

2019 年管理类联考数学真题

一、问题求解（本大题共 15 小题，每小题 3 分，共 45 分）下列每题给出 5 个选项中，只有一个符合要求的，请在答题卡上对所选择的字母涂黑。

1、某车间计划 10 天完成一项任务，工作 3 天后因故停工 2 天。若要按原计划完成任务，则工作效率需要提高（ ）

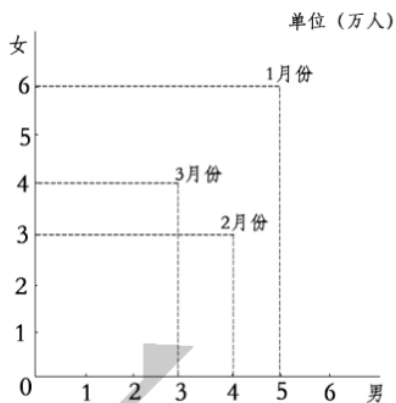
- A. 20% B. 30% C. 40% D. 50% E. 60%

2、设函数 $F(x) = 2x + \frac{a}{x^2}$ ($a > 0$) 在 $(0, +\infty)$ 内的最小值为 $F(x_0) = 12$, 则 $x_0 =$ ()

- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2 E. 1

3、某影城统计了一季度的观众人数，如图，则一季度的男女观众人数之比为（ ）

- A. 3:4 B. 5:6 C. 12:13 D. 13:12 E. 4:3



4、设实数 a, b 满足 $ab = 6$, $|a+b| + |a-b| = 6$, 则 $a^2 + b^2 =$ ()

- A. 10 B. 11 C. 12 D. 13 E. 14

5、设圆 C 与圆 $(x-5)^2 + y^2 = 2$ 关于 $y=2x$ 对称，则圆 C 方程为 ()

- A. $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 2$
B. $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 2$
C. $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 2$
D. $(x+3)^2 + (y+4)^2 = 2$
E. $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 2$

6、将一批树苗种在一个正方形花园边上，四角都种，如果每隔 3 米种一颗，那么剩下 10 棵树苗；如果每隔 2 米种一颗，那么恰好种满正方形的 3 条边，则这批树苗有（ ）棵

A. 54 B. 60 C. 70 D. 82 E. 94

7、在分别标记 1、2、3、4、5、6 的 6 张卡片，甲抽取 1 张，乙从余下的卡片中再抽取 2 张，乙的卡片数字之和大于甲的卡片数字的概率为（ ）

A. 11/60 B. 13/60 C. 43/60 D. 47/60 E. 49/60

8、10 名同学的语文和数学成绩如表：

语文成绩	90	92	94	88	86	95	87	89	91	93
数学成绩	94	88	96	93	90	85	84	80	82	98

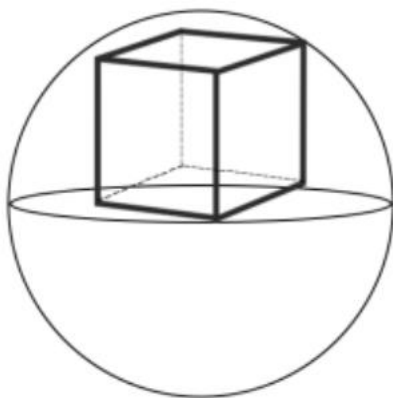
语文和数学成绩的均值分别为 E_1 和 E_2 ，标准差分别为 σ_1 和 σ_2 ，则

A. $E_1 > E_2$, $\sigma_1 > \sigma_2$ B. $E_1 > E_2$, $\sigma_1 < \sigma_2$ C. $E_1 > E_2$, $\sigma_1 = \sigma_2$

D. $E_1 < E_2$, $\sigma_1 > \sigma_2$ E. $E_1 < E_2$, $\sigma_1 < \sigma_2$

9、如图，正方体位于半径为 3 的球内，且一面位于球的大圆上，则正方体表面积最大为（ ）

A. 12 B. 18 C. 24 D. 30 E. 36



10、在三角形 ABC 中，AB=4，AC=6，BC=8，D 为 BC 的中点，则 AD =（ ）

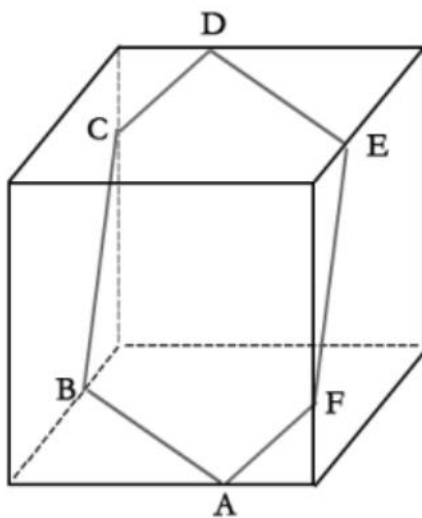
A. $\sqrt{11}$ B. $\sqrt{10}$ C. 3 D. $2\sqrt{2}$ E. $\sqrt{7}$

11、某单位要铺设草坪，若甲、乙两公司合作需 6 天，工时费共 2.4 万元。若甲公司单独做 4 天后由乙公司接着做 9 天完成，工时费共计 2.35 万元。若由甲公司单独完成该项目，则工时费共计（ ）万元。

- A. 2.25 B. 2.35 C. 2.4 D. 2.45 E. 2.5

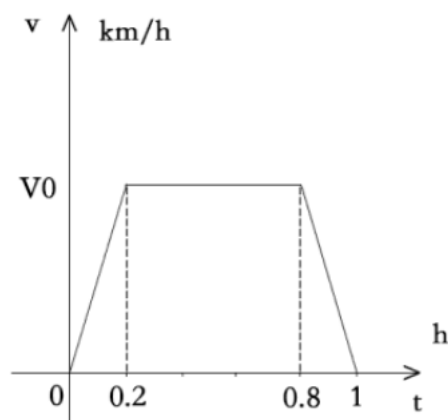
12、如图，六边形 ABCDEF 是平面与棱长为 2 的正方形所截得到的，若 A、B、D、E 分别为相应棱的中点，则六边形 ABCDEF 的面积为（ ）

- A. $\sqrt{3}/2$ B. $\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{3}$ E. $4\sqrt{3}$



13、货车行驶 72km 用时 1 小时，速度 V 与行驶时间 T 的关系如图所示，则 $V_0 =$ （ ）

- A. 72 B. 80 C. 90 D. 85 E. 100



14、某中学的 5 个学科各推荐 2 名教师作为支教候选人，若从中选出来自不同学科的 2 人参加支教工作，则不同的选派方式有（ ）种

A. 20 B. 24 C. 30 D. 40 E. 45

15、设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 0$, $a_{n+1} - 2a_n = 1$, 则 $a_{100} = ()$

A. $2^{99} - 1$ B. 2^{99} C. $2^{99} + 1$ D. $2^{100} - 1$ E. $2^{100} + 1$

二、条件充分性判断

16、甲、乙、丙三人各自拥有不超过 10 本图书，甲再购入 2 本图书后，他们拥有的图书数量构成等比数列，则确定甲拥有图书的数量

(1) 已知乙拥有的图书数量

(2) 已知丙拥有的图书数量

17、有甲乙两袋奖券，获奖率分别为 p 和 q ，某人从两袋中各随机抽取 1 张奖券，则此人获奖的概率不小于 $3/4$

(1) 已知 $p+q=1$

(2) 已知 $pq=1/4$

18、直线 $y=kx$ 与圆 $x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$ 有两个交点。

(1) $-\sqrt{3}/3 < k < 0$

(2) $0 < k < \sqrt{2}/2$

19、能确定小明年龄

(1) 小明年龄是完全平方数

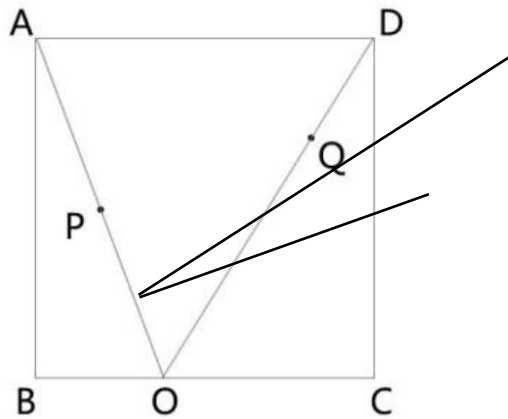
(2) 20 年后小明年龄是完全平方数

20、关于 x 的方程 $x^2 + ax + b - 1 = 0$ 有实根

(1) $a+b=0$

(2) $a-b=0$

21、如图，已知正方形 ABCD 面积，O 为 BC 上的一点，P 为 AO 上的中点，Q 为 DO 上的一点，则能确定三角形 PQD 的面积。



- (1) O 为 BC 的三等分点 (2) Q 为 DO 的三等分点

22、设 n 为正整数，则能确定 n 除以 5 的余数

- (1) 已知 n 除以 2 的余数 (2) 已知 n 除以 3 的余数

23、某校理学院五个系每年录取人数如下表：

系列	数学系	物理系	化学系	生物系	地学系
录取人数	60	120	90	60	30

今年与去年相比，物理系平均分没变，则理学院录取平均分升高了。

- (1) 数学系录取平均分升高了 3 分，生物系录取平均分降低了 2 分
(2) 化学系录取平均分升高了 1 分，地学系录取平均分降低了 4

24、设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，则数列 $\{a_n\}$ 是等差数列

- (1) $S_n = n^2 + 2n, n=1, 2, 3, \dots$
(2) $S_n = n^2 + 2n + 1, n=1, 2, 3, \dots$

25、设三角区域 D 由直线 $x+8y-56=0, x-6y+42=0$ 与 $kx-y+8-6k=0 (k < 0)$ 围城，则对任意的 $(x, y) \in D$

$$\lg(x^2 + y^2) \leq 2$$

- (1) $k \in (-\infty, -1]$
(2) $k \in [-1, -1/8)$

2018 年 1 月真题

一、问题求解第 1~15 小题, 每小题 3 分共 45 分。下列每题给出的 A、B、C、D、E 五个选项中只有一个选项符合试题要求请在答题卡上将所选项的字母涂黑。

1. 学科竞赛一等奖、二等奖和三等奖, 比例为 1:3:8, 获奖率为 30%, 已知 10 人获得一等奖, 则参加竞赛的人数为 ()

- (A) 300 (B) 400 (C) 500 (D) 550 (E) 600

2. 为了解某公司员工的年龄结构, 按男、女人数的比例进行了随机抽样, 结果如下

男员工年龄 (岁)	23	26	28	30	32	34	36	38	41
女员工年龄 (岁)	23	25	27	27	29	31			

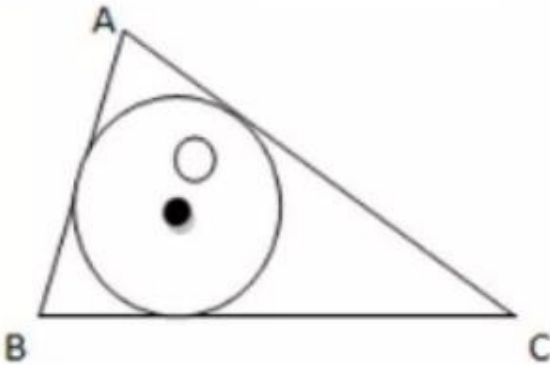
根据表中数据估计, 该公司男员工的平均年龄与全体员工的平均年龄分别是 () (单位: 岁)

- (A) 32, 30 (B) 32, 29.5 (C) 32, 27 (D) 30, 27 (E) 29.5, 27

3. 某单位采取分段收费的方式收取网络流量 (单位: GB) 费用, 每月流量 20 (含) 以内免费, 流量 20 到 30 (含) 的每 GB 收费 1 元, 流量 30 到 40 (含) 每 GB 收费 3 元, 流量 40 以上的每 GB 收费 5 元, 小王这个月用了 45GB 的流量, 则他应该交费 ()

- (A) 45 元 (B) 65 元 (C) 75 元 (D) 85 元 (E) 135 元

4. 如图, 圆 O 是三角形 ABC 的内切圆, 若三角形 ABC 的面积与周长的大小之比为 1:2, 则圆 O 的面积为 ()



- (A) π (B) 2π (C) 3π (D) 4π (E) 5π

5. 设实数 a, b 满足 $|a-b|=2$, $|a^3-b^3|=26$, 则 $a^2+b^2=$ ()

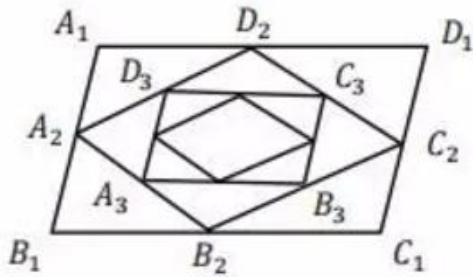
- (A) 30 (B) 22 (C) 15 (D) 13 (E) 10

6. 有 96 位顾客至少购买了甲、乙、丙三种商品中的一种, 经调查: 同时购买了甲、乙两种商品的有 8 位, 同时购买了甲、丙两种商品的有 12 位, 同时购买了乙、丙两种商品的有 6 位, 同时购买了三种商品的有 2 位则仅购买一种商品的顾客有 ()

- (A) 70 位 (B) 72 位 (C) 74 位 (D) 76 位 (E) 82 位

7. 如图, 四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 是平行四边形, A_2, B_2, C_2, D_2 分别是四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 四边的中点, A_3, B_3, C_3, D_3 分别是四边形 $A_2B_2C_2D_2$ 四边的中点, 依次下去, 得到四边形序列 $A_nB_nC_nD_n$ ($n=1, 2, 3, \dots$) 设 $A_nB_nC_nD_n$ 的面积为 S_n 且 $S_1=12$, 则 $S_1+S_2+S_3+\dots=()$

- (A) 16 (B) 20 (C) 24 (D) 28 (E) 30



8. 将 6 张不同的卡片 2 张一组分别装入甲、乙、丙 3 个袋中, 若指定的两张卡片要在同一组, 则不同的装法有 ()

- (A) 12 种 (B) 18 种 (C) 24 种 (D) 30 种 (E) 36 种

9. 甲、乙两人进行围棋比赛, 约定先胜 2 盘者赢得比赛, 已知每盘棋甲获胜的概率是 0.6, 乙获胜的概率是 0.4, 若乙在第一盘获胜, 则甲赢得比赛的概率为 ()

- (A) 0.144 (B) 0.288 (C) 0.36 (D) 0.4 (E) 0.6

10. 已知圆 $C: x^2 + (y-a)^2 = b$, 若圆 C 在点 $(1, 2)$ 处的切线与 y 轴的交点为 $(0, 3)$. 则 $ab = ()$

- (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 2

11. 羽毛球有 4 名男运动员和 3 名女运动员, 从中选出两对参加混双比赛, 则不同的选派方式

有()

- (A) 9 种 (B) 18 种 (C) 24 种 (D) 36 种 (E) 72 种

12. 从标号为1到10的10张卡片中随机抽取2张, 它们的标号之和能被5整除的概率为()

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{2}{9}$ (D) $\frac{2}{15}$ (E) $\frac{7}{45}$

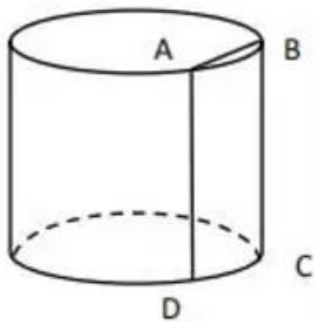
13. 某单位为检查3个部门的工作, 由这3个部门的主任和外聘的3名人员组成检查组, 分2人一组检查工作, 每组有1名外聘成员, 规定本部门主任不能检查本部门, 则不同的安排方式有()

- (A) 6 种 (B) 8 种 (C) 12 种 (D) 18 种 (E) 36 种

14. 如图圆柱体的底面半径为2, 高为3, 垂直于底面的平面截圆柱体所得截面为矩形ABCD。

若弦AB所对的圆心角是 $\frac{1}{3}\pi$, 则截掉部分(较小部分)的体积为()

- (A) $\pi - 3$ (B) $2\pi - 6$ (C) $\pi - \frac{3\sqrt{3}}{2}$ (D) $2\pi - 3\sqrt{3}$ (E) $\pi - \sqrt{3}$



15. 函数 $f(x) = \max\{x^2, -x^2 + 8\}$ 的最小值为()

- (A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 5 (E) 4

二、条件充分性判断(本大题共10小题, 每小题3分, 共30分) 解题说明: 本大题要求判断所给出的条件能否充分支持题干中陈述的结论。阅读条件(1)和条件(2)后, 请在答题卡上将所选项的字母涂黑。

A: 条件(1)充分, 但条件(2)不充分

B: 条件 (2) 充分, 但条件 (1) 不充分

C: 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 但条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分

D: 条件 (1) 充分, 条件 (2) 也充分。

E: 条件 (1) 和条件 (2) 单独都不充分, 条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分。

16、设 x, y 为实数, 则 $|x + y| \leq 2$ 。

(1) $x^2 + y^2 \leq 2$

(2) $xy \leq 1$

17. 设 $\{a_n\}$ 为等差数列则能确定 $a_1 + a_2 + \cdots + a_9$ 的值

(1) 已知 a_1 的值

(2) 已知 a_5 的值

18. 设 m, n 是正整数, 则能确定 $m+n$ 的值。

(1) $\frac{1}{m} + \frac{3}{n} = 1$

(2) $\frac{1}{m} + \frac{2}{n} = 1$

19. 甲、乙、丙三人的年收入成等比数列, 则能确定乙的年收入的极大值

(1) 已知甲、丙两人的年收入之和

(2) 已知甲、丙两人的年收入之积

20. 甲购买了若干件 A 玩具, 乙购买了若干件 B 玩具给幼儿园, 甲比乙少花了 100 元则能确定甲购买的玩具件数

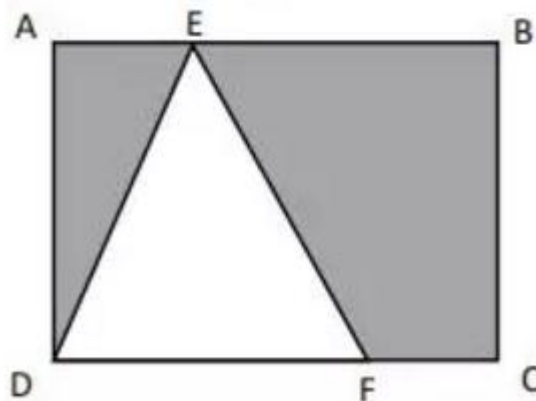
(1) 甲与乙共购买了 50 件玩具

(2) A 玩具的价格是 B 玩具的 2 倍

21. 如图, 在矩形 ABCD 中, $AE=FC$, 则三角形 AED 与四边形 BCFE 能拼接成一个直角三角形。

(1) $EB=2FC$

(2) $ED=EF$



22. 已知点 $P(m, 0)$, $A(1, 3)$, $B(2, 1)$, 点 (x, y) 在三角形 PAB 上, 则 $x-y$ 的最小值与最大值分别为 -2 和 1。

(1) $m \leq 1$

(2) $m \geq -2$

23. 如果甲公司的年终奖总额增加 25%, 乙公司的年终奖总额减少 10%, 两者相等则能确定两公司的员工人数之比。

(1) 甲公司的人均年终奖与乙公司的相同

(2) 两公司的员工人数之比与两公司的年终奖总额之比相等

24. 设 a, b 为实数, 则圆 $x^2+y^2=2y$ 与直线 $x+ay=b$ 不相交

(1) $|a-b| > \sqrt{1+a^2}$

(2) $|a+b| > \sqrt{1+a^2}$

25. 设函数 $f(x)=x^2+ax$, 则 $f(x)$ 的最小值与 $f(f(x))$ 的最小值相等

(1) $a \geq 2$

(2) $a \leq 0$

尚德机构

2017 年 1 月真题

一、问题求解（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 45 分）下列每题给出 5 个选项中，只有一个符合要求的，请在答题卡上将所选择的字母涂黑。

1. 甲从 1、2、3 中抽取一个数，记为 a ；乙从 1、2、3、4 中抽取一个数，记为 b ，规定当 $a > b$ 或 $a+1 < b$ 时甲获胜，则甲取胜的概率为（ ）

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{5}{12}$ (E) $\frac{1}{2}$

2. 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 满足 $AB:A'B' = AC:A'C' = 2:3$ ， $\angle A + \angle A' = \pi$ ，则 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 的面积比为（ ）

- (A) $\sqrt{2}:\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{3}:\sqrt{5}$ (C) 2:3 (D) 2:5 (E) 4:9

3. 将 6 人分成 3 组，每组 2 人，则不同的分组方式共有（ ）

- (A) 12 种 (B) 15 种 (C) 30 种 (D) 45 种 (E) 90 种

4. 甲、乙、丙三人每轮各投篮 10 次，投了三轮，投中数如下表：

	第一轮	第二轮	第三轮
甲	2	5	8
乙	5	2	5
丙	8	4	9

记 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 分别为甲、乙、丙投中数的方差，则（ ）

- (A) $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ (B) $\sigma_1 > \sigma_3 > \sigma_2$ (C) $\sigma_2 > \sigma_1 > \sigma_3$
 (D) $\sigma_2 > \sigma_3 > \sigma_1$ (E) $\sigma_3 > \sigma_2 > \sigma_1$

5. 将长、宽、高分别为 12，9，6 的长方体切割成正方体，且切割后无剩余，则能切割成相

同正方体的最少个数为 ()

- (A) 3 (B) 6 (C) 24 (D) 96 (E) 648

6. 某品牌电冰箱连续两次降价^{10%}后的售价是降价前的 ()

- (A) 80% (B) 81% (C) 82% (D) 83% (E) 85%

7. 甲、乙、丙三种货车载重量成等差数列, 2 辆甲种车和 1 辆乙种车的载重量为 95 吨, 1 辆甲种车和 3 辆丙种车载重量为 150 吨, 则用甲、乙、丙分别各 1 辆车一次最多运送货物为 ()

- (A) 125 吨 (B) 120 吨 (C) 115 吨 (D) 110 吨 (E) 105 吨

8. 张老师到一所中学进行招生咨询, 上午接到了 45 名同学的咨询, 其中的 9 位同学下午又咨询了张老师, 占张老师下午咨询学生的 10%, 一天中向张老师咨询的学生人数为 ()

- (A) 81 (B) 90 (C) 115 (D) 126 (E) 135

9. 某种机器人可搜索到的区域是半径为 1 米的圆, 若该机器人沿直线行走 10 米, 则其搜索过的区域的面积 (单位: 平方米) 为 ()

- (A) $10 + \frac{\pi}{2}$ (B) $10 + \pi$ (C) $20 + \frac{\pi}{2}$ (D) $20 + \pi$ (E) 10π

10. 不等式 $|x-1| + x \leq 2$ 的解集为 ()

- (A) $(-\infty, 1]$ (B) $(-\infty, \frac{3}{2}]$ (C) $[1, \frac{3}{2}]$ (D) $[1, +\infty)$ (E) $[\frac{3}{2}, +\infty)$

11. 在 1 到 100 之间, 能被 9 整除的整数的平均值是 ()

- (A) 27 (B) 36 (C) 45 (D) 54 (E) 63

12. 某试卷由 15 道选择题组成, 每道题有 4 个选项, 其中只有一项是符合试题要求的, 甲有

6 道题能确定正确选项, 有 5 道题能排除 2 个错误选项, 有 4 道题能排除 1 个错误选项, 若从每题排除后剩余的选项中选 1 个作为答案, 则甲得满分的概率为 ()

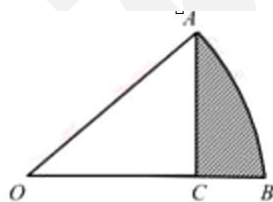
- (A) $\frac{1}{2^4} \cdot \frac{1}{3^5}$ (B) $\frac{1}{2^5} \cdot \frac{1}{3^4}$ (C) $\frac{1}{2^5} + \frac{1}{3^4}$ (D) $\frac{1}{2^4} \left(\frac{3}{4}\right)^5$ (E) $\frac{1}{2^4} + \left(\frac{3}{4}\right)^5$

13. 某公司用 1 万元购买了价格分别为 1750 和 950 的甲、乙两种办公设备, 则购买的甲、乙办公设备的件数分别为 ()

- (A) 3, 5 (B) 5, 3 (C) 4, 4 (D) 2, 6 (E) 6, 2

14. 如图, 扇形 AOB 中, $\angle AOB = \frac{\pi}{4}$, $OA = 1$, AC 垂直于 OB , 则阴影部分的面积为 ()

- (A) $\frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$ (B) $\frac{\pi}{8} - \frac{1}{8}$ (C) $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$ (D) $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{4}$ (E) $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{8}$



15. 老师问班上 50 名同学周末复习情况, 结果有 20 人复习过数学, 30 人复习过语文, 6 人复习过英语, 且同时复习过数学和语文的有 10 人, 同时复习过语文和英语的有 2 人, 同时复习过英语和数学的有 3 人. 若同时复习过这三门课的人为 0, 则没有复习过这三门课程的学生人数为 ()

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

二、条件充分性判断: 第 16~25 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 要求判断每题给出的条件 (1) 和条件 (2) 能否充分支持题干所陈述的结论. A、B、C、D、E 五个选项为判断结果, 请选择一项符合试题要求的判断, 在答题卡上将所选项的字母涂黑.

- (A) 条件 (1) 充分, 但条件 (2) 不充分.
 (B) 条件 (2) 充分, 但条件 (1) 不充分.
 (C) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 但条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分.

(D) 条件 (1) 充分, 条件 (2) 也充分.

(E) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分.

16. 某人需要处理若干份文件, 第 1 小时处理了全部文件的 $\frac{1}{5}$, 第 2 小时处理了剩余文件的 $\frac{1}{4}$,

则此人需要处理的文件数为 25 份。

(1) 前两个小时处理了 10 份文件。

(2) 第二小时处理了 5 份文件。

17. 能确定某企业产值的月平均增长率。

(1) 已知一月份的产值。

(2) 已知全年的总产值。

18. 圆 $x^2 + y^2 - ax - by + c = 0$ 与 x 轴相切, 则能确定 c 的值。

(1) 已知 a 的值。

(2) 已知 b 的值。

19. 某人从 A 地出发, 先乘时速为 220km 的动车, 后转乘时速为 100km 的汽车到达 B 地, 则 A, B 两地的距离为 960km。

(1) 乘动车的时间与乘汽车的时间相等;

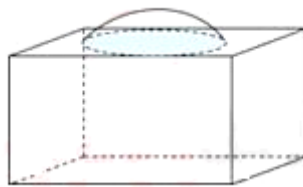
(2) 乘动车的时间与乘汽车的时间之和为 6 小时。

20. 直线 $y = ax + b$ 与抛物线 $y = x^2$ 有两个交点。

(1) $a^2 > 4b$ 。

(2) $b > 0$ 。

21. 如图, 一个铁球沉入水池中, 则能确定铁球的体积。



- (1) 已知铁球露出水面的高度。
- (2) 已知水深及铁球与水面交线的周长。

22. 已知 a, b, c 为三个实数, 则 $\min\{|a-b|, |b-c|, |a-c|\} \leq 5$ 。

- (1) $|a| \leq 5, |b| \leq 5, |c| \leq 5$ 。
- (2) $a+b+c=15$ 。

23. 某机构向 12 位教师征题, 共征集到 5 种题型的试题 52 道, 则能确定供题教师的人数。

- (1) 每位供题教师提供的试题数相同。
- (2) 每位供题教师提供的题型不超过 2 种。

24. 某人参加资格考试, 有 A 类和 B 类可选择, A 类的合格标准是抽 3 道题至少会做 2 道, B 类的合格标准是抽 2 道题需都会做, 则此人参加 A 类合格的机会大。

- (1) 此人 A 类题中有 60% 会做。
- (2) 此人 B 类题中有 80% 会做。

25. 设 a, b 是两个不相等的实数, 则函数 $f(x) = x^2 + 2ax + b$ 的最小值小于零。

- (1) $1, a, b$ 成等差数列。
- (2) $1, a, b$ 成等比数列。

尚德机构

2016 年 1 月真题

一、问题求解第 1-15 小题，每小题 3 分，共 45 分，下列每题给出的五个选项中，A、B、C、D、E 只有一个项符合试题要求。请在答题卡上将所选项字母涂黑。

1. 某家庭在一年总支出中，子女教育支出与生活资料支出的比为 3:8，文化娱乐支出与子女教育支出的比为 1:2。已知文化娱乐支出占家庭总支出的 10.5%，则生活资料支出占家庭总支出的（ ）

- (A) 40% (B) 42% (C) 48% (D) 56% (E) 64%

2. 有一批同规格的正方形瓷砖，用它们铺满某个正方形区域时剩余 180 块，将此正方形区域的边长增加一块瓷砖的长度时，还需要增加 21 块瓷砖才能铺满，该批瓷砖共有（ ）

- (A) 9981 块 (B) 10000 块 (C) 10180 块 (D) 10201 块 (E) 10222 块

3. 上午 9 时一辆货车从甲地出发前往乙地，同时一辆客车从乙地出发前往甲地，中午 12 时两车相遇，已知货车和客车的时速分别是每小时 90 千米和 100 千米，则当客车到达甲地时，货车距乙地的距离是（ ）

- (A) 30 千米 (B) 43 千米 (C) 45 千米 (D) 50 千米 (E) 57 千米

4. 在分别标记了数字 1、2、3、4、5、6 的 6 张卡片中随机取 3 张，其上数字之和等于 10 的概率为（ ）

- (A) 0.05 (B) 0.1 (C) 0.15 (D) 0.2 (E) 0.25

5. 某商场将每台进价为 2000 元的冰箱以 2400 元销售时，每天销售 8 台，调研表明这种冰箱的售价每降低 50 元，每天就能多销售 4 台，若要每天销售利润最大，则该冰箱的定价应为（ ）

- (A) 2200 (B) 2250 (C) 2300 (D) 2350 (E) 2400

6. 某委员会由三个不同专业的人员组成，三个专业的人数分别是 2，3，4，从中选派 2 位不同专业的委员外出调研，则不同的选派方式有（ ）

- (A) 36 种 (B) 26 种 (C) 12 种 (D) 8 种 (E) 6 种

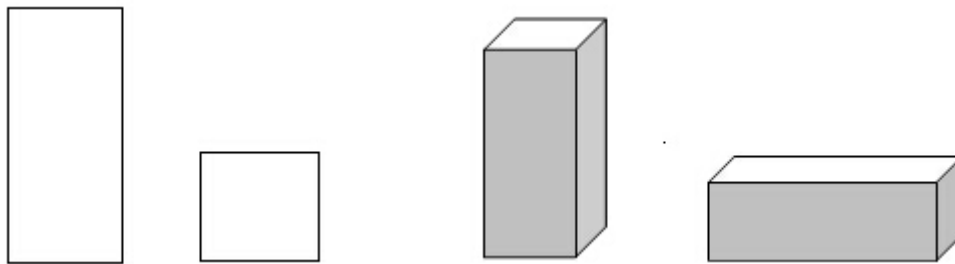
7. 从 1 到 100 的整数中任取一个数, 则该数能被 5 或 7 整除的概率为 ()

- (A) 0.02 (B) 0.14 (C) 0.2 (D) 0.32 (E) 0.34

8. 圆 $x^2 + y^2 - 6x + 4y = 0$ 上到原点距离最远的点是 ()

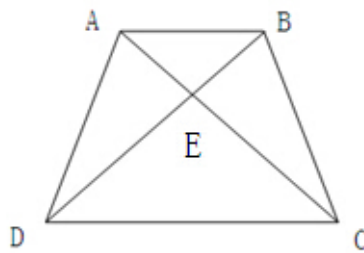
- (A) $(-3, 2)$ (B) $(3, -2)$ (C) $(6, 4)$ (D) $(-6, 4)$ (E) $(6, -4)$

9. 现有长方形木板 340 张, 正方形木板 160 张 (如左图), 这些木板刚好可以装配成若干竖式和横式的无盖箱子 (如右图), 则装配成竖式和横式箱子的个数为 ()



- (A) 25, 80 (B) 60, 50 (C) 20, 70 (D) 60, 40 (E) 40, 60

10. 如图所示, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 与 AB 与 CD 的边长分别为 4 和 8. 若 $\triangle ABE$ 的面积为 4, 则四边形 $ABCD$ 的面积为 ()



- (A) 24 (B) 30 (C) 32 (D) 36 (E) 40

11. 设抛物线 $y = x^2 + 2ax + b$ 与 x 轴相交于 A, B 两点, 点 C 坐标 $(0, 2)$, 若 $\triangle ABC$ 的面积等于 6, 则 ()

- (A) $a^2 - b = 9$ (B) $a^2 + b = 9$ (C) $a^2 - b = 36$
(D) $a^2 + b = 36$ (E) $a^2 - 4b = 9$

12. 在平面直角坐标系中，点 A, B, O 的坐标分别为 $(4,0)$ ， $(0,3)$ ， $(0,0)$ ，若 (x,y) 是 $\triangle AOB$ 中的一点，则 $2x+3y$ 的最大值为（ ）

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 12

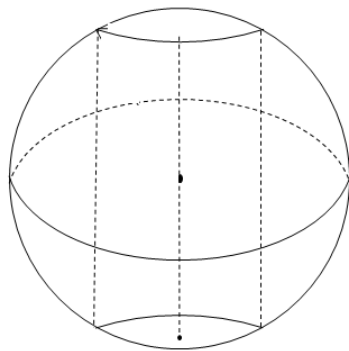
13. 某公司以分期付款方式购买一套定价为 1100 万元的设备，首期付款 100 万元，之后每月付款 50 万元，并支付上期余额的利息，月利率 1%，该公司为此设备共支付了（ ）

- (A) 1195 万元 (B) 1200 万元 (C) 1205 万元 (D) 1215 万元 (E) 1300 万元

14. 某学生要在 4 门不同课程中选修 2 门课程，这 4 门课程中的 2 门各开设一个班，另外 2 门各开设 2 个班，则该学生不同的选课方式共有（ ）

- (A) 6 种 (B) 8 种 (C) 10 种 (D) 13 种 (E) 15 种

15. 如图，在半径为 10 厘米的球体上开一个底面半径是 6 厘米的圆柱形洞，则洞的内壁面积为（ ）（单位：平方厘米）



- (A) 48π (B) 288π (C) 96π (D) 576π (E) 192π

二、条件充分性判断：第 16~25 小题，每小题 3 分，共 30 分。要求判断每题给出的条件（1）和条件（2）能否充分支持题干所陈述的结论。A、B、C、D、E 五个选项为判断结果，请选择一项符合试题要求的判断，在答题卡上将所选项的字母涂黑。

- (A) 条件（1）充分，但条件（2）不充分。
 (B) 条件（2）充分，但条件（1）不充分。
 (C) 条件（1）和（2）单独都不充分，但条件（1）和条件（2）联合起来充分。

(D) 条件 (1) 充分, 条件 (2) 也充分.

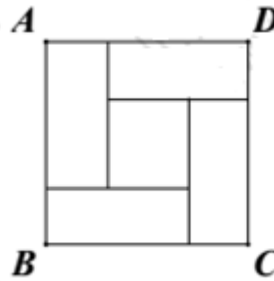
(E) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分.

16. 已知某公司男员工的平均年龄和女员工的平均年龄, 则能确定该公司员工的平均年龄。

(1) 已知该公司员工的人数

(2) 已知该公司男、女员工的人数之比

17. 如图所示, 正方形 $ABCD$ 由四个相同的长方形和一个小正方形拼成, 则能确定小正方形的面积。



(1) 已知正方形 $ABCD$ 的面积

(2) 已知长方形的长宽之比

18. 利用长度为 a 和 b 的两种管材能连接成长度为 37 的管道 (单位: 米)

(1) $a=3, b=5$

(2) $a=4, b=6$

19. 设 x, y 是实数, 则 $x \leq 6, y \leq 4$

(1) $x \leq y+2$

(2) $2y \leq x+2$

20. 将 2 升甲酒精和 1 升乙酒精混合得到丙酒精, 则能确定甲、乙两种酒精的浓度

(1) 1 升甲酒精和 5 升乙酒精混合后的浓度是丙酒精浓度的 $\frac{1}{2}$ 倍

(2) 1 升甲酒精和 2 升乙酒精混合后的浓度是丙酒精浓度的 $\frac{2}{3}$ 倍

21. 设有两组数据 $S_1: 3, 4, 5, 6, 7$ 和 $S_2: 4, 5, 6, 7, a$ ，则能确定 a 的值。

(1) S_1 与 S_2 的均值相等

(2) S_1 与 S_2 的方差相等

22. 已知 M 是一个平面有限点集，则平面上存在到 M 中每个点距离相等的点。

(1) M 中只有三个点

(2) M 中的任意三点都不共线

23. 设 x, y 是实数，则可以确定 $x^3 + y^3$ 的最小值。

(1) $xy = 1$

(2) $x + y = 2$

24. 已知数列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$ ，则 $a_1 - a_2 + a_3 - \dots + a_9 - a_{10} \geq 0$

(1) $a_n \geq a_{n+1}, n = 1, 2, \dots, 9$

(2) $a_n^2 \geq a_{n+1}^2, n = 1, 2, \dots, 9$

25. 已知 $f(x) = x^2 + ax + b$ ，则 $0 \leq f(1) \leq 1$

(1) $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 中有两个零点

(2) $f(x)$ 在区间 $[1, 2]$ 中有两个零点

2015 年 1 月真题

一、问题求解第 1-15 小题，每小题 3 分，共 45 分，下列每题给出的五个选项中，A、B、C、D、E 只有一个项符合试题要求。请在答题卡上将所选项字母涂黑。

1. 若实数 a, b, c 满足 $a:b:c=1:2:5$ ，且 $a+b+c=24$ ，则 $a^2+b^2+c^2=(\quad)$

- (A) 30 (B) 90 (C) 120 (D) 240 (E) 270

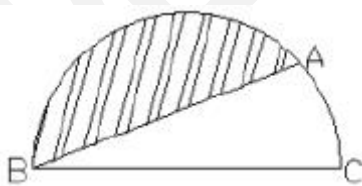
2. 某公司共有甲、乙两个部门，如果从甲部门调 10 人到乙部门，那么乙部门人数是甲部门人数的 2 倍，如果把乙部门员工的 $\frac{1}{5}$ 调到甲部门，那么两个部门的人数相等，该公司的总人数为 (\quad)

- (A) 150 (B) 180 (C) 200 (D) 240 (E) 250

3. 设 m, n 是小于 20 的质数，满足条件 $|m-n|=2$ 的 $\{m, n\}$ 共有 (\quad)

- (A) 2 组 (B) 3 组 (C) 4 组 (D) 5 组 (E) 6 组

4. 如图， BC 是半圆的直径，且 $BC=4$ ， $\angle ABC=30^\circ$ ，则图中阴影部分的面积为 (\quad)



- (A) $\frac{4}{3}\pi - \sqrt{3}$ (B) $\frac{4}{3}\pi - 2\sqrt{3}$ (C) $\frac{2}{3}\pi + \sqrt{3}$
(D) $\frac{2}{3}\pi + 2\sqrt{3}$ (E) $2\pi - 2\sqrt{3}$

5. 某人驾车从 A 地赶往 B 地，前一半路程比计划多用时 45 分钟，平均速度只有计划的 80%，若后一半路程的平均速度为 120 千米/小时，此人还能按原定时间到达 B 地，A、B 两地的距离为 (\quad)

- (A) 450 千米 (B) 480 千米 (C) 520 千米 (D) 540 千米 (E) 600 千米

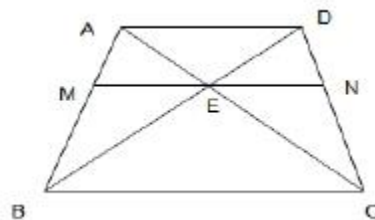
6. 在某次考试中，甲、乙、丙三个班的平均成绩分别为 80, 81 和 81.5，三个班的学生得分之和为 6952，三个班共有学生（ ）

- (A) 85 名 (B) 86 名 (C) 87 名 (D) 88 名 (E) 90 名

7. 有一根圆柱形铁管，管壁厚度为 0.1 米，内径为 1.8 米，长度为 2 米，若将该铁管熔化后浇铸成长方体，则该长方体体积为（ ）（单位 m^3 ； $\pi \approx 3.14$ ）

- (A) 0.38 (B) 0.59 (C) 1.19 (D) 5.09 (E) 6.28

8. 如图，梯形 $ABCD$ 的上底与下底分别为 5 和 7， E 为 AC 与 BD 的交点， MN 过点 E 且平行于 AD ，则 $MN =$ （ ）



- (A) $\frac{26}{5}$ (B) $\frac{11}{2}$ (C) $\frac{35}{6}$ (D) $\frac{36}{7}$ (E) $\frac{40}{7}$

9. 已知 x_1, x_2 是方程 $x^2 - ax - 1 = 0$ 的两个实数根，则 $x_1^2 + x_2^2 =$ （ ）

- (A) $a^2 + 2$ (B) $a^2 + 1$ (C) $a^2 - 1$ (D) $a^2 - 2$ (E) $a + 2$

10. 一件工作，甲、乙两人合作需要 2 天，人工费 2900 元；乙、丙两个人合作需要 4 天，人工费 2600 元；甲、丙两人合作 2 天完成全部工作量的 $\frac{5}{6}$ ，人工费 2400 元，甲单独完成这一工作需要的时间与人工费分别为（ ）

- (A) 3 天，3000 元
(B) 3 天，2580 元
(C) 3 天，2700 元
(D) 4 天，3000 元
(E) 4 天，2900 元

11. 若直线 $y = ax$ 与圆 $(x-a)^2 + y^2 = 1$ 相切, 则 $a^2 =$ ()

- (A) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ (B) $1+\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (D) $1+\frac{\sqrt{5}}{3}$ (E) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

12. 设点 $A(0,2)$ 和 $B(1,0)$, 在线段 AB 上取一点 $M(x,y)$ ($0 < x < 1$), 则以 x, y 为两边长的矩形面积的最大值为 ()

- (A) $\frac{5}{8}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{3}{8}$ (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{1}{8}$

13. 某新兴产业在 2005 年末至 2009 年末产值的年平均增长率为 q , 在 2009 年末至 2013 年末产值的年平均增长率比前四年下降了 40%, 2013 年末产值约为 2005 年值的 14.46 ($\approx 1.95^4$) 倍, 则 q 的值约为 ()

- (A) 30% (B) 35% (C) 40% (D) 45% (E) 50%

14. 某次网球比赛的四强对阵为甲对乙, 丙对丁, 两场比赛的胜者将争夺冠军. 选手之间相互获胜的概率如下

	甲	乙	丙	丁
甲获胜概率		0.3	0.3	0.8
乙获胜概率	0.7		0.6	0.3
丙获胜概率	0.7	0.4		0.5
丁获胜概率	0.2	0.7	0.5	

则甲获得冠军的概率为 ()

- (A) 0.165 (B) 0.245 (C) 0.275 (D) 0.315 (E) 0.330

15. 平面上有 5 条平行直线与另一组 n 条平行直线垂直, 若两组平行直线共构成 280 个矩形, 则 $n =$ ()

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

二、条件充分性判断: 第 16~25 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 要求判断每题给出的条件 (1) 和条 (2) 能否充分支持题干所陈述的结论. A、B、C、D、E 五个选项为判断结果, 请选择一项符合试题要求的判断, 在答题卡上将所选项的字母涂黑.

-
- (A) 条件 (1) 充分, 但条件 (2) 不充分.
(B) 条件 (2) 充分, 但条件 (1) 不充分.
(C) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 但条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分.
(D) 条件 (1) 充分, 条件 (2) 也充分.
(E) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分.

16. 信封中装有 10 张奖券, 只有 1 张有奖. 从信封中同时抽取两张奖券, 中奖的概率为 P ;
从信封中每次抽取 1 张奖券后放回, 如此重复抽取 n 次, 中奖的概率为 Q . 则 $P < Q$.

- (1) $n = 2$.
(2) $n = 3$.

17. 已知 p, q 为非零实数, 则能确定 $\frac{p}{q(p-1)}$ 的值.

- (1) $p + q = 1$.
(2) $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$.

18. 已知 a, b 为实数, 则 $a \geq 2$ 或 $b \geq 2$.

- (1) $a + b \geq 4$.
(2) $ab \geq 4$.

19. 圆盘 $x^2 + y^2 \leq 2(x + y)$ 被直线 L 分成面积相等的两部分.

- (1) $L: x + y = 2$.
(2) $L: 2x - y = 1$.

20. 已知 $\{a_n\}$ 是公差大于零的等差数列, S_n 是 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 则 $S_n \geq S_{10}$, $n = 1, 2, \dots$.

- (1) $a_{10} = 0$. (2) $a_{11}a_{10} < 0$.

21. 几个朋友外出游玩, 购买了一些瓶装水, 则能确定购买的瓶装水数量.

(1) 若每人分 3 瓶, 则剩余 30 瓶.

(2) 若每人分 10 瓶, 则只有一人不够.

22. 已知 $M = (a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1})(a_2 + a_3 + \cdots + a_n)$,

$N = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n)(a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1})$, 则 $M > N$.

(1) $a_1 > 0$.

(2) $a_1 a_n > 0$.

23. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列. 则能确定数列 $\{a_n\}$.

(1) $a_1 + a_6 = 0$

(2) $a_1 a_6 = -1$.

24. 已知 x_1, x_2, x_3 为实数, \bar{x} 为 x_1, x_2, x_3 的平均值. 则 $|x_k - \bar{x}| \leq 1, k = 1, 2, 3$.

(1) $|x_k| \leq 1, k = 1, 2, 3$.

(2) $x_1 = 0$.

25. 底面半径为 r , 高为 h 的圆柱体表面积为 S_1 ; 半径为 R 的球体表面积记为 S_2 . 则 $S_1 \leq S_2$.

(1) $R \geq \frac{r+h}{2}$.

(2) $R \leq \frac{2h+r}{3}$.

2014 年 1 月真题

一、问题求解（本大题共 15 题，每小题 3 分，共 45 分。在下列每题给出的五个选项中，只有一项是符合试题要求的。请在答题卡上将所选的字母涂黑。）

1. 某部门在一次联欢活动中设了 26 个奖，奖品均价为 280 元，其中一等奖单价为 400 元，其他奖品均价为 270 元. 一等奖的个数为（ ）

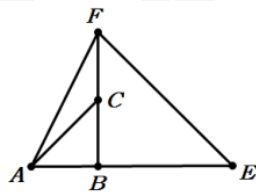
- (A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3 (E) 2

2. 某单位进行办公室装修，若甲、乙两个装修公司合做，需 10 周完成，工时费为 100 万元；甲单独做 6 周后由乙公司接着做 18 周完成，工时费为 96 万元. 甲公司每周的工时费为（ ）

- (A) 7.5 万元 (B) 7 万元 (C) 6.5 万元 (D) 6 万元 (E) 5.5 万元

3. 如图所示，已知 $AE = 3AB$, $BF = 2BC$, 若 $\triangle ABC$ 的面积为 2, 则 $\triangle AEF$ 的面积为（ ）

- (A) 14 (B) 12 (C) 10 (D) 8 (E) 6

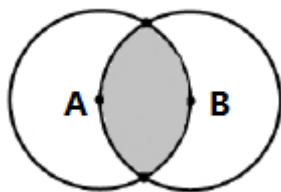


4. 某容器中装满了浓度为 90% 的酒精，倒出 1 升后用水将容器充满，搅拌均匀后又倒出 1 升，再用水将容器住满. 已知此时的酒精浓度为 40%，则该容器的容积是（ ）

- (A) 2.5 升 (B) 3 升 (C) 3.5 升 (D) 4 升 (E) 4.5 升

5. 如图，圆 A 与圆 B 的半径均为 1，则阴影部分的面积为（ ）

- (A) $\frac{2}{3}\pi$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ (D) $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ (E) $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$



6. 某公司投资一个项目, 已知上半年完成了预算的 $\frac{1}{3}$, 下半年完成了剩余部分的 $\frac{2}{3}$, 此时还有8千万投资未完成, 则该项目的预算为 ()

- (A) 3 亿 (B) 3.6 亿 (C) 3.9 亿 (D) 4.5 亿 (E) 5.1 亿

7. 甲乙两人上午8:00分别自A、B出发相向而行, 9:00第一次相遇, 之后速度均提高了1.5公里/小时, 甲到B、乙到A后都立刻沿原路返回. 若两人在10:30第二次相遇, 则A、B两地相距 () 公里

- (A) 5.6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 9.5

8. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, 且 $a_2 - a_5 + a_8 = 9$, 则 $a_1 + a_2 + \cdots + a_9 =$ ()

- (A) 27 (B) 45 (C) 54 (D) 81 (E) 162

9. 在某项活动中, 将3男3女6名志愿者随机地分成甲、乙、丙三组, 每组2人, 则每组都是异性的概率为 ()

- (A) $\frac{1}{90}$ (B) $\frac{1}{15}$ (C) $\frac{1}{10}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{2}{5}$

10. 已知直线 l 是圆 $x^2 + y^2 = 5$ 在点 $(1, 2)$ 处的切线, 则 l 在 y 轴上的截距为 ()

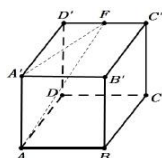
- (A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{5}{2}$ (E) 5

11. 某单位决定对4个部门的经理进行轮岗, 要求每位经理必须轮流到4个部门中的其他部门任职, 则不同的轮岗方案有 () 种。

- (A) 3 (B) 6 (C) 8 (D) 9 (E) 10

12. 如图, 正方体 $ABCD - A'B'C'D'$ 的棱长为2, F 是棱 $C'D'$ 的中点, 则 AF 的长为 ()

- (A) 3 (B) 5 (C) $\sqrt{5}$ (D) $2\sqrt{2}$ (E) $2\sqrt{3}$



13、某工厂在半径为 5cm 的球形工艺品上镀一层装饰金属，厚度为 0.01cm ，已知装饰金属的原材料为棱长为 20cm 的正方体锭子，则加工 10000 个该工艺品需要的锭子数最少为（ ）个。（ $\pi = 3.14$ ，忽略装饰损耗）

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 20

14. 若几个质数（素数）的乘积为 770，则它们的和为（ ）

- (A) 85 (B) 84 (C) 28 (D) 26 (E) 25

15. 掷一枚均匀的硬币若干次，当正面向上次数大于反面向上次数时停止，则在 4 次之内停止的概率为（ ）

- (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{3}{8}$ (C) $\frac{5}{8}$ (D) $\frac{3}{16}$ (E) $\frac{5}{16}$

二、条件充分性判断：第 16~25 小题，每小题 3 分，共 30 分. 要求判断每题给出的条件（1）和条件（2）能否充分支持题干所陈述的结论. A、B、C、D、E 五个选项为判断结果，请选择一项符合试题要求的判断，在答题卡上将所选项的字母涂黑.

- (A) 条件（1）充分，但条件（2）不充分.
(B) 条件（2）充分，但条件（1）不充分.
(C) 条件（1）和（2）单独都不充分，但条件（1）和条件（2）联合起来充分.
(D) 条件（1）充分，条件（2）也充分.
(E) 条件（1）和（2）单独都不充分，条件（1）和条件（2）联合起来也不充分.

16. 设 x 是非零实数，则 $x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$

- (1) $x + \frac{1}{x} = 3$ (2) $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$

17. 甲、乙、丙三人年龄相同

- (1) 甲、乙、丙年龄等差
(2) 甲、乙、丙年龄等比

18. 不等式 $|x^2 + 2x + a| \leq 1$ 的解集为空

(1) $a < 0$

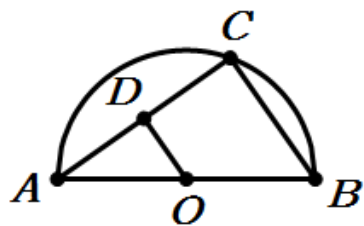
(2) $a > 2$

19. 已知曲线 $l: y = x^3 - 6x^2 + bx + a$, 则 $(a+b-5)(a-b-5) = 0$

(1) 曲线 l 过点 $(1, 0)$

(2) 曲线 l 过点 $(-1, 0)$

20. 如图, O 是半圆圆心, C 是半圆上的一点, $OD \perp AC$, 则 OD 长可求出。



(1) 已知 BC 的长

(2) 已知 AO 的长

21. 已知 x, y 为实数, 则 $x^2 + y^2 \geq 1$

(1) $4y - 3x \geq 5$

(2) $(x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 5$

22. 已知袋中有红、黑、白三种颜色的球若干个, 则红球最多

(1) 随机取出一球是白球的概率为 $\frac{2}{5}$

(2) 随机取出两球, 两球中至少有一个黑球的概率小于 $\frac{1}{5}$

23. 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ，则能确定 a 、 b 、 c 的值

- (1) 曲线 $y = f(x)$ 过点 $(0,0)$ 和点 $(1,1)$
- (2) 曲线 $y = f(x)$ 与直线 $y = a + b$ 相切

24. 方程 $x^2 + 2(a+b)x + c^2 = 0$ 有实根

- (1) a 、 b 、 c 是三角形的三边长
- (2) 实数 a 、 c 、 b 成等差数列

25. 已知 $M = \{a, b, c, d, e\}$ 是一个整数集合，则能确定集合 M

- (1) a 、 b 、 c 、 d 、 e 平均值为 10
- (2) a 、 b 、 c 、 d 、 e 方差为 2

2013 年 1 月真题

一、问题求解第 1~15 题，每小题 3 分，共 45 分。下列每题给出的 A、B、C、D、E 五个选项中，只有一项是符合试题要求的。请在答题卡上将所选项的字母涂黑。

1. 某工厂生产一批零件，计划 10 天完成任务，实际提前 2 天完成，则每天的产量比计划平均提高了（ ）

- (A) 15% (B) 20% (C) 25% (D) 30% (E) 35%

2. 某工程由甲公司承包需要 60 天完成，由甲、乙两公司共同承包需 28 天完成，由乙、丙两公司共同承包需 35 天完成，则由丙公司承包完成该工程所需的天数为（ ）

- (A) 85 (B) 90 (C) 95 (D) 100 (E) 105

3. 甲班共有 30 名学生，在一次满分为 100 分的考试中，全班的平均成绩为 90 分，则成绩低于 60 分的学生至多有（ ）

- (A) 8 名 (B) 7 名 (C) 6 名 (D) 5 名 (E) 4 名

4. 甲、乙两人同时从 A 点出发，沿 400 米跑道同向匀速行走，25 分钟后乙比甲少走了一圈，若乙行走一圈需要 8 分钟，则甲的速度是（单位：米/分钟）（ ）

- (A) 62 (B) 65 (C) 66 (D) 67 (E) 69

5. 甲、乙两商店同时购进了一批某品牌的电视机，当甲店售出 15 台时乙售出了 10 台，此时两店的库存之比为 8:7，库存之差为 5，甲、乙两商店总进货量为（ ）

- (A) 75 (B) 80 (C) 85 (D) 100 (E) 125

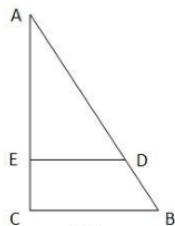
6. 已知 $f(x) = \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \cdots + \frac{1}{(x+9)(x+10)}$ ，则 $f(8) =$ （ ）

- (A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{1}{10}$ (C) $\frac{1}{16}$ (D) $\frac{1}{17}$ (E) $\frac{1}{18}$

7. 点 $(0, 4)$ 关于直线 $2x + y + 1 = 0$ 的对称点为 ()

- (A) $(2, 0)$ (B) $(-3, 0)$ (C) $(-6, 1)$ (D) $(4, 2)$ (E) $(-4, 2)$

8. 如图, 在直角三角形 ABC 中, $AC = 4, BC = 3, DE \parallel BC$, 已知梯形 $BCED$ 的面积为 3, 则 DE 的长为 ()



- (A) $\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{3} + 1$ (C) $4\sqrt{3} - 4$ (D) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (E) $\sqrt{2} + 1$

9. 将体积为 $4\pi\text{cm}^3$ 和 $32\pi\text{cm}^3$ 的两个实心金属球溶化后铸成一个实心大球, 则大球的表面积是 ()

- (A) $32\pi\text{cm}^2$ (B) $36\pi\text{cm}^2$ (C) $38\pi\text{cm}^2$ (D) $40\pi\text{cm}^2$ (E) $42\pi\text{cm}^2$

10. 在 $(x^2 + 3x + 1)^5$ 的展开式中, x^2 的系数为 ()

- (A) 5 (B) 10 (C) 45 (D) 90 (E) 95

11. 已知 10 件商品中有 4 件一等品, 从中任取 2 件, 至少有 1 件为一等品的概率为 ()

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{2}{15}$ (D) $\frac{8}{15}$ (E) $\frac{13}{15}$

12. 有一批水果需要装箱, 一名熟练工单独装箱需要 10 天, 每天报酬为 200 元; 一名普通工人单独装箱需要 15 天, 每天报酬为 120 元, 由于场地限制, 最多可同时安排 12 人装箱, 若要求在一天内完成装箱任务, 则支付的最少报酬为 ()

- (A) 1800 元 (B) 1840 元 (C) 1920 元 (D) 1960 元 (E) 2000 元

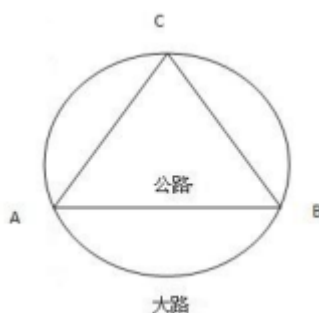
13. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, 若 a_2 和 a_{10} 是 $x^2 - 10x - 9 = 0$ 的两个根, 则 $a_5 + a_7 = ()$

- (A) -10 (B) -9 (C) 9 (D) 10 (E) 12

14. 已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 的对称轴为 $x=1$, 且过点 $(-1, 1)$, 则 $()$

- (A) $b = -2, c = -2$ (B) $b = 2, c = 2$ (C) $b = -2, c = 2$
(D) $b = -1, c = -1$ (E) $b = 1, c = 1$

15. 确定两人从 A 地出发经过 B, C, 沿逆时针方向行走一圈回到 A 地的方案 (如图)。若从 A 地出发时每人均可选大路或公路, 经过 B, C 时, 至多有一人可以更改道路, 则不同的方案有 $()$



- (A) 16 种 (B) 24 种 (C) 36 种 (D) 48 种 (E) 64 种

二、条件充分性判断: 第 16~25 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 要求判断每题给出的条件 (1) 和条 (2) 能否充分支持题干所陈述的结论. A、B、C、D、E 五个选项为判断结果, 请选择一项符合试题要求的判断, 在答题卡上将所选项的字母涂黑.

- (A) 条件 (1) 充分, 但条件 (2) 不充分.
(B) 条件 (2) 充分, 但条件 (1) 不充分.
(C) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 但条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分.
(D) 条件 (1) 充分, 条件 (2) 也充分.
(E) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分.

16. 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$, 则方程 $f(x) = 0$ 有两个不同实根。

- (1) $a + c = 0$ (2) $a + b + c = 0$

17. ΔABC 的边长分别为 a, b, c , 则 ΔABC 为直角三角形,

(1) $(c^2 - a^2 - b^2)(a^2 - b^2) = 0$

(2) ΔABC 的面积为 $\frac{1}{2}ab$

18. $p = mq + 1$ 为质数。

(1) m 为正整数, q 为质数。

(2) m, q 均为质数。

19. 已知平面区域:

$D_1 = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 9\}, D_2 = \{(x, y) | (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \leq 9\}$, D_1, D_2 覆盖区域的边界长度为 8π

(1) $x_0^2 + y_0^2 = 9$

(2) $x_0 + y_0 = 3$.

20. 三个科室的人数分别为 6, 3 和 2, 因工作需要, 每晚需要安排 3 人值班, 则在两个月中可使每晚的值班人员不完全相同。

(1) 值班人员不能来自同一科室

(2) 值班人员来自三个不同科室

21. 在一个库房中安装了 n 个烟火感应报警器, 每个报警器遇到烟火成功报警的概率均为 p , 该库房遇烟火发出警报的概率达到 0.999.

(1) $n = 3, p = 0.9$

(2) $n = 2, p = 0.97$

22. 已知 a, b 是实数, 则 $|a| \leq 1, |b| \leq 1$

(1) $|a + b| \leq 1$, (2) $|a - b| \leq 1$,

23. 某单位年终共发了 100 万元奖金，奖金金额分别是一等奖 1.5 万元，二等奖 1 万元，三等奖 0.5 万元，则该单位至少有 100 人

(1) 得二等奖的人数最多

(2) 得三等奖的人数最多

24. 设 x, y, z 为非零实数，则 $\frac{2x+3y-4z}{-x+y-2z}=1$ 。

(1) $3x-2y=0$

(2) $2y-z=0$

25. 设 $a_1=1, a_2=k, \dots, a_{n+1}=|a_n-a_{n-1}| (n \geq 2)$ 。则 $a_{100}+a_{101}+a_{102}=2$ 。

(1) $k=2$ 。

(2) k 是小于 20 的正整数。

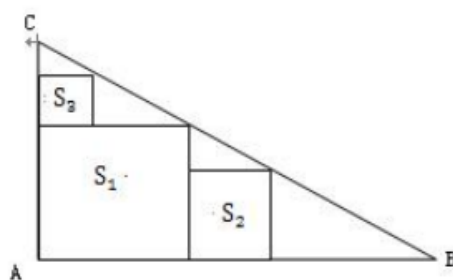
2012 年 1 月真题

一、问题求解：第 1~15 小题，每小题三分，共 45 分。下列每题给出的 A、B、C、D、E 五个选项中，只有一项是符合试题要求的。请在答题卡上将所选的字母涂黑。

1. 某商品的定价为 200 元，受金融危机的影响，连续两次降价 20% 后的售价为 ()

- (A) 114 元 (B) 120 元 (C) 128 元 (D) 144 元 (E) 160 元

2. 如图, $\triangle ABC$ 是直角三角形, $S_1S_2S_3$ 为正方形, 已知 a, b, c 分别是 $S_1S_2S_3$ 的边长, 则 ()



- (A) $a = b + c$ (B) $a^2 = b^2 + c^2$ (C) $a^2 = 2b^2 + 2c^2$
(D) $a^3 = b^3 + c^3$ (E) $a^3 = 2b^3 + 2c^3$

3. 如图, 一个储物罐的下半部分的底面直径与高均是 20m 的圆柱形, 上半部分 (顶部) 是半球形, 已知底面与顶部的造价是 400 元/ m^2 , 侧面的造价是 300 元/ m^2 , 该储物罐的造价是 ($\pi \approx 3.14$) ()



- (A) 56.52 万元 (B) 62.8 万元 (C) 75.36 万元 (D) 87.92 万元 (E) 100.48 万元

4. 在一次商品促销活动中, 主持人出示一个 9 位数, 让顾客猜测商品的价格, 商品的价格是

该 9 位数中从左到右相邻的 3 个数字组成的 3 位数，若主持人出示的是 513535319，则顾客一次猜中价格的概率是 ()

- (A) $\frac{1}{7}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{2}{7}$ (E) $\frac{1}{3}$

5. 某商店经营 15 种商品，每次在橱窗内陈列 5 种，若每两次陈列的商品不完全相同，则最多可陈列 ()

- (A) 3000 次 (B) 3003 次 (C) 4000 次 (D) 4003 次 (E) 4300 次

6. 甲、乙、丙三个地区的公务员参加一次测评，其人数和考分情况如下表：

分数 \ 人数	6	7	8	9
甲	10	10	10	10
乙	15	15	10	20
丙	10	10	15	15

三个地区按平均分由高到低的排名顺序为 ()

- (A) 乙、丙、甲 (B) 乙、甲、丙 (C) 甲、丙、乙
(D) 丙、甲、乙 (E) 丙、乙、甲

7. 经统计，某机场的一个安检口每天中午办理安检手续的乘客人数及相应的概率如下表：

乘客人数	0~5	6~10	11~15	16~20	21~25	25 以上
概率	0.1	0.2	0.2	0.25	0.2	0.05

该安检口 2 天中至少有 1 天中午办理安检手续的乘客人数超过 15 的概率是 ()

- (A) 0.2 (B) 0.25 (C) 0.4 (D) 0.5 (E) 0.75

8. 某人在保险柜中存放了 M 元现金，第一天取出它的 $\frac{2}{3}$ ，以后每天取出前一天所取的 $\frac{1}{3}$ ，共取了 7 次，保险柜中剩余的现金为 ()

- (A) $\frac{M}{3^7}$ 元 (B) $\frac{M}{3^6}$ 元 (C) $\frac{2M}{3^6}$ 元 (D) $[1-(\frac{2}{3})^7]M$ 元 (E) $[1-7 \times (\frac{2}{3})^7]M$ 元

9. 在直角坐标系中, 若平面区域 D 中所有点的坐标 (x, y) 均满足: $0 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 6$

$|y-x| \leq 3, x^2 + y^2 \geq 9$, 则 D 的面积是 ()

(A) $\frac{9}{4}(1+4\pi)$

(B) $9(4-\frac{\pi}{4})$

(C) $9(3-\frac{\pi}{4})$

(D) $\frac{9}{4}(2+\pi)$

(E) $\frac{9}{4}(1+\pi)$

10. 某单位春季植树 100 棵, 前 2 天安排乙组植树, 其余任务由甲、乙两组用 3 天完成, 已知甲组每天比乙组多植树 4 棵, 则甲组每天植树 ()

(A) 11 棵

(B) 12 棵

(C) 13 棵

(D) 15 棵

(E) 17 棵

11. 在两队进行的羽毛球对抗赛中, 每队派出 3 男 2 女共 5 名运动员进行 5 局单打比赛。如果女子比赛安排在第二和第四局进行, 则每队队员的不同出场顺序有 ()

(A) 12 种

(B) 10 种

(C) 8 种

(D) 6 种

(E) 4 种

12. 若 $x^3 + x^2 + ax + b$ 能被 $x^2 - 3x + 2$ 整除, 则 ()

(A) $a=4, b=4$

(B) $a=-4, b=-4$

(C) $a=10, b=-8$

(D) $a=-10, b=8$

(E) $a=-2, b=0$

13. 某公司计划运送 180 台电视机和 110 台洗衣机下乡, 现有两种货车, 甲种货车每辆最多可载 40 台电视机和 10 台洗衣机, 乙种货车每辆最多可载 20 台电视机和 20 台洗衣机, 已知甲、乙两种货车的租金分别是每辆 400 元和 360 元, 则最少的运费是 ()

(A) 2560 元

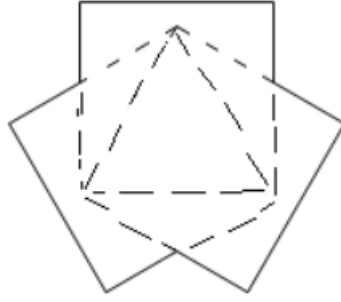
(B) 2600 元

(C) 2640 元

(D) 2680 元

(E) 2720 元

14. 如图, 三个边长为 1 的正方形所覆盖区域 (实线所围) 的面积为 ()



- (A) $3-\sqrt{2}$ (B) $3-\frac{3\sqrt{2}}{4}$ (C) $3-\sqrt{3}$ (D) $3-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (E) $3-\frac{3\sqrt{3}}{4}$

15. 在一次捐赠活动中, 某市将捐赠的物品打包成件, 其中帐篷和食品共 320 件, 帐篷比食品多 80 件, 则帐篷的件数是 ()

- (A) 180 (B) 200 (C) 220 (D) 240 (E) 260

二、条件充分性判断: 第 16~25 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 要求判断每题给出的条件 (1) 和条件 (2) 能否充分支持题干所陈述的结论. A、B、C、D、E 五个选项为判断结果, 请选择一项符合试题要求的判断, 在答题卡上将所选项的字母涂黑.

- (A) 条件 (1) 充分, 但条件 (2) 不充分.
 (B) 条件 (2) 充分, 但条件 (1) 不充分.
 (C) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 但条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分.
 (D) 条件 (1) 充分, 条件 (2) 也充分.
 (E) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分.

16. 一元二次方程 $x^2 + bx + 1 = 0$ 有两个不同实根.

- (1) $b < -2$
 (2) $b > 2$

17. 已知 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 分别为等比数列与等差数列, $a_1 = b_1 = 1$, 则 $b_2 \geq a_2$

- (1) $a_2 > 0$ (2) $a_{10} = b_{10}$

18. 直线 $y = ax + b$ 过第二象限。

(1) $a = -1, b = 1$

(2) $a = 1, b = -1$

19. 某产品由两道独立工序加工完成, 则该产品是合格品的概率大于 0.8.

(1) 每道工序的合格率为 0.81.

(2) 每道工序的合格率为 0.9.

20. 已知 m, n 是正整数, 则 m 是偶数.

(1) $3m + 2n$ 是偶数

(2) $3m^2 + 2n^2$ 是偶数

21. 已知 a, b 是实数, 则 $a > b$

(1) $a^2 > b^2$

(2) $a^2 > b$

22. 在某次考试中, 3 道题中答对 2 道即为及格. 假设某人答对各题的概率相同, 则此人及格的概率是 $\frac{20}{27}$ 。

(1) 答对各题的概率均为 $\frac{2}{3}$

(2) 3 道题全部答错的概率为 $\frac{1}{27}$

23. 已知三种水果的平均价格为 10 元/千克, 则每种水果的价格均不超过 18 元/千克。

(1) 三种水果中价格最低的为 6 元/千克。

(2) 购买重量分别是 1 千克、1 千克和 2 千克的三种水果共用了 46 元。

24. 某户要建一个长方形的羊栏, 则羊栏的面积大于 $500m^2$.

(1) 羊栏的周长为 $120m$.

(2) 羊栏对角线的长不超过 $50m$.

25. 直线 $y = x + b$ 是抛物线 $y = x^2 + a$ 的切线。

(1) $y = x + b$ 与 $y = x^2 + a$ 有且仅有一个交点。

(2) $x^2 - x \geq b - a (x \in R)$

2011 年 1 月真题

一、问题求解：第 1~15 小题，每小题 3 分，共 45 分，下列每题给出的 A、B、C、D、E 五个选项，只有一项是符合试题要求的，请在答题卡上将所选项的字母涂黑。

1. 已知船在静水中的速度为 $28\text{km}/h$ ，河水的流速为 $2\text{km}/h$ 。则此船在相距 78km 的两地间往返一次所需时间是（ ）

- A. $5.9h$ B. $5.6h$ C. $5.4h$ D. $4.4h$ E. $4h$

2. 若实数 a, b, c 满足 $|a-3| + \sqrt{3b+5} + (5c-4)^2 = 0$ ，则 $abc =$ （ ）

- A. -4 B. $-\frac{5}{3}$ C. $-\frac{4}{3}$ D. $\frac{4}{5}$ E. 3

3. 某年级 60 名学生中，有 30 人参加合唱团，45 人参加运动队，其中参加合唱团而未参加运动队的有 8 人，则参加运动队而未参加合唱团的有（ ）

- A. 15 人 B. 22 人 C. 23 人 D. 30 人 E. 37 人

4. 现有一个半径为 R 的球体，拟用刨床将其加工成正方体，则能加工成的最大正方体的体积是（ ）

- A. $\frac{8}{3}R^3$ B. $\frac{8\sqrt{3}}{9}R^3$ C. $\frac{4}{3}R^3$ D. $\frac{1}{3}R^3$ E. $\frac{\sqrt{3}}{9}R^3$

5. 2007 年，某市的全年研究与试验发展 ($R\&D$) 经费支出 300 亿元，比 2006 年增长 20%，该市的 GDP 为 10000 亿元，比 2006 年增长 10%，2006 年，该市的 $R\&D$ 经费支出占当年 GDP 的（ ）

- A. 1.75% B. 2% C. 2.5% D. 2.75% E. 3%

6. 现从 5 名管理专业、4 名经济专业和 1 名财会专业的学生中随机派出一个 3 人小组，则该小组中 3 个专业各有 1 名学生的概率为（ ）

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{5}$ E. $\frac{1}{6}$

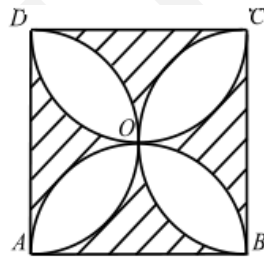
7. 一所四年制大学每年的毕业生七月份离校,新生九月份入学。该校 2001 年招生 2000 名,之后每年比上一年多招 200 名,则该校 2007 年九月底的在校学生有 ()

- A. 14000 名 B. 11600 名 C. 9000 名 D. 6200 名 E. 3200 名

8. 将 2 个红球与 1 个白球随机地放入甲、乙、丙三个盒子中,则乙盒中至少有 1 个红球的概率为 ()

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{8}{27}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{5}{9}$ E. $\frac{17}{27}$

9. 如图,四边形 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形,弧 AOB, BOC, COD, DOA 均为半圆,则阴影部分的面积为 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $1 - \frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{2} - 1$ E. $2 - \frac{\pi}{2}$

10. 3 个 3 口之家一起观看演出,他们购买了同一排的 9 张连坐票,则每一家的人都坐在一起的不同坐法有 ()

- A. $(3!)^2$ 种 B. $(3!)^3$ 种 C. $3(3!)^3$ 种 D. $(3!)^4$ 种 E. $9!$ 种

11. 设 P 是圆 $x^2 + y^2 = 2$ 上的一点,该圆在点 P 的切线平行于直线 $x + y + 2 = 0$,则点 P 的坐标为 ()

- A. $(-1, 1)$ B. $(1, -1)$ C. $(0, \sqrt{2})$ D. $(\sqrt{2}, 0)$ E. $(1, 1)$

12. 设 a, b, c 是小于 12 的三个不同的质数(素数),且 $|a-b| + |b-c| + |c-a| = 8$,则 $a+b+c =$ ()

- A. 10 B. 12 C. 14 D. 15 E. 19

13. 在年底的献爱心活动中, 某单位共有 100 人参加捐款。经统计, 捐款总额是 19000 元, 个人捐款数额有 100 元、500 元和 2000 元三种。该单位捐款 500 元的人数为 ()

- A. 13 B. 18 C. 25 D. 30 E. 38

14. 某施工队承担了开凿一条长为 2400m 隧道的工程, 在掘进了 400m 后, 由于改进了施工工艺, 每天比原计划多掘进 2m, 最后提前 50 天完成了施工任务。原计划施工工期是 ()

- A. 200 天 B. 240 天 C. 250 天 D. 300 天 E. 350 天

15. 已知 $x^2 + y^2 = 9, xy = 4$, 则 $\frac{x+y}{x^3 + y^3 + x + y} = ()$

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{13}$ E. $\frac{1}{14}$

二、条件充分性判断: 第 16~25 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 要求判断每题给出的条件 (1) 和条件 (2) 能否充分支持题干所陈述的结论. A、B、C、D、E 五个选项为判断结果, 请选择一项符合试题要求的判断, 在答题卡上将所选项的字母涂黑.

- (A) 条件 (1) 充分, 但条件 (2) 不充分.
(B) 条件 (2) 充分, 但条件 (1) 不充分.
(C) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 但条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分.
(D) 条件 (1) 充分, 条件 (2) 也充分.
(E) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分.

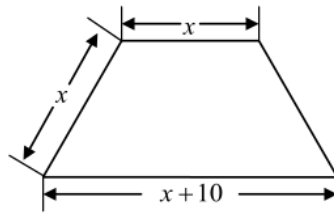
16. 实数 a, b, c 成等差数列。

- (1) e^a, e^b, e^c 成等比数列
(2) $\ln a, \ln b, \ln c$ 实

17. 在一次英语考试中, 某班的及格率为 80%。

- (1) 男生及格率为 70%, 女生及格率为 90%
(2) 男生的平均分与女生的平均分相等

18. 如图，等腰梯形的上底与腰均为 x ，下底为 $x+10$ ，则 $x=13$ 。



(1) 该梯形的上底与下底之比为 $13:23$

(2) 该梯形的面积为 216

19. 现有 3 名男生和 2 名女生参加面试。则面试的排序法有 24 种。

(1) 第一位面试的是女生

(2) 第二位面试的是指定的某位男生

20. 已知三角形 ABC 的三条边长分别为 a, b, c 。则三角形 ABC 是等腰直角三角形。

(1) $(a-b)(c^2 - a^2 - b^2) = 0$

(2) $c = \sqrt{2}b$

21. 直线 $ax + by + 3 = 0$ 被圆 $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$ 截得的线段长度为 $2\sqrt{3}$ 。

(1) $a = 0, b = -1$

(2) $a = -1, b = 0$

22. 已知实数 a, b, c, d 满足 $a^2 + b^2 = 1, c^2 + d^2 = 1$ ，则 $|ac + bd| < 1$ 。

(1) 直线 $ax + by = 1$ 与 $cx + dy = 1$ 仅有一个交点

(2) $a \neq c, b \neq d$

23. 某年级共有 8 个班。在一次年级考试中，共有 21 名学生不及格，每班不及格的学生最多有 3 名，则(一)班至少有 1 名学生不及格。

(1) (二)班的不及格人数多于(三)班

(2) (四)班不及格的学生有 2 名

24. 现有一批文字材料需要打印, 两台新型打印机单独完成此任务分别需要4小时与5小时, 两台旧型打印机单独完成此任务分别需要9小时与11小时, 则能在2.5小时内完成此任务。

- (1) 安排两台新型打印机同时打印
- (2) 安排一台新型打印机与两台旧型打印机同时打印

25. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, 则该数列的公差为零。

- (1) 对任何正整数 n , 都有 $a_1 + a_2 + \cdots + a_n \leq n$
- (2) $a_2 \geq a_1$

2010 年 1 月真题

一、问题求解：第 1~15 小题，每小题 3 分，共 45 分。下列每题给出的 A、B、C、D、E 五个选项中，有一项是符合试题要求的。请在答题卡上将所选项的字母涂黑。

1. 电影开演时观众中女士与男士人数之比为 5:4，开演后无观众入场，放映一个小时后，女士的 20%，男士的 15%离场，则此时在场的女士与男士人数之比为（ ）。

- (A) 4:5 (B) 1:1 (C) 5:4 (D) 20:17 (E) 85:64

2. 某商品的成本为 240 元，若按该商品标价的 8 折出售，利润率是 15%，则该商品的标价为（ ）。

- (A) 276 元 (B) 331 元 (C) 345 元 (D) 360 元 (E) 400 元

3. 三名小孩中有一名学龄前儿童（年龄不足 6 岁），他们的年龄都是质数（素数），且依次相差 6 岁，他们的年龄之和为（ ）。

- (A) 21 (B) 27 (C) 33 (D) 39 (E) 51

4. 在右边的表格中，每行为等差数列，每列为等比数列，则 $x + y + z =$ （ ）。

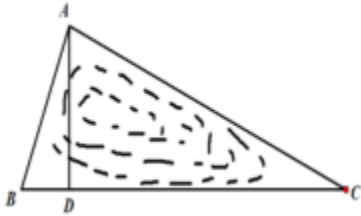
2	$\frac{5}{2}$	3
x	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$
a	y	$\frac{3}{4}$
b	c	z

- (A) 2 (B) $\frac{5}{2}$ (C) 3 (D) $\frac{7}{2}$ (E) 4

5. 某商店举行店庆活动，顾客消费达到一定数量后，可以在 4 种赠品中随机选取 2 个不同的赠品，任意两位顾客所选赠品中，恰有 1 件品种相同的概率是（ ）。

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{2}{3}$

6. 如图，在直角三角形 ABC 区域内部有座山，现计划从 BC 边上某点 D 开凿一条隧道到点 A ，要求隧道长度最短，已知 AB 长为 5km ， AC 长为 12km ，则所开凿的隧道 AD 的长度约为（ ）。



- (A) 4.12km (B) 4.22km (C) 4.42km (D) 4.62km (E) 4.92km
7. 多项式 $x^3 + ax^2 + bx - 6$ 的两个因式是 $x-1$ 和 $x-2$ ，则第三个一次因式为（ ）。
- (A) $x-6$ (B) $x-3$ (C) $x+1$ (D) $x+2$ (E) $x+3$
8. 某公司的员工中，拥有本科毕业证，计算机等级证，汽车驾驶证的人数分别为 130, 110, 90，又知只有一种证的人数为 140，三证齐全的人数为 30，则恰有双证的人数为（ ）。
- (A) 45 (B) 50 (C) 52 (D) 65 (E) 100
9. 甲商店销售某种商品，该商品的进价每件 90 元，若每件定为 100 元，则一天内能售出 500 件，在此基础上，定价每增 1 元，一天能少售出 10 件，要使甲商店获得最大利润，则该商品的定价应（ ）。
- (A) 115 元 (B) 120 元 (C) 125 元 (D) 130 元 (E) 135 元
10. 已知直线 $ax - by + 3 = 0 (a > 0, b > 0)$ 过圆 $x^2 + 4x + y^2 - 2y + 1 = 0$ 的圆心，则 ab 的最大值为（ ）。
- (A) $\frac{9}{16}$ (B) $\frac{11}{16}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{9}{8}$ (E) $\frac{9}{4}$
11. 某大学派出 5 名志愿者到西部 4 所中学支教，若每所中学至少有一名志愿者，则不同的分配方案共有（ ）。
- (A) 240 种 (B) 144 种 (C) 120 种 (D) 60 种 (E) 24 种

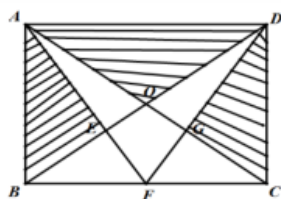
12. 某装置的启动密码是由 0 到 9 中的 3 个不同数字组成, 连续 3 次输入错误密码, 就会导致该装置永久关闭, 一个仅记得密码是由 3 个不同数字组成的人能够启动此装置的概率为 ().

- (A) $\frac{1}{120}$ (B) $\frac{1}{168}$ (C) $\frac{1}{240}$ (D) $\frac{1}{720}$ (E) $\frac{3}{1000}$

13. 某居民小区决定投资 15 万元修建停车位, 据测算, 修建一个室内的车位费用为 5000 元, 修建一个室外车位的费用为 1000 元, 考虑到实际因素, 计划室外车位的数量不少于室内车位的 2 倍, 也不多于室内车位的 3 倍, 这笔投资最多可建车位的数量为 ().

- (A) 78 (B) 74 (C) 72 (D) 70 (E) 66

14. 如图, 长方形 $ABCD$ 的两边分别为 $8m$ 和 $6m$, 四边形 $OEFG$ 的面积是 $4m^2$, 则阴影部分的面积为 ().



- (A) $32m^2$ (B) $28m^2$ (C) $24m^2$ (D) $20m^2$ (E) $16m^2$

15. 在一次竞猜活动中, 设有 5 关, 如果连续通过 2 关就算闯关成功, 小王通过每关的概率都是 $\frac{1}{2}$, 他闯关成功的概率为 ().

- (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{3}{8}$ (D) $\frac{4}{8}$ (E) $\frac{19}{32}$

二、条件充分性判断: 第 16~25 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 要求判断每题给出的条件 (1) 和条件 (2) 能否充分支持题干所陈述的结论. A、B、C、D、E 五个选项为判断结果, 请选择一项符合试题要求的判断, 在答题卡上将所选项的字母涂黑.

- (A) 条件 (1) 充分, 但条件 (2) 不充分.

-
- (B) 条件 (2) 充分, 但条件 (1) 不充分.
- (C) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 但条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分.
- (D) 条件 (1) 充分, 条件 (2) 也充分.
- (E) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分.

16. $a|a-b| \geq |a|(a-b).$

- (1) 实数 $a > 0$.
- (2) 实数 a, b 满足 $a > b$.

17. 有偶数位来宾.

- (1) 聚会时所有来宾都被安排坐在一张圆桌周围, 且每位来宾与其邻座性别不同.
- (2) 聚会时男宾人数是女宾人数的两倍.

18. 售出一件甲商品比售出一件乙商品利润要高.

- (1) 售出 5 件甲商品, 4 件乙商品共获利 50 元.
- (2) 售出 4 件甲商品, 5 件乙商品共获利 47 元.

19. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 公差为 d , $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 12$, 则 $a_4 = 0$.

- (1) $d = -2$.
- (2) $a_2 + a_4 = 4$.

20. 甲企业今年人均成本是去年的 60%.

- (1) 甲企业今年总成本比去年减少 25%, 员工人数增加 25%.
- (2) 甲企业今年总成本比去年减少 28%, 员工人数增加 20%.

21. 该股票涨了.

- (1) 某股票连续三天涨 10% 后, 又连续三天跌 10%.
- (2) 某股票连续三天跌 10% 后, 又连续三天涨 10%.

22. 某班有 50 名学生，其中女生 26 名，已知在某次选拔测试中，有 27 名学生未通过，则有 9 名男生通过.

- (1) 在通过的学生中，女生比男生多 5 人.
- (2) 在男生中未通过的人数比通过的人数多 6 人.

23. 甲企业一年的总产值为 $\frac{a}{p}[(1+p)^{12}-1]$.

- (1) 甲企业一月份的产值为 a ，以后每月产值的增长率为 p .
- (2) 甲企业一月份的产值为 $\frac{a}{2}$ ，以后每月产值的增长率为 $2p$ 。

24. 设 a, b 为非负实数，则 $a+b \leq \frac{5}{4}$ 。

- (1) $ab \leq \frac{1}{16}$.
- (2) $a^2 + b^2 \leq 1$.

25. 如图 3，在三角形 ABC 中，已知 $EF \parallel BC$ ，则三角形 AEF 的面积等于梯形 $EBCF$ 的面积.

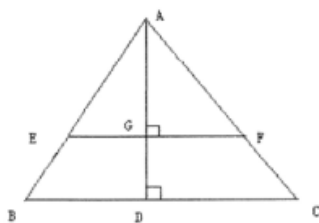


图 3

- (1) $|AG| = 2|GD|$.
- (2) $|BC| = \sqrt{2}|EF|$.

2009 年 1 月真题

一、问题求解：第 1~15 小题，每小题 3 分，共 45 分。下列每题给出的 A、B、C、D、E 五个选项中，有一项是符合试题要求的。请在答题卡上将所选项的字母涂黑。

1. 一家商店为回收资金，把甲、乙两件商品均以 480 元一件卖出，已知甲商品赚了 20%，乙商品亏了 20%，则商店盈亏结果为（ ）。

- (A) 不亏不赚 (B) 亏了 50 元 (C) 赚了 50 元 (D) 赚了 40 元 (E) 亏了 40 元

2. 某国参加北京奥运会的男女运动员比例原为 19:12，由于先增加若干名女运动员，使男女运动员比例变为 20:13，后又增加了若干名男运动员，于是男女运动员比例最终变为 30:19。如果后增加的男运动员比先增加的女运动员多 3 人，则最后运动员的总人数为（ ）。

- (A) 686 (B) 637 (C) 700 (D) 661 (E) 600

3. 某工厂定期购买一种原料，已知该厂每天需用该原料 6 吨，每吨价格 1800 元。原料的保管费用平均每吨 3 元，每次购买原料支付运费 900 元。若该厂要使平均每天支付的总费用最省，则应该每（ ）天购买一次原料。

- (A) 11 (B) 10 (C) 9 (D) 8 (E) 7

4. 在某实验中，三个试管各盛水若干克，现将浓度为 12% 的盐水 10 克倒入 A 管中，混合后，取 10 克倒入 B 管中，混合后再取 10 克倒入 C 管中，结果 A、B、C 三个试管中盐水的浓度分别为 6%、2%、0.5%，那么三个试管中原来盛水最多的试管及其盛水量各是（ ）。

- (A) A 试管，10 克 (B) B 试管，20 克 (C) C 试管，30 克
(D) B 试管，40 克 (E) C 试管，50 克

5. 一艘轮船往返航行于甲、乙两码头之间，船在静水中的速度不变，则当这条河的水流速度增加 50% 时，往返一次所需的时间比原来将（ ）。

- (A) 增加 (B) 减少半小时 (C) 不变 (D) 减少 1 小时 (E) 无法判断

6. 方程 $|x - |2x + 1|| = 4$ 的根是 ().

- (A) $x = -5$ 或 $x = 1$ (B) $x = 5$ 或 $x = -1$ (C) $x = 3$ 或 $x = -\frac{5}{3}$
(D) $x = -3$ 或 $x = \frac{5}{3}$ (E) 不存在

7. $3x^2 + bx + c = 0 (c \neq 0)$ 的两个根为 α 、 β ，如果有以 $\alpha + \beta$ 、 $\alpha\beta$ 为根的一元二次方程 $3x^2 - bx + c = 0$ ，则 b 和 c 分别为 ().

- (A) 2, 6 (B) 3, 4 (C) -2, -6 (D) -3, -6 (E) 以上结论均不正确

8. 若 $(1+x) + (1+x)^2 + \cdots + (1+x)^n = a_1(x-1) + 2a_2(x-1)^2 + \cdots + na_n(x-1)^n$ 则式子 $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + na_n = ()$

- (A) $\frac{3^n - 1}{2}$ (B) $\frac{3^{n+1} - 1}{2}$ (C) $\frac{3^{n+1} - 3}{2}$ (D) $\frac{3^n - 3}{2}$ (E) $\frac{3^n - 3}{4}$

9. 在 36 人中，血型情况如下：A 型 12 人，B 型 10 人，AB 型 8 人，O 型 6 人. 若从中随机选出两人，则两人血型相同的概率是 ().

- (A) $\frac{77}{315}$ (B) $\frac{44}{315}$ (C) $\frac{33}{315}$ (D) $\frac{9}{122}$ (E) 以上结论均不正确

10. 湖中有四个小岛，它们的位置恰好近似构成正方形的四个顶点. 若要修建三座桥将这四个小岛连接起来，则不同的建桥方案有 () 种.

- (A) 12 (B) 16 (C) 13 (D) 20 (E) 24

11. 若数列 $\{a_n\}$ 中， $a_n \neq 0 (n \geq 1)$, $a_1 = \frac{1}{2}$ ，前 n 项和 S_n 满足 $a_n = \frac{2S_n^2}{2S_n - 1} (n \geq 2)$ ，则 $\{\frac{1}{S_n}\}$ 是 ().

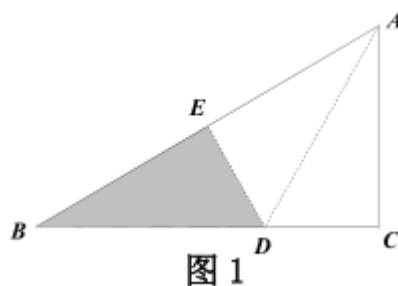
- (A) 首项为 2，公比为 $\frac{1}{2}$ 的等比数列
(B) 首项为 2，公比为 2 的等比数列
(C) 既非等差也非等比数列

(D) 首项为2, 公差为 $\frac{1}{2}$ 的等差数列

(E) 首项为2, 公差为2的等差数列

12. 直角三角形 ABC 的斜边 $AB=13$ 厘米, 直角边 $AC=5$ 厘米, 把 AC 对折到 AB 上去与斜边重合, 点 C 与点 E 重合, 折痕为 AD (如图1), 则图中阴影部分的面积为() 平方厘米.

- (A) 20 (B) $\frac{40}{3}$ (C) $\frac{38}{3}$ (D) 14 (E) 12



13. 设直线 $nx+(n+1)y=$ (n 为正整数) 与两坐标轴围成的三角形面积为 S_n ($n=1, 2, \dots, 20$), 则 $S_1+S_2+\dots+S_{2009}=()$.

- (A) $\frac{1}{2} \times \frac{2009}{2008}$ (B) $\frac{1}{2} \times \frac{2008}{2009}$ (C) $\frac{1}{2} \times \frac{2009}{2010}$ (D) $\frac{1}{2} \times \frac{2010}{2009}$ (E) 以上结论均不正确

14. 若圆 $C:(x+1)^2+(y-1)^2=1$ 与 x 轴交于 A 点, 与 y 轴交于 B 点, 则与此圆相切于劣弧 AB 中点 M (注: 小于半圆的弧称为劣弧) 的切线方程是() .

- (A) $y=x+2-\sqrt{2}$ (B) $y=x+1-\frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) $y=x-1+\frac{1}{\sqrt{2}}$
(D) $y=x-2+\sqrt{2}$ (E) $y=x+1-\sqrt{2}$

15. 已知实数 a, b, x, y 满足 $y+\left|\sqrt{x}-\sqrt{2}\right|=1-a^2$ 和 $|x-2|=y-1-b^2$, 则 $3^{x+y}+3^{a+b}=()$.

- (A) 25 (B) 26 (C) 27 (D) 28 (E) 29

二、条件充分性判断：第 16~25 小题，每小题 3 分，共 30 分. 要求判断每题给出的条件 (1) 和条件 (2) 能否充分支持题干所陈述的结论. A、B、C、D、E 五个选项为判断结果，请选择一项符合试题要求的判断，在答题卡上将所选项的字母涂黑.

- (A) 条件 (1) 充分，但条件 (2) 不充分.
- (B) 条件 (2) 充分，但条件 (1) 不充分.
- (C) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分，但条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分.
- (D) 条件 (1) 充分，条件 (2) 也充分.
- (E) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分，条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分.

16. $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \cdots + a_n^2 = \frac{1}{3}(4^n - 1).$

- (1) 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2^n$
- (2) 在数列 $\{a_n\}$ 中，对任意正整数 n ，有 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = 2^n - 1$

17. A 企业的职工人数今年比前年增加了 30%.

- (1) A 企业的职工人数去年比前年减少了 20%
- (2) A 企业的职工人数今年比去年增加了 50%

18. $|\log_a x| > 1.$

- (1) $x \in [2, 4], \frac{1}{2} < a < 1$
- (2) $x \in [4, 6], 1 < a < 2$

19. 对于使 $\frac{ax+7}{bx+11}$ 有意义的一切 x 的值，这个分式为一个定值.

- (1) $7a - 11b = 0$
- (2) $11a - 7b = 0$

$$20. \frac{a^2 - b^2}{19a^2 + 96b^2} = \frac{1}{134}.$$

(1) a, b 均为实数, 且 $|a^2 - 2| + (a^2 - b^2 - 1)^2 = 0$

(2) a, b 均为实数, 且 $\frac{a^2 b^2}{a^4 - 2b^4} = 1$

$$21. 2a^2 - 5a - 2 + \frac{3}{a^2 + 1} = -1.$$

(1) a 是方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的根

(2) $|a| = 1$

$$22. \text{点}(s, t) \text{ 落入圆 } (x-a)^2 + (y-a)^2 = a^2 \text{ 内的概率是 } \frac{1}{4}.$$

(1) s, t 是连续掷一枚骰子两次所得到的点数, $a = 3$

(2) s, t 是连续掷一枚骰子两次所得到的点数, $a = 2$

$$23. (x^2 - 2x - 8)(2 - x)(2x - 2x^2 - 6) > 0.$$

(1) $x \in (-3, -2)$

(2) $x \in [2, 3]$

$$24. \text{圆 } (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4 \text{ 和直线 } (1+2\lambda)x + (1-\lambda)y - 3 - 3\lambda = 0 \text{ 相交于两点.}$$

(1) $\lambda = \frac{2\sqrt{3}}{5}$ (2) $\lambda = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

$$25. \{a_n\} \text{ 的前 } n \text{ 项和 } S_n \text{ 与 } \{b_n\} \text{ 的前 } n \text{ 项和 } T_n \text{ 满足 } S_{19} : T_{19} = 3 : 2.$$

(1) $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 是等差数列

(2) $a_{10} : b_{10} = 3 : 2$

2019 年 1 月真题解析

一、问题求解（本大题共 15 小题，每小题 3 分，共 45 分）下列每题给出 5 个选项中，只有一个符合要求的，请在答题卡上对所选择的字母涂黑。

1、【答案】C

解析：假设工作量为 10，则原来效率为 1：

后来工作 5 天，每天的效率： $\frac{10-3}{5} = \frac{7}{5} = 1.4$ ，

提高率： $\frac{1.4-1}{1} = 40\%$ 。

2、【答案】B

解析： $f(x) = 2x + \frac{a}{x^2} = x + x + \frac{a}{x^2} \geq 3\sqrt[3]{a}$ ， $3\sqrt[3]{a} = 12 \Rightarrow \sqrt[3]{a} = 4$ ，当且仅当 $x = \frac{a}{x^2}$ 时，

取得等号，此时 $x_0 = \sqrt[3]{a} = 4$

3、【答案】C

解析：男观众：3+4+5=12

女观众：3+4+6=13；男：女=12:13

4、【答案】D

解析：取特值 a=2，b=3

$$a^2 + b^2 = 13$$

5、【答案】E

解析：圆心 (5, 0) 关于直线的对称点坐标设为 (m, n)

$$\text{则有} \begin{cases} \frac{n-0}{m-5} = -\frac{1}{2} \\ \frac{n+0}{2} = 2 \cdot \frac{m+5}{2} \end{cases}, \text{解得: } m = -3, n = 4,$$

则对称圆的圆心坐标为 (-3, 4) 股选 E。

6、【答案】D

解析：设正方形边长为 m ，则有 $\frac{m}{3} \cdot 4 + 10 = \frac{m}{2} \cdot 3 + 1$ ，解得 $m = 54$ ；

则树苗共有： $\frac{54}{3} \cdot 4 + 10 = 82$ ，故选 D。

7、【答案】D

解析：总数： $C_6^1 C_5^2 = 60$ ，不符合条件的：甲取 3，乙取 12；甲取 4，乙取 12, 13；甲取 5，

乙取 12, 13, 14, 23；甲取 6，乙取 12, 13, 14, 15, 23, 24，； $p = \frac{60-13}{60} = \frac{47}{60}$

8、【答案】B

解析： $E_1 = \frac{90+92+94+88+86+95+87+89+91+93}{10} = 90.5$

$E_2 = \frac{94+88+96+93+90+85+84+80+82+98}{10} = 89.4$

语文成绩波动范围 86–95，数学成绩波动范围 80–98，很显然数学波动大。故选 B。

9、【答案】E

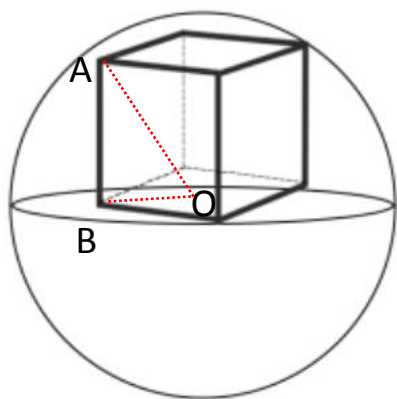
解析：正方体表面积最大，则说明正方体上面四个顶点都在圆上；

如图作辅助线，设正方体棱长为 m 。

则 $AB=m$ ，BO 是正方形对角线的一半， $BO = \frac{\sqrt{2}}{2}m$ ；

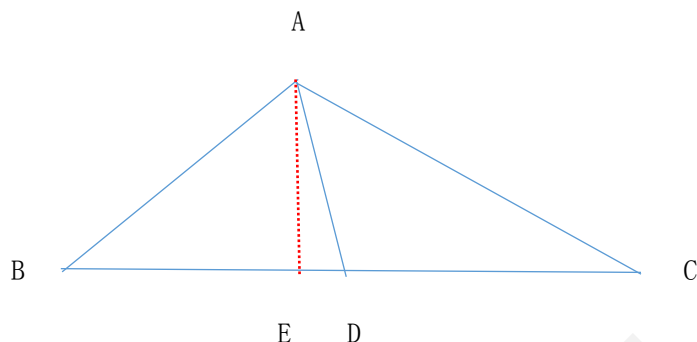
则在 $Rt\triangle ABO$ 中，勾股定理方程： $m^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}m\right)^2 = 3^2$ ，可得 $m^2 = 6$ ，则正方体表面积为

$6m^2 = 36$ ，故选 B。



10、【答案】B

解析：如图，作辅助线 $AE \perp BC$ 于 E，故选 B。



设 $BE=m$ ，则 $CE=8-m$ 勾股定理列方程： $4^2 - m^2 = 6^2 - (8-m)^2$ ，得 $m=BE=\frac{11}{4}$ ，则

$$AE = \sqrt{4^2 - \left(\frac{11}{4}\right)^2} = \frac{3\sqrt{15}}{4}, DE = \frac{5}{4}, \text{勾股定理: } AD = \sqrt{10}$$

11、【答案】E

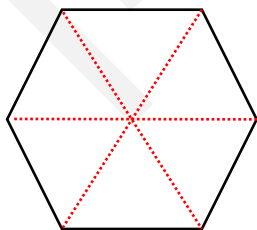
解析：设甲单独做 x 天完成，乙单独做 y 天完成，甲每天费用 m 元，乙每天费用 n 元，列方

$$\text{程组: } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{4}{x} + \frac{9}{y} = 1 \end{cases}, \begin{cases} 6m + 6n = 2.4 \\ 4m + 9n = 2.35 \end{cases}, \text{解得 } x=10, a=0.25, 10 \times 0.25=2.5, \text{ 故选 E.}$$

12、【答案】D

解析：正六边形的边长用勾股定理可求是 $\sqrt{2}$ ，每个等边三角形面积 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

则六边形的面积为 $3\sqrt{3}$



13、【答案】C

解析：S=vt，火车一小时行驶的距离就是梯形的面积，即： $\frac{0.6+1}{2} \cdot h = 72$ ， $h = 90$ 。

14、【答案】D

解析：先选学科 C_5^2 ，再从选中的两个学科中各选 1 人。

$$\text{即： } C_5^2 \cdot C_2^1 \cdot C_2^1 = 40$$

15、【答案】A

解析： $a_1 = 0$ ，令 $n = 1$ ，得 $a_2 = 1$ ；令 $n = 2$ ，得 $a_3 = 3$ ；令 $n = 3$ ，得 $a_4 = 7$ ，则可知：

$a_n = 2^{n-1} - 1$ ，那么 $a_{100} = 2^{99} - 1$ ，故选 A。

二、条件充分性判断

16 【答案】C

解析：三个数成等比数列，则可知单独肯定不成立；

联合两个条件：如果乙和丙数量相等，且大于 2，则甲比他们少 2 本，可确定。如果乙丙不等，利用等比性质也可确定甲数量。联合充分。

17、【答案】D

解析：获奖概率： $qp + (1-p)q + p(1-q) = q + q - qp$

条件（1） $p+q=1$ ，均值定理可得 $p+q \geq 2\sqrt{pq}$ ， $pq \leq \frac{1}{4}$ ，则 $q+q-qp \geq \frac{3}{4}$ ，充分

（2） $pq = \frac{1}{4}$ ，均值定理 $p+q \geq 2\sqrt{pq}$ ，可得 $p+q \geq 1$ ，则 $q+q-qp \geq \frac{3}{4}$ ，充分

18、【答案】A

解析： $\begin{cases} y=kx \\ x^2+y^2-4x+3=0 \end{cases}$ ， $(k^2+1)x^2-4x+3=0$ ， $\Delta=16-12(k^2+1) \geq 0$ ，

$-\frac{\sqrt{3}}{3} \leq k \leq \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，故条件（1）充分。

19、【答案】C

解析：单独不充分；联合：充分。完全平方数 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100

很显然是 16 $16+20=36$ 为完全平方数。

20、【答案】D

解析： $\Delta = a^2 - 4(b-1) = a^2 - 4b + 4$

条件（1）， $a+b=0$ ，代入得 $\Delta = (a+2)^2 \geq 0$ 充分；

条件（2）， $a-b=0$ ，代入得 $\Delta = (a-2)^2 \geq 0$ 充分；

21、【答案】B

解析：已知正方形的面积，则 $\triangle AOD$ 面积为正方形面积的一半可求，则 O 点位置在哪里无所谓；条件（1）无用。

P 是 AO 中点，则 $\triangle DOP$ 面积可求，是 $\triangle AOD$ 面积的一半，则当知道 Q 是 DO 的三等分点，可求 $\triangle PQD$ 是 $\triangle DOP$ 面积的 $\frac{1}{3}$

22、【答案】E

解析：单独显然不充分；

联合两个条件也不充分，例如除以 2 余 1，除以 3 也余 1 的有 7, 13, 19, 25，但是除以 5 的余数不确定。

23、【答案】C

解析：题干，物理系平均分没变

条件（1）数学系录取平均分升高了 3 分，生物系录取平均分降低了 2 分；不知道化学和地理，单独不充分。

条件化学系录取平均分升高了 1 分，地学系录取平均分降低了 4 分；不知道数学和生物，单独不充分。

联合充分。

24、【答案】A

解析：等差数列前 n 项和公式 $S_n = \frac{d}{2}n^2 + (a_1 - \frac{d}{2})n$ ，特点是不包含常数项。

25、【答案】A

解析： $\lg(x^2 + y^2) \leq 2$ ，则 $x^2 + y^2 \leq 100$

直线 $kx - y + 8 - 6k = 0$ 恒过定点 $(6, 8)$ 在上述圆的内部；

当 $k = -1$ 时直线 $x + 8y - 56 = 0$ 与 $kx - y + 8 - 6k = 0$ 交点为 $(8, 6)$ ，在圆的内部，符合条件。

当 $k < -1$ 时，仍然满足 $x^2 + y^2 < 100$ ，所以条件 (1) 充分。

2018 年 1 月真题解析

一、问题求解第 1~15 小题, 每小题 3 分共 45 分。下列每题给出的 A、B、C、D、E 五个选项中只有一个选项符合试题要求请在答题卡上将所选项的字母涂黑。

1. 【答案】B

【考点】比与比例

【解析】一等奖、二等奖和三等奖, 比例为 1:3:8, 已知 10 人获得一等奖, 则 30 人获得二等奖, 80 人获得三等奖。获奖人数一共 $10+30+80=120$ 人。获奖率为 30%, 总人数 $=120 \div 30\%=400$ 人。

2. 【答案】A

【考点】数据分析

【解析】男员工的平均龄: $(23+26+28+30+32+34+36+38+41) \div 9=32$

全体员工的平均年龄: $(23+26+28+30+32+34+36+38+41+23+25+27+27+29+31) \div 15=30$

3. 【答案】B

【考点】分段函数

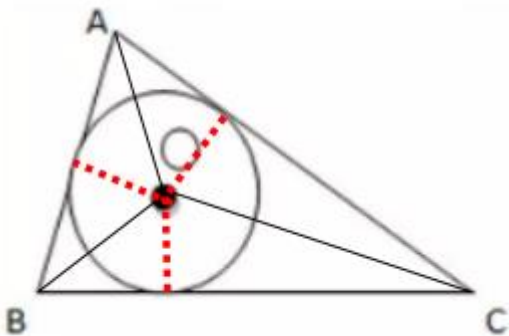
【解析】 $45\text{GB}=20\text{GB}+10\text{GB}+10\text{GB}+5\text{GB}$

费用 $=0+10 \times 1+10 \times 3+5 \times 5=65$ (元)

4. 【答案】A

【考点】平面图形

【解析】连接 OA, OB, OC; 作 3 条垂线段均为 r;



$$S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} AB \times r$$

$$S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} AC \times r$$

$$S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} BC \times r$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} (AB+AC+BC) \times r \quad C_{\triangle ABC} = AB+AC+BC$$

因为 $S_{\triangle ABC} : C_{\triangle ABC} = 1:2$, 所以 $\frac{1}{2} (AB+AC+BC) \times r : (AB+AC+BC) = 1:2$

可求出 $r=1$, 故圆的面积 $= \pi$ 。

5. 【答案】E

【考点】绝对值

【解析】 $|a^3 - b^3| = 26$ 可得: $|(a-b)(a^2 + ab + b^2)| = 26$, 又因为 $|a-b| = 2$, 可得:
 $|a^2 + ab + b^2| = 13$

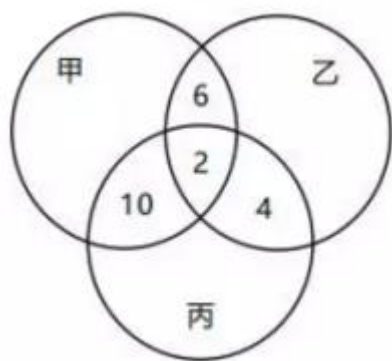
由 $|a-b| = 2$ 可得: $a^2 - 2ab + b^2 = 4$, $ab = \frac{(a^2 + b^2) - 4}{2}$, 代入上式

$|a^2 + \frac{(a^2 + b^2) - 4}{2} + b^2| = 13$, 设 $a^2 + b^2 = x$, 则 $|x + \frac{x}{2} - 2| = 13$ $x > 0$, 得 $x = 10$

6. 【答案】C

【考点】集合问题

【解析】



$$96 - 6 - 2 - 10 - 4 = 74.$$

7. 【答案】C

【考点】平行四边形

【解析】 $S_1 = 12$, $S_2 = 6$, $S_3 = 3, \dots$

首项 12，公比为 $\frac{1}{2}$ 的等比数列。 $S = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$ ， $a_1=12$ ， $1-q^n$ 当 n 无限大时， $q^n=0$

$$S = \frac{12 \times 1}{1 - \frac{1}{2}} = 24$$

8. 【答案】B

【考点】组合数

【解析】指定 2 张卡片为 1 组，剩余 4 张卡片分成 2 组： $\frac{C_4^2 C_2^2}{P_2^2} = 3$ ，依题意 6 张卡片 2

张一组，可以分为不同的 3 组，再把 3 组随机放到甲、乙、丙 3 个袋子里。 $3 \times P_3^3 = 3 \times 6 = 18$ 。

9. 【答案】C

【考点】概率

【解析】甲若赢得比赛，需要连胜 2 局： $0.6 \times 0.6 = 0.36$

10. 【答案】E

【考点】圆与直线的位置关系

【解析】设切线的解析式 $y=kx+b$ ， $\begin{cases} k+b=2 \\ b=3 \end{cases}$ ，得 $k=-1$ ；

圆心 $(0, a)$ 与切点 $(1, 2)$ 的连线垂直于切线，得 $\frac{2-a}{1-0} = 1$ ， $\therefore a=1$

\therefore 圆的方程： $x^2 + (y-1)^2 = b$

将 $(1, 2)$ 代入可得： $1+1=b$ ， $b=2$ ，故 $ab=1 \times 2=2$ 。

11. 【答案】D

【考点】组合数

【解析】4 名男运动员选 2 名： C_4^2 ，3 名女运动员选 2 名： C_3^2 ；

男 A，男 B，女 C，女 D 组成混双有 2 种情况：①（男 A，女 C），（男 B，女 D）②（男 A，女

D），（男 B，女 C）。故 $C_4^2 \times C_3^2 \times 2 = 36$ 。

12. 【答案】A

【考点】 概率

【解析】能被 5 整除的有：1+4, 1+9, 2+3, 2+8, 3+7, 4+6, 5+10, 6+9, 7+8, 共 9 种。

$$P = \frac{9}{C_{10}^2} = \frac{1}{5}$$

13. 【答案】C

【考点】组合数

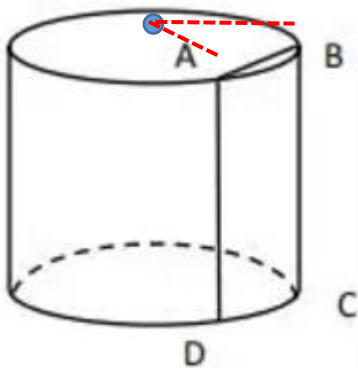
【解析】3个主任是错排，不去各自的部门一共两种情况；外聘3人是随机分配，是全排列。

$$2 \times P_3^3 = 12 \text{ 种}$$

14. 【答案】D

【考点】空间几何

【解析】



$$S_{\text{底面积}} = \pi r^2 = 4\pi, \quad S_{\text{扇形OAB}} = \frac{1}{6} S_{\text{底面积}} = \frac{2}{3} \pi, \quad S_{\triangle OAB} = \frac{\sqrt{3}}{4} r^2 = \sqrt{3}, \quad \text{则 } S_{\text{弓形AB}} = \frac{2}{3} \pi - \sqrt{3}$$

$$V_{Sh} = \left(\frac{2}{3} \pi - \sqrt{3} \right) \times 3 = 2\pi - 3\sqrt{3}$$

15. 【答案】 E

【考点】函数最值

【解析】 $f(x) = \max\{x^2, -x^2+8\}$, 当 $x^2 = -x^2+8$ 时, $x_1=2, x_2=-2$, 所以可得:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \geq 2) \\ -x^2 + 8 & (-2 \leq x \leq 2) \\ x^2 & (x \leq -2) \end{cases}, \therefore f(x) \text{ 的最小值为 } f(2) = f(-2) = 4.$$

二、条件充分性判断（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

解题说明：本大题要求判断所给出的条件能否充分支持题干中陈述的结论。阅读条件（1）和条件（2）后，请在答题卡上将所选项的字母涂黑。

- A: 条件（1）充分，但条件（2）不充分
 B: 条件（2）充分，但条件（1）不充分
 C: 条件（1）和（2）单独都不充分，但条件（1）和条件（2）联合起来充分
 D: 条件（1）充分，条件（2）也充分。
 E: 条件（1）和条件（2）单独都不充分，条件（1）和条件（2）联合起来也不充分。

16. 【答案】A

【考点】均值不等式

【解析】（1） $x^2 + y^2 \leq 2$ ， $2xy \leq x^2 + y^2 \leq 2$ ，则 $xy \leq 1$ 。

$|x+y| = \sqrt{(x+y)^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + 2xy} \leq \sqrt{2+2 \times 1} = 2$ ；故（1）充分

（2） x, y 正负不确定，则不充分。如 $x=-10, y=-\frac{1}{10}$ ，得 $|x+y| > 2$ 。

17. 【答案】B

【考点】等差数列

【解析】 $S_9 = \frac{9(a_1 + a_9)}{2}$ （1）不充分。

$S_9 = \frac{9(a_1 + a_9)}{2} = \frac{9 \times 2a_5}{2} = 9a_5$ ，条件（2）充分。

18. 【答案】D

【考点】不定方程

【解析】对于（1）， $3m+n=mn$ ， m, n 均为整数，可得 $m=2, n=6$ ； $m=4, n=4$ ； $m+n=8$ 成立。

对于（2）， $2m+n=mn$ ，均为整数，可得 $m=2, n=4$ ； $m=3, n=3$ ， $m+n=6$ 成立

19. 【答案】A

【考点】均值不等式

【解析】设甲、乙、丙分别为 x 、 y 、 z

条件(1) $x+z$ 已知,

$$y^2=xz;$$

$$x+z \geq 2\sqrt{xz},$$

$$\therefore xz \leq \left(\frac{x+z}{2}\right)^2,$$

$$\therefore y^2 \leq \left(\frac{x+z}{2}\right)^2$$

$$\therefore y \leq \frac{x+z}{2}, \text{ 能确定乙的最大值。}$$

条件(2) xz 已知, $y^2=xz$, 可求出 y 是固定值, 没有最大值。

20. 【答案】E。

【考点】方程组

【解析】由题干可设, 甲买 A 玩具 x 件, 乙买 B 玩具 y 件, A 玩具单价 m 元, B 玩具单价 n 元。 $mx-ny=-100$

$$(1) x+y=50$$

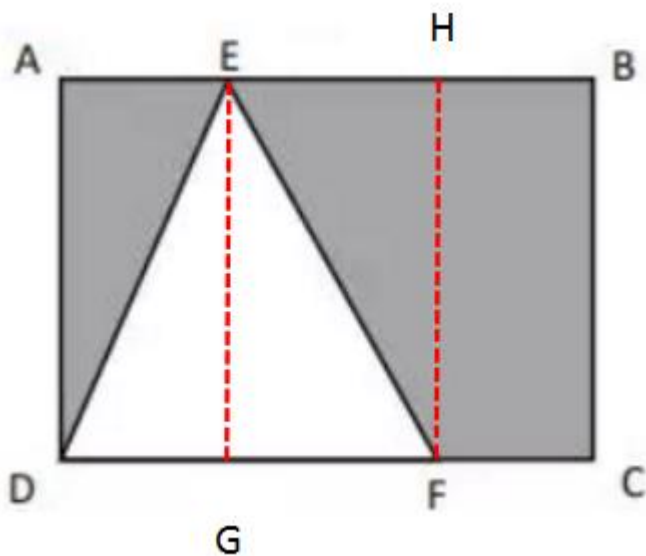
$$(2) m=2n$$

四个未知数, 三个方程, 显然解不出来。故选 E。

21. 【答案】D

【考点】平面图形

【解析】作 $EG \perp CD$, $FH \perp AB$,



(1) 题干 $AE=FC$, $EB=2FC$, 可得: $AE=FC=BH=EH$, 因为 $AD \parallel EG \parallel FH$, E 是 AH 中点, 可得 G 是 DE 中点。所以 $\triangle EDF$ 是等腰三角形。所以 $\angle AED = \angle EDF = \angle EFD$ 。

所以 $\angle AED + \angle EFC = 180^\circ$, 又有 $\angle A + \angle C = 180^\circ$, 所以三角形 AED 与四边形 $BCFE$ 能拼接成一个直角三角形。(1) 充分

(2) $ED=EF$, 直接得到 $\triangle EDF$ 是等腰三角形, 同理可证。(2) 也充分。

22. 【答案】C

【考点】解析几何

【解析】因为点 (x, y) 在三角形 PAB 上, 所以 $x-y$ 的最值在 $m, -2, 1$ 中。

对于 (1) $m \leq 1$ 时, $\max=1$, \min 不存在

对于 (2) $m \geq -2$ 时, $\min=-2$, \max 不存在

联立 (1) 与 (2) 可得: $-2 \leq m \leq 1$ 时, $\max=1$, $\min=-2$ 成立

23. 【答案】D

【考点】平均值

【解析】设甲公司员工为 x 人, 年终奖总额为 m , 乙公司员工为 y 人, 年终奖总额为 n 。

可得 $(1+25\%)m = (1-10\%)n$ 即 $1.25m = 0.9n$, $\frac{m}{n} = \frac{18}{25}$

条件(1) $\frac{m}{x} = \frac{n}{y}$, 可得 $\frac{x}{y} = \frac{m}{n} = \frac{18}{25}$, (1) 充分。

条件(2) $\frac{x}{y} = \frac{m}{n}$, 直接可得 $\frac{x}{y} = \frac{18}{25}$, (2) 也充分。

24. 【答案】A

【考点】圆与直线

【解析】直线与圆不相交, $d > r$, 圆 $x^2 + y^2 - 2y = 0$ 可得 $x^2 + (y-1)^2 = 1$

圆心为 $(0, 1)$, $r=1$, 直线 $x+ay-b=0$

$\therefore d = \frac{|a-b|}{\sqrt{1+a^2}} > 1$, 即 $|a-b| > \sqrt{1+a^2}$, 显然 (1) 成立。

25. 【答案】D

【考点】二次函数

【解析】当 $x = -\frac{a}{2}$ 时 $f(x)$ 最小, 最小值为 $-\frac{a^2}{4}$

$f(f(x)) = (x^2 + ax)^2 + a(x^2 + ax)$

设 $x^2 + ax = k$, $f(f(x)) = k^2 + ak$

当 $k = x^2 + ax = -\frac{a}{2}$ 时, $f(f(x))$ 最小, 最小值为 $-\frac{a^2}{4}$

此时需满足 $x^2 + ax = -\frac{a}{2}$ 有解, 即 $a^2 - 2a \geq 0$, 解得 $a \geq 2$ 或 $a \leq 0$

所以 (1) (2) 都充分。

2017 年 1 月真题解析

一、问题求解（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 45 分）下列每题给出 5 个选项中，只有一个符合要求的，请在答题卡上将所选择的字母涂黑。

1. 【答案】E

【考点】概率计算

【解析】

古典概型，列举法：

满足 $a > b$ 的有 $(2, 1) (3, 1) (3, 2)$ ；

满足 $a+1 < b$ 的有 $(1, 3) (1, 4) (2, 4)$ ；

共六组，因此概率为 $\frac{6}{C_3^1 \times C_4^1} = \frac{1}{2}$ 。

2. 【答案】E

【考点】求三角形面积比

【解析】

采用简便做法：分别取 $AB = AC = 2, A'B' = A'C' = 3, \angle A = \angle A' = \frac{\pi}{2}$ ，

则两三角形均为等腰直角三角形，则 $S : S' = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 : \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = 4 : 9$ 。

3. 【答案】B

【考点】排列组合

【解析】

这是人员分组分配问题，每组内人员数目相等，且组与组之间没有名称的差别

即“均匀无名称分组”问题。用组合数求解，并且必须进行消序。

分组方式共有： $\frac{C_6^2 \times C_4^2 \times C_2^2}{A_3^3} = 15$ 种.

4. 【答案】B

【考点】方差计算

【解析】

分别计算甲、乙、丙方差，并比较大小：

$$\bar{x}_{\text{甲}} = 5, \sigma_1 = \frac{(2-5)^2 + (5-5)^2 + (8-5)^2}{3} = 6$$

$$\bar{x}_{\text{乙}} = 4, \sigma_2 = \frac{(5-4)^2 + (2-4)^2 + (5-4)^2}{3} = 2$$

$$\bar{x}_{\text{丙}} = 7, \sigma_3 = \frac{(8-7)^2 + (4-7)^2 + (9-7)^2}{3} = \frac{14}{3}$$

因此， $\sigma_1 > \sigma_3 > \sigma_2$

5. 【答案】C

【考点】切割问题

【解析】

要求切割后无剩余，则正方体的棱长应是长方体长、宽、高的公约数。

想要正方体最少，则需要找出长方体长、宽、高的最大公约数。

12, 9, 6 的最大公约数为 3，因此得到的正方体个数为 $\frac{12}{3} \times \frac{9}{3} \times \frac{6}{3} = 24$ 。

6. 【答案】B

【考点】增长率

【解析】

设降价前是 a ，则降价后为 $a(1-10\%)(1-10\%) = 81\%a$ ，所以是降价前的 81%。

7. 【答案】E

【考点】列方程解应用题

【解析】

设甲乙丙分别载重量为 a, b, c 吨，由已知得：

$$\begin{cases} 2b = a + c \\ 2a + b = 95 \\ a + 3c = 150 \end{cases},$$

$$\text{得} \begin{cases} a = 30 \\ b = 35 \\ c = 40 \end{cases}$$

所求 $a + b + c = 105$.

8. 【答案】D

【考点】集合问题

【解析】

下午张老师咨询的总人数共 $\frac{9}{10\%} = 90$ 人。根据集合问题解题思路：由于9名学生既参加了

上午的咨询，又参加了下午的咨询。因此学生总数为 $45 + 90 - 9 = 126$.

9. 【答案】D

【考点】求图形面积

【解析】

如图，机器人走过的区域为：



因此搜索区域的面积是长方形面积加一个圆的面积（由位于两边的两个半圆组成）：

$$S = 2 \times 10 + \pi \times 1^2 = 20 + \pi.$$

10. 【答案】B

【考点】解绝对值不等式

【解析】

平方法求解：

$$|x-1|+x \leq 2$$

$$\Rightarrow |x-1| \leq 2-x,$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ (x-1)^2 \leq (2-x)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \leq \frac{3}{2}$$

11. 【答案】D

【考点】整除问题

【解析】

1 到 100 之间，9 的倍数有 9, 18, 27, ..., 99，共 11 个数值。

这些数值的平均数为 $\frac{(9+99) \times 11}{2 \times 11} = 54$ 。

12. 【答案】B

【考点】概率问题

【解析】

6 道题能确定正确选项，因此答对每题的概率为 1，6 道题目全部做对的概率为 1；

5 道题可排除 2 个错误选项，因此答对每题的概率为 $\frac{1}{2}$ ，5 道题目全部做对的概率为 $\frac{1}{2^5}$ ；

4 道题目可排除 1 个错误选项，因此答对每题的概率为 $\frac{1}{3}$ ，4 道题目全部做对的概率为 $\frac{1}{3^4}$ ，

因此概率为 $1 \cdot \frac{1}{2^5} \cdot \frac{1}{3^4} = \frac{1}{2^5} \cdot \frac{1}{3^4}$ 。

13. 【答案】A

【考点】不定方程问题

【解析】

设甲种办公设备为 x ，乙种办公设备为 y ，列方程为

$$1750x + 950y = 10000$$

$$\text{化简得： } 35x + 19y = 200$$

验证选项得： $y=5$ ， $x=3$

14. 【答案】A

【考点】图形面积计算

【解析】

$$\begin{aligned} S_{\text{阴影}} &= S_{\text{扇形}AOB} - S_{\triangle OCA} \\ &= \frac{1}{8} \cdot \pi \cdot 1^2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4} \end{aligned}$$

15. 【答案】C

【考点】集合问题

【解析】

复习过数学的看做 A，复习过语文的看做 B，复习过英语的看做 C，

复习数学和语文的看做 AB，复习数学和英语的看做 AC，复习语文和英语的看做 BC，

同时复习过这三门课的看做 ABC，三科全部都没有复习的看做 D。

因此列式为：

$$50 = (A + B + C - AB - AC - BC + ABC) + D$$

$$50 = (20 + 30 + 6 - 10 - 2 - 3 + 0) + D$$

$$\therefore D = 9$$

二、条件充分性判断：第 16~25 小题，每小题 3 分，共 30 分。要求判断每题给出的条件（1）

和条件（2）能否充分支持题干所陈述的结论。A、B、C、D、E 五个选项为判断结果，请选择

一项符合试题要求的判断，在答题卡上将所选项的字母涂黑。

- (A) 条件 (1) 充分，但条件 (2) 不充分。
- (B) 条件 (2) 充分，但条件 (1) 不充分。
- (C) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分，但条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分。
- (D) 条件 (1) 充分，条件 (2) 也充分。
- (E) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分，条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分。

16. 【答案】D

【考点】工程问题

【解析】

条件 (1): 设要处理的文件数为 x ，则可得 $\frac{1}{5}x + (\frac{4}{5}x \cdot \frac{1}{4}) = 10 \Rightarrow x = 25$ ，充分。

条件 (2): $\frac{4}{5}x \cdot \frac{1}{4} = 5 \Rightarrow x = 25$ ，充分。

17. 【答案】E

【考点】增长率问题

【解析】

条件 (1): 由 1 月份的产值无法得出月平均增长率，不充分。

条件 (2): 由全年总产值无法得出月平均增长率，不充分。

联立，设 1 月份的产值为 a ，全年总产值为 b ，月平均增长率为 x ，则

$$a + a(1+x) + a(1+x)^2 + \dots + a(1+x)^{11} = b,$$

观察可知，当 a 为 0 时候，无法确定月平均增长率 x 的值，不充分。

18. 【答案】A

【考点】直线与圆的位置关系

【解析】

圆方程配方得到: $(x - \frac{a}{2})^2 + (y - \frac{b}{2})^2 = \frac{a^2 + b^2}{4} - c$ ，由圆与 x 轴相切可知圆心到 x 轴距离

等于圆的半径。即 $|\frac{b}{2}| = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{4} - c}, \therefore \frac{a^2}{4} = c$ 。

要确定 c 值只需要 a 值即可。条件 (1) 充分，条件 (2) 不充分。

19. 【答案】C

【考点】行程问题

【解析】

条件 (1)、(2) 单独都无法确定乘动车的时间与乘汽车的时间，所以都不充分。

联立，可知乘动车和汽车的时间均为 3 小时，则可知两地距离为 $(220+100) \times 3 = 960$ ，充分。

20. 【答案】B

【考点】直线与抛物线交点问题

【解析】

讨论直线与抛物线交点问题，联立直线与抛物线方程：

$$x^2 = ax + b, \quad x^2 - ax - b = 0$$

若有两个交点，则需要 $\Delta = a^2 + 4b > 0$ ，

可知条件 (1) 不充分，条件 (2) 充分。

21. 【答案】B

【考点】立体几何

【解析】

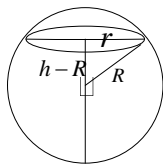
条件 (1)：由铁球露出水面的高度无法求出铁球半径，不充分。

条件 (2)：如图，设铁球半径为 R ，已知水面交线的周长 C ，可以求出截面半径 r ；

水深 $h-R$ ，截面半径 r ，铁球半径 R 构成直角三角形满足勾股定理使用条件。

根据勾股定理可得： $(h-R)^2 + r^2 = R^2$

得到：铁球的半径 $R = \frac{r^2 + h^2}{2h}$ ，半径已知，则可以得出铁球的体积，充分。



22. 【答案】A

【考点】不等式

【解析】

$\min\{|a-b|, |b-c|, |a-c|\} \leq 5$ 表示:

$|a-b|, |b-c|, |a-c|$ 三个表达式中最小的值小于等于 5, 也就是只要其中的一个小于等于 5 即可。

条件 (1): 根据绝对值的几何意义, 若 $|a-b| > 5, |a-c| > 5$, 则 $|b-c| \leq 5$ 必定成立, 既至少有一个小于等于 5, 故充分.

条件 (2): 反例 $a=5, b=-5, c=15$, 不充分.

23. 【答案】C

【考点】不定方程

【解析】

$$52 = 1 \times 52 = 2 \times 26 = 4 \times 13$$

条件 (1) 老师人数可能为 1, 2 或 4. 因此, 不充分.

条件 (2) 无法确定每位老师供题数目情况, 不能确定供题教师的人数, 不充分.

联立: 当人数为 1 或 2 时, 由于每位供题教师提供的题型不超过 2 种, 则题型达不到 5 种, 故舍去. 可得教师人数只能为 4 人, 充分.

24. 【答案】C

【考点】概率计算

【解析】

明显单独都不充分。

联立：

A 类合格的概率为： $P_1 = C_3^2 \times 0.6^2 \times 0.4 + 0.6^3 = 0.648$ ；

B 类合格的概率为： $P_2 = 0.8 \times 0.8 = 0.64$ ；

$P_1 > P_2$ ，充分.

25. 【答案】A

【考点】二次函数最值

【解析】

$$\text{最小值} = \frac{4b - (2a)^2}{4} = b - a^2$$

条件 (1)： $2a = b + 1, b = 2a - 1, \therefore b - a^2 = 2a - 1 - a^2 = -(a - 1)^2$ ，

若 $a = 1$ ，则数列是常数列，不满足题干中 a, b 不相等，

因此 a 必然不是 1，因此 $(a - 1)^2 > 0 \rightarrow -(a - 1)^2 < 0$ ，充分.

条件 (2)： $a^2 = b \rightarrow b - a^2 = 0$ ，不充分.

2016 年 1 月真题解析

一、问题求解第 1-15 小题，每小题 3 分，共 45 分，下列每题给出的五个选项中，A、B、C、D、E 只有一个项符合试题要求。请在答题卡上将所选项字母涂黑。

1. 【答案】D.

【考点】比例应用题

【解析】

由已知得，子女教育支出：生活资料支出：文化娱乐支出 = 6:16:3，则生活资料支出占家庭总支出的 $10.5\% \div 3 \times 16 = 56\%$

2. 【答案】C.

【考点】列方程解应用题

【解析】

设正方形瓷砖为 1×1 的，假设共有 N 块瓷砖，正方形区域的长度为 a ，则有

$$\begin{cases} 1^2 \times (N - 180) = a^2 \\ 1^2 \times (N + 21) = (a + 1)^2 \end{cases} \Rightarrow N = 10180$$

3. 【答案】E.

【考点】行程问题

【解析】

甲乙两地之间的距离为 $(90 + 100) \times 3 = 570$ ，客车从乙地到甲地所需的时间为 $\frac{570}{100} = 5.7$ 小

时，因此当客车到达甲地时货车距乙地的距离是 $570 - 90 \times 5.7 = 57$ 千米.

4. 【答案】C.

【考点】概率计算

【解析】

古典概型计算。事件总可能性为 $C_6^3 = 20$ 种，满足“数字之和等于 10”的事件共有：

1+3+6, 1+4+5, 2+3+5 三种，因此所求概率为 $\frac{3}{20} = 0.15$ 。

5. 【答案】B.

【考点】最值应用题

【解析】

设冰箱的售价降低了 x 个 50 元，则销售利润为

$y = (2400 - 50x - 2000)(8 + 4x)$ ，整理得：抛物线开口朝下，并且对称轴是 $x=3$ ，当 $x=3$ 时取到最大值，定价为 $2400 - 3 \times 50 = 2250$ 元。

6. 【答案】B.

【考点】分类分步原理

【解析】

要使选派的委员来自不同专业，需要分三类情况进行选取，每种方法之下，又可以看作分步运算。

选派方式共有 $2 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 4 = 26$ 种。

7. 【答案】D.

【考点】概率计算

【解析】

能被 5 整除的数有 20 个，能被 7 整除的数有 14 个，能被 5 整除且能被 7 整除的数有 2 个，

从而能被 5 或 7 整除的数有 $20 + 14 - 2 = 32$ 个，所求概率 $p = \frac{32}{100} = 0.32$ 。

8. 【答案】E.

【考点】对称问题

【解析】

圆的标准方程为 $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 13$, 原点 $(0,0)$ 恰好在圆上, 则到原点距离最远的点与原点恰好关于圆心 $(3,-2)$ 对称, 根据中点坐标公式, 求得对称点为 $(6,-4)$

9. 【答案】E.

【考点】列方程解应用题

【解析】

设竖式的箱子 x 个, 横式箱子有 y 个, 则有
$$\begin{cases} 4x + 3y = 340 \\ x + 2y = 160 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 60 \end{cases}.$$

10. 【答案】D.

【考点】平面图形的面积

【解析】

由于 $AB \parallel CD$, 从而 $\angle BAE = \angle DCE, \angle ABE = \angle CDE$, 又 $\angle AEB = \angle CED$, 则

$\triangle ABE \sim \triangle CDE, \frac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle CDE}} = \left(\frac{AB}{CD}\right)^2 = \frac{1}{4}$, 又因为 $S_{\triangle ABE} = 4$, 所以 $S_{\triangle CDE} = 16$, $\triangle ABE$ 与 $\triangle BCE$ 等高,

故 $\frac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle BCE}} = \frac{AE}{CE} = \frac{AB}{CD} = \frac{1}{2}$, 所以 $S_{\triangle BCE} = 8$, 同样 $S_{\triangle ADE} = 8$, 因此四边形 $ABCD$ 的面积 $= 4 + 8 + 8 + 16 = 36$.

11. 【答案】A.

【考点】韦达定理

【解析】

设 A 、 B 两点的横坐标分别为 x_1, x_2 ，则 $\triangle ABC$ 的面积为 $S = |x_1 - x_2| \times 2 \times \frac{1}{2} = 6$ ，

则有 $|x_1 - x_2| = 6$ ，由韦达定理知 $|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{4a^2 - 4b}}{1} = 6$ 得 $a^2 - b = 9$ 。

12. 【答案】D.

【考点】最值问题

【解析】

求形如 “ $ax+by$ ” 最值问题，可采用代入法计算。即 $2x+3y$ 的最大值一定为 $(4,0)$ ， $(0,3)$ ， $(0,0)$ 3 点中最大的函数值，带入得到 $2x+3y$ 的最大值在 $(0,3)$ 处取得，值为 9，因此最大值为 9。

13. 【答案】C.

【考点】数列求和应用题

【解析】

首期付款 100 万元，因此首月利息为 $1000 \times 1\%$ ，之后每月付款 50 万元，因此次月利息为 $950 \times 1\%$ ，递推得最后一月利息为 $50 \times 1\%$ ，

则总利息为 $(1000 + 950 + 900 + \cdots + 100 + 50) \times 1\% = 50 \times (1 + 2 + 3 + \cdots + 20) \times 1\% = 105$

万元，从而付款总额为 $1100 + 105 = 1205$ 万元。

14. 【答案】D.

【考点】组合问题

【解析】

共有六个班，从中选两个班，因此总选法为 $C_6^2 = 15$ 种。其中不满足情况的有：恰好选择分步在两个班的同门课程，共两种选法。因此不同的选课方式有 $C_6^2 - 2 = 15 - 2 = 13$ 种。

15. 【答案】E.

【考点】立体几何

【解析】

圆柱体的体对角线为球体的直径=20 厘米，体对角线、圆柱底面直径、圆柱体的高恰好构成直角三角形，则利用勾股定理求得圆柱的高： $\sqrt{20^2 - 12^2} = 16$ 厘米，洞的内壁面积为 $2\pi rh = 192\pi$

二、条件充分性判断：第 16~25 小题，每小题 3 分，共 30 分。要求判断每题给出的条件（1）和条件（2）能否充分支持题干所陈述的结论。A、B、C、D、E 五个选项为判断结果，请选择一项符合试题要求的判断，在答题卡上将所选项的字母涂黑。

- (A) 条件（1）充分，但条件（2）不充分。
- (B) 条件（2）充分，但条件（1）不充分。
- (C) 条件（1）和（2）单独都不充分，但条件（1）和条件（2）联合起来充分。
- (D) 条件（1）充分，条件（2）也充分。
- (E) 条件（1）和（2）单独都不充分，条件（1）和条件（2）联合起来也不充分。

16. 【答案】B.

【考点】十字交叉法解应用题

【解析】

设男、女员工平均年龄分别为 a, b ；男、女员工的人数分别为 x, y 。题干要求， $\frac{ax+by}{x+y}$ 的值能确定。

条件（1） $x+y$ 已知，无法推出 $\frac{ax+by}{x+y}$ 的值，不充分。

条件 (2) $\frac{x}{y}$ 已知, 设 $\frac{x}{y} = k$, 则 $\frac{ax+by}{x+y} = \frac{aky+by}{ky+y} = \frac{ak+b}{k+1}$, 充分.

17. 【答案】C.

【考点】平面图形的面积

【解析】

设长方形的长为 b , 宽为 a , 则小正方形的边长为 $b-a$, 大正方形的边长为 $a+b$ 。

条件 (1) 中, 已知大正方形 $ABCD$ 的面积, 能够得出大正方形的边长, 即得出 $a+b$, 显然无法得出 $b-a$ 的值, 不充分.

条件 (2) 中, 已知长方形的长宽比, 显然也无法得出, 不充分.

联立, 即已知的大正方形面积值 S , 同时已知长方形的长宽比 $\frac{b}{a} = k$, 则小正方形的面积

$$= (b-a)^2 = (a+b)^2 - 4ab = S - 4ab,$$

而 $a+b = \sqrt{S}$, $b = ak$, 可具体得出 a 和 b 的数值, 从而小正方形面积可以确定, 充分.

18. 【答案】A.

【考点】不定方程应用题

【解析】

设两种管材分别需要 x, y 根。

条件 (1), $3x+5y=37$, 解得 $\begin{cases} x=9 \\ y=2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=4 \\ y=5 \end{cases}$, 即有方案能够连接成 37 的管道, 充分.

条件 (2), $4x+6y=37$, 由于 $4x$ 和 $6y$ 均为偶数, 不可能求和得到 37, 不充分.

19. 【答案】C.

【考点】不等式

【解析】

条件 (1) 取特值: $x=8, y=6$, 不充分

条件(2) 取特值: $x=8, y=5$, 不充分

联立, $\begin{cases} x \leq y+2 \\ 2y \leq x+2 \end{cases}$, 得 $2y \leq x+2 \leq y+2+2$, 可得出 $\begin{cases} x \leq 6 \\ y \leq 4 \end{cases}$, 充分.

20. 【答案】E.

【考点】浓度问题

【解析】

设甲酒精浓度为 x , 乙酒精的浓度为 y , 丙酒精的浓度为 $\frac{2x+y}{3}$, 题干要求得出 x, y 的值

条件(1) $\frac{x+5y}{6} = \frac{1}{2} \frac{2x+y}{3}$, 只能得 $x=4y$, 不充分

条件(2) $\frac{x+2y}{3} = \frac{2}{3} \frac{2x+y}{3}$, 只能得 $x=4y$, 不充分

联立, 仍不充分.

21. 【答案】A.

【考点】均值与方差

【解析】

条件(1): 由 S_1, S_2 均值相等, 可得 $\frac{3+4+5+6+7}{5} = \frac{4+5+6+7+a}{5}$, 得 $a=3$, 充分.

条件(2): $a=3$ 和 $a=8$ 都能使方差相等, 不充分.

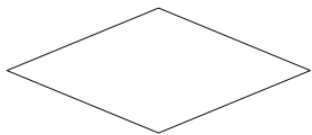
22. 【答案】C.

【考点】平面几何

【解析】

条件(1) 举反例: M 中只有三个点, 当三个点共线时, 平面上不存在到 M 中各点距离都相等的点, 不充分.

条件(2) 举反例: M 中有四个点, 恰好构成菱形, 如图所示, 平面中不存在到四个点的距离都相等的点, 不充分



联立，M 中的三个点恰好可构成一个三角形，三角形三条边的垂直平分线交于一点。根据垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等，可知此点到 M 中三个点距离相等，充分。

23. 【答案】B.

【考点】最值问题

【解析】

条件（1）举反例，当 $x = -\infty, y = \frac{1}{-\infty}$ 时，无法确定 $x^3 + y^3$ 的最小值，不充分。

条件（2） $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3x^2y - 3y^2x = (x + y)^3 - 3xy(x + y) = 8 - 6xy$ ，由

$\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$ ，可知 $\sqrt{xy} \leq 1, \therefore xy \leq 1, \therefore x^3 + y^3 = 8 - 6xy \geq 2$ ，充分。

24. 【答案】A.

【考点】数列问题

【解析】

条件（1）由 $a_n \geq a_{n+1}$ ，可知 $a_1 \geq a_2, a_3 \geq a_4, \dots, a_9 \geq a_{10}$ ，可得

$a_1 - a_2 + a_3 - \dots + a_9 - a_{10} = (a_1 - a_2) + \dots + (a_9 - a_{10}) \geq 0$ ，充分。

条件（2）由 $a_n^2 \geq a_{n+1}^2$ ，可知 $a_n \geq a_{n+1} \geq 0$ 或 $a_n \leq a_{n+1} \leq 0$ ，其中 $a_n \leq a_{n+1} \leq 0$ 时，可得

$a_1 - a_2 + a_3 - \dots + a_9 - a_{10} = (a_1 - a_2) + \dots + (a_9 - a_{10}) \leq 0$ ，不充分。

25. 【答案】D.

【考点】区间根问题

【解析】

条件（1）：此条件等价于“方程 $x^2 + ax + b = 0$ 的两根在区间 $[0, 1]$ 内”，即转化为区间根问题，数形结合求解，

$$\begin{cases} \Delta = a^2 - 4b > 0 \\ 0 < -\frac{a}{2} < 1 \\ f(0) \geq 0 \\ f(1) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 - 4b > 0 \\ -2 < a < 0 \\ b \geq 0 \\ 1 + a + b \geq 0 \end{cases}, \text{ 首先能够得到 } f(1) = 1 + a + b \geq 0;$$

$$\text{其次, 由 } \begin{cases} a^2 - 4b > 0 \\ -2 < a < 0 \end{cases} \Rightarrow b < \frac{a^2}{4}, \text{ 可得 } f(1) = 1 + a + b < 1 + a + \frac{a^2}{4} = \left(1 + \frac{a}{2}\right)^2 < 1$$

综上得 $0 \leq f(1) < 1$, 充分.

条件 (2): 此条件等价于“方程 $x^2 + ax + b = 0$ 的两根在区间 $[1, 2]$ 内”, 即转化为区间根问题, 数形结合求解,

$$\begin{cases} \Delta = a^2 - 4b > 0 \\ 1 < -\frac{a}{2} < 2 \\ f(1) \geq 0 \\ f(2) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 - 4b > 0 \\ -4 < a < -2 \\ 1 + a + b \geq 0 \\ 4 + 2a + b \geq 0 \end{cases}, \text{ 同条件 (1) 类似, 首先得到 } f(1) = 1 + a + b \geq 0;$$

$$\text{其次, 由 } \begin{cases} a^2 - 4b > 0 \\ -4 < a < -2 \end{cases} \Rightarrow b < \frac{a^2}{4}, \text{ 可得 } f(1) = 1 + a + b < 1 + a + \frac{a^2}{4} = \left(1 + \frac{a}{2}\right)^2 < 1$$

综上得 $0 \leq f(1) < 1$, 充分.

2015 年 1 月真题解析

一、问题求解第 1-15 小题，每小题 3 分，共 45 分，下列每题给出的五个选项中，A、B、C、D、E 只有一个项符合试题要求。请在答题卡上将所选项字母涂黑。

1. 【答案】E

【考点】比例问题

【解析】

由已知比例，可设 $a=k, b=2k, c=5k(k \neq 0)$ ，则 $a+b+c=8k$ ，所以 $a=3, b=6, c=15$ ，所以 $a^2+b^2+c^2=270$ 。故选 E。

2. 【答案】D

【考点】算术应用题

【解析】

设甲部门有 x 人，乙部门有 y 人，由已知
$$\begin{cases} y+10=2(x-10) \\ \frac{1}{5}y+x=\frac{4}{5}y \end{cases}$$
，得 $x=90, y=150$ 。该公司的

总人数为 $x+y=240$ 人。故选 D。

3. 【答案】C

【考点】质数问题

【解析】

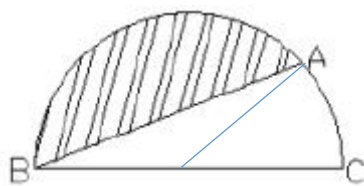
质数问题大多用列举法：小于 20 的质数有 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19，满足条件 $|m-n|=2$ 的 $\{m, n\}$ 共有 $\{3, 5\}, \{5, 7\}, \{11, 13\}, \{17, 19\}$ 共 4 组。故选 C。

4. 【答案】A

【考点】阴影图形的面积

【解析】

如图所示，连接 A 及半圆圆心 O （如图）



则所求面积 $S = \frac{\pi \cdot 2^2}{3} - \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 1 = \frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}$. 故选 A.

5. 【答案】D

【考点】路程问题

【解析】

设 A 地到 B 地的距离为 $2S$ ，原计划的速度为 v （单位：千米/分钟）.

后一半路程的平均速度为 120 千米/小时，即 2 千米/分钟，

$$\text{所以} \begin{cases} \frac{S}{v} + 45 = \frac{S}{0.8v}, \\ \frac{2S}{v} = \frac{S}{v} + 45 + \frac{S}{2} \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} S = 270, \\ v = \frac{3}{2} \end{cases}, \text{ 所以 } 2S = 540 \text{ km. 故选 D.}$$

6. 【答案】B.

【考点】平均值问题

【解析】

用极端假设法求解，若三个班平均成绩都为 80 分，则甲、乙、丙三个班人数为 $\frac{6952}{80} \approx 86.9$,

若三个班平均成绩都为 81.5 分，则甲、乙、丙三个班人数为 $\frac{6952}{81.5} \approx 85.3$.

由于人数为正整数，所以取人数为 86 人. 故选 B.

7. 【答案】C

【考点】立体几何

【解析】

根据熔铸前后体积不变，即圆柱形铁管的体积与长方体体积相等，所以长方体的体积

$$V = \pi \times 1^2 \times 2 - \pi \times (0.9)^2 \times 2 = 2\pi(1^2 - 0.9^2) \approx 1.19. \text{ 故选 C}$$

8. 【答案】C

【考点】相似三角形

【解析】

平面几何中，平行可以构造出很多相似三角形。

由于 $\triangle AED \square \triangle CEB$ ，所以 $AD:CB = AE:CE = DE:BE = 5:7$ ；

又 $\triangle AME \square \triangle ABC$ ，所 $ME:BC = AE:AC = 5:12, ME = \frac{35}{12}$ ，

同理可得 $EN = \frac{35}{12}$ ，则 $MN = \frac{35}{6}$ ，故选 C.

9. 【答案】A

【考点】韦达定理的应用

【解析】

考察韦达定理的扩展应用，不用求根，就可以求出一些代数式的值。

$$\text{由韦达定理得} \begin{cases} x_1 + x_2 = a \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases},$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = a^2 - 2(-1) = a^2 + 2.$$

10. 【答案】A

【考点】工程问题

【解析】

设总工作量为单位 1，甲、乙、丙单独完成这项工作分别需要 x 天、 y 天、 z 天，甲、乙、丙每天的工资分别为 a, b, c ，则有

$$\begin{cases} (\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) \times 2 = 1 \\ (\frac{1}{y} + \frac{1}{z}) \times 4 = 1 \Rightarrow x = 3, \text{ 即 } x = 3 \\ (\frac{1}{x} + \frac{1}{z}) \times 2 = \frac{5}{6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a + 2b = 2900 \\ 4b + 4c = 2600 \Rightarrow a = 1000, \\ 2a + 2c = 2400 \end{cases}$$

即甲三天完成工作，人工费共需 $3a=3000$ 元，故选 A.

11. 【答案】E

【考点】直线与圆的位置关系

【解析】

由已知得，圆心为 $(a, 0)$ ，半径为 1。

则圆心到直线 $y - ax = 0$ 的距离为 $d = \frac{|-a^2|}{\sqrt{1+a^2}} = 1 \Rightarrow |a^2| = \sqrt{1+a^2} \Rightarrow a^4 - a^2 - 1 = 0$

则 $a^2 = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ ，又因为 $a^2 > 0$ ，所以 $a^2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ 。

12. 【答案】B

【考点】最值问题

【解析】

首先求出点 A, B 所在的直线方程： $y = \frac{2-0}{0-1}(x-1) \Rightarrow y = -2x + 2 (0 < x < 1)$

矩形面积 $S = xy = x(-2x + 2) = -2(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{2}$

所以，当 $x = \frac{1}{2}$ 时，矩形面积最大，为 $\frac{1}{2}$ 。

13. 【答案】E

【考点】增长率问题

【解析】

设 2005 年末的产值为 a ，由已知，2009 年末的产值为 $a(1+q)^4$ ，

2013 年末的产值为 $a(1+q)^4(1+0.6q)^4$ ，因此有 $a(1+q)^4(1+0.6q)^4 = a1.95^4$ ，即

$(1+q)^4(1+0.6q)^4 = 1.95^4$ ，整理得 $60q^2 + 160q - 95 = 0$ ，

$(6q+19)(10q-5)=0$ ，将负值舍去，解得 $q = \frac{1}{2}$ ，

14. 【答案】A

【考点】概率计算

【解析】

甲获得冠军的情况有两种，分别根据分步原理进行计算：

甲对乙胜，丙对丁胜，甲对丙胜 $P_1 = 0.3 \times 0.5 \times 0.3 = 0.045$

甲对乙胜，丁对丙胜，甲对丁胜 $P_2 = 0.3 \times 0.5 \times 0.8 = 0.12$

所以， $P = P_1 + P_2 = 0.045 + 0.12 = 0.165$

15. 【答案】D.

【考点】组合问题

【解析】

两组平行直线共构成 280 个矩形，即需要在一组平行直线中选取两根直线，然后在另一组平行直线中选取两根直线。并且构成矩形的过程，不需要选取后排序。故用组合数进行运算：

有 $C_5^2 \cdot C_n^2 = 280$ ，解得 $n = 8$

二、条件充分性判断：第 16~25 小题，每小题 3 分，共 30 分. 要求判断每题给出的条件（1）和条（2）能否充分支持题干所陈述的结论. A、B、C、D、E 五个选项为判断结果，请选择一项符合试题要求的判断，在答题卡上将所选项的字母涂黑.

（A）条件（1）充分，但条件（2）不充分.

（B）条件（2）充分，但条件（1）不充分.

（C）条件（1）和（2）单独都不充分，但条件（1）和条件（2）联合起来充分.

(D) 条件 (1) 充分, 条件 (2) 也充分.

(E) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分.

16. 【答案】B

【考点】概率计算

【解析】

计算 P, Q, 都可以从反面出发考虑:

条件 (1), $p = 1 - \frac{C_9^2}{C_{10}^2} = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$, $Q = 1 - (\frac{C_9^1}{C_{10}^1})^2 = \frac{19}{100}$, $P > Q$, 不充分;

条件 (2), $p = 1 - \frac{C_9^2}{C_{10}^2} = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$, $Q = 1 - (\frac{C_9^1}{C_{10}^1})^3 = \frac{271}{1000}$, $P < Q$, 充分.

17. 【答案】B

【考点】代数式计算

【解析】

条件 (1) $p + q = 1 \Rightarrow p - 1 = -q$, 原式 $\frac{p}{q(p-1)} = \frac{p}{-q^2}$, 该值不能确定, 不充分;

条件 (2) $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1 \Rightarrow \frac{p+q}{pq} = 1$, 即 $pq = p+q$, $\frac{p}{q(p-1)} = \frac{p}{pq-q} = \frac{p}{p+q-q} = 1$, 充分.

18. 【答案】A

【考点】不等式

【解析】

条件 (1) $a+b \geq 4$, a, b 的平均值 $\frac{a+b}{2} \geq 2$, 则 $a \geq 2$ 或 $b \geq 2$, 充分.

条件 (2) 取特值, $ab \geq 4$, $a = -2, b = -3$ 满足上式, 但显然不成立, 不充分.

19. 【答案】D

【考点】直线与圆的位置关系

【解析】

将圆的方程处理为 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$ ，而过圆心的直线 L 将其面积分成相等的两部分，即圆心 $(1, 1)$ 在直线上。带入条件（1）和（2）进行验证，都充分。

20. 【答案】D

【考点】数列问题

【解析】

S_n 最值出现在某一项为零处，或某一项变号处。

条件（1） $a_{10} = 0$ ，由于 $\{a_n\}$ 是公差大于零的等差数列，所以 $a_9 < 0, a_{11} > 0$ ，从而 S_n 有最小值，为 $S_9 = S_{10} \leq S_n \quad n=1, 2, \dots$ ，充分；

条件（2） $a_{11}a_{10} < 0 \Rightarrow a_{10} < 0, a_{11} > 0$ ，故有 $S_{10} \leq S_n \quad n=1, 2, \dots$ ，充分。

21. 【答案】C

【考点】不定方程应用题

【解析】

条件（1）人数无法确定，所以不能确定数值，单独不充分。

条件（2）人数无法确定，剩余数目无法确定，所以不能确定数值，单独不充分。

联立，设共有 x 个人外出游玩， $3x + 30 = 10(x-1) + r$ ，其中 $0 \leq r < 10$

整理 $7x = 40 - r$ ，所以 $x=5$ ，充分

22. 【答案】B

【考点】代数式计算

【解析】

技巧性运算，要关注代数式中的“公共部分”，即设 $a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} = P$ ，则

$$M = (a_1 + P)(P + a_n) = a_1 P + P^2 + P a_n + a_1 a_n,$$

$$N = (a_1 + P + a_n)P = a_1P + P^2 + a_nP$$

故 $M - N = a_1a_n$ ，即当 $a_1a_n > 0, M > N$ ，条件（1）不充分，条件（2）充分。

23. 【答案】E

【考点】数列问题

【解析】

首先，条件（1），（2）单独都无法确定数列的首项与公差，即单独都不充分；

联合，由韦达定理的应用， $a_1 + a_6 = 0, a_1a_6 = -1$ ， a_1, a_6 为方程 $x^2 - 1 = 0$ 的两个根，

解得 $a_1 = 1, a_6 = -1$ 或 $a_1 = -1, a_6 = 1$ 。即数列不可唯一确定，不充分。

24. 【答案】C

【考点】绝对值不等式

【解析】

条件（1）取特值： $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 1$ ，不充分。

条件（2）取特值： $x_2 = -1, x_3 = 5$ ，不充分；

联合 $\bar{x} = \frac{0 + x_2 + x_3}{3} \Rightarrow -\frac{2}{3} \leq \bar{x} = \frac{0 + x_2 + x_3}{3} \leq \frac{2}{3}$ ，显然 $|0 - \bar{x}| \leq 1$ ，而

$|x_2 - \bar{x}| = \left| x_2 - \frac{0 + x_2 + x_3}{3} \right| = \left| \frac{2x_2 - x_3}{3} \right| \leq 1 (|x_k| \leq 1, k = 2, 3)$ ，同理 $|x_3 - \bar{x}| \leq 1$ ，充分。

25. 【答案】C

【考点】圆柱、球体表面积

【解析】

题干要求推出 $2\pi rh + 2\pi r^2 \leq 4\pi R^2$ ，即 $R^2 \geq \frac{r(r+h)}{2}$ ，

条件（1）取特值： $r = 3, h = 1, R = 2$ ，不充分。

条件（2）取特值： $r = 2, h = 2, R = 1$ ，不充分；

联合: $\frac{r+h}{2} \leq R \leq \frac{2h+r}{3}$, 从而

$$r \leq h, R^2 \geq \frac{(r+h)^2}{4} = \frac{r^2+h^2+2rh}{4} \geq \frac{r^2+r^2+2rh}{4} = \frac{r(r+h)}{2} \text{ 成立, 充分.}$$

2014 年 1 月真题解析

一、问题求解（本大题共 15 题，每小题 3 分，共 45 分。在下列每题给出的五个选项中，只有一项是符合试题要求的。请在答题卡上将所选的字母涂黑。）

1、【答案】E

【考点】十字交叉法解应用题

【解析】

用十字交叉法求解：

$$\begin{array}{ccc} 400 & & 10 \\ & \swarrow \quad \searrow & \\ & 280 & \\ & \swarrow \quad \searrow & \\ 270 & & 120 \end{array} \Rightarrow x = \frac{1}{13} \times 26 = 2$$

2、【答案】B

【考点】列方程解应用题

【解析】

设甲、乙每周的工时费分别为 x, y ；

$$\begin{cases} 10(x+y)=100 \\ 6x+18y=96 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=7 \\ y=3 \end{cases}.$$

3、【答案】B.

【考点】平面几何

【解析】

根据三角形面积的性质：两三角形同底，面积比即为高的比. 得到：

$$S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle ABF} = 4 \quad (\text{两个三角形同底 } AB, \text{ 高比为 } BF:BC = 2:1),$$

$$\Rightarrow S_{\triangle BFE} = 8 \quad (\text{三角形 } ABF \text{ 和三角形 } BEF, \text{ 同底 } BF, \text{ 高的比 } BE:AB = 2:1)$$

故 $\triangle AEF$ 面积为 12.

4、【答案】B.

【考点】浓度问题

【解析】

设该容器的容积是 V , 则 $90\% \times \frac{V-1}{V} - \frac{V-1}{V} = 40\%$, 化简得: $(5V-3)(V-3)=0$,

由于 $V>1$, 得 $V=3$.

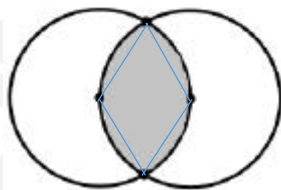
5、【答案】E

【考点】阴影图形的面积

【解析】

如图所示: 阴影部分所对的圆心角为 120° , 阴影面积的一半为一个圆心角为 120° 的扇形减去一个顶角为 120° 的等腰三角形。

$$\text{即有 } S = 2S_{\text{小}} = 2\left(\frac{120}{360}\pi r^2 - \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \frac{1}{2}\right) = \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}.$$



6、【答案】B.

【考点】算术应用题

【解析】设该项目的预算为 x , 由已知得 $\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}x \times \frac{2}{3} + 0.8 = x, x = 3.6$.

7、【答案】D

【考点】行程问题

【解析】

设两人的速度分别为 v_1, v_2 , 两地距离为 S ,

$$\begin{cases} (v_1 + v_2) \times 1 = S \\ (v_1 + v_2 + 3) \times 1.5 = 2S \end{cases} \Rightarrow S = 9.$$

8、【答案】D

【考点】数列问题

【解析】

$$\because a_2 + a_8 = 2a_5 \therefore a_5 = 9, a_1 + a_2 + \cdots + a_9 = 9a_5 = 81.$$

9、【答案】E

【考点】概率计算

【解析】

古典概型。事件发生的可能总数为 $C_6^2 C_4^2 C_2^2 = 90$ ，满足所求事件的可能数为

$$C_3^1 C_3^1 C_2^1 C_2^1 C_1^1 C_1^1 = 36 = 6, \text{ 从而概率 } p = \frac{36}{90} = \frac{2}{5}.$$

10、【答案】D

【考点】切线问题

【解析】

在圆 $x^2 + y^2 = r^2$ 上某一点 (x_0, y_0) 的切线方程为 $x_0 x + y_0 y = r^2$;

$$\text{因此过点}(1, 2)\text{处的切线为 } x + 2y = 5 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2},$$

在 y 轴上的截距为 $\frac{5}{2}$.

11、【答案】D

【考点】轮岗方案问题

【解析】

这属于排列组合中的“轮岗问题”，即要求不对号入座的问题。

这类问题需要记忆固定的答案，当 4 个元素不对号入座的时候，方案有 9 种。

12、【答案】A.

【考点】立体几何

【解析】

三角形 $AA'F$ 为直角三角形, 又 $A'F = \sqrt{5}$, $AF = \sqrt{5+4} = 3$.

13、【答案】C

【考点】立体几何

【解析】

每个工艺品需要的材料体积是镀层的体积, 需要用“大球体”体积减去“小球体”体积。

即每个工艺品需要的材料体积

$$= \frac{4}{3}\pi(5+0.01)^3 - \frac{4}{3}\pi 5^3 = \frac{4}{3}\pi \times 0.01 \times (5.01^2 + 5.01 \times 5 + 5^2) \approx \pi.$$

故需要的个数为 $\frac{10000\pi}{20^3} \approx 3.93 < 4$, 则最少需要 4 个.

14、【答案】E

【考点】质数问题

【解析】

分解质因数: $770 = 11 \times 7 \times 5 \times 2$, 和为 $11 + 7 + 5 + 2 = 25$.

15、【答案】C.

【考点】概率计算

【解析】

一次停止即掷出正面就得停止的概率为 $\frac{1}{2}$;

两次停止没有可能;

三次停止即掷出“反正正”, 概率为 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$;

四次停止没有可能. 故 $p = \frac{5}{8}$.

二、条件充分性判断: 第 16~25 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 要求判断每题给出的条件 (1)

和条件(2)能否充分支持题干所陈述的结论. A、B、C、D、E 五个选项为判断结果, 请选择一项符合试题要求的判断, 在答题卡上将所选项的字母涂黑.

- (A) 条件(1)充分, 但条件(2)不充分.
- (B) 条件(2)充分, 但条件(1)不充分.
- (C) 条件(1)和(2)单独都不充分, 但条件(1)和条件(2)联合起来充分.
- (D) 条件(1)充分, 条件(2)也充分.
- (E) 条件(1)和(2)单独都不充分, 条件(1)和条件(2)联合起来也不充分.

16、【答案】A

【考点】代数运算

【解析】

条件(1):

$$x + \frac{1}{x} = 3 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = (x + \frac{1}{x})^2 - 2 = 7 \Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = (x + \frac{1}{x})(x^2 - 1 + \frac{1}{x^2}) = 3 \times 6 = 18,$$

充分.

条件(2): 由此式分析: 明显 x 有正负之分, 不充分.

17、【答案】C

【考点】数列的判断

【解析】

条件(1) 甲、乙、丙年龄分别为 1、2、3, 不充分

条件(2) 甲、乙、丙年龄分别为 1、2、4, 不充分

联立, 既为等差数列又为等比数列的数列一定是常数数列, 充分.

18、【答案】B

【考点】绝对值不等式

【解析】

要使 $|x^2 + 2x + a| \leq 1$ 的解集为空, 则需满足函数 $f(x) = x^2 + 2x + a$ 的最小值大于 1,

即可有 $f(x) = x^2 + 2x + a = (x+1)^2 + a - 1$, 因此需满足 $a - 1 > 1 \Rightarrow a > 2$, 显然条件(2)

充分.

19、【答案】A

【考点】曲线方程

【解析】

在曲线上的点满足曲线方程。

条件（1） $1^3 - 6 \times 1^2 + b + a = 0 \Rightarrow a + b = 5$ ，充分。

条件（2） $(-1)^3 - 6 \times (-1)^2 + b + a = 0 \Rightarrow a + b = 7$ ，不充分。

20、【答案】A

【考点】圆的性质

【解析】

由于 C 是半圆上的一点，得到 $AC \perp BC$ ，又 $OD \perp AC$ ， $OD \parallel BC$ ，

三角形 ADO 与三角形 ACB 相似，因此 $OD = \frac{1}{2}BC$ ，即只要 BC 可求， OD 长就可求出。

条件（1）已知 BC 的长，充分。

条件（2） AO 长度只决定圆的大小，无法确定 C 的位置，也无法确定 BC 的长度，不充分。

21、【答案】A

【考点】直线与圆的位置关系

【解析】

观察题干，圆心 $(0,0)$ 到直线 $4y - 3x - 5 = 0$ 的距离 $d = 1$ ，从而满足 $4y - 3x \geq 5$ 的点都满足

$x^2 + y^2 \geq 1$ ，条件（1）充分。

在条件（2）下有最小距离为原点 $(0,0)$ 到圆 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 5$ 上点的最小距离。

$d_{\min} = \sqrt{5} - \sqrt{2} < 1$ ，条件不充分。

22、【答案】C

【考点】概率计算

【解析】

条件（1）只提到关于白球的信息，无法判断其他颜色的情况，不充分。

条件（2）与条件（1）同理，单独不充分。

联立，条件（2）可理解为：随机取出两球，两球都不出现黑色的概率大于 $\frac{4}{5}$ ，可以推断若

单独取出一球是黑色概率小与 $\frac{1}{5}$ 。

所以当联立时，黑色的概率小于 $\frac{1}{5}$ 而白球的概率为 $\frac{2}{5}$ ，可得到红球最多，充分。

23、【答案】C

【考点】二次函数计算

【解析】

曲线过某点，则该点坐标满足曲线方程。

条件（1）有 $\begin{cases} c=0 \\ a+b+c=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=0 \\ a+b=1 \end{cases}$ ，条件单独不充分。

条件（2）有 $ax^2+bx+c=a+b, \Delta=b^2-4a(c-a-b)=0$ ，单独也不充分。

联立（1）（2）有 $\begin{cases} c=0 \\ a+b=1 \\ b^2+4a=0 \end{cases}$ ，可求出 a 、 b 、 c 。即 $\begin{cases} a=-1 \\ b=2 \\ c=0 \end{cases}$ 。联立充分。

24、【答案】D

【考点】方程的根

【解析】

题干要求方程有实根，只需满足 $\Delta=[2(a+b)]^2-4c^2=4(a+b+c)(a+b-c)\geq 0$ 。

条件（1）根据三角形三边关系 $a+b>c$ ，又 a 、 b 、 c 都为正数， $a+b+c>0$ 显然满足，充分。

条件（2）有 $2c=a+b$ ，即有 $\Delta=4(a+b)^2-4c^2=4(a+b+c)(a+b-c)=12c^2\geq 0$ ，显然满足，充分。

25、【答案】C

【考点】均值与方差

【解析】

平均值只能确定它们的和，而方差可说明波动性，所以明显单独不充分，
联立得：

$$(a-10)^2 + (b-10)^2 + (c-10)^2 + (d-10)^2 + (e-10)^2 = 2 \times 5 = 10,$$

又集合 M 是整数集合，根据集合中元素的互异性得 $a-10, b-10, c-10, d-10, e-10$ 是 5 个互不相同的整数。 $10 = (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2$ ，即有集合 $M = \{8, 9, 10, 11, 12\}$ 。
10 不可能再分成另外的 5 个整数的平方和，因此集合 M 中元素满足确定性，联立充分。

2013 年 1 月真题解析

一、问题求解第 1~15 题，每小题 3 分，共 45 分。下列每题给出的 A、B、C、D、E 五个选项中，只有一项是符合试题要求的。请在答题卡上将所选项的字母涂黑。

1. 【答案】C

【考点】增长率

【解析】

设共生产 x 个零件，则 $\frac{\frac{x}{8} - \frac{x}{10}}{\frac{x}{10}} = \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10}\right) \times 10 = \frac{1}{4} = 25\%$

2. 【答案】E

【考点】工程问题

【解析】

设乙、丙完成该工程各需 x 、 y 天，则 $\begin{cases} \frac{1}{60} + \frac{1}{x} = \frac{1}{28} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{35} \end{cases} \Rightarrow y = 105.$

3. 【答案】B

【考点】至多至少问题

【解析】

设 x_1, x_2, \dots, x_{30} 分别为 30 个人的成绩，则 $x_1 + x_2 + \dots + x_{30} = 2700$ (分)，

若 $x_1 + x_2 + \dots + x_7 < 420$ ，则 $x_8 + x_9 + \dots + x_{30} \geq 2280$ 是可能的，

但若 $x_1 + x_2 + \dots + x_8 < 480$ ，则 $x_9 + x_{10} + \dots + x_{30} > 2220$ 是不可能的。

4. 【答案】C

【考点】行程问题

【解析】

设甲的速度为 v_1 ，由已知乙的速度为 $v_2 = \frac{400}{8} = 50$ ，则 $\frac{400}{v_1 - 50} = 25$

解得 $v_1 = 66$ 米/分钟.

5. 【答案】D

【考点】比例问题

【解析】

设甲商店购进 x 台、乙商店购进 y 台

$$\text{则} \begin{cases} \frac{x-15}{y-10} = \frac{8}{7} \\ (x-15) - (y-10) = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 55 \\ y = 45 \end{cases}$$

$$\therefore x + y = 100$$

6. 【答案】E

【考点】裂项相消

【解析】

根据裂项相消原理：

$$f(x) = \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right) + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{x+9} - \frac{1}{x+10}\right) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+10}$$

$$\therefore f(8) = \frac{1}{9} - \frac{1}{18} = \frac{1}{18}$$

7. 【答案】E

【考点】点关于直线对称点

【解析】

$$\text{设对称点为}(x, y), \text{ 则} \begin{cases} \frac{x-4}{x-0} \cdot (-2) = -1 \\ 2 \cdot \frac{x+0}{2} + \frac{y+4}{2} + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 2 \end{cases}$$

8. 【答案】D

【考点】三角形相似

【解析】

由已知, $\triangle ABC \sim \triangle ADE$, 因此 $\frac{AE}{4} = \frac{DE}{3}$,

由于 $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 - \frac{1}{2} \times AE \times DE = 3$, 则 $DE^2 = \frac{18}{4}$, $\therefore DE = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

9. 【答案】B

【考点】球的表面积

【解析】

设实心大球的半径为 R , 根据熔铸后大球体积等于两个实心小球体积:

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = 32\pi + 4\pi = 36\pi \text{ cm}^3.$$

解得 $R=3$, 表面积 $S = 4\pi R^2 = 36\pi$.

10. 【答案】E

【考点】展开式系数

【解析】

$(x^2 + 3x + 1)^5$ 的一般项为 $C_5^k x^k (x+3)^k$, ($k=0, 1, 2, 3, 4, 5$)

$C_5^1 x^1 (x+3)^1$ 以及 $C_5^2 x^2 (x+3)^2$ 中含有 x^2 , 其系数为: $C_5^1 + 9C_5^2 = 95$.

11. 【答案】B

【考点】概率

【解析】

古典概型问题。所求概率为 $1 - \frac{C_6^2}{C_{10}^2} = 1 - \frac{15}{45} = \frac{2}{3}$

12. 【答案】C

【考点】最值问题

【解析】

设有熟练工人 x 人，普通工人 y 人。则求 $\begin{cases} \frac{1}{10}x + \frac{1}{15}y \geq 1 \\ x + y \leq 12 \end{cases}$ 条件下，

报酬 $200x + 120y$ 的最小值。

化简得 $\begin{cases} 3x + 2y \geq 30 \\ x + y \leq 12 \end{cases}$ ，得 $x \geq 6$ ，取 $x=6, y=6$ 时，报酬最小为 $200 \times 6 + 120 \times 6 = 1920$

13. 【答案】D

【考点】等差数列

【解析】

由韦达定理： $a_2 + a_{10} = -\frac{-10}{1} = 10$ ，

又根据等差数列中下标和定理： $a_5 + a_7 = a_2 + a_{10} = 10$ 。

14. 【答案】A

【考点】一元二次方程

【解析】

抛物线过某点，则该点满足抛物线方程：

依题意得 $\begin{cases} -\frac{b}{2} = 1 \\ (-1)^2 + b \times (-1) + c = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -2 \\ c = -2 \end{cases}$

15. 【答案】C

【考点】分步原理

【解析】

考察分布原理：

第一步由 A 到 B，每人两两种方法，所以共 $2 \times 2 = 4$ 种；

第二步由 B 到 C, 由于至多有一人可以更改道路, 为三种;

第二步由 C 到 A, 同样至多有一人可以更改道路, 所以也为三种。

则 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$, $4 \times 3 \times 3 = 36$.

二、条件充分性判断: 第 16~25 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 要求判断每题给出的条件 (1) 和条 (2) 能否充分支持题干所陈述的结论. A、B、C、D、E 五个选项为判断结果, 请选择一项符合试题要求的判断, 在答题卡上将所选项的字母涂黑.

- (A) 条件 (1) 充分, 但条件 (2) 不充分.
- (B) 条件 (2) 充分, 但条件 (1) 不充分.
- (C) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 但条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分.
- (D) 条件 (1) 充分, 条件 (2) 也充分.
- (E) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分.

16. 【答案】A

【考点】方程的根

【解析】

首先, 二次函数意味着 $a \neq 0$, 题干要求 $b^2 - 4ac > 0$,

条件 (1) $a + c = 0 \Rightarrow c = -a, \therefore \Delta = b^2 - 4ac = b^2 + 4a^2 > 0$, 充分

条件 (2) $a + b + c = 0 \Rightarrow b = -a - c, \therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-a - c)^2 - 4ac = (a - c)^2 \geq 0$, 不充分

17. 【答案】B

【考点】判断三角形形状

【解析】

条件 (1) $c^2 = a^2 + b^2$ 或 $a^2 = b^2$, 三角形为直角三角形或等腰三角形, 不充分

条件 (2) $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2}ab \Rightarrow \sin C = 1, \therefore C = 90^\circ$, 三角形为直角三角形, 充分

18. 【答案】E

【考点】质数问题

【解析】

质数问题，采用特值法进行验证：

条件（1）取 $m=4, q=2$ ，则 $p=4 \times 2 + 1 = 9$ ，合数，不充分

条件（2）取 $m=3, q=5$ ，则 $p=3 \times 5 + 1 = 16$ ，合数，不充分，这组特值同时说明两条件联立不充分。

19. 【答案】A

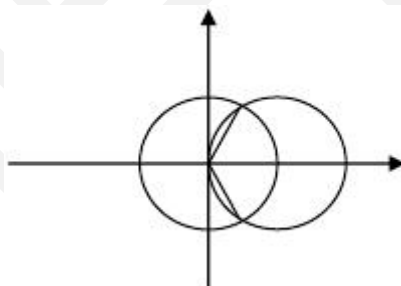
【考点】圆与圆的位置关系

【解析】

两圆心距为 $d = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$ 。

条件（1）： $d=3$ ，此时两圆位置关系如图所示：

因此所求长度为不重叠的两段弧长， $(2\pi \times 3 - \frac{2\pi}{3} \times 3) \times 2 = 8\pi$



条件（2）：两个圆的位置关系不定，即两圆之间的距离无法确定。因此，弧长无法确定。

20. 【答案】A

【考点】方案问题

【解析】

为满足题干要求，排班的种数需要大于 62 天（按照天数最长的两个月——七月、八月相邻来计算）。

条件（1）总可能性减去 3 人来自同一科室的可能性： $C_{11}^3 - C_6^3 - C_3^3 = 144 > 62$ 天，充分

条件(2) 按照分步原理, $C_6^1 C_3^1 C_2^1 = 36 < 62$ 天, 不充分

21. 【答案】D

【考点】概率计算

【解析】

按照题干要求, 发出警报概率 ≥ 0.999 即可。

从反面出发进行计算。报警成功的反面是: 所有报警器均报警失败。(每个烟火报警器成功报警是独立事件。)

条件(1) $P(A+A+A) = 1 - P(\bar{A})^3 = 1 - 0.1^3 = 0.999$, 充分

条件(2) $P(A+A) = 1 - P(\bar{A})^2 = 1 - 0.03^2 = 0.9991$, 充分

22. 【答案】C

【考点】绝对值不等式

【解析】

条件(1) 取 $a=3, b=-2$, 不充分

条件(2) 取 $a=3, b=2$, 不充分

联立, 则有

$$\begin{cases} |a+b| \leq 1 \\ |a-b| \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a+b)^2 \leq 1 \text{ ①} \\ (a-b)^2 \leq 1 \text{ ②} \end{cases} \xrightarrow{\text{①}+\text{②}} a^2 + b^2 \leq 1 \therefore |a| \leq 1, |b| \leq 1, \text{ 充分.}$$

23. 【答案】B

【考点】不等式应用题

【解析】

设得一、二、三等奖的人数分别为 x, y, z 则由奖金数额有: $1.5x + y + 0.5z = 100$ 变形即

$x + y + z = 100 + 0.5(z - x)$ 而需要得到 $x + y + z \geq 100$, 观察发现, 只需 $z \geq x$ 即可

条件(1) 即 y 最大, 无法确定 x 与 z 的大小关系, 不充分

条件(2) 即 z 最大, 说明 $z \geq x$, 充分

24. 【答案】C

【考点】代数式求值

【解析】

要确定此代数式值，需确定 x, y, z 三者的关系，因此单独都不成立。

联立得 $\begin{cases} x = \frac{2}{3}y \\ z = 2y \end{cases}$ ，将 x, z 代入，结果为 1，充分

25. 【答案】D

【考点】数列问题

【解析】

条件（1）当 $k=2$ 时

此数列为：1, 2, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, …… 从第三项开始，每相邻三项和都是 2，

$\therefore a_{100} + a_{101} + a_{102} = 2$ ，充分。

条件（2）此数列为：1, k , $k-1$, 1, $k-2$, $k-3$, 1, …… $k-k$, 1, 1, 0, 1, 1, 0, …… k ，若

$1 \leq k < 20$ ，则此数列从 30 项以后，每相邻三项和都是 2， $a_{100} + a_{101} + a_{102} = 2$ ，充分。

2012 年 1 月真题解析

一、问题求解：第 1~15 小题，每小题三分，共 45 分。下列每题给出的 A、B、C、D、E 五个选项中，只有一项是符合试题要求的。请在答题卡上将所选的字母涂黑。

1. 【答案】C

【考点】变化率

【解析】连续两次降价后的售价为 $200 \times (1-20\%) \times (1-20\%) = 128$ (元)。

2. 【答案】A

【考点】三角形相似

【解析】利用三角形相似得比例关系 $\frac{c}{a-c} = \frac{a-b}{b} \Rightarrow a = b+c$

3. 【答案】C

【考点】圆柱体面积

【解析】底面半径与球的半径相等，由面积公式可得，总造价为

$2\pi r \times h + 300\pi r^2 = \frac{1}{2} \times \pi \times 4r^2 \times 400 + 300\pi \times 2^2 = 1000\pi + 1200\pi = 2200\pi$ 万元。

4. 【答案】B

【考点】概率

【解析】注意从左到右相邻的 3 个数字组成的 3 位数中 353 出现两次，因此所有可能只有 6

种：513、135、353、535、531、319，所以概率为 $\frac{1}{6}$

5. 【答案】B

【考点】排列组合

【解析】最多可陈列 $C_{15}^5 = \frac{15!}{10!5!} = 3003$

6. 【答案】E

【考点】实数

【解析】

$$\text{甲的平均分} \frac{6 \times 10 + 7 \times 10 + 8 \times 10 + 9 \times 10}{40} = 7.5$$

$$\text{乙的平均分} \frac{6 \times 15 + 7 \times 15 + 8 \times 10 + 9 \times 20}{60} = 7.58$$

$$\text{丙的平均分} \frac{6 \times 10 + 7 \times 10 + 8 \times 15 + 9 \times 15}{50} = 7.7$$

7. 【答案】E

【考点】概率

【解析】该机场的一个安检口每天中午办理安检手续的乘客人数超过 15 的概率为 $0.25 + 0.2 + 0.05 = 0.5$. 所以该安检口 2 天中至少有 1 天中午办理安检手续的乘客人数超过 15 的概率是 $1 - C_2^0 P^0 (1-P)^2 = 1 - (1-0.5)^2 = 0.75$

8. 【答案】A

【考点】等比数列

【解析】依题意得第一天取出 $\frac{2}{3}M$, 第二天取出 $\frac{2}{3}M \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{9}M = 2(\frac{1}{3})^2 M$ 第三天取出 $2(\frac{1}{3})^2 M \cdot \frac{1}{3} = 2(\frac{1}{3})^3 M \dots\dots$, 可以看出取出的量是以 $\frac{2}{3}M$ 为首项, $\frac{1}{3}$ 为公比的等比数列,

七天取出的量为该数列的前七项之和即 $\frac{\frac{2}{3}M(1-(\frac{1}{3})^7)}{1-\frac{1}{3}} = M(1-(\frac{1}{3})^7)$, 所剩的钱为

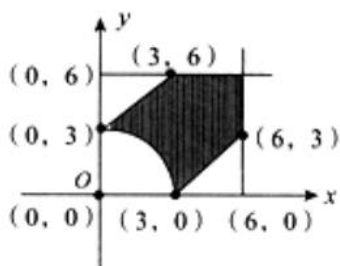
$$(\frac{1}{3})^7 M$$

9. 【答案】C

【考点】平面几何

【解析】如图, D 是在正方形 $0 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 6$ 中去掉左上角和右下角两个边长为 3 的等腰直角三角形及左下角以原点为圆心, 3 为半径的直角扇形之后剩下的图形, 因此它的面积

$$\text{为 } 36 - 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - \frac{1}{4} \pi \times 3^2 = 27 - \frac{9}{4} \pi$$



10. 【答案】D

【考点】工作效率

【解析】设甲组每天植树 x 棵，则乙组每天植树 $x-4$ 棵，则有 $2(x-4)+3(2x-4)=100$ 解 $x=15$

11. 【答案】A

【考点】排队问题

【解析】分两个步骤进行，先排两女有 $2!$ 种，再排 3 男，有 $3!$ 种，从而共有 $2! \times 3! = 12$ 种

12. 【答案】D

【考点】因式定理

【解析】 $x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$ ，因此 $x=1, x=2$ 为 x^3+x^2+ax+b 的两个根，即 $1+1+a+b=0, 8+4+2a+b=0$ 解得 $a=-10, b=8$

13. 【答案】B

【考点】最值问题

【解析】设甲车 x 辆，乙车 y 辆，由题意得 $\begin{cases} 40x+20y \geq 180 \\ 10x+20y \geq 110 \end{cases}$ 运费为 $400x+360y$

从运费上看，甲车运费高，所以甲车要尽量少。从甲一辆，乙 7 辆开始求运费，算出甲 2 辆乙 5 辆时运费最低，此时最低费用为 2600 元。

14. 【答案】E

【考点】三角形面积

【解析】三个边长为 1 的正方形所覆盖区域面积为三个边长为 1 的正方形的面积减去中间边长为 1 的等边三角形面积的 2 倍，再减去底边长为 1，底角为 30° 的等腰三角形的 3 倍，即

$$3 - 2 \times \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 3 \times \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{6} = 3 - \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

15. 【答案】B

【考点】总量与部分量

【解析】设帐篷 x 件，食品 y 件，则 $\begin{cases} x + y = 320 \\ x = y + 80 \end{cases}$ 解得 $x = 200, y = 120$.

二、条件充分性判断：第 16~25 小题，每小题 3 分，共 30 分. 要求判断每题给出的条件 (1) 和条件 (2) 能否充分支持题干所陈述的结论. A、B、C、D、E 五个选项为判断结果，请选择一项符合试题要求的判断，在答题卡上将所选项的字母涂黑.

- (A) 条件 (1) 充分，但条件 (2) 不充分.
- (B) 条件 (2) 充分，但条件 (1) 不充分.
- (C) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分，但条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分.
- (D) 条件 (1) 充分，条件 (2) 也充分.
- (E) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分，条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分.

16. 【答案】D

【考点】一元二次方程

【解析】由题干可知 $b^2 - 4 > 0$ ，解得 $b > 2$ 或 $b < -2$ ，两个条件都充分

17. 【答案】C

【考点】数列

【解析】设 $\{a_n\}$ 的公比为 q , $\{b_n\}$ 的公差为 d ，题干要得到 $b_2 \geq a_2$ 即 $1 + d \geq q$

条件 (1) 令 $q=1, d=-1$, 则 $1 + d < q$ 不充分

条件 (2) 知 $1+9d=q^9 \Rightarrow d=\frac{q^9-1}{9}$, 令 $q=-2$, 得 $1+d < q$ 不充分

联立得知 $b_2=1+d=1+(\frac{q^9-1}{9})=\frac{q^9+1+1+\cdots+1}{9} \geq \sqrt[9]{q^9}=q=a_2$ 充分

18. 【答案】A

【考点】直线方程

【解析】条件 (1) 代表的直线经过一二四象限, 充分, 条件 (2) 代表的直线经过一三四象限, 不充分.

19. 【答案】B

【考点】概率

【解析】条件 (1) 则该产品是合格品的概率为 $0.81 \times 0.81 = 0.6561 < 0.8$ 不充分

条件 (2) 则该产品是合格品的概率为 $0.9 \times 0.9 = 0.81 > 0.8$ 充分

20. 【答案】D

【考点】奇数偶数

【解析】条件 (1) $3m+2n$ 是偶数, $2n$ 也是偶数, 则 $3m$ 是偶数, m 必是偶数

条件 (2) $3m^2+2n^2$ 是偶数, $2n^2$ 也是偶数, 则 $3m^2$ 是偶数, m^2 是偶数, m 必是偶数

21. 【答案】E

【考点】实数

【解析】条件 (1) 令 $a=-2, b=-1$, $(-2)^2 > (-1)^2$, 但是 $-2 < -1$, 不充分

条件 (2) $a=-2, b=-1$, $(-2)^2 > -1$ 但是 $-2 < -1$, 不充分

22. 【答案】D

【考点】伯努利公式

【解析】此题考点为概率中独立重复试验的公式, 及格表示 3 题中对 2 题或 3 题

条件 (1) $C_3^2(\frac{2}{3})^2(\frac{1}{3})+(\frac{2}{3})^3=\frac{20}{27}$, 充分

条件 (2) 3 道题全部答错的概率为 $\frac{1}{27}$, 用 P 表示答对各题的概率, 则 $(1-p)^3=\frac{1}{27}, P=\frac{2}{3}$

与 (1) 等价, 充分

23. 【答案】D

【考点】价格问题

【解析】用 x, y, z 分别表示三种水果的单价, 则 $x+y+z=30$

条件 (1) 设 $x=6$, 则 $y+z=24$, 显然 y, z 的价格均不超过 18 元/千克, 否则与 $x=6$ 为最低价格相矛盾, 充分

条件 (2) $x+y+2z=46$, 联立 $x+y+z=30 \Rightarrow z=16, \Rightarrow x+y=14$, 所以每种水果的价格均不超过 18 元/千克, 充分.

24. 【答案】C

【考点】矩形面积最值

【解析】用 a, b 表示羊栏的长与宽, 要求 $ab > 500$

条件 (1) $a+b=60 \geq 2\sqrt{ab} \Rightarrow \sqrt{ab} \leq 30$, 不充分

条件 (2) $\sqrt{a^2+b^2} \leq 50 \Rightarrow a^2+b^2 \leq 2500$, 又 $a^2+b^2 > 2ab$, 去掉等号是因为 a, b 不相等,

所以 $ab < \frac{2500}{2}$, 也不充分

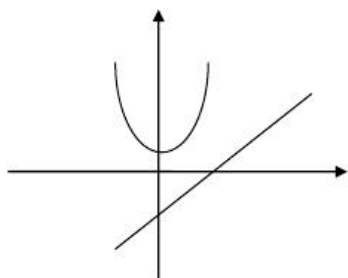
联立 (1) (2) $3600 = (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \leq 2500 + 2ab$, 所以 $ab \geq 550$, 满足结论, 充分.

25. 【答案】A

【考点】

【解析】条件(1) $y = x + b$ 与 $y = x^2 + a$ 有且仅有一个交点，这条直线斜率为1，不可能平行于y轴，因此它是抛物线的切线，充分

条件(2) $x^2 - x \geq b - a (x \in \mathbb{R}) \Rightarrow x^2 + a \geq x + b$ 即抛物线位于直线上方，如图所示，并不表示这条直线就是抛物线的切线，不充分.



2011 年 1 月真题解析

一、问题求解：第 1~15 小题，每小题 3 分，共 45 分，下列每题给出的 A、B、C、D、E 五个选项，只有一项是符合试题要求的，请在答题卡上将所选项的字母涂黑。

1. 【答案】B

【考点】顺水逆水问题

【解析】

$$\text{顺水: } t_1 = \left| \frac{78}{28+2} \right| = 2.6h$$

$$\text{逆水: } t_2 = \left| \frac{78}{28-2} \right| = 3h$$

$$\text{总时间} = t_1 + t_2 = 2.6 + 3 = 5.6h$$

2. 【答案】A

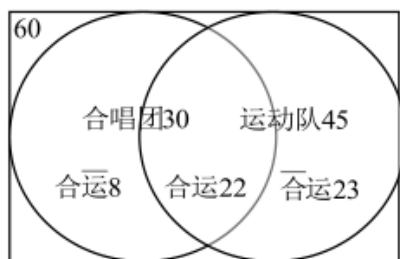
【考点】非负性

$$\text{【解析】} \begin{cases} a-3=0 \\ 3b+5=0 \\ 5c-4=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-\frac{5}{3} \\ c=\frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow abc = 3 \times \left(-\frac{5}{3}\right) \times \frac{4}{5} = -4.$$

3. 【答案】C

【考点】集合问题

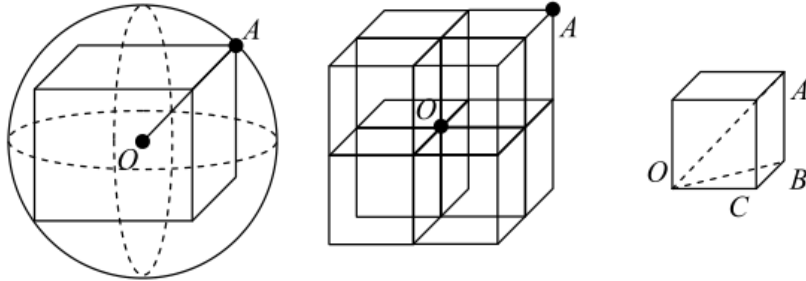
【解析】



4. 【答案】B

【考点】正方体外接球

【解析】



设正方体的边长为 a ，如图可知， $OC = BC = AB = \frac{a}{2}$ ，则

$$OA = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4}}a, \text{ 球体的半径为 } R, \text{ 即 } \sqrt{\frac{3}{4}}a = R, \text{ 则 } a = \sqrt{\frac{4}{3}}R,$$

$$V = \left(\sqrt{\frac{4}{3}}R\right)^3 = \frac{8\sqrt{3}}{9}R^3.$$

5. 【答案】D

【考点】比例计算

【解析】

	2006 年	2007 年
$R \& D$	$\frac{300}{1+20\%} = 250$	300
GDP	$\frac{10000}{1+10\%}$	10000

$$\text{则 } \frac{250}{\frac{10000}{1+10\%}} = 2.75\%$$

6. 【答案】E

【考点】分组取样问题

【解析】

$$P = \frac{C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot C_1^1}{C_{10}^3} = \frac{5 \times 4 \times 1}{\frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1}} = \frac{1}{6}$$

7. 【答案】B

【考点】等差数列求和

【解析】

2007 年九月底的在校学生有：2004. 09 入学、2005. 09 入学、2006. 09 入学、2007. 09 入学。

共 $2600 + 2800 + 3000 + 3200 = 11600$ 名。

8. 【答案】D

【考点】取球问题

【解析】反向思考，三个球放入三个盒子中，每个球有三种选择，一共有 $3 \times 3 \times 3 = 27$ 种，

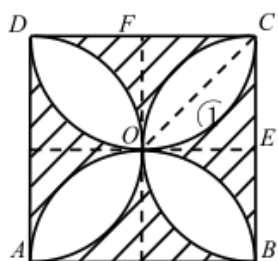
乙盒中一个红球都没有的情况是 $2 \times 2 \times 3 = 12$ 种，所以概率为

$$p = 1 - \frac{12}{3^3} = 1 - \frac{12}{27} = \frac{15}{27} = \frac{5}{9}$$

9. 【答案】E

【考点】阴影部分面积

【解析】做辅助线如图所示：



将空白部分看成 4 片叶子

$$\text{一片叶子面积} = S_{\text{半圆}} - S_{OCEF} = \frac{1}{2} \pi \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4} = \frac{\pi-2}{8}$$

$$S_{\text{阴}} = S_{ABCD} - 4 \cdot \frac{\pi-2}{8} = 1 - \frac{\pi-2}{2} = 2 - \frac{\pi}{2}$$

10. 【答案】D

【考点】相邻问题用“捆绑法”

【解析】

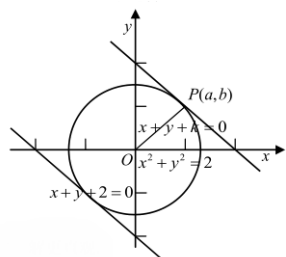
第一步将三个一家人利用捆绑法绑在一起，有 $A_3^3 \times A_3^3 \times A_3^3$ 种，第二步对三个家庭进行全排列有 A_3^3 种。所以总的坐法有 $(A_3^3)^4 = (3!)^4$

11. 【答案】E

【考点】直线与圆的位置关系

【解析】设过点 P 的切线方程为 $x+y+k=0$ ，点 P 的坐标可设为 (a,b) 。则

$$\frac{|0+0+k|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \sqrt{2}, \Rightarrow k = \pm 2, \text{ 若 } k=2, \text{ 则与 } x+y+2=0 \text{ 重合, 故排除。}$$



因此 $k=-2$ ，则过点 P 的切线方程为 $x+y-2=0$ ，而点 P 在圆上又在切线上，得

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 2 \\ a + b - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}, \text{ 则 } P \text{ 的坐标为 } (1,1)。$$

12. 【答案】D

【考点】质数与绝对值

【解析】可设 $a > b > c$ ，则 $|a-b| + |b-c| + |c-a| = a-b + b-c + a-c = 2(a-c) = 8$ ，

$\Rightarrow a-c=4$ ，小于 12 的质数分别为 2、3、5、7、11 只有 $a=7, b=5, c=3$ 满足则

$$a+b+c=7+5+3=15$$

13. 【答案】A

【考点】不定方程

【解析】设捐款数额为 100 元、500 元和 2000 元的人数分别为 x 、 y 、 z 。

$$\text{则} \begin{cases} x+y+z=100 \\ x+5y+20z=190 \end{cases} \Rightarrow 4y+19z=90 \Rightarrow y=\frac{90-19z}{4}$$

由于 $4y$ 和 90 都是偶数, 所以 $19z$ 为偶数, 可得 $z=2, y=13$

14. 【答案】D

【考点】工程问题

【解析】

设原计划每天可掘进 x 米

$$\text{依题意有: } \frac{400}{x} + \frac{2400-400}{x+2} = \frac{2400}{x} - 50, \text{ 解得 } x=8, \text{ 则 } \frac{2400}{8}=300(\text{天}).$$

15. 【答案】C

【考点】整式分式的运算

$$\begin{aligned} \text{【解析】} \frac{x+y}{x^3+y^3+x+y} &= \frac{x+y}{(x+y)(x^2+y^2-xy)+(x+y)} = \frac{x+y}{(x+y)(x^2+y^2-xy+1)} \\ &= \frac{1}{x^2+y^2-xy+1} = \frac{1}{9-4+1} = \frac{1}{6}. \end{aligned}$$

二、条件充分性判断: 第 16~25 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 要求判断每题给出的条件 (1) 和条件 (2) 能否充分支持题干所陈述的结论. A、B、C、D、E 五个选项为判断结果, 请选择一项符合试题要求的判断, 在答题卡上将所选项的字母涂黑.

- (A) 条件 (1) 充分, 但条件 (2) 不充分.
- (B) 条件 (2) 充分, 但条件 (1) 不充分.
- (C) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 但条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分.
- (D) 条件 (1) 充分, 条件 (2) 也充分.
- (E) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分.

16. 【答案】A

【考点】等差、等比数列

【解析】

条件 (1), e^a, e^b, e^c 等成比数列, 则 $(e^b)^2 = e^a \cdot e^c$, 可得 $2b = a + c$, 那么实数 a, b, c 成等差数列, 充分;

条件 (2), a, b, c 成等差数列, 则 $2 \ln b = \ln a + \ln c \Rightarrow \begin{cases} b^2 = ac \\ a > 0 \\ b > 0 \\ c > 0 \end{cases}$, 那么实数 a, b, c 成等比数列, 不充分。

17. 【答案】E

【考点】比例问题

【解析】

条件 (1),

	男生	女生	全班
人数	x	y	$x + y$
及格率	70%	90%	$\frac{70\%x + 90\%y}{x + y}$

由于不知道 x, y , 无法推出 $\frac{70\%x + 90\%y}{x + y}$ 的值为 80%, 故不充分;

条件 (2),

	男生	女生	全班
人数	x	y	$x + y$
平均分	a	a	$\frac{xa + ya}{x + y}$

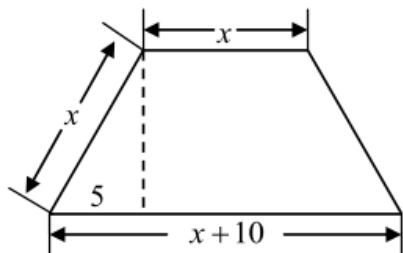
仅有平均分, 得不到与及格率相关的条件, 故不充分。联合条件 (1), (2), 也不成立, 故选 E。

18. 【答案】D

【考点】梯形面积

【解析】

条件 (1) 有 $\frac{x}{x+10} = \frac{13}{23}$, 则 $x=13$, 充分; 条件 (2), 如图所示。



$$\text{则 } S = \frac{(x+x+10)(\sqrt{x^2-5^2})}{2} = 216 = (x+5)\sqrt{x^2-5^2},$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2-5^2} = \frac{216}{x+5} \Rightarrow (x-5)(x+5) = \left(\frac{6^3}{x+5}\right)^2$$

$$\Rightarrow x-5 = \frac{6^6}{(x+5)^3} = \left(\frac{36}{x+5}\right)^3$$

$x+5$	6	9	12	18	36
$x-5$	-4	-1	2	8	26
$\left(\frac{36}{x+5}\right)^3$	排除	排除	27	8	1

只有 $x+5=18$ 时，这组解有意义，解得 $x=13$ ，充分。

但是此方法是比较麻烦，因此实战中，令 $x=13$ ，代入梯形面积公式得到面积为 216 即可说明该条件充分。

19. 【答案】B

【考点】特殊位置元素法

【解析】

条件 (1) $C_2^1 \cdot P_4^4 = 48$ 不充分；条件 (2) $P_4^4 = 24$ ，充分；

20. 【答案】C

【考点】判断三角形形状

【解析】

条件 (1)， $(a-b)(c^2-b^2) \neq 0 \Rightarrow a \neq b$ 或 $c^2 = a^2 + b^2$ ，即三角形 ABC 是等腰三角形

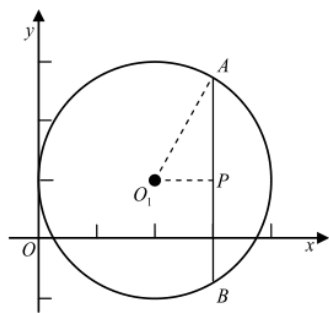
或直角三角形，不充分；条件 (2) $c = \sqrt{2}b$ 显然不充分；联合条件 (1)，(2) 有 $\begin{cases} a=b \\ c=\sqrt{2}b \end{cases}$

或 $\begin{cases} c^2 = a^2 + b^2 \\ c = \sqrt{2}b \end{cases}$, 均为等腰直角三角形, 充分。

21. 【答案】B

【考点】直线与圆的位置关系

【解析】



圆心坐标为 $O_1(2, 1)$, 半径 $AO_1 = 2$, $AB = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow AP = \sqrt{3} \Leftrightarrow O_1P = \sqrt{AO_1^2 - AP^2} = 1$,

即 $\frac{|a \times 2 + b \times 1 + 3|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 1$ 。条件 (1) 代入, 不充分; 条件 (2) 代入, 充分。

22. 【答案】A

【考点】柯西不等式

【解析】

条件 (1), 由柯西不等式得 $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq (ac + bd)^2$ 所以 $(ac + bd)^2 \leq 1$ 当且仅当

$ad = bc$ 时成立, 所以当 $ad \neq bc$ 时有 $(ac + bd)^2 < 1$, 直线有一个交点即斜率不相等, 所

以 $ad \neq bc$, 即 $(ac + bd)^2 < 1$ 充分

条件 (2), 特值 $a \neq c, b \neq d, |a| = |c|$ 且 $|b| = |d|$ 可以成立 $(a = \frac{\sqrt{2}}{2}, c = -\frac{\sqrt{2}}{2}, b = \frac{\sqrt{2}}{2},$

$d = -\frac{\sqrt{2}}{2})$, 此时 $|ac + bd| = 1$, 不充分。

23. 【答案】D

【考点】至多至少问题

【解析】除（一）班外，只要其他七个班至多 20 个人不及格，就充分，由条件一，二班人数最多 3 人，三班人数最多 2 人，所以其他七个班最多 20 人，即（一）班至少 1 名不及格，充分；

条件（2）：除了（一）班外，其他班至多 20 个人不及格，即（一）班至少 1 名不及格，充分

24. 【答案】D

【考点】工程问题

【解析】条件（1）， $t = \frac{1}{\frac{1}{4} + \frac{1}{5}} = \frac{20}{9} < \frac{5}{2}$ ，充分；

条件（2）， $t = \frac{1}{\frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11}} = \frac{396}{25} < \frac{5}{2}$ ，或 $t = \frac{1}{\frac{1}{5} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11}} = \frac{495}{199} < \frac{5}{2}$ ，充分。

25. 【答案】C

【考点】等差数列单调性问题

【解析】

条件（1）， $S_n \leq n$ ，即 $(\frac{d}{2})n^2 + (a_1 - \frac{d}{2})n \leq n$ ，令 $f(n) = (\frac{d}{2})n^2 + (a_1 - \frac{d}{2})n$ 为抛物线，

$g(n) = n$ 为直线，则对任何正整数 n ，都有 $f(n) < g(n) \Rightarrow$ 抛物线开口方向向下，则 $d \leq 0$ ，

不充分；条件（2）， $a_2 \geq a_1 \Rightarrow a_1 + d \geq a_1 \Rightarrow d \geq 0$ ，不充分；联合起来有 $d = 0$ ，充分。

2010 年 1 月真题解析

一、问题求解：第 1~15 小题，每小题 3 分，共 45 分. 下列每题给出的 A、B、C、D、E 五个选项中，有一项是符合试题要求的. 请在答题卡上将所选项的字母涂黑.

1. 【答案】D

【考点】比例

【解析】设开演时女观众 50 人，男观众 40 人，一个小时后，女观众剩 80%，男观众剩 85%，则此时在场的女观众与男观众人数之比为 $50 \times 80\% : 40 \times 85\% = 20:17$

2. 【答案】C

【考点】利润率问题

【解析】设该商品的标价为 x ，则 $\frac{0.8x - 240}{240} = 15\%$ ，所以 $x = 345$.

3. 【答案】C

【考点】质数

【解析】不足 6 岁的小孩年龄可能为 2, 3, 5, 当等于 2 时另外两人年龄为 8, 14 不为质数，不满足；当年龄为 3 时也不满足；当年龄为 5 时，另外两个人的年龄是 11, 17，符合，年龄和为 33

4. 【答案】A

【考点】等差数列、等比数列

【解析】

因为每行为等差数列，所以第二行 $\frac{5}{4} - x = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 1$ 每列为等比数列，所以第二列

$$\frac{\frac{5}{4}}{\frac{5}{2}} = \frac{y}{\frac{1}{4}} \Rightarrow y = \frac{5}{8}$$

$$\text{第三列 } \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{z}{3}}{\frac{3}{4}} \Rightarrow z = \frac{3}{8} \text{ 所以 } x+y+z=2$$

5. 【答案】E

【考点】概率

【解析】

每位顾客都选 2 个不同的赠品，总的情况有 $C_4^2 C_4^2 = 36$ 种，两人恰有 1 件不同，则情况数

$$\text{为 } C_4^2 C_2^1 C_2^1, \text{ 所以概率为 } \frac{C_4^2 C_2^1 C_2^1}{36} = \frac{2}{3}$$

6. 【答案】D

【考点】三角形

【解析】

因为 $AB=5 \text{ km}$ ， $\angle A=120^\circ$ ，所以 $BC=13 \text{ km}$ ，由 $AB \perp AC$ ， $A \in AD$ 可得 $AD=4.6 \text{ km}$

7. 【答案】B

【考点】多项式

【解析】

设 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 6 = (x-1)(x-2)(x+m)$ ，由于多项式的常数项为 -6 ，所以 $(-1)(-2)m = -6$ ，所以 $m = -3$ ，第三个一次因式为 $x-3$

8. 【答案】B

【考点】集合问题

【解析】

$$\text{恰有双证的人数为 } \frac{130+110+90-140-30 \times 3}{2} = 50$$

9. 【答案】B

【考点】二次函数求最值问题

【解析】

设该商品的定价比原定价（100元）高 x 元，利润为 y ，则

$$y = (100 + x - 90)(500 - 10x) = -10(x^2 - 40x - 500) = -10(x - 20)^2 + 9000,$$

所以当 $x = 20$ ，即定价为120元时，甲商店获得最大利润

10. 【答案】D

【考点】直线与圆的位置关系、均值定理

【解析】由已知，圆心为 $(-2, 1)$ ，直线 $ax - by + 3 = 0 (a > 0, b > 0)$ 过 $(-2, 1)$ ，即 $2a + b = 3$ ，

所以 $3 = 2a + b \geq 2\sqrt{2ab}$ ，所以 $ab \leq \frac{9}{8}$

11. 【答案】A

【考点】分配问题

【解析】

先从5名志愿者中选出2人，有 C_5^2 种选法，将这二人看成一个整体，与另外三人进行排列，

所以不同的分配方案共有 $C_5^2 4! = 240$ 种

12. 【答案】C

【考点】概率问题

【解析】这个密码的排列方法有 $A_{10}^3 = 720$ 种，则一次打开此装置的概率为 $\frac{1}{720}$ ，第一次没

打开，第二次打开此装置的概率为 $\frac{719}{720} \times \frac{1}{719} = \frac{1}{720}$ ，前两次没打开，第三次打开此装置的

概率为 $\frac{719}{720} \times \frac{718}{719} \times \frac{1}{718} = \frac{1}{720}$ ，所以此人能启动此装置的概率为 $\frac{1}{720} + \frac{1}{720} + \frac{1}{720} = \frac{1}{240}$

13. 【答案】B

【考点】最优解问题

【解析】

设修建室内车位 x 个，室外车位 y 个，由题意得

$$\begin{cases} 2x \leq y \leq 3x \\ 5000x + 1000y \leq 150000 \end{cases}, \text{修建车位总数为 } x + y$$

要使车位最多，则便宜的车位即室外车位 y 应尽可能多，假设 $y = 3x$ ，代入则 $x = 18.75$ ，

取整 $x = 19$ ， $y = 55$ ，共修 $19 + 55 = 74$ 个车位

14. 【答案】B

【考点】阴影部分面积

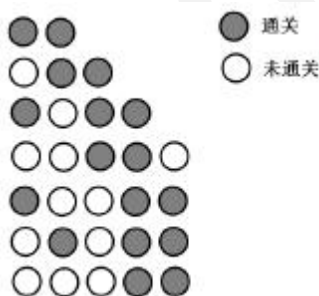
【解析】

由于三角形 ABF 面积与三角形 DBF 面积相等，所以三角形 ABE 面积与三角形 DEF 面积相等，所以阴影部分面积 $S = S_{\triangle ACD} + S_{\text{四边形} OEF G} = 24 + 4 = 28$

15. 【答案】E

【考点】闯关问题

【解析】分下列几种情况：



(1) 第 1, 2 通过，概率为 $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$ ；

(2) 第 1 关没有通过，第 2, 3 关通过，概率为 $(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$ ；

(3) 第 1 关通过，第 2 关没有通过，第 3, 4 关通过，概率为 $(\frac{1}{2})^4 = \frac{1}{16}$ ；

(4) 前两关没有通过，第 3, 4 关通过，概率为 $(\frac{1}{2})^4 = \frac{1}{16}$ ；

(5) 前两关只通过 1 关，第 3 关没有通过，第 4, 5 关通过，概率为 $[C_2^1 (\frac{1}{2})^2] \cdot \frac{1}{2} \cdot (\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{16}$ ；

(6) 前三关没有通过，第 4, 5 关通过，概率为 $(\frac{1}{2})^5 = \frac{1}{32}$ ，所以他闯关成功的概率为 $\frac{19}{32}$ 。

二、条件充分性判断：第 16~25 小题，每小题 3 分，共 30 分. 要求判断每题给出的条件（1）和条件（2）能否充分支持题干所陈述的结论. A、B、C、D、E 五个选项为判断结果，请选择一项符合试题要求的判断，在答题卡上将所选项的字母涂黑.

- (A) 条件（1）充分，但条件（2）不充分.
- (B) 条件（2）充分，但条件（1）不充分.
- (C) 条件（1）和（2）单独都不充分，但条件（1）和条件（2）联合起来充分.
- (D) 条件（1）充分，条件（2）也充分.
- (E) 条件（1）和（2）单独都不充分，条件（1）和条件（2）联合起来也不充分.

16. 【答案】A

【考点】绝对值大小

【解析】

由于 $|a-b| \geq a-b$ 恒成立，所以，要使等式成立只需 $a \geq 0$ 所以条件（1）充分

17. 【答案】A

【考点】奇数偶数

【解析】

条件（1），男女来宾交错围成一圈，男女是一样多的，所以有偶数位来宾，充分；

条件（2），如果男宾 2 人，女宾 1 人，则条件不满足，不充分

18. 【答案】C

【考点】利润比较

【解析】

显然条件（1）（2）单独都不充分，联立，设售出一件甲商品获利 x 元，售出一件乙商品获

利 y 元，则 $\begin{cases} 5x+4y=50, \\ 4x+5y=47 \end{cases}$ ，两方程相减得 $x-y=3>0$ ，所以售出一件甲商品比售出一件

乙商品利润要高

19. 【答案】D

【考点】等差数列

【解析】

条件(1), $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = a_4 - (d - 3d) + (-d + 2d) + (-d + d) = a_4 - d \in \mathbb{Z}$, $d = -2$,

所以 $a_4 = 0$ 充分;

条件(2), 因为 $\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 2(a_2 + a_4) - 2d = 12 \\ a_2 + a_4 = 4 \end{cases}$ 解得 $d = -2$, 所以 $a_4 = 0$, 充分

20. 【答案】D

【考点】人均数值

【解析】设去年成本为 a , 员工人数为 b , 则人均成本为 $\frac{a}{b}$,

条件(1), $\frac{a}{b(1+25\%)} = \frac{a}{b} \times 60\%$, 所以该企业今年人均成本是去年的 60%, 充分;

条件(2), $\frac{a}{b(1+20\%)} = \frac{a}{b} \times 60\%$, 所以该企业今年人均成本是去年的 60%, 充分,

21. 【答案】E

【考点】涨跌问题

【解析】设股票原来的价格为 1

条件(1)和条件(2)变化之后均为, $(1+10\%)^3(1-10\%)^3 = (1.1 \times 0.9)^3 < 1$ 所以股票均跌了

22. 【答案】D

【考点】总量求部分量

【解析】设通过的男生有 a 人

条件(1), 通过的人数一共有 $50 - 27 = 23$ 人, 由题意得 $a + 5 + a = 23$ 解得 $a = 9$ 充分

条件(2), 男生人数一共有 $50 - 26 = 24$ 人, 由题意得 $a + 6 + a = 24$ 解得 $a = 9$ 充分

23. 【答案】A

【考点】增长率问题

【解析】

条件(1)可知,一年总产值为 $a + a(1+p) + \cdots + a(1+p)^{11} = \frac{a}{p}[(1+p)^{12} - 1]$, 充分;

条件(2),一年总产值为 $\frac{a}{4p}[(1+2p)^{12} - 1]$, 不充分.

24. 【答案】C

【考点】配方求最值

【解析】

条件(1), 令 $a=2, b=\frac{1}{64}$, $a+b=2\frac{1}{64} > \frac{5}{4}$, 不充分; 条件(2), 令 $a=b=\frac{2}{3}$, 则 $a^2+b^2 \leq 1$,

$a+b=\frac{4}{3} > \frac{5}{4}$, 不充分; 联立得, $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \leq \frac{9}{8} < \frac{25}{16}$, 即 $a+b < \frac{5}{4}$

25. 【答案】B

【考点】三角形面积

【解析】

条件(1)得 $|AG| = \frac{2}{3}|AD|, |EF| = \frac{2}{3}|BC|$, 所以 $S_{\triangle AEF} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} S_{\triangle ABC} = \frac{4}{9} S_{\triangle ABC}$ 不充分

条件(2)得 $|AG| = \frac{\sqrt{2}}{2}|AD|, |EF| = \frac{\sqrt{2}}{2}|BC|$, 所以 $S_{\triangle AEF} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$ 充分

尚德机构

2009 年 1 月真题解析

一、问题求解：第 1~15 小题，每小题 3 分，共 45 分. 下列每题给出的 A、B、C、D、E 五个选项中，有一项是符合试题要求的. 请在答题卡上将所选项的字母涂黑.

1. 【答案】E

【考点】盈亏问题

【解析】设甲、乙两件商品的成本价分别为 x, y 元，

$$\text{则} \begin{cases} x(1+20\%) = 480, \\ y(1-20\%) = 480, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x = 400, \\ y = 600, \end{cases}$$

所以甲、乙两件商品的成本之和为 $x+y=1000$ 元，而实际卖得的价格为 $480+480=960$ 元，商店亏了 $1000-960=40$ 元.

2. 【答案】B

【考点】比例问题

【解析】

方法 1: 设先增加了 x 名女运动员，后增加了 $x+3$ 名男运动员，最初男女运动员分别有 $19k$ 和 $12k$ 人

$$\text{则有} \begin{cases} \frac{19k}{12k+x} = \frac{20}{13} \\ \frac{19k+(x+3)}{12k+x} = \frac{30}{19} \end{cases}, \text{解得 } x=7, k=20$$

所以总人数为 $19 \times 20 + (7+3) + 12 \times 20 + 7 = 637$ (人).

方法 2: 原来 男:女 = $19:12$; 增加女运动员后, 男:女 = $20:13$, 在该过程中男运动员数量没变, 故男运动员数能被 20 和 19 整除, 增加女运动员后, 男:女 = $20:13$, 再增加男运动员后, 男:女 = $30:19$; 在该过程中女运动员数量没变, 故女运动员数能被 13 和 19 整除, 最小就 $13 \times 19 = 247$; 又男:女 = $30:19 \Rightarrow$ 男 = $13 \times 30 = 390$, $390 + 247 = 637$.

3. 【答案】B

【考点】均值不等式

【解析】设应该每隔 n 天购买一次原料

则总费用 $S = 1800 \times 6n + 6 \times 3 \times (1 + 2 + \cdots + n) + 900 = 10800n + 9n(n + 1) + 900$ ，所以平

均每天的费用 $\bar{S} = 10809 + 9n + \frac{900}{n}$ ，根据平均值不等式可知当且仅当 $9n = \frac{900}{n}$ 即 $n = 10$

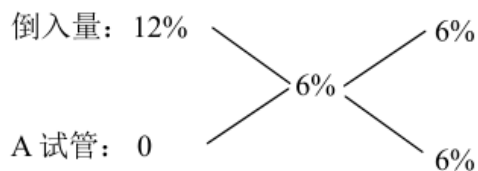
时。每天的费用最少。

4. 【答案】C

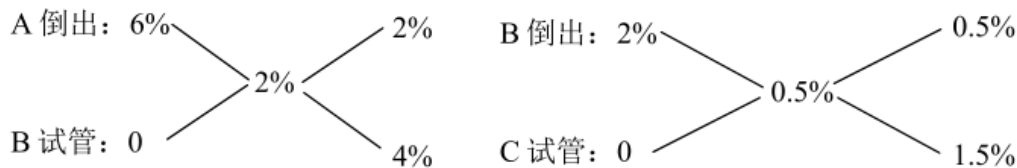
【考点】溶液问题

【解析】

方法 1：由于混合后 A 试管中盐水的浓度为 6%，由十字交叉法可得：



由于倒入的盐水为 10 克，所以 A 试管中原来有 10 克水，同理可求 B 和 C 试管原来水的重量：



由于从 B、C 试管取出的盐水都是 10 克，所以 B 试管中原来有 20 克水，C 试管中原来有 30 克水

方法 2：设 A 试管原来的盛水量为 x ，B 试管原来的盛水量为 y ，C 试管原来的盛水量为 z ，则有

$$\frac{12\% \times 10}{10 + x} = 6\% \text{ 解得 } x = 10 \text{ (克)}$$

$$\frac{6\% \times 10}{10 + y} = 2\% \text{ 解得 } y = 20 \text{ (克)}$$

$$\frac{2\% \times 10}{10 + z} = 0.5\% \text{ 解得 } z = 30 \text{ (克)}$$

5. 【答案】A

【考点】顺水逆水问题

【解析】

方法 1: 设船在静水中的速度为 v , 水流速度 v_0 , 路程为 1, 则

$$t_1 = \frac{1}{v+v_0} + \frac{1}{v-v_0} = \frac{2v}{v^2-v_0^2}, t_2 = \frac{1}{v+1.5v_0} + \frac{1}{v-1.5v_0} = \frac{2v}{v^2-2.25v_0^2}, \text{ 所以 } t_1 < t_2$$

6. 【答案】C

【考点】双层绝对值

【解析】

方法 1: 分两种情况讨论:

当 $2x+1 \geq 0$, 即 $x \geq -\frac{1}{2}$ 时, $|x-|2x+1|| = 4 \Leftrightarrow |x-(2x+1)| = |-x-1| = 4$, 解得 $x=3$;

当 $2x+1 < 0$, 即 $x < -\frac{1}{2}$ 时, $|x-|2x+1|| = 4 \Leftrightarrow |x+(2x+1)| = |3x+1| = 4$, 解得 $x = -\frac{5}{3}$ 。

方法 2: 选项直接带入验证

7. 【答案】D

【考点】韦达定理

【解析】由题可得, $\begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{b}{3}, \\ \alpha\beta = \frac{c}{3}, \end{cases}$ 则新方程的根为 $x_1 = \alpha + \beta = -\frac{b}{3}$, $x_2 = \alpha\beta = \frac{c}{3}$

$$\text{所以 } \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{b}{3} = -\frac{b}{3} + \frac{c}{3}, \\ x_1 x_2 = \frac{c}{3} = -\frac{bc}{9}, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -3, \\ c = -6. \end{cases}$$

8. 【答案】C

【考点】等比数列求和

【解析】令 $x=2$, 所以 $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + na_n = 3 + 3^2 + \cdots + 3^n = \frac{3^{n+1}-3}{2}$.

9. 【答案】A

【考点】古典概率

【解析】

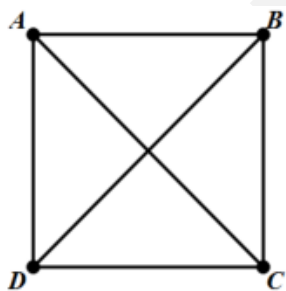
总的情况有 C_{36}^2 种，血型相同的概率为 $\frac{C_{12}^2 + C_{10}^2 + C_8^2 + C_6^2}{C_{36}^2} = \frac{11}{45} = \frac{77}{315}$ 。

10. 【答案】B

【考点】建桥方案

【解析】

如下图所示， A, B, C, D 为四个小岛，我们可以在正方形的四条边和两条对角线上修桥，因此修三座桥的方法有 C_6^3 种，又因为当三条边构成三角形时，不能将这四个小岛连接起来，这样的三角形有四个，分别为 $\triangle ABC, \triangle BCD, \triangle CDA, \triangle DAB$ ，因此不同的建桥方案有 $C_6^3 - 4 = 16$ 种。



11. 【答案】E

【考点】等差数列

【解析】

由于 $a_n = S_n - S_{n-1} = \frac{2S_n^2}{2S_n - 1}$ ，所以 $S_{n-1} - S_n = 2S_n S_{n-1}$ ，两边同时除以 $S_n S_{n-1}$ 得

$\frac{1}{S_n} - \frac{1}{S_{n-1}} = 2$ ，又因为 $a_1 = S_1$ ，所以 $\{\frac{1}{S_n}\}$ 是首项为 2，公差为 2 的等差数列。

12. 【答案】B

【考点】三角形面积

【解析】

显然 $S_{\triangle ACD} = S_{\triangle AED}$ ，设 $DE = DC = x$ ，

由于 $AE = AC = 5$ ，所以 $BE = 13 - 5 = 8$ ， $BD = 12 - x$ ，由勾股定理得 $x^2 + 8^2 = (12 - x)^2$ ，

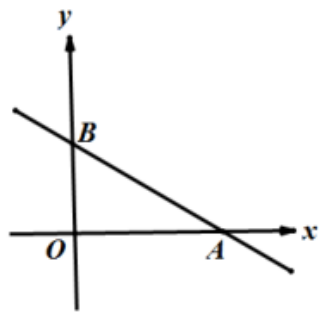
解得 $x = \frac{10}{3}$ 。

$$S_{\triangle BED} = \frac{1}{2} DE \cdot BE = \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{3} \cdot 8 = \frac{40}{3} \text{ 平方厘米.}$$

13. 【答案】C

【考点】三角形面积

【解析】如图，设直线与两坐标轴围成的三角形为 $\triangle OAB$



由图可知 $OA = \frac{1}{n}$ ， $OB = \frac{1}{n+1}$ 所以 $S_n = \frac{1}{2n(n+1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$ ，

$$S_1 + S_2 + \cdots + S_{2009} = \frac{1}{2} \left[\left(1 - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{2009} - \frac{1}{2010} \right) \right] = \frac{1}{2} \times \frac{2009}{2010}$$

14. 【答案】A

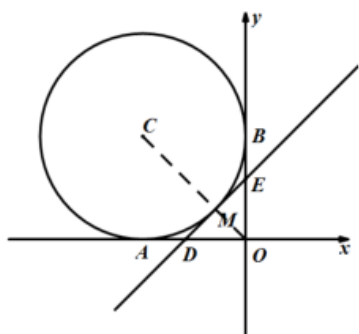
【考点】圆的切线方程

【解析】

如图，连接 OC ，则 OC 经过点 M ，由于 OC 所在的直线方程为 $y = -x$ ，将其代入圆 C 的

方程可得 M 的坐标为 $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1, 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$ ，由于所求切线与 OC 垂直，因此可设该切线方程为

$$y = x + b,$$



代入点 M 的坐标得切线方程为 $y = x + 2 - \sqrt{2}$

15. 【答案】D

【考点】非负性

【解析】由题意得 $y = 1 - a^2 - |\sqrt{x} - \sqrt{2}|$ 和 $y = |x - 2| + b^2 + 1$ 联立得 $|x - 2| + b^2 + 1 + |\sqrt{x} - \sqrt{2}| = 1 - a^2$, 即 $a^2 + b^2 + |x - 2| + |\sqrt{x} - \sqrt{2}| = 0$,

所以 $a = 0, b = 0, x = 2$, 代入原式得 $y = 1$, 所以 $3^{x+y} + 3^{a+b} = 28$.

二、条件充分性判断：第 16~25 小题，每小题 3 分，共 30 分. 要求判断每题给出的条件（1）和条件（2）能否充分支持题干所陈述的结论. A、B、C、D、E 五个选项为判断结果，请选择一项符合试题要求的判断，在答题卡上将所选项的字母涂黑.

- (A) 条件（1）充分，但条件（2）不充分.
- (B) 条件（2）充分，但条件（1）不充分.
- (C) 条件（1）和（2）单独都不充分，但条件（1）和条件（2）联合起来充分.
- (D) 条件（1）充分，条件（2）也充分.
- (E) 条件（1）和（2）单独都不充分，条件（1）和条件（2）联合起来也不充分.

16. 【答案】B

【考点】等比数列

【解析】

条件（1），因为 $a_n = 2^n$ ，所以 $a_n^2 = 2^{2n}$, $\{a_n^2\}$ 为首项为 4，公比为 4 的等比数列，

$$a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2 = S_n = \frac{4(1-4^n)}{1-4} = \frac{4(4^n-1)}{3}, \text{ 不充分;}$$

条件 (2), 因为 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = 2^n - 1$, 即 $S_n = 2^n - 1$ 所以

$$a_n = S_n - S_{n-1} = 2^n - 1 - (2^{n-1} - 1) = 2^{n-1}, a_n^2 = 4^{n-1}, \{a_n^2\} \text{ 为首项为 1 公比为 4 的等比数列,}$$

$$\text{所以 } a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \cdots + a_n^2 = S_n = \frac{1}{3}(4^n - 1), \text{ 充分.}$$

17. 【答案】E

【考点】变化率问题

【解析】

显然条件 (1) 条件 (2) 单独不充分, 联立设前年人数为 x , 则去年为 $x(1-20\%) = 0.8x$,

今年为 $x(1-20\%)(1+50\%) = 1.2x$, 所以今年比前年增加了 $\frac{1.2x-x}{x} \times 100\% = 20\%$

18. 【答案】D

【考点】对数函数单调性

【解析】由题干得 $\log_a x > 1$ 或 $\log_a x < -1$

条件 (1) 当 $\frac{1}{2} < a < 1$ 时, 函数单调递减, 所以 $\log_a x < \log_a \frac{1}{a} = -1$, 充分

条件 (2) 当 $1 < a < 2$ 时, 函数单调递增, 所以 $\log_a x > \log_a a = 1$, 充分

19. 【答案】B

【考点】分式的化简

【解析】

条件 (1), 令 $a=11, b=7$, 则 $\frac{ax+7}{bx+11} = \frac{11x+7}{7x+11}$ 不为定值, 不充分;

条件 (2), 由于 $11a-7b=0$, 所以 $a = \frac{7}{11}b$, 所以 $\frac{ax+7}{bx+11} = \frac{7kx+7}{11kx+11} = \frac{7}{11}$, 充分.

20. 【答案】D

【考点】分式计算

【解析】

条件 (1), 若 $|a^2 - 2| + (a^2 - b^2 - 1)^2 = 0$ 成立, 则 $\begin{cases} |a^2 - 2| = 0, \\ (a^2 - b^2 - 1)^2 = 0 \end{cases}$

解得 $\begin{cases} a^2 = 2, \\ b^2 = 1, \end{cases}$ 所以 $\frac{a^2 - b^2}{19a^2 + 96b^2} = \frac{1}{134}$ 充分

条件 (2), 因为 $\frac{a^2 b^2}{a^4 - 2b^4} = 1$, 所以 $a^4 - a^2 b^2 - 2b^4 = (a^2 - 2b^2)(a^2 + b^2) = 0$, 即 $a^2 = 2b^2$,

将其代入 $\frac{a^2 - b^2}{19a^2 + 96b^2} = \frac{1}{134}$ 充分

21. 【答案】A

【考点】化简

【解析】对于 (1), 由于 a 是方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的根, 所以 $a^2 = 3a - 1$,

所以 $2a^2 - 5a - 2 + \frac{3}{a^2 + 1} = 2(3a - 1) - 5a - 2 + \frac{3}{3a} = -1$, 充分。

对于 (2), 将 $a = \pm 1$ 代入 $2a^2 - 5a - 2 + \frac{3}{a^2 + 1}$, 均不满足该式等于 -1 , 不充分。

22. 【答案】B

【考点】掷骰子问题

【解析】由于 s, t 是连续掷一枚骰子两次所得到的点数, 因此点 (s, t) 的所有可能取值有 36

种, 由条件 (1) $a = 3$, 未落入 $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 9$ 内的有

$(1, 6), (2, 6), (3, 6), (4, 6), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)$ 共 11 种情况, 故落

入该圆内的概率是 $P = 1 - \frac{11}{36} = \frac{25}{36}$, 不充分;

由条件 (2) $a = 2$, $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$, 点 (s, t) 落入 $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$ 内的情况有

$(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)$, 共 9 种情况, 故点 (s, t) 落入该圆

内的概率是 $P = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$. 充分

23. 【答案】E

【考点】不等式

【解析】由于

$$(x^2 - 2x - 8)(2 - x)(2x - 2x^2 - 6) > 0 \Rightarrow (x^2 - 2x - 8)(x - 2)(2x^2 - 2x + 6) > 0$$

因为 $2x^2 - 2x + 6$ 中 $\Delta = 4 - 4 \times 2 \times 6 = -44 < 0$ 所以恒大于 0

令 $(x^2 - 2x - 8)(x - 2) > 0$ 即可

解得 $x \in (-2, 2) \cup (4, +\infty)$ ，所以 (1)，(2) 均不充分.

24. 【答案】D

【考点】直线与圆的位置关系

【解析】

方法 1：圆和直线相交于两点，则圆心到该直线的距离小于圆的半径，

$$\text{所以 } \frac{|(1+2\lambda)+2(1-\lambda)-3-3\lambda|}{\sqrt{(1+2\lambda)^2+(1-\lambda)^2}} = \frac{|-3\lambda|}{\sqrt{5\lambda^2+2\lambda+2}} \leq 2, \text{ 即 } 1-\lambda^2-8-8\lambda+0 \geq 0, \text{ 显然条件(1),}$$

(2) 均满足该不等式，故选 D.

方法 2：将直线方程 $(1+2\lambda)x + (1-\lambda)y - 3 - 3\lambda = 0$ 变形可得

$$(x+y-3) + \lambda(2x-y-3) = 0, \text{ 解方程组 } \begin{cases} x+y-3=0, \\ 2x-y-3=0, \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} x=2, \\ y=1, \end{cases}$$

因此直线 $(1+2\lambda)x + (1-\lambda)y - 3 - 3\lambda = 0$ 恒过定点 $(2, 1)$ ，而点 $(2, 1)$ 在圆

$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ 的内部，所以 (1)，(2) 都充分.

25. 【答案】C

【考点】数列

【解析】

显然条件 (1) (2) 单独不充分。联合条件 (1) (2)，由于 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 是等差数列，所

$$S_{19} = \frac{19(a_1 + a_{19})}{2} = 19a_{10}, \text{ 同理 } T_{19} = 19b_{10}, \text{ 所以 } S_{19} : T_{19} = 3 : 2.$$