Статья в формате TeX о многочленах Цернике.

Задача: Вычислить первые 5 многочленов и построить их графики.

Определения:

Есть чётные и нечётные многочлены Цернике. Чётные многочлены определены как

$$Z_n^m(\varphi, p) = R_n^m(p) * \cos(m\,\varphi)$$

а нечётные как

$$Z_n^{-m}(\varphi, p) = R_n^m(p) * \sin(m\,\varphi)$$

где m и n — неотрицательные целые числа, такие что n >= m, φ — азимутальный угол, а — радиальное расстояние, 0 <= p <= 1. Многочлены Цернике ограничены в диапазоне от -1 до +1, т.е $|Zm\_n\,(p, \varphi)| \leq 1$.
Радиальные многочлены R_n^m определяются как

$$R_n^m(p) = \sum_{k=0}^{\frac{n-m}{2}} \frac{(-1)^k\ (n-k)!\,p^{n-2\,k}}{k!\ \left(\frac{n-m}{2}-k\right)!\ \left(\frac{n+m}{2}-k\right)!}$$

для чётных значений n - m , и тождественно равны нулю для нечётных n - m .

Ортогональность:

Ортогональность если m = 0:

$$\int_{x=0}^{1} Z_n^m(p, \varphi) * Z_{n'}^{m'}(p, \varphi)\,dp = \frac{\pi}{n+1}$$

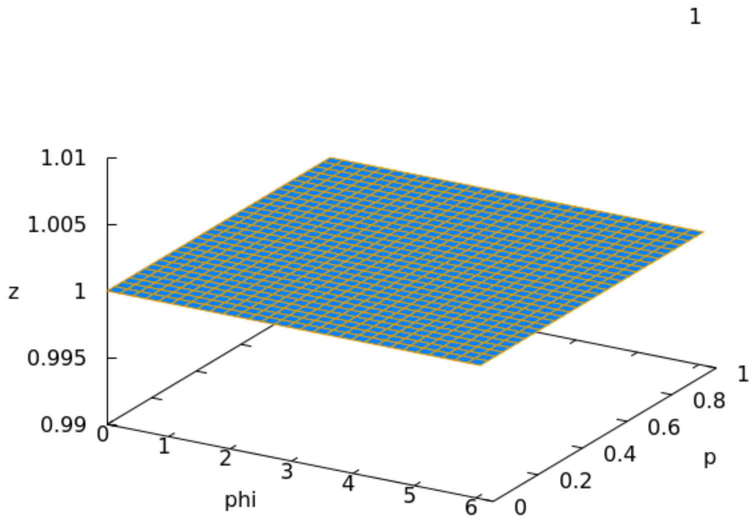
Ортогональность если m $\neq$ 0:

$$\int_{x=0}^{1} Z_n^m(p, \varphi) * Z_{n'}^{m'}(p, \varphi)\,dp = \frac{\pi}{2\,n+2}$$

Примеры:

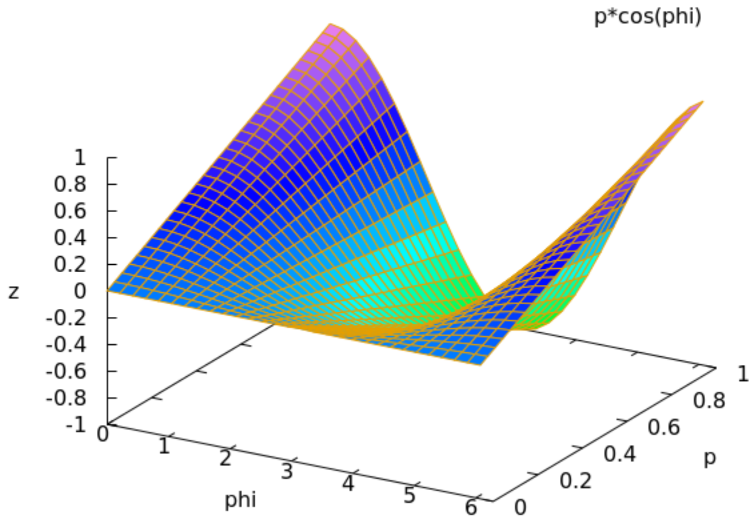
Является ортогональным:

$$R_0^0(p) = 1$$



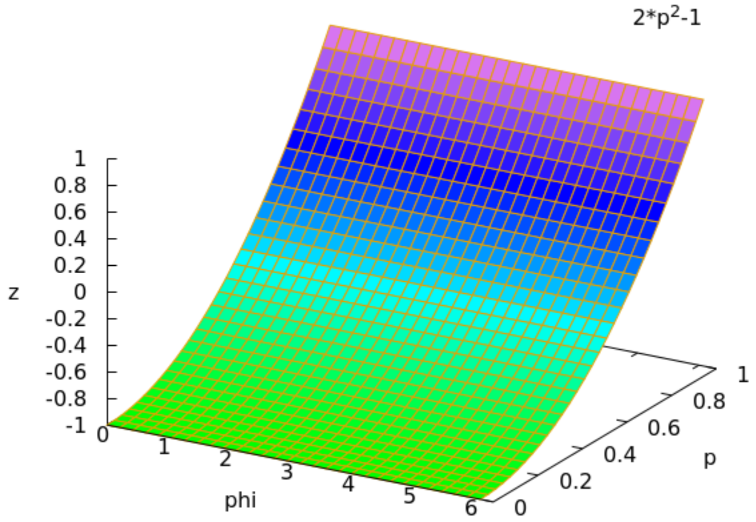
Не является ортогональным:

$$R_1^1(p) = p\,\cos\varphi$$



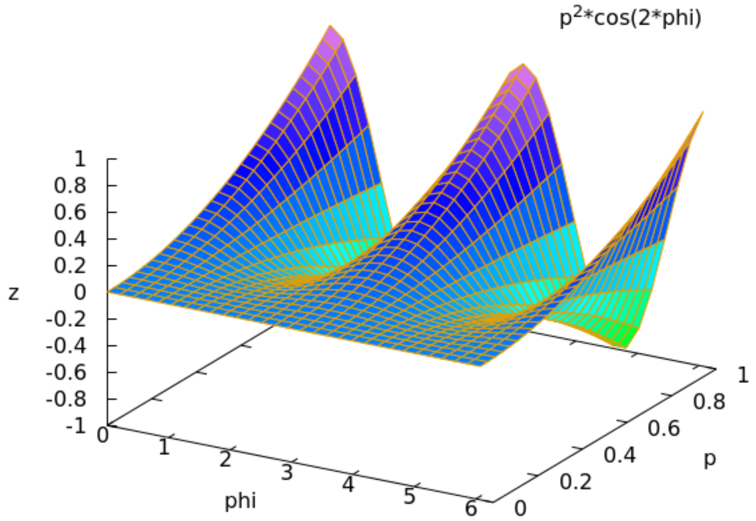
Является ортогональным:

$$R_2^0(p) = 2\,p^2 - 1$$



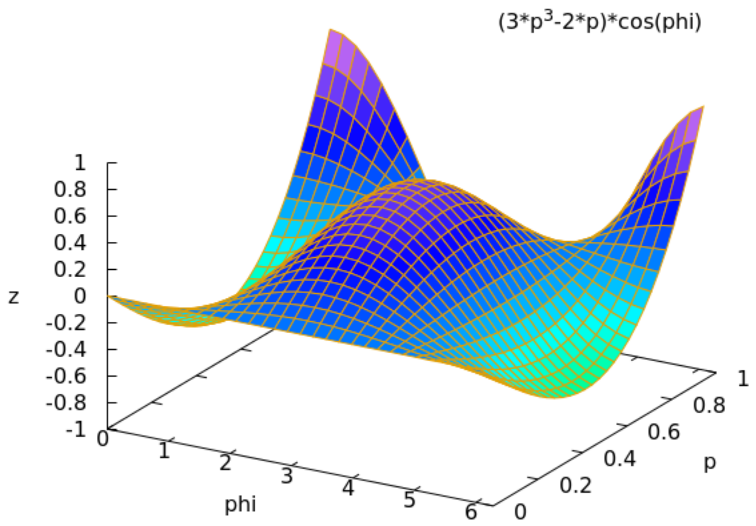
Не является ортогональным:

$$R_2^2(p) = p^2 \cos(2\varphi)$$



Не является ортогональным:

$$R_3^1(p) = \left(3\,p^3 - 2\,p\right) \cos\varphi$$


(3*p^3-2*p)*cos(phi)
1
0.8
0.6
0.4
0.2
z
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
0
1
2
3
4
5
6
phi
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
p