

Прости числа 1

Простите числа представляват интерес за много хора, от много дълго време. Освен това се появяват сравнително често на състезания по програмиране. Именно за това в настоящата задача ще трябва да напишете програма, която да отговаря на серия от различни типове заявки върху простите числа в интервала $[2, 10^8]$.

Жокер: В задачи, подобни на тази се използва подхода *precomputing*. Идеята е веднъж, в началото на програмата да генерираме и запазим всички възможни отговори, за които очакваме да бъдем питани, след което за всяка заявка да извеждаме отговора с константна или логаритмична сложност. За да можем да отговаряме на заявките, предварително трябва да намерим всички прости числа в интервала $[2; 10^8]$. След което за повечето от тях ще прилагаме различни модификации на двоично търсене върху вече намерените прости числа (с логаритмична сложност), а за заявката за най-малък прост делител ще отговаряме с константна сложност. Важно е да се спомене, че в процеса на търсенето на простите числа и запазването им в масив те са сортирани в нарастващ ред, което ни позволява да използваме двоичното търсене.

Оптимизиран алгоритъм за намиране на прости числа:

Ще разгледаме сравнително прост алгоритъм за намиране на всички прости числа (по-големи от едно цели числа, които се делят само на себе си и на едно) в интервала $[2; N]$. Най-известния алгоритъм за тези цел е не без известния алгоритъм "Решето на Ератостен". ЗАДЪЛЖИТЕЛНО ПРОЧЕТЕТЕ ЗА "Решето на Ератостен" (Eratosten's Sieve) В ИНТЕРНЕТ, ИНАЧЕ ЩЕ ВИ Е ТРУДНО ДА РАЗБЕРЕТЕ ДОЛУОПИСАНИЯ АЛГОРИТЪМ. Той обаче има сложност $O(N \log \log N)$. Съществува линеен алгоритъм, който е над два пъти по-бърз, но негов недостатък е че заема памет от порядъка на N (както и "Решето на Ератостен"), което го прави неприложим за $N > 10^8$. Въпреки това той е особено полезен и поради един свой „страничен ефект“ – факторизация (представяне на дадено число, като произведение само от прости числа) на всички числа в интервала $[2; N]$, което може да бъде полезно в някои задачи.

Описание на алгоритъма: Алгоритъма се базира на теоремата, че всяко цяло число X , може да бъде представено по единствен уникален начин:

$$X = P_{\min} \cdot I_{\text{unique}}$$

където P_{\min} е най-малкото, просто число делящо X , а I_{unique} е единствено уникално

число. Доказателството е очевидно: Ясно е че най-малкото, просто число делящо X е конкретно уникално число. $I_{\text{unique}} = X / P_{\min}$. Щом X и P_{\min} са уникални, то следва, че и частното им е уникално.

Нека $lp[]$ е масив, инициализиран с нули, в който за всяко i в интервала $[2;N]$ ще пазим неговия най-малък прост делител, а намерените до момента прости числа ще пазим в масива $pr[]$.

За всяко i от 2 до N разглеждаме следните два случая:

$lp[i] == 0$ – това означава, че i е просто, следователно няма други делители, а оттук $lp[i] = i$, след което добавяме i в края на $pr[]$.

$lp[i] \neq 0$ – това означава, че i е съставно и неговия най-малък прост делител се явява $lp[i]$.

За всяко просто число $pr[j] \leq lp[i]$ е вярно, че съществува съставно число $x_j = i * pr[j]$, за което $pr[j]$ е най-малкия му прост делител, а i е уникално число, т.е. $lp[x_j] = pr[j]$. Ако $pr[j] > lp[i]$, то уникалното представяне на x_j според горната теорема щеше да е $x_j = i * pr[j] = lp[i] * (i * pr[j] / lp[i])$ и i нямаше да е $I_{\text{unique}} = (i * pr[j] / lp[i])$ за това x_j , при което $pr[j] > lp[i]$. Използвайки това, запълваме всички възможни кратни на i $lp[x_j]$ елементи на $lp[]$, за които $pr[j] \leq lp[i]$, по следния начин: Въртим цикъл по j , докато $j < pr.size()$ (броя на намерените прости числа до момента) и $pr[j] \leq lp[i]$ и $i * pr[j] \leq N$. В цикъла маркираме, че числото $x_j = i * pr[j]$ не е просто и има най-малък прост делител $pr[j]$, така: $lp[i * pr[j]] = pr[j]$. След края на изпълнението на гореописания алгоритъм масива $pr[]$ ще съдържа всички прости числа в интервала $[2;N]$

При изпълнение на заявките използвайте двоично търсене в масива $pr[]$, чрез `std::lower_bound(pr.begin(), pr.end(), SEARCHED_VALUE)` или `std::lower_bound(pr, pr + 100000000, SEARCHED_VALUE)`, ако $pr[]$ е стандартен C/C++ масив.

Input Format

Разгледайте следващата таблица, описваща типовете заявки и очаквания отговор за всяка от тях:

Тип заявка	Очакван отговор
A a b	Броя на простите числа в интервала [a, b].
B k	Най-малкият прост делител на k.
C k	1 - ако k е просто число и 0 в противен случай.
D k	1 - ако k обърнато на обратно (след премахването на водещите нули, ако има такива) е просто число и 0 - в противен случай.
E k	Най-близкото просто число до k. Ако две числа са еднакво близо до k, да се изведат и двете в нарастващ ред.
F k	Броят на простите числа, по-малки от k.
quit	Прекратяване изпълнението на програмата.

Първият символ за всяка от командите може да е малка или главна латинска буква.

Constraints

Числата в заявките са в интервала $[2, 10^8]$

Output Format

За всяка заявка от поредния ред от входните данни, изпечатайте отговорът за нея на нов ред.

Sample Input 0

```
A 3 7
B 176
C 95
D 11
E 5
F 20
E 6
quit
```

Sample Output 0

```
3
2
0
1
5
8
5 7
```