6.3 Vilém Zouhar

## Inverze

$$_{n}\Omega^{T} = _{n} \Omega, A = _{n} \Omega^{-1}, _{n} \Omega_{ij} = _{n} \omega^{ij} = e^{2\pi i j/n}$$

chceme:  $(A \times \Omega)_{i*} = [e_i]$ , pak volíme  $A_{i*} = (e^{-2\pi i/n}, e^{-2\pi 2i/n}, e^{-2\pi 3i/n}, \dots)$ 

(nezáleží, zdali bereme řádky, nebo sloupce, poněvadž je matice symetrická)

$$\text{potom } (A \times \Omega)_{ij} = \sum_{k=0}^{n-1} e^{-2\pi ki/n + 2\pi kj/n} = \sum_{k=0}^{n-1} e^{2\pi k(j-i)/n} = \sum_{k=0}^{n-1} (\omega^{j-i})^k,$$

avšak pro $i \neq j$ se jedná o součet všech mocnin od primitivní odmocniny z 1, což je 0:

$$\left(\sum_{i=0}^{n-1} e^{2\pi(j-i)k/n} = \frac{\left(e^{2\pi(j-i)k/n}\right)^n - 1}{e^{2\pi(j-i)k/n} - 1} = \frac{0}{\dots}\right)$$

pro i=jje to však součet $0\dots n-1$ mocnin čísla 1, což je n, proto normujeme:

$$A'_{ij}=\frac{e^{-2\pi ij/n}}{n}, A'=\Omega^{-1}$$