

图

广度优先搜索：性质及规律

10-D4

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

啊，五环，你比四环多一环；啊，五环，你比六环少一环

# 边分类

❖ 经BFS后，所有边将确定方向，且被分为两类

❖  $(v, u)$  被标记为**TREE**时， $v$ 为**DISCOVERED**且 $u$ 为**UNDISCOVERED**



❖  $(v, u)$  被标记为**CROSS**时， $v$ 和 $u$ 均为**DISCOVERED** 或者  $v$ 为**DISCOVERED**而 $u$ 为**VISITED**



不论 $(v, u)$ 是有向边或无向边，两种情况均可能出现

# BFS树/森林

❖ 对于（起始于 $v$ 的）每一连通/可达分量， $\text{bfs}()$ 进入 $\text{BFS}(v)$ 恰好1次

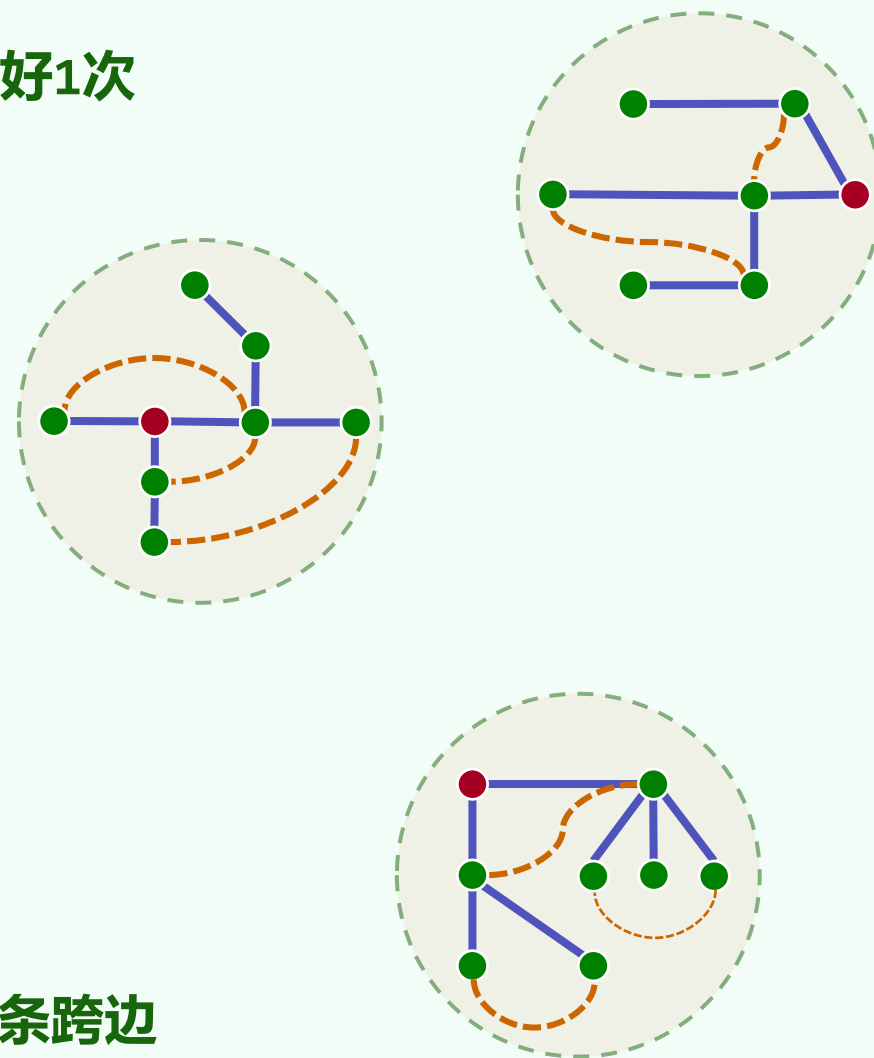
❖ 进入 $\text{BFS}(v)$ 时，队列为空； $v$ 所属分量内的每个顶点

- 迟早会以UNDISCOVERED状态进队1次
- 进队后随即转为DISCOVERED状态，并生成一条树边
- 迟早会出队并转为VISITED状态

退出 $\text{BFS}(v)$ 时，队列为空

❖  $\text{BFS}(v)$ 以 $v$ 为根，生成一棵BFS树

❖  $\text{bfs}()$ 生成一个BFS森林包含  $c$  棵树、 $n-c$  条树边和  $e-n+c$  条跨边



# 最短路径

❖ 无向图中，顶点 $v$ 到 $u$ 的（最近）距离记作 $\text{dist}(v, u)$

❖ BFS过程中，队列 $Q$ 犹如一条贪吃蛇

- 其中的顶点按 $\text{dist}(s)$ 单调排列
- 相邻顶点的 $\text{dist}(s)$ 相差不超过1
- 首、末顶点的 $\text{dist}(s)$ 相差不超过1
- 由树边联接的顶点， $\text{dist}(s)$ 恰好相差1
- 由跨边联接的顶点， $\text{dist}(s)$ 至多相差1

❖ BFS树中从 $s$ 到 $v$ 的路径，即是二者在原图中的最短通路

