

Quantum computing programming languages

Laureanda: **Alice Pagano**

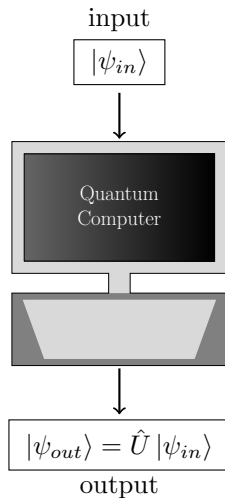
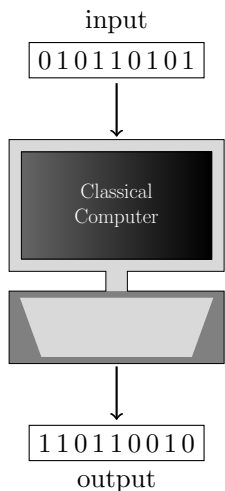
Relatore: **Prof. Simone Montangero**

24 Settembre 2019



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Quantum computing: che cos'è?



Qual è la differenza?

Fenomeni quantistici, come l'**entanglement**, rendono l'informazione processata da un sistema quantistico molto diversa da quella di un computer classico.

Qual è la differenza?

Fenomeni quantistici, come l'**entanglement**, rendono l'informazione processata da un sistema quantistico molto diversa da quella di un computer classico.

A cosa serve un computer quantistico?

Risolvere problemi impossibili da risolvere con un computer classico per via del grande **costo computazionale**.

Un qubit è un sistema quantistico a due livelli.

Un qubit è un sistema quantistico a due livelli.

Genericamente, il suo stato si può scrivere come una combinazione lineare degli stati $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$:

$$|\psi\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle$$

dove $0 \leq \theta \leq \pi$, $0 \leq \phi < 2\pi$.

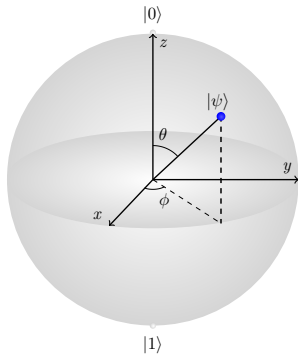


Figura: Sfera di Bloch.

Stato puro

Stato di informazione massimale.

Stato misto

Stato di informazione non massimale.

Matrice densità

Consideriamo un sistema che si trova nello stato $|\psi_i\rangle$ con probabilità p_i . La matrice densità è definita come

$$\rho = \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|$$

È un fenomeno **puramente quantistico**, che implica una correlazione intrinseca tra i costituenti del sistema.

Matematicamente, uno stato entangled **non** può essere fattorizzato come il prodotto tensore degli stati costituenti:

$$(\rho^{AB}) = \sum_i p_i (\rho_i^A \otimes \rho_i^B).$$

È un fenomeno **puramente quantistico**, che implica una correlazione intrinseca tra i costituenti del sistema.

Matematicamente, uno stato entangled **non** può essere fattorizzato come il prodotto tensore degli stati costituenti:

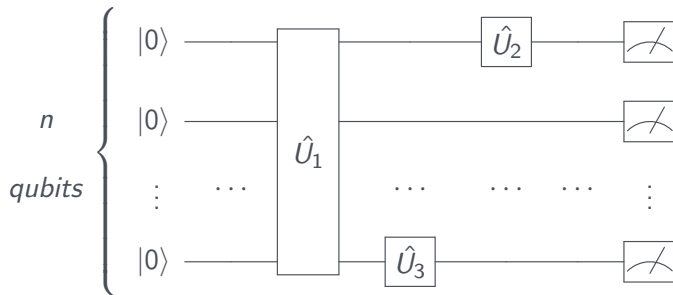
$$(\rho^{AB}) = \sum_i p_i (\rho_i^A \otimes \rho_i^B).$$

Stato GHZ

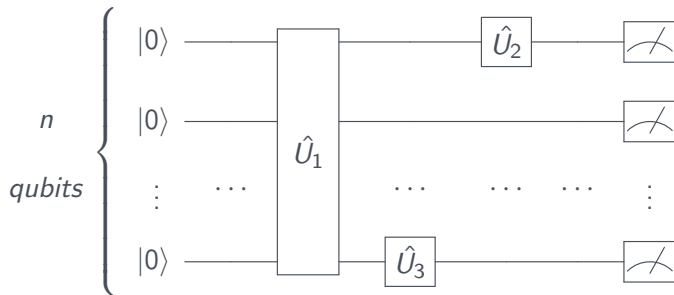
Per un sistema con $N > 2$ qubit, si definisce:

$$|\text{GHZ}\rangle = \frac{|0\rangle^{\otimes N} + |1\rangle^{\otimes N}}{\sqrt{2}}$$

Un circuito quantistico di n -qubit è costituito da:



Un circuito quantistico di n -qubit è costituito da:



I gate quantistici sono rappresentati da **matrici unitarie** \hat{U} . L'azione di un gate si può rappresentare come:

$$|\psi'\rangle = \hat{U}|\psi\rangle$$

Hadamard gate

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{---} \boxed{H} \text{---}$$

Crea una sovrapposizione degli stati $|0\rangle$ e $|1\rangle$.

Hadamard gate

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$



Crea una sovrapposizione degli stati $|0\rangle$ e $|1\rangle$.

Controlled-X gate

$$C_X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



Inverte lo stato del qubit bersaglio se il qubit controllore è nello stato $|1\rangle$.

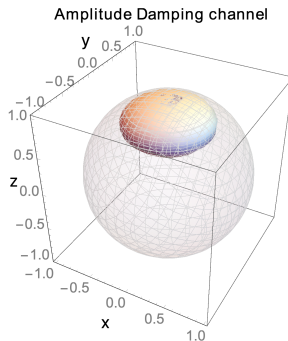
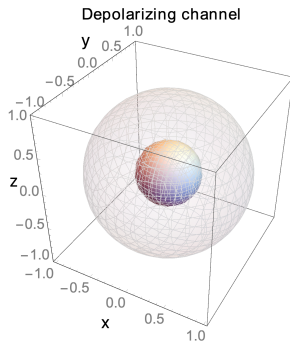
Un sistema che interagisce con un **ambiente esterno** è affetto durante la sua dinamica da rumore.

Un sistema che interagisce con un **ambiente esterno** è affetto durante la sua dinamica da rumore.

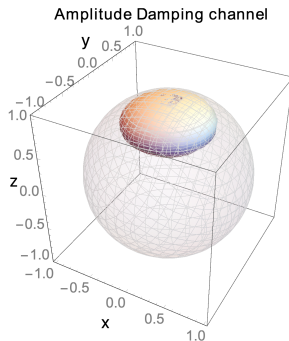
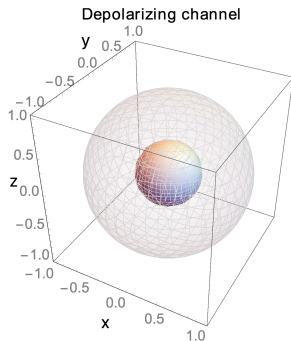
Il rumore quantistico può essere riprodotto introducendo un set di **canali quantistici** che agiscono come:

$$\rho \rightarrow \rho' = \sum_k E_k \rho E_k^\dagger$$

I canali a **singolo qubit** possono essere illustrati da una trasformazione affine che trasforma la sfera di Bloch in un ellissoide con volume minore o uguale.



I canali a **singolo qubit** possono essere illustrati da una trasformazione affine che trasforma la sfera di Bloch in un ellissoide con volume minore o uguale.

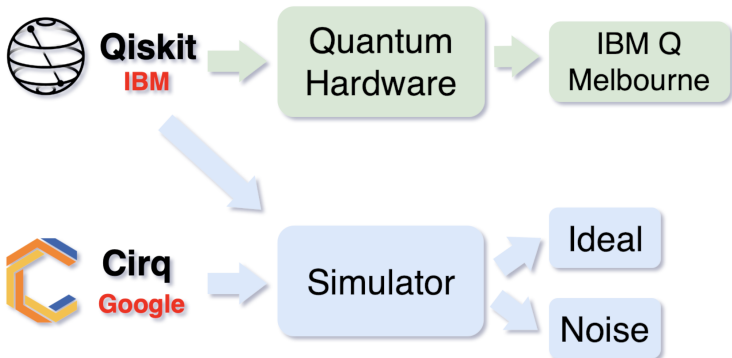


→ Tempi di rilassamento

Il software quantistico si occupa della comunicazione con un device
Il linguaggio di programmazione usato è **Python**.



Il software quantistico si occupa della comunicazione con un device
Il linguaggio di programmazione usato è **Python**.



IBM Q Melbourne: quantum computer con $n = 14$ qubit.

IBM Q Melbourne: quantum computer con $n = 14$ qubit.

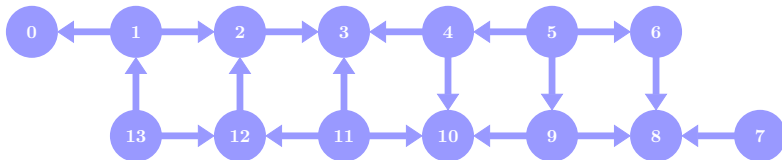


Figura: Mappa di accoppiamento di IBM Q Melbourne.

OBIETTIVO: misura bontà stato GHZ \rightarrow fidelity.

$$F = |\langle \psi_0 | \psi(t) \rangle|^2$$

OBIETTIVO: misura bontà stato GHZ \rightarrow fidelity.

$$F = |\langle \psi_0 | \psi(t) \rangle|^2$$

ESPERIMENTO:

- In uno stato GHZ *ideale*, se ciascun qubit ha una rotazione di fase ϕ , allora N -qubit ruotano collettivamente di $N\phi$.
- In presenza di *rumore*, lo stato GHZ è parzialmente misto e una fase differente può essere osservata.

Osservando come uno stato GHZ *non ideale* risponde a rotazioni di fase, è possibile vincolare la fidelity dello stato \rightarrow misura di MQC (Multiple Quantum Coherence).

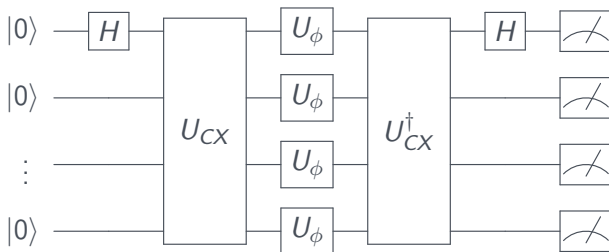


Figura: Circuito MQC per N qubit con $U_{\phi} = \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\phi}{2}} & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\phi}{2}} \end{pmatrix}$.

Il circuito MQC di N qubit è stato implementato nei due software.

Il circuito MQC di N qubit è stato implementato nei due software.

Il processo di misura è stato eseguito nel seguente modo:

Il circuito MQC di N qubit è stato implementato nei due software.

Il processo di misura è stato eseguito nel seguente modo:

- 1 si è fissato il valore di ϕ e il circuito è stato eseguito in un device.

Il circuito MQC di N qubit è stato implementato nei due software.

Il processo di misura è stato eseguito nel seguente modo:

- 1 si è fissato il valore di ϕ e il circuito è stato eseguito in un device.
- 2 si è misurata la fase amplificata, calcolando la probabilità che il sistema ritorni nello stato iniziale, S_{ϕ} .

Il circuito MQC di N qubit è stato implementato nei due software.

Il processo di misura è stato eseguito nel seguente modo:

- 1 si è fissato il valore di ϕ e il circuito è stato eseguito in un device.
- 2 si è misurata la fase amplificata, calcolando la probabilità che il sistema ritorni nello stato iniziale, S_ϕ .
- 3 gli step 1-2 sono eseguiti nuovamente per ciascun valore di $\phi_j = \frac{\pi j}{N+1}$, dove $j = 0, 1, 2, \dots, 2N + 1$.
Si è così ottenuta una lista di misure per differenti valori di ϕ .

L'analisi è stata eseguita nel seguente modo:

L'analisi è stata eseguita nel seguente modo:

1 si sono illustrati in uno stesso grafico S_ϕ e S_ϕ^{ideale} .

L'analisi è stata eseguita nel seguente modo:

- 1 si sono illustrati in uno stesso grafico S_ϕ e S_ϕ^{ideale} .
- 2 si sono calcolate per S_ϕ e S_ϕ^{ideale} le **ampiezze MQC**, definite come

$$I_q = \mathcal{N}^{-1} \left| \sum_{\phi} e^{iq\phi} S_\phi \right|$$

e sono calcolate tra $[-N, N]$.

L'analisi è stata eseguita nel seguente modo:

- 1 si sono illustrati in uno stesso grafico S_ϕ e S_ϕ^{ideale} .
- 2 si sono calcolate per S_ϕ e S_ϕ^{ideale} le **ampiezze MQC**, definite come

$$I_q = \mathcal{N}^{-1} \left| \sum_{\phi} e^{iq\phi} S_\phi \right|$$

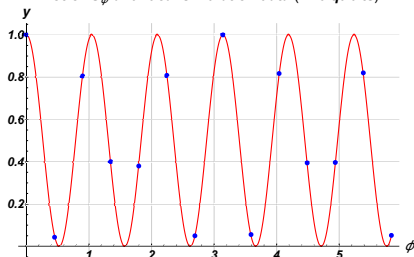
e sono calcolate tra $[-N, N]$.

- 3 Infine, si è limitata la **fidelity** dello stato:

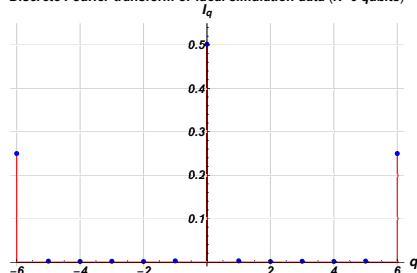
$$2\sqrt{I_N} \leq F \leq \sqrt{I_0/2} + \sqrt{I_N}$$

Il circuito è stato eseguito nel simulatore in **condizioni ideali**:

Plot of S_ϕ and ideal simulation data (N=6 qubits)

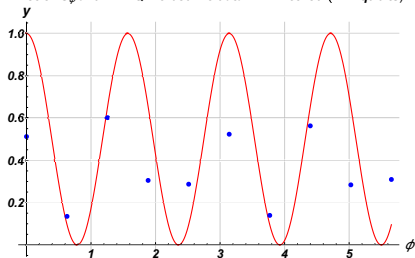


Discrete Fourier transform of ideal simulation data (N=6 qubits)

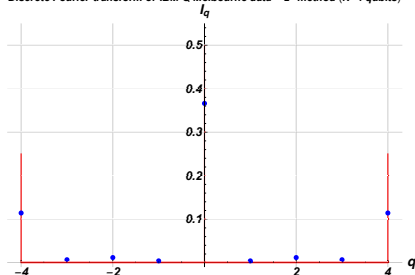


Il circuito è stato eseguito nell'hardware IBM Q Melbourne:

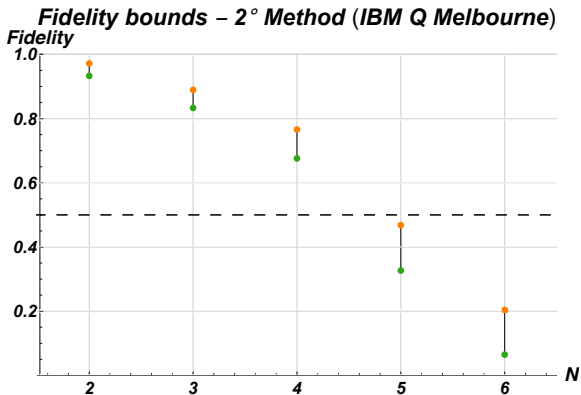
Plot of S_ϕ and IBM Q Melbourne data – 2° method (N=4 qubits)



Discrete Fourier transform of IBM Q Melbourne data – 2° method (N=4 qubits)



I valori degli estremi della **fidelity** in funzione del numero di qubit N sono:



Si consideri il circuito MQC di $N = 5$ qubit.

Si consideri il circuito MQC di $N = 5$ qubit.

Sono stati aggiunti **canali quantistici** al circuito:

Si consideri il circuito MQC di $N = 5$ qubit.

Sono stati aggiunti **canali quantistici** al circuito:

- 1** i canali scelti sono di uno stesso tipo e dipendono da un unico parametro.

Si consideri il circuito MQC di $N = 5$ qubit.

Sono stati aggiunti **canali quantistici** al circuito:

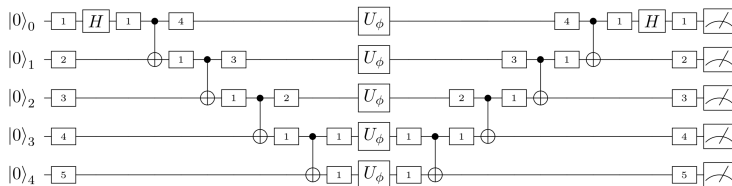
- 1** i canali scelti sono di uno stesso tipo e dipendono da un unico parametro.
- 2** Il parametro è stato fissato a un valore uguale, γ .

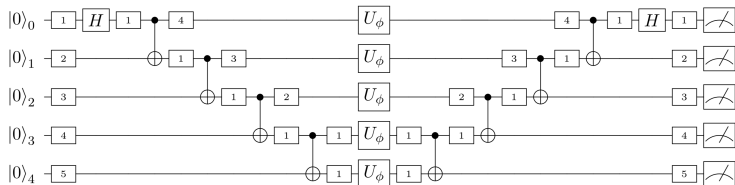
Si consideri il circuito MQC di $N = 5$ qubit.

Sono stati aggiunti **canali quantistici** al circuito:

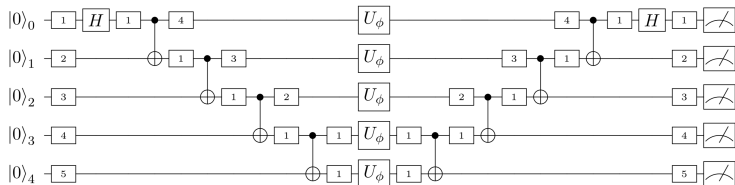
- 1** i canali scelti sono di uno stesso tipo e dipendono da un unico parametro.
- 2** Il parametro è stato fissato a un valore uguale, γ .
- 3** Ciascun canale è stato inserito tra due gate contigui del circuito MQC.
 - Il circuito MQC base è stato diviso in intervalli di tempo fissati, $\Delta t = 1 \mu s$.
 - Il numero di canali inseriti tra un gate e il successivo è **proporzionale** all'intervallo di tempo tra questi.

Cirq: canali quantistici

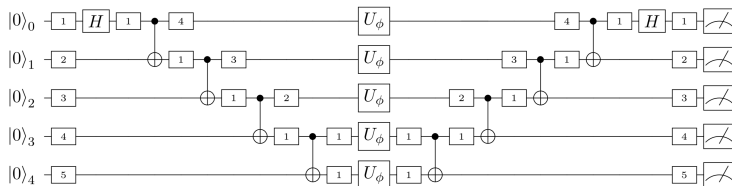




- Si è eseguito il circuito per **diversi** valori del parametro del canale.

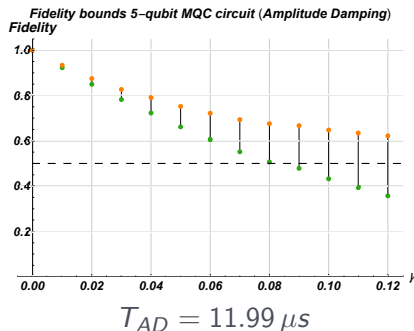
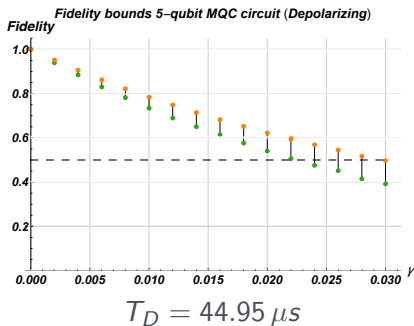


- Si è eseguito il circuito per **diversi** valori del parametro del canale.
- Il processo di misura e analisi è stato effettuato come prima.



- Si è eseguito il circuito per **diversi** valori del parametro del canale.
- Il processo di misura e analisi è stato effettuato come prima.
- Si è considerato il **massimo** valore del parametro per il quale i limiti della fidelity sono accettabili e si è calcolato il **tempo di rilassamento** associato.

I risultati ottenuti rispettivamente per il canale **Depolarizing** e **Amplitude Damping** sono:



Ricapitolando:

Ricapitolando:

- sono stati comparati i due software di IBM e Google, rispettivamente Qiskit e Cirq.

Ricapitolando:

- sono stati comparati i due software di IBM e Google, rispettivamente Qiskit e Cirq.

	Qiskit	Cirq
Simulatori	✓	✓
Quantum computer	✓	✗
Circuito parametrizzato	✓	✓
Noise model	✓	✗
Community	✓	✗

Ricapitolando:

- sono stati comparati i due software di IBM e Google, rispettivamente Qiskit e Cirq.

	Qiskit	Cirq
Simulatori	✓	✓
Quantum computer	✓	✗
Circuito parametrizzato	✓	✓
Noise model	✓	✗
Community	✓	✗

- i due software sono stati testati creando uno stato GHZ di N qubit.

Ricapitolando:

- sono stati comparati i due software di IBM e Google, rispettivamente Qiskit e Cirq.

	Qiskit	Cirq
Simulatori	✓	✓
Quantum computer	✓	✗
Circuito parametrizzato	✓	✓
Noise model	✓	✗
Community	✓	✗

- i due software sono stati testati creando uno stato GHZ di N qubit.

Computer quantistici di IBM → rumore.

Simulazione in Cirq con canali quantistici → $T_{AD} < T_D$.

Achieving perfection is hard,
but remaining perfect...
that's impossible.

We're trying to create
things that are stable...



Achieving perfection is hard,
but remaining perfect...
that's impossible.

We're trying to create
things that are stable...



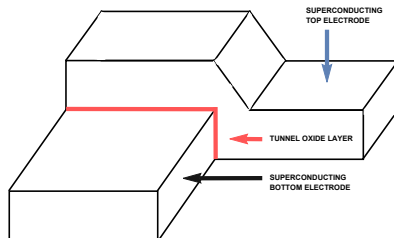
Grazie per l'attenzione!

Slide di BACKUP

PROBLEMA: mantenere il sistema disaccoppiato dall'ambiente, eccetto durante la fase di scrittura, controllo e misura.

In un hardware quantistico i qubit sono accoppiati tramite elementi elettrici **non dissipativi** \Rightarrow 'superconducting qubit'.

L'elaborazione dei segnali è eseguita da elettrici superconduttori **non lineari** e **non dissipativi**, detti giunzioni di Josephson.




```
1 import cirq
2 import numpy as np
3 from math import pi
4 import matplotlib.pyplot as plt
5 #select the number of qubit and define LineQubits structure
6 n = 3
7 qubits = cirq.LineQubit.range(n)
8 #create the circuit
9 def circuit():
10     circuit = cirq.Circuit()
11     circuit.append(cirq.H(qubits[0]))
12     for i in range(n-1):
13         circuit.append(cirq.CNOT(qubits[i],qubits[i+1]))
14     #measurement
15     circuit.append(cirq.measure(*qubits, key='x'))
16     print(circuit)
17     return circuit
18 #select the simulator and execute the circuit
19 def simulation(circuit):
20     simulator = cirq.Simulator()
21     results = simulator.run(circuit, repetitions=100)
22     counts = cirq.plot_state_histogram(results)
23 #main function
24 def main():
25     simulation(circuit())
26 if __name__ == '__main__':
27     main()
```

Figura: Esempio circuito quantistico in Cirq.

Cosa significa eseguire un circuito?

- In una singola esecuzione con n misure, il risultato sarà uno delle 2^n possibili stringhe binarie di n -bit.
- Se l'esperimento è eseguito una seconda volta, anche se la misura è perfetta e non ha errori, il risultato potrebbe essere differente, compatibilmente con la casualità della meccanica quantistica.

Quindi, il risultato di un circuito quantistico eseguito più volte, può essere rappresentato come una distribuzione su tutti i **2^n possibili risultati**, che possono essere illustrati in un istogramma.

