

一、问题求解：第 1~15 小题，每小题 3 分，共 45 分. 下列每题给出的 A、B、C、D、E 五个选项中，只有一个选项是最符合题目要求的.

1. 某商品的成本为 480 元，若按该商品标价的 8 折出售，利润率是 15%，则该商品的标价为（ ）.

- A. 552 元 B. 662 元 C. 690 元 D. 720 元 E. 800 元

2. 若 $a+3b=0$ ，则 $(1-\frac{b}{a+2b}) \div \frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-4b^2} =$ （ ）.

- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{7}{2}$ D. $\frac{1}{2}$ E. $\frac{9}{2}$

3. 在 20 以内的质数中任选两个，这两个质数之和还是质数的概率是（ ）.

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{6}$ E. $\frac{1}{7}$

4. 设 $(1+x)^2(1-x) = a+bx+cx^2+dx^3$ ，则 $a+b+c+d =$ （ ）.

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2 E. 3

5. 若实数 $a \neq b$ ，且满足 $(a+1)^2 = 3-3(a+1)$, $3(b+1) = 3-(b+1)^2$ ，则 $b\sqrt{\frac{b}{a}} + a\sqrt{\frac{a}{b}} =$ （ ）.

- A. 23 B. -23 C. -2 D. -13 E. 13

6. 已知 $a \in R$ ，若关于 x 的方程 $x^2 + x + \left|a - \frac{1}{4}\right| + |a| = 0$ 有实根，则 a 的取值范围是（ ）.

- A. $0 \leq a \leq \frac{1}{4}$ B. $a \geq 1$ C. $0 \leq a \leq 1$ D. $a \leq -1$ E. $a \geq \frac{1}{4}$

7. 加工一批零件，甲单独做 20 天可以完工，乙单独做 30 天可以完工，现两队合作来完成这个任务，恰好 14 天完工. 已知合作中甲休息了 2 天，则乙休息了（ ）天.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 5 E. 6

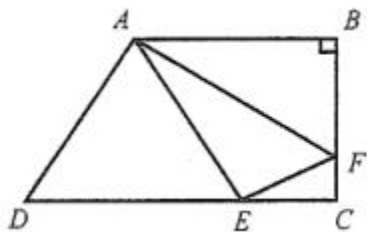
8. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{2a_n}{a_n + 2} (n \in N^+)$, 则 $a_{100} = ()$.

- A. $\frac{1}{50}$ B. $\frac{3}{100}$ C. $\frac{1}{101}$ D. $\frac{2}{101}$ E. $\frac{3}{101}$

9. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_7 + a_9 = 16, a_4 = 1$, 则前 n 项和 S_n 取得最小值时, $n = ()$.

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5 E. 6

10. 如图所示, 直角梯形 $ABCD$ 的上底是 $5cm$, 下底是 $7cm$, 高是 $4cm$, 且 $\triangle ADE, \triangle ABF$ 和四边形 $AECF$ 的面积相等, 则 $\triangle AEF$ 的面积是 $() cm^2$.



- A. 5.6 B. 5.8 C. 6.8 D. 1.2 E. 6.2

11. 点 $P(-3, -1)$ 关于直线 $3x + 4y - 12 = 0$ 的对称点是 $()$.

- A. (2, 8) B. (1, 3) C. (4, 6) D. (3, 7) E. 以上答案均不正确

12. 若圆 $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ 的圆心到直线 $x - y + a = 0$ 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 a 的值为 $()$.

- A. -2 或 2 B. $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{3}{2}$ C. 2 或 0 D. -2 或 0 E. 1 或 -2

13. 某班级新年联欢会的 5 个原定节目已排成节目单, 开演前又增加了 3 个节目. 若将这 3 个节目加入节目单中, 且不能相邻, 那么不同的排法的总数是 $()$ 种.

- A. 60 B. 120 C. 140 D. 156 E. 160

14. 将 2 个红球与 1 个白球随机地放入甲乙丙三个盒子中, 则两个红球在同一个盒子的概率为 ()

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{8}{27}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{3}$ E. $\frac{17}{27}$

15. 有一个 $200m$ 的环形跑道, 甲、乙两人同时从同一地点同方向出发. 甲以 $0.8m/s$ 的速度步行, 乙以 $2.4m/s$ 的速度跑步, 乙在第 2 次追上甲时用了 () s .

- A. 200 B. 210 C. 230 D. 250 E. 280

二、条件充分性判断: 第 16~25 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 要求判断每题给出的条件 (1) 和条件 (2) 能否充分支持题干所陈述的结论. A、B、C、D、E 五个选项为判断结果, 只有一个选项是最符合题目要求的.

- A. 条件 (1) 充分, 但条件 (2) 不充分.
B. 条件 (2) 充分, 但条件 (1) 不充分.
C. 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 但条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分.
D. 条件 (1) 充分, 条件 (2) 也充分.
E. 条件 (1) 和条件 (2) 单独都不充分, 条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分.

16. $\frac{n-1}{15}$ 是整数.

(1) n 是整数, $\frac{n-1}{3}$ 是整数.

(2) n 是整数, $\frac{n-1}{5}$ 是整数.

17. $\triangle ABC$ 的边长分别为 a, b, c , 且已知 a, b 的长, 则可以确定 c 的长.

(1) $(c^2 - a^2 - b^2)(a^2 - b^2) = 0$. (2) $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2}ab$.

18. $a = b = 0$.

(1) a, b 为有理数, 且 $a + \sqrt[3]{8b} = 0$.

(2) a, b 为有理数, 且 $a + \sqrt{2b} = 0$.

19. 已知圆 A: $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 1 = 0$, 则圆 B 与圆 A 相切.

(1) 圆 B: $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 1 = 0$.

(2) 圆 B: $x^2 + y^2 - 6x = 0$.

20. 甲、乙两人各进行 3 次射击，甲每次击中目标的概率为 $\frac{1}{2}$ ，乙每次击中目标的概率为 $\frac{2}{3}$ ，已知 $p, q \in [0, 1]$ ，则

$$p + q > 0.5.$$

(1) p 是甲恰好击中目标 2 次的概率.

(2) q 是乙至少击中目标 1 次的概率.

21. 关于 x 的不等式 $(a-2)x^2 + 2(a-2)x - 4 < 0$ 对一切实数 x 恒成立.

$$(1) a > 0. \quad (2) a \leq 2.$$

22. $|x-2| - |x-7| = 5$ 成立.

$$(1) 2 < x \leq 10. \quad (2) 6 \leq x < 12.$$

23. 若已知 $a < b < c$ ，则能确定 $c-a$ 的值.

(1) 已知 a 、 b 、 c 的平均值.

(2) 已知 $a+c$ 的值.

24. 某组长为小组成员买来一箱口罩，打算平均分给每一位组员，则能确定小组成员的人数.

(1) 若每人分 20 个口罩，则有 1 人不够.

(2) 若每人分 12 个口罩，则剩余 10 个口罩.

25. 设 a 、 b 是正实数，则能确定 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值.

(1) 已知 $a+b$ 的值.

(2) 已知 a 、 b 是方程 $x^2 - (a+b)x + 2 = 0$ 两个根.

1~5: CAEBB

6~10: ABDBC

11~15: DCBDD

16~20: CBBAB

21~25: CEEED

一、

1. 【答案】C

【解析】设标价为 x ，则列方程：

$$(0.8x-480)/480=15\%, \quad \text{解得 } x=690$$

2. 【答案】A

【解析】本题不可能求出 a, b 的值，应利用 $a+3b=0$ 找出 a, b 之间的关系解答。

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{b}{a+2b}\right) \div \frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-4b^2} &= \left(\frac{a+2b}{a+2b} - \frac{b}{a+2b}\right) \times \frac{(a+2b)(a-2b)}{(a+b)^2} \\ &= \left(\frac{a+b}{a+2b}\right) \times \frac{(a+2b)(a-2b)}{(a+b)^2} = \frac{a-2b}{a+b}, \end{aligned}$$

$$\text{由 } a+3b=0 \text{ 得, } a=-3b, \text{ 所以 } \frac{a-2b}{a+b} = \frac{-3b-2b}{-3b+b} = \frac{-5b}{-2b} = \frac{5}{2}, \text{ 选 A.}$$

3. 【答案】E

【解析】20 以内的质数有：2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19，任选两个质数之和还是质数只能是 2+另一个质数，验证发现只有以下四种情况：2+3, 2+5, 2+11, 2+17，所以概率为 $\frac{4}{C_8^2} = \frac{1}{7}$

4. 【答案】B

【解析】将 $x=1$ 代入上式可得： $0=a+b+c+d$

5. 【答案】B

【解析】 a, b 是方程 $(x+1)^2+3(x+1)-3=0$ 的两个根，即 $x^2+5x+1=0$ ，由于 $\Delta=25-4>0$ ，从而 $a+b=-5, ab=1$ 。

故 a, b 均为负数，因此，

$$b\sqrt{\frac{b}{a}} + a\sqrt{\frac{a}{b}} = -\frac{b}{a}\sqrt{ab} - \frac{a}{b}\sqrt{ab} = -\frac{a^2+b^2}{ab}\sqrt{ab}$$

$$= -\frac{(a+b)^2 - 2ab}{\sqrt{ab}} = -23, \text{ 选 B.}$$

6. 【答案】A

【解析】方程有实根，只需要判别式 ≥ 0 ，当 $a=0$ 时，判别式 $=0$ ，故排除 BDE. 当 $a=1$ 时，判别式小于 0 ，故排除 C.

7. 【答案】B

【解析】假设总工程量为 60 ，则甲每天效率为 3 ，乙每天效率为 2 . 甲工作了 $14-2=12$ 天，甲的工程量是 36 ，故乙的工程量是 $60-36=24$ ，所以乙的工作时间是 $24 \div 2=12$ 天，所以乙休息了 $14-12=2$ 天.

8. 【答案】D

【解析】A 选项需要的通项公式是 $\frac{2}{n}$ ，B 选项需要的通项公式是 $\frac{3}{n}$ ，C 选项需要的通项公式是 $\frac{1}{n+1}$ ，D 选项需要的通项公式是 $\frac{2}{n+1}$ ，E 选项需要的通项公式是 $\frac{3}{n+1}$ ，由于只有 D 选项符合 $a_1 = 1$ ，故选 D

9. 【答案】B

【解析】由下标和定理可知 $a_8=8$ ，所以 $a_8 - a_4 = 4d = 7$ ，故 $d = \frac{7}{4}$ ，所以 $a_3 = a_4 - d < 0$ ，所以 S_3 是最小值.

10. 【答案】C

【解析】梯形面积为 $(5+7) \times 4 / 2 = 24$ ，故 $S_{\triangle ABF} = S_{\triangle ADE} = 8$ ，求得 $BF = 3.2, DE = 4, CF = 0.8, CE = 3$ ，故 $S_{\triangle CEF} = 1.2$ ，剩余 $S_{\triangle AEF} = 6.8$ ，选 C.

11 【答案】D

【解析】只需要验证点 P 与选项哪一个选项的连线垂直于对称轴，对称轴的斜率是 $-\frac{3}{4}$ ，所以需要验证 P 与哪一个选项连线的斜率等于 $\frac{4}{3}$ ，只有 P 与 D 的连线斜率等于 $\frac{4}{3}$

12. 【答案】C

【解析】圆心是 $(1, 2)$ ，到直线的距离表示为：

$$\frac{|1-2+a|}{\sqrt{1+1}} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ 化简得: } |a-1| = 1, \text{ 所以 } a = 2 \text{ 或 } 0$$

13. 【答案】B

【解析】原本的 5 个节目中间 4 个空隙，两头 2 个空隙，故有 6 个空隙可以选择，而且新加入的 3 个节目需要考虑顺序，故总数为： $P_6^3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$

14. 【答案】D

【解析】第一步：给两个红球选一个盒子，共 3 种情况. 第二步：给白球选一个盒子，共 3 种情况，所以两个红球在同一个盒子有 $3 \times 3=9$ 种情况. 总数是 $3 \times 3 \times 3=27$ 种情况，故概率为 $1/3$

15. 【答案】D.

【解析】：乙第二次追上甲，比甲多跑两圈，时间为 $200 \times 2 / (2.4 - 0.8) = 250$ （秒）. 选 D.

二、

16. 【答案】C

【解析】条件（1）设这个整数为 a ，则 $n-1=3a$ ，即 $n-1$ 是 3 的倍数. 条件（2）设这个整数为 b ，则 $n-1=5b$ ，即 $n-1$ 是 5 的倍数. 所以两个条件联合可得： $n-1$ 是 15 的倍数，即得出结论.

17. 【答案】B

【解析】当 $a=b$ 时，条件（1）一定成立，不能确定 c 的长. 而由条件（2）可知三角形 ABC 是直角三角形，且 a 、 b 是两条直角边的长，由勾股定理可求出 c 的长.

18. 【答案】B

【解析】条件充分性判断，题干 $a=b=0$ 是我们需要证明的结论.

先看条件（2），有理数和无理数运算得到有理数，只有一种情况：0 乘以无理数. 所以条件（2）中 $b=0$ ， a 自然也等于 0. 所以由条件（2）可以证明结论成立.

而条件（1）需要注意 3 次根号 8 就是 2，所以显然不能证明结论成立，因为有很多的反例，如： $a=2$ ， $b=-1$.

19. 【答案】A

【解析】两个圆相切，则圆心距等于半径之和（外切），或半径之差（内切）.

$$\text{圆 A: } (x+2)^2 + (y+1)^2 = 4$$

$$\text{条件(1)圆 B: } (x-1)^2 + (y-3)^2 = 9; \text{ 条件(2)圆 B: } (x-3)^2 + y^2 = 9$$

条件（1）圆心距是 5，等于半径之和

条件（2）圆心距是 $\sqrt{26}$ 不等于半径之和、半径之差

20. 【答案】B

$$p = C_3^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{1}{2} = \frac{3}{8}, \quad q = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{26}{27}$$

由于 $q > 0.5$ ，所以不论 p 等于多少，条件（2）都可以推导出结论.

21. 【答案】C

【解析】当 $a-2=0$ 时，化简为 $-4 < 0$ 恒成立，当 $a-2 \neq 0$ 时，即为二次函数函数图像必须开口向下，而且跟坐标轴没有交点，即： $a-2 < 0$ ，且判别式 < 0

由判别式 $= 4(a-2)^2 + 16(a-2) < 0$ ，解得： $-2 < a < 2$

所以 a 的取值范围是 $-2 < a \leq 2$

22. 【答案】E

【解析】 $|x-a| - |x-b|$ 的最大值是 $|a-b|$ ，最小值是 $-|a-b|$

$|x-a| + |x-b|$ 的最小值是 $|a-b|$

两个绝对值相减是“Z 字形”，最值看拐点

原式在 $x \geq 7$ 时，取到最大值 5，所以两个条件都不充分

也可使用特值法： $x=6$ 既符合条件（1）也符合条件（2）但并不能让结论成立，故选 E.

23. 【答案】E

【解析】条件（1）即已知 $a+b+c$ ，联合条件（2）已知 $a+c$ ，可以求出 b ，但不能求出 a 和 c

24. 【答案】E

【解析】

设有 x 个口罩，总共有 n 个人.

由条件（1）得： $20(n-1) < x < 20n$ ，单独不充分，无法确定 x .

由条件（2）得： $x = 12n + 10$ ，单独不充分，无法确定 x .

（1）、（2）联合得： $20(n-1) < 12n + 10 < 20n$ ，得 $n = 2$ 或 3 ，则 $x = 34$ 或 46 ，也无法确定最终人数，则联合也不充分.

25. 【答案】D

【解析】 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab}$

条件(1)已知 $a + b$ ，由均值不等式可求出 ab 的最大值，即可得 $\frac{1}{ab}$ 的最小值，而 $a + b$ 已知，故可得 $\frac{a+b}{ab}$ 的最小

条件(2)可知 $ab=2$ ，由均值不等式可求出 $a+b$ 的最小值，即可得 $\frac{a+b}{ab}$ 的最小值.