

Максимална сума от поредни елементи

Дадено ви е цяло положително число N и масив A с N целочислени елемента. Намерете най-голямата сума на поредни елементи от този масив. (Задачата е давана в миналото на приеман изпит в софийската фирма Mobisystems - автор на най-популярния офис пакет "Office Suite" за OS Android преди излизането на мобилната версия на Microsoft Office)

Жокер: Наивното решение би било с два вложени цикъла да изчислим сумата навсички подредици на A , но това би ни довело до $1,000,000^2 = 10^{12}$ елементарни изчисления, което е много повече от позволените 10^9 за да влезем в даденото от журито време за изпълнение на програмата (обикновено 2 секунди).

Но дали наистина имаме нужда от пробването на всички подредици? Представете си че в момента сте изчислили сумата на подредицата от $A[\text{CurrentStartPos}]$ до $A[\text{CurrentFinalPos}]$.

Въпрос 1: Ако тази сума е отрицателна (равна на $\text{SomeNegativeNumber}$) има ли смисъл да смятаме сумите на следващите подредиците с край от $A[\text{CurrentFinalPos} + 1]$ до $A[N-1]$. За да има смисъл, то една от тези подредици, завършваща на $A[\text{MaxSumFinalPos}]$, трябва да ни даде максималната сума MaxSum от подредица на A , която търсим. Но ако това е така, то каква сума би ни дала подредицата започваща от $A[\text{CurrentFinalPos} + 1]$ до $A[\text{MaxSumFinalPos}]$ при положение че:

$$\text{MaxSum} = A[\text{CurrentStartPos}] + A[\text{CurrentStartPos} + 1] + \dots + A[\text{CurrentFinalPos}] + A[\text{CurrentFinalPos} + 1] + A[\text{CurrentFinalPos} + 2] + \dots + A[\text{MaxSumFinalPos}]$$

Тъй като вече имаме че: $A[\text{CurrentStartPos}] + A[\text{CurrentStartPos} + 1] + \dots + A[\text{CurrentFinalPos}] = \text{SomeNegativeNumber}$

Заместваме последното равенство в предпоследното и получаваме:

$$\text{MaxSum} = \text{SomeNegativeNumber} + A[\text{CurrentFinalPos} + 1] + A[\text{CurrentFinalPos} + 2] + \dots + A[\text{MaxSumFinalPos}]$$
$$\Rightarrow A[\text{CurrentFinalPos} + 1] + A[\text{CurrentFinalPos} + 2] + \dots + A[\text{MaxSumFinalPos}] = \text{MaxSum} - \text{SomeNegativeNumber}$$
$$\Rightarrow A[\text{CurrentFinalPos} + 1] + A[\text{CurrentFinalPos} + 2] + \dots + A[\text{MaxSumFinalPos}] = \text{MaxSum} + \text{SomePositiveNumber}$$
$$\Rightarrow A[\text{CurrentFinalPos} + 1] + A[\text{CurrentFinalPos} + 2] + \dots + A[\text{MaxSumFinalPos}] = \text{MoreThanMaxSum}$$

Следователно достигаме до противоречие че редицата $A[\text{CurrentStartPos}]$ до $A[\text{CurrentFinalPos} + \text{SomeOtherPositiveNumber}]$ би могла да бъде максимална, тъй

като редицата $A[\text{CurrentFinalPos} + 1] + A[\text{CurrentFinalPos} + 2].. + A[\text{CurrentFinalPos} + \text{SomeOtherPositiveNumber}]$ би ни дала по-голяма сума от нея. От това на свой ред следва че **НЯМА СМИСЪЛ ДА ПРОДЪЛЖАВАМЕ ДА ПРОБВАМЕ ДРУГИ ПО-ДЪЛГИ ПОДРЕДИЦИ ЗАПОЧВАЩИ ОТ $A[\text{CurrentStartPos}]$, АКО ВЕЧЕ СМЕ ПОЛУЧИЛИ ОТРИЦАТЕЛНА СУМА НА ТЕКУЩАТА ПОДРЕДИЦА ЗАПОЧВАЩА ОТ $A[\text{CurrentStartPos}]$.**

Въпрос 2: Ако подредицата $A[\text{CurrentStartPos}]$ до $A[\text{CurrentFinalPos}]$ е достигнала вече отрицателна сума $\text{CurrentNegativeSum}$ и всички предни подредици със същото начало са имали положителни суми (следствие от отговора на предния въпрос) има ли смисъл следващият CurrentStartPos (който ще обозначим с NewStartPos) да е в интервала $\text{CurrentStartPos}+1$ до CurrentFinalPos ? Ако имаше то означава че редица започваща от позиция NewStartPos в интервала от $\text{CurrentStartPos}+1$ до CurrentFinalPos потенциално би била максимална и равна на MaxSum :

$$\text{MaxSum} = A[\text{NewStartPos}] + A[\text{NewStartPos} + 1] + .. + A[\text{CurrentFinalPos}] + A[\text{CurrentFinalPos} + 1] + A[\text{CurrentFinalPos} + 2].. + A[\text{MaxSumFinalPos}]$$

Заместваме $A[\text{NewStartPos}] + A[\text{NewStartPos} + 1] + .. + A[\text{CurrentFinalPos}]$ с $\text{CurrentNegativeSum} - (A[\text{CurrentStartPos}] + A[\text{CurrentStartPos} + 1] + .. A[\text{NewStartPos}-1])$

$$\Rightarrow \text{MaxSum} = \text{CurrentNegativeSum} - (A[\text{CurrentStartPos}] + A[\text{CurrentStartPos} + 1] + .. A[\text{NewStartPos}-1]) + A[\text{CurrentFinalPos} + 1] + A[\text{CurrentFinalPos} + 2].. + A[\text{MaxSumFinalPos}]$$

$$\Rightarrow (A[\text{CurrentStartPos}] + A[\text{CurrentStartPos} + 1] + .. A[\text{NewStartPos}-1]) = \text{CurrentNegativeSum} + (A[\text{CurrentFinalPos} + 1] + A[\text{CurrentFinalPos} + 2].. + A[\text{MaxSumFinalPos}] - \text{MaxSum})$$

но $\text{MaxSum} \geq A[\text{CurrentFinalPos} + 1] + A[\text{CurrentFinalPos} + 2].. + A[\text{MaxSumFinalPos}]$, тъй като дясната част е една от всичките подредици на A

$$\Rightarrow (A[\text{CurrentStartPos}] + A[\text{CurrentStartPos} + 1] + .. A[\text{NewStartPos}-1]) = \text{CurrentNegativeSum} + (\text{SomeNonPositiveNumber})$$

$$\Rightarrow (A[\text{CurrentStartPos}] + A[\text{CurrentStartPos} + 1] + .. A[\text{NewStartPos}-1]) = \text{SomeOtherNegativeNumber2}$$

От което достигаме отново до противоречие, тъй като по допускане $(A[\text{CurrentStartPos}].. A[\text{NewStartPos}-1])$ - която е една от предните подредици - е с положителна сума.

Следователно **НЯМА НУЖДА ДА ТЕСТВАМЕ ЗАСТЪПВАЩИ СЕ ПОДРЕДИЦИ** и следващият нов CurrentStartPos ще бъде $\text{CurrentFinalPos} + 1$, когато сме достигнали до отрицателна сума на подредицата $A[\text{CurrentStartPos}].. A[\text{CurrentFinalPos}]$.

Мисля че алгоритъма е вече ясен: Инициализираме търсената резултатна максимална сума с `MAX_NEGATIVE_INT` и текущата сума на подредица с нула (в началото текущата подредица не съдържа елементи). Итериране всички елементи `A[CurrentFinalPos]` на масива `A` и добавяме текущия към текущата сума на подредица (инициализирана на 0 в началото). Максимизираме търсената резултатна сума с текущата сума на подредица. Ако текущата е отрицателна я правим равна на 0 (така неявно правим новата `CurrentStartPos` да е следващият итериран елемент - `CurrentFinalPos + 1`) и цикъла по `CurrentFinalPos` продължава да се върти. Реално не ни трябва да поддържаеме явна променлива за `CurrentStartPos`.

Input Format

На първият ред от входа ще получите броят елементи `N` на масива `A`. На следващите `N` реда ще получите поредните целочислени елементи `A[i]` на масива `A`.

Constraints

$1 \leq N \leq 1,000,000$
 $-1000 \leq A[i] \leq 1000$

Output Format

Изведете най-голямата сума от поредни елементи (един или повече) на масива `A`.

Sample Input 0

```
6
-1
4
-2
6
1
-7
```

Sample Output 0

```
9
```