

## 7. domácí úkol | Vilém Zouhar

### 1

#### 1.1 Popis

Pokud leží nějaký vrchol na cyklu, tak pak jeho vzdálenost od sebe sama (po puštění Floyd Warshalla) je záporná. Pokud *detekovat* znamená rozhodnout, zdali v grafu záporný cyklus je, nebo není, pak stačí pustit Floyd Warshalla a projít vzdálenosti vrcholů od sebe samých.

#### 1.2 Korektnost

Korektnost Floyd Warshalla rozebrána na přednášce. Úprava zjevná.

#### 1.3 Pseudokód

```
d = Floyd-Warshall(G)
for i in range(n):
    if d[i, i] < 0:
        return true
return false
```

#### 1.4 Složitost

Floyd Warshall trvá  $O(n^3)$  časově a  $O(n^2)$  prostorově. Naše úpravy na tom nic nemění.

### 2

#### 2.1 Popis

Na konci Bellman Forda se pokusíme udělat relax na všechny možné hrany. Pokud někde podmínka relaxu vyjde, je zjevné, že se tam nachází záporný cyklus s hranou, kterou jsme právě zpracovali. Bellman Ford si při relaxu ukládá ke každému vrcholu  $i$  jeho předchůdce. Tedy pokud budeme brát předchůdce z vrcholu,  $u$  kterého se nám podařilo relaxovat, tak dostaneme kýžený záporný cyklus. Musíme si akorát pamatovat, které vrcholy jsme už našly a pak vzít jen ty, které tvoří cyklus. Celá cesta totiž rozhodně cyklus být nemusí.

#### 2.2 Korektnost

Korektnost Bellman Forda rozebrána na přednášce. Předchůdce každého vrcholu určuje jeho nejkratší cestu k  $s$ . Pokud existuje v grafu záporný cyklus, pak se k  $s$  dostaneme nejlépe právě přes něj.

#### 2.3 Pseudokód

Možná  $\pm 1$  chyby.

```
Bellman-Ford(G, s)
a = null
for each edge (u, v) with weight w in edges:
    if d[u] + w < d[v]:
        a = u
        break
if a == null:
    return "Negative_cycle_not_found"
else:
    arr = [0]*n // indexing by vertices
    i = 1
    for j in range(m):
        if arr[a] != 0:
            return arr, i // vertices with their number higher than i
                               are part of a negative cycle
        arr[a] = i++
```

#### 2.4 Složitost

Složitost Bellman Forda je  $O(mn)$ , naše úprava rozhodně neudělá řádově víc operací než kolik je počet hran.