

split_in_half

Дадено е множество S от цели положителни числа (числата в него могат и да се повтарят). Тегло $t(S)$ на множеството S наричаме сумата от елементите му. Да се раздели множеството на две части S_1 и S_2 така, че теглата на двете части да бъдат максимално близки, т.е. $|t(S_1) - t(S_2)|$ да е най-малкото възможно число.

Жокер: Задачата е от динамично програмиране (Братска подялба).

В нашата задача $t(S_1) =$ сумата от всички $t(S)$ числа минус $t(S_2)$. Като заместим във формулата се получава $|t(S_1) - t(S_2)| = |(t(S) - t(S_2)) - t(S_2)| = |t(S) - 2 * t(S_2)|$. Ако приемем, че $t(S_2)$ е търсената по-малка сума $\Rightarrow t(S_2) \leq t(S_1)$ и заместим $t(S_1) = t(S) - t(S_2)$ в неравенството получаваме, че $t(S_2) \leq t(S) - t(S_2) \Rightarrow 2 * t(S_2) \leq t(S) \Rightarrow t(S_2) \leq t(S) / 2 \Rightarrow |t(S) - 2 * t(S_2)| = t(S) - 2 * t(S_2)$. От това че търсим минимума на $t(S) - 2 * t(S_2)$ при $t(S_2) \leq t(S) / 2$ следва, че $t(S_2)$ е най-голямата сума по-малка или равна на половината от сумата на всички числа.

Основната идея на динамичното програмиране е, че имайки помощните стойности (в тази задача това са сумите на всички подмножества с N елемента) от които се е получил отговора на задачата (най-голямата от тези сума, която е по-малка или равна на половината от сумата на всички числа) за дадено N и прилагайки някаква проста рекурентна формула можем да получим всички възможни помощни стойности (сумите на всички подмножества с $N + 1$ елемента), които за нужни за да открием отговора на задачата за $N+1$ (досегашните N елемента плюс още един нов елемент A_{N+1}). В нашата задача множеството от сумите на всички подмножества с $N+1$ елемента включва всичките суми от подмножества на първите N елемента плюс още толкова елемента, които се генерират, като към всяка от сумите на подмножествата от първите N елемента се прибави новия $N+1$ -ви елемент. Записано формално, казаното изглежда така:

Нека $S_n = \{A_1, A_2, \dots, A_{n-1}, A_n\}$ и $SUMS(S_n) = \{SUM_1, SUM_2, \dots, SUM_{p-1}, SUM_p\}$

Добавяме новият елемент A_{n+1}

$S_{n+1} = S_n \cup \{A_{n+1}\} = \{A_1, A_2, \dots, A_n, A_{n+1}\} \Rightarrow$

$\Rightarrow SUMS(S_{n+1}) = SUMS(S_n) \cup \{SUM_1 + A_{n+1}, SUM_2 + A_{n+1}, \dots, SUM_{p-1} + A_{n+1}, SUM_p + A_{n+1}\} = \{SUM_1, SUM_2, \dots, SUM_{p-1}, SUM_p, SUM_1 + A_{n+1}, SUM_2 + A_{n+1}, \dots, SUM_{p-1} + A_{n+1}, SUM_p + A_{n+1}\}$ - това е рекурентната формула за тази задача.

За да разберем по-добре Динамичното програмиране можем да направим аналогия между него и метода на индукцията в математиката - чрез него обикновено се доказват рекурентни формули (Примерно: $Фибоначи(N) = Фибоначи(N-1) + Фибоначи(N-2)$), които пък са основен инструмент при динамичното програмиране.

Да видим как действа практически рекурентната формула за тази задача.

1) В нашия случай при $N_i = 0$ нямаме никакви елементи и можем да приемем, че множеството от сумите на всички подмножества е $\{0\}$.

$N_i = 0, S_0 = \{\} \Rightarrow \text{SUMS}(S_0) = \{0\}$. Това се явява стартовия граничен случай на динамичното програмиране при който ние инициализираме стартовото множество с помощни стойности интерпретирайки логически правилно условието на задачата.

2) $N_i = 1, S_1 = \{A_1\} \Rightarrow \text{SUMS}(S_1) = \text{SUMS}(S_0) \cup (\text{SUM}_1 + A_1) = \{0, 0 + A_1\} = \{0, A_1\}$

3) $N_i = 2, S_2 = \{A_1, A_2\} \Rightarrow \text{SUMS}(S_2) = \text{SUMS}(S_1) \cup (\text{SUM}_1 + A_2, \text{SUM}_2 + A_2) = \{0, A_1\} \cup \{0 + A_2, A_1 + A_2\} = \{0, A_1, A_2, A_1 + A_2\}$

4) $N_i = 3, S_3 = \{A_1, A_2, A_3\} \Rightarrow \text{SUMS}(S_3) = \text{SUMS}(S_2) \cup (\text{SUM}_1 + A_3, \text{SUM}_2 + A_3, \text{SUM}_3 + A_3, \text{SUM}_4 + A_3) = \{0, A_1, A_2, A_1 + A_2\} \cup \{0 + A_3, A_1 + A_3, A_2 + A_3, A_1 + A_2 + A_3\} = \{0, A_1, A_2, A_1 + A_2, A_3, A_1 + A_3, A_2 + A_3, A_1 + A_2 + A_3\}$

Тези изчисления продължаваме докато $N_i = N$ (въведено от конзолата за дадения пример).

Виждате че при този подход (копирайки предните суми и добавяйки към тях новото A_i) се получават всички възможни суми от подмножества на елементите A_i (те са N -те числа за всеки пример).

Тук възниква един проблем - множеството с всички суми за N_i елемента удвоява размера си двойно на всяка стъпка. При $N_i = \text{MaxN} = 1000$ то би трябвало да съдържа 2^{1000} елемента, а това си е много при положение че атомите във Вселената би трябвало да са около 2^{80} . Но този проблем се решава много лесно, като в текущото множество със сумите държим само уникалните суми. Колко максимум са те? Най-голямото число е 9999, числата са максимум 1000, така че максималната сума е $9999 * 1000 = 9999000$. Минималната е 2 (две числа по 1).

Всички суми са цели числа, следователно максималният бой на сумите е $9999000 - 2 + 1 = 9998999$, което е около 10,000,000. Спокойно можем да си заделим булев масив с 10,000,000 елемента и в него да маркираме дали сумата е била получена при предни изчисления на суми на подмножества и ако не е в този масив да маркираме с true, че сумата е вече генерирана. Множеството от всички текущи суми можем да реализираме с обикновен масив, който за $N_i = 0$ инициализираме с един нулев елемент. За дадено N_i итериране всички негови суми от $i-1$ елемента (до запомнената текуща дължина на масива преди да започнем да комбинираме с новото A_i). Към всяка от тях добавяме A_i . Ако в булевия масив не е била генерирана тази сума (false на позиция сумата) я маркираме с true, а към края на масива със всички текущи суми добавяме тази нова генерирана сума.

Едновременно с това проверяваме дали тя е най-добрия отговор ($\leq \text{SumAll}/2$ и по-голяма от предишната най-добра) и го обновяваме, ако тя е по-добра.

Оптимизирайте си кода за скорост, иначе може да не влезете по време (ако използвате `std::set` за уникалните суми вместо горе-описаната таблица с 10,000,000, може да не влезете по време). Внимавайте за излишни `if`-ове в най-вътрешния цикъл.

Input Format

Всеки пример започва с числото N – броя на елементите на множеството. Следват самите стойности на елементите – цели положителни числа, по-малки от 10000. Входът съдържа множество примери. Този път нямаме броя на примерите на първия ред, нито 0 след края на последния. Индикация за края на примерите е, че не може повече да се чете от конзолата: `cin.eof() == true` или `feof(stdin) != 0`. За нещастие този начин не е сигурен, тъй като, ако след последното число има интервал или нов ред (`\r` и/или `\n`), то `cin.eof() == true` или `feof(stdin) != 0` няма да сработи. По-добрият вариант е да инициализирате N с невъзможна стойност (примерно 0 - по условие, че $2 \leq N \leq 1000$). Ако след "`cin >> N`", N има все още същата невъзможна стойност (0) то входа от конзолата е свършил и няма други числа в него.

Constraints

$2 \leq N \leq 1000$ $0 < A_i < 10000$ Множеството (:) тестове не са повече от 12.

Output Format

За всеки пример от входа на нов ред да се отпечата теглото на по-лекото множество.

Sample Input 0

```
10
3 2 3 2 2 77 89 23 90 11
```

Sample Output 0

```
136
```