

LISTA DE EXERCÍCIOS 2 – DISCIPLINA DE ANÁLISE DE DADOS

Sandro Dias Pinto Vitenti

*Esses exercícios se referem às aulas sobre região de confiança e teste das verossimilhanças. Uma descrição dos métodos se encontra no livro *Statistics, A Guide to the Use of Statistical Methods in the Physical Sciences* - R.J. Barlow. Os exercícios devem ser feitos com programação em qualquer linguagem desejada.*

Considere a verossimilhança de super novas

$$L(D|\theta) = e^{-\frac{1}{2} \sum_i \frac{(\mu(z_i|\theta) - \mu_i^{obs})^2}{\sigma_i^2}}, \quad (1)$$

onde μ é a distância modular, z_i é o redshift da i -ésima supernova, e σ é o desvio padrão. Para calcular os parâmetros da verossimilhança acima, precisaremos das seguintes relações descritas abaixo.

A distância comóvel dada por

$$d_c(z) = \frac{c}{H_0} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')}, \quad (2)$$

tal que sua versão sem dimensão é

$$D_c(z) = \frac{H_0}{c} d_c(z). \quad (3)$$

Além disso, $E(z)$ é a função de Hubble normalizada

$$E^2(z) \equiv \frac{H^2(z)}{H_0^2} = \Omega_{\Lambda 0} + \Omega_{k0}(1+z)^2 + \Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{r0}(1+z)^4. \quad (4)$$

A distância comóvel temporal D_t dada por

$$D_t(z) = \frac{\sinh\left[\sqrt{\Omega_{k0}} D_c(z)\right]}{\sqrt{\Omega_{k0}}}, \quad (5)$$

onde Ω_{k0} é o valor da densidade de curvatura hoje. Usando a definição acima, temos que a distância de luminosidade e a distância modular são dadas por

$$D_L = (1 + z)D_t(z) \quad (6)$$

e

$$\mu(z) = 5 \log_{10} D_L + 25 + 5 \log_{10} \left[\frac{\frac{c}{H_0}}{1 \text{Mpc}} \right], \quad (7)$$

onde Mpc é megaparsec.

1. Considere a verossimilhança de super novas

$$L(D|\theta) = e^{-\frac{1}{2} \sum_i \frac{(\mu(z_i|\theta) - \mu_i^{obs})^2}{\sigma_i^2}}. \quad (8)$$

Os dados observados se encontram no arquivo NumCosmo/data/nc_snia_diag_legacy.obj.

a) Dado que

$$\theta = (H_0, \Omega_{k0}, \Omega_{m0}, \Omega_{r0}, \Omega_{\Lambda 0}), \quad (9)$$

calcule o best fit da verossimilhança para $\Omega_{k0} = \Omega_{r0} = 0$. Calcule a matriz fisher dos parâmetros e usando o teste das razões das verossimilhanças, calcule as regiões de confiança para 1σ , 2σ e 3σ . As regiões de confiança devem ser feitas apenas com 2 parâmetros por vez.

b) Repita o exercício acima com todos os parâmetros livres.

c) Use a NumCosmo para calcular a região de confiança de 2σ usando o teste da razão das verossimilhanças. Tome como base os arquivos NumCosmo/examples/example_fit_snia.py e NumCosmo/examples/example_rg_snia_bao.py

d) Usando o teste da razão das verossimilhanças, discuta o quão favorável é a hipótese de que $\Omega_k = \Omega_r = 0$ com a situação em que se ajusta todos os parâmetros.

Sugestões: Minimizar $-2 \ln L$ ao invés de maximizar L para encontrar o best fit. Utilizar os seguintes módulos para minimização: NLOpt, SciPy Optimize com Nelder Mead ou usar Non-linear Least Squares do mesmo módulo.