

# Статья в формате TeX о многочленах Цернике.

**Задача:** Вычислить первые 5 многочленов и построить их графики.

## Определения:

Есть чётные и нечётные многочлены Цернике. Чётные многочлены определены как

$$Z_n^m(\varphi, p) = R_n^m(p) * \cos(m \varphi)$$

а нечётные как

$$Z_n^{-m}(\varphi, p) = R_n^m(p) * \sin(m \varphi)$$

где  $m$  и  $n$  — неотрицательные целые числа, такие что  $n \geq m$ ,  $\varphi$  — азимутальный угол,  $a$  — радиальное расстояние,  $0 \leq p \leq 1$ . Многочлены Цернике ограничены в диапазоне от -1 до +1, т.е.  $|Z_m_n(p, \varphi)| \leq 1$ .

Радиальные многочлены  $R_n^m$  определяются как

$$R_n^m(p) = \sum_{k=0}^{\frac{n-m}{2}} \frac{(-1)^k (n-k)! p^{n-2k}}{k! \left(\frac{n-m}{2} - k\right)! \left(\frac{n+m}{2} - k\right)!}$$

для чётных значений  $n - m$ , и тождественно равны нулю для нечётных  $n - m$ .

## Ортогональность:

Ортогональность если  $m = 0$ :

$$\int_{x=0}^1 Z_n^m(p, \varphi) * Z_n^{m'}(p, \varphi) dp = \frac{\pi}{n+1}$$

Ортогональность если  $m \neq 0$ :

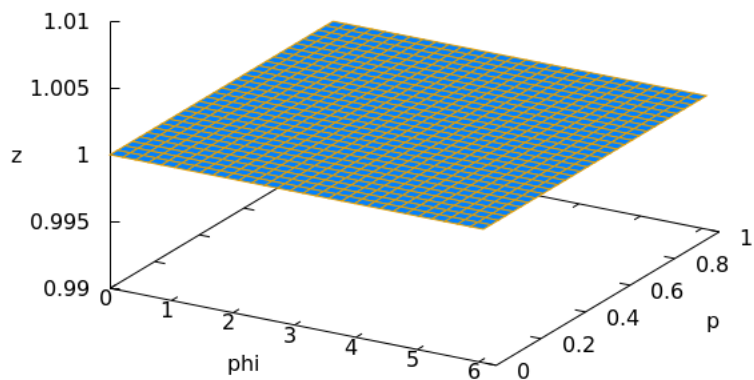
$$\int_{x=0}^1 Z_n^m(p, \varphi) * Z_n^{m'}(p, \varphi) dp = \frac{\pi}{2n+2}$$

## Примеры:

Является ортогональным:

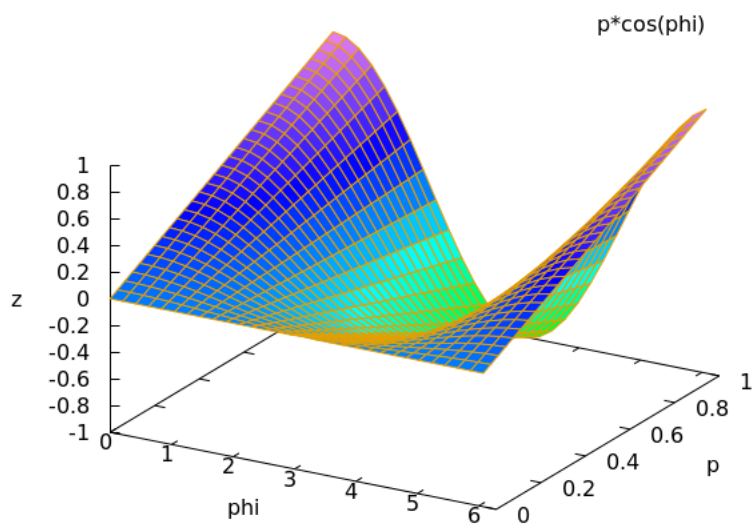
$$R_0^0(p) = 1$$

1



Не является ортогональным:

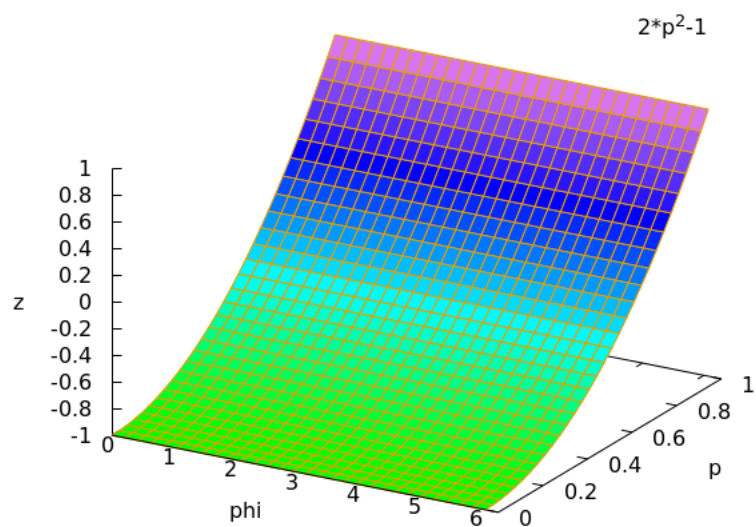
$$R_1^1(p) = p \cos \varphi$$



Является ортогональным:

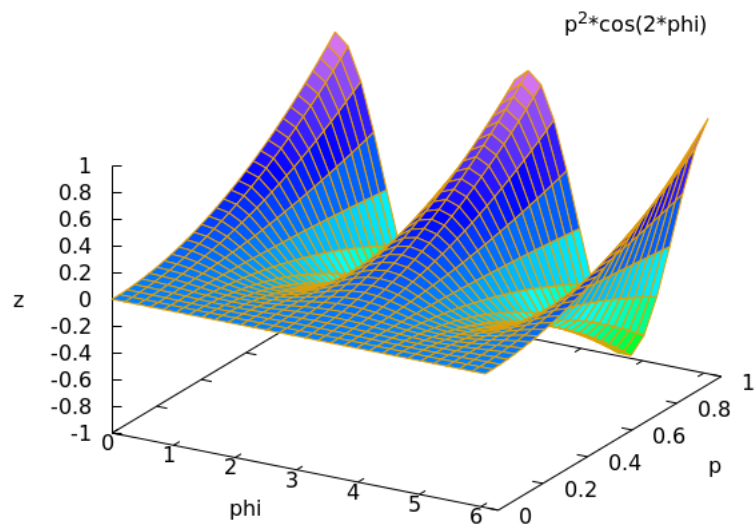
$$R_2^0(p) = 2p^2 - 1$$

2



Не является ортогональным:

$$R_2^2(p) = p^2 \cos(2\varphi)$$



Не является ортогональным:

$$R_3^1(p) = (3p^3 - 2p) \cos \varphi$$

