

03-1

列表

逆序对

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

有象斯有對，對必反其為；有反斯有讎，讎必和而解

Inversion

❖ 考查序列 $A[0, n)$, 设元素之间可比较大小

$\langle i, j \rangle$ is called an inversion if $0 \leq i < j < n$ and $A[i] > A[j]$

❖ 为便于统计, 可将逆序对统一记到**后者**的账上

$$\mathcal{I}(j) = \left\| \{ 0 \leq i < j \mid A[i] > A[j] \text{ and hence } \langle i, j \rangle \text{ is an inversion} \} \right\|$$

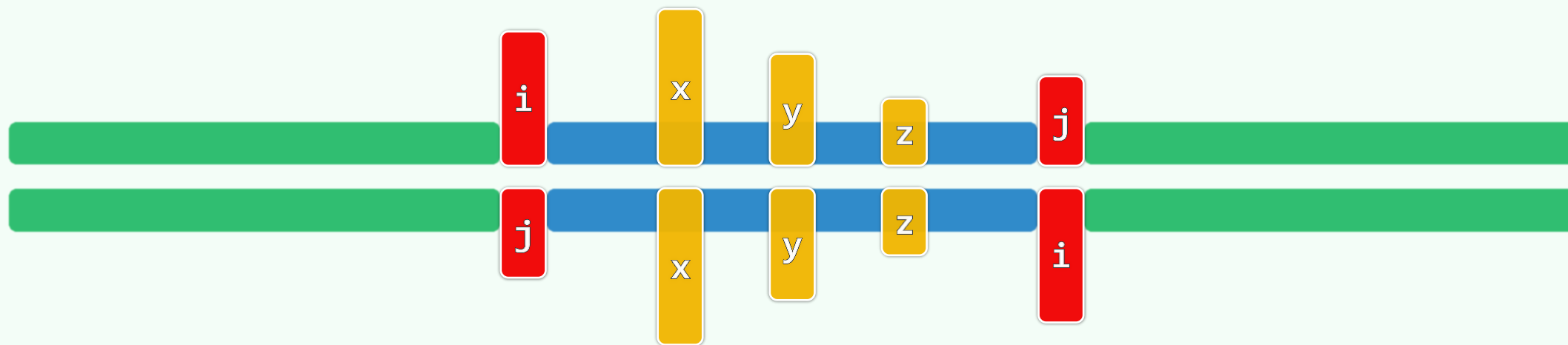
❖ 例: $A[] = \{ 5, 3, 1, 4, 2 \}$ 中, 共有 $0 + 1 + 2 + 1 + 3 = 7$ 个逆序对

$A[] = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$ 中, 共有 $0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0$ 个逆序对

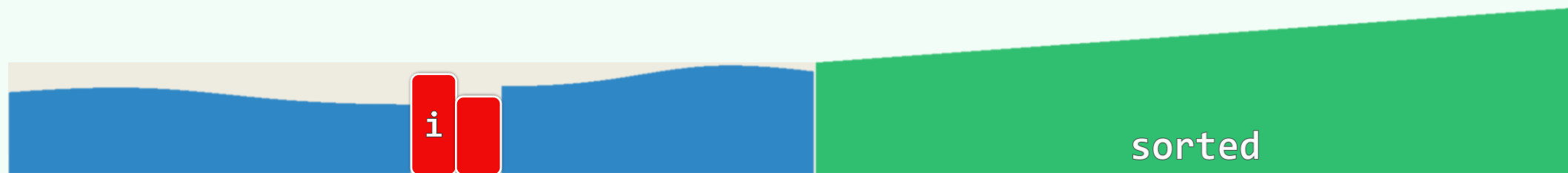
$A[] = \{ 5, 4, 3, 2, 1 \}$ 中, 共有 $0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 10$ 个逆序对

❖ 显然, 逆序对总数 $\mathcal{I} = \sum_j \mathcal{I}(j) \leq \binom{n}{2} = \mathcal{O}(n^2)$

Bubblesort



❖ 在序列中交换一对逆序元素，逆序对总数必然减少



❖ 在序列中交换一对**紧邻的**逆序元素，逆序对总数恰好**减一**

❖ 因此对于Bubblesort算法而言，**交换**操作的次数恰等于输入序列所含**逆序对**的总数

Insertionsort

❖ 针对 $e = A[r]$ 的那一步迭代

恰好需要做 $\mathcal{I}(r)$ 次比较

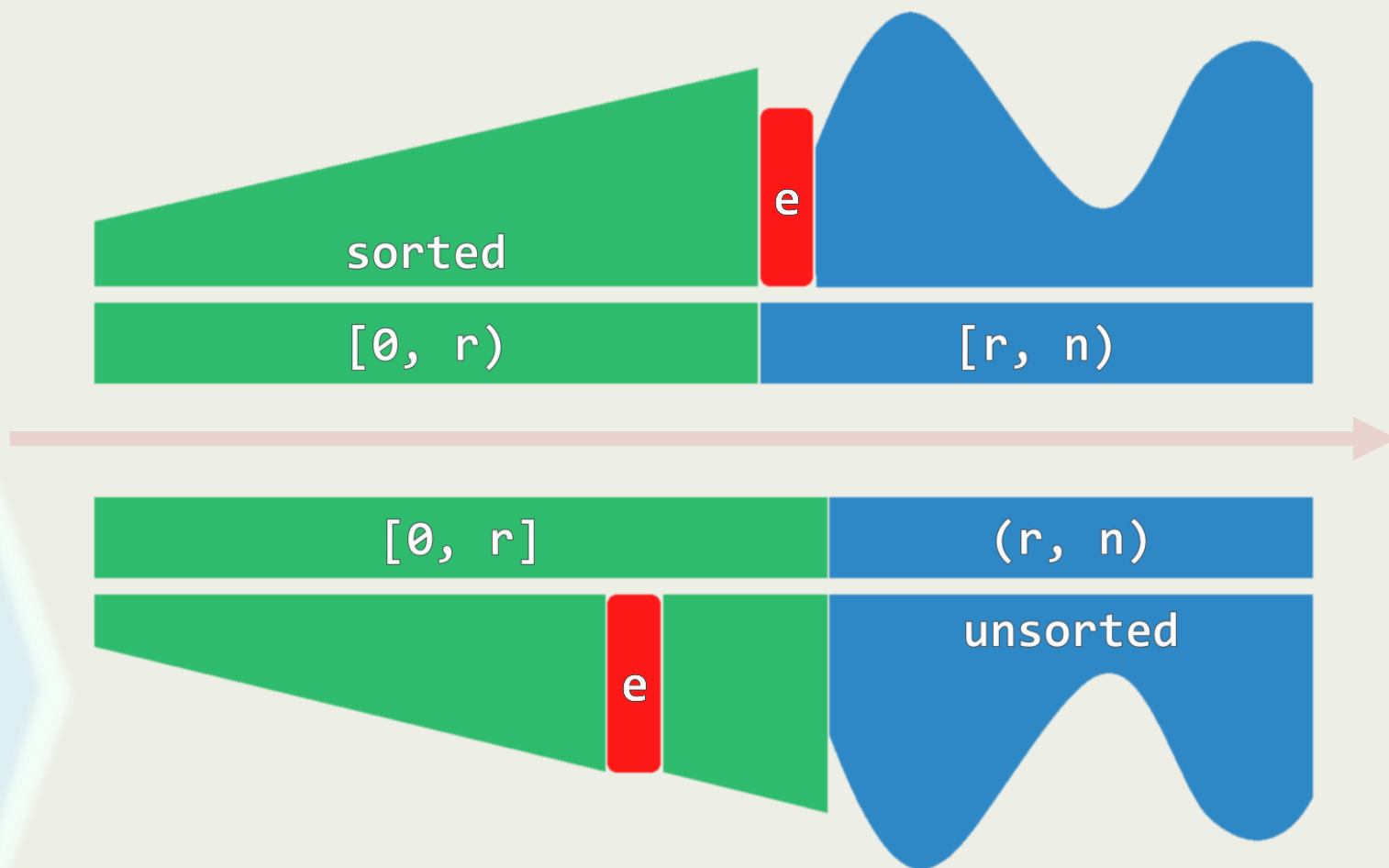
❖ 若共含 \mathcal{I} 个逆序对, 则

- 关键码比较次数为 $\mathcal{O}(\mathcal{I})$

- 运行时间为 $\mathcal{O}(n + \mathcal{I})$

//习题[3-11]

//输入敏感性



计数：任意给定一个序列，如何统计其中逆序对的总数？

❖ 蛮力算法需要 $\Omega(n^2)$ 时间；而借助归并排序，仅需 $\mathcal{O}(n \log n)$ 时间...

