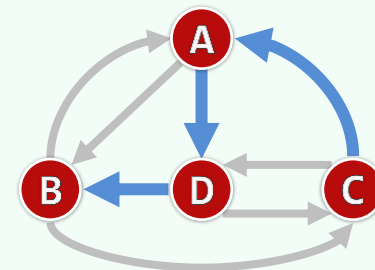
各边恰好出现一次

❖ 哈密尔顿环路:  $|\pi| = |V|$

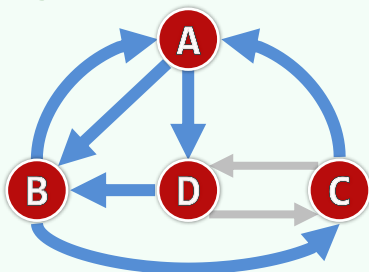
各顶点恰好出现一次



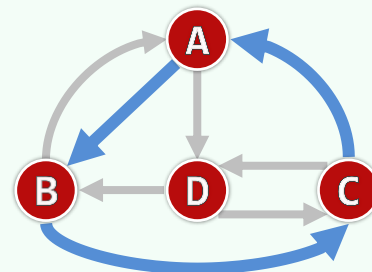
(i) path



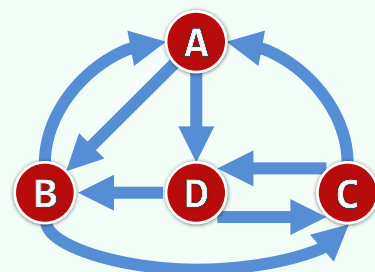
(ii) simple path



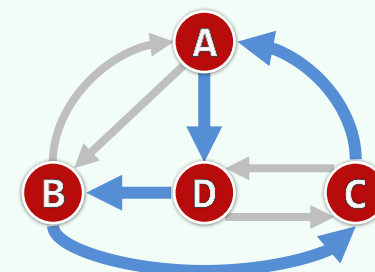
(i) cycle



(ii) simple cycle



(i) Eulerian tour

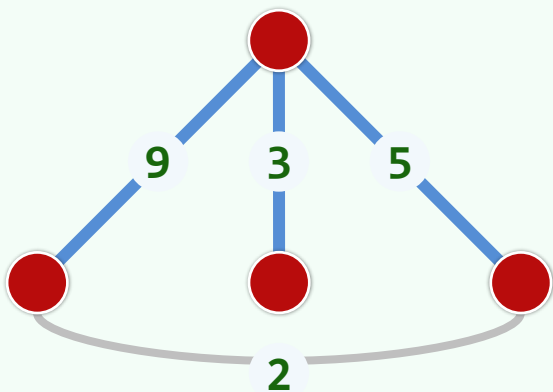


(ii) Hamiltonian tour

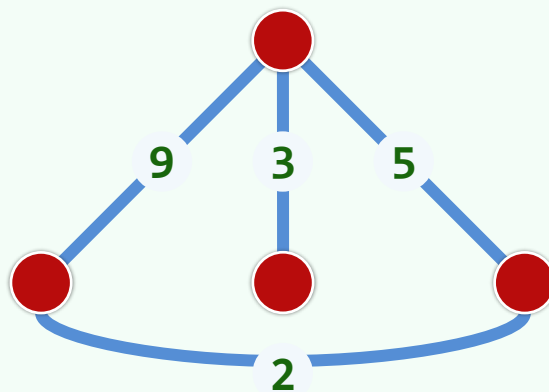
# 支撑树 + 带权网络 + 最小支撑树

❖ 图 $G = (V; E)$ 的子图 $T = (V; F)$ 若是树，即为其支撑树 (spanning tree)

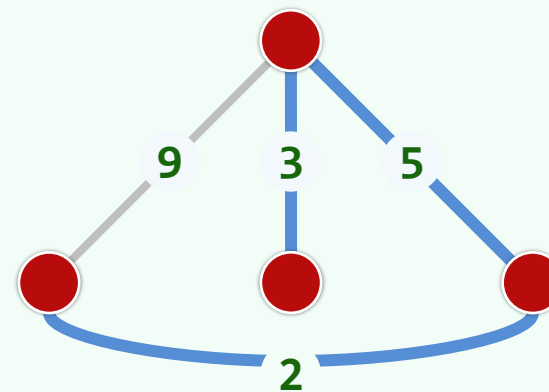
同一图的支撑树，通常并不唯一



spanning tree



weighted network  
(triangle inequality?)



minimum spanning tree

❖ 各边 $e$ 均有对应的权值 $wt(e)$ ，则为带权网络 (weighted network)

❖ 同一网络的支撑树中，总权重最小者为最小支撑树 (MST)