

به نام خدا

گزارش تمرین چهارم درس مبانی پردازش تصویر

نام دانشجو: امیرپارسا سلمان خواه

شماره دانشجویی: ۹۸۳۱۰۳۴

استاد: دکتر آذرنوش

## پاسخ سوال ۱:

(۱)

$$F(f(x - m_0, y - n_0)) = \sum_{x=m_0}^{M-1+m_0} \sum_{y=n_0}^{N-1+n_0} f(x - m_0, y - n_0) e^{-j2\pi(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})}$$

با جایگذاری  $y' = y - n_0$  و  $x' = x - m_0$  داریم:

$$\begin{aligned} F(f(x - m_0, y - n_0)) &= \sum_{x'=0}^{M-1} \sum_{y'=0}^{N-1} f(x', y') e^{-j2\pi(\frac{u(x'+m_0)}{M} + \frac{v(y'+n_0)}{N})} \\ &= F(u, v) e^{-j2\pi(\frac{um_0}{M} + \frac{vn_0}{N})} \end{aligned}$$

بنابراین تبدیل فوریه در یک عدد مختلط ضرب می شود.

(۲)

ماتریس دوران به شکل زیر است:

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

لذا باید تبدیل فوریه زیر را محاسبه کنیم:

$$\begin{aligned} F(f(x\cos\theta - x\sin\theta, y\sin\theta + y\cos\theta)) \\ = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(x\cos\theta - x\sin\theta, y\sin\theta + y\cos\theta) e^{-j2\pi(\frac{u(x\cos\theta - x\sin\theta)}{M} + \frac{v(y\sin\theta + y\cos\theta)}{N})} \end{aligned}$$

همانطور که مشاهده می شود، خود تبدیل فوریه در اینجا نیز به همان میزان دوران پیدا کرده است.

(۳)

باید تصویر را به اندازه نصف آن شیفت دهیم. می دانیم:

$$F(f(x - m_0, y - n_0)) = F(u, v) e^{-j2\pi(\frac{um_0}{M} + \frac{vn_0}{N})}$$

بنابراین با جایگذاری میزان شیفت داریم:

$$F(f(x - M/2, y - N/2)) = F(u, v) e^{-j2\pi(\frac{u}{2} + \frac{v}{2})} = F(u, v) e^{-j\pi(u + v)} = F(u, v) (-1)^{(u+v)}$$

بنابراین اگر مجموع طول و عرض نقطه موجود در تبدیل فوریه تصویر اصلی زوج باشد، میزان آن تغییری نمی کند اما اگر فرد باشد مقدار آن قرینه می شود.

پاسخ سوال ۲:

(آ)

$$f(x,y) = \delta(0) - 2\pi A \sigma^2 e^{-2\pi^2 \sigma^2 (x^2 + y^2)}$$

(ب)

$$F'(u, v) = F(u, v)(e^{j2\pi u/M} + e^{j2\pi v/N} - 2)$$

(ج)

$$F'(u, v) = F(u, v)(2j\sin(2\pi u/M) + 2j\sin(2\pi v/N) - 4)$$

از آنجا که دو تابع بخش ب و ج نسبت به  $u$  و  $v$  صعودی هستند، فرکانس‌های بالاتر در این دو تابع بیشتر تقویت می‌شوند و لذا همانند یک فیلتر بالاگذر عمل می‌کنند.

پاسخ سوال ۳ و ۴:

جواب این دو سوال در فایل ژوپیتِر نوتبوک متناظر با شماره آن‌ها در همین پوشه آمده است.