

## 1 Skalární součin

- $\delta$  Definice skalárního součinu, standardního skalárního součinu, normy, normy indukované skalárním součinem, metriky
- $\delta$  Definice kolmosti, ortogonálního a ortonormálního systému vektorů
- $\tau$  Pythagorova věta, trojúhelníková nerovnost, Cauchy Schwarzova nerovnost, rovnoběžníkové pravidlo
- $\tau$  Ortonormální systém je lineárně nezávislý, Fourierovy koeficienty
- $\tau$  Gram-Schmidtova ortogonalizace, všude ortonormální báze + rozšíření
- $\tau$  Besselova nerovnost, Parsevalova rovnost

## 2 Ortogonální doplněk, Ortogonální projekce, Ortogonální matice

- $\delta$  Definice ortogonálního doplňku
- $\tau$  Dva seznamy vlastností ortogonálního doplňku
- $\delta$  Definice ortogonální projekce
- $\tau$  Výpočet dané projekce, ortogonální doplněk řádkového prostoru je kernel + důsledky
- $\tau$  Projekce do sloupcového prostoru, ortogonální projekce do doplňku, metoda nejmenších čtverců
- $\delta$  Definice ortogonální a unitární matice
- $\tau$  Vlastnosti ortogonálních matic, součin ortogonálních matic, ortogonální matice a součin
- $\tau$  Ortogonální matice a lineární zobrazení, stačí 2

## 3 Determinanty

- $\delta$   $\text{sgn}$  permutace, definice determinantu,
- $\tau$  Řádková linearita determinantu, determinant a elementární úpravy, determinant a singularita
- $\tau$  Determinant součinu, determinant  $A^{-1}$ , Laplaceův rozvoj, Cramerovo pravidlo
- $\delta$  Adjungovaná matice
- $\tau$   $A \cdot \text{adj}(A)$ ,  $A^{-1}$  přes adjungovanou matici, celočíselné hodnoty
- $\tau$  Objem rovnoběžnostěny

## 4 Vlastní čísla

- $\delta$  Definice vlastního čísla a příslušného vlastního vektoru, charakteristický polynom, geometrická násobnost
- $\tau$  Ekvivalentní definice (charakterizace), vlastní čísla a charakteristický polynom
- $\delta$  Stopa, spektrum, spektrální poloměr
- $\tau$  Vlastní čísla, determinant a stopa, vlastní čísla a matice, vlastní číslo komplexně sdružené
- $\delta$  Definice matice společnice
- $\tau$  Charakteristický polynom matice společnice
- $\tau$  Cayley-Hamilton  $\star$ , důsledek Cayley-Hamilton  $\star$
- $\delta$  Definice podobnosti, diagonalizovatelnost

- $\tau$  Podobné matice a vlastní čísla
- $\tau$  Charakterizace diagonalizovatelnosti, lineárně nezávislé vlastní vektory
- $\tau$  Vlastní čísla  $AB$  a  $BA$
- $\delta$  Jordanova buňka, Jordanova normální forma, hermitovská transpozice
- $\tau$  Podobnost Jordanově normální formě, vlastní čísla hermitovských matic
- $\tau$  Spektrální rozklad symetrických matic
- $\tau$  Courant-Fischer o uspořádání vlastních čísel, Perronova, Gerschgorinovy disky
- $\tau$  Mocninná metoda, Deflace vlastního čísla

## 5 Pozitivní definitnost

- $\delta$  Definice pozitivní definitnosti
- $\tau$  Základní vlastnosti (linearita, inverze), charakterizace pozitivně definitních matic
- $\tau$  Rekurence pro pozitivní definitnost, Choleského rozklad, Gaussova eliminace a pozitivní definitnost
- $\tau$  Sylvestrovo kritérium, skalární součin a pozitivní definitnost, odmocnina z matice

## 6 Bilineární a kvadratické formy

- $\delta$  Definice bilineárních a kvadratických forem, definice příslušné matice
- $\tau$  Maticové vyjádření, dva důsledky
- $\tau$  Matice kvadratické formy při změně báze, Sylvestrův zákon setrvačnosti, dva důsledky
- $\delta$  Signature kvadratické formy, matice Householderovy transformace
- $\tau$  Householderova transformace

## 7 Rozklady

- $\tau$  QR rozklad
- $\tau$  SVD rozklad