

Došlo k nepěknému přetížení slova *zdroj*. Toto slovo tedy budu používat jako v zadání a onen speciální vrchol budu označovat *source*. Zároveň *stok* přejmenuji na *terminal*.

Popis

Vytvoříme si opět bipartitní graf. Partita A bude tvořena projekty a partita B zdroji. A zapojíme do source orientovaně (s, a) . Obdobně pro každý zdroj zapojíme do terminálu (z, t) . Na závěr mezi vrcholy z A a B přidáme orientovanou hranu (a, b) právě tehdy, jestliže je b předpokladem (zdrojem) a . Kapacity hran prvního typu budou odměny za projekty, druhého typu to jsou ceny zdrojů a posledního budou všechny nekonečno. Každá hrana je orientovaná ve smyslu od source do terminal.

Myšlenka a důkaz

Úlohu budeme řešit přes minimální řez, ale pod kapotou to je stejně maximální tok. U minimálního řezu se jen lépe ukazuje myšlenka. Vytvoříme tedy minimální řez v našem grafu (jedna část (C) nutně obsahuje source a druhá terminal). Představíme si, že jsme už dostali peníze za všechny projekty, které jsou možné a v grafu si jen vybíráme, které projekty neuděláme. Tím se tedy snažíme minimalizovat jakoukoliv změnu (ztrátu). Rozvážíme si příklad projektu p a dvou zdrojů z_1, z_2 . V řezu můžou nastat tyto možnosti:

- $s \in D, p \notin D$: pak zaplatíme ale cenu, která je úměrná velikosti hrany (s, p) , což je právě cena projektu. Tedy jako bychom se museli vzdát dříve přidělených peněz.
- $s \in D, p \in D, (z_1 \notin D \vee z_2 \notin D)$: tady jsme se rozhodli pro projekt p , ale nezahrnuli jsme alespoň jeden ze zdrojů, tedy musíme zaplatit nekonečno, což je pro řez nepřipustné.
- $s \in D, p \in D, (z_1 \in D \wedge z_2 \in D)$: nechali jsme si projekt, ale zároveň zaplatili cenu dvou zdrojů (neboť $t \notin D$). Pro další projekt, který používá tyto zdroje, nemusíme platit navíc nic.

Algoritmus a složitost

Máme celkem $N = l + k$ vrcholů a až $M = lk$ hran. Minimální řez nalezneme opět pomocí algoritmu maximálního toku, což jde údajně (James B Orlin's + KRT) až v $O(MN) = O((l + k)lk)$