尚德机构 | 学习是一种信仰 SUNLANDS.COM

目录

2019 管理类联考数学强化课程讲义

预备知识

一、充分性判断

两个数学命题 A、B，若由条件 A 成立，就可以推出结论 B 成立（即 $A \Rightarrow B$ 是真命题），则 A 是 B 的充分条件，即 A 具备了使 B 成立的充分性。若由 A 不能推出 B，则称 A 不是 B 的充分条件，即 A 不具备使 B 成立的充分性。

例如：　　A 为：$x>0,y>0$　　B 为：$xy>0$

当 $x>0,y>0$，即 A 成立时，必有 $xy>0$，即 B 成立，故 A 是 B 的充分条件。反之，B 成立，则 A 不一定成立，故 B 不是 A 成立的充分条件。

二、条件充分性的判断

此类题的求解，要求判断所给出的条件能否充分支持题干中陈述的结论，阅读条件（1），（2）后作出选择。

（A）条件（1）充分，但条件（2）不充分

（B）条件（2）充分，但条件（1）不充分

（C）条件（1）和（2）单独都不充分，但条件（1）和（2）联合起来充分

（D）条件（1）充分，条件（2）也充分

（E）条件（1）和（2）单独都不充分，条件（1）和（2）联合起来也不充分。

<table>
<tr><th>条件(1)</th><th>条件(2)</th><th>选项</th></tr>
<tr><td>√</td><td>×</td><td>A</td></tr>
<tr><td>×</td><td>√</td><td>B</td></tr>
<tr><td>×</td><td>×</td><td rowspan="2">C</td></tr>
<tr><td colspan="2">(1)+(2)　√</td></tr>
<tr><td>√</td><td>√</td><td>D</td></tr>
<tr><td>×</td><td>×</td><td rowspan="2">E</td></tr>
<tr><td colspan="2">(1)+(2)　×</td></tr>
</table>

三、解题方法

方法一（**自下而上**）：　将条件中的参数分别代入题干中验证。特点是至少运算两次。

方法二（**自上而下**）：先不看条件，假设题干中命题正确，求出参数。然后将条件中参数范围与题干成立的参数范围进行比较，若条件范围落入题干成立范围之内，则充分。特点是一次运算。

例 1. $x^2-3x-4=0$

$(1)\ x=-1 \qquad (2)\ x=2$

选（A）。

第一章　实数的运算和性质（算术）

一. 实数运算与性质

1、 数的概念与性质★

整数：指 0，$\pm1,\pm2\cdots$，　　n为整数可记为$n\in Z$.

正整数：指 1，2，3⋯，　　n为正整数可记为$n\in Z^+$.

负整数：指－1，－2，－3，　　n为负整数可记为$n\in Z^-$.

自然数：包括 0 及正整数.

整数分为偶数（$2n,n\in Z$）和奇数（$2n\pm1,n\in Z$）两类。

有理数：指$\frac{n}{m}(n\in Z,m\in Z^+)$,当 n 能被 m 除尽时，$\frac{n}{m}$是整数，否则便是分数。

有理数可分为整数、有限小数、无限循环小数（如：2，$\frac{4}{5}=0.8$，　$\frac{1}{3}=0.\dot{3}$）

无理数：指无限不循环小数，如 $\pi=3.14159\cdots,\sqrt{2}=1.414\cdots$

实数：有理数和无理数统称为实数。

实数考点概要：

$$\text{实数（R）}\begin{cases}\text{有理数（Q）}\begin{cases}\text{整数（Z）}\begin{cases}\text{奇数 }2n+1\\ \text{偶数 }2n\end{cases}\text{ 或 整数（Z）}\begin{cases}\text{正整数（}Z^+\text{）}\\ 0\\ \text{负整数（}Z^-\text{）}\end{cases}\\ \text{分数（}\frac{m}{n}\text{）：有限小数或无限循环小数}\end{cases}\\ \text{无理数 ：无限不循环小数. 常见的有：}\sqrt{2},\sqrt[3]{5},\pi,\log_3 4\text{ 等等}\end{cases}$$

$$\text{整数(Z)}\begin{cases}\text{偶数} & 2n \\ \text{奇数} & 2n\pm1\end{cases}\quad (n\in Z)\qquad \text{正整数}\begin{cases}1 \\ \text{质数（也称素数，只有1和自身两个约数）} \\ \text{合数（有除1和自身以外的约数）}\end{cases}$$

注意：自然数集 N 是非负整数集，是由正整数和零组成的。

1、整除问题

【解题提示】常用以下方法：

（1）特值法
（2）设 K 法
（3）分解因式法

1、$\frac{n+14}{15}$ 是整数.

(1) n 是整数，$\frac{n+2}{3}$ 是整数.

(2) n 是整数，$\frac{n+4}{5}$ 是整数.

2、$3a(2a+1)+b(1-7a-3b)$ 是 10 的倍数.

(1) a,b 都是整数，$3a+b$ 是 5 的倍数.

(2) a,b 都是整数，$2a-3b+1$ 为偶数.

2、带余除法问题

1、 若 x 和 y 是整数，则 xy+1 能被 3 整除.
(1)当 x 被 3 除时，余数为 1.
(2)当 y 被 9 除时，余数为 8.

2、某人手中握有一把玉米粒，若 3 粒一组取出，余 1 粒；若 5 粒一组取出，也余 1 粒；若 6 粒一组取出，也余 1 粒，则这把玉米粒最少有（ ）粒.
A.28　　B.39　　C.51　　D.91　　E.31

3、有一个四位数，它被 121 除余 2，被 122 除余 109，则此数字的各位数字之和为（ ）.
A.12　　B.13　　C.14　　D.16　　E.17

4、一个盒子装有$m(m\le 100)$个小球，每次按照 2 个、3 个、4 个的顺序取出，最终盒内都只剩下一个小球，如果每次取出 11 个，则余 4 个，则 m 的各数位上的数字之和为（ ）.

A.9　　B.10　　C.11　　D.12　　E.13

3、奇、偶数问题

【解题提示】

奇数±奇数= 偶数	**奇数・奇数= 奇数**
偶数±偶数= 偶数	**偶数・偶数= 偶数**
偶数±奇数= 奇数	**偶数・奇数= 偶数**

1、已知 n 是偶数，m 为奇数，方程组$\begin{cases} x-1988y=n \\ 11x+27y=m \end{cases}$的解$\begin{cases} x=p \\ y=q \end{cases}$是整数，那么（）.

A.p、q 都是偶数　　B.p、q 都是奇数　　C.p 是偶数，q 是奇数

D.p 是奇数，q 是偶数　　E.以上答案均不正确

2、（2012）已知 m，n 是正整数，则 m 是偶数.

(1) $3m+2n$ 是偶数.

(2) $3m^2+2n^2$ 是偶数.

3、m 一定是偶数.

(1)已知 a,b,c 都是整数，$m=3a(2b+c)+a(2-8b-c)$.

(2) m 为连续的三个自然数之和.

4、质数和合数问题 ★★★

$$正整数\begin{cases} 1 \\ 质数（也称素数，只有1和自身两个约数） \\ 合数（有除1和自身以外的约数） \end{cases}$$

(1)、质数：只有 1 和它本身两个约数（因数）的正整数叫质数（或素数）. 最小的质数为 2（**唯一的偶质数**）；

30 以内的质数共 10 个：

2　　3　　5　　7　　11

13　17　19　23　29

(2)、合数：除了 1 和本身外还有其他约数（因数）的正整数，最小的合数是 4.

注意：1 既不是质数也不是合数.

1、（2010）三名小孩中有一名学龄前儿童（年龄不足 6 岁），他们的年龄都是质数（素数），且依次相差 6 岁，他们的年龄之和为（　）

（A）21　（B）27　（C）33　（D）39　（E）51

2、若 a，b 都是质数，且 $a^2+b=2003$, 则 $a+b$ 的值等于（）.

A.1999　B.2000　C.2001　D.2002　E.2003

3、在 20 以内的质数中，两个质数之和还是质数的共有（ ）种.

A.2　B.3　C.4　D.5　E.6

4、已知 3 个质数的倒数和为 $\frac{1661}{1986}$，则这三个质数的和为（ ）.

A.334　B.335　C.336　D.338　E.不存在满足条件的三个质数

5、1374 除以某质数，余数为 9，则这个质数为（ ）.

A.7　B.11　C.13　D.17　E.19

5、约数与倍数问题

【解题提示】：两个整数的乘积等于他们的最大公约数和最小公倍数的乘积。

1、甲数是 36，甲、乙两数的最大公约数是 4，最小公倍数是 288，乙数为（）.

A.18　B.20　C.28　D.30　E.32

2、已知两数之和是 60，它们的最大公约数与最小公倍数之和是 84，此两数中较大那个数为（ ）.

A.36　B.38　C.40　D.42　E.48

3、纯循环小数 0.abc 写成最简分数时，分子与分母之和是 58，这个循环小数是（）.

A.0.567　B.0.537　C.0.517　D.0.569　E.0.562

4、四个各不相等的整数 a,b,c,d,它们的积 abcd=9，那么 a+b+c+d 的值是（）.

A.0　　B.1　　C.4　　D.6　　E.8

6、实数运算以及有理数、无理数混合运算

A、有理数(＋－×÷)有理数，仍为有理数。（注意，此处要保证除法的分母有意义）

B、无理数(＋－×÷)无理数，有可能为无理数，也有可能为有理数

C、有理数(＋－)无理数=无理数，**非零**有理数(×÷)无理数=无理数

1、（2008）一个大于 1 的自然数的算术平方根为 a，则与这个自然数左右相邻的两个自然数的算术平方根分别为（）.

A. $\sqrt{a}-1,\sqrt{a}+1$　　B. $a-1,a+1$　　C. $\sqrt{a-1},\sqrt{a+1}$

D. $\sqrt{a^2-1},\sqrt{a^2+1}$　　E. a^2-1,a^2+1

2、设 $m=\sqrt{5}+1$，则 $m+\dfrac{1}{m}$ 的整数部分为（）.

A.1　　B.2　　C.3　　D.4　　E.以上结论均不正确

3、已知 a,b,c 为有理数，有 $a=b=c=0$

(1) $a+b\sqrt[3]{2}+c\sqrt[3]{4}=0$.

(2) $a+b\sqrt[3]{8}+c\sqrt[3]{16}=0$.

4、已知 a 为无理数，$(a-1)(a+2)$ 为有理数，则下列说法正确的是（ ）.

A. a^2 为有理数　　B. $(a+1)(a+2)$ 为无理数　　C. $(a-5)^2$ 为有理数

D. $(a+5)^2$ 为有理数　　E.以上都不对

7、重点运算技巧的补充

[解题提示] 熟练掌握等差、等比数列的求和公式及整式运算法则，及分组求和、裂项相消等求和方法。

1、$(1+2)(1+2^2)(1+2^4)(1+2^8)...(1+2^{32})=$（ ）.

A. $2^{64}-1$ B. $2^{64}+1$ C. 2^{64} D.1 E.以上都不对

2、$(1+\frac{1}{2}+...+\frac{1}{199})\bullet(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{200})-(1+\frac{1}{2}+...+\frac{1}{200})(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{199})=$（ ）.

A. $\frac{1}{200}$ B. $\frac{1}{199}$ C.0 D.1 E.-1

3、$(1-\frac{1}{4})(1-\frac{1}{9})(1-\frac{1}{16})...(1-\frac{1}{99^2})=$（ ）.

A. $\frac{50}{97}$ B. $\frac{52}{97}$ C. $\frac{48}{98}$ D. $\frac{47}{99}$ E. $\frac{50}{99}$

4、对于一个不小于 2 的自然数 n，关于 x 的一元二次方程 $x^2-(n+2)x-2n^2=0$ 的两个根记作 $a_n,b_n(n\geq 2)$，则 $\frac{1}{(a_2-2)(b_2-2)}+\frac{1}{(a_3-2)(b_3-2)}+...\frac{1}{(a_{2016}-2)(b_{2016}-2)}=$（ ）.

A. $-\frac{1}{2}\times\frac{2016}{2015}$ B. $\frac{1}{2}\times\frac{2017}{2016}$ C. $-\frac{1}{2}\times\frac{2015}{2016}$ D. $\frac{1}{2}\times\frac{2015}{2016}$
E. $-\frac{1}{4}\times\frac{2015}{2017}$

5、已知 $a_1,a_2,a_3,...,a_{1996},a_{1997}$ 均为正数，又 $M=(a_1+a_2+...+a_{1996})(a_2+a_3+...+a_{1997})$，$N=(a_1+a_2+...+a_{1997})(a_2+a_3+...+a_{1996})$，则 M 与 N 的大小关系是（ ）.

A. $M=N$ B. $M<N$ C. $M>N$ D. $M\geq N$ E. $M\leq N$

6、设 $a>0>b>c$，$a+b+c=1$，$M=\frac{b+c}{a}$，$N=\frac{a+c}{b}$，$P=\frac{a+b}{c}$，则 M,N,P 之间的关系是（ ）.

A. $P>M>N$　B. $M>N>P$　C. $N>P>M$　D. $M>P>N$
E.以上答案均不正确

7、设 $a=\sqrt{3}-\sqrt{2}$， $b=2-\sqrt{3}$， $c=\sqrt{5}-2$，则 a,b,c 的大小关系是（ ）.

A. $a>b>c$　B. $a>c>b$　C. $c>b>a$　D. $b>c>a$
E.以上都不对

二．比与比例

（1）比的基本性质

① $a:b=k \Leftrightarrow a=kb$

② $a:b=ma:mb \quad (m\neq 0)$

（2）比例的基本性质★★

① $a:b=c:d \Leftrightarrow ad=bc$

② $a:b=c:d \Leftrightarrow b:a=d:c \Leftrightarrow b:d=a:c \Leftrightarrow d:b=c:a$

3. 比例的基本定理

（1）更比定理：$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{c}=\frac{b}{d}$

（2）反比定理：$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{b}{a}=\frac{d}{c}$

（3）合比定理：$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$

（4）分比定理：$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$

（5）等比定理：$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f} \Rightarrow \frac{a+c+e}{b+d+f}=\frac{a}{b}.(b+d+f\neq 0)$

尚德机构 | 学习是一种信仰 SUNLANDS.COM

1、比和比例相关运算

1、已知$\frac{x}{3}=\frac{y}{5}$，则$\frac{x+y}{x-y}$的值是（）.

A.5　　B.-5　　C.4　　D.-4　　E.以上答案均不正确

2、（2008）若$a:b=\frac{1}{3}:\frac{1}{4}$，则$\frac{12a+16b}{12a-8b}=$（）.

A.2　　B.3　　C.4　　D.-3　　E.-2

3、已知$\frac{x}{3}=\frac{y}{4}=\frac{z}{5},x+y+z=48,$ 那么$x=$（）.

A.12　　B.16　　C.20　　D.24　　E.28

4、$\frac{(a+b)(c+b)(a+c)}{abc}=8.$

(1) $abc\neq 0,$ 且$\frac{a+b-c}{c}=\frac{a-b+c}{b}=\frac{-a+b+c}{a}.$

(2) $abc\neq 0,\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}.$

5、已知a,b,c,d 均为正数，且$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，则$\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{c^2+d^2}}$的值为（ ）.

A. $\frac{a^2}{d^2}$　　B. $\frac{c^2}{b^2}$　　C. $\frac{a+b}{c+d}$　　D. $\frac{d}{b}$　　E. $\frac{c}{a}$

6、已知$\frac{x}{a-b}=\frac{y}{b-c}=\frac{z}{c-a}$($a,b,c$互不相等)，则$x+y+z$ 的值为（ ）.

A.1　　B. $\frac{1}{2}$　　C. ± 1　　D.-1　　E.0

7、已知$y=y_1-y_2$, 且y_1与$\frac{1}{2x^2}$成反比例，y_2与$\frac{3}{x+2}$成正比例，当$x=0$时，$y=-3$，又当$x=1$时，$y=1$，那么y关于x的函数是（ ）.

A. $y=\frac{3x^2}{2}-\frac{6}{x+2}$　　B. $y=3x^2-\frac{6}{x+2}$　　C. $y=3x^2+\frac{6}{x+2}$

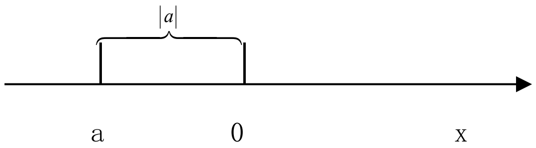
D. $y=-\frac{3x^2}{2}+\frac{3}{x+2}$　　E. $y=-3x^2-\frac{6}{x+2}$

三、绝对值

（一）实数的绝对值的定义　实数 a 的绝对值定义为：$|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$

（二）绝对值的几何意义

实数 a 在数轴上对应一点，这个点到原点的距离就是 a 的绝对值



【解题提示】掌握绝对值的的定义，这是解决绝对值题型的本质。

灵活运用去掉绝对值的方法：（1）确定绝对值符号内式子的符号，去掉绝对值符号；

（2）利用平方法去掉绝对值符号；

1、绝对值运算

1、若 $x<-2$，则 $\left|1-|1+x|\right|$ 的值等于（）.

A.-x　　B.x　　C.2+x　　D.-2-x　　E.以上结论均不正确

2、$|a-b|=|a|+|b|$ 成立，$a,b \in R$，则下列各式中一定成立的是（）.

A. $ab<0$　　B. $ab \leq 0$　　C. $ab>0$　　D. $ab \geq 0$　　E.以上结论均不正确

3、（2001）已知 $\sqrt{x^3+2x^2}=-x\sqrt{2+x}$，则 x 的取值范围是（）.

A. $x<0$　　B. $x \geq -2$　　C. $-2 \leq x \leq 0$　　D. $-2<x<0$　　E.以上答案均不正确

尚德机构 | 学习是一种信仰 SUNLANDS.COM

2、非负性问题

归纳：所有非负性的变量

① 正的偶数次方（根式）：$a^2,a^4,\cdots,a^{\frac{1}{2}},a^{\frac{1}{4}}\geq 0$

② 负的偶数次方（根式）：$a^{-2},a^{-4},\cdots,a^{-\frac{1}{2}},a^{-\frac{1}{4}}>0$

重点：$|a|\geq 0,a^2\geq 0,\sqrt{a}\geq 0$ **（着重关注这三个形式）**

重要推论：若干个具有非负性质的数之和等于零时，则每个非负数必然为零。

[解题提示] 若干个非负数的和等于0，则每项必为0。常见的非负数为绝对值，偶次方等等，有时需进行配方运算凑出偶次方。

1、已知$(x-2)^2+|y-1|=0$，那么$\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}$的值是（）.

A.$\frac{1}{4}$　　B.$-\frac{3}{4}$　　C.4　　D.3　　E.以上答案均不正确

2、已知非零实数 a，b 满足 $|2a-4|+|b+2|+\sqrt{(a-3)b^2}+4=2a$，则 $a+b$ 等于（　　）.

（A）－1　　（B）0　　（C）1　　（D）2　　(E).以上答案均不正确

3、$2^{x+y}+2^{a+b}=17$.

(1) a,b,x,y满足且$y+\left|\sqrt{x}-\sqrt{3}\right|=1-a^2+\sqrt{3}b$.

(2) a,b,x,y满足且$|x-3|+\sqrt{3}b=y-1-b^2$.

4、若$3(a^2+b^2+c^2)=(a+b+c)^2$,则a,b,c三者的关系为（ ）.

A. $a+b=b+c$　　B. $a+b+c=1$　　C. $a=b=c$

D. $ab=bc=ac$　　E. $abc=1$

3、自比性与符号推断

[解题提示] 根据公式 $\frac{|x|}{x}=\frac{x}{|x|}=\begin{cases}1 & x>0\\ -1 & x<0\end{cases}$ 进行求解分析。

自比性问题的关键是判断符号，因此需要掌握以下几个表达式：

$abc>0$, 说明 a,b,c 有三正或两负一正。

$abc<0$, 说明 a,b,c 有三负或两正一负。

$abc=0$, 说明 a,b,c,中至少有一个为 0.

1、a,b,c是非零实数，则代数式$\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}+\frac{abc}{|abc|}$的所有值的集合是（ ）

A. ｛-4 ，-2 ，2 ，4 ｝　　B. ｛-4 ，0 ，4 ｝

C. ｛-4 ， -2， 0 ，-4 ｝　　D.｛-3 ，0，2 ｝　　E. 无法确定

2、已知实数a,b,c满足$a+b+c=0.abc>0$，且$x=\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}$,

$y=a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{c}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$，则 $x^y=$（ ）.

A.-1　　B.0　　C.1　　D.8　　E.-8

3、已知a,b,c是不完全相等的任意实数，若$x=a^2-bc,y=b^2-ac,z=c^2-ab$，则 x,y,z（ ）.

A.都大于 0　　B.至少有一个大于 0　　C.至少有一个小于 0

D.都不小于 0　　E.以上答案都不正确

4、求解绝对值方程以及不等式

【解题提示】经常需要考虑绝对值的最值

1、不等式$|1-x|+|1+x|>a$对于任意的x成立.

(1) $a\in(-\infty,2)$.　　(2) $a=2$

2、不等式$|x+3|-|x-1|\le a^2-3a$对任意实数x恒成立，则实数a的取值范围为（ ）.

A.$(-\infty,-1]\cup[4,+\infty)$　　B.$(-\infty,-2]\cup[5,+\infty)$　　C.$[1,2]$

D.$(-\infty,1]\cup[2,+\infty)$　　E.以上答案均不正确

3、若x满足$x^2-x-5>|1-2x|$,则x的取值范围为（ ）.

A.$x>4$　　B.$x<-1$　　C.$x>4$或$x<-3$　　D.$x>4$或$x<-1$
E.$-3<x<4$

4、设a,b,c为整数，且$|a-b|^{20}+|c-a|^{41}=2$，则$|a-b|+|a-c|+|b-c|=$（ ）.

A.2 或 4　　B.2　　C.4　　D.0 或 2　　E.0

四、平均值和方差

【解题提示】熟练掌握算术平均值和几何平均值的定义，注意几何平均值只对正数有定义。

1、平均值和方差的定义

算术平均值： n 个实数$x_1,x_2,\ldots\ldots$，x_n的算术平均值为$\bar{x}=\dfrac{x_1+x_2+\ldots\ldots+x_n}{n}$ 。

几何平均值： n 个$\boxed{\text{正}}$**实数**$x_1,x_2,\ldots\ldots$，x_n的几何平均值为 $x_g=\sqrt[n]{x_1x_2\ldots\ldots x_n}$ 。

方差： 设$\bar{x}$是n个数据$x_1,x_2,\cdots,x_n$的算术平均数，我们把

$$s^2=\frac{1}{n}\left[\left(x_1-\bar{x}\right)^2+\left(x_2-\bar{x}\right)^2+\ldots+\left(x_n-\bar{x}\right)^2\right]$$叫做这组数据的方差.

标准差：我们把样本方差的算术平均值叫做这组数据的标准差（也称均方差），记做s，

$$s=\sqrt{\frac{1}{n}\left[\left(x_1-\bar{x}\right)^2+\left(x_2-\bar{x}\right)^2+\ldots+\left(x_n-\bar{x}\right)^2\right]}$$

它是用来衡量一组数据波动大小的重要的量.样本方差、标准差体现了总体的分散程度.

1、1,2,3,4,x 的方差是 2.
(1)1,2,3,4,x 的平均数是 2.
(2)x=0.

2、数据-1,0,3,5,x 的方差是 $\frac{34}{5}$，则 x=（ ）.、

A.-2 或 5.5　　B.2 或 5.5　　C.4 或 11　　D.-4 或 11　　E.3 或 10

2、均值不等式

基本定理：当 $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n$ 为 n 个正实数时，它们的算术平均值不小于它们的几何平均值，即

$$\frac{x_1+x_2+\ldots+x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \ldots x_n} \quad (x_i>0\ ,\ i=1,\ldots,\ n)$$

1、当 x>0 时，则 $y=4x+\frac{9}{x^2}$ 的最小值为（ ）.

A.6　　B. $\sqrt{6}$　　C. $3\sqrt{6}$　　D. $3\sqrt[3]{36}$　　E.以上都不对

2、函数 $y=x+\frac{1}{2(x-1)^2}(x>1)$ 的最小值为（ ）.

A. $\frac{5}{2}$　　B.1　　C. $2\sqrt{3}$　　D.2　　E.3

第二章　整式与分式的运算

基本公式

（1）$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

（2）$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$

（3）$(a+b)^3=a^3+b^3+3a^2b+3ab^2$

$(a-b)^3=a^3-b^3-3a^2b+3ab^2$

（4）$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

注：上面所列公式从左推向右，是乘法公式；而从右推向左则是因式分解公式，因为它们都是恒等式，对所含字母的任意实数值，原式均成立。

（一）竖式除法：

例 1 计算：$(4x^3+5x^2\text{-}3x-8)\div(x^2+2x+1)$。

$$
\begin{array}{lrl}
 & 4x-3 & \leftarrow \text{商式} \\
 & x^2+2x+1\overline{)4x^3+5x^2-3x-8} & \leftarrow \text{被除式} \\
\text{除式} & \underline{4x^3+8x^2+4x} & \\
 & -3x^2-7x-8 & \\
 & \underline{-3x^2-6x-3} & \\
 & -x-5 & \leftarrow \text{余式}
\end{array}
$$

$$4x^3+5x^2-3x-8=(4x-3)(x^2+2x+1)+(-x-5)$$

总结：

上式的一般形式是 $F(x)=f(x)g(x)+r(x)$，其中 $F(x)=4x^4+5x^3\text{-}x\text{-}8$ 是多项式除法中的被除式，$f(x)=x^2+2x+1$ 是除式，$4x-3$ 是商式，$r(x)=-x-5$ 是余式，余式次数至少比除式低一次，当除式为一次因式时，余式 $r(x)=r$（为常数）。

1、因式分解问题

1、在实数的范围内，将 $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-24$ 分解因式为（ ）.

A. $x(x-5)(x^2+5x+10)$　　B. $x(x+5)(x^2+5x+10)$

C. $x(x-5)(x^2+5x-10)$　　D. $(x+1)(x+5)(x^2+5x+10)$

E. $(x-1)(x+5)(x^2+5x-10)$

2、将多项式 $2x^4-x^3-6x^2-x+2$ 因式分解为 $(2x-1)q(x)$,则$q(x)$ 等于（ ）.

A. $(x+2)(2x-1)^2$　　B. $(x-2)(x+1)^2$　　C. $(2x+1)(x^2-2)$

D. $(2x-1)(x+2)^2$　　E. $(2x+1)^2(x-2)$

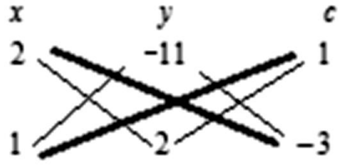
2、双十字相乘

（1）双十字相乘法主要用于二元二次六项式多项式因式分解：

对于二元二次六项式 $ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f$ 我们也可以用十字相乘法分解因式，只不过用了两次十字相乘法，所以称为双十字相乘法。

如：

$$
\begin{aligned}
&2x^2-7xy-22y^2-5x+35y-3\\
&=2x^2-(5+7y)x-(22y^2-35y+3)\\
&=2x^2-(5+7y)x+(2y-3)(-11y+1)\\
&=(2x-11y+1)(x+2y-3)
\end{aligned}
$$



尝试：将$4x^2-4xy-3y^2-4x+10y-3$分解因式

.

（2）双十字相乘法还用于形如$\left(a_1x^2+b_1x+c_1\right)\left(a_2x^2+b_2x+c_2\right)$

试求$\left(x^2+x+1\right)\left(x^2+2x+1\right)$的展开式

1、$x^2+mxy+6y^2-10y-4=0$的图像是两条直线.

(1) $m=7$.

(2) $m=-7$

2、已知$x^4-6x^3+ax^2+bx+4$是一个二次三项式的完全平方式，$ab<0$，则a和b的值分别为（　）

A. $a=6,b=1$　　B. $a=-5,b=4$　　C. $a=-12,b=8$

D. $a=13,b=-12$　　E. $a=-13,b=8$

3、展开式系数问题

1、　多项式$f(x)=2x-7$与$g(x)=a(x-1)^2+b(x+2)+c(x^2+x-2)$相等，则$a,b,c$的值分别为（ ）.

A. $a=\frac{11}{3},b=\frac{5}{3},c=-\frac{11}{3}$　　B. $a=-11,b=15,c=11$

C. $a=\frac{11}{9}$，$b=-\frac{5}{3},c=-\frac{11}{9}$　　D. $a=11,b=-15,c=-11$

E. $a=-\frac{11}{9},b=-\frac{5}{3},c=\frac{11}{9}$

2、$(1-2x)^n = a_7x^7 + a_6x^6 + ... + a_1x + a_0$,则$a_1 + a_3 + a_5 + a_7$的值为（ ）.

A.1093　　B.2187　　C.2186　　D.-1094　　E.-1093

3、设$(1+x)^2(1-x) = a + bx + cx^2 + dx^3$,则$a+b+c+d=$（ ）.

A.-1　　B.0　　C.1　　D.2　　E.3

4、△ABC 的边长分别为 a,b,c,则△ABC 为直角三角形.

(1) $(c^2-a^2-b^2)(a^2-b^2)=0$　　(2)△ABC 的面积为$\frac{1}{2}ab$.

4、因式、余式定理相关问题

【解题提示】掌握多项式的除法规则，因式定理和余式定理的结论。

余数定理：$F(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_n$ 除以一次因式(x-a)所得的余数一定是 F（a）。

推论：多项式 $F(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_n$ 除以一次因式 $ax-b$ 所得的余数一定是 $F(\frac{b}{a})$。

因式定理：$F(x)$含有因式$(x-a)$（即整除），则$F(a)=0$

推论：$F(x)$含有一次因式$(ax-b)$，则$F\left(\frac{b}{a}\right)$=0

此为余数定理的特例（余数为 0 的情形）

1、（2007）若多项式 $f(x) = x^3 + a^2x^2 + x - 3a$ 能被 $x-1$ 整除，则实数 $a=$（　　）

A．0　　B．1　　C．0 或 1　　D．2 或-1　　E．2 或 1

2、已知 $f(x) = x^3 - 2x^2 + ax + b$除以$x^2 - x - 2$的余式为$2x+1$,则$a,b$的值是(　)

(A) a=1, b=-3　　(B) a=-3, b=1　　(C) a=-2 , b=3

(D) a=1, b=3　　(E) a=4, b=-2

3、设 f(x)为实系数多项式，除以 x-1，余数为 9；除以 x-2, 余数为 16，则 f(x)除以

（x-1）（x-2）的余式为（ ）

（A）7x+2 （B）7x+3 （C） 7x+4 （D） 7x+5 （E） 2x+7

4、已知多项式 $f(x)$除以$x-1$所得余数为 2，除以 x^2-2x+3 所得余式为$4x+6$，则多项式 $f(x)$除以$(x-1)(x^2-2x+3)$ 所得余式是（ ）.

A. $-2x^2+6x-3$ B. $2x^2+6x-3$ C. $-4x^2+12x-6$

D. $x+4$ E. $2x-1$

5、 $f(x)$ 为二次多项式，且 $f(2004)=1, f(2005)=2, f(2006)=7$, 则$f(2008)=$（ ）.

A.29 B.26 C.28 D.27 E.39

6、若三次多项式 $f(x)$满足$f(2)=f(-1)=f(1)=0$， $f(0)=4$, 则$f(-2)=$（ ）.

A.0 B.1 C.-1 D.24 E.-24

5、化简求值问题

【解题提示】利用已知条件，通过适当变形和整体代入的方法，先化简后求值，解得代数式的值。

1、若 $x^2+xy+y=14, y^2+xy+x=28$, 则$x+y$ 的值为（ ）.

A.6 或 7 B.6 或-7 C.-6 或-7 D.6 E.7

2、已知 $x^2-2x-1=0$, 则$2001x^3-6003x^2+2001x-7=$（ ）.

A.0 B.1 C.2008 D.-2008 E.2009

3、已知 x, y, z 都是实数，有 $x+y+z=0$.

(1) $\dfrac{x}{a+b}=\dfrac{y}{b+c}=\dfrac{z}{c+a}$.

(2) $\dfrac{x}{a-b}=\dfrac{y}{b-c}=\dfrac{z}{c-a}$.

4、已知 a, b, c 互不相等，三个关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0, bx^2+cx+a=0,$

$cx^2+ax+b=0$恰有一个公共实数根，则$\frac{a^2}{bc}+\frac{b^2}{ca}+\frac{c^2}{ab}$的值为（ ）.

A.0　　B.1　　C.2　　D.3　　E.-1

第三章　方程、函数与不等式

1、方程的解与解方程

1、不等式$(x^4-4)-(x^2-2)\geq 0$的解集是（ ）.

A. $x\geq\sqrt{2}或x\leq-\sqrt{2}$　　B. $-\sqrt{2}\leq x\leq\sqrt{2}$　　C. $x<-\sqrt{3}或x>\sqrt{3}$

E. $-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}$　　E.空集

2、已知关于x的方程$\frac{x}{3}+a=\frac{x}{2}-\frac{1}{6}(x-6)$无解，则$a$的值是（）.

A.1　　B.-1　　C.± 1　　D.不等于 1 的数　　E.0

3、关于x的方程$3x-8=a\bullet(x-1)$的解是负数，则a的取值范围为（）.

A. $3<a<8$　　B. $3<a<9$　　C. $2<a<8$

D. $-3<a<8$　　E. $-3<a<9$

4、设$a^2+1=3a,b^2+1=3b,$ 且$a\neq b$，则代数式$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$值为（）.

A.5　　B.7　　C.9　　D.11　　E.12

2、 二次方程根的判别式问题

1、已知关于 x 的一元二次方程 $k^2x^2-(2k+1)x+1=0$ 有两个相异实根，则 k 的取值范围为（ ）.

A. $k>\frac{1}{4}$　　B. $k\geq\frac{1}{4}$　　C. $k>-\frac{1}{4}$ 且 $k\neq0$　　D. $k\geq-\frac{1}{4}$ 且 $k\neq0$

2、关于 x 的两个方程 $x^2+(2m+3)x+m^2=0,(m-2)x^2-2mx+m+1=0$ 中至少有一个方程有实根，则 m 的取值范围为（ ）.

A. $\left[-\frac{3}{4},+\infty\right)$　　B. $[-2,+\infty)$　　C. $\left[-2,-\frac{3}{4}\right]$

D. $[-2,2)\cup(2,+\infty)$　　E.以上结论均不正确

3、已知 $a\in R$，若关于 x的方程$x^2+x+\left|a-\frac{1}{4}\right|+|a|=0$ 有实根，则 a 的取值范围是（ ）.

A. $0\leq a\leq\frac{1}{4}$　　B. $a\geq1$　　C. $0\leq a\leq1$　　D. $a\leq-1$　　E. $a\geq\frac{1}{4}$

3、韦达定理的扩展以及应用

【解题提示】韦达定理内容：

$$x_1+x_2=-b/a$$
$$x_1\cdot x_2=c/a$$

利用韦达定理可以求出关于两个根的对称轮换式的数值。

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}$$

$$\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}=\frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{(x_1x_2)^2}$$

$$|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1-x_2)^2}=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$$

$$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2$$

$$x_1^3+x_2^3=(x_1+x_2)(x_1^2-x_1x_2+x_1^2)=(x_1+x_2)[(x_1+x_2)^2-3x_1x_2]$$

$$x_1^4+x_2^4=(x_1^2+x_2^2)^2-2(x_1x_2)^2$$

1、已知方程 $x^2+5x+k=0$ 的两实根的差为 3，实数 k 的值为（）.

A.4　　B.5　　C.6　　D.7　　E.8

2、方程 $2x^2-(k+1)x+(k+3)=0$ 的两根之差为 1，则（ ）.

A. $k=2$　　B. $k=3或k=-9$　　C. $k=-3或k=9$

D. $k=6或k=2$　　E.以上答案均不正确

3、已知方程 $x^3-2x^2-2x+1=0$有三个根x_1,x_2,x_3，其中 $x_1=-1,$则$|x_2-x_3|$ 等于（ ）.

A. $\sqrt{5}$　　B.1　　C.2　　D.3　　E. $\sqrt{7}$

4、已知α与β是方程$x^2-x-1=0$ 的两个根，则 $\alpha^4+3\beta$ 的值为（ ）.

A.1　　B.2　　C.5　　D. $5\sqrt{2}$　　E. $6\sqrt{2}$

5、已知 a,b是方程$x^2-4x+m=0$ 的两个根，b,c是方程$x^2-8x+5m=0$ 的两个根，则 $m=$（ ）.

A.0　　B.3　　C.0 或 3　　D.-3　　E.0 或-3

4、根的分布问题

【解题提示】

（1）正负根问题——利用韦达定理

方程 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$有根的情况有以下几种：

⑴ 方程有两个正根$\begin{cases}x_1+x_2>0\\x_1x_2>0\\\Delta\geq 0\end{cases}$；　　（2）有两个负根$\begin{cases}x_1+x_2<0\\x_1x_2>0\\\Delta\geq 0\end{cases}$

⑶ 一正一负根$\begin{cases}x_1\cdot x_2<0\\\Delta>0\end{cases}$，可简化为 a,c 异号即可。

1、（2005-1）方程 $4x^2+(a-2)x+a-5=0$ 有两个不等的负实根.

（1）a<6;
（2）a>5.

（2）区间根问题——数形结合（常用）

数形结合求方程中待定参数方法：

⑴ 两根属于同一连续区间，有三个条件确定：$\begin{cases}\Delta \geq 0 \\ \text{对称轴在区间内} \\ \text{端点函数值的正负}\end{cases}$

⑵ 两根分属于两个不连续区间，只需端点函数值的正负

（3）两根在一点两侧，只需一个式子：判断该店函数值正负。

（4）两不等根都在某点的同侧，需要用的式子：判别式大于零，判断该点函数值正负，对称轴在该点右侧。

【解题提示】先画出题干条件中的图像，然后根据区间，讨论端点函数值与零的关系，再列不等式求解。

一定牢记！！！抛物线 $f(x)=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）图象的几个要点：开口方向，对称轴，顶点。

1、(2008-1)方程 $2ax^2-2x-3a+5=0$ 的一个根大于 1，另一个根小于 1.

（1）a>3;
（2）a<0.

2、方程 $4x^2+(a-2)x+a-5=0$ 有两个不等的负实根.

(1) $a<6$.
(2) $a>5$.

3、方程 $ax^2+bx+c=0$ 有异号的两实数根，且正根的绝对值大.

(1) $a>0, c<0$.

(2) $b<0$.

4、关于 x 的方程 $kx^2-(k-1)x+1=0$ 有有理根，则整数 k 的值为（ ）.

A.0 或 3　　B.1 或 5　　C.0 或 5　　D.1 或 2
E.0 或 6

5、已知关于 x 的方程 $x^2-(n+1)x+2n-1$ 的两根为整数，则整数 n 是（ ）.

A.1 或 3　　B.1 或 5　　C.3 或 5　　D.1 或 2　　E.2 或 5

5、恒成立问题

1、不等式 $(a^2-3a+2)x^2+(a-1)x+2>0$ 的解为全体实数，则（ ）.

A. $a<1$　　B. $a\le 1$ 或 $a>2$　　C. $a>\frac{15}{7}$　　D. $a<1$ 或 $a>\frac{15}{7}$

E. $a\le 1$ 或 $a>\frac{15}{7}$

2、不等式 $\left|x^2+2x+a\right|\le 1$ 的解集为空集，则 a 的取值范围为（ ）.

A. $a<0$　　B. $a>2$　　C. $0<a<2$　　D. $a<0$ 或 $a>2$
E. $a\ge 2$

6、特殊函数、方程、不等式

1、解方程 $4^{x-\frac{1}{2}}+2^x=1$，（ ）.

A.方程有两个正实根　　B.方程只有一个正实根　　C.方程只有一个负实根
D.方程有一正一负两个实根　　E.方程有两个负实根

2、已知 x, y 满足 $\begin{cases} 2^{x+3}+9^{y+1}=35, \\ 8^{\frac{x}{3}}+3^{2y+1}=5, \end{cases}$ 则 xy 的值是（ ）.

A. $-\frac{3}{4}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C.1　　D. $-\frac{4}{3}$　　E. -1

3、若使函数 $f(x)=\dfrac{\lg(2x^2+5x-12)}{\sqrt{x^2-3}}$ 有意义，则 x 的取值范围包括（ ）个正整数.

A.0　　B.1　　C.2　　D.3　　E.无数

4、关于 x 的不等式 $3^{x+1}+18\times 3^{-x}>29$ 的解集为（ ）.

A. $x>2$或$x<\log_3\dfrac{2}{3}$　　B. $x>2$　　C. $x<\log_3\dfrac{2}{3}$

D. $\log_3\dfrac{2}{3}<x<2$　　E. $x>\log_3\dfrac{2}{3}$

7、分式方程以及增根问题

1、关于 x 的方程 $\dfrac{1}{x^2-x}+\dfrac{k-5}{x^2+x}=\dfrac{k-1}{x^2-1}$ 无解.

(1) $k=3$.

(2) $k=6$.

2、关于 x 的方程 $\dfrac{3-2x}{x-3}+\dfrac{2+mx}{3-x}=-1$ 无解，则满足所有条件的实数 m 之和为（ ）.

A.-4　　B. $-\dfrac{8}{3}$　　C.-1　　D.-12　　E. $-\dfrac{5}{3}$

8、解高次不等式

1、$(x^2-2x-8)(2-x)(2x-2x^2-6)>0$.

(1) $x\in(-3,-2)$.

(2) $x\in[2,3]$.

2、不等式 $(x+2)(x+1)^2(x-1)^3(x-2)\le 0$ 的解集为（ ）.

A. $(-\infty,-2]\cup[1,2]$　　B. $(-\infty,-2]\cup\{-1\}\cup[1,2]$　　C. $(-\infty,-2]\cup\{-1\}\cup(1,2)$

D. $(-\infty.-2)\cup\{-1\}\cup[1,2]$　　　　E.以上结论均不正确

第四章　应用题

1、工程问题

【解题提示】解决这类问题时，通常将整个工程量看成单位1，然后根据题目条件按比例求解.
计算公式：工作效率＝完成的工作量÷工作时间，总量＝部分量÷部分量所占的比例.

1、甲、乙两队开挖一条水渠，甲队单独挖要8天完成，乙对单独挖要12天完成，现在两队同时挖了几天后，乙队调走，余下的甲队在3天内完成，乙队挖了（ ）天.
A.1　B.2　C.3　D.4　E.5

2、加工一批零件，甲单独做20天可以完工，乙单独做30天可以完工，现两队合作来完成这个任务，合作中甲休息了2.5天，乙休息了若干天，恰好14天完工，则乙休息了（ ）天.
A. $\frac{1}{2}$　B.1　C. $\frac{5}{4}$　D.2　E. $\frac{7}{4}$

3、一池水，甲、乙两管同时开，5小时灌满，乙、丙两管同时开，4小时灌满，现在先开乙管6小时，还需甲、丙两管同时开2小时才能灌满，乙单独开需要（ ）小时可以灌满.
A.12　B.18　C.20　D.30　E.40

4、同时打开游泳池的甲、乙两个进水管，加满水需要90分钟，且甲管比乙管多进水180m^3，若单独打开甲管，加满水需要160分钟，则乙管每分钟进水（ ）m^3.
A.6　B.7　C.8　D.9　E.10

2、行程问题

【解题提示】
1、基本公式：路程＝速度×时间；路程÷时间＝速度；路程÷速度＝时间.
2、相遇问题以速度和为“有效速度”，追击问题以速度差为“有效速度”。
3、圆周上的问题转化到直线上的相遇和追击。

1、（2009-10）甲、乙两人在环形跑道上跑步，他们同时从起点出发，当方向相反时每隔48秒相遇一次，当方向相同时每隔10分钟相遇一次，若甲每分钟比乙快40米，则甲、乙两人的跑步速度分别是（　）米/分.
A.470,430　B.380,340　C.370,330
D.280,249　E.270,230

2、在有上、下行的轨道上，两列火车相向开来，若甲车长 187 米，每秒行驶 25 米，乙车长 173 米，每秒行驶 20 米，则两车头相遇到两车尾离开，需要（ ）秒.

A.12　　B.11　　C.10　　D.9　　E.8

3、一辆大巴车从甲城以匀速 v 行驶可按预定时间到达乙城，但在距乙城还有 150km 处因故停留了半小时，因此需要平均每小时增加 10km 才能按预定时间到达乙城，则大巴车原来的速度 $v=$（ ）km/h.

A.45　　B.50　　C.55　　D.60　　E.以上结论均不正确

4、某人以 6km/h 的平均速度上山，上山后立即以 12km/h 的平均速度原路返回，那么此人在往返过程中的每小时平均所走的千米数为（ ）.

A.9　　B.8　　C.7　　D.6　　E.以上结论均不正确

5、甲、乙两辆汽车同时从 A,B 两站相向开出，第一次在离 A 站 60 千米的地方相遇，之后，两车继续以原来的速度前进，各自到达对方车站后都立即返回，又在距 B 站 30 千米处相遇，两站相距（ ）千米.

A.130　　B.140　　C.150　　D.160　　E.180

6、有一个 400m 环形跑道，甲、乙两人同时从同一地点同方向出发，甲以 0.8m/s 的速度步行，乙以 2.4m/s 的速度跑步，乙在第二次追上甲时用了（ ）s.

A.200　　B.210　　C.230　　D.250　　E.500

3、比例问题

【解题提示】这类问题的关键是找准基准量，明确所求的是哪些量的比。

1、一批图书放在两个书柜中，其中第一柜占 55%，若从第一柜中取出 15 本放入第二柜内，则两书柜各占这批图书的 50%，这批图书共有（ ）本.

A.200　　B.260　　C.300　　D.360　　E.600

2、甲、乙两仓库储存的粮食重量之比是 4:3，现从甲库中调出 10 万吨粮食，则甲、乙两仓库存粮吨数之比是 7:6，甲仓库原有粮食的万吨数为（ ）.

A.70　　B.78　　C.80　　D.85　　E.以上结论均不正确

4、溶液问题

【解题提示】根据溶质守恒，来分析浓度的变化。

1、某容器中装满了浓度为 90%的酒精，倒出 1L 后用水将容器充满，搅拌均匀后又倒出 1L，再用水将容器注满，已知此时的酒精浓度为 40%，则该容器的容积是（ ）L.

A.2.5　　B.3　　C.3.5　　D.4　　E.4.5

2、一种溶液，蒸发掉一定量的水后，溶液的浓度为 10%，再蒸发掉同样多的水后，溶液的浓度变为 12%，第三次蒸发掉同样多的水后，溶液的浓度变为（ ）.

A.14%　　B.15%　　C.16%　　D.17%　　E.18%

3、已知甲桶中有 A 农药 50L，乙桶中有 A 农药 40L，则两桶农药混合，可以配成农药浓度为 40%的溶液.

(1)甲桶中有 A 农药的浓度为 20%，乙桶中 A 农药的浓度为 65%.

(2)甲桶中有 A 农药的浓度为 30%，乙桶中 A 农药的浓度为 52.5%.

5、最值问题

【解题提示】是一种将定值问题转化为动态问题的过程，解决此类问题的关键在于将问题情境中的文字语言转化为符号语言，用数学表达式表述出所求的最值。

这类问题的最值函数通常是二次函数形式或均值不等式，再利用这两个数学工具求最值的方法来求解.

1、某工厂定期购买一种原料，已知该厂每天需用该原料 6 吨，每吨价格 1800 元，原料的保管等费用平均每吨 3 元，每次购买原料需支付运费 900 元，若该工厂要使平均每天支付的总费用最省，则应该每（　）天购买一次原料.

A.11　　B.10　　C.9　　D.8　　E.7

2、某商场销售一批名牌衬衫，平均每天可售出 20 件，每件盈利 40 元，为了扩大销售，增加盈利，尽快减少库存，商场决定采取适当的降价措施，经调查发现，如果每件衬衫降价 1 元，商场平均每天可多售出 2 件，要使商场平均每天盈利最多，则每件衬衫应降价(　　)元

A 11　　B 12　　C 13　　D 14　　E 15

3、某商场将每台进价为 2000 元的冰箱以 2400 元销售时，每天销售 8 台，调研表明这种冰箱的售价每降低 50 元，每天就能多销售 4 台，若要每天销售利润最大，则该冰箱的定价应为（ ）

（A）2200　　（B）2250　　（C）2300　　（D）2350　　（E）2400

6、线性规划问题

1、某工厂用 A,B 两种配件生产甲、乙两种商品，每生产一件甲种产品使用 4 个 A 配件耗时 1h,每生产一件乙种产品使用 4 个 B 配件耗时 2h,该厂每天最多可从配件厂获得 16 个 A 配件和 12 个 B 配件，按每天工作 8 小时计算：

（1）若生产 1 件甲种产品获利 2 万元，生产一种乙种产品获利 3 万元，采用哪种生产

安排利润最大？

（2）变式：若生产一件甲产品获利 1 万元，生产一件乙产品获利 3 万元，采用哪种生产安排利润最大？

2、某公司计划运送 180 台电视机和 110 台洗衣机下乡，现在两种货车，甲种货车每辆最多可载 40 台电视机和 10 天洗衣机，乙种货车每辆最多可载 20 台电视机和 20 台洗衣机，已知甲、乙种货车的租金分别是每辆 400 元和 360 元，则最少的运费是（ ）元.

A.2560　　B.2600　　C.2640　　D.2580　　E.2720

3、某公司每天至少要运送 270 吨货物，公司有载重为 6 吨的 A 型卡车和载重为 10 吨的 B 型卡车，A 型卡车每天可往返 4 次，B 型卡车可往返 3 次，A 型卡车每天花费 300 元，B 型卡车每天花费 500 元，若最多可调用 10 辆车，则该公司每天花费最少为（ ）元.

A.2560　　B.2800　　C.3500　　D.4000　　E.4800

第五章　数列

1、特值法的普遍应用

1、设 $a_n=\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{1}{n+2}+...+\dfrac{1}{2n+1}(n\in N^+)$, 则 a_{n+1} 与 a_n 的大小关系是（）.

A. $a_{n+1}>a_n$　　B. $a_{n+1}=a_n$　　C. $a_{n+1}<a_n$　　D. $a_{n+1}\le a_n$

E.以上答案均不正确

2、已知数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1,a_{n+1}=\dfrac{2a_n}{a_n+2}(n\in N^+)$, 则该数列的通项公式为（）.

A. $a_n=\dfrac{2}{n+1}$　　B. $a_n=\dfrac{1}{n+1}$　　C. $a_n=\dfrac{2}{n+2}$　　D. $a_n=\dfrac{3}{n+1}$

E.以上答案均不正确

3、如果数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=\dfrac{3}{2}a_n-3$, 那么这个数列的通项公式是（）.

A. $a_n=2(n^2+n+1)$　　B. $a_n=3\times 2^n$　　C. $a_n=3n+1$

D. $a_n=2\times 3^n$　　E.以上答案均不正确

2、等差数列性质与运算

通项公式：$a_n=a_1+(n-1)d.(d$为常数$,n\in N^*)$；（知“三”求“一”）

前 n 项和公式：$S_n=\frac{(a_1+a_n)n}{2}=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d$ 当公差 d 不为 0 时，可将化成关于 n 的二次函数 $s_n=(\frac{d}{2})n^2+(a_1-\frac{d}{2})n$.

下标和定理：$m+n=p+q$，则 $a_m+a_n=a_p+a_q(m,n,p,q\in N^*)$. 特殊地，当 $p=q$ 时，$a_m+a_n=2a_p$.

重要结论：若两个等差数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的前 2k-1 项和分别用 S_{2k-1} 和 T_{2k-1} 表示，则 $\frac{S_{2k-1}}{T_{2k-1}}=\frac{a_k}{b_k}$。

1、在等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_5=3,a_6=-2$，则 $a_4+a_5+...+a_{10}=$（）.

A.37　B.-5　C.49　D.-49　E.以上答案均不正确

2、两个等差数列 $\{a_n\},\{b_n\}$ 的前 n 项和的比 $\frac{S_n}{S_n'}=\frac{5n+3}{2n+7}$，则 $\frac{a_5}{b_5}$ 的值为（）.

A. $\frac{28}{17}$　B. $\frac{48}{25}$　C. $\frac{53}{27}$　D. $\frac{23}{15}$　E.以上答案均不正确

3、等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_4+a_6+a_8+a_{10}+a_{12}=120$，则 $a_9-\frac{1}{3}a_{11}$ 的值为（）.

A.14　B.15　C.16　D.17　E.以上答案均不正确

4、已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 10 项和为 100，前 100 项和为 10，则前 110 项和为（）.

A.90　B.-90　C.110　D.-110　E.100

5、已知等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_7+a_9=16,a_4=1$，则 a_{12} 等于（）.

A.15　B.30　C.31　D.64　E.96

6、如果等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_3+a_4+a_5=12$，那么 $a_1+a_2+...+a_7=$（）.

A.14　　B.21　　C.28　　D.35　　E.45

7、设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，若$a_1=-11,a_4+a_6=-6,$则当S_n取最小值时，n 等于（）.

A.6　　B.7　　C.8　　D.9　　E.11

8（2006）、若$6,a,c$成等差数列，且 36，$a^2,-c^2$也成等差数列，则$c=$（）.

A.-6　　B.2　　C.3 或-2　　D.-6 或 2　　E.以上结论均不正确

9（2007）、已知等差数列$\{a_n\}$中$a_2+a_3+a_{10}+a_{11}=64$，则$S_{12}=$（）.

A.64　　B.81　　C.128　　D.192　　E.188

10（2009）、等差数列$\{a_n\}$的前 18 项和$S_{18}=\dfrac{19}{2}$

(1) $a_3=\dfrac{1}{6},a_6=\dfrac{1}{3}$

(2) $a_3=\dfrac{1}{4},a_6=\dfrac{1}{2}$

11（2013）、已知$\{a_n\}$为等差数列，若a_2与a_{10}是方程$x^2-10x-9=0$的两个根，则$a_5+a_7=$（）.

A.-10　　B.-9　　C.9　　D.10　　E.12

12、等差数列$\{a_n\}$中，$a_1+a_7=42,a_{10}-a_3=21$，则前 10 项的$S_{10}=$（ ）.

A.255　　B.257　　C.259　　D.260　　E.272

13、等差数列前 n 项和为 210，其中前 4 项和为 40，后 4 项的和为 80，则 n 的值为（ ）.

A.10　　B.12　　C.14　　D.16　　E.18

14、设S_n是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，若$\dfrac{S_3}{S_6}=\dfrac{1}{3}$,则$\dfrac{S_6}{S_{12}}=$（ ）.

A.$\dfrac{3}{10}$　　B.$\dfrac{1}{3}$　　C.$\dfrac{1}{8}$　　D.$\dfrac{1}{9}$　　E.$\dfrac{1}{6}$

15、等差数列$\{a_n\},\{b_n\}$的前n项和为S_n,T_n,若$\dfrac{S_n}{T_n}=\dfrac{3n+1}{2n+15}(n\in Z^+)$,则$\dfrac{a_5}{b_5}$的值为（ ）.

A. $\frac{34}{37}$　　B. $\frac{31}{35}$　　C. $\frac{28}{33}$　　D. $\frac{28}{31}$　　E.1

16、在等差数列$\{a_n\}$中，S_n表示前n项和，若$a_1=13, S_3=S_{11}$,则S_n的最大值是（ ）.

A.42　　B.49　　C.59　　D.133　　E.不存在

17、等差数列$\{a_n\}$中，已知公差$d=\frac{1}{2}, a_1+a_3+...+a_{99}=60$, 则$a_1+a_2+...+a_{100}=$（　）.

A.120　　B.85　　C.145　　D.-145　　E.-85

18、已知$\{a_n\}$为等差数列，$a_1+a_3+a_5=105, a_2+a_4+a_6=99$, 前 n 项和$S_n$取得最大值时 n 的值是（ ）.

A.21　　B.20　　C.19　　D.18　　E.以上均不正确

3、等比数列性质与运算

通项公式：$a_n=a_1q^{n-1}(q为常数, n\in N^*)$；推广：$a_n=a_mq^{n-m}(q为常数, n、m\in N^*)$.

前 n 项和：$S_n=\begin{cases} na_1.(q=1) \\ \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}或\frac{a_1-a_nq}{1-q}(q\neq 1) \end{cases}$

等比中项：如果 a, G, b 成等比数列, 那么 G 叫做 a 与 b 的等比中项, $G=\pm\sqrt{ab}$，显然$ab>0$.

中项公式：$a_{n+1}^2=a_n \cdot a_{n+2}\left(n\in N^*\right)$

下标和定理：$\{a_n\}$为等比数列，若$m+n=p+q$, 则$a_m\cdot a_n=a_p\cdot a_q(m,n,p,q\in N^*)$.

1、已知数列$\{a_n\}$是等比数列，且$S_m=10, S_{2m}=30$, 则$S_{3m}=$（）.

A.40　　B.50　　C.60　　D.70　　E.80

2、公差不为零的等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和S_n。若a_4是a_3与a_7的等比中项，$S_8=32$, 则$S_{10}=$（）.

A.18　　B.24　　C.60　　D.90　　E.100

3、设 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，已知 $3S_3=a_4-2, 3S_2=a_3-2$，则公比 $q=$（）.

A.3　　B.4　　C.5　　D.6　　E.7

4、等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $4a_1, 2a_2, a_3$ 成等差数列，若 $a_1=1$，则 S_4 等于（）.

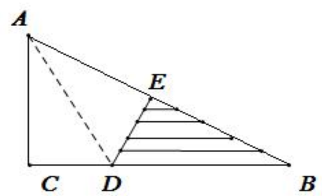
A.7　　B.8　　C.15　　D.16　　E.13

第六章　几何部分

一、平面几何

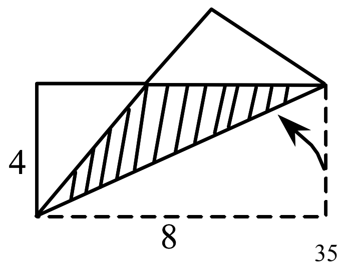
1、（09 年 1 月）直角三角形 ABC 的斜边 AB=13 厘米，直角边 AC=5 厘米，把 AC 对折到 AB 上去与斜边相重合，点 C 与点 E 重合，折痕为 AD（如图），则图中阴影部分的面积为（　）

A. 20　　B. $\frac{40}{3}$　　C. $\frac{38}{3}$　　D. 14　　E. 12

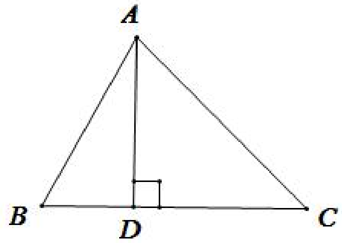


2、已知长方形的长为 8，宽为 4，将长方形沿一条对角线折起压平如图所示，则阴影三角形的面积等于（　　）。

A. 8　　B. 10　　C. 12　　D. 14　　E. 16

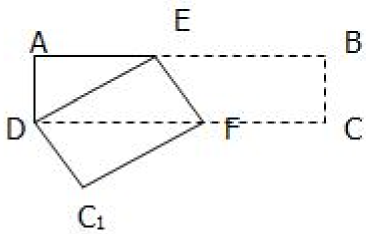


3、如图，已知 AB-13，BC=14，AC=15，AD⊥BC 于 D，则 AD=

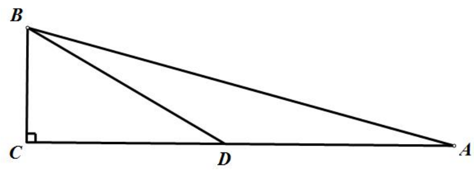


4、矩形纸片 ABCD 中，AD=4cm ，AB=10cm，按如图方式折叠，使点 B 与点 D 重合，折痕为 EF，则 DE=____cm.

（A）4.2　　（B）5　　（C）5.2　　（D）5.8　（E）以上都不对

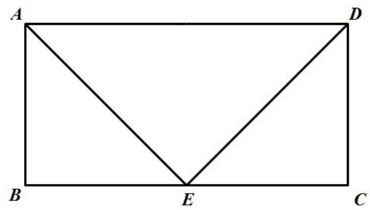


5、如右图，已知△ABC 是直角三角形，且∠A=15º，BC=1，BD=AD,求△ABC 的面积。



6、如右图，在矩形 ABCD 中，E 是 BC 的中点，且 EA⊥ED，若矩形的周长为 48cm，

则矩形 ABCD 的面积为_____cm².

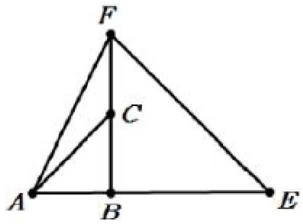


7、（2008-5）方程 $x^2-(1+\sqrt{3})x+\sqrt{3}=0$ 的两根分别为等腰三角形的腰 a 和底 b(a<b)，则该等腰三角形的面积是（ ）.

A. $\frac{\sqrt{11}}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{11}}{8}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{5}$　　E. $\frac{\sqrt{3}}{8}$

8、（2014-3）如图示，已知 $AE=3AB, BF=2BC$, 若△ ABC 的面积为 2，则△ AEF 的面积为（　）.

A. 14　　B. 12　　C. 10　　D. 8　　E. 6



9、（2013-7）如图 1，在直角三角形 ABC 中，$AC=4, BC=3, DE \mathbin{/\!/} BC$，已知梯形 BCED 的面积为 3，则 DE 的长为（　）.

A. $\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{3}+1$　　C. $4\sqrt{3}-4$　　D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$　　E. $\sqrt{2}+1$

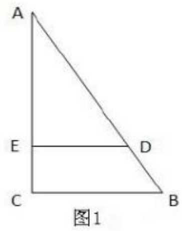
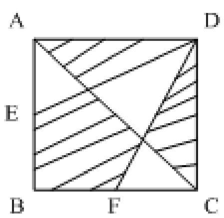


图1

10、如图，正方形 ABCD 的面积为 1，E 和 F 分别是 AB 和 BC 的中点，则图中阴影部分的面积为（　）。

（A）$\frac{1}{2}$　　（B）$\frac{3}{4}$　　（C）$\frac{2}{3}$

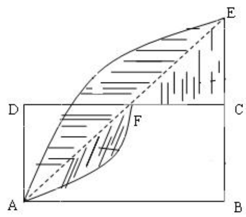
（D）$\frac{3}{5}$　　（E）$\frac{4}{5}$



11、（2008.1）如图所示，长方形 ABCD 中 AB=10cm，BC=5cm，以 AB 和 AD 分别≠为半径作 $\frac{1}{4}$ 圆，则图中阴影部分的面积为（　）.

A. $(25-\frac{25}{2}\pi)cm^2$　　B. $(25+\frac{125}{2}\pi)cm^2$　　C. $(50+\frac{25}{4}\pi)cm^2$

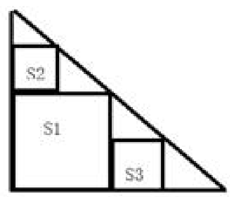
D. $(\frac{125}{4}\pi-50)cm^2$　　E. 以上结果均不正确



12、如右图，△ABC 是直角三角形，S_1,S_2,S_3 为正方形，已知 a,b,c 分别为 S_1,S_2,S_3 的边长，则（　）.

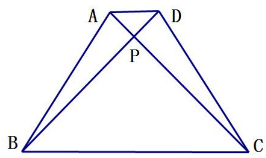
A. $a=b+c$　　B. $a^2=b^2+c^2$　　C. $a^2=2b^2+2c^2$

D. $a^3=b^3+c^3$　　E. $a^3=2b^3+2c^3$



13、如图所示，等腰梯形 ABCD 中，AD∥BC，$\angle ABC=60°$ 且 AC⊥BD,AB=20，则四边形 ABCD 的周长为（ ）.

A. 100　　B. $50\sqrt{3}$　　C. 40+20$\sqrt{3}$　　D. 60$\sqrt{3}$

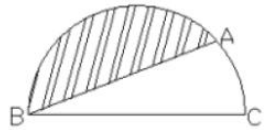


14、（2015-4）如图，BC 是半圆的直径，且 BC=4，$\angle ABC=30°$，则图中阴影部分的面积

为（ ）.

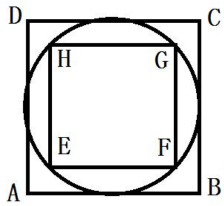
A. $\frac{4}{3}\pi-\sqrt{3}$　　B. $\frac{4}{3}\pi-2\sqrt{3}$　　C $\frac{2}{3}\pi+\sqrt{3}$　　D. $\frac{2}{3}\pi+2\sqrt{3}$

E. $2\pi-2\sqrt{3}$



15、（充分性判断）圆外切正方形和内接正方形的相似比是$\sqrt{2}$

（1）若圆半径为 1　　（2）若圆半径为 2



二、立体几何

1、长方体与正方体

1、已知某正方体的体对角线长为a，那么这个正方体的全面积是（　　）

A. $2\sqrt{2}a^2$　B. $2a^2$　C. $2\sqrt{3}a^2$　D. $3\sqrt{2}a^2$　E. $3a^2$

2、已知圆柱的轴截面 ABCD 是边长为 5cm 的正方形，则从下底面的 A 点绕圆柱侧面到上底面的 C 点的最短距离是（　）cm。

（A）$3\sqrt{2}$　（B）10　（C）$5\sqrt{2}$　（D）$5\sqrt{\pi^2+1}$　（E）$\frac{5}{2}\sqrt{\pi^2+4}$

2、与相切、相接有关

基本公式：设球的半径为 R：

（1）球的表面积公式：$S_{表}=4\pi R^2$或$S_{表}=\pi D^2$（D是球的直径）

（2）球的体积公式：$V=\frac{4}{3}\pi R^3$或$V=\frac{1}{6}\pi D^3$（D是球的直径）

（3）球的函数表达式：$R^2=x^2+y^2+z^2$

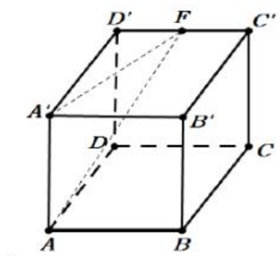
（4）棱长为a的正方形内切球、外接球、外接半球的半径分别为：$\frac{1}{2}a,\frac{\sqrt{3}}{2}a,\frac{\sqrt{6}}{2}a$

1、（2011）现有一个半径为 R 的球体，拟用刨床将其加工成正方体，则能加工成的最大正方体的体积是（ ）.

A. $\frac{8}{3}R^3$　　B. $\frac{8\sqrt{3}}{9}R^3$　　C. $\frac{4}{3}R^3$　　D. $\frac{1}{3}R^3$　　E. $\frac{\sqrt{3}}{9}R^3$

2、（2014）下图正方体的棱长为 2，F 是棱 $C'D'$ 的中点，则 AF 的长为（ ）.

A. 3　　B. 5　　C. $\sqrt{5}$　　D. $2\sqrt{2}$　　E. $2\sqrt{3}$



三、平面解析几何

两点之间距离公式：

在平面直角坐标系中，设点 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$**，则** $|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

中点坐标公式：

点 $P(x,y)$ **是线段** P_1P_2 **的中点，其中** $P_1(x_1,y_1),P_2(x_2,y_2)$**，则 P 点坐标为**

$x=\frac{x_1+x_2}{2},y=\frac{y_1+y_2}{2}$。

尚德机构 | 学习是一种信仰 SUNLANDS.COM

过两点 $P_1(x_1,y_1)$ **、** $P_2(x_2,y_2)$ **的直线的斜率公式：** $k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ $(x_1\neq x_2)$.

两直线平行：★★

若 $l_1: y=k_1x+b_1$，$l_2: y=k_2x+b_2$； $l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow k_1=k_2, b_1\neq b_2$

若 $l_1: A_1x+B_1y+C_1=0$，$l_2: A_2x+B_2y+C_2=0$. $l_1//l_2 \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}\neq\dfrac{C_1}{C_2}$

两直线垂直：★★

（1） $l_1: y=k_1x+b_1$，$l_2: y=k_2x+b_2$； $l_1\perp l_2 \Leftrightarrow k_1k_2=-1$

（2） $l_1: A_1x+B_1y+C_1=0$，$l_2: A_2x+B_2y+C_2=0$. $l_1\perp l_2 \Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2=0$；

两条平行直线的距离公式：

直线 l_1**：** $Ax+By+C_1=0$ **平行于直线** l_2**：** $Ax+By+C_2=0$**，则它们之间的距离为：**

$$d=\frac{|C_2-C_1|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

点到直线的距离公式：

<1>平面内一点 $P(x_0,y_0)$ 到直线 $l: Ax+By+C=0$ 的距离公式： $d=\dfrac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

1、已知 $ab<0, bc<0$，则直线 $ax+by=c$ 通过（）.

A.第一、二、三象限　　B.第一、二、四象限　　C.第一、三、四象限
D.第二、三、四象限　　E.以上答案均不正确

2、直线 l 过点（-1,2）且与直线 2x-3y+4=0 垂直，则 l 的方程是（）.

A. $3x+2y-1=0$　　B. $3x+2y+1=0$　　C. $3x-2y-1=0$

D. $3x-2y+1=0$　　E.以上答案均不正确

3、已知两条直线 y=ax-2 与 y=(a+2)x+1 互相垂直，则 a 等于（）.
A.0　　B.1　　C.-1　　D.2　　E.-2

尚德机构 | 学习是一种信仰 SUNLANDS.COM

4、已知点 A（-3，-4），B（6,3）到直线 $l: ax+y+1=0$ 的距离相等，则实数 a 的值等于（）.

A. $\frac{7}{9}$　　B. $-\frac{1}{3}$　　C. $-\frac{7}{9}$ 或 $-\frac{1}{3}$　　D. $\frac{7}{9}$ 或 $\frac{1}{3}$　　E.以上答案均不正确

5、已知直线 $l_1:(k-3)x+(4-k)y+1=0$ 与 $l_2:2(k-3)x-2y+3=0$ 平行，则 k 的值为().

A.1 或 3　　B.1 或 5　　C.3 或 5　　D.1 或 2　　E.以上答案均不正确

6、过点（1,0）且与直线 x-2y-2=0 平行的直线方程是（）.

A.x-2y-1=0　　B.x-2y+1=0　　C.2x+y-2=0　　D.x+2y-1=0
E.以上答案均不正确

7、已知点 A(1，-2),B(m,2),且线段 AB 的垂直平分线的方程是 x+2y-2=0，则实数 m 的值是（）.

A.-2　　B.-7　　C.3　　D.1　　E.以上答案均不正确

8、点（-3，-1）关于直线 3x+4y-12=0 的对称点是（）.

A.(2，8)　　B.(1，3)　　C.(4，6)　　D.(3，7)　　E.以上答案均不正确

9、如果直线 y=ax+2 与直线 y=3x-b 关于直线 y=x 对称，那么（）.

A. $a=\frac{1}{3},b=6$　　B. $a=\frac{1}{3},b=-6$　　C. $a=3,b=-2$

D. $a=3,b=6$　　E.以上结论均不正确

10、已知点 P（3,2）与 Q（1,4）关于直线 L 对称，则直线 L 的方程为（）.

A.x-y+1=0　　B.x-y-1=0　　C.x+y+1=0　　D.x+y-1=0
E.以上答案均不正确

11、 $a=-4$

(1)点 A（1,0）关于直线 x-y+1=0 的对称点是 $A'\left(\frac{a}{4},-\frac{a}{2}\right)$

(2)直线 $l_1:(2+a)x+5y=1$ 与直线 $l_2:ax+(2+a)y=2$ 垂直

12、若圆 $x^2+y^2-2x-4y=0$ 的圆心到直线 $x-y+a=0$ 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，则 a 的值为（）.

A.-2 或 2　　B.$\frac{1}{2}$ 或 $\frac{3}{2}$　　C.2 或 0　　D.-2 或 0　　E.1 或-2

13、圆 $O_1: x^2+y^2-2x=0$ 和圆 $O_2: x^2+y^2-4y=0$ 的位置关系是（）.

A.相离　　B.相交　　C.外切　　D.内切　　E.以上答案均不正确

14、圆 $C_1:\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+(y-2)^2=r^2$ 与圆 $C_2: x^2-6x+y^2-8y=0$ 有交点

(1) $0<r<\frac{5}{2}$

(2) $r>\frac{15}{2}$

15（2009）、曲线 $x^2-2x+y^2=0$ 上的点到直线 $3x+4y-12=0$ 的最短距离是（）.

A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{4}{5}$　　C.1　　D. $\frac{4}{3}$　　E. $\sqrt{2}$

16（2009）、圆 $(x-3)^2+(y-4)^2=25$ 与圆 $(x-1)^2+(y-2)^2=r^2(r>0)$ 相切

(1) $r=5\pm 2\sqrt{3}$

(2) $r=5\pm 2\sqrt{2}$

17（2012）、在直角坐标系中，若平面区域 D 中所有点的坐标[x,y]均满足 $0\le x\le 6$，$0\le y\le 6, |y-x|\le 3, x^2+y^2\ge 9$，则 D 的面积是（）.

A. $\frac{9}{4}(1+4\pi)$　　B. $9\left(4-\frac{\pi}{4}\right)$　　C. $9\left(3-\frac{\pi}{4}\right)$　　D. $\frac{9}{4}(2+\pi)$

E. $\frac{9}{4}(1+\pi)$

18（2014）、一直曲线 $l: y=a+bx-6x^2+x^3$，则 $(a+b-5)(a-b-5)=0$

(1)曲线 l 过点（1,0）
(2)曲线 l 过点（-1,0）

第七章 数据分析

考试大纲要求

1.排列组合（计数方法）

（1）加法原理、乘法原理

（2）排列与排列数

（3）组合与组合数

2.数据描述

（1）平均值

（2）方差与标准差

（3）数据的图表表示：直方图，饼图，数表.

3.概率

（1）事件及其简单运算

（2）加法公式

（3）乘法公式

（4）古典概型

（5）伯努利概型

考试要点梳理

一、排列组合与计数原理

【知识结构】

$$\text{计数原理}\begin{cases}\text{两个基本原理}\begin{cases}\text{加法(分类)原理}\\\text{乘法(分步)原理}\end{cases}\\\text{排列与排列数(元素需要区分)}\\\text{组合与组合数(元素不必区分)}\end{cases}$$

【知识要点】

一、两个基本原理★★★

1.加法（分类）原理

如果完成一件事有 n 类办法,只要选择其中任何一类办法中的任何一种方法,就可以完成这件事.若第一类办法中有 m_1 种不同的方法,第二类办法中有 m_2 种不同的方法，……，第 n 类办法中有 m_n 种不同的办法,那么完成这件事共有 $N=m_1+m_2+\cdots+m_n$ 种不同的方法.

2.乘法（分步）原理

如果完成一件事，必须依次连续地完成 n 个步骤，这件事才能完成.若完成第一个步骤有 m_1 种不同的方法，完成第二个步骤有 m_2 种不同的方法，……，完成第 n 个步骤有 m_n 种不同的方法，那么完成这件事共有 $N=m_1\cdot m_2\cdot\cdots\cdot m_n$ 种不同的方法.

【注意】（1）**两大原理的区别：**两个原理的区别在于一个和分类有关，一个和分步有关. 如果完成一件事有 n 类办法，这 n 类办法之间彼此之间是相互独立的，无论哪一类办法中的哪一种方法都能独立完成这件事，求完成这件事的方法种数，就用加法原理；如果完成一件事需要分成 n 个步骤，缺一不可，即需要完成所有的步骤，才能完成这件事，而完成每一个步骤各有若干种不同的方法，求完成这件事的方法种数，就用乘法原理.

（2）解题时注意分清是分类还是分步，对于较复杂的排列组合问题一般同时要用到分类加法原理和分步乘法原理，一般是先分类，后分步.

例：A 点到 B 点可以做火车 3 班、飞机 2 班、轮船 1 班，共有几种方式从 A 到 B?

A 点到 B 点要经过 C 点，A 到 C 有火车 3 班，C 到 B 有 1 班轮船 1 班飞机。问 A 到 B 有几种方式？

例：现有高一四个班级学生 34 人，其中一、二、三、四班各 7 人，8 人，9 人，10 人，他们自愿组成数学课外小组。

（1）选其中 1 人为负责人，有多少种不同的选法？

（2）每班选 1 名组长，有多少种不同的选法？

例：书架的第 1 层放有 4 本不同的计算机书，第 2 层放有 3 本不同的文艺书，第 3 层放有 2 本不同的体育书，

(1)从书架上任取 1 本书，有多少种不同的取法？

(2)从书架的第 1、2、3 层各取 1 本书，有多少种不同的取法？

二、排列与排列数★★★

1. 排列

从 n 个不同元素中，任意取出 $m(m\le n)$ 个元素，按照一定顺序排成一列，称为从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个排列.

2. 排列数

从 n 个不同元素中取出 m 个元素($m\leqslant n$)的所有排列的种数，称为从 n 个不同元素中取出 m 个不同元素的排列数，记作 P_n^m，其中 $\mathrm{P}_n^m=n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)$.

当 $m=n$ 时，$\mathrm{P}_n^m=n(n-1)(n-2)\cdots2\cdot1$称为 n 的全排列，用 $n!$表示，读作 n 的阶乘，即 $\mathrm{P}_n^m=n!$，因此 $\mathrm{P}_n^m=\dfrac{n!}{(n-m)!}$

【注意】我们规定 $\mathrm{P}_n^0=1$，$0!=1$.

三、组合与组合数★★★

1. 组合

从 n 个不同元素中，任意取出 $m(m \le n)$ 个元素并为一组，叫做从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个组合.

2. 组合数

从 n 个不同元素中，取出 $m(m \le n)$ 个元素的所有组合的种数，称为从 n 个不同元素中，取出 m 个不同元素的组合数，记作 C_n^m，其中 $\mathrm{C}_n^m = \dfrac{\mathrm{P}_n^m}{\mathrm{P}_m^m} = \dfrac{n!}{m!(n-m)!}$.

关于组合数，我们需要掌握公式：

$$\mathrm{C}_n^m = \mathrm{C}_n^{n-m}.$$

【注意】①我们规定 $\mathrm{C}_n^0 = \mathrm{C}_n^n = 1$；

②$\mathrm{C}_n^x = \mathrm{C}_n^y \Rightarrow x = y$ 或 $x = n - y$.

例：（2008-10）$C_n^4 > C_n^6$.

（1）$n=10$；
（2）$n=9$.

例：（2010-10）$C_{31}^{4n-1} = C_{31}^{n+7}$.

（1）$n^2 - 7n + 12 = 0;$

（2）$n^2 - 10n + 24 = 0.$

例：(11-1 改编)现从 5 名管理专业、4 名经济专业和 1 名财会专业的学生中随机派出一个 3 人小组，则该小组中 3 个专业各有 1 名学生的分法有多少种？

四、排列与组合的联系和区别★★★

排列和组合都是“从 n 个不同元素中，任取 m 个元素”. 但是，排列的本质是要“按照一定的顺序排成一列”，组合却是“不计顺序并成一组”.

另外. 由排列组合公式可知 $\mathrm{P}_n^m = \mathrm{C}_n^m \bullet \mathrm{P}_m^m$，也就是说，从 n 个不同的元素中，取 m 个元素的排列可以分两个步骤完成：第一步是从 n 个不同元素中任取 m 个元素的组合；第二步是对这 m 个元素进行全排列，所以我们解排列组合应用题时可以“先组后排”.

【重点题型】

1. 简单排列组合问题，以及加法原理和乘法原理的应用

重点：1. 分清是分类还是分布

2. 分清是排列还是组合

例：（2008-10）某公司员工义务献血，在体检合格的人中，O 型血的有 10 人，A 型血的有 5 人，B 型血的有 8 人，AB 型血的有 3 人，若从四种血型的人中各选 1 人去献血，则不同的选法种数有（　　）.

A.1200　　B.600　　C.400　　D.300　　E.26

例：（2012-1）某商店经营 15 种商品，每次在橱窗内陈列 5 种，若每两次陈列的商品不完全相同，则最多可陈列（　　）种.

A.3000 种　　B.3003 种　　C.4000 种　　D.4003 种　　E.4300 种

例：(2015-1)平面上有 5 条平行直线，与另一组 n 条平行直线垂直，若两组平行线共构成 280 个矩形，则 n=（　　）.

A.5　　B.6 B　　C.2　　D.8　　E.9

例：（2008-1）公路 AB 上各站之间共有 90 种不同的车票.

（1）公路 AB 上有 10 个车站，每两站之间都有往返车票；

（2）公路 AB 上有 9 个车站，每两站之间都有往返车票.

例：（2011-1）现有 3 名男生和 2 名女生参加面试，则面试的排序法有 24 种.

（1）第一位面试的是女生；

（2）第二位面试的是指定的某位男生.

2. 住店问题

原理：n 个不同的人去住进 m 个店，每个人都有 m 种选择，则总共住法总数是 m^n 种。

重点：谁选谁。

例：（2007-10）有 5 人报名参加 3 项不同的培训，每人都只报一项，则不同的报法有（　　）.

A.243 种　　B.125 种　　C.81 种　　D.60 种　　E.以上选项均不正确

例：3 个人争夺 4 项比赛的冠军，没有并列冠军，则不同的夺冠可能有（　　）种.

A. 4^3　　B. 3^4　　C. 4×3　　D. 2×3　　E.以上选项均不正确

3.有限制条件的排列组合问题（典型模型：站队问题）

这类题型一般有下面几种类型：

（1）要求某些元素“在哪里”或“不在哪里”的排列、组合问题.

（2）要求某些元素“相邻”或“不相邻”的排列、组合问题.

（3）要求某些位置有某元素“占据”或“不占据”的排列、组合问题.

这类题型常用的解题方法有：

（1）**优先法**（特殊位置优先或特殊元素优先）

对元素或位置有特殊要求的排列组合问题，可以先从特殊元素或特殊位置着手，先解决特殊元素或特殊位置，再考虑其他元素或位置.

（2）**捆绑法**——相邻问题，把相邻的 k 个元素看作一个元素与其它元素排列，然后再考虑 k 个元素排列.

（3）**插空法**——不相邻（相间）问题

首先将不受限制条件的元素排列起来，然后再在每两个元素之间（含这些元素的两端）插入不能排在一起的元素.

（4）

（5）**排除法**---从总体中排除不符合条件的方法数.

例：甲、乙、丙、丁、戊、己 6 人排队，则在以下各要求下，各有多少种不同的排队方法？

（1）甲不在排头；

（2）甲不在排头并且乙不在排尾；

（3）甲乙两人相邻；

（4）甲乙两人不相邻；

（5）甲始终在乙的前面（可相邻也可不相邻）

4. 数字问题

例：从 0，1，2，3，4，5 中取出 4 个数字，组成 4 位数，在以下要求时，各组组成多少个不同的数字？

（1）组成可以有重复数字的 4 位数；

（2）组成无重复数字的 4 位数；

（3）组成无重复数字的 4 位偶数；

（4）组成无重复数字的 4 位奇数；

（5）组成个位数字大于十位数字的无重复数字的 4 位数；

（6）组成个位数字大于千位数字的无重复数字的 4 位数

4. 均匀与不均匀分组问题(分组与分堆问题)

（1）均匀分组与不均匀分组

如果组与组之间的元素个数相同，称为均匀分组；否则，称为不均匀分组。

（2）小组有名称或小组无名称

只是简单地分组即可，不考虑组别关系，则小组无名称（定义为“分堆问题”）

如果分为 A 组，B 组，C 组，或者种子队，非种子队等等，则小组有名称。

★★★重点：如果均匀分组，并且无名称，需要消序（消序即：要除以堆数的全排列）

其余情况均不需要消序！！

例：从 10 个人中选一些人，分成三组，在以下要求下，分别有多少种不同的方法？
（1）每组人数分别为 2、3、4；
（2）每组人数分别为 2、2、3；
（3）分成 A 组 2 人，B 组 3 人，C 组 4 人；
（4）分成 A 组 2 人，B 组 2 人，C 组 3 人；
（5）每组人数分别为 2、3、4，去参加不同的劳动；
（6）每组人数分别为 2、2、3，去参加不同的劳动。

二、概率初步与数据描述

【知识结构】

- 概率初步与数据描述
  - 概率初步
    - 概率基本概念
    - 古典概型
    - 独立事件
      - 独立重复试验
      - 贝努利试验
  - 数据描述
    - 数字特征描述
      - 平均数（众数、中位数）
      - 样本方差与标准差
    - 图标描述
      - 表格描述
      - 频率分布直方图描述
      - 饼图描述

【知识要点】

一、概率基本概念★★

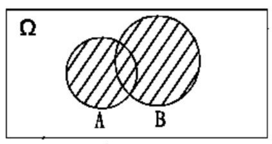
1.随机试验和事件

（1）随机试验：满足下列三个条件的试验称为随机试验；
①试验可在相同条件下重复进行；
②试验的可能结果不止一个，且所有可能结果是已知的；
③每次试验哪个结果出现是未知的.随机试验以后简称为试验，并常记为 E.
（2）随机事件：在试验中可能出现也可能不出现的事情称为随机事件.
例：在掷骰子随机试验中，A 表示“掷出 2 点”；B 表示“掷出偶数点”均为随机事件.

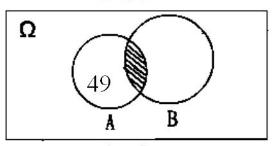
2.事件间的关系与运算

（1）事件的和：称事件 A 与事件 B 至少有一个发生的事件为 A 与 B 的和事件，简称为和，记为 $A\bigcup B$ 或 $A+B$.

例如，甲，乙两人向目标射击，令 A 表示事件“甲击中目标”，B 表示事件“乙击中目标”，则 $A\bigcup B$ 表示“目标被击中”的事件.



A ∪B



A∩B

推广：$\bigcup_{i=1}^{n} A_i = A_1 \bigcup A_2 \bigcup \cdots \bigcup A_n = \{A_1, A_2 \cdots A_n 至少有一个发生\}$

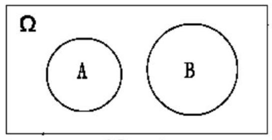
（2）**事件的积**：称事件 A 与事件 B 同时发生的事件为 A 与 B 的积事件，简称为积，记为 $A \bigcap B$ 或 AB.

例如，在 E_2 中，即观察某电话交换台在某时刻接到的呼唤次数中，令 A={接到 2 的倍数次呼唤}，B={接到 3 的倍数次呼唤}，则 $A \bigcap B$={接到 6 的倍数次呼唤}.

推广：$\bigcap_{i=1}^{n} A_i = A_1 A_2 \cdots A_n = \{A_1, A_2, \cdots A_n 同时发生\}$

（3）**互不相容**：若事件 A 与事件 B 不能同时发生，即 $AB = \varnothing$，则称 A 与 B 是互不相容的.

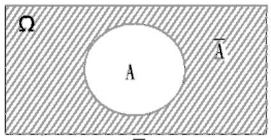
例如：观察某路口在某时刻的红绿灯：若 A={红灯亮}，B={绿灯亮}，则 A 与 B 便是互不相容的.



AB = ∅

（4）**对立事件**：称事件 A 不发生的事件为 A 的对立事件，记为 $\overline{A}$，

显然 $\overline{A} \bigcup A = \Omega$，$\overline{A} \bigcap A = \varnothing$.



$\overline{A}$

3. 事件的概率及其性质

（1）**定义**：所谓事件 A 的概率是指事件 A 发生可能性程度的数值度量，记为 $P(A)$，显然 $0 \le P(A) \le 1$。

（2）**概率的性质**

性质 1（加法公式）：对任意事件 A，B，有 $P(AUB) = P(A) + P(B) - P(AB)$. 若 A, B 互斥，则 $P(AUB) = P(A) + P(B)$.

性质 2（对立事件公式）：对任意事件 A，$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.

二、古典概型★★★

1. 基本事件

在一次随机试验中，如果一个事件满足下面两个特点：

（1）任何两个基本事件是互斥的；

（2）任何事件（除不可能事件）都可以表示成基本事件的和.

我们就把这类事件称为一个基本事件.

2. 古典概型

如果在一次试验中，所有可能出现的基本事件只有有限个，并且每个基本事件出现的可能性相等，我们就把具有这两个特点的概率模型称为古典概率模型，简称古典概型.

古典概型的概率计算公式为 $P(A) = \dfrac{A包含的基本事件个数}{总的基本事件个数}$.

例：100 件产品中有 10 件次品，现从中取出 5 件进行检验，求所取的 5 件产品中至多有一件次品的概率.

三、事件的独立性★★★

1.事件的独立性

独立事件：设 A,B 是两个事件，如果事件 A 的发生和事件 B 的发生互不影响，则称两个事件是相互独立的。

对于相互独立的事件 A 和 B，有 $P(AB)=P(A)P(B)$。

2.事件独立的性质

如果事件 A，B 相互独立，则 $A,\overline{B};\overline{A},B;\overline{A},\overline{B}$ 每一对事件都相互独立.

这一性质在计算“n 个独立事件至少一个发生”的概率时，是非常有用的.（计算“至少发生一个”的问题，我们经常从反面出发）

例：甲、乙两人各独立投篮一次，如果两人投中的概率分别为 0.6 和 0.5，计算：

（1）两人都投中的概率；

（2）恰有一人投中的概率；

（3）至少有一人投中的概率.

例：（2013-1）已知 10 件产品中有 4 件一等品，从中任取 2 件，则至少有 1 件一等品的概率为（　）.

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{2}{15}$　　D. $\frac{8}{15}$　　E. $\frac{13}{15}$

例：2009-1)在 36 人中，血型情况下，A 型 12 人，B 型 10 人，O 型 6 人，若从中随机选出两人，则两人血型相同的概率是（　）.

A. $\frac{77}{315}$　　B. $\frac{44}{315}$　　C. $\frac{33}{315}$　　D. $\frac{9}{122}$

E.以上选项均不正确

四、贝努利概型★★★

进行 n 次试验，如果每次实验的条件相同，且各试验相互独立，即每次试验的结果都不受其他多次试验结果发生与否的影响，则称其为 n 次独立重复试验.

贝努利概型：在 n 次独立重复试验中，若每次试验的结果只有两种可能，事件 A 发生或不发生，且已知 $P(A)=p$，这样的 n 次试验称作 n 重贝努利试验，而贝努利试验的有关概率计算称为贝努利概型.

在贝努利概型中，若设 $q=1-p$，则在 n 次试验中事件 A 恰好发生 $k(0\le k\le n)$ 次的概

率为 $P_n(k)=C_n^k P^k(1-p)^{n-k}\ (k=0,1,2,\cdots n)$.

例：某射手射击 1 次，射中目标的概率是 0.9，则他射击 4 次恰好击中目标 3 次的概率是多少？

三、排列组合专题

1、由站队案例引出的经典排列组合问题

甲、乙、丙、丁、戊、己 6 人排队，则在以下各要求下，各有多少种不同的排队方法？

甲不在排头；

甲不在排头并且乙不在排尾；

甲乙两人相邻；

甲乙两人不相邻；

甲始终在乙的前面（可相邻也可不相邻）.

相邻元素——捆绑法

1、某国派出 5 名男运动员，3 名女运动员参加田径比赛，要求 3 名女生必须连续出场的安排共有多少种？

2、某人参加射击比赛，共射击 8 枪，命中 4 枪，其中恰有 3 枪连中的有（　　）种.

A. 36　　B. 24　　C. 20　　D. 28　　E. 19

不相邻元素——插空法

1、现有 10 名学生，其中 6 名男生、4 名女生，将这 10 名学生排成一排照相，女生不能相邻的情况共有多少种？

2、某班级新年联欢会的 5 个原定节目已排成节目单，开演前又增加了 3 个节目.若将这 3 个节目加入节目单中，且不能相邻，那么不同的排法的总数是（　　）种.

A. 60　　B. 120　　C. 140　　D. 156　　E. 160

2、住店问题

1、（2007-10）有 5 人报名参加 3 项不同的培训，每人都只报一项，则不同的报法有（　　）.

A.243 种　　B.125 种　　C.81 种　　D.60 种　　E.以上选项均不正确

2、3 个人争夺 4 项比赛的冠军，没有并列冠军，则不同的夺冠可能有（　　）种.

B. 4^3　　B. 3^4　　C. 4×3　　D. 2×3　　E.以上选项均不正确

3、看电影问题（相邻或者不相邻）

1、3 个人去看电影，已知一排有 9 个椅子，在以下要求下，不同的坐法有多少种？
（1）3 个人相邻；
（2）3 个人均不相邻.

2、（2011-1）3 个 3 口之家一起观看演出，他们购买了同一排的 9 张连坐票，则每一家的人都坐在一起的不同做法有（　　）.

A. $(3!)^2$ 种　　B. $(3!)^3$ 种　　C. $3\times(3!)^3$ 种　　D. $(3!)^4$ 种　　E. $9!$ 种

3、（2008-1）有两排座位，前排 6 个座，后排 7 个座，若安排 2 人就座，规定前排中间 2 个座位不能坐，且此 2 人始终不能相邻而坐，则不同的坐法种数为（　　）.
A.92　　B.93　　C.94　　D.95　　E.96

4、数字问题

1、从 0，1，2，3，4，5 中取出 4 个数字，组成 4 位数，在以下要求时，各组组成多少个不同的数字？
（1）组成可以有重复数字的 4 位数；
（2）组成无重复数字的 4 位数；
（3）组成无重复数字的 4 位偶数；
（4）组成无重复数字的 4 位奇数；
（5）组成个位数字大于十位数字的无重复数字的 4 位数；
（7）组成个位数字大于千位数字的无重复数字的 4 位数.

2、从 1、2、3、4、5、6 中任取 3 个数字，能组成可被 3 整除的无重复数字的 3 位数有（　　）个.
A.18　　B.24　　C.36　　D.48　　E.96

3、从 1 到 20 这 20 个自然数中任取 3 个不同的数，使它们成等差数列，这样的等差数列共有（　　）个.
A.90　　B.120　　C.200　　D.180　　E.190

5、分组与分堆问题

【解题提示】

从 10 个人中选一些人，分成三组，在以下要求下，分别有多少种不同的方法？
（1）每组人数分别为 2、3、4；
（2）每组人数分别为 2、2、3；

（3）分成 A 组 2 人，B 组 3 人，C 组 4 人；
（4）分成 A 组 2 人，B 组 2 人，C 组 3 人；
（5）每组人数分别为 2、3、4，去参加不同的劳动；
（6）每组人数分别为 2、2、3，去参加不同的劳动；

1、按以下要求分配 6 本不同的杂志，各有几种分法（只要求列出算式）
（1）平均分成三份，每份 2 本.
（2）平均分给甲、乙、丙三人，每人 2 本.
（3）分成三份，一份 1 本，一份 2 本，一份 3 本.
（4）甲、乙、丙三人一人得 1 本，一人得 2 本，一人得 3 本.
（5）分成三份，有两份每份 1 本，另一份 4 本.
（6）甲、乙、丙三人中，一人得 4 本，另二人每人得 1 本.
（7）甲得 1 本，乙得 1 本，丙得 4 本.

6、不同元素分组问题——先分组再分配

1、（2010-1）某大学派出 5 名志愿者到西部 4 所中学支教，若每所中学至少有一名志愿者，则不同的分配方案共有（　　）种.
A.240　　B.144　　C.120　　D.60　　E.24

7、相同元素分组问题——隔板法

1、若将 10 只相同的球随机放入编号为 1,2,3,4 的四个盒子中,则每个盒子不空的投放方法有(　　)种.
A. 72　　B. 84　　C. 96　　D. 108　　E. 120

2、若将 10 只相同的球随机放入编号为 1、2、3、4 的四个盒子中，则不同的投放方法有(　　)种.
A.172　　B.84　　C.296　　D.108　　E.286

3、已知 x,y,z 为正整数，则方程 $x+y+z=10$ 不同的解有（　　）组.

A.36　　B.84　　C.96　　D.108　　E.129

8、乱序配对问题（不能对号入座的问题）

【解题提示】n 个编号为 1～n 的球放入 n 个编号为 1～n 的盒子中，每个盒子中放一个球，若球盒编号不配对，则不同的放法有：

n	2	3	4	5
不配对放法总数	1	2	9	44

1、四个老师教四个班的课，考试时要求每位老师都不在任教的班监考，试求不同的监考方法有多少种？

2、（2014-1）某单位决定对 4 个部门的经理进行轮岗，要求每位经理必须轮换到 4 个部门中的其他部门任职，则不同的方案有（　　）.
A.3 种　　B.6 种　　C.8 种　　D.9 种　　E.10 种

3、设有编号为 1，2，3，4，5 的 5 个小球和编号为 1，2，3，4，5 的 5 个盒子，现将这 5 个小球放入这 5 个盒子内，要求每个盒子内放一个球，且恰好有 2 个球的编号与盒子的编号相同，则这样的投放方法的总数有多少种？

四、概率专题

1、基本古典概型问题

【解题提示】考试中见到的绝大多数概率模型都是古典题型。

1、从 0,1,2,...,9 这 10 个数字中任意选出 3 个不同的数字，试求 3 个数字中不含 0 和 5 的概率。

2、从 1,2,...,9 这 9 个数字中任取一数，取后放回，而后再取一数，试求取出的两个数字不同的概率.

3、袋中有 5 个白球 3 个黑球，从中任取两个，试求取到的两个球颜色相同的概率.

4、总数 1000 张，一等奖 2 张，二等奖 50 张，三等奖 98，求
(1)任抽一张，中奖的概率；
(2)任抽二张，中奖的概率和没中奖的概率.

5、已知 12 件产品中有 2 件次品，从中任意抽取 4 件产品，求至少取得 1 件次品（记为 A）的概率.

6、在 10 个产品中，有 2 件次品，不放回地抽取 2 次产品，每次取一个，求取到的两件产品都是次品的概率.

7、罐中有 12 粒围棋子，其中 8 粒白子 4 粒黑子，从中任取 3 粒，求：
(1)取到的都是白子的概率；
(2)取到两粒白子、一粒黑子的概率；
(3)至少取到一粒黑子的概率；
(4)取到的 3 粒棋子颜色相同的概率.

8（2010）、某公司有 9 名工程师，张三是其中之一，从中任意抽调 4 人组成攻关小组，包括张三的概率是（）

A. $\frac{2}{9}$　　B. $\frac{2}{5}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{4}{9}$　　E. $\frac{5}{9}$

9（2009）、在 36 人中，血型情况如下，A 型 12 人，B 型 10 人，AB 型 8 人，O 型 6 人，若从中随机选出两人，则两人血型相同的概率是（）

A. $\frac{77}{315}$　　B. $\frac{44}{315}$　　C. $\frac{33}{315}$　　D. $\frac{9}{122}$　　E.以上选项均不正确

10（2010）、某商店举行店庆活动，顾客消费达到一定数量后，可以在 4 种赠品中随机选取 2 个不同的赠品，任意两位顾客所选赠品中，恰有一件品种相同的概率是（）

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$　　E. $\frac{2}{3}$

11（2011）、现从 5 名管理专业，4 名经济专业和一名财会专业的学生中，随机派出一个 3 人小组，则该小组中 3 个专业各有 1 名学生的概率为（ ）.

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{5}$　　E. $\frac{1}{6}$

2、袋中取球问题

1、口袋中有 10 个球，分别标有号码 1 到 10，现从中任选 3 个，记下取出球的号码，求：
(1)最小号码为 5 的概率；
(2)最大号码为 5 的概率.

2、（2011）将 2 个红球与 1 个白球随机地放入甲乙丙三个盒子中，则乙盒中至少有一个红球的概率为（）

A. $\frac{1}{9}$　　B. $\frac{8}{27}$　　C. $\frac{4}{9}$　　D. $\frac{5}{9}$　　E. $\frac{17}{27}$

3、盒中有 5 个黑球 3 个白球，连续不放回地从中取两次球，每次取一个，若已知第一次取出的是白球，求第二次取出的是黑球的概率.

4、盒中有 5 个白球 3 个黑球，连续不放回地从中取两次球，每次取一个，求第二次取球取到白球的概率.

5、盒中有 5 个白球 2 个黑球，连续不放回地在其中取 3 次球，求第三次才取到黑球的概率.

6、袋中有 5 个白球 3 个黑球，从中有放回地连续取两次，每次取一个球，求两次取出的都是白球的概率。

7、两射手彼此独立地向同一目标射击，设甲射中目标的概率为 0.9，乙射中目标的概率是 0.8，求目标被击中的概率。

8、袋中有 5 个白球和 3 个黑球，从中任取 2 个球，求
(1)取得的两球同色的概率
(2)取得的两球至少有一个是白球的概率

9、小袋中有 10 个小球，其中有 7 个黑球，3 个红球，从中任取 2 个小球，至少有一个是红球的概率是（）

A. $\frac{1}{30}$　　B. $\frac{1}{15}$　　C. $\frac{7}{15}$　　D. $\frac{8}{15}$　　E. $\frac{2}{3}$

10、袋中有 50 个乒乓球，其中 20 个是白色的，30 个是黄色的，现有二人依次随机从袋中各取一球，取后不放回，则第二人取到白球的概率是（）

A. $\frac{19}{50}$　　B. $\frac{19}{49}$　　C. $\frac{2}{5}$　　D. $\frac{20}{49}$　　E. $\frac{2}{3}$

11（2010）、在一个不透明的布袋中装有 2 个白球，m 个黄球和若干个黑球，它们只有颜色不同，则 m=3
(1)从布袋中随机摸出一个球，摸到白球的概率是 0.2
(2)从布袋中随机摸出一个球，摸到黄球的概率是 0.3

3、抽签问题

【解题提示】抽签问题类似于取球模型中不放回取球情况.抽签问题一般具有两个特征：

（1）出现序数词，通常讨论第 i 次某事件发生的概率；

（2）前 i-1 次的情况未知.

解题技巧：某事件在第 i 次发生的概率和第一次发生的概率相同，即抽签对于任何人都是平等的.

抽签问题的处理方法：

（1）当作有放回的摸球模型处理，假设袋中有 a 个红球，b 个黑球，每次看后放回袋中再取下一个球，则每次取到红球的概率为 $\frac{a}{a+b}$**；**

（2）当作第一次来处理，假设袋中有 a 个红球，b 个黑球，则第一次摸到红球的概率为 $\frac{a}{a+b}$**.**

1、五个签中，三个“有”，两个“无”。五人依次各抽一签，求第一个人以及第二个人抽到“有”的概率。

2、设在 $n(n\geq 2)$ 张彩票中有 1 张奖券，甲、乙两人依次每人摸一张彩票，分别求甲、乙二人摸到奖券的概率.

3、.某装置的启动密码是由 0 到 9 中的 3 个不同数字组成，连续 3 次输入错误密码。就会导致该装置永久关闭，一个仅记得密码是由 3 个不同数字组成的人能够启动此装置的概率为（　）

A. $\frac{1}{120}$　　B. $\frac{1}{168}$　　C. $\frac{1}{240}$　　D. $\frac{1}{720}$　　E. $\frac{1}{1000}$

4、独立事件的概率

【解题提示】对于相互独立的事件 A 和 B，有 $P(AB)=P(A)P(B)$

事件的独立性一般由题目直接告诉我们，或者经过生活经验的判断得出结论。

1、甲、乙两人各投篮一次，如果两人投中的概率分别是 0.6 和 0.7.

（1）两人都投中的概率是多少？

（2）恰有一人投中的概率是多少？

（3）至少有一人投中的概率是多少？

5、掷色子问题

【解题提示】掷色子通常用列举法，列举出符合题意的情况。

1、（2008）若以连续掷两枚骰子分别得到的点数 a 与 b 作为点 M 的坐标，则点 M 落入圆 $x^2+y^2=18$ 内的概率是（　）

A. $\frac{7}{36}$　　B. $\frac{2}{9}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{5}{18}$　　E. $\frac{11}{36}$

2、（2009）若以连续掷两枚骰子分别得到的点数 a 与 b 作为点 P 的坐标，则点 P 落在直线 $x+y=6$ 和两坐标轴围成的三角形内的概率是（　）

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{7}{36}$　　C. $\frac{2}{9}$　　D. $\frac{1}{4}$　　E. $\frac{5}{18}$

6、贝努利概型问题

进行 n 次试验，如果每次实验的条件相同，且各试验相互独立，即每次试验的结果都不受其他多次试验结果发生与否的影响，则称其为 n 次独立重复试验.

贝努利概型：在 n 次独立重复试验中，若每次试验的结果只有两种可能，事件 A 发生或不发生，且已知 $P(A)=p$，这样的 n 次试验称作 n 重贝努利试验，而贝努利试验的有关概率计算称为贝努利概型.

在贝努利概型中，若设 $q=1-p$，则在 n 次试验中事件 A 恰好发生 $k(0\le k\le n)$ 次的概率为 $P_n(k)=C_n^k P^k(1-p)^{n-k}\ (k=0,1,2,\cdots n)$.

1、一批产品一共有 100 件，其中有 8 件是次品，现从中任意抽出一件进行检验，检验完后再放回。。。。如此共抽检五次，问五次抽检中，恰好两次验出次品的概率是多少？

2、据统计，血型为 0 型、A 型、B 型、AB 型的人占总人群的比例分别为 0.5、0.3、0.1、0.1.任选 5 人，至多 1 人血型为 0 型的概率是多少？

3、甲、乙两人各进行 3 次射击，甲每次击中目标的概率为 $\frac{1}{2}$，乙每次击中目标的概率

为$\frac{2}{3}$，求

（1）甲恰好击中目标 2 次的概率

（2）乙至少击中目标 2 次的概率

第八章 强化阶段必做一百题

1.（2008 年 1 月 T1）$\dfrac{(1+3)(1+3^2)(1+3^4)(1+3^8)\cdots(1+3^{32})+\frac{1}{2}}{3\times3^2\times3^3\times3^4\times\cdots\times3^{10}}=$（　　）

（A）$\frac{1}{2}\times3^{10}+3^{19}$　（B）$\frac{1}{2}+3^{19}$　（C）$\frac{1}{2}\times3^{19}$

（D）$\frac{1}{2}\times3^{9}$　（E）以上均不正确

2.（2009 年 1 月 T13）设直线$nx+(n+1)y=1$（n 为正整数）与两坐标轴围成的三角形面积$S_n(n=1，2，\cdots2009)$，则$S_1+S_2+\cdots+S_{2009}=$（　　）

（A）$\frac{1}{2}\times\frac{2009}{2008}$　（B）$\frac{1}{2}\times\frac{2008}{2009}$　（C）$\frac{1}{2}\times\frac{2009}{2010}$

（D）$\frac{1}{2}\times\frac{2010}{2009}$　（E）以上均不正确

3.（2013 年 1 月 T6）已知$f(x)=\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}+\dfrac{1}{(x+2)(x+3)}+\cdots+\dfrac{1}{(x+9)(x+10)}$，

则$f(8)=$（　　）

（A）$\frac{1}{9}$　（B）$\frac{1}{10}$　（C）$\frac{1}{16}$

（D）$\frac{1}{17}$　（E）$\frac{1}{18}$

4.（2011 年 1 月 T12）设$(a，b，c)$是小于 12 的三个不同的质数（素数），且$|a-b|+|b-c|+|c-a|=8$，则$a+b+c=$（　　）

（A）10　（B）12　（C）14　（D）15　（E）19

5.（2014 年 12 月 T3）设m、n是小于 20 的质数，满足$|m-n|=2$的$\{m，n\}$共有（　　）组

（A）2　（B）3　（C）4　（D）5　（E）6

6.（2014 年 1 月 T25）已知 $M=\{a,b,c,d,e\}$ 是一个整数集合，则能确定集合 M

（1）a，b，c，d，e 的平均值为 10

（2）a，b，c，d，e 的方差为 2

7.若 $x+1$ 能整除 $x^3+a^2x^2+ax-1$，则（　　）

（A）0　（B）2 或－1　（C）－1　（D）2　（E）－2 或 1

8.已知 $x-y=5$ 且 $z-y=10$，则 $x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx=$（　　）

（A）50　（B）75　（C）100　（D）105　（E）110

9.已知 $(2x-1)^6=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_6x^6$，则 $a_2+a_4+a_6=$（　　）

（A）360　（B）362　（C）364　（D）366　（E）368

10.（2009 年 1 月 T20）$\dfrac{a^2-b^2}{19a^2+96b^2}=\dfrac{1}{134}$

（1）a，b 均为实数，且 $\left|a^2-2\right|+\left(a^2-b^2-1\right)^2=0$

（2）a，b 均为实数，且 $\dfrac{a^2b^2}{a^4-2b^4}=1$

11.（2008 年 1 月 T18）$f(x)$ 有最小值 2

（1）$f(x)=\left|x-\dfrac{5}{12}\right|+\left|x-\dfrac{1}{12}\right|$　　（2）$f(x)=|x-2|+|4-x|$

12.设 $y=|x-2|+|x+2|$，下列结论正确的是（　　）

（A）y 没有最小值　（B）只有一个 x 使 y 取到最小值

（C）有无穷多个 x 使 y 取到最大值　（D）有无穷多个 x 使 y 取到最小值

（E）以上均不正确

13.如果关于 x 的不等式 $|3-x|+|x-2|<a$ 的解集是空集，则 a 的取值范围是（　　）

（A）$a<1$　（B）$a\leqslant 1$　（C）$a>1$　（D）$a\geqslant 1$　（E）$a\neq 1$

尚德机构 | 学习是一种信仰 SUNLANDS.COM

14.（2008 年 10 月 T15）若 $y^2-2\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)y+3<0$ 对一切正实数 x 恒成立，则 y 的取值范围是（　　）

（A）$1<y<3$　　（B）$2<y<4$　　（C）$1<y<4$

（D）$3<y<5$　　（E）$2<y<5$

15.（2012 年 10 月 T14）若不等式 $\frac{(x-a)^2+(x+a)^2}{x}>4$ 对 $x\in(0,+\infty)$ 恒成立，则常数 a 的取值范围是（　　）

（A）$(-\infty,-1)$　　（B）$(1,+\infty)$　　（C）$(-1,1)$

（D）$(-1,+\infty)$　　（E）$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

16.（2014 年 1 月 T17）不等式 $|x^2+2x+a|\leqslant 1$ 的解集为空集

（1）$a<0$　　（2）$a>2$

17.已知分式 $\frac{2x^2+2kx+k}{4x^2+6x+3}$ 的值恒小于 1，那么实数 k 的取值范围是（　　）

（A）$k>1$　　（B）$k\leqslant 3$　　（C）$1<k<3$

（D）$1\leqslant k\leqslant 3$　　（E）$k\geqslant 3$

18.直角边之和为 12 的直角三角形面积的最大值等于（　　）

（A）16　　（B）18　　（C）20　　（D）22　　（E）不能确定

19.（2014 年 12 月 T12）设点 $A(0,2)$ 和点 $B(1,0)$，在线段 AB 上取一点 $M(x,y)$，$(0<x<1)$，则 x，y 为两边的矩形面积的最大值为（　　）

（A）$\frac{5}{8}$　　（B）$\frac{1}{2}$　　（C）$\frac{3}{8}$　　（D）$\frac{1}{4}$　　（E）$\frac{1}{8}$

20.（2013 年 1 月 T23）某单位年终共发了 100 万元奖金，奖金金额分别是一等奖 1.5 万元，二等奖 1 万元，三等奖 0.5 万元，则该单位至少有 100 人

（1）得二等奖的人数得多　　（2）最三等奖的人数最多

21.（2014 年 12 月 T21）几个朋友外出玩，购买了一些瓶装水，则能确定购买的瓶装水量

（1）若每人分 3 瓶，则剩余 30 瓶

（2）若每人分 10 瓶，则只有一人不够

22.（2008 年 1 月 T21）方程 $2ax^2-2x-3a+5=0$ 的一个根大于 1，别一个根小于 1

（1）$a>3$　　　　（2）$a<0$

23.（2009 年 10 月 T9）若关于 x 的二次方程 $mx^2-(m-1)x+m-5=0$ 有两个实根 α、β，且满足 $-1<\alpha<0$ 和 $0<\beta<1$，则 m 的取值范围（　　）

（A）$3<m<4$　　（B）$4<m<5$　　（C）$5<m<6$
（D）$m>6$ 或 $m<5$　　（E）$m>5$ 或 $m<4$

24.若 α、β 是方程 $4x^2-4mx+m+2=0$ 的两个实根，则 $\alpha^2+\beta^2$ 的最小值是（　　）

（A）0.5　　（B）1　　（C）1.5　　（D）2　　（E）3

25.（2010 年 1 月 T10）已知直线 $ax-by+3=0\,(a>0，b>0)$ 过圆 $x^2+4x+y^2-2y+1=0$ 的圆心，则 ab 的最大值为（　　）

（A）$\frac{9}{16}$　　（B）$\frac{11}{16}$　　（C）$\frac{3}{4}$　　（D）$\frac{9}{8}$　　（E）$\frac{9}{4}$

26.（2014 年 1 月 T19）设 x 是非零实数，则 $x^3+\frac{1}{x^3}=18$

（1）$x+\frac{1}{x}=3$　　（2）$x^2+\frac{1}{x^2}=7$

27.（2014 年 12 月 T17）已知 p、q 为非零实数，则能确定 $\frac{p}{q(p-1)}$ 的值

（1）$p+q=1$　　（2）$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1$

28.（2011 年 1 月 T25）已知 $\{a_n\}$ 为等差数列，则该数列的公差为零

（1）对任何整数 n，都有 $a_1+a_2+\cdots+a_n\leqslant n$

（2）$a_2\geqslant a_1$

尚德机构 | 学习是一种信仰 SUNLANDS.COM

29.（2014 年 12 月 T20）已知 $\{a_n\}$ 是公差大于零的等差数列，S_n 是 $\{a_n\}$ 的前项和，

$S_n \geqslant S_{10}$，$n=1$，2，…，

（1）$a_{10}=0$　　（2）$a_{11}a_{10}<0$

30.2012 年 1 月 T17）已知 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 分别为等比数列与等差数列，$a_1=b_1=1$，则 $b_2 \geqslant a_2$

（1）$a_2>0$　　（2）$a_{10}=b_{10}$

31.（2011 年 1 月 T16）实数 a，b，c 成等差数列

（1）e^a，e^b，e^c 成等比数列

（2）$\ln a$，$\ln b$，$\ln c$ 成等差数列

32.(2014 年 1 月 T4)已知 $\{a_n\}$ 为等差数列，且 $a_2-a_5+a_8=9$，则 $a_1+a_2+\cdots+a_9=$（　　）

（A）27　（B）45　（C）54　（D）81　（E）162

34.（2014 年 1 月 T18）甲、乙、丙三个的年龄相同
（1）甲、乙、丙的年龄成等差数列
（2）甲、乙、丙的年龄成等比数列

35.（2008 年 1 月 T20）$S_2+S_5=2S_8$

（1）等比数列前 n 项的和为 S_n，且公比 $q=-\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$

（2）等比数列前 n 项的和为 S_n，且公比 $q=\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

36.（2008 年 1 月 T11）如果数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=\frac{3}{2}a_n-3$，那么这个数列的通项公式是（　　）

（A）$a_n=2(n^2+n+1)$　（B）$a_n=3\times 2^n$　（C）$a_n=3n+1$

（D）$a_n=2\times 3^n$　（E）以上均不正确

37.（2009 年 1 月 T11）若数列 $\{a_n\}$ 中，$a_n \neq 0\ (n \geqslant 1)$，$a_1=\frac{1}{2}$，前 n 项和 S_n 满足

$a_n=\dfrac{2S_n^2}{2S_n-1}(n\geqslant 2)$，则 $\left\{\dfrac{1}{S_n}\right\}$ 是（　　）

（A）首项为 2 、公比为 $\dfrac{1}{2}$ 的等比数列　　（B）首项为 2 、公比为 2 的等比数列

（C）既非等差数列，也非等比数列　　（D）首项为 2 、公差为 2 的等差数列

（E）首项为 2 、公差为 $\dfrac{1}{2}$ 的等差数列

38.（2009 年 1 月 T16）$a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots+a_n^2=\dfrac{4^n-1}{3}$

（1）数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=2^n$

（2）在数列 $\{a_n\}$ 中，对任意正数 n，有 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=2^n-1$

39. $|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_{15}|=153$

（1）数列 $\{a_n\}$ 的通项为 $a_n=2n-7$

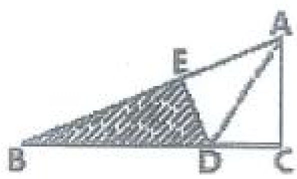
（2）数列 $\{a_n\}$ 的通项为 $a_n=2n-9$

40.（2008 年 1 月 T3）P 是以 a 为边长的正方形，P_1 是以 P 的四边中点为顶点的正方形，P_2 是以 P_1 的四边中点为顶点的正方形，…，P_1 是以 P_{i-1} 的四边中点为顶点的正方形，则 P_6 的面积为（　　）

（A）$\dfrac{a^2}{16}$　（B）$\dfrac{a^2}{32}$　（C）$\dfrac{a^2}{40}$　（D）$\dfrac{a^2}{48}$　（E）$\dfrac{a^2}{64}$

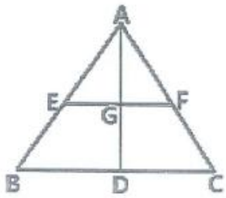
41.（2009 年 1 月 T12）直角三角形 ABC 的斜边 $AB=13$ 厘米，直角边 $AC=5$ 厘米，把 AC 对折到 AB 上去与斜边相重合，点 C 与点 E 重全，折痕为 AD（如图），则图中阴影部分的面积为（）平方厘米

（A）20　（B）$\dfrac{40}{3}$　（C）$\dfrac{38}{3}$　（D）14　（E）12



42.（2010 年 1 月 T25）如图，在三角形 ABC 中，已知 EF/BC，则三角形 AEF 的面积等于梯形 $EBCF$ 面积

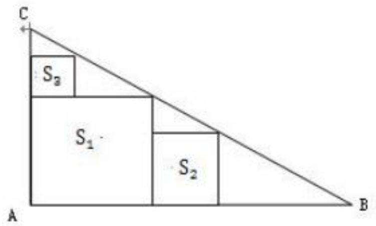
（1）$|AG|=2|GD|$　　（2）$|BC|=\sqrt{2}|EF|$



43.（2012 年 1 月 TS）如图，$\triangle ABC$ 是直角三角形，S_1、S_2、S_3 为正方形，已知 a、b、c 分别是 S_1、S_2、S_3 的边长，则（　　）

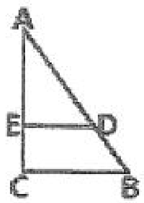
（A）$a=b+c$　　（B）$a^2=b^2+c^2$　　（C）$a^2=2b^2+2c^2$

（D）$a^3=b^3+c^3$　　（E）$a^3=2b^3+2c^3$



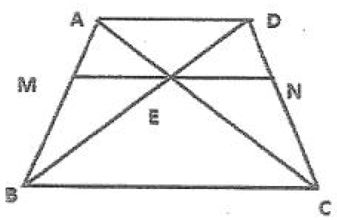
44.（2013 年 1 月 T7）如图，在直角三角形 ABC 中，$AC=4$，$BC=3$，$DE /\!/ BC$，已知梯形 $BCED$ 的面积为 3，则 DE 的长为（　　）

（A）$\sqrt{3}$　　（B）$\sqrt{3}+1$　　（C）$4\sqrt{3}-4$　　（D）$\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$　　（E）$\sqrt{2}+1$



45.（2014 年 12 月 T8）如图，梯形 $ABCD$ 的上底与下底分别 5、7、E 为 AC 与 BD 的交点，MN 过点 E 且平行于 AD，则 $MN=$（　　）

（A）$\dfrac{26}{5}$　　（B）$\dfrac{11}{2}$　　（C）$\dfrac{35}{6}$　　（D）$\dfrac{36}{7}$　　（E）$\dfrac{40}{7}$



46.（2014 年 1 月 T3）如图 1，已知 $AE=3AB$， $BF=2BC$． 若 $\triangle ABC$ 的面积是 2，则 $\triangle AEF$ 的面积（　　）

（A）14　　（B）12　　（C）10　　（D）8　　（E）6

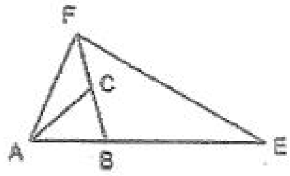
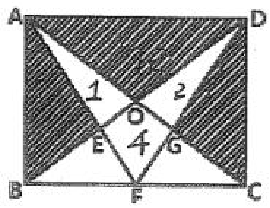


图1

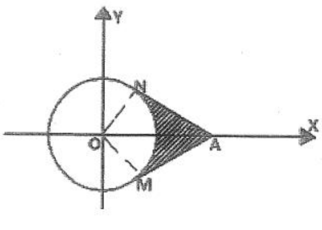
47.（2010 年 1 月 T14）长方形 $ABCD$ 的两条边长分别为 8m 和 6m，四边形 $OEFG$ 的面积是 $4m^2$，则阴影部分的面积为（　　）

（A） $32m^2$　　（B） $28m^2$　　（C） $24m^2$　　（D） $20m^2$　　（E） $16m^2$



48.（2008 年 10 月 T7）过点 $A(2，0)$，向圆 $x^2+y^2=1$ 作两条切线 AM 和 AN，则两切线围成的面积（阴影部分）为（　　）

（A） $1-\dfrac{\pi}{3}$　　（B） $1-\dfrac{\pi}{6}$　　（C） $\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\pi}{6}$　　（D） $\sqrt{3}-\dfrac{\pi}{6}$　　（E） $\sqrt{3}-\dfrac{\pi}{3}$



49.（2009 年 10 月 T12）曲线 $|xy|+1=|x|+|y|$ 所围成的图形面积为（　　）

（A） $\dfrac{1}{4}$　　（B） $\dfrac{1}{2}$　　（C）1　　（D）2　　（E）4

50.　已　知　平　面　区　域

$D_1=\{(x,y)|x^2+y^2\leqslant 9\}$，$D_2=\{(x,y)|(x-x_0)^2+(y-y_0)^2\leqslant 9\}$，$D_1$ 和 D_2 覆盖区域的边界度为 8π

（1） $x_0^2+y_0^2=9$　　　　（2） $x_0+y_0=3$

51.（2008 年 1 月 T28）

圆 $c_1:\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+(y-2)^2=r^2$ 与圆 $c_2:x^2-6x+y^2-8y=0$ 有交点

（1） $0<r<\frac{5}{2}$　　　　（2） $r>\frac{15}{2}$

52.（2009 年 10 月 T24）圆 $(x-3)^2+(y-4)^2=25$ 与圆 $(x-1)^2+(y-2)^2=r^2(r>0)$ 相切

（1） $r=5\pm 2\sqrt{3}$　　　　（2） $r=5\pm 2\sqrt{2}$

53.（2009 年 1 月 T24）圆 $(x-1)^2+(y-2)^2=4$ 和直线 $(1+2\lambda)x+(1-\lambda)y-3-3\lambda=0$ 相交两点

（1） $\lambda=\frac{2\sqrt{3}}{5}$　　　　（2） $\lambda=\frac{5\sqrt{3}}{2}$

54.（2010 年 10 月 T23）直线 $y=k(x+2)$ 是圆 $x^2+y^2=1$ 的一条切线

（1） $k=-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　　　（2） $k=\frac{\sqrt{3}}{3}$

55.（2011 年 1 月 T11）设 P 点是圆 $x^2+y^2=2$ 上的一点，该圆在点 P 的切线平行于直线 $x+y+2=0$，则点 P 的坐标为（　　）

（A） $(-1,1)$　　（B） $(1,-1)$　　（C） $(0,\sqrt{2})$

（D） $(\sqrt{2},0)$　　（E） $(1,1)$

56.（2011 年 10 月 T15）已知直线 $y=kx$ 与圆 $x^2+y^2=2y$ 有两个交点 A、B，若 AB 的长度大于 $\sqrt{2}$，则 k 的取值范围是（　　）

（A） $(-\infty,-1)$　　（B） $(-1,0)$　　（C） $(0,1)$

（D） $(1,+\infty)$　　（E） $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

57.（2012 年 10 月 T13）设 A 、B 分别是圆周 $\left(x-3\right)^2+\left(y-\sqrt{3}\right)^2=3$ 上使得 $\frac{y}{x}$ 取到最大值和最小值的点，O 是坐标原点，则 $\angle AOB$ 的大小为（　　）

（A）$\frac{\pi}{2}$　　（B）$\frac{\pi}{3}$　　（C）$\frac{\pi}{4}$　　（D）$\frac{\pi}{6}$　　（E）$\frac{5\pi}{12}$

58.（2014 年 1 月 T13）已知直线 l 是 $x^2+y^2=5$ 在点 $\left(1，2\right)$ 的切线，则 l 在 y 轴上的截距是（　　）

（A）$\frac{2}{5}$　　（B）$\frac{2}{3}$　　（C）$\frac{3}{2}$　　（D）$\frac{5}{2}$　　（E）5

59.（2014 年 1 月 T24）已知 x，y 为实数，则 $x^2+y^2\geqslant 1$

（1）$4y-3x\geqslant 5$　　（2）$\left(x-1\right)^2+\left(y-1\right)^2\geqslant 5$

60.（2014 年 12 月 T11）若直线 $y=ax$ 与圆 $\left(x-a\right)^2+y^2=1$ 相切，则 $a^2=$（　　）

（A）$\frac{1+\sqrt{3}}{2}$　　（B）$1+\frac{\sqrt{3}}{2}$　　（C）$\frac{\sqrt{5}}{2}$

（D）$1+\frac{\sqrt{5}}{3}$　　（E）$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

61.（2013 年 1 月 T8）点 $\left(0，4\right)$ 关于直线 $2x+y+1=0$ 的对称点为（　　）

（A）$\left(2，0\right)$　　（B）$\left(-3，0\right)$　　（C）$\left(-6，1\right)$

（D）$\left(4，2\right)$　　（E）$\left(-4，2\right)$

62.（2013 年 1 月 T9）将体积为 $4\pi\ cm^3$ 和 $32\pi\ cm^3$ 的两个实心金属球熔化后铸成一个实心大球，则大球的表面积是（　　）

（A）$32\pi\ cm^2$　　（B）$36\pi\ cm^2$　　（C）$38\pi\ cm^2$

（D）$40\pi\ cm^2$　　（E）$42\pi\ cm^2$

63.（2014 年 1 月 T15）某厂在半径为 5cm 的球形工艺品上镀一层装饰金属，厚度为 0.01cm，已知装饰金属的原材料是棱长为 20cm 的正方体锭子，则加工 10000 个该工艺品需要的锭子

数量最少为（　　）（不考虑加工损耗，$\pi \approx 3.14$）

（A）2　　（B）3　　（C）4　　（D）5　　（E）20

64.（2014 年 12 月 T7）有一根圆柱形铁管，管壁厚度为 0.1 米，内径为 1.8 米，长度为 2 米，若将该铁管熔化后浇铸成长方体，则该长方体的体积大约为（　　）立方米$(\pi \approx 3.14)$

（A）0.38　　（B）0.59　　（C）1.19　　（D）5.09　　（E）6.28

65.半球有一个内接正方体，则这个半球的体积与正方体的体积之比是（　　）

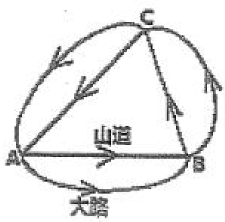
（A）$\sqrt{5}\pi:6$　　（B）$\sqrt{6}\pi:2$　　（C）$\pi:2$　　（D）$\pi:3$　　（E）$5\pi:12$

66.（2009 年 1 月 T10）湖中有四个小岛，它们的位置恰好近似构成正方形的四个顶点，若要修建起三座桥将这四个小岛连接起来，则不同的建桥方案有（　　）种

（A）12　　（B）16　　（C）18　　（D）20　　（E）24

67.（2013 年 1 月 T15）确定两人从 A 地出发经过 B 和 C，沿逆时针方向行走一圈回到 A 地的方案（如图 2），若从 A 地出发时每人均可选大路或山道，经过 B 和 C 时，至多有一人可以更改道路，则不同的方案有（　　）种

（A）16　　（B）24　　（C）36　　（D）48　　（E）64



68.（2014 年 12 月 T15）平面上有 5 条平行直线与另外一组 n 条平行直线垂直，若两组平行直线共构成 280 个矩形，则 $n=$（　　）

（A）5　　（B）6　　（C）7　　（D）8　　（E）9

69.（2011 年 1 月 T10）3 个 3 口之家一起观看演出，购买了同一排的 9 张连座票，则每一家的人都坐在一起的不同坐法有（　　）

（A）$(3!)^2$ 种　　（B）$(3!)^3$ 种　　（C）$3(3!)^3$ 种

（D）$(3!)^4$ 种　　（E）$9!$ 种

70.（2011 年 1 月 T19）现有 3 名男生和 2 名女生参加面试，则面试的排序法有 24 种
（1）第一位面试的是女生
（2）第二位面试的是指定的某位男生

71.（2014 年 1 月 T14）某单位决定对四个部门的经理进行轮岗，要求每个部门经理必须换到四个部门中的其他部门任职，则不同的轮岗方案有（　　）种
（A）3　（B）6　（C）8　（D）9　（E）10

72.（2011 年 10 月 T12）在 8 名志愿者中，只能做英语翻译的有 4 人，只做法语翻译的有 3 人，既能做英语翻译又能做法语翻译的有 1 人，现从这些志愿者中选取 3 人做翻译工作，确保英语和法语都有翻译的不同选法共有（　　）
（A）12　（B）18　（C）21　（D）30　（E）51

73.（2012 年 1 月 T11）在两队进行的羽毛球对抗赛中，每队派出 3 男 2 女共 5 名运动员进行 5 局单打比赛，如果女子比赛安排在第二局和第四局进行，则每队队员的不同出声顺序有（　　）
（A）12 种　（B）10 种　（C）8 种　（D）6 种　（E）4 种

74.（2013 年 1 月 T20）三个科室的人数分别为 6、3 和 2，因工作需要，每晚要安排 3 人值班，则在两个月中，可以使每晚的值班人员不完全相同
（1）值班人员不能来自同一科室
（2）值班人员来自三个不同科室

75.（2008 年 1 月 T14）若从原点出发的质点 M 向 x 轴的正向移动一个和两个坐标单位的概率分别是 $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{1}{3}$，则该质点移动 3 个坐标单位到达点 $x=3$ 的概率是（　　）
（A）$\frac{19}{27}$　（B）$\frac{20}{27}$　（C）$\frac{7}{9}$　（D）$\frac{22}{27}$　（E）$\frac{23}{27}$

76.（2014 年 1 月 T10）掷一枚均匀的硬币若干次，当正面向上的次数大于反面向上的次数时停止，则在 4 次之内停止的概率为（　　）
（A）$\frac{1}{8}$　（B）$\frac{3}{8}$　（C）$\frac{5}{8}$　（D）$\frac{3}{16}$　（E）$\frac{5}{16}$

77.（2014 年 12 月 T14）某次网球比赛的四强对阵为甲对乙，丙对丁，两场比赛的胜者将争夺冠军，选手之间相互获胜的概率如下：

	甲	乙	丙	丁

甲获胜的概率		0.3	0.3	0.8
乙获胜的概率	0.7		0.6	0.3
丙获胜的概率	0.7	0.4		0.5
丁获胜的概率	0.2	0.7	0.5	

由甲获胜冠军的概率为（　　）

（A）0.165　（B）0.245　（C）0.275　（D）0.315　（E）0.330

78.（2013 年 1 月 T11）已知 10 件产品中有 4 件一等品，从中任取 2 件，则至少有 1 件一等品的概率为（　　）

（A）$\frac{1}{3}$　（B）$\frac{2}{3}$　（C）$\frac{2}{15}$　（D）$\frac{8}{15}$　（E）$\frac{13}{15}$

79.（2014 年 1 月 T11）某项活动中，将 3 男 3 女 6 名志愿者随机分成甲、乙、丙三组，每组 2 人，则每组志愿者都是异性的概率为（　　）

（A）$\frac{1}{90}$　（B）$\frac{1}{15}$　（C）$\frac{1}{10}$　（D）$\frac{1}{5}$　（E）$\frac{2}{5}$

80.（2014 年 12 月 T16）信封中装有 10 张奖券，只有 1 张有奖，从信封中同时抽取 2 张奖券，中奖的概率记 P；从信封中每次抽取 1 张奖券后放回，如此重复抽取 n 次，中奖的概率记为 Q，则 $P<Q$

（1）$n=2$　（2）$n=3$

81.（2013 年 1 月 T21）档案馆在一个库房中安装了 n 个烟火感应报警器，每个报警器遇到烟火成功报警的概率均为 p，该库房遇烟火发出警报的概率达到 0.999

（1）$n=3$，$p=0.9$　（2）$n=2$，$p=0.97$

82.（2010 年 1 月 T20）甲企业今年人均成本是去年的 60%

（1）甲企业今年总成本比去年减少 25%，员工人数增加 25%

（2）甲企业今年总成本比去年减少 28%，员工人数增加 20%

83.（2011 年 1 月 T5）2007 年，某市的全年研究与试验发展（R&D）经费支出 300 亿元，比 2006 年增长 20%，该市的 GDP 为 10000 亿元，比 2006 年增长 10%，2006 年，该市的 R&D 经费支出占当年 GDP 的（　　）

（A）75%　（B）2%　（C）2.5%　（D）2.75%　（E）3%

84.（2012 年 10 月 T4）第一季度甲公司的产值比乙公司的产值低 20%，第二季度甲公司的产值比第一季度增长了 20%，乙公司的产值比第一季度增长了 10%，则第二季度甲、乙公

司的产值比为（　　）

（A）96:115　　（B）92:115　　（C）48:55　　（D）24:25　　（E）10:11

85.（2010年1月T8）某公司的员工中，拥有本科毕业证、计算机登记证、汽车驾驶证的人数分别为130、110、90，又知只有一种证的人数为140，三证齐全的人数为30，则恰有双语的人数为（　　）

（A）45　　（B）50　　（C）52　　（D）65　　（E）10

86.（2009年1月T4）在某试验中，三个试管各盛水若干克，现将浓度为12%的盐水10克倒入A管中，混合后取10克倒入B管中，混合后再取10克倒入C管中，结果A、B、C三个试管中盐水的浓度分别为6%、2%、0.5%，那么三个试管中原来盛水最多的试管及其盛水量各是（　　）

（A）A试管，10克　　（B）B试管，20克　　（C）C试管，30克

（D）B试管，40克　　（E）C试管，50克

87.（2014年12月T10）一件工作，甲、乙两人合作需要2天，人工费为2900元；乙、丙两人合作需要4天，人工费2600元；甲、丙两人合作2天完成了全部工程的$\frac{5}{6}$，人工费为2400元，则甲单独完成这件工作需要的时间与人工费分别为（　　）

（A）3天，3000元　　（B）3天，2850元　　（C）3天，2700元

（D）4天，3000元　　（E）4天，2900元

88.（2013年10月T22）甲、乙两人以不同的速度在环形跑道上跑步，甲比乙快，则乙跑一圈需要6分钟

（1）甲、乙相向而行，每隔2分钟相遇一次

（2）甲、乙同向而行，每隔6分钟相遇一次

89.（2014年1月T7）甲、乙两人上午8:00分别从A、B出发相向而行，9:00第一次相遇，之后速度均提高了1.5公里/小时，甲到B，乙到A后都立刻沿原路返回，若两人在10:30第二次相遇，则A、B两地的距离为（　　）

（A）5.6公里　　（B）7公里　　（C）8公里（D）9公里　　（E）9.5公里

90.（2014年12月T5）某人驾车从A地赶往B地，前一半路程比计划多用时45分钟，平均速度只有计划的80%，若后一半路程的平均速度120千米/小时，此人还能按原定时间到达B地，则A、B两地的距离为（　　）千米

（A）450　　（B）480　　（C）520　　（D）540　　（E）600

91.（2011 年 10 月 T19）甲、乙两组射手打靶，两组射手的平均成绩是 150 环
（1）甲组的人数比乙组人数多 20%
（2）乙组的平均成绩是 171.6 环，比甲组的平均成绩高 30%

92.（2012 年 1 月 T23）已知三种水果的平均价格为 10 元/千克，则每种水果的价格均不超过 18 元/千克
（1）三种水果中价格最低的为 6 元/千克
（2）购买重量分别是 1 千克、1 千克和 2 千克的三种水果共用了 46 元

93.（2014 年 12 月 T6）在某次考试中，甲、乙、丙三个班的平均成绩为 80，81 和 81.5，三个班的学生分数之和为 6952，则三个班共有学生（　　）名
（A）85　　（B）86　　（C）87　　（D）88　　（E）90

94.（2010 年 1 月 T13）某居民小区决定投资 15 万元修建停车位，据测算，修建一个室内车位的费用为 5000 元，修建一个室外车位的费用为 1000 元，考虑到实际因素，计划室外车位的数量不少于室内车位的 2 倍，也不多于室内车位的 3 倍，这笔投资最多可建车位的数量为（　　）
（A）78　　（B）74　　（C）72　　（D）70　　（E）66

95.（2013 年 1 月 T12）有一批水果需要装箱，一名熟练工单独装需要 10 天，每天报酬为 200 元，一名普通工单独装箱需要 15 天，每天报酬为 120 元，由于场地限制，最多可同时安排 12 人装箱，若要求在一天内完成装箱任务，则支付的最少报酬为（　　）
（A）1800 元　　（B）1840 元　　（C）1920 元
（D）1960 元　　（E）2000 元
96.（2009 年 10 月 T2）某人在市场上买猪肉，小贩称得肉重为 4 斤，但此人不放心，拿出一个自备的 100 克重的砝码，将肉和砝码放在一起让小贩用原称复称，结果重量为 4.25 斤，由此可知顾客应要求补猪肉（　　）两
（A）3　　（B）6　　（C）4　　（D）7　　（E）8

97.已知 m,n 是有理数，且 $\left(\sqrt{5}+2\right)m+\left(3-2\sqrt{5}\right)n+7=0$，求 $m+n=$（　　）

A. -2　　B. -3　　C. 1　　D. 2　　E. 3

98. 已知实数 a,b,c 满足 $\frac{1}{2}|a-b|+\sqrt{2b+c}+c^{2}-c+\frac{1}{4}=0$，则 $\frac{c}{ab}$ 的算术平方根时（　　）

A. 8　　B. 16　　C. $2\sqrt{2}$　　D. $\pm 2\sqrt{2}$　　E. 4

99．一项工程由甲、乙、丙三个工程队单独做，甲队要12天，乙队要20天，丙队要15天，现在甲、乙两队先合做4天，剩下的工程再由乙、丙两队合做若干天就完成了，问乙队共做了（　　）天

A．8　　B．6　　C．4　　D．10　　E．12

100．若变量x,y满足约束条件$\begin{cases} y\leqslant 1, \\ x+y\geqslant 0, \\ x-y-2\leqslant 0, \end{cases}$则$z=x-2y$的最大值为（　　）

A．4　　B．3　　C．2　　D．1　　E．0