

词典

排解冲突：平方试探

09-C5

三十六计，走为上计

我真的以为，这样何尝不是一种所谓的解脱
要背负的辛苦又有谁能够清楚，那内心的冲突

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

平方试探

❖ Quadratic Probing

以平方数为距离，确定下一试探桶单元

$$[\text{hash}(\text{key}) + 1^2] \% M$$

$$[\text{hash}(\text{key}) + 2^2] \% M$$

$$[\text{hash}(\text{key}) + 3^2] \% M$$

$$[\text{hash}(\text{key}) + 4^2] \% M$$

...

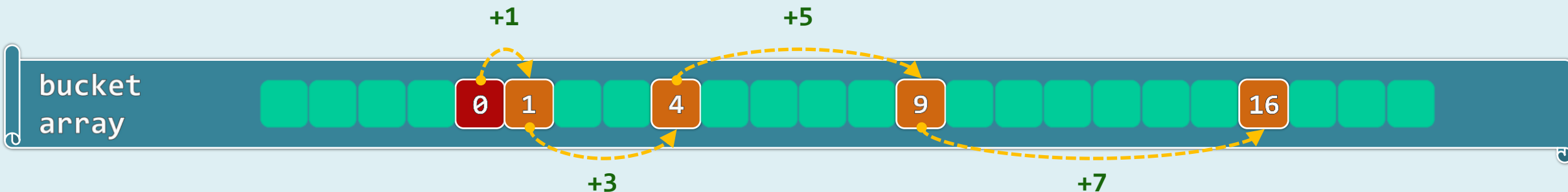
❖ 数据聚集现象有所缓解

- 试探链上，各桶间距线性递增
- 一旦冲突，可“聪明”地跳离是非之地

❖ 对于大散列表，I/O操作有所增加

❖ 只要有空桶，就...一定能...找出来吗？

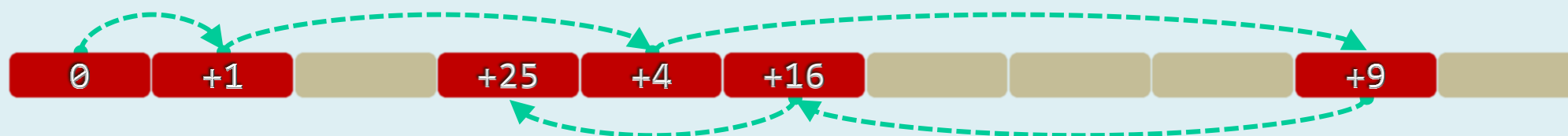
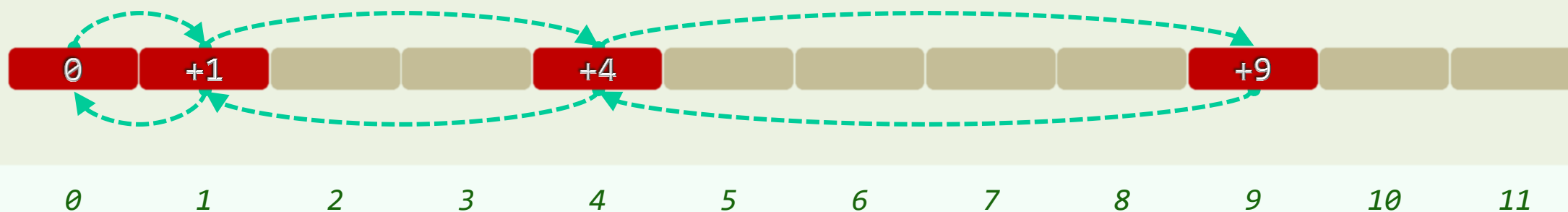
// 毕竟不是逐个试探



素数表长时，只要 $\lambda < 0.5$ 就一定能够找出；否则，不见得

❖ $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}^2 \% 12 = \{0, 1, 4, 9\}$

M若为合数： $n^2 \% M$ 可能的取值可能少于 $\lceil M/2 \rceil$ 种——此时，只要对应的桶均非空...



❖ $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}^2 \% 11 = \{0, 1, 4, 9, 5, 3\}$

❖ 若M为素数，则 $n^2 \% M$ 恰有 $\lceil M/2 \rceil$ 种取值，且由试探链的前 $\lceil M/2 \rceil$ 项取遍 //Quadratic Residue

每一条试探链，都有足够长的无重前缀

❖ 反证：假设存在 $0 \leq a < b < \lceil \mathcal{M}/2 \rceil$ ，使得

沿着试探链，第 a 项和第 b 项彼此冲突

❖ 于是： a^2 和 b^2 自然关于 \mathcal{M} 同余，亦即

$$a^2 \equiv b^2 \pmod{\mathcal{M}}$$

$$b^2 - a^2 = (b + a) \cdot (b - a) \equiv 0 \pmod{\mathcal{M}}$$

❖ 然而， $0 < b - a \leq b + a < \lceil \mathcal{M}/2 \rceil + (\lceil \mathcal{M}/2 \rceil - 1) \leq \lceil \mathcal{M}/2 \rceil + \lfloor \mathcal{M}/2 \rfloor = \mathcal{M}$

无论 $b - a$ 还是 $b + a$ 都不可能整除 \mathcal{M}

❖ 那么，另一半的桶，可否也利用起来呢...