

Chapitre 6

Dépendances sensorimotrices associatives

Quelle signification pourrait avoir la notion de spatialité d'une dépendance sensorimotrice associative ? Les propriétés d'une dépendance de la forme $s = \varphi(m)$ entre des variables sensorielles et motrices multidimensionnelles peuvent-elles réellement caractériser la dimension de l'espace dans lequel l'organisme évolue ? Peuvent-elles caractériser les différents types de déplacements dans cet espace ? En premier lieu, peuvent-elles simplement distinguer entre ces changements particuliers que sont les déplacements d'un objet de l'environnement, et ces autres changements que sont les changements d'intensité sonore ou lumineuse ?

Qu'il puisse y avoir une réponse positive à ces questions n'est en aucune manière évident¹. On peut naturellement douter de l'idée que les propriétés intrinsèques d'une dépendance de la forme $s = \varphi(m)$, i.e. les propriétés indépendantes de la représentation des variables sensorielles et motrices, permettent de caractériser la dimension d'un espace sous-jacent ou de fonder une distinction très élaborée entre différents types de modifications de la dépendance. En effet, il est aisé de se convaincre que les seules propriétés intrinsèques d'une dépendance associative sont, d'une part, le nombre de variables motrices, et, d'autre part, les propriétés d'équivocité de la dépendance – les

¹Ce ne l'était en tout cas pas pour moi, c'est d'ailleurs la raison pour laquelle mon état d'esprit, au cours des travaux décrits dans ce qui suit, était que tout argument suggérant qu'il existe une réponse est bon à prendre. Cela explique une certaine facilité à considérer, en première approche, des hypothèses d'un réalisme assez approximatif.

cas où différentes valeurs des variables motrices sont associées à une même valeur des variables sensorielles.

Cela apparaît clairement lorsqu'on se restreint au cas particulier de dépendances sensorimotrices qui sont linéaires dans une certaine représentation des variables sensorielles et motrices, i.e. de la forme $s = Am$ dans la bonne représentation. Dans un tel cas, en effet, on voit de manière transparente que les seules propriétés intrinsèques de ces dépendances sont la dimension de l'espace (vectoriel) moteur et la dimension du noyau², des propriétés pour le moins rudimentaires et effectivement incapables d'apporter une réponse aux questions évoquées.

Par contre, un changement significatif intervient lorsqu'on considère qu'il ne s'agit pas d'analyser "dans l'absolu" les propriétés d'une dépendance $s = \varphi(m)$, hors de tout contexte, mais de *la mettre en correspondance avec une variété définie d'autres dépendances*, résultant d'un ensemble de configurations possibles de l'environnement. De ce point de vue, on peut espérer fonder une distinction catégorique entre différents changements de dépendances, selon la manière dont les dépendances associées peuvent être mises en correspondances les unes avec les autres au travers d'un répertoire d'adaptations sensorimotrices. Les deux articles suivants présentent une tentative d'avancer dans cette direction.

Quelques compléments sont proposés ensuite – venant d'abord plutôt soutenir l'approche, en section 6.3, puis plus critiques, en section 6.4. Enfin, la section 6.5 présente les grandes lignes d'une reformulation de l'approche qui, tout en gardant des limitations que j'essaie de détailler, me paraît plus cohérente, et d'une certaine manière plus sensorimotrice.

En préliminaire des articles, il faut noter que l'analyse pointe l'*existence* de certaines possibilités non triviales au niveau des interactions sensorimotrices, du fait des propriétés des dépendances sensorimotrices, mais ne propose pas de contrôles pour réaliser ces possibilités. Ainsi, le contrôle sensorimoteur effectivement mis en oeuvre pour poursuivre une cible, i.e. pour compenser son mouvement, est a priori basé sur un feedback sensoriel, alors que l'analyse proposée ne s'intéresse qu'à l'existence d'une commande motrice permettant cette compensation. Comme on l'a déjà dit, il

²C'est-à-dire : ces propriétés peuvent être déterminés indépendamment de la représentation des variables, et si ces propriétés sont égales pour deux dépendances, alors cela signifie que l'on considère une même dépendance dans des représentations différentes des variables sensorielles et motrices (on peut trouver un changement de représentation des variables telles que les deux dépendances soient identiques).

s'agit uniquement d'analyser certaines *contraintes* existant sur les interactions sensori-motrices.

6.1 Article : Is There Something Out There ?...

L'article "*Is There Something Out There ? Inferring Space from Sensorimotor Dependencies*" est focalisé sur la notion de dimension. Il considère le cas d'un organisme contrôlant un grand nombre de capteurs articulés dans un environnement extrêmement simplifié, dont chaque configuration impose une dépendance associative entre les stimulations sensorielles et les commandes motrices. L'article montre qu'il est possible de distinguer certains mouvements du dispositif ou de l'environnement associés aux modifications du système {organisme, environnement} laissant les stimulations sensorielles invariantes. Dans l'exemple considéré, ces mouvements correspondent aux mouvements rigides (du système sensoriel ou, de manière symétrique, de l'environnement), et la dimension du groupe de symétries de l'espace sous-jacent aux dépendances apparaît donc comme étant effectivement une propriété de leur ensemble.

Is There Something Out There? Inferring Space from Sensorimotor Dependencies

D. Philipona

david.philipona@polytechnique.org
Sony CSL, 75005 Paris, France

J.K. O'Regan

oregan@ext.jussieu.fr
Laboratoire de Psychologie Expérimentale, CNRS, Université René Descartes,
92774 Boulogne-Billancourt Cedex, France

J.-P. Nadal

Jean-Pierre.Nadal@lps.ens.fr
Laboratoire de Physique Statistique, Ecole Normale Supérieure,
75231 Paris Cedex 05, France

This letter suggests that in biological organisms, the perceived structure of reality, in particular the notions of body, environment, space, object, and attribute, could be a consequence of an effort on the part of brains to account for the dependency between their inputs and their outputs in terms of a small number of parameters. To validate this idea, a procedure is demonstrated whereby the brain of a (simulated) organism with arbitrary input and output connectivity can deduce the dimensionality of the rigid group of the space underlying its input-output relationship, that is, the dimension of what the organism will call physical space.

1 Introduction ---

The brain sits inside the cranial cavity monitoring the neural signals that come into it and go out of it. From this processing emerge the notions of self, outside space, objects within that space, and object attributes like color, luminosity, and temperature. Even simple organisms that have little or no cognitive ability clearly possess these concepts at least implicitly, since they show spatially adapted behavior like locomotion, navigation, grasping, and discrimination of different objects.

How is this possible? What kind of algorithms must be at work inside biological brains for these notions to be extracted from the neural activity in a mass of unlabeled nerve fibers? Do brains have this capacity because phylogeny has yielded a brain structure that is specially adapted to understanding the notion of space?

Here we investigate a more radical hypothesis: the possibility that what brains do is to continuously calculate statistics on their neural activity in an attempt to characterize it using a small number of parameters. We take the extreme case where the brain has absolutely no a priori information about outside physical space (whether it exists at all, whether it has a metric, whether it is Euclidean, how many dimensions it possesses). We assume that the linkage between motor commands and the resultant motions of the organism is unknown to the brain and totally arbitrary. We further assume that the brain has no information about what nerve pathways correspond to sensors sensing internal or external states.

We show that there is a simple procedure that a brain can use to arrive at a distinction between the body, which it can control, and the outside world, which it cannot completely control. There is a simple algorithm that leads to a characterization of the number of variables necessary to describe the organism's body (insofar as the body states affect incoming sensory information).

Further, and most interesting, we show that the brain can deduce the dimensionality of outside physical space and the number of additional non-spatial parameters needed to describe the attributes of objects or entities within it.

Our hypothesis is therefore that what biological organisms perceive as being the limits of their bodies, as well as the geometry and dimensionality of space outside them, are deducible, without any a priori knowledge, from the laws linking the brain's inputs and outputs. The approach we are taking derives from the basic idea that the basis of sensory experience consists in extracting and exercising laws of sensorimotor dependencies (O'Regan & Noë, 2001).

2 A Simple Organism

Let us imagine a simple organism consisting of an articulated arm fixed to the ground (see Figure 1). At the end of each of its fingers is an eye composed of a number of light-sensitive sensors. Imagine in addition that the organism has proprioceptive devices that signal the position of the different parts of the arm. The environment, we shall suppose, consists of a set of lights. The signals provided by the sensors are transmitted to a brain that controls effectors that move the arm.

Let us suppose that the brain has no a priori knowledge about the body that it is connected to and that this body is the sole connection it has to the outside world. What comprehension of this "exterior" can the brain attain, and how can it be obtained?

Certainly the simplest thing the brain can do is to start by trying various motor commands at random. Gradually, the brain will notice that it can make a distinction among the mass of sensory inputs that it receives. It will notice that certain inputs, or certain combinations of inputs, always react

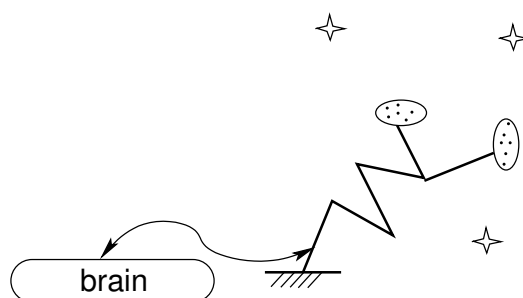


Figure 1: A simple organism consisting of an articulated arm with two “fingers” and a composite “eye” mounted on each.

the same way to motor commands, while the other inputs show only partial, unsystematic relations to motor commands. What is the natural conclusion that the organism can deduce from this fact? It is the fact that its universe can be separated into a part that the organism can completely control and a part that the organism can only partially control.

We shall call the first part, over which it has complete control, the organism’s *body* and the second part the organism’s *environment*. We shall call the first type of inputs *proprioceptive* and the others *exteroceptive*.¹ We shall say the *body is stationary* when proprioception is constant, and we shall say the *environment is stationary* when exteroception is constant.² Note that since the organism is totally naïve about its environment (and even about the fact that there is such a thing at all as an environment), it has no choice but to define these notions.

The brain can now attempt to understand its environment. Changes that occur in exteroceptive sensors when the body is stationary can be taken to derive from the environment. We shall assume that the brain attempts to account for these changes, which are defined in the very high-dimensional space of the number of exteroceptors, in terms of a much smaller number of parameters. For example, in the case of the articulated arm, there may be 40 photoreceptors, but their outputs are completely determined by a much smaller number of parameters: the positions of the three lights in

¹ We follow the terminology used in Kandel, Schwartz, and Jessell (2000) and stress that exteroceptive sensors are sensitive not only to changes of the environment but to motion of the body as well, while proprioceptive are sensitive to changes of the body only (which is more restrictive than the usual use of this term). Also, it should be noted that this distinction arises gradually: certain inputs that might at first seem completely determined by motor commands will later turn out in fact only to be partially determined by them.

² This definition is compatible with sensors sensitive to derivatives of position, since, for example, if both velocity and position are constant, then velocity must be zero.

the environment. We shall call the vector of this reduced parameter set a *representation of the state of the environment*.

The brain can also issue motor commands. When it does this sufficiently quickly, it can assume that most of the resulting changes in its exteroceptive input will be due to its own motion and not to motion of the environment. Again, a low-dimensional parameter set can be extracted from the exteroceptive changes that occur in this case, and we shall call the resulting vector a *representation of the exteroceptive body*.

The representation of the exteroceptive body is richer than the representation of the proprioceptive body in the sense that it provides a way for the organism to discover the relationship between its body and the state of the environment. Importantly, the organism can note that certain exteroceptive changes caused by motion in those body parts that bear sensors can be compensated by particular environmental changes. For example, in the example of the articulated arm, when the set of photoreceptors is displaced rigidly by an arm motion, there is a corresponding inverse rigid displacement of the environmental lights that can be made, which will cause exteroception to return to its original value. Note, however, that such compensations are possibilities that need never actually occur for our algorithm to work. It is unlikely that the environment would ever actually move in this particular rigid fashion. Note also that the notion of compensability derives in an intrinsic fashion from the fact that the response of a single set of sensors, namely the exteroceptive ones, varies as a function of two distinct sources of variation: body changes and environmental changes. Proprioceptive sensors, since they are sensitive only to a single source of variation body changes, do not provide information about this kind of compensability.

The notion of compensability, arising from the confrontation of two distinct sources of change within a single set of inputs, has fundamental implications for the genesis of the notion of space in an organism:

- Compensability defines a class of body movements with a particular structure. If the body makes such a movement, then the movement bringing the body back to its original position is also compensable. If the body makes two successive compensable movements, then the resulting global movement is also compensable. In other words, this class of movements has the mathematical structure of a group, whose identity element is stationarity. We shall call an element of this group a *compensable transformation* of the exteroceptive body. In the same way, we can define the group of compensable transformation of the environment and the group of compensated transformations of the body-environment system. By their definitions, these three groups are very closely related to each other.
- Compensability implies that there is something in common between certain body movements and certain environmental movements. It

now (but not before) becomes possible to say that body and environment are immersed in a single entity that we call *space*. Note that it is through the use of a sensorimotor approach that we have attained the notion of space: there can be no notion of compensability when we make only passive observations. It is through actions that arises the idea of an environment distinct from the body and through actions that is born the idea of a common medium through which to describe the body and the environment. In a similar vein, Poincaré (1895, 1902) pointed out the radical incommensurability between sensations originating in different sensory modalities, unified only by common motor acts needed to reach their sources.

Certain compensated transformations have an additional, special structure. They form a non-trivial subgroup, in the sense that the sensory consequences of two successive transformations of that particular kind may depend on the order in which they have been performed. Other compensated transformations can be applied before or after any other compensated transformations (including the previously mentioned ones) without changing anything from the sensory point of view. We will call the first transformations *rigid transformations* and the others *attribute transformations*. Indeed, the first group of transformations defines space, and the other transformations define changes over nonspatial attributes.

The terminology of *rigid transformations* comes from the fact that these transformations are exactly related to those spatial transformations of the body-environment system leaving the sensory inputs fixed. Thus, any metric defined over representations of space based on the sensory inputs only will have to be constant over these latter changes.

Since our organism is assumed to be totally ignorant about itself and its surroundings, it has no choice but to define rigidity; the same problem was encountered for the notion of stationarity. This means that if, for example, the physical laws obeyed by light changed according to the positions of the sensors, there would be a difference with the Euclidean notion of rigidity. But physicists themselves encounter the same problem in their conception of space, since they must also assume as given the notion of a rigid measuring rod.

We have attained the nontrivial conclusion that without observing its exteroceptive body “from the outside,” the brain can deduce that there exist transformations of the body-environment system that its exteroception is not sensitive to. These compensated transformations provide the brain with what it needs to ground its understanding of geometry.

It is worthwhile to point out the relation of our approach with that of Droulez and Berthoz (1991), Blakemore, Frith, and Wolpert (2001), and Blakemore, Wolpert, and Frith (2002), where it is proposed that the cerebellum attempts to subtract a prediction of the sensory consequence of its movements from the actually observed consequences in order to deduce

the changes that must have occurred in the environment. The similarity lies in the very general idea of analyzing the sensorial consequences of a movement of the body alone to understand the changes of the environment. This is a classical idea today. But it usually relies on a kind of platonic a priori about the existence of space and assumes that the role of the brain is to map its sensory inputs to some kind of objective archetype of the world and try to understand its sensations in relation to this abstract world. Here we used terms such as “representations of the state of the exteroceptive body” to describe what *we* (or the brain) conceive this world to be, without any relationship with an a priori model.

3 Mathematical Sketch

In order to make the preceding discussion more precise and in order to derive a simple, neuronally plausible algorithm, we present a sketch of a mathematical formalization. We illustrate only the essential aspects of our approach to show in a few steps how it is possible to deduce the dimension of the manifold of rigid transformations of outside “physical” space. The appendix provides suggestions for a more realistic implementation, and a second article will show, beyond the discovery of dimensions, how the group structure of these rigid transformations can be accessed and used.

We think that the problem we want to answer is precisely the problem addressed in differential geometry. Indeed, a usual way of introducing the aim of differential geometry is transparently summarized by saying that “to consider \mathcal{S} as a manifold means that one is interested in investigating those properties of \mathcal{S} that are invariant under coordinate transformations” (Amari & Nagaoka, 1993). If we think of the sensorimotor system as a highly redundant parameterization system to move in this manifold and make observations on it, then the goals are strikingly identical. The structure of the world consists in those properties that will be imposed on any sensorimotor system; the rest is an artifact of the specificities of bodies. It is in this spirit that we use the language of differential geometry, with the conviction it can provide insights.

Consider an environment whose set of all states E is a manifold \mathcal{E} of dimension e . Suppose the set of all observed sensory inputs S is a manifold \mathcal{S} of dimension s , and the set of all possible outputs M is a manifold \mathcal{M} of dimension m . Finally, suppose the environment imposes a “smooth enough” (meaning that we will consider the problem only in a region excluding the singularities of ψ) relation between sensory signals S and motor commands M :

$$S = \psi(M, E). \quad (3.1)$$

Note that with our definitions, we have $S = \psi(\mathcal{M} \times \mathcal{E})$.

Although the mathematics does not require it, to facilitate the discussion below, we shall consider the case where the manifolds involved are embedded in finite vector spaces and that (S, M) is a vector whose coordinates reflect the neural activities of the sensory and motor neurons at some time t . Making this choice has the consequence that the sensory inputs will have to be determined instantaneously by the motor output and the environment states. This is thus inappropriate for cases where the sensory inputs are determined by the integration over time of motor commands, as is the case when we control the rotation speed of the wheels of a robot, for instance. Our example would apply instead to a case where the neural motor activity would be enough to infer muscle elongation and thus the position of the body. However, we wish to emphasize that this choice of instantaneous relation between sensory and motor activities is not necessary from the mathematics and is mainly used to make the presentation here more intuitive. Furthermore, it will allow us to identify proprioception very easily.

Indeed, because we argue that geometry arises through compensability and that proprioceptive inputs cannot be compensated by any change of the environment, the first thing we want to do is to distinguish proprioceptive from exteroceptive inputs. This can easily be done in the previous model by locating inputs that do not change when a given definite motor order is issued and maintained. From now on, we shall be concerned only with exteroceptive inputs.

Following the method frequently adopted in motor control (Atkeson & Schaal, 1995; Vijayakumar & Schaal, 2000; Baraduc, Guigon, & Burnod, 2001, although we are not using a motor control approach $M = \varphi(S)$, but an approach on the contrary based on the observation of sensory consequences of motor commands) and the standard mathematical approach for dealing with manifolds, we shall focus on the tangent space $\{dS\}$ of S at some point $S_0 = \psi(M_0, E_0)$.

This is allowed by the smoothness of ψ , and it is important to note that this provides an exact theoretical ground for the considerations below, while the robustness of the local linear approximation we will make in practice is a different issue. Our aim was to show that the dimension of the rigid group of space is accessible through sensory inputs and to demonstrate the conceptual framework needed to access it. The actual implementation we used had no other purpose than illustration, and the question of its robustness for practical robotic applications has no incidence on our more theoretical point. The simple, neuronally plausible (Sejnowski, 1977; Oja, 1982; Sanger, 1989) tool we used to estimate these dimensions is principal component analysis (PCA), but any other method of dimension estimation would have been suitable.

This being said, two natural subspaces can be identified in $\{dS\}$: the vector subspace $\{dS\}_{dE=0}$ of sensory input variations due to a motor change only and the vector subspace $\{dS\}_{dM=0}$ of sensory input variations due to an

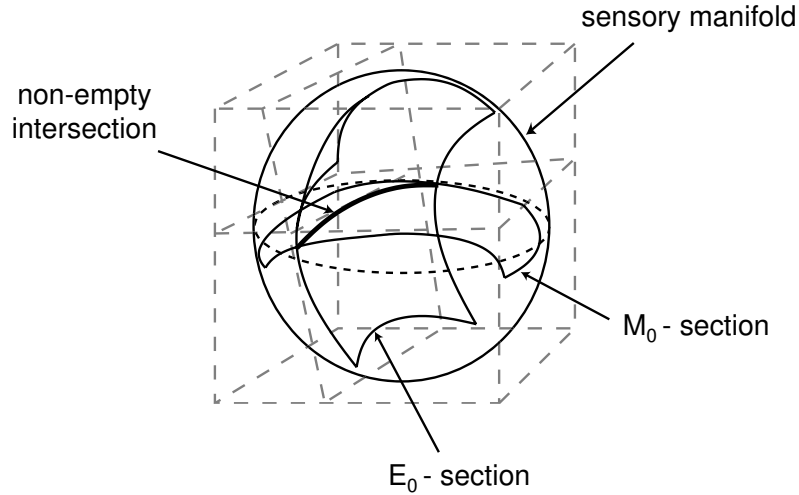


Figure 2: The sensory manifold in the neighborhood of S_0 , the E_0 and M_0 -sections (see text). These two manifolds are transverse, and their intersection is the manifold of the sensory inputs accessible through either motion of the exteroceptive body or motion of the environment.

environment change only. Since we have

$$dS = \frac{\partial \psi}{\partial M}|_{(M_0, E_0)} \cdot dM + \frac{\partial \psi}{\partial E}|_{(M_0, E_0)} \cdot dE, \quad (3.2)$$

we can remark that

$$\{dS\} = \{dS\}_{dM=0} + \{dS\}_{dE=0}. \quad (3.3)$$

What are the manifolds to which these subspaces are tangent? Starting from (M_0, E_0) , we can consider the sensory inputs obtained through variations of M only (E_0 -section $\equiv \psi(E_0, \mathcal{M})$) and sensory inputs obtained through variations of E only (M_0 -section $\equiv \psi(\mathcal{E}, M_0)$) (see Figure 2). $\{dS\}_{dE=0}$ and $\{dS\}_{dM=0}$ are the tangent spaces at the point S_0 of these manifolds, and the fact that their vectorial sum is the overall tangent space of \mathcal{S} means, by the definition of transversality, that the two sections are transverse (see, e.g., Laudenbach, 1999, for a basic description of transversality in submanifolds of \mathcal{R}^n). We will call $\mathcal{C}(M_0, E_0)$ their intersection, which is thus a manifold as well.

When the body is stationary, the dimension $\{dS\}_{dM=0}$ gives the number e of variables necessary for a local description of the environment. When the environment is stationary, the dimension $\{dS\}_{dE=0}$ gives the number $p \leq m$

of variables necessary to explain the variations in exteroceptive signals due to body motions, that is, the number of variables describing the exteroceptive body. When both M and E vary, $\{dS\}$ is not of dimension $p + e$ because the vector spaces generated by $\frac{\partial \psi}{\partial M}$ and $\frac{\partial \psi}{\partial E}$ do not necessarily have null intersection. Certain exteroceptive changes can be obtained equally from either dE or dM , as is the case when we move along $\mathcal{C}(M_0, E_0)$. This reduces the dimensionality of dS compared to the case where it is possible to identify the origin of the change unambiguously. When sensory changes from dE and dM mutually compensate for one another, we shall say that there has been a compensated infinitesimal movement of the body-environment system, and we shall say that the corresponding infinitesimal movement of the body (or the environment) is compensable (thus, implicitly, the term of compensated movement means a change of body-environment, while compensable movement means a change of either one alone). For simplicity we will drop the word *infinitesimal*, but it should always be kept in mind since we will mostly be dealing with the tangent spaces. This is justified because it is a basic result that the dimension of a tangent space is the dimension of the underlying manifold.

Since the exteroceptive body representation and the environment representation imply parameterizations of $\{dS\}_{dM=0}$ and $\{dS\}_{dE=0}$, there is a natural one-to-one correspondence between the set of compensated movements and the set of compensable movements of the body. The basic idea is that given a compensable movement of the body, only the environment movement yielding the opposite sensory consequence will, when taken together, yield a compensated movement of the body-environment system.³

We will now search for the relationships between the dimensions of all the entities we have defined. We have shown that the dimension of the space of compensated movements is the same as the dimension of the space of compensable body movements, and this dimension is accessible because there is a trivial one-to-one mapping of this space to $T = \{dS\}_{dM=0} \cap \{dS\}_{dE=0}$. Indeed, that $dS_{dM=0}$ is compensable means:

$$\begin{aligned} \exists dS_{dE=0} \text{ such that } dS_{dM=0} + dS_{dE=0} = 0 &\Leftrightarrow dS_{dM=0} \\ &= -dS_{dE=0} \Leftrightarrow dS_{dM=0} \in T. \end{aligned}$$

³ This is enough for our purpose, but (for the extension of this work) it is important to understand that this can be extended to noninfinitesimal movements by integration: given a compensable movement of the body (i.e., a curve tangentially compensable at any time), we can construct the movement of the environment whose tangent sensory change will cancel at any time the tangent sensory change yielded by the compensable movement. This is symmetrically true for compensable movements of the environment.

Thus, the space of the compensated movements has the dimension of T . But since

$$\begin{aligned} \dim\{dS\}_{dM=0} + \{dS\}_{dE=0} &= \dim\{dS\}_{dM=0} \\ &+ \dim\{dS\}_{dE=0} - \dim\{dS\}_{dM=0} \cap \{dS\}_{dE=0}, \end{aligned}$$

we finally have, with the use of equation 3.3,

$$d = p + e - b, \quad (3.4)$$

where $b = \dim\{dS\}$ and $d = \dim T = \dim \mathcal{C}(M_0, E_0)$.

We have consequently deduced the dimension of the manifold of the compensated transformations of the world. Note that this is actually more fundamental than simply the number of variables needed to describe this world: the manifold of compensable transformations is the operational aspect of the relation to the world that an organism will be most interested in.

In a subsequent, more technical article (in preparation), we demonstrate how the group structure of the underlying transformations can be accessed and defined through $\mathcal{C}(M_0, E_0)$. This will provide a way for the naive organism to understand its body and produce at will particular rigid transformations of its exteroceptive body, such as translations or rotations for instance. The dimension of the rigid group and the dimension of space will be found through the study of these transformations. For now, if we make the additional assumption that the organism can choose to perform only spatial movements, then we can say that we have accessed the dimension of the rigid group defining the space that the organism is embedded in.

A last point must be made concerning the distinction between proprioceptive and exteroceptive sensory inputs. In the preceding mathematical discussion, we have assumed we are dealing only with exteroception and that proprioception has been set aside. It might be thought that this is an unnecessary step, since in equation 3.4, proprioceptive dimensions surely would cancel out, since they would contribute equally to p and b . However, this is in general false. If we consider a case where the representation of the exteroceptive body intersects with the representation of the proprioceptive body, then describing this intersection will, in a moving environment, require two times the set of variables required in a fixed environment. Indeed, in a moving environment, exteroception and proprioception will be unlinked.

4 Experiments

4.1 Method. We present the results of a simulation of the example of the articulated arm described above. We additionally describe simulations for two further cases with interesting modifications of the organism. The details of the three experiments can be found in the appendix. A summary

Table 1: Summary of the Three Experiments.

Characteristics	Organism 1	Organism 2	Organism 3
Dimensions of motor commands	40	100	100
Dimensions of exteroceptive inputs	40	80	80
Number of eyes	2	4	4
Diaphragms	None	Reflex	Controlled
Number of lights	3	5	5
Light luminance	Fixed	Variable	Variable
Dimensions found for body (p)	12	24	28
Dimensions found for environment (e)	9	20	20
Dimensions found for both (b)	15	38	41
Deduced dimension of rigid group (d)	6	6	7

Notes: Proprioception does not play a role in the calculation and so is not shown in the table. The estimations given here are obtained from Figures 3c and 4. In Organism 3, the group of compensated transformations is different from the orthogonal Euclidean group because the organism has control over a nonspatial aspect of its body, namely the diaphragm aperture.

of the results is presented in Table 1. It should be stressed that the same kind of simulation could be done for any other arbitrary kind of device with sensory inputs and motor outputs.

In the first experiment, the arm had four joints and two eyes, and the environment consisted of three lights. Each eye consisted of a composite “retina” with 20 omnidirectionally (i.e., not directional) sensitive photo sensors mounted rigidly on a small, flat surface, attached to the end of a “finger,” one for each eye.

Each joint had four proprioceptive sensors whose output depended on the position of the joint, according to a fixed, randomly assigned law. The orientation of the eyes provided no proprioception.

The motor command moving the device was a 40-dimensional vector, which was converted by a fixed random function to the 12 values that determined the 3D spatial coordinates of the surfaces holding the two eyes and their orientations.

These particular choices were arbitrary: the purpose was merely to simulate a complicated sensorimotor relation that was unknown to the brain and had the property that the number of dimensions of the motor commands and of the sensory inputs should be high compared to the number of degrees of freedom of the physical system.

In the second experiment, we considered a more complex device with an arm having 10 joints, bearing 4 eyes. Each eye had a diaphragm or attenuator with an automatic “pupil reflex” that reduced light input to it in such a way that total illumination for the eye was constant. There were five light sources in the environment, and we now allowed their inten-

sity to vary. The dimensionality of the motor command and sensory input was also increased, respectively, to 100 (determining the 24 degrees of freedom of the four eyes, each having three positional and three orientational degrees of freedom) and 120 (determined by the 20 photosensors on each of the four eyes plus 40 proprioceptors). Again the purpose was to show that the complexity of the sensorimotor coupling was not a theoretical obstacle to our approach; neither were nonspatial body changes like the pupil reflex or nonspatial changes in the environment, like light intensity.

The third experiment was identical to the second except that now we made what we shall see is a theoretically very important modification: the diaphragms were now controlled by the organism instead of being determined automatically by the total illumination.

To do the simulation, we went through the four-stage procedure described in the previous section:

1. Proprioceptive input was separated from exteroceptive input by noting that proprioceptive input remains silent when no motor commands are given, whereas exteroceptive input changes because of environmental change.
2. We estimated the number of parameters needed to describe the variation in the exteroceptive inputs when only the environment changes. The algorithm issues no motor commands and simply calculates the covariance matrix of the observed environment-induced variations in sensory inputs. The dimension estimation is done by considering the eigenvalues of this covariance matrix. The eigenvalues λ_i should fall into two classes: a class with values all equal to zero and a class with nonzero values. We separated the two classes by a clustering method (see the appendix). The number of nonzero eigenvalues was taken as the number of dimensions.
3. We estimated the number of parameters needed to describe the variation in the exteroceptive inputs when only the body moved. The environment is kept fixed, and the algorithm gives random motor commands (see the appendix). We observe the covariance matrix of the resulting changes and estimate the dimension from the number of nonzero eigenvalues in the same way as before.
4. We estimate the number of parameters needed to describe the changes in exteroceptive inputs when both the body and the environment change. The environment is changed at random, and the organism gives random motor commands. The number of nonzero eigenvalues of the covariance matrix is obtained as before.

4.2 Results for Organism 1. We see that despite the high dimensionality of the outputs, the exteroceptive, and the proprioceptive inputs (40, 40, 20,

respectively), the brain is able to:

- Distinguish the 20 proprioceptive and 40 exteroceptive sensor inputs (see Figure 3a).
- Determine that only 12 parameters are necessary to represent its exteroceptive body—this corresponds to the three position and three orientation dimensions for each of the two eyes (see Figures 3b and 3c).
- Determine that 9 parameters are necessary to describe the environment, corresponding to three spatial dimensions for each of the three lights (see Figures 3b and 3c).

These results would seem to lead to the conclusion that the brain should observe $12 + 9 = 21$ degrees of freedom in the exteroceptive inputs when it lets body and environment move simultaneously, but instead only 15 are found (see Figures 3b and 3c). The brain thus concludes that there is a group of compensated movements of dimension $21 - 15 = 6$, which we know to be the Lie group of orthogonal transformations (3 translation and 3 rotations).⁴

4.3 Results for Organisms 2 and 3. In the second experiment, the algorithm deduced that 24 variables were needed to characterize the exteroceptive body, 20 were needed for the environment, and 38 were needed to characterize the exteroceptive inputs when both environment and body moved simultaneously (see the appendix). The group of compensated movements constituted by the brain therefore remained coherent with the usual Euclidean group, since the brain again arrived at a group of dimension $20 + 24 - 38 = 6$ (which is the same Lie group as before). We see that the notion of space constituted by the brain is insensitive to major variations in the complexity of the physical structure of the device and the details of its sensorimotor coupling.

The third experiment involved the same organism as the preceding example, but the aperture of the diaphragms was now controlled by the brain instead of being determined by an automatic reflex. This time the brain determined that 28 variables were needed to characterize the exteroceptive body. Twenty were needed for the environment and 41 for the exteroceptive inputs when both environment and body moved. Luminance in this example is a compensable variable, and we indeed found that we now have $28 + 20 - 41 = 7$ compensated variables instead of 6.

⁴ An elementary presentation of Lie groups can be found in Burke (1985). The orthogonal transformations are clearly a subset of the set of compensated movements, and the equality of dimensions guarantees equality of the groups. The idea that sensory information should be invariant under the Lie group of orthogonal transformations is a useful concept in artificial vision (Van Gool, Moons, Pauwels, & Oosterlinck, 1995) and image analysis (Rao & Ruderman, 1999).

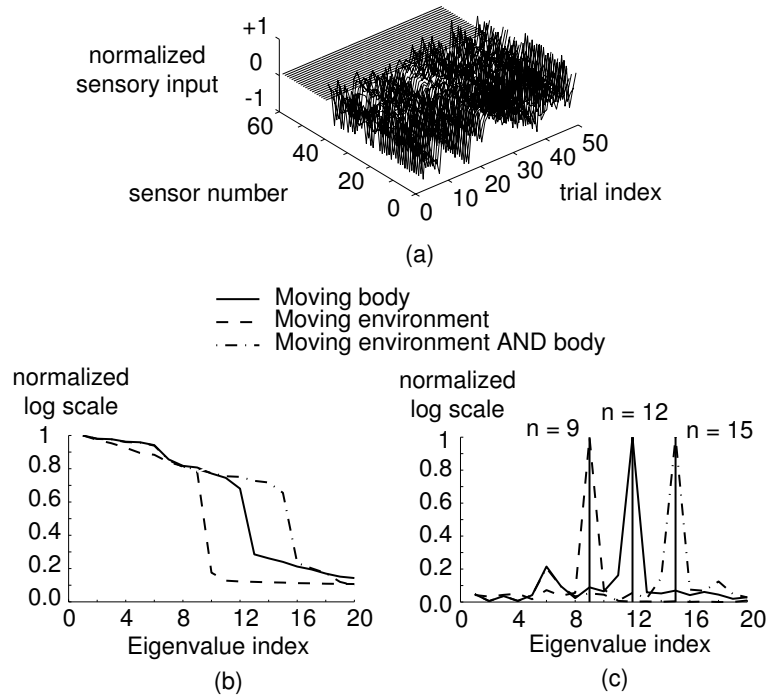


Figure 3: (a) Changes in the different inputs when no motor commands are given and the environment changes. The first 40 sensors depend on the environment (exteroceptive) and the 20 last ones do not (proprioceptive). (b) Eigenvalues of the covariance matrices in the three cases described in the text (normalized log scale : logarithm of the eigenvalues renormalized to lie in the range [0,1]). (c) Ratio of eigenvalue i to eigenvalue $i + 1$, where i is the eigenvalue index. The dimensions of the tangent spaces are taken to be equal to the number of significantly nonzero eigenvalues, and the maximum of this ratio indicates the biggest change in the order of magnitude of the eigenvalues (see the appendix).

The group structure, and more precisely commutativity of the transformation involving only luminance variations with any other transformation, still theoretically allows for the distinction between spatial transformations and attribute changes. But it is worthwhile to recall that Poincaré thought of geometry in terms of voluntary body motions. It would seem that he considered that only spatial changes were subject to voluntary control. If space is thus defined by the voluntary accessible set of sensory inputs, then the control of our diaphragms would surely have led us to a different conception of space than the one we have. If we define space through the properties of

commutativity of transformations operating on it, which is the hypothesis we favor, then the diaphragms are of no importance.

A second aspect of this third experiment should not be dismissed; it concerns the notion of environmental attributes. By allowing luminance to vary independently in the five lights, one might have expected that the brain would find five additional variables as compared to the case where luminance is fixed. However, the algorithm deduces that only a single additional compensable dimension need be introduced. This is because compensability of luminance with motions of the body-environment configuration is possible only in the case where all five lights vary simultaneously in luminance by a common factor. Thus, we see that the algorithm has extracted the presence of an additional feature dimension, luminance, independent of the number of lights that are present.

We wish to stress for the last time that the simulations presented here are considered simply as illustrations of our approach. We claim nothing about the optimality or robustness of the methods we have used. There is an active literature on the practical problems involved in estimating dimensionality and, more interesting, the parameterization of manifolds (Tenenbaum, 1998; Roweis & Saul, 2000; Tenenbaum, Silva, & Langford, 2000; Verbeek, Vlassis, & Kröse, 2002). Our purpose here was to show how, when taken in conjunction with a sensorimotor rather than merely sensory approach, such tools could be used by an organism to generate the notion of space.

5 Conclusion

We have shown that thanks to a sensorimotor approach, the notion of rigid group of space, where space is an abstract frame in which the brain has good reasons to embed its body and its environment, is accessible to an organism without any a priori knowledge. This shows why, in robotics and neurobiology, it may be fundamental to take sensory and motor information into account simultaneously. Indeed, we have shown that doing so provides a meaningful way of reducing the dimensionality of the problem of interacting with the environment. This is directly of interest for roboticians concerned with unsupervised learning. It is indirectly of interest for neurobiologists and cognitive scientists, since it favors the idea suggested in O'Regan & Noë (2001) that the brain should be studied from a sensorimotor approach rather than a stimulus-based or motor control approach: until now, it has never been shown how such an approach could access the notion of space, yet it is a notion we all know to be present in our brains.

Our approach represents a basically different approach than the dimension-reduction techniques that are usually employed, for instance, in pattern classification tasks for passive observers. Consider, for example, Roweis and Saul (2000), which does dimension reduction on a set of faces with different expressions. In this situation, the variables that can be used to parameter-

ize facial expressions will have no simple relation to the dimension of the space in which the faces are embedded. If such a technique is applied to samples of faces that can be both rigidly rotated and can change expression, the parameters determining these two types of change would not be differentiated. On the other hand, by the use we are suggesting here of an active observer and the notion of compensated variables, it is possible for our algorithm to make a principled distinction between rigid deformations like rotations and nonrigid variations like facial expression changes. Our approach induces a difference between simple feature spaces that do not distinguish attributes and geometry, and structured geometrical spaces.

Finally, perhaps the main interest of our approach is philosophical. Spatial reasoning is the basis of our comprehension of the world and our abstraction abilities, so much so that the nature of space itself has been considered to preclude scientific investigation. Ever since the revolution of non-Euclidean geometry more than a century ago, our Euclidean intuition of space has been considered to derive from our experience with the world and not from a mental *a priori*. But then if our notions of geometry derive from our relation with the world, to what extent do these notions depend on the world and to what extent do they depend on the way our sensorimotor systems are constructed? Could it be that the intuition of three-dimensional Euclidean space is a consequence of the structure of humans' sensorimotor systems rather than corresponding to "real" properties of the outside world?

To answer this question, we would have to know what we mean by "real" properties of the world, even though we obtain information about it only through our bodies and our sensors. This is problematic, since to understand the world, we must know about how our bodies and sensors are constructed. But how can we formulate such knowledge without presupposing a world within which the body and its sensors are embedded and whose concepts we use to describe those very bodies and sensors? It is because of this fundamental problem that we think it is fruitful to develop an abstract approach such as ours, in which the details of the workings of sensors and effectors play no role.

Our approach has shown that one reasonable deduction that brains can derive from the sensorimotor constraints they are exposed to is the notion of compensated movements. A brain can naturally infer that the structure of the derived compensated transformations of the world will be coherent with transformations derived by any other brain with the same sensorimotor capabilities but different details of implementation. Indeed, since the compensated group is precisely those changes of the body-environment system leaving perception unchanged, if there is a one-to-one smooth mapping from the perception of one organism to the perception of the other, then they will end up with the same rigid group. The subsequent consensual universality of this group makes it a good candidate for the status of physical reality. We believe that it may be this which lies at the basis of our notion of the orthogonal group of geometrical space.

Appendix

A.1 Experimental Details. The motor commands were simulated in the following way:

$$\begin{aligned} (Q, P, a) &= \sigma(W_1 \cdot \sigma(W_2 \cdot M - \mu_2) - \mu_1) \\ L &= \sigma(V_1 \cdot \sigma(V_2 \cdot E - \nu_2) - \nu_1) \\ S_{i,k}^e &= d_i \sum_j \frac{\theta_j}{\|P_i + \text{Rot}(a_i^\theta, a_i^\varphi, a_i^\psi) \cdot C_{i,k} - L_j\|^2} \\ S_i^p &= \sigma(U_1 \cdot \sigma(U_2 \cdot M - \tau_2) - \tau_1), \end{aligned}$$

where $W_1, W_2, V_1, V_2, U_1, U_2$ are matrices with coefficients drawn randomly from a uniform distribution between -1 and 1 , as are also the vectors $\mu_1, \mu_2, \nu_1, \nu_2, \tau_1, \tau_2$. This is equivalent to the choice of the measurement unit for the signals of our model. σ is an arbitrary nonlinearity, here the hyperbolic tangent function. The $C_{i,k}$ are drawn from a centered normal distribution whose variance, which can be understood as the size of the retina, was so that the sensory changes resulting from a rotation of the eye were of the same order of magnitude as the ones resulting from a translation of the eye.

Here are the notations used in the definition of the simulated sensorimotor law:

$Q = (Q_1, \dots, Q_q)$	positions of the joints
$P = (P_1, \dots, P_p)$	positions of the eyes
$a_i^\theta, a_i^\varphi, a_i^\psi$	Euler angles for the orientation of eye i
$\text{Rot}(a_i^\theta, a_i^\varphi, a_i^\psi)$	rotation matrix for eye i
$C_{i,k}$	relative position of photosensor k within eye i
$d = (d_1, \dots, d_q)$	apertures of diaphragms
$L = (L_1, \dots, L_p)$	positions of the lights
$\theta = (\theta_1, \dots, \theta_p)$	luminances of the lights
$S_{i,k}^e$	sensory input from exteroceptive sensor k of eye i
S_i^p	sensory input from proprioceptive sensor i
M, E	motor command and environmental control vector

In Organism 1, motor command M is a vector of size 40 and S a vector of size 40. The organism has four joints and two eyes with 20 photosensors each. The eyes are free to rotate in any way, including through torsion movements. θ and d are constants drawn at random in the interval $[0.5, 1]$.

Figures 3b and 3c present the results obtained for a linear approximation in a neighborhood of size 10^{-8} (this is to be understood with respect to the unit measure given by the previous matrix coefficients). Sensory inputs were generated from 50 motor commands and 50 environmental positions following a normal distribution with mean zero and standard deviation 10^{-8} . Coordinates differing from zero by more than the standard deviation were put equal to zero. This neighborhood size is the one that yielded the most significant separation between very small eigenvalues and non-null ones, but results could be found from about 10^{-5} . Generally, the size of validity for the linear approximation is related to the curvature of the sensory manifold, and there is no general answer to the question of what size the neighborhood should have.

Out of these 50 motor commands $\{dM_i\}$ and 50 environmental positions $\{dE_j\}$, we produced 50 sensory input changes $\{dS_i\}_{dE=0}$ resulting from the world configurations $\{(M_0 + dM_i, E_0)\}$, 50 sensory input changes $\{dS_j\}_{dM=0}$ resulting from the world configurations $\{(M_0, E_0 + dE_j)\}$, and $50 \times 50 = 2500$ sensory input changes $\{dS_{i,j}\}$ resulting from the world configurations $\{(M_0 + dM_i, E_0 + dE_j)\}$.

The results of the other two experiments (see Figure 4) were obtained with environmental lights having variable luminance. The organism had 10 joints and a diaphragm for each of its four eyes. Motor commands were of dimension 100. For Organism 2, the diaphragm aperture d_i of eye i was defined by the equation

$$\sum_k S_{k,i} = 1,$$

that is, the aperture adjusted automatically so as to ensure constant total illumination for eye i . For Organism 3, d was under its own control:

$$(Q, P, a, d) = \sigma(W_1 \cdot \sigma(W_2 \cdot M - \mu_2) - \mu_1).$$

Theoretically the eigenvalues of the covariance matrices of the three sample sets $\{dS_i\}_{dE=0}$, $\{dS_j\}_{dM=0}$, and $\{dS_{i,j}\}$, should fall into two classes—one with zero values and one with nonzero values. To distinguish these two classes we used a clustering method and supposed that the two classes V_1 and V_2 were such that each λ of V_1 was more comparable in size to other λ 's of V_1 than to all those of V_2 , and conversely. Finding the boundary between the two classes can thus be done by ordering the λ_i in decreasing order, and locating the value of i such that the ratio between λ_i and λ_{i+1} is largest (see Figures 3c and 4). We could also have used an approach similar to Minka (2001). It should be noticed that the nullity or non-nullity of the eigenvalues reflects a characteristic of space, but their absolute value reflects a characteristic of the sensorimotor system. This is where lies the practical aspect of our problem as compared with the theoretical one.

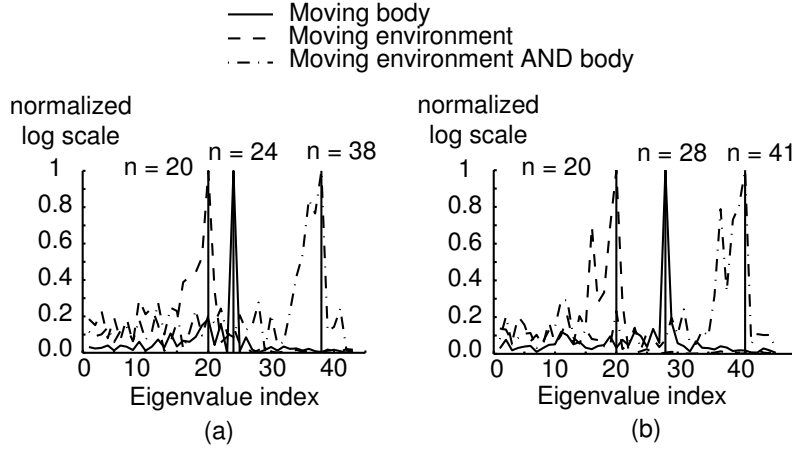


Figure 4: Dimension estimation when the diaphragm aperture is determined by reflex (a) and controlled by the organism (b).

A.2 Extensions of the Model. The concrete examples we have presented here might give the impression that the approach is limited to cases where motor commands and sensory input are defined as instantaneous vectors. This would be unrealistic, since motor commands and neural afference are usually extended in time. But this poses no problem for our approach, since \mathcal{M} , \mathcal{E} , and \mathcal{S} need only to have a manifold structure, not a vectorial structure. For simplicity, we chose vectors representing the motor commands and sensory inputs at a particular time t , but in general, M and S could be vector functions, and the sensorimotor relation would then be an equation of functionals. In the finite case, our approach could be applied directly, and performing the PCA would then require making a local approximation of this functional relation in a manner analogous to that proposed by Fod, Matarié, and Jenkins (2000) for motor control. In the nonfinite case, we think there should also be a way to use our method, since $\mathcal{C}(M_0, E_0)$ is finite even if \mathcal{S} , \mathcal{M} , and \mathcal{E} are not.

When the functional equation is given as a differential equation, the sensorimotor relation remains instantaneous. We will in general be able to write it in implicit form,

$$\psi(S(t), \dot{S}(t), \dots, M(t), \dot{M}(t), \dots, E(t)) = 0, \quad (\text{A.1})$$

and then determine the variables that are functions of $S(t)$, $\dot{S}(t)$, \dots , which can be accounted for in terms of $M(t)$, $\dot{M}(t)$, \dots .⁵ From there on, we can apply the same reasoning we used for the exteroceptive variables described in this article. This extension is one of the objects of our current research.

Acknowledgments

We thank Olivier Coenen for his support and remarks and Jim Clark, Jacques Droulez, Daniel Bennequin, Alexandre Pouget, Jean Petitot, Patrick Gros, and Christoph Zetzsche for their enlightening observations. This work was partly funded by the European Project IST-2001-35271.

References

- Amari, S.-I., & Nagaoka, H. (1993). *Methods of information geometry*. New York: Oxford University Press.
- Atkeson, C. G. & Schaal, S. (1995). Memory-based neural networks for robot learning. *Neurocomputing*, 9, 243–269.
- Baraduc, P., Guigon, E., & Burnod, Y. (2001). Recoding arm position to learn visuomotor transformations. *Cerebral Cortex*, 11(10), 906–917.
- Blakemore, S. J., Frith, C. D., & Wolpert, D. M. (2001). The cerebellum is involved in predicting the sensory consequences of action. *Neuroreport*, 12(9), 1879–1884.
- Blakemore, S. J., Wolpert, D. M., & Frith, C. D. (2002). Abnormalities in the awareness of action. *Trends. Cogn. Sci.*, 6(6), 237–242.
- Burke, W. L. (1985). *Applied differential geometry*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Droulez, J., & Berthoz, A. (1991). A neural network model of sensoritopic maps with predictive short-term memory properties. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 88, 9653–9657.
- Fod, A., Matarié, J., & Jenkins, O. C. (2000). Automated derivation of primitives for movement classification. Paper presented at the International Conference on Humanoid Robotics.
- Kandel, E. R., Schwartz, J., & Jessell, T. M. (2000). *Principles of neural science*. New York: McGraw-Hill.
- Laudenbach, F. (1999). *Calcul différentiel et intégral*. Paris: Ecole Polytechnique.
- Minka, T. P. (2001). Automatic choice of dimensionality for PCA. In T. K. Leen, T. G. Dietterich, & K.-R. Müller (Eds.), *Advances in neural information processing systems*, 13, (pp. 598–604). Cambridge, MA: MIT Press.
- Oja, E. (1982). A simplified neuron model as a principal component analyser. *Journal of Mathematical Biology*, 15, 267–273.

⁵ Linear combinations, in the case of a local linearization, which could, again, be determined by a PCA. Such a linearization could perhaps also be applied globally, since linear differential equations can be used to explain a wide range of physical problems, and in particular probably those that can be apprehended quickly by our brains.

- O'Regan, J. K., & Noë, A. (2001). A sensorimotor account of vision and visual consciousness. *Behavioral and Brain Sciences*, 24(5), 883–917.
- Poincaré, H. (1895). L'espace et la géométrie. *Revue de Métaphysique et de Morale*, 3, 630–646.
- Poincaré, H. (1902). *La science et l'hypothèse*. Paris: Flammarion.
- Rao, R. P. N., & Ruderman, D. L. (1999). Learning Lie groups for invariant visual perception. In M. S. Kearns, S. Solla, & D. Cohn (Eds.), *Advances in neural information processing systems*, 11, (pp. 810–816). Cambridge, MA: MIT Press.
- Roweis, S. T., & Saul, L. K. (2000). Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding. *Science*, 290, 2323–2326.
- Sanger, T. (1989). *Optimal unsupervised learning in feedforward neural networks* (Tech. Rep.). Cambridge, MA: AI Lab, MIT.
- Sejnowski, T. (1977). Storing covariance with nonlinearly interacting neurons. *Journal of Mathematical Biology*, 4, 303–321.
- Tenenbaum, J. B. (1998). Mapping a manifold of perceptual observations. In M. Kearns, M. Jordan, & S. Solla (Eds.), *Advances in neural information processing systems*, 10. Cambridge, MA: MIT Press.
- Tenenbaum, J. B., Silva, V. de, & Langford, J. C. (2000). A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction. *Science*, 290, 2319–2323.
- Van Gool, L., Moons, T., Pauwels, E., & Oosterlinck, A. (1995). Vision and Lie's approach to invariance. *Image and Vision Computing*, 13(4), 259–277.
- Verbeek, J. J., Vlassis, N., & Kröse, B. (2002). *Coordinating mixtures of probabilistic principal component analyzers* (Tech. Rep. IAS-UVA-02-01) Amsterdam: Computer Science Institute, University of Amsterdam.
- Vijayakumar, S., & Schaal, S. (2000). Fast and efficient incremental learning for high-dimensional motion systems. *International Conference on Robotics and Automation (ICRA2000)* (pp. 1894–1899).

6.2 Article : Perception of the structure ...

L'article "*Perception of the structure of the physical world using unknown multi-modal sensors and effectors*" est la suite relativement directe de ce qui précède, montrant que, sous certaines conditions plus ou moins réalistes, la variété des dépendances sensorimotrices d'un système caractérise non seulement la dimension du groupe de symétries de l'espace sous-jacent, mais également les différents types de mouvements dans cet espace : translations, et ensembles de rotations autour d'un même point. En d'autres termes, alors que l'article précédent montrait que des dépendances sensorimotrices associées à des groupes de symétries de dimensions différentes sont distinctes, celui-là montre que les mouvements du dispositif associés à des générateurs différents du groupe de symétrie sont distincts.

Avec le recul, le cadre général proposé par cet article peut paraître artificiellement compliqué, en particulier par rapport à la reformulation suggérée en section 6.5, et même criticable sur plusieurs points. Il ne s'agit donc pas de s'attacher au détail de l'argumentation présentée dans l'article, mais simplement à son idée principale : 1) un même mouvement du dispositif sensoriel dans les différentes configurations de l'environnement permet de définir (modulo des hypothèses avantageuses) un champ de vecteurs sur la variété sensorielle, 2) l'ensemble des champs de vecteurs obtenus de cette manière ne sont pas équivalents les uns aux autres vis-à-vis du crochet de Lie, 3) il en découle que les mouvements du dispositif sensoriel (et donc, de manière symétrique, de l'environnement), ne sont pas équivalents les uns aux autres.

Perception of the structure of the physical world using unknown multimodal sensors and effectors

D. Philipona

Sony CSL, 6 rue Amyot
75005 Paris, France

david.philipona@polytechnique.org

J.K. O'Regan

Laboratoire de Psychologie Expérimentale, CNRS
Université René Descartes, 71, avenue Edouard Vaillant
92774 Boulogne-Billancourt Cedex, France

<http://nivea.psych.univ-paris5.fr>

J.-P. Nadal

Laboratoire de Physique Statistique, ENS
rue Lhomond
75231 Paris Cedex 05

O. J.-M. D. Coenen

Sony CSL, 6 rue Amyot
75005 Paris, France

Abstract

Is there a way for an algorithm linked to an unknown body to infer by itself information about this body and the world it is in? Taking the case of space for example, is there a way for this algorithm to realize that its body is in a three dimensional world? Is it possible for this algorithm to discover how to move in a straight line? And more basically: do these questions make any sense at all given that the algorithm only has access to the very high-dimensional data consisting of its sensory inputs and motor outputs?

We demonstrate in this article how these questions can be given a positive answer. We show that it is possible to make an algorithm that, by analyzing the law that links its motor outputs to its sensory inputs, discovers information about the structure of the world regardless of the devices constituting the body it is linked to. We present results from simulations demonstrating a way to issue motor orders resulting in “fundamental” movements of the body as regards the structure of the physical world.

1 Introduction

What is it possible to discover from behind the interface of an unknown body, embedded in an unknown world? In previous work [1] we presented an algorithm that can deduce the dimensionality of the outside space in which it is embedded, by making random movements and studying the intrinsic properties of the relation linking outgoing motor orders to

resulting changes of sensory inputs (the so called sensorimotor law [2]).

In the present article we provide a more advanced mathematical overview together with a more robust algorithm, and we also present a multimodal simulation.

The mathematical section provides a rigorous treatment, relying on concepts from differential geometry, of what are essentially two very simple ideas. The first idea is that transformations of the organism-environment system which leave the sensory inputs unchanged will do this independently of the code or the structure of sensors, and are in fact the only aspects of the sensorimotor law that are independent of the code (property 1). In a single given sensorimotor configuration the effects of such transformations induce what is called a tangent space over which linear algebra can be used to extract a small number of independent basic elements, which we call “measuring rod”. The second idea is that there is a way of applying these measuring rods globally (property 2) so as to discover an overall substructure in the set of transformations that the organism-environment system can suffer, and that leave sensory inputs unchanged. Taken together these ideas make it possible, if the sensory devices are sufficiently informative, to extract an algebraic group structure corresponding to the intrinsic properties of the space in which the organism is embedded.

The simulation section is for the moment limited to an implementation of the first idea. It presents briefly the main steps of an implementation giving access to the measuring rods, and presents the results of its application to a virtual rat with mixed visual, auditory and tactile sensors (see Figure 2). The group discovered reveals the properties of the Euclidian space implicit in the equations describing the physics of the simulated world.

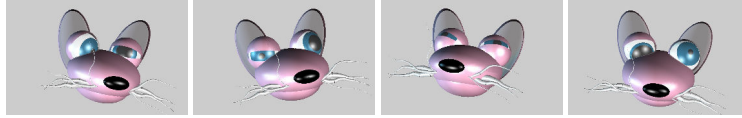


Figure 1: The virtual organism used for the simulations. Random motor commands produce random changes in the rat’s body configuration, involving uncoordinated movements of the head, changes in the gaze direction, and changes in the aperture of the eyelids and diaphragms.

2 Mathematical formulation

Let us note S the sensory inputs, and M the motor outputs. They are the only things the algorithm can access. Let us note P the configurations of the body controlled by the algorithm and E the configurations of the environment.

We will assume that the body position is controlled by the multidimensional motor outputs through some law φ_a and that the sensory devices together deliver a multidimensional input that is a function φ_b of the configuration of the body and the configuration of the environment:

$$P = \varphi_a(M) \quad \text{and} \quad S = \varphi_b(P, E)$$

We shall write $\varphi(M, E) \stackrel{\text{def}}{=} \varphi_b(\varphi_a(M), E)$, note $\mathcal{S}, \mathcal{M}, \mathcal{P}, \mathcal{E}$ the sets of all S, M, P, E , and assume that \mathcal{M} and \mathcal{E} are manifolds.

2.1 Isotropy group of the sensorimotor law

Through time, the algorithm will be able to experiment a set of *sensorimotor laws* linking its inputs to its outputs:

$$\varphi(\cdot, \mathcal{E}) \stackrel{\text{def}}{=} \{M \mapsto \varphi(M, E), E \in \mathcal{E}\}$$

These are a set of functions linking S to M , parametrized by the environmental state E . Our goal is to extract from this set something that does not depend on the way the sensory information is provided. In other words something that would be the same for all $h \circ \varphi(\cdot, \mathcal{E})$, where h is an invertible function corresponding to a change of encoding, including changes of the sensory devices (as long as they provide access to the same information).

If we note $Sym(X) \stackrel{\text{def}}{=} \{f : X \rightarrow X, f \text{ one to one mapping}\}$, and consider the isotropy group of φ in $Sym(\mathcal{M} \times \mathcal{E})$ for the composition action :

$$\Gamma(\varphi) = \{f \in Sym(\mathcal{M} \times \mathcal{E}) \text{ such that } \varphi \circ f = \varphi\}$$

then

Property 1 $\Gamma(\varphi_1) = \Gamma(\varphi_2) \Leftrightarrow \exists f \in Sym(\mathcal{S}) \text{ such that } \varphi_1 = f \circ \varphi_2$

Thus $\Gamma(\varphi)$ is invariant by change of encoding, and retains from φ all that is independent of the encoding. This result is easily understood using an example from physics: think of a light sensor with unknown characteristics in a world consisting of a single point light source. The *values* of the measures are very dependent on the sensor, but the fact that they are equal on concentric spheres is an intrinsic property of the physics of the situation ($\Gamma(\varphi)$, in this case, would be the group of rotations) and is independent of the code and of the sensor's characteristics.

But how to understand the transformations f which, first, involve a manifold \mathcal{E} the algorithm does not know, and second that are *invisible* since $\varphi \circ f = \varphi$. We will show that, under one reasonable assumption, there is an algorithm that can discover the Lie algebra of the Lie subgroups of $\Gamma(\varphi)$ that have independent actions over \mathcal{M} and \mathcal{E} , i.e. Lie groups G such that $g(M, E) = (g_1(M), g_2(E))$ for any $g \in G$, with

$$\varphi(g_1(M), g_2(E)) = \varphi(M, E) \quad \forall g \in G \quad (1)$$

2.2 Fundamental vector fields over the sensory inputs

We will assume that the sensory inputs provide enough information to observe univocally the changes of the environment when the exteroceptive sensors do not move. In mathematical form, we will assume that:

Condition 1 *There exists $\mathcal{U} \times \mathcal{V} \subset \mathcal{M} \times \mathcal{E}$ such that $\varphi(M, \cdot)$ is an injective immersion from \mathcal{V} to \mathcal{S} for any $M \in \mathcal{U}$*

Under this condition, the immersion theorem implies that $\varphi(M, \mathcal{V})$ is a manifold for any $P \in \mathcal{U}$ and that $\varphi(M, \cdot)$ is a diffeomorphism from \mathcal{V} to $\varphi(M, \mathcal{V})$. We shall write $\varphi^{-1}(M, \cdot)$ its inverse. Choosing $M_0 \in \mathcal{U}$, it is thus possible to define an action ϕ^{M_0} of G over the manifold $\varphi(M_0, \mathcal{V})$:

$$\phi^{M_0}(g, S) \stackrel{\text{def}}{=} \varphi(M_0, g_2(\varphi^{-1}(M_0, S))) \quad \forall S \in \varphi(M_0, \mathcal{V})$$

As a consequence (see for instance [3]), for any left invariant vector field X on G there is an associated fundamental vector field X^S on $\varphi(M_0, \mathcal{V})$ ¹ :

$$X^S(S) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{d}{dt} \phi^{M_0}(e^{-tX}, S)|_{t=0} \quad \forall S \in \varphi(M_0, \mathcal{V})$$

¹Please note that to avoid heavy notations we have written X^S instead of $X^{\varphi(M_0, \mathcal{V})}$.

The key point for us is that this whole vector field can be discovered experimentally by the algorithm from one vector alone : let us suppose the algorithm knows the one vector $\frac{d}{dt} \phi_1(e^{-tX}, M_0)|_{t=0} \in T\mathcal{M}|_{M_0}$ (the tangent space of \mathcal{M} at M_0), that we will call a measuring rod. Then it can construct a motor command $M_X(t)$ such that

$$M_X(0) = M_0 \quad \text{and} \quad \dot{M}_X(0) = -\frac{d}{dt} \phi_1(e^{-tX}, M_0)|_{t=0}$$

and observe the fundamental field, thanks to the property:

Property 2 $X^S(S) = \frac{d}{dt} \varphi(M_X(t), \varphi^{-1}(M_0, S))|_{t=0} \quad \forall S \in \varphi(M_0, \mathcal{V})$

Indeed the movements of the environment reveal a sub-manifold $\varphi(M_0, \mathcal{V})$ of the manifold \mathcal{S} of all sensory inputs, and this means they allow to transport the sensory image of the given measuring rod over this sub-manifold : $X(S)$ is the time derivative of the sensory inputs at $t = 0$ in the movement implied by the motor command M_X in that configuration of the environment yielding S at $t = 0$.

The fundamental vector fields are the key to our problem because [3] :

$$[X^S, Y^S] = [X, Y]^S$$

where the left term uses the bracket of the vectors fields on $\varphi(M_0, \mathcal{V})$ and the right term uses the bracket in the Lie algebra of G . Thus clearly we can get insight into the properties of the latter by the study of these fields. If the action ϕ^{M_0} is effective (and it is possible to show that for any G there is a subgroup such that it is), we have the additional properties:

1. $X \mapsto X^S$ is an injective Lie algebra morphism: we can understand the whole Lie algebra of G through the Lie bracket over the fundamental vector fields
2. G is diffeomorphic to the group of finite compositions of fundamental flows : any element g of G can be written as $g = e^{X_1} e^{X_2} \dots e^{X_k}$, and

$$\phi^{M_0}(g, S) = \phi^{M_0}(e^{X_1}, \phi^{M_0}(e^{X_2}, \dots \phi^{M_0}(e^{X_k}, S)))$$

2.3 Discovery of the measuring rods

Thus the question is: how can the algorithm come to know the measuring rods? If $\frac{\partial \varphi_b}{\partial P}(\varphi_a(M_0), E_0)$ is for example injective (meaning that there are no small movements from the position P_0 leaving the sensory inputs unchanged), then it can be demonstrated that:

Property 3 $\frac{\partial \varphi}{\partial M}(M_0, E_0) [\dot{M} - \dot{M}_X] = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt} \varphi(M(t), \cdot)|_{t=0} = X^S(\varphi(M_0, \cdot))$

This means that the particular choice of one vector of $T\mathcal{M}|_{M_0}$ among those that have the same sensory image as a given measuring rod is of no importance for the construction of the associated vector field. Consequently, the search for the measuring rods becomes the search for their sensory image, which form a linear subspace of the intersection of the tangent spaces of $\varphi(M_0, \mathcal{V})$ and $\varphi(\mathcal{U}, E_0)$ (as a direct consequence of property 2):

$$\forall X \quad \frac{\partial \varphi}{\partial M}(M_0, E_0) \frac{d}{dt} \phi_1(e^{-tX}, M_0)|_{t=0} \in T\varphi(M_0, \mathcal{V})|_{S_0} \cap T\varphi(\mathcal{U}, E_0)|_{S_0}$$

But what about the rest of the intersection? Reciprocally, it can be shown that:

Property 4 *Any measuring rod that has a sensory image in the intersection of the tangent spaces of $\varphi(M_0, \mathcal{V})$ and $\varphi(\mathcal{U}, E)$ for any $E \in \mathcal{V}$ reveals a monodimensional subgroup of transformations over \mathcal{V} that is invariant under any change of encoding.*

3 Simulation

3.1 Description of the virtual rat

We have applied these ideas to a virtual body satisfying the different necessary conditions for the theory to be applied. Though our approach would also apply to the situation where the sensorimotor law involves time-varying functions, for simplicity here we shall take the restricted case where S and M are linked by an instantaneous relationship. We thus implemented a rat's head with instantaneous reactions so that $M \in \mathcal{R}^m$ and $S \in \mathcal{R}^s$. In the simulation, m and s have been arbitrarily assigned the value 300.

The head had visual, auditory and tactile input devices (see Figure 2). The visual device consisted of two eyes, each one being constituted by 40 photosensitive cells randomly distributed on a planar retina, one lens, one diaphragm (or pupil) and two eyelids. The images of the 9 light sources constituting the environment were projected through the lens on the retina to locally stimulate photosensitive cells, with a total influx related to the aperture of the diaphragm and the eyelids. The auditory device was constituted by one amplitude sensor in each of the two ears, with a sensitivity profile favoring auditory sources with azimuth and elevation 0° with respect to the orientation of the head. The tactile device was constituted by 4 whiskers on each side of the rat's jaw, that stuck to an object when touching it, and delivered a signal related to the shift from rest position. The global sensory inputs of dimension 90 (2×40 photosensors plus 2 auditory sensors plus 8 tactile sensors) were delivered to the algorithm through a linear mixing of all the signals delivered by these sensors, using a random matrix $W_S \in \mathcal{M}(s, 90)$ representing some sensory neural encoding in dimension $s = 300$.

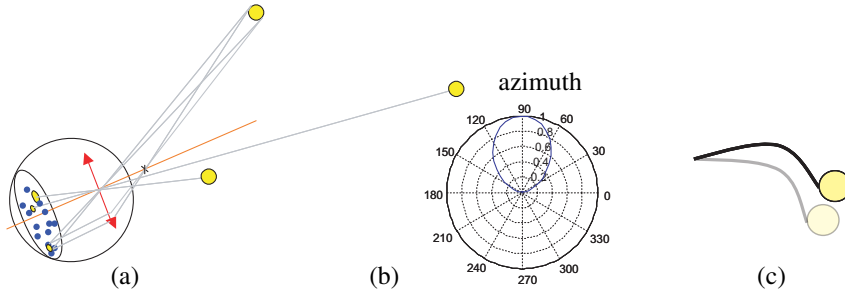


Figure 2: The sensory system. (a) the sensory part of both eyes is constituted of randomly distributed photosensitive cells (small dark dots). (b) the auditory sensors have a gain profile favoring sounds coming from the front of the ears. (c) tactile devices stick to the sources they come into contact with.

The motor device was as follows. Sixteen control parameters were constructed from linear combinations of the motor outputs of dimension $m = 300$ using a random matrix $W_M \in \mathcal{M}(16, m)$ representing some motor neural code. The configuration of the rat's head was then computed from these sixteen variables in this way: six parameters controlled the position and orientation of the head, and, for each eye, three controlled the eye orientation plus two the aperture of the diaphragm and the eyelids. The whiskers were not controllable, but were fixed to the head.

In the simulation we used linear encoding W_S and W_M in order to show that the algorithm worked even when the dimension of the sensory and motor vectors was high. Note first however that any, even non-linear, continuous high-dimensional function could have been used instead of the linear mixing matrices. More important, note that even when linear mixing is used, the sensorimotor law is highly *nonlinear*: the sensors deliver signals that

are not linear with respect to the configuration of the rat's head, and this configuration is itself not linear with respect to the motor outputs.

3.2 The algorithm

The first important result of the mathematical section was that the sensory images of the measuring rods are in the intersection between the tangent space of the sensory inputs observed when issuing different motor outputs while the environment is immobile, and the tangent space of the sensory inputs observed when the command being issued is constant.

In the present simulation we will only be making use of this point, but keep in mind that the second important result was the relation between the fundamental vector fields and these measuring rods. This implies that the tangent vectors we are going to find by an experiment for a given sensory input $S_0 = \varphi(M_0, E_0)$ can be transported in a particular way over the whole sub-manifold $\varphi(M_0, \mathcal{V})$, thereby generating the sensory consequences of any transformation of \mathcal{E} associated with the Lie subgroup of $\Gamma(\varphi)$ whose measuring rods have been found.

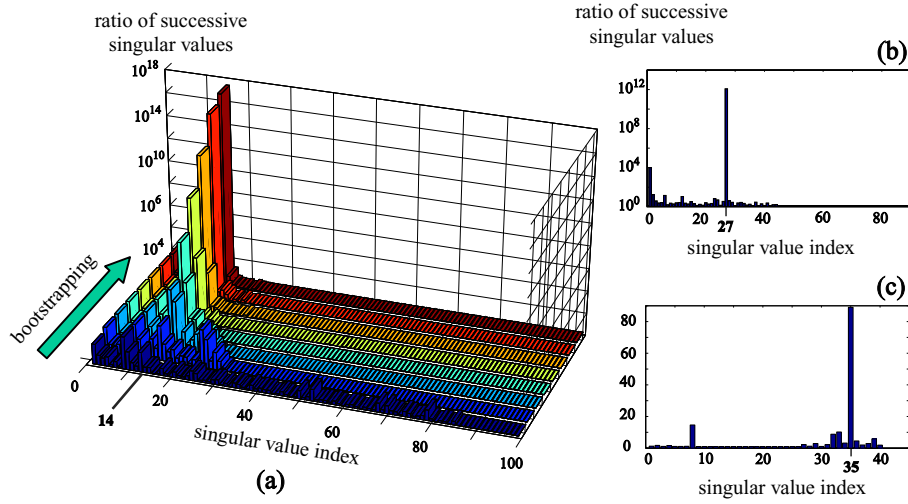


Figure 3: Amplitudes of the ratio of successive singular values of : (a) the estimated tangent sensorimotor law (when E is fixed at E_0) during the bootstrapping process; (b) the matrix corresponding to an estimated generating family for the tangent space to the manifold of sensory inputs observed when M is fixed at M_0 ; (c) the matrix constituted by concatenating the vectors found in the two previous cases. The nullspaces of the two first matrices reflect redundant variables; the nullspace of the last one is related to the intersection of the two first tangent spaces (see equation 2). The graphs show there are 14 control parameters with respect to the body, and 27 variables to parametrize the environment (see text). The nullspace of the last matrix leads to the computation of an intersection of dimension 6 reflecting the Lie group of Euclidian transformations $SE(3)$ (see text).

In [1], the simulation aimed to demonstrate that the dimensions of the different vector spaces involved were accessible. We now present a simulation that goes beyond this by estimating these vector space themselves, in particular $T\varphi(M_0, \mathcal{V})|_{S_0} \cap T\varphi(\mathcal{U}, E_0)|_{S_0}$, in the case of multimodal sensory inputs and with a robust algorithm. The method previously used to estimate the first tangent space, and more specifically its dimension, indeed required

an unrealistic level of accuracy. One of the reasons was the poor behavior of the Singular Value Decomposition when dealing with badly conditioned matrices. We have developed a much more stable method, that furthermore uses time derivatives as a more plausible way to estimate the differential than multivariate linear approximation. Indeed, the nonlinear functional relationship between the motor output and the sensory inputs implies an exact linear relationship between their respective time derivative at a given motor output M_0

$$S(t) = \varphi(M(t), E_0) \Rightarrow \dot{S}(0) = \frac{\partial \varphi}{\partial M}(M_0, E_0) \dot{M}(0)$$

and this linear relationship can be estimated as the linear mapping associating the $\dot{M}(0)$, for any curve in the motor command space such that $M(0) = M_0$, to the resulting $\dot{S}(0)$. The idea is then to use bootstrapping to estimate the time derivative of the “good” sensory input combinations along the “good” movements so that this linear relation is diagonal and the decomposition unnecessary : the purpose of the SVD used at each step is to provide an indication of what vectors seem to be of interest. At the end of the process, when the linear relationship is judged to be sufficiently diagonal, the singular values are taken as the diagonal elements, and are thus estimated with the precision of the time derivative estimator. Figure 3a presents the evolution of the estimated dimension of the tangent space during this bootstrapping process.

Using this method in the first stage of the experiment when the environment is immobile makes it possible for the algorithm, at the same time as it finds a basis for the tangent space, to calibrate the signals coming from the head : it extracts sensory input combinations that are meaningful as regards its own mobility. Then during a second stage, using these combinations, it estimates the tangent space to sensory inputs resulting from movement of the environment while it keeps its motor output fixed at M_0 . Finally, using the tangent spaces estimated in these two stages, it computes their intersection : if TS_M is a matrix containing the basis of the first tangent space, and TS_E a basis of the second tangent space, then the nullspace of $[TS_M, TS_E]$ allows to generate the intersection of the two spaces:

$$[TS_M, TS_E]\lambda = 0 \Rightarrow TS_M \lambda_M = -TS_E \lambda_E \quad \text{where } \lambda = (\lambda_M^T, \lambda_E^T)^T \quad (2)$$

To conclude, using the pseudo-inverse of the tangent sensorimotor law, the algorithm computes measuring rods that have a sensory image in that intersection; and this computation is simple since the adaptation process made the tangent law diagonal.

3.3 Results

The Matlab code of the simulation can be downloaded at <http://nivea.psychol.univ-paris5.fr/~philipona> for further examination of the details of the algorithm and the results.

Figure 3a demonstrates the evolution of the estimation of the ratio between successive singular values. The maximum of this ratio can be taken as the frontier between significantly non-zero values and zero ones, and thus reveals the dimension of the tangent space to the sensory inputs observed in an immobile environment. There are indeed 14 effective parameters of control of the body with respect to the sensory inputs: from the 16 parameters described in section 3.1, for each eye the two parameters controlling the aperture of the diaphragm and the eyelids combine in a single effective one characterizing the total incoming light influx.

After this adaptation process the tangent space to sensory inputs observed for a fixed motor output M_0 can be estimated without bootstrapping as shown, as regards its dimension ($27 = 9 \times 3$ for the 9 light sources moving in a three dimensional space), in Figure 3b. The intersection is computed from the nullspace of the matrix constituted by concatenation

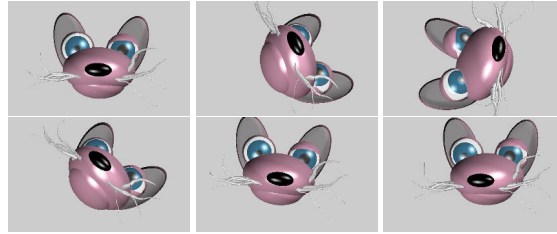


Figure 4: The effects of motor commands corresponding to a generating family of 6 independent measuring rods computed by the algorithm. They reveal the control of the head in a rigid fashion. Without the Lie bracket to understand commutativity, these movements involve arbitrary compositions of translations and rotations.

of generating vectors of the two previous spaces, using equation 2. This nullspace is of dimension $41 - 35 = 6$, as shown in Figure 3c. Note that the graph shows the *ratio* of successive singular values, and thus has one less value than the number of vectors. Figure 4 demonstrates the movements of the rat's head associated with the measuring rods found using the pseudoinverse of the sensorimotor law. Contrast these with the non-rigid movements of the rat's head associated with random motor commands of Figure 1.

4 Conclusion

We have shown that sensorimotor laws possess intrinsic properties related to the structure of the physical world in which an organism's body is embedded. These properties have an overall group structure, for which smoothly parametrizable subgroups that act separately on the body and on the environment can be discovered. We have briefly presented a simulation demonstrating the way to access the measuring rods of these subgroups.

We are currently conducting our first successful experiments on the estimation of the Lie bracket. This will allow the groups whose measuring rods have been found to be decomposed. It will then be possible for the algorithm to distinguish for instance between translations and rotations, and between rotations around different centers.

The question now is to determine what can be done with these first results: is this intrinsic understanding of space enough to discover the subgroups of $\Gamma(\varphi)$ that do not act both on the body and the environment: for example those acting on the body alone should provide a decomposition of the body with respect to its articulations.

The ultimate goal is of course to show that there is a way of extracting *objects* in the environment from the sensorimotor law, even though nothing is known about the sensors and effectors.

References

- [1] D. Philipona, K. O'Regan, and J.-P. Nadal. Is there something out there ? Inferring space from sensorimotor dependencies. *Neural Computation*, 15(9), 2003.
- [2] J. K. O'Regan and A. Noë. A sensorimotor account of vision and visual consciousness. *Behavioral and Brain Sciences*, 24(5):883–917, 2001.
- [3] T. Masson. *Géométrie différentielle, groupes et algèbres de Lie, fibrés et connexions*. LPT, Décembre 2001. URL : http://qcd.th.u-psud.fr/page_perso/Masson/coursgeodiff.pdf.

6.3 Compléments aux articles

Il me semble intéressant d'apporter deux compléments à ces articles, concernant le cadre conceptuel dans lequel ils se placent : un commentaire sur la légitimité d'utiliser le langage de la géométrie différentielle pour modéliser les dépendances sensorimotrices, et un second sur le rapport entre l'approche prise et la problématique fondamentale, dans le domaine de la perception, de l'inférence.

6.3.1 Le choix du langage de la géométrie différentielle

Le parti pris d'un discours sur l'espace sensorimoteur dans le langage de la géométrie différentielle peut sembler contradictoire avec les caractéristiques du système biologique que nous sommes.

Si l'on considère le système nerveux à une certaine échelle, en effet, un aspect essentiel de la dynamique de l'état des neurones réside dans les temps inter-spike. Or, s'il existe des situations où ces temps sont reproductibles avec une précision inférieure à la milliseconde, notamment dans le cas de stimuli transients ([Mainen and Sejnowski, 1995](#); [Gerstner, 2000](#); [Fellous et al., 2001](#)), ils démontrent plus couramment une grande variabilité, sans doute en raison d'un manque de fiabilité des transmission synaptiques ([Calvin and Stevens, 1967](#); [Korn and Faber, 1990](#)), ou de dynamiques neuronales chaotiques inhérentes aux réseaux exciteur/inhibiteur ([van Vreeswijk and Sompolinsky, 1996](#); [Korn and Faure, 2003](#)). Cette absence de déterminisme à un certain niveau de notre organisme peut paraître contradictoire avec l'utilisation de la géométrie différentielle, et plutôt plaider en faveur d'une approche fondamentalement probabiliste.

La variabilité des signaux neuronaux est un aspect important de notre fonctionnement. Elle semble par exemple expliquer les trajectoires stéréotypées des mouvements des yeux lors des saccades, ou de la main lors des tâches de pointage : ces trajectoires seraient celles minimisant l'incertitude sur la position finale ([Harris and Wolpert, 1998, 2006](#)). Ou encore, du côté sensoriel : les neurones du cortex sensoriel primaire représentant de manière probabiliste les stimuli, la plus ou moins grande fiabilité des informations présentes dans les populations de neurones permettrait d'expliquer la pondération de ces informations observée dans certains jugements perceptif ([Deneve et al., 1999](#)).

Toutefois cette variabilité ne semble pas incompatible avec la tentative de com-

prendre les dépendances sensorimotrices dans le cadre de la géométrie différentielle : ainsi, la thermodynamique exprime dans ce langage des contraintes significatives existant sur le fonctionnement de systèmes de nature essentiellement probabiliste. Cela pose par contre le problème de savoir quelles sont les variables représentées dans le modèle, des lois sensorimotrices régulières et déterministes n'existant sans doute pas au niveau des variables physiologiques associées à des neurones individuels.

Pour approfondir l'analogie de la thermodynamique, l'équation $PV = nRT$ des gaz parfaits peut être vue comme une dépendance température-pression indexée par le volume, et il s'agit d'une relation différentiable et déterministe entre des grandeurs qui ne sont attachées à aucune molécule individuelle, seulement à un ensemble de molécules. De même, les variables sensorielles et motrices entre lesquelles existent des dépendances (l'équivalent de T et P), et les variables indiquant les dépendances sensorimotrices dans lesquelles il est possible de s'engager (l'équivalent de V), et donc permettant l'adaptation adéquate de l'action et du raisonnement, n'ont pas *a priori* à être des variables physiologiques du type potentiel de membrane ou temps inter-spike pour des neurones individuels : cela peut être, entre autre, des variables macroscopiques attachées à différents systèmes physiologiques. On pourrait même envisager qu'il s'agisse de variables de différentes nature, comme le rythme de décharge moyen et la variabilité de ce rythme sur une population : l'important est que ces grandeurs contraignant le fonctionnement de notre organisme soient connectées les unes aux autres par une relation du type des gaz parfaits.

Bien sûr, toutes les grandeurs physiologiques, même le potentiel de membrane ou les temps inter-spike, sont en fait déjà elles-mêmes des grandeurs macroscopiques au regard des processus biochimiques sous-jacents. Il n'y a pas de raison *a priori* d'attribuer un statut particulier, pour expliquer nos jugements perceptifs, à ces grandeurs là précisément : il ne peut y avoir qu'une raison empirique, et si d'autres grandeurs, régulières celles là, se montrent plus pertinentes pour rendre compte de contraintes globales de fonctionnement de notre organisme, ces grandeurs sont tout aussi fondamentales pour expliquer l'origine de notre discours sur l'expérience.

6.3.2 Approche sensorimotrice et inférence

Un grand nombre de données sur la perception et les illusions trouvent une explication dans un cadre inférentiel, en particulier Bayésien. Ces données concernent par

exemple la perception du relief (Mamassian and Landy, 2001), du mouvement (Weiss et al., 2002), des couleurs (Yang and Maloney, 2001), ou encore les effets de groupement (Geisler et al., 2001). L'explication proposée pour tous ces cas est que nous estimons, étant données des informations sensorielles ambiguës et une certaine probabilité d'occurrence des propriétés de l'environnement, être confrontés à la propriété de l'environnement la plus probable.

Il me semble que l'approche sensorimotrice et l'approche Bayésienne sont naturellement complémentaires l'une de l'autre. D'un côté, il se pose en effet dans l'approche sensorimotrice la question d'estimer, à partir de certaines dépendances sensorimotrices dans laquelle l'organisme peut vérifier pouvoir s'engager, dans quelles autres dépendances sensorimotrices il doit pouvoir s'engager. Cette estimation doit naturellement pouvoir se faire dans un cadre Bayésien. Et de l'autre côté, considérée isolément, l'approche Bayésienne souffre d'un réalisme naïf : elle pose le problème de la perception comme celui de percevoir les propriétés de l'environnement, en passant sous silence qu'aucun principe n'est donné pour déterminer ce qui doit compter comme étant les propriétés de l'environnement perçues.

Cette dernière difficulté, et ses conséquences, est illustrée par une théorie Bayésienne de la constance des couleurs (Brainard and Freeman, 1997; Brainard et al., 2006), qui suggère que le système nerveux estimerait *le spectre* de l'illuminant, lorsqu'il n'est d'aucune manière évident qu'un tel objet, utile pour rendre compte d'expériences impliquant un appareillage physique particulier, le soit également pour rendre compte du fonctionnement de notre propre organisme dans son environnement. En fait, il est par exemple absurde d'imaginer que le spectre en dehors du domaine de sensibilité des photorécepteurs affecte notre fonctionnement, en tout cas d'une manière similaire au spectre dans le domaine visible. Par analogie, en considérant que nous ne disposons que de quelque types de photorécepteurs rétiniens, dont le fonctionnement ne peut donc distinguer toute une variété de compositions spectrales différentes, l'idée d'une estimation du spectre détaillé semble douteuse. Si une approche Bayésienne de la constance des couleurs paraît très naturelle, le coeur de la question ne me semble pas être le détail de l'algorithme d'estimation, mais la proposition *de ce qui est estimé*.

Un autre exemple est que, comme on l'a déjà dit en introduction de ce chapitre, l'idée que nous vivons dans un monde tridimensionnel euclidien habité par des objets ayant certaines propriétés, pour cohérente qu'elle soit, dépend au minimum de la

donnée d'une échelle. Pourquoi devrait-il être évident qu'il faut appliquer l'approche Bayésienne à des variables physiques telles que l'orientation, la taille, le poids, la vitesse, lorsque le "vrai" monde, celui qui nous est décrit par la physique fondamentale, est un monde de particules étranges où ces propriétés n'existent pas ? Quels sont les principes qui doivent permettre de déterminer ce que sont les propriétés macroscopiques estimées ?

L'approche Bayésienne, semble-t-il, n'a pas d'autre choix que d'appeler propriétés de l'environnement ces propriétés qui ont une pertinence au niveau du fonctionnement global du système que nous sommes dans notre environnement. Et cela est largement compatible avec l'approche sensorimotrices, qui vise, il me semble, à proposer une spécification de cette notion de propriétés pertinentes.

6.4 Critique des articles

Il me paraît également intéressant de donner sur les deux articles précédents des commentaires un peu plus critiques, vis-à-vis des interprétations auxquelles ils laissent place, et vis-à-vis de certaines limites de l'argumentation.

6.4.1 Sur l'interprétation de l'argument

Le premier point qui appelle un commentaire est que ces articles peuvent donner l'impression de vouloir démontrer quelque chose au moyen d'une théorie mathématique élaborée. Or il n'est pas inutile de préciser explicitement qu'il n'y a aucune forme de démonstration (en tout cas de démonstration non triviale) : la formalisation mathématique n'est utilisée dans ces articles que comme moyen d'expression, pour *décrire* dans un langage supposé non ambigu ce qui pourrait être entendu par les termes "dépendances sensorimotrices", "propriétés des dépendances", "structure", "non équivalence", etc.

Le second point est que les deux articles visaient à montrer par la pratique, au travers de simulations, que les propriétés mises en avant dans un discours plus théorique sont effectivement des propriétés existant dans des dépendances sensorimotrices possédant une certaine forme de réalisme. L'évocation d'une méthode permettant de révéler ces propriétés peut, toutefois, donner lieu à deux malentendus : l'idée que l'intérêt des articles est dans la description d'un algorithme précis d'identification en tant que

telles de certaines caractéristiques des dépendances, et l'idée qu'il était proposé que la sensation de spatialité découle d'un tel savoir, "acquis par le cerveau".

Or, en tant que méthode, ce qui est décrit dans ces articles est simpliste, souffre de différents problèmes de fiabilité et de stabilité : l'objectif réel était de montrer qu'il est cohérent de dire que la tridimensionalité de l'espace, par exemple, est une propriété des dépendances, pas de donner un algorithme permettant d'estimer cette dimension. En effet, quel intérêt pour un organisme d'estimer en tant que telle cette dimension ? L'argument est que la sensation de spatialité est la capacité pratique *d'exploiter* certaines analogies sensorimotrices entre différentes situations perceptives (un savoir faire), analogies contraintes par un fait tel que la tridimensionalité, pas d'avoir une forme de "savoir sur" ces contraintes. Plus finement : ce n'est pas un "savoir sur" de l'individu, comme en atteste le fait que la tridimensionalité de l'espace est un concept vague pour un non-mathématicien, mais ce n'est pas non plus un "savoir sur du cerveau" : la capacité d'exploiter certaines analogies sensorimotrices est une capacité rendue possible par le fonctionnement du cerveau (et du reste de notre corps), mais que l'on doit dire, selon l'usage du langage, être un savoir faire *de l'individu*.

En fait, ce que peut bien apporter la métaphore d'un cerveau personnifié, présente dès (O'Regan and Noë, 2001) avec l'analogie de l'équipe d'ingénieurs dans un sous-marin, une fois que tout ce qu'elle ne peut pas être a été mis de côté, je ne le sais pas. Ce qu'elle ne peut pas être, c'est par exemple l'affirmation qu'il y a un savoir du cerveau sur les dépendances sensorimotrices comme il y a un savoir des ingénieurs sur la manière dont se comporte le sous-marin qu'ils contrôlent, i.e. une capacité de discourir et d'agir en relation avec ce discours. Ou l'affirmation qu'il y a le problème suivant : différents signaux sensoriels que le cerveau doit analyser, par exemple identifier comme étant des signaux de nature visuelle ou auditive.

Sur cette seconde affirmation, en effet, s'il est absurde au sens littéral d'imaginer que le cerveau observe les signaux rétiniens comme un capitaine de sous-marin observe les images d'un périscope, il est également absurde de l'imaginer *au sens figuré*. Cela est absurde parce que la relation du cerveau aux signaux neuronaux, n'ayant rien à voir avec celle d'une personne observant un ensemble d'objets, il y a une *inadéquation structurelle* de la métaphore. Il y a ainsi un sens clair à dire que deux objets sont identiques vis-à-vis d'une personne dès lors que, lorsqu'elle est face à l'un ou à l'autre, elle se trouve, localement, dans la même situation (elle peut s'engager dans un même

ensemble d'interactions sensorimotrices, notamment manipulatoires). A l'inverse, ce que pourrait vouloir dire l'identité ou la non identité de deux signaux neuronaux vis-à-vis du cerveau est pour le moins obscur : le cerveau ne peut pas se tourner pour regarder l'un des signaux, puis l'autre, et se trouver ou pas dans la même situation³. Il n'est pas possible de transposer certains concepts implicitement rattachés au verbe "observer", tels que les concepts d'observer des choses qui peuvent se trouver être identiques, et qui constituent une partie de son sens.

L'histoire de l'équipe d'ingénieur nous interpelle, elle décrit un problème intelligible : les expressions "essayer des commandes motrices", "observer des signaux sensoriels", "déduire", "être naïf", sont des expressions que nous savons utiliser en situation, et que nous savons placer au centre d'autres discours. Seulement, tout le problème est ensuite dans la pertinence de cette histoire comme métaphore du problème de l'expérience lorsqu'il n'est pas possible de donner un sens à l'utilisation de ces expressions, comme on vient de le voir pour l'expression "observer des signaux", avec le sujet grammatical "cerveau". Le cerveau fonctionne, c'est tout. Celui qui sait, celui qui perçoit, c'est l'individu, le référent de ce sujet grammatical qui peut être utilisé dans tel ensemble d'affirmations, dans lequel le terme "cerveau" ne peut pas être utilisé.

6.4.2 Sur l'argument lui-même

En dehors de ces problèmes d'interprétation, les articles précédents souffrent également de nombreuses insuffisances plus "techniques". On peut en citer en particulier deux, pour justifier de la nécessité de proposer une reformulation de l'approche :

1. le terme de compensabilité renvoie à une notion d'adaptabilité d'un ensemble de commandes motrices, et pas seulement d'évolution d'une commande donnée, comme suggéré dans les articles. Il s'agit d'un point conceptuellement important car, me semble-t-il, le coeur de l'approche sensorimotrice est de dire qu'il n'est pertinent de parler d'analogies qu'au niveau des dépendances sensorimotrices (des situations perceptives), pas au niveau des stimulations sensorielles.
2. les propriétés de commutation évoquées dans les articles ne permettent pas de distinguer les changements d'environnement liés exclusivement à la luminance ou exclusivement à un changement d'intensité sonore – un point pourtant essen-

³Un neuroscientifique peut faire cela, et il y a donc un sens à dire que *pour lui* (vis-à-vis de son fonctionnement à lui), les signaux sont identiques ou pas.

tiel puisqu’une telle distinction est nécessaire pour que la théorie propose une explication de l’une des distinctions les plus patentes au niveau de notre expérience : celle de différentes modalités sensorielles.

Considérant une dépendance sensorimotrice φ , modifiée en dépendance φ' après un changements d’environnement, la compensabilité de cette modification relève de l’adaptabilité des variables motrices pour tout un ensemble de valeurs de ces variables, et pas simplement d’un changement (m, m') : s’il était possible pour une certaine valeur m des variables motrices de trouver un ajustement m' telle que $\varphi'(m') = \varphi(m)$, mais que pour toutes les valeurs voisines il n’y ait pas d’ajustement possible, il semblerait tout à fait impropre de dire que la modification de l’environnement peut être annulée. Le terme de compensabilité renvoie bien, intuitivement, à une notion d’adaptabilité d’un ensemble de commandes motrices.

Cela est en phase avec le fait que l’argument de la théorie est bien que lorsqu’un objet se déplace, nous pouvons nous retrouver dans la même situation perceptive modulo une adaptation des commandes motrices : il ne s’agit pas simplement de pouvoir maintenir constant une stimulation sensorielle donnée, mais de dire que toute une structure d’interactions sensorimotrices peut être retrouvée après le déplacement de l’objet.

D’autre part, en n’exploitant que les propriétés de commutativité des changements de dépendance compensables, les deux articles se trouvent incapables de légitimer une distinction entre un changement de luminance seul, et un changement de luminance accompagné d’un changement d’intensité sonore. En effet, ces deux changements ont en réalité exactement le même statut vis-à-vis de la commutation des changements de dépendance : celui de commuter avec tous les autres changements. Or l’approche n’a pas de raison de se focaliser exclusivement sur cette propriété, et il s’agit donc de proposer également d’autres types de propriétés.

6.5 Reformulation de l’approche

Après ces commentaires, ce qui suit présente donc une seconde tentative de formalisation de la notion de structure des dépendances sensorimotrices, corrigeant, je l’espère, certaines des ambiguïtés de présentation et d’argumentation, et qui progresse un peu sur certains points plus essentiels. L’idée générale reste largement identique à

celle des articles, mais propose des évolutions sur les deux difficultés précédemment évoquées.

6.5.1 Univers sensorimoteur

Les activités des neurones moteurs contrôlant la position de la tête, l'orientation des yeux, l'ouverture des iris et la tension des muscle des étriers⁴, déterminent, dans un environnement fixe donné, une unique configuration d'équilibre des muscles, donc en particulier une unique posture de la tête et des yeux, donc la stimulation sensorielle, rétinienne et cochléaire. Dans une telle situation, il existe des variables motrices et sensorielles, à valeur dans des ensembles \mathcal{M} et \mathcal{S} (des ouverts de \mathbb{R}^m et \mathbb{R}^s), telles qu'il existe entre ces variables une dépendance associative $\varphi \in \mathcal{F}(\mathcal{M}, \mathcal{S})$ (Fig. 6.1).

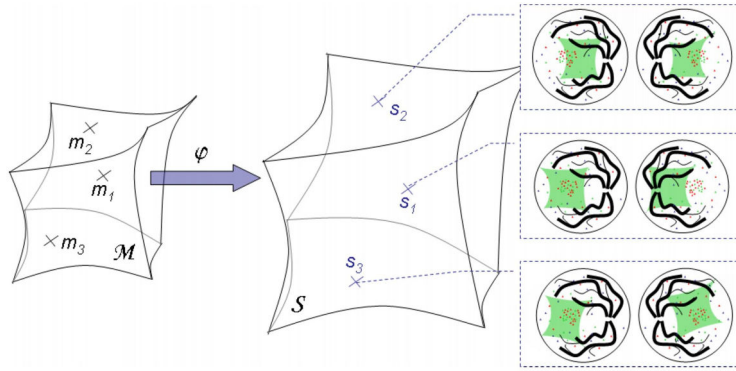


FIG. 6.1 – Dépendance sensorimotrice associative. Chaque activation motrice m_i détermine une stimulation sensorielle s_i . En insert : exemple de stimulations rétinienne produites par un carré de couleur verte, schématisant les obstructions vasculaires, les distortions optiques et la non-uniformité de la distribution des photorécepteurs.

Bien sûr, une description détaillée du système devrait être en réalité plus complexe qu'une simple relation associative : il faudrait par exemple modéliser la manière dont la posture de la tête et des yeux converge temporellement vers l'état d'équilibre déterminé par la commande motrice (les évolutions physiologiques à l'oeuvre dans les fibres musculaires et les inerties de la tête et de yeux), et modéliser la manière dont l'activité sensorielle converge temporellement vers l'état d'équilibre déterminé par la

⁴L'ouverture de l'iris et la tension des muscles des étriers sont des mécanismes élémentaires de protection des cellules sensorielles de la rétine et de l'oreille. Ils sont complétés par des mécanismes neuronaux de modulation de la réponse de ces cellules, capable généralement de jouer sur une plage beaucoup plus importante (l'iris peut modifier d'un facteur x l'intensité lumineuse pénétrant dans l'oeil, alors que différents processus moléculaires modulent d'un facteur y la sensibilité des photorécepteurs.).

posture courante de la tête et des yeux (la cinétique chimique au niveau des photorécepteurs et les interactions neuronales rétinienne, la dynamique mécanique au niveau des cellules ciliées). C'est seulement lorsque les temps caractéristiques des dynamiques motrices et sensorielles sont courts, devant les temps caractéristiques de détermination des commandes motrices, qu'une dépendance associative de la forme précédente décrit l'essentiel du fonctionnement du système⁵.

Il faut noter que, dans le cas des mouvements oculaires, la considération de ce type de dépendance est à la limite d'être légitime : les temps caractéristiques des dynamiques d'intégration rétinienne sont de l'ordre du dixième de seconde, la durée d'une saccade entre le début du mouvement de l'oeil et sa stabilisation peut varier du centième au dixième de seconde (selon la longueur de la saccade), et nous initions en moyenne entre trois et cinq saccades par seconde.

Lorsque l'environnement change, la dépendance sensorimotrice est modifiée. Un ensemble de configurations potentielles pour l'environnement – par exemple, un ensemble de configurations spatiales de quelques objets en face de l'observateur, un ensemble de caractéristiques de l'illuminant et du son ambiant –, déterminent ainsi une *variété* de dépendances (Fig. 6.2) : $\Phi \subset \mathcal{F}(\mathcal{M}, S)$.

Là encore, il s'agit d'une simplification importante. La variété des dépendances dans lesquelles le système sensorimoteur qui a été décrit peut réellement se trouver engagé est bien sûr de beaucoup plus grande dimension que l'espace des possibles considéré dans cet exemple. En fait, si l'on considère le seul système visuel et des environnements constitués par un ensemble de photographies, on voit que l'ensemble des dépendances possibles est aussi riche que l'ensemble de photographies. Dans la mesure où l'on peut même considérer un ensemble de scènes tridimensionnelles formant un ensemble encore plus grand que celui des photographies, il apparaît même que la diversité des dépendances dans lesquelles le système visuel peut se trouver engagé est plus grande que l'ensemble des images.

Considérer une variété d'environnements aussi restreinte que celle juste évoqué manque donc profondément de réalisme, et il faut prendre cet exemple comme un sujet d'inspiration pour des développements ultérieurs, pas comme une théorie très raffinée.

⁵Dans le cas contraire, il se pourrait en effet que les changements de commande motrice s'enchaînent à un rythme tel que la posture n'ait jamais le temps de converger vers l'équilibre déterminé par l'activité neuronale motrice, et que l'activité neuronale sensorielle n'ait jamais le temps de converger vers l'équilibre déterminé (étant donné l'environnement) par la posture courante. Il semblerait dans ce cas douteux de tirer des conclusions de la relation pouvant exister entre les équilibres moteurs et sensoriels.

Il faut noter en particulier qu'il s'agit d'un exemple qui ne retient pas certains problèmes pourtant classiques en vision, tel que l'ambiguïté perceptive entre la distance d'un objet et sa taille (l'existence de cette ambiguïté nécessitant la considération d'un environnement dans lequel se trouve des familles d'objets homothétiques).

On appellera dans la suite *univers sensorimoteur* un triplet $(\mathcal{M}, \mathcal{S}, \Phi)$, et on parlera indifféremment pour les éléments de Φ de dépendance sensorimotrice, d'environnement, ou de situation perceptive : du point de vue proposé, une configuration de l'environnement ou une situation perceptive *est* une dépendance sensorimotrice.

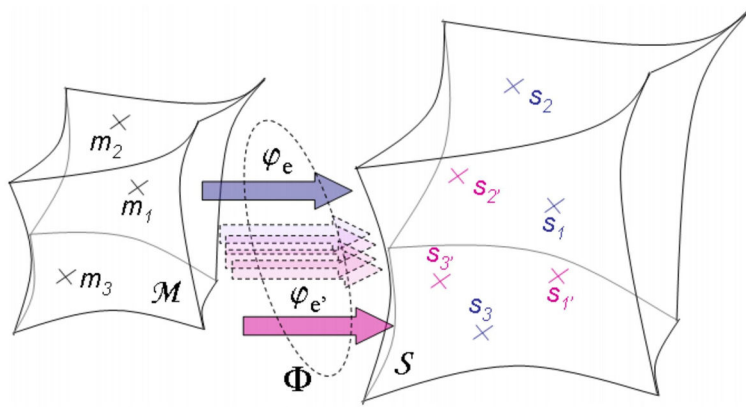


FIG. 6.2 – Univers sensorimoteur. Dans la première configuration de l'environnement, les activations motrices m_i déterminent les stimulations $s_i = \varphi(m_i)$. Dans la seconde configuration de l'environnement, ces mêmes activations motrices déterminent les stimulations $s_{i'} = \varphi'(m_i)$. Φ est l'ensemble des dépendances sensorimotrices résultant d'un ensemble de configurations de l'environnement.

L'objectif de ce qui suit est de montrer que, dans un univers sensorimoteur, toutes les dépendances et tous les changements de dépendance ne sont pas équivalents les uns aux autres : certaines dépendances, certains changements de dépendance, ont des propriétés (de compensabilité, d'invariance, de correspondances,...) catégoriquement différentes les uns des autres, et l'argument est que cela justifie une catégorisation des situations perceptives et de leurs changements.

6.5.2 Changements de dépendance compensables.

L'idée de la compensabilité est que, dans un univers sensorimoteur, certains changements de dépendance sont plus "superficiels" que d'autres : les dépendances sensorimotrices restent identiques à une adaptation près des variables motrices, ce qui n'est

pas le cas des autres. Dans l'exemple considéré, le déplacement rigide d'un objet est un changement de dépendance qui peut être compensé par une adaptation adéquate des variables motrices, alors que le changement de dépendance résultant d'une modification de sa forme ne le peut pas (Fig. 6.3).

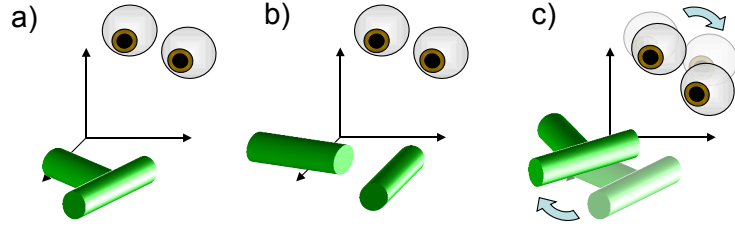


FIG. 6.3 – Changements de dépendance fondamentalement distincts. a) situation perceptive initiale, b) changement de dépendance non compensable, c) changement de dépendance compensable : il suffit d'adapter de manière adéquate les commandes motrices pour retrouver la dépendance initiale

Il est clair, cependant, qu'il ne faut pas espérer pouvoir adapter toutes les commandes motrices : il n'est ainsi pas possible d'adapter les commandes correspondant à une torsion maximum de la tête pour compenser le mouvement d'une cible dans cette direction. Il faut par conséquent nécessairement considérer l'adaptabilité des variables motrices sur *une partie* $U \subset \mathcal{M}$ de leur domaine de définition.

Pour résumer, on dira formellement qu'un changement de dépendance (φ, φ') dans un univers sensorimoteur est *compensable*⁶ par l'adaptation motrice h s'il existe une application $h \in \mathcal{F}(U, \mathcal{M})$ telle que $\varphi' \circ h = \varphi|_U$.

Si les variables sensorielles considérées sont, comme dans l'exemple considéré, l'ensemble des potentiels de membrane des cellules photoréceptrices et des cellules ciliées internes, il faut noter que la compensabilité du déplacement d'un objet dépend du fait que cet objet se trouve devant un fond uniforme, avec un éclairage non directionnel, et qu'il n'y a pas de source sonore localisée.

C'est cette situation, particulièrement simple et intuitive, mais également particulièrement artificielle, qui sert de base plusieurs fois dans la suite pour préciser la notion de compensabilité. Cela ne doit pas suggérer que l'approche est limitée à ce genre de contexte, ni que ces variables sensorielles là ont un statut particulier dans la théorie (c.f. section 6.3.1 sur la nature des variables sensorielles et motrices).

⁶En réalité, on devrait préciser U -compensable, mais on raisonnera toujours par rapport au même U .

Il est certain que, lorsqu'un objet bouge dans notre champ visuel, il n'est généralement pas possible, du fait de la présence d'un fond non uniforme et d'éclairages directionnels, de compenser le changement de dépendance par une simple adaptation motrice des positions de la tête – il faudrait également considérer une adaptation sensorielle, ou considérer des variables sensorielles moins informatives que l'ensemble des potentiels de membrane. Il y a là un point essentiel à développer dans le détail, mais le fait est que lorsqu'un objet bouge devant nous, certaines adaptations motrices sont fondamentales pour nous permettre de réaccéder à certaines caractéristiques de l'objet (les propriétés d'une face, etc). Et c'est ce fait qu'il y a véritablement à retenir dans l'exemple proposé, au delà de l'aspect simpliste de ce dernier suggérant qu'il suffit d'une adaptation motrice pour retrouver exactement les mêmes stimulations sensorielles.

6.5.3 Adaptations motrices génériquement compensatoires

Il se peut que, dans un univers sensorimoteur donnée, une adaptation motrice h compense un changement particulier de dépendance (φ, φ') , et seulement celui là. Il se peut également qu'une adaptation h compense des changements de dépendance de manière plus générique.

En effet, dans l'exemple considéré, il se trouve que certaines adaptations particulières des positions de la tête, des ouvertures des iris, ou des contractions des muscles de l'oreille moyenne, sont telles qu'il se trouve toujours un changement de l'environnement qu'elles peuvent compenser. On parlera dans ce cas d'*adaptations motrices génériquement compensatoires* (AMGC, pour simplifier le texte). Dans la suite, formellement, on notera $\mathcal{H} \subset \mathcal{F}(U, \mathcal{M})$ la variété de ces adaptations h , qui vérifient donc : pour toute dépendance sensorimotrice $\varphi \in \Phi$, il existe dans l'univers sensorimoteur un changement de dépendance (φ, φ') compensable par h .

Il est important de noter que la propriété de généricité n'est, doublement, pas une propriété d'unicité : d'une part, des modifications différentes d'une dépendance donnée peuvent être compensables par une même adaptation motrice, et d'autre part, différentes adaptations motrices peuvent se trouver compenser un même changement de dépendance.

Ainsi, dans l'exemple considéré, si l'on considère la situation initiale où un certain objet est dans l'axe du regard et un autre se trouve hors de vision si ce n'est par une tor-

sion maximum de la tête, alors, parce que $U \subsetneq \mathcal{M}$, seul le mouvement du premier objet détermine le fait que le changement de dépendance est compensable par une adaptation motrice $h \in \mathcal{F}(U, \mathcal{M})$: le second objet peut évoluer de diverses manières dans le même temps, et donc produire divers changements de la dépendance sensorimotrice pourtant tous compensables par la même adaptation h .

D'autre part, du fait de la possible redondance des variables motrices vis-à-vis du contrôle moteur, il se peut que deux adaptations motrices différentes h_1 et h_2 soient en fait complètement équivalentes pour compenser les changements de dépendance, c'est-à-dire que tout changement de dépendance (φ, φ') est compensable par h_1 si et seulement si il l'est par h_2 .

6.5.4 Dépendances invariantes

Les AMGC distinguent d'emblée quelques situations perceptives particulières : certaines dépendances d'un univers sensorimoteur peuvent avoir la propriété d'être invariantes par une ou plusieurs de ces adaptations – formellement, ces dépendances sont telles que $\varphi \circ h = \varphi|_U$ pour différentes adaptations $h \in \mathcal{H}$, alors qu'habituellement, ces adaptations modifient la dépendance. Il n'est pas possible d'établir une analogie sensorimotrice entre des dépendances invariantes et des dépendances non-invariantes, ce sont des situations perceptives profondément différentes, elles ne permettent pas de s'engager dans la même structure d'interactions sensorimotrice.

Les dépendances sensorimotrices associées à un objet ayant une symétrie de translation, un axe de révolution, ou une symétrie sphérique, présentent de manière évidente de telles invariances. Mais c'est également le cas d'autres dépendances, de manière moins anodine.

Ainsi, dans l'exemple considéré, les différentes situations perceptives correspondant à l'*obscurité* (et différentes valeurs des paramètres spectraux de l'environnement sonore, en rappelant qu'il n'y a pas de source localisée dans l'exemple) sont invariantes par toutes les AMGC des positions de la tête, des yeux, et des ouvertures des iris. De la même manière, les situations perceptives correspondant au *silence* (et différentes configurations des objets) sont invariantes par l'adaptation motrice des tensions des muscles de l'oreille interne : alors que ces derniers permettent habituellement de moduler la stimulation cochléaire, dans le silence une adaptation de la tension de ces muscles n'a plus d'effet.

Les propriétés d'invariance sensorimotrice de l'obscurité et du silence sont à mettre en regard du fait que ces situations perceptives ont un statut (hétéro)phénoménologique particulier : sans doute les sujets affirment-ils que ces situations perceptives sont spéciales, et sans doute existe-t-il des mots dans la plupart des langages pour exprimer cette distinction primaire entre l'obscurité et la lumière, le silence et le bruit. Ces affirmations ont une pertinence indiscutable : les sujets se trouvent dans des situations perceptives effectivement très particulières.

Selon l'approche sensorimotrice, nous affirmons que l'expérience de l'obscurité et du silence sont des expériences sensoriellement spéciales parce que ces mots renvoient à des situations perceptives objectivement spéciales (l'invariance étant un exemple de telle particularité objective), et pas parce qu'il y a quelque chose de spécial "en nous" – mystère insondable "d'états mentaux" échappant irrémédiablement au monde physique, ou mystère insondé d'un mécanisme cortical aux propriétés encore incomprises et peut-être incompréhensibles.

Cette ligne d'explication peut sembler naïve. Mais il s'agit de la comparer aux argumentations adverses et pas juste en elle-même, à peine ébauchée. Il s'agit de savoir laquelle des trois lignes d'argumentation précédentes (sensorimotrice, dualiste, purement neuronale), fondamentalement distinctes, peut sembler la moins invraisemblable, une fois les détails ajustés, pour formuler une explication scientifique du discours que nous tenons sur l'expérience.

Il faut noter, enfin, que cette approche n'explique pas l'expérience de l'obscurité ou de silence par "l'absence" de stimulation rétinienne ou cochléaire, comme cela semble implicite dans certains raisonnements psychophysiques : sans plus de précisions, l'absence de stimulation est un concept qui n'est pas évident, notre dispositif sensoriel étant en fonctionnement permanent dans le monde.

La question est précisément d'expliquer pourquoi un flash est considéré comme une stimulation "positive" et l'obscurité comme une absence de stimulation. L'interprétation suggérée ici est que c'est parce qu'un flash nous met dans une situation perceptive où nous pouvons nous engager dans des adaptations motrices pour expérimenter le monde, alors que dans l'obscurité nos adaptations motrices sont sans effet.

6.5.5 Correspondances compensatoires

Dans l'univers sensorimoteur considéré, l'existence d'adaptations motrices génériquement compensatoires est accompagnée d'un autre fait remarquable. Partant, par exemple, de la situation initiale où un seul objet est présent dans le champ de vision, un déplacement de cet objet puis un changement de luminosité de la scène, qui sont chacun des changements de l'environnement compensables par des AMGC données, résultent en un changement global qui est lui même compensable par une AMGC. Qui plus est, cette AMGC est déterminée par les deux adaptations motrice compensant chacun des deux changements, indépendamment de la situation perceptive initiale, c'est-à-dire de la position initiale de l'objet, de l'objet en question, de la luminosité initiale, de l'environnement sonore, etc.

Plus généralement, il existe dans l'univers sensorimoteur considéré tout un ensemble de *correspondances compensatoires*, pouvant chacune être représentée par une expression de la forme $h_1 \dots h_k \sim g$, signifiant que si les changements successifs d'une séquence de dépendances $(\varphi_1, \dots, \varphi_{k+1})$ sont compensables par les AMGC h_1, \dots, h_k , alors le changement $(\varphi_1, \varphi_{k+1})$ est un changement lui même compensable, par l'AMGC g .

Il faut noter que l'existence d'un ensemble de correspondances compensatoires ne signifie pas qu'il existe une correspondance (une expression) pour chaque séquence d'AMGC. Dans l'univers sensorimoteur pris en exemple, le changement de dépendance total résultant de deux itérations d'un changement compensable par une rotation maximale de la tête n'est ainsi lui-même compensable par aucune adaptation des commandes motrices du système visuo-moteur.

6.5.6 Adaptations motrices nulles, résidus de commutation

Les AMGC ne sont pas équivalentes les uns aux autres, vis-à-vis des correspondances compensatoires d'un univers sensorimoteur. Par exemple : certaines adaptations motrices h sont telles que $hg \sim g$ pour toute adaptation $g \in \mathcal{H}$, ce qui ne sera pas le cas des autres. Le fait que les adaptations motrices puissent se trouver vérifier des propriétés différentes vis-à-vis des correspondances compensatoires peut ainsi être la base d'une distinction entre différentes catégories d'adaptations, et donc différentes catégories de changements de l'environnement.

Parmi les propriétés pouvant distinguer les AMGC, on peut par exemple définir :

- la notion d'*adaptation motrice nulle* : on dira que l'adaptation motrice g est nulle si $gh \sim h$ et $hg \sim h$ pour toute adaptation $h \in \mathcal{H}$,
- la notion de *résidu de commutation*⁷ : on dira que l'adaptation motrice g est un résidu de commutation du couple d'adaptations motrices (h_1, h_2) s'il existe h tel que $h_1h_2 \sim h$ et $h_2h_1g \sim h$ (on notera : $h_1h_2 \sim h_2h_1g$). On dira que deux adaptations motrices h_1 et h_2 commutent lorsque leurs résidus de commutation sont tous nuls.

Dans l'exemple considéré, il se trouve que ces deux notions suffisent à distinguer, parmi les AMGC, les adaptations motrices compensant, d'une part, à la fois les changements d'intensité lumineuse et sonore de l'environnement, et, d'autre part, les déplacements des objets en translation et en rotation.

Dans l'exemple décrit, les adaptations motrices g compensant les changements de l'environnement autres que le déplacement d'un objet, en effet, peuvent être caractérisées par le fait qu'elles commutent avec tout changement compensable. Ensuite, les adaptations motrices compensant exclusivement le déplacement d'un objet sont exactement l'ensemble des résidus de commutation. Enfin, parmi les changements spatiaux, les adaptations motrices h associées à une translation peuvent être caractérisées par exemple par le fait qu'il est possible de trouver deux adaptations g_1 et g_2 qui commutent avec h mais qui ne commutent pas entre elles.

Sur le fond, on peut bien sûr s'interroger sur la pertinence de la seule propriété de commutation pour expliquer l'origine du discours selon lequel "l'expérience d'un changement de luminosité est différente de celui du déplacement d'un objet dans notre champ de vision". D'autres propriétés auraient pu être évoquées : il n'est ainsi pas fait état explicitement de la question de la réversibilité, ni du fait qu'une rotation induit des trajectoires closes, ni de ce qu'un rétrécissement de l'iris modifie la stimulation d'une manière entièrement déterminée par la stimulation initiale, ce qui n'est pas le cas d'un mouvement des yeux. Il n'y a pas, dans ce qui précède, de volonté d'exhaustivité. L'objectif est bien uniquement de montrer que les AMGC ne sont pas équivalentes les unes aux autres vis-à-vis des correspondances compensatoires, et que ce genre de différences peut être la base d'une distinction entre plusieurs catégories de changements

⁷Cette notion est évidemment une version pauvre de commutateur, étroitement liée à la notion de crochet de Lie.

de situation perceptive.

6.5.7 Limites de changements compensables

Dans l'exemple décrit, les propriétés d'invariance et de commutation n'apporte aucun argument sur des points pourtant marquants de notre expérience : la distinction entre changements d'intensité lumineuse et sonore de l'environnement, ou la distinction entre un accroissement de ces intensités ou leur diminution. La commutativité, en effet, permet de distinguer ces adaptations motrices compensant les changements de l'environnement autres que le déplacement d'un objet, mais toutes ces adaptations sont ensuite équivalentes entre elles vis-à-vis de la commutativité.

Outre leur commutativité vis-à-vis des correspondances compensatoires, les changements de dépendance peuvent également se distinguer par exemple par les propriétés de l'itération d'un même changement. Ainsi, dans l'exemple considéré, les itérations $(\varphi_1, \dots, \varphi_n, \dots)$ d'un changement non spatial compensable par une adaptation motrice donnée se trouvent n'avoir que trois types de comportements (Fig. 6.4) : la suite de dépendances converge soit vers le silence *et* l'obscurité, soit vers le silence *ou* l'obscurité, soit ne converge pas vers une dépendance invariante. Cette situation établit les distinctions juste évoquées : le second comportement caractérise en effet les adaptations motrices compensant exclusivement une baisse de luminosité, ou exclusivement une baisse d'intensité sonore.

Il est intéressant de noter que cette approche, développée autour de la définition de mêmes changements de l'environnement comme étant des changements compensables par une même adaptation motrice, se trouve dans l'exemple considéré compatible⁸ avec les données connues sous le nom de "loi de Weber-Fechner". Cela découle du fait qu'un changement donné d'ouverture de l'iris compense la *multiplication* de l'intensité lumineuse par un facteur donné, et de même pour la tension des muscles de l'oreille interne et l'intensité sonore de l'environnement : un même changement d'environnement (d'intensité) est une multiplication de l'intensité par un même facteur, pas l'addition d'un même incrément.

⁸Sans chercher à défendre l'idée qu'il s'agit là d'une explication de la loi de Weber-Fechner : il est très vraisemblable que cette explication réside au moins pour partie dans des problématiques de capacités de discriminations affectées par la variabilité des informations sensorielles. De fait, l'approche sensorimotrice est compatible avec n'importe quel seuil différentiel de détection.

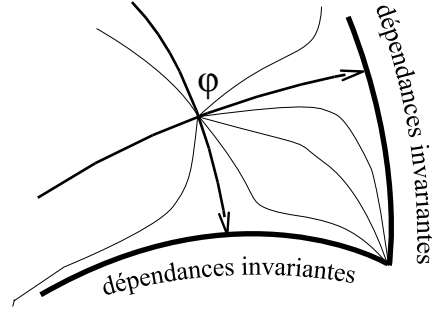


FIG. 6.4 – Limites d'itérations d'un même changement compensable et modalités sensorielles. Les points du plan représentent les dépendances φ' tel que le changement (φ, φ') est compensable par une adaptation motrice non spatiale, les courbes représentent les évolutions de dépendance compatibles avec une même adaptation motrice. Les changements de situation perceptive comportant à la fois un changement de luminosité ou un changement d'intensité sonores soit divergent (au moins l'un des changements est une augmentation), soit convergent vers une même situation (les deux changements sont une diminution). Les changements de situation limités à un changement de luminosité ou un changement d'intensité sonores sont dans ce contexte des évolutions bien particulières.

6.5.8 Régularité, formulation différentielle

L'exemple considéré possède également certaines propriétés de régularité : les ensembles Φ et \mathcal{H} peuvent être dotés d'une structure de variété différentiable. Il est donc possible de traduire dans un cadre différentiel l'ensemble des points précédents :

- on s'intéresse alors aux changements tangents de dépendance et d'adaptation motrices : $(\varphi, \dot{\varphi}) \in T_{\varphi}\Phi$ et $\dot{h} \in T_{id_U}\mathcal{H}$,
- on dira que $(\varphi, \dot{\varphi})$ est un changement compensable par l'adaptation motrice \dot{h} s'il existe des trajectoires régulières de dépendances φ_t et d'adaptations motrices h_t telles que (φ, φ_t) est compensable par h_t pour tout t , avec : $\varphi_0 = \varphi$, $h_0 = id_U$, et les vecteurs tangents en $t = 0$ des trajectoire φ_t et h_t sont $\dot{\varphi}$ et \dot{h} ,
- on dira que la trajectoire φ_t est compensable par \dot{h} si $(\varphi_t, \dot{\varphi}_t)$ est compensable par \dot{h} pour tout t ,
- on dira que \dot{h} est une adaptation motrice génériquement compensable si pour tout $\varphi \in \Phi$, il existe $(\varphi, \dot{\varphi})$ compensable par \dot{h} ,
- on dira que la dépendance φ a des invariances si $(\varphi, 0)$ est compensable par une famille d'adaptations motrices \dot{h} ,
- il existe un système de correspondances $\dot{h}_1 \dot{h}_2 \sim \dot{g}$ sur les éléments de $T_{id_U}\mathcal{H}$ si

la succession d'une trajectoire compensable par \dot{h}_1 et d'une trajectoire compensable par \dot{h}_2 , produit une trajectoire compensable par \dot{g} et ainsi de suite.

L'existence, dans l'exemple considéré, de trajectoires régulières de dépendances φ_t et d'adaptations motrices h_t telles que (φ, φ_t) est compensable par h_t pour tout t est un fait qui n'est pas anodin. Le champ réceptif étendu des photorécepteurs exprime précisément que l'activité neuronale sensorielle dépend de manière régulière de l'environnement et de la posture du dispositif visuel, dans le cas d'un environnement constitué par une source lumineuse ponctuelle⁹. L'étendue du champ réceptif des photorécepteurs est la conséquence de différents facteurs, entre autre : extension physique du récepteur et filtrage spatial de l'image rétinienne par l'optique oculaire.

⁹Cela implique la régularité de l'activité sensorielle dans le cas d'un environnement constitué par une superposition de sources ponctuelles, du fait de la linéarité des équations de Maxwell et de l'additivité de l'absorption des photons au niveau réceptoral.