

Solution 8.7

T1 排名

签到题，多关键字排序，优先按照成绩排序，其次按照年级，最后按照输入顺序。
然后暴力统计排在前面的人年级低的有多少。

T2 球迷

前缀和 + 线性 DP

我们把巴萨球迷看做是 1，皇马球迷看做是-1。

那么 $f[i]$ 表示前 i 个人至少分多少寝室，

$F[i] = \max(f[j] + 1)$; 当且仅当 $[j + 1, i]$ 这段全是 1 或者全是-1，或者总和的绝对值不超过 M 才可以转移。

T3 快速算

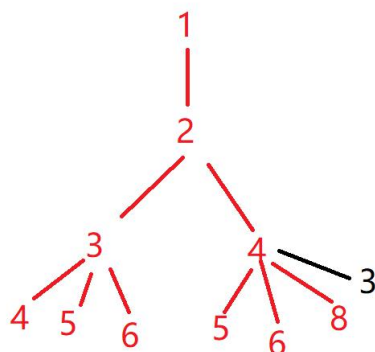
前缀和本题等价于最短加法链问题，即给定正整数 n ，求最短的序列 $\{a_i\}_{1 \leq i \leq k}$ ，满足：

① $a_1 = 1, a_k = n$

②数列中除 a_1 外的任何一个数字都是某两个前面的数字(这两个数字可以相同)之和。

首先“最短加法链”是有数学背景的，这是一个 NP 完全问题，理论上是没有一个好的完全正确的算法，可以同时拥有多项式级别的复杂度和正确性。这题只能思考一些近似解。

我们希望构造这样一个搜索树：图中从根出发的所有长度为 1 的路径，它们是长度为 1 的所有加法链，也即{1}。从根出发的所有长度为 i 的路径，构成所有长度为 i 的加法链。按照加法链的定义，我们只需要把某条路径上所有(新的，路径上未出现的)两数和作为到路径末端节点的儿子节点即可。



因为枚举的完全性，上述做法肯定是对的，唯一不足的地方就是速度和空间的开销。我们尝试进行一些优化/简化。

①我们只考虑递增的加法链，比如{1,2,4,3}和{1,2,3,4}是类似的，而且前者一定不是最后一个数字的最短加法链。

②更近一步地，我们只考虑把最大的数字和别的数字相加的情况。即我们只考虑满足 $a_{i+1} = a_i + a_j, 1 \leq j \leq i$ 对所有 i 成立的加法链

③对于每一个数字，我们只记录一个它的最短加法链，之后重复出现就不再考虑。例如上图中的 5 和 6，我们只考虑从 3 下面延伸出来的加法链

无疑，②和③破坏了做法的完备性，但是把时间和空间压缩到了可以接受的范围。因为每个数只考虑一次，所以我们用 BFS 的方法去搜索即可。

T4 合并

贪心，单调栈，玄学乱搞

首先类似于石子合并的问题， $O(n^3)$ 可以获得 50 分的好成绩，同时也将同学往错误的道路上引导。

我们只考虑将小数合并到大数上的情况。对于一个数 a_i ，它要么与 i 之前第一个 $> a_i$ 的数合并，要么与 i 之后第一个 $> a_i$ 的数合并，所以用单调栈维护一下，贪心地选择较小的那个即可。

另外 相邻两个数取最大的加进答案即可，这样似乎也是对的