

## 2021 年全国硕士研究生招生考试管理类专业学位联考综合能力试题（二）

一、问题求解：第 1~15 小题，每小题 3 分，共 45 分。下列每题给出的 A、B、C、D、E 五个选项中，只有一个选项是最符合题目要求的。

1. 某工厂生产一批零件，计划 10 天完成任务，实际提前 2 天完成，则每天的产量比计划平均提高了（ ）
- A. 15%                  B. 20%                  C. 25%                  D. 30%                  E. 35%

【答案】C

$$\text{设共生产 } x \text{ 个零件，则 } \frac{\frac{x}{8} - \frac{x}{10}}{\frac{x}{10}} = \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{10} \right) \times 10 = \frac{1}{4} = 25\%$$

2. 在右边的表格中，每行为等差数列，每列为等比数列，则  $b =$ （ ）。

2	$\frac{5}{2}$	3
$x$	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$
$a$	$y$	$\frac{3}{4}$
$b$	$c$	$z$

- A. 2                  B.  $\frac{5}{2}$                   C. 3                  D.  $\frac{1}{4}$                   E. 4

【答案】D

【解析】第三列的公比是  $1/2$ ，所以  $z=3/8$ 。第二列的公比是  $1/2$ ，所以  $c=5/16$ 。由于最后一行是等差数列，所以  $b+z=2c$ ，所以  $b=2c-z=\frac{1}{4}$

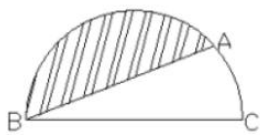
3. 如果等差数列  $\{a_n\}$  中， $a_3+a_4+a_5=12$ ，那么  $a_1+a_2+\dots+a_7=$ （ ）。
- A. 14                  B. 21                  C. 28                  D. 35                  E. 45

【答案】C

【解析】使用特值法，假设这是一个常数数列，则  $a_n=4$ ，所以  $a_1+a_2+\dots+a_7=4 \times 7=28$

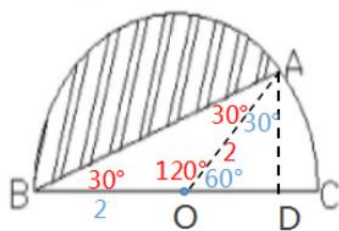
4. 如图，BC 是半圆的直径，且  $BC=4$ ， $\angle ABC=30^\circ$ ，则图中阴影部分的面积为（ ）.

- A.  $\frac{4}{3}\pi - \sqrt{3}$       B.  $\frac{4}{3}\pi - 2\sqrt{3}$       C.  $\frac{2}{3}\pi + \sqrt{3}$       D.  $\frac{2}{3}\pi + 2\sqrt{3}$       E.  $2\pi - 2\sqrt{3}$



【答案】A

【解析】



$$S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形AOB}} - S_{\triangle AOB}$$

$$S_{\text{扇形AOB}} = \frac{120}{360} \cdot \pi \cdot 2^2 = \frac{4\pi}{3}$$

$$OD:AD:OA = 1:\sqrt{3}:2 \text{ 得到 } AD = \sqrt{3}$$

$$S_{\triangle AOB} = OB \cdot AD \div 2 = 2 \cdot \sqrt{3} \div 2 = \sqrt{3}$$

$$S_{\text{阴}} = \frac{4\pi}{3} - \sqrt{3} \text{ 故选A}$$

5. 已知 10 件产品中有 4 件一等品，从中任取 2 件，则至少有 1 件一等品的概率为（ ）.

- A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{2}{3}$       C.  $\frac{2}{15}$       D.  $\frac{8}{15}$       E.  $\frac{13}{15}$

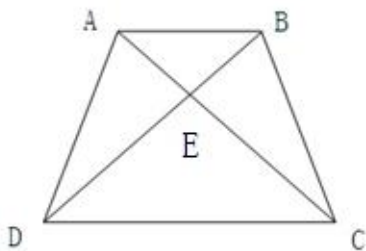
【答案】B

【解析】：设 A 表示“至少 1 件一等品”，则  $\bar{A}$  表示“没有一等品”，即从 6 件次等品中取出 2 件

$$P(\bar{A}) = \frac{C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{3}$$

$$\text{所以 } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{2}{3}$$

6. 如图所示，在四边形  $ABCD$  中， $AB \parallel CD$ ，与  $AB$  与  $CD$  的边长分别为 4 和 8. 若  $\triangle ABE$  的面积为 4，则  $\triangle BDC$  的面积为（ ）



- A. 24      B. 30      C. 32      D. 36      E. 40

答案：A

$\triangle ABE$  面积为 4，AB 长为 4，所以 AB 边上的高为 2

$\triangle ABE \sim \triangle CDE$ ，相似比为 2，所以  $\triangle CDE$ ，CD 边上的高为 4

所以，梯形的高也是三角形 BDC 的高为  $2+4=6$

$$\text{所以， } S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$$

7. 已知方程  $3x^2 - px + 5 = 0$  的两个根  $x_1, x_2$ ，满足  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2$ ，则  $p = ( )$

- A. 10      B. -10      C. 5      D. -5      E. 以上均不正确

答案：A

做题思路：代入韦达定理即可

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{\frac{p}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{p}{5} = 2 \Rightarrow p = 10$$

8. 设实数  $x, y$  满足  $(x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 5$ ，则  $x^2 + y^2$  的取值范围  $( )$

- A:  $[0, 5]$       B:  $[0, 18]$       C:  $[0, 20]$       D:  $[0, 24]$       E: 以上均不正确

【答案】C

【解析】 $x^2 + y^2$  就是圆内的点到原点的距离的平方，故只需要求出圆内的点到原点距离的范围再平方即可。因为原点在圆上，所以距离最小值是 0，距离最大值是直径  $2\sqrt{5}$ ，所以  $x^2 + y^2$  的范围是  $[0, 20]$

9. 设函数  $F(x) = 2x + \frac{a}{x^2}$ ， $a$  与  $x$  的取值范围都是  $(0, +\infty)$ ，已知当  $x = 4$  时， $F(x)$  取得最小值，则  $F(x)$  的最小值是  $( )$

- A. 10      B. 12      C. 15      D. 16      E. 以上均不正确

【答案】B

【解析】由均值不等式，当  $a = b = c$  时， $a + b + c$  的最小值是  $3\sqrt[3]{abc}$ ，故

$$\text{当 } x = \sqrt[3]{\frac{a}{2}} \text{ 时，} F(x) \text{ 的最小值是 } 3\sqrt[3]{a}$$

即当  $x = \sqrt[3]{a}$  时取得最小值  $3\sqrt[3]{a}$ ，由题干可知最小值是  $3 \times 4 = 12$

10. 将 6 张不同的卡片分为 3 组，每组 2 张，再把 3 组卡片分别装入甲、乙、丙 3 个袋中，则不同的装法有  $( )$

- A. 18 种      B. 24 种      C. 36 种      D. 64 种      E. 90 种

【答案】E

【解析】第一步：6 选 2 放入甲袋；第二步：剩下的 4 张选 2 张放入乙袋；第三步：最后的 2 张放入丙袋。即：

$$C_6^2 C_4^2 C_2^2 = 15 \times 6 = 90$$

11. 从标号为 1 到 10 的 10 张卡片中随机抽取 2 张，它们的标号之和能被 5 整除且不能被 3 整除的概率为  $( )$

- A.  $\frac{1}{5}$       B.  $\frac{1}{9}$       C.  $\frac{2}{9}$       D.  $\frac{2}{15}$       E.  $\frac{7}{45}$

【答案】D

【考点】概率

【解析】能被 5 整除的有：1+4, 1+9, 2+3, 2+8, 3+7, 4+6，共 6 种。

$$P = \frac{6}{C_{10}^2} = \frac{2}{15}$$

12. 为了解某公司员工的年龄结构,按男、女人数的比例进行了随机抽样,结果如下

男员工年龄(岁)	23	26	28	30	32	34	36	38	41
女员工年龄(岁)	23	25	27	27	29	31			

根据表中数据估计,该公司女员工的平均年龄与全体员工的平均年龄分别是( ) (单位:岁)

- A. 27, 30      B. 32, 30      C. 27, 32      D. 30, 27      E. 29.5, 27

【答案】A

【解析】女员工的平均年龄:  $(23+25+27+27+29+31) \div 6=27$

全体员工的平均年龄:  $(23+26+28+30+32+34+36+38+41+23+25+27+27+29+31) \div 15=30$

13. 某委员会由三个不同专业的人员组成,三个专业的人数分别是 3, 4, 5, 从中选派 2 位不同专业的委员外出调研, 则不同的选派方式有( ) .

- A. 47 种      B. 26 种      C. 12 种      D. 8 种      E. 6 种

【答案】A

【解析】方法一: 总数是 12 选 2, 但同专业选 2 位不符合要求, 减掉即可:  $C_{12}^2 - C_3^2 - C_4^2 - C_5^2 = 47$

方法二: 选两个专业, 每个专业各选一人,  $3 \times 4 + 4 \times 5 + 3 \times 5 = 47$

14. 在平面直角坐标系中, 点  $A, B, C$  的坐标分别为  $(4,0), (0,3), (3,3)$ , 若  $(x, y)$  是  $\triangle ABC$  中的一点, 则  $x+3y$  的最大值为( )

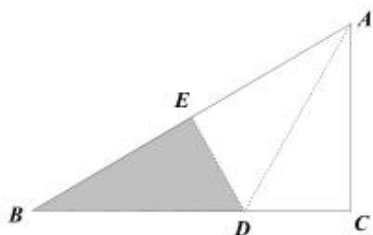
- A. 6      B. 7      C. 8      D. 9      E. 12

【答案】E

【解析】线性规划问题的最优解一定在顶点处取得, 即  $x+3y$  的最大值一定为将  $(4,0), (0,3), (3,3)$  带入后得到的最大值. 带入得到  $x+3y$  的最大值在  $(3,3)$  处取得, 值为 12, 因此最大值为 12.

15. 直角三角形  $ABC$  的斜边  $AB=13$  厘米, 直角边  $AC=5$  厘米, 把  $AC$  对折到  $AB$  上去与斜边重合, 点  $C$  与点  $E$  重合, 折痕为  $AD$  (如图), 则图中阴影部分的面积为( ) 平方厘米.

- A. 20      B. 14      C.  $\frac{40}{3}$       D.  $\frac{38}{3}$       E. 12



【答案】C

【解析】显然  $S_{\triangle ACD} = S_{\triangle AED}$ ，设  $DE = DC = x$ ，

由于  $AE = AC = 5$ ，所以  $BE = 13 - 5 = 8$ ,  $BD = 12 - x$ ，由勾股定理得  $x^2 + 8^2 = (12 - x)^2$ ，解得  $x = \frac{10}{3}$ 。

$$S_{\triangle BED} = \frac{1}{2} DE \cdot BE = \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{3} \cdot 8 = \frac{40}{3} \text{ 平方厘米}.$$

二、条件充分性判断：第 16~25 小题，每小题 3 分，共 30 分. 要求判断每题给出的条件（1）和条件（2）能否充分支持题干所陈述的结论. A、B、C、D、E 五个选项为判断结果，只有一个选项是最符合题目要求的。

A: 条件（1）充分，但条件（2）不充分

B: 条件（2）充分，但条件（1）不充分

C: 条件（1）和（2）单独都不充分，但条件（1）和条件（2）联合起来充分

D: 条件（1）充分，条件（2）也充分。

E: 条件（1）和条件（2）单独都不充分，条件（1）和条件（2）联合起来也不充分。

16. 方程  $4x^2 + (a - 2)x + a - 5 = 0$  有两个不等的负实根。

(1)  $a < 6$ ; (2)  $a > 14$ 。

答案：B

做题思路：由韦达定理  $x_1 + x_2 < 0$ ,  $x_1 x_2 > 0$ ，可以解得  $a > 5$

但是注意还需要满足判别式大于 0，即  $(a - 2)^2 - 16(a - 5) > 0$

可以解得  $a < 6$ ，或  $a > 14$ ，所以最终  $a$  的取值范围是  $5 < a < 6$ ，或  $a > 14$

17. 设  $a, b$  为实数，则圆  $x^2 + y^2 = 2y$  与直线  $x + ay = b$  不相交

(1)  $|a - b| > \sqrt{1 + a^2}$

(2)  $|a| + |b| > \sqrt{1 + a^2}$

【答案】A

【解析】直线与圆不相交， $d > r$ ，圆  $x^2 + y^2 - 2y = 0$  可得  $x^2 + (y - 1)^2 = 1$

圆心为  $(0, 1)$ ,  $r = 1$ ，直线  $x + ay - b = 0$

$\therefore d = \frac{|a - b|}{\sqrt{1 + a^2}} > 1$ ，即  $|a - b| > \sqrt{1 + a^2}$ ，显然（1）成立。

条件 2: 举反例， $a = 5, b = 3$ ，(2) 成立，但不满足  $\frac{|a - b|}{\sqrt{1 + a^2}} > 1$

18.球的表面积与正方体的表面积之比为 $\pi:6$

- (1) 球与正方体各面都相切;  
(2) 正方体的8个顶点均在球面上.

18.【答案】A

由条件(1)内切球,则 $r=\frac{1}{2}a$ . $S_{\text{球}}=4\pi\times(\frac{1}{2}a)^2=4\times\frac{1}{4}a^2\pi=a^2\pi$ , $S_{\text{方}}=6a^2$ .从而 $\frac{S_{\text{球}}}{S_{\text{方}}}=\frac{a^2\pi}{6a^2}=\frac{\pi}{6}$ ,不充分;

条件(2)外接球,则 $R=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+a^2+a^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$ , $S_{\text{球}}=4\pi\times(\frac{\sqrt{3}}{2}a)^2=3a^2\pi$ , $S_{\text{方}}=6a^2$ .从而 $\frac{S_{\text{球}}}{S_{\text{方}}}=\frac{3a^2\pi}{6a^2}=\frac{\pi}{2}$ ,

充分,选A.

19. $a$ 和 $b$ 的算术平均值为 $\frac{5}{2}$ .

(1)  $a$ 和 $b$ 为不同的自然数,且 $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}$ 的几何平均值为 $\frac{1}{\sqrt{6}}$ ;

(2)  $a$ 和 $b$ 为不同的自然数,且 $a^2, b^2$ 的算术平均值为 $\frac{13}{2}$ .

【答案】B

由条件(1),反例 $a=1, b=6$ ,不充分.由条件(2),得 $a^2+b^2=13$ ,由于自然数,所以推出 $a=2, b=3$ ,充分.  
选B.

20.信封中装有10张奖券,只有1张有奖.从信封中同时抽取三张奖券,中奖的概率为 $P$ ;从信封中每次抽取1张奖券后放回,如此重复抽取 $n$ 次,中奖的概率为 $Q$ .则 $P < Q$ .

(1)  $n=2$ .

(2)  $n=3$ .

【答案】E

【解析】

计算P,Q,都可以从反面出发考虑:

条件(1),  $P=1-\frac{C_9^3}{C_{10}^3}=1-\frac{7}{10}=\frac{3}{10}$ ,  $Q=1-\left(\frac{C_9^1}{C_{10}^1}\right)^2=\frac{19}{100}$ ,  $P > Q$ , 不充分;

条件(2),  $P=1-\frac{C_9^3}{C_{10}^3}=1-\frac{7}{10}=\frac{3}{10}$ ,  $Q=1-\left(\frac{C_9^1}{C_{10}^1}\right)^3=\frac{271}{100}$ ,  $P > Q$ , 不充分.

21. 圆盘  $x^2 + y^2 \leq 2(x+y)$  被直线  $L$  分成面积相等的两部分.

(1)  $L: x+y=1$ .

(2)  $L: 2x-y=1$ .

【答案】B

【解析】将圆的方程处理为  $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$ ，而过圆心的直线  $L$  将其面积分成相等的两部分，即圆心  $(1,1)$  在直线上。带入条件 (1) 和 (2) 进行验证，只有 (2) 充分.

22. 方程  $x^2 + 2(a+b)x + c^2 = 0$  有实根

(1)  $a$ 、 $b$ 、 $c$  是三角形的三边长

(2) 实数  $a$ 、 $b$ 、 $c$  成等差数列

【答案】A

题干要求方程有实根，只需满足  $\Delta = [2(a+b)]^2 - 4c^2 = 4(a+b+c)(a+b-c) \geq 0$ .

条件 (1) 根据三角形三边关系  $a+b > c$ ，又  $a$ 、 $b$ 、 $c$  都为正数， $a+b+c > 0$  显然满足，充分.

条件 (2) 举反例  $a=1$ 、 $b=4$ 、 $c=7$ ，则  $\Delta = 4(a+b+c)(a+b-c) < 0$ ，不满足，不充分.

23. 现有 3 名男生和 2 名女生参加面试。则面试的排序法有 24 种.

(1) 第一位面试的是指定的某位女生；

(2) 第二位面试的是男生.

【答案】A

【解析】

条件 (1)  $P_4^4 = 24$ ，充分；条件 (2)  $C_3^1 P_4^4 = 72$  不充分；

24. 2020 年 8 月 24 日起创业板股票实行 20% 涨跌幅限制，则某股票 4 天累计涨幅超过 6%.

(1) 某股票连续 2 天涨 14% 后，又连续 2 天跌 10%.

(2) 某股票连续 2 天跌 10% 后，又连续 2 天涨 15%.

【答案】B

【解析】设股票原来的价格为 1

条件 (1)

$$\begin{aligned} (1+0.14)^2(1-0.1)^2 &= (1.14 \times 0.9)^2 = 1.026^2 = (1+0.026)^2 \\ &= 1+2 \times 0.026 + (0.026)^2 \approx 1.052 < 1.06 \end{aligned}$$

条件 (2)

$$\begin{aligned} (1-0.1)^2(1+0.15)^2 &= (0.9 \times 1.15)^2 = 1.035^2 = (1+0.035)^2 \\ &= 1+2 \times 0.035 + (0.035)^2 \approx 1.07 > 1.06 \end{aligned}$$

25. 某班有 50 名学生，其中女生 26 名，已知在某次选拔测试中，有 27 名学生未通过，则有超过 14 名男生通过.

(1) 在通过的学生中，男生比女生多 5 人.

(2) 在男生中通过的人数比未通过的人数多 6 人.

【答案】B

【解析】设通过的男生有  $a$  人

条件 (1)，通过的人数一共有  $50-27=23$  人，由题意得  $a+a-5=23$  解得  $a=14$  不充分

条件 (2)，男生人数一共有  $50-26=24$  人，由题意得  $a+a-6=24$  解得  $a=15$  充分