

Сума

Даден е списък с N цели числа A_1, A_2, \dots, A_N . Може да си изберете някакво цяло число K и към всяко от числата A_i да прибавите $i * K$. Така A_1 става $A_1 + 1 * K$, A_2 става $A_2 + 2 * K$, ..., A_N става $A_N + N * K$. Въпросът е: колко най-малко трябва да е K , за да съществува отрязък от списъка (тоест един или повече негови последователни елементи), чиято сума е поне M .

Нека, например, $N = 5$, $M = 21$, и първоначалните числа в списъка са $(-5, 4, -13, -3, -7)$. Така, избирайки $K = 3$, числата биха станали $(-2, 10, -4, 9, 8)$, като сумата $10 - 4 + 9 + 8$ е по-голяма или равна на 21 (числото M). Може да се убедите, че това е и най-малкото K , при което това е възможно. Наистина, при $K = 2$ числата в списъка стават $(-3, 8, -7, 5, 3)$, като никоя част от него не е по-голяма или равна на 21 .

ЖОКЕР: За да успеете да решите тази задача задължително трябва да сте решили "Максимална сума от поредни елементи", тъй като тя се явява подзадача в тази. Ще използваме стратегията разделяй и владей и ще разбием задачата на две подзадачи:

Подзадача 1) Да пресметнем при фиксирано K (FixedK) дали може да се получи подредица със сума поне M . Извикваме решението на "Максимална сума от поредни елементи", но с масива от числа $[A_1 + 1 * K, A_2 + 2 * K, \dots, N * K]$ вместо с $[A_1, A_2, \dots, A_N]$. От него получваме MaxSum и ако тя е $\geq M$ функцията за подзадача 1 връща `true` (възможно е при $K = \text{FixedK}$ да получим сума поне M на някоя от всички възможни подредици), в противен случай ($\text{MaxSum} < M$) връща `false`.
Подзадача 2) Да намерим тази стойност на K , при която $\text{подзадача1}(K) = \text{true}$, а $\text{подзадача1}(K-1) = \text{false}$. Това ще ни даде най-малката стойност на K , при която може да се получи сума на подредица поне M .

Наивна стратегия: Да пробваме всички $K = \text{MIN_K}.. \text{MAX_K}$ (намерете сами колко е MIN_K и MAX_K : MIN_K е тази стойност при която със сигурност всички елементи на редицата $A_i + i * K$ ще са неположителни, а MAX_K ще е тази при която със сигурност всички елементи на редицата $A_i + i * K$ ще са по-големи или равни на M , което от своя страна е максимум $1,000,000,000$). Но в този случай бихме извършили максимално $N * (\text{MAX_K} - \text{MIN_K})$, което според мен е $10,000 * (1,002,000,000) \sim 10^{13}$. Това число е много по-голямо от 10^9 и няма да влезете по време.

Оптимизирана стратегия: ДВОИЧНО ТЪРСЕНЕ с предикатна (`bool`) функция (около една или две от около 12 задачи от всяка олимпиада по програмиране се решават с този метод). Който не е запознат с базовия алгоритъм за ДВОИЧНО ТЪРСЕНЕ в

сортиран масив, задължително да се консултира на следните адреси:

Програмиране = ++Алгоритми (Programming = ++Algorithms) - страница 246

<http://www.informatika.bg/lectures/binary-search>

<https://www.geeksforgeeks.org/binary-search/>

https://en.wikipedia.org/wiki/Binary_search_algorithm

Дефинираме целочислен интервал [LEFT_K, RIGHT_K] на възможните отговори за K. В началото той ще е [LEFT_K=MIN_K, RIGHT_K=MAX_K]. На всяка стъпка ще стесняваме интервала на половина, докато LEFT_K < RIGHT_K и когато те станат равни това ще е отговорът на задачата. Как да стесним интервала? Ще използваме подзадача 1. Вземаме текущото средно $MIDDLE_K = (LEFT_K + RIGHT_K - 1) / 2$. Ако подзадача1(MIDDLE_K) == true то ние не се интересуваме от стойностите на $K > MIDDLE_K$, тъй като те няма да са минималната възможна стойност за K и стесняваме интервала на [LEFT_K, MIDDLE_K], като правим RIGHT_K = MIDDLE_K. Ако подзадача1(MIDDLE_K) == false то ние не се интересуваме от стойностите на $K \leq MIDDLE_K$, тъй като те биха имали суми за всяка от подредиците по-малки или равни на сумата на същата подредица за $K=MIDDLE_K$ и също като MIDDLE_K няма да могат да постигнат сума M. В този случай стесняваме интервала на [MIDDLE_K+1, RIGHT_K], като правим LEFT_K = MIDDLE_K+1. Завъртаме цикъла, докато RIGHT_K > LEFT_K. Когато станат равни, това е отговорът на задачата ни.

Сложността на алгоритъма е $O(N \cdot \log_2(MAX_K - MIN_K))$, което се равнява на около $10,000 * \log_2(1,002,000,000) \sim 10,000 * 30 = 300,000$ за един тест. $300,000 * 25$ теста = 7,500,000 е много по-малко от 10^9 .

Ако не се сещате колко са MIN_K и MAX_K, то даже и MIN_K = (MIN_NEGATIVE_LONG_LONG + 1,000,000)/10000 и MAX_K = (MAX_POSITIVE_LONG_LONG - 1,000,000)/10000 ще ви свършат работа. Двоичното търсене лесно ще ги сведе до максимум 64 (вместо 30) стъпки за откриване на K. Прибавям/вадя 1,000,000 и делия на 10000, за да не стане препълване, когато AN става $AN + N \cdot K$.

Input Format

На първия ред на стандартния вход ще бъде зададено цялото число T – броя тестове, които вашата програма трябва да обработи. Всеки тест е зададен на два реда. На първия от тях са дадени целите числа N и M – съответно броя числа в списъка и минималната търсена сума. На следващия ред са зададени N на брой цели числа A1, A2, ..., AN – първоначалните числа в списъка.

Constraints

$$1 \leq T \leq 25$$

$$1 \leq N \leq 10,000$$

$$1 \leq M \leq 1,000,000,000$$

$$-1,000,000 \leq A_i \leq 1,000,000$$

Output Format

За всеки тест на отделен ред изведете минималната стойност на K , която удовлетворява изискването.

Sample Input 0

```
2
5 21
-5 4 -13 -3 -7
10 42
5 17 -4 13 0 0 21 17 11 19
```

Sample Output 0

```
3
-1
```