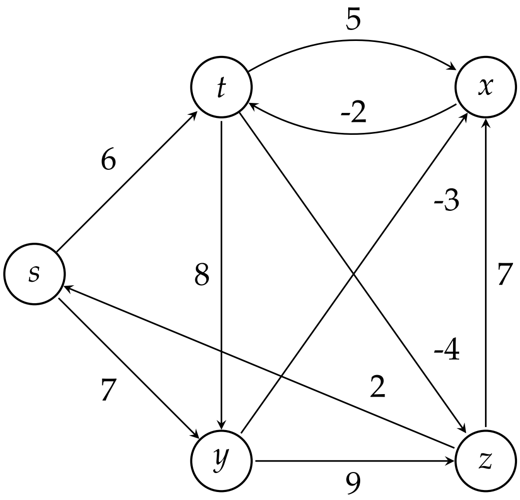
Borna Gajić

Algoritmi na grafovima

ZADATAK 1. [5+5 bodova]
Pokažite kako radi Bellman - Fordov algoritam na usmjerenom grafu sa slike ako je skup bridova $E = \{(s,t),(s,y),(t,x),(t,y),(t,z),(x,t),(y,x),(y,z),(z,s),(z,x)\}$. Ispišite vrijednosti d i π za svaki vrh prilikom prolaska kroz petlju. Algoritam kreće iz vrha s. Nakon što završite, postavite težinu brida (t,y) na 4 i ponovno provedite algoritam na danom grafu krećući iz vrha z.



RJEŠENJE

S	T	Y	X	Z
0	∞	∞	∞	∞
0	6 | S	7 | S	4 | Y	2 | T
0	2 | X	7 | S	4 | Y	2 | T
0	2 | X	7 | S	4 | Y	-2 | T

S	T	Y	X	Z
0	∞	∞	∞	∞
0	6 | S	7 | S	4 | Y	2 | T
0	2 | X	7 | S	4 | Y	2 | T
0	2 | X	6 | T	3 | Y	-2 | T
0	1 | X	6 | T	3 | Y	-2 | T

Zadatak 2. [5 bodova]
Dokažite sljedeći korolar.
Neka je $G = (V, E)$ težinski, usmjeren graf, s izvorišni brid i $w : G \to \mathbb{R}$ težinska funkcija. Pretpostavimo da G nema ciklusa negativne težine dostupnih iz s.
Tada, za svaki $v \in V$ vrijedi: postoji put od s do v ako i samo ako Bellman - Fordov algoritam završava s $d[v] < \infty$ na G.

Rješenje
=> Pozivom BFS algoritma potvrđujemo povezanost komponenti od S do V, stoga Bellman-Ford algoritam očito daje korektno rješenje pri pozivu na vrh S.
<= Ako Bellman-Ford daje konačno rješenje za d[V] tada postoji najkraći put od nekog vrha S ∈ V na kojem se algoritam poziva, ako je d[V] = ∞, nakon završetka algoritma, onda ne postoji brid koji povezuje komponente u kojima se nalaze V i S.

Zadatak 3. [5 bodova]
Modificirajte Bellman - Fordov algoritam tako da postavi $d[v]$ na $-\infty$ za sve vrhove v do kojih na putu od s do v postoji ciklus negativne težine.

Rješenje
Ako se na putu od S do V nalazi ciklus negativne težine pri čemu je U roditelj od V, tada će se u svakoj novoj iteraciji algoritma d[V] smanjivati. U suprotnom d[V] će se određivati normalno, stoga je liniju 7 potrebno zamijeniti s d[V] = -∞.