



# Программирование в среде R

Шевцов Василий Викторович,  
директор ДИТ РУДН, [shevtsov\\_vv@rudn.university](mailto:shevtsov_vv@rudn.university)

# Массивы

# Массивы

- Массивы данных (array) сходны с матрицами, но могут иметь больше двух столбцов
- Массивы данных создаются при помощи функции array по такому образцу: **myarray <- array(vector, dimensions, dimnames)**
- vector содержит сами данные
- dimensions – это числовой вектор с указанием размерности для каждого столбца
- dimnames – это необязательный список названий столбцов

```
> x<-1:24
> arr<-array(x,c(4,3,2))
> arr
```

	[,1]	[,2]	[,3]
[1,]	1	5	9
[2,]	2	6	10
[3,]	3	7	11
[4,]	4	8	12

	[,1]	[,2]	[,3]
[1,]	13	17	21
[2,]	14	18	22
[3,]	15	19	23
[4,]	16	20	24

```
> arr<-array(x,c(4,3,2),list(letters[1:4],letters[1:3],letters[1:2]))
> arr
```

	a	b	c
a	1	5	9
b	2	6	10
c	3	7	11
d	4	8	12

	a	b	c
a	13	17	21
b	14	18	22
c	15	19	23
d	16	20	24

# Адресация в массивах

```
> arr
```

```
, , a
```

	a	b	c
a	1	5	9
b	2	6	10
c	3	7	11
d	4	8	12

```
, , b
```

	a	b	c
a	13	17	21
b	14	18	22
c	15	19	23
d	16	20	24

```
> arr[1,,]
```

	a	b
a	1	13
b	5	17
c	9	21

# Адресация в массивах

```
> arr
```

```
, , a
```

	a	b	c
a	1	5	9
b	2	6	10
c	3	7	11
d	4	8	12

```
, , b
```

	a	b	c
a	13	17	21
b	14	18	22
c	15	19	23
d	16	20	24

```
> arr[,1,]
```

	a	b
a	1	13
b	2	14
c	3	15
d	4	16

# Адресация в массивах

```
> arr
```

```
, , a
```

	a	b	c
a	1	5	9
b	2	6	10
c	3	7	11
d	4	8	12

```
, , b
```

	a	b	c
a	13	17	21
b	14	18	22
c	15	19	23
d	16	20	24

```
> arr[, ,1]
```

	a	b	c
a	1	5	9
b	2	6	10
c	3	7	11
d	4	8	12

# Адресация в массивах

```
> arr
```

```
, , a
```

	a	b	c
a	1	5	9
b	2	6	10
c	3	7	11
d	4	8	12

```
, , b
```

	a	b	c
a	13	17	21
b	14	18	22
c	15	19	23
d	16	20	24

```
> arr[1,1,1]
```

```
[1] 1
```

```
> arr[,1,1]
```

```
a b c d
```

```
1 2 3 4
```

```
> arr["a","c","b"]
```

```
[1] 21
```

# Списки



# Списки

- Содержат все типы данных - числовой, символьный, комплексный, логический, функция, выражение, формула

```
> l<-list(1,"qwerty","йцукен",TRUE,NA,1:10);l
```

```
[[1]]
```

```
[1] 1
```

```
[[2]]
```

```
[1] "qwerty"
```

```
[[3]]
```

```
[1] "йцукен"
```

```
[[4]]
```

```
[1] TRUE
```

```
[[5]]
```

```
[1] NA
```

```
[[6]]
```

```
[1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
```

# Индексация

- Квадратные скобки, имена

```
> names(l)<-c("num","lat","rus","log","n","vect")
```

```
> l[2]
```

```
$lat
```

```
[1] "qwerty"
```

```
> l[6]
```

```
$vect
```

```
[1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
```

```
> l$vect[3]
```

```
[1] 3
```

```
> str(l)
```

```
List of 6
```

```
$ num : num 1
```

```
$ lat : chr "qwerty"
```

```
$ rus : chr "йцукен"
```

```
$ log : logi TRUE
```

```
$ n : logi NA
```

```
$ vect: int [1:10] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
```

# Индексация

- Двойные квадратные скобки

```
> l$vect  
[1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10  
> l[[6]][8]  
[1] 8
```

- Использование для адресации индекса, имени элемента, переменной, которой присвоен индекс или имя

```
> l[[6]][2]  
[1] 2  
> l[["vect"]][2]  
[1] 2  
> x<-6  
> l[[x]][2]  
[1] 2  
> y<-"vect"  
> l[[y]][2]  
[1] 2
```

## Объединение (конкатенация) списков

```
> listA<-list(1,1:10,letters[1:3])
> listB<-list(2,31:40,letters[4:6])
> listC<-list(3,41:50,letters[7:9])
> listABC<-c(listA,listB,listC);listABC
[[1]]
[1] 1

[[2]]
[1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

[[3]]
[1] "a" "b" "c"

[[4]]
[1] 2

[[5]]
[1] 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40

[[6]]
[1] "d" "e" "f"

[[7]]
[1] 3

[[8]]
[1] 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

[[9]]
[1] "g" "h" "i"
```

При конкатенации функцией `c()` с аргументами в виде списков получается результат в виде объекта с режимом списка, компоненты которого состоят из последовательно объединенного списка параметров.

# Списки. Манипуляция данными

```
> l
$num
[1] 1

$lat
[1] "qwerty"

$rus
[1] "йцукен"

$log
[1] TRUE

$n
[1] NA

$vect
[1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
```

```
> l[[1]]<-100;l[[1]]
[1] 100
> l[["num"]]<-200;l[[1]]
[1] 200
> l[[6]][6]<-0;l[[6]][6]
[1] 0
> l$vect
[1] 1 2 3 4 5 0 7 8 9 10
```

```
> l$vect
[1] 1 2 3 4 5 0 7 8 9 10
> l$vect[2]
[1] 2
> l$vect[2]<-"RRR"
> l$vect
[1] "1" "RRR" "3" "4" "5" "0" "7" "8"
[9] "9" "10"
```

# Системы линейных алгебраических уравнения

## Функция solve

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = -7 \\ x + 4y - z = 0 \\ -3x - y + z = 12 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad AX = B$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & 4 & -1 \\ -3 & -1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -7 \\ 0 \\ 12 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Условия:

$\Delta \neq 0$

матрица невырожденная

```
> A <- matrix(c(2,-3,1,1,4,-1,-3,-1,1),nrow = 3,ncol = 3,byrow = TRUE);A
      [,1] [,2] [,3]
[1,]    2   -3    1
[2,]    1    4   -1
[3,]   -3   -1    1
> det(A)
[1] 11
> B <- matrix(c(-7,0,12),nrow = 3,ncol = 1);B
      [,1]
[1,]   -7
[2,]    0
[3,]   12
> X <- solve(A,B);X
      [,1]
[1,]   -3
[2,]    2
[3,]    5
```

# Матричные уравнения



## Задача

Для матрицы

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & 4 & -1 \\ -3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

решить уравнение

$$AX=E$$

$$X=A^{-1}$$

## Обратная матрица

Обратная матрица — такая матрица  $A^{-1}$ , при умножении на которую исходная матрица  $A$  даёт в результате единичную матрицу  $E$ :

$$AA^{-1}=A^{-1}A=E$$

Квадратная матрица обратима тогда и только тогда, когда она невырожденная, то есть её определитель не равен нулю. Для неквадратных матриц и вырожденных матриц обратных матриц не существует.

```
> A <- matrix(c(2,-3,1,1,4,-1,-3,-1,1),nrow = 3,ncol = 3,byrow = TRUE); A
      [,1] [,2] [,3]
[1,]    2   -3    1
[2,]    1    4   -1
[3,]   -3   -1    1
> det(A)
[1] 11
> E <- diag(3)
> A1 <- solve(A,E); A1
      [,1]      [,2]      [,3]
[1,] 0.2727273 0.1818182 -0.09090909
[2,] 0.1818182 0.4545455  0.27272727
[3,] 1.0000000 1.0000000  1.00000000
```

# Обратная матрица

```
> A <- matrix(c(2,-3,1,1,4,-1,-3,-1,1),nrow = 3,ncol = 3,byrow = TRUE);A
      [,1] [,2] [,3]
[1,]    2   -3    1
[2,]    1    4   -1
[3,]   -3   -1    1
> det(A)
[1] 11
> E <- diag(3)
> A1 <- solve(A,E);A1
      [,1] [,2] [,3]
[1,] 0.2727273 0.1818182 -0.09090909
[2,] 0.1818182 0.4545455  0.27272727
[3,] 1.0000000 1.0000000  1.00000000
> A%%A1
      [,1] [,2] [,3]
[1,]    1    0 0.000000e+00
[2,]    0    1 2.220446e-16
[3,]    0    0 1.000000e+00
> A2 <- solve(A);A2
      [,1] [,2] [,3]
[1,] 0.2727273 0.1818182 -0.09090909
[2,] 0.1818182 0.4545455  0.27272727
[3,] 1.0000000 1.0000000  1.00000000
> A%%A2
      [,1] [,2] [,3]
[1,]    1    0 0.000000e+00
[2,]    0    1 2.220446e-16
[3,]    0    0 1.000000e+00
```

# Обратная матрица

```
> A <- matrix(c(1,2,3,4,5,6,7,8,9),nrow = 3,ncol = 3,byrow = TRUE);A
      [,1] [,2] [,3]
[1,]    1    2    3
[2,]    4    5    6
[3,]    7    8    9
> det(A)
[1] -9.516197e-16
> A1 <- solve(A);A1
Error in solve.default(A) :
  system is computationally singular: reciprocal condition number = 2.20282e-18
```

# Решение матричных уравнений

$$A \cdot X = B$$

$$A^{-1} \cdot A = E$$

$$A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B$$

$$E \cdot X = X$$

$$E \cdot X = A^{-1} \cdot B$$

$$X = A^{-1} \cdot B$$

$$X \cdot A = B$$

$$X \cdot A \cdot B = C$$

$$X \cdot A \cdot A^{-1} = B \cdot A^{-1}$$

$$X \cdot A \cdot A^{-1} \cdot B \cdot B^{-1} = A^{-1} \cdot C \cdot B^{-1}$$

$$X \cdot E = B \cdot A^{-1}$$

$$X \cdot E \cdot E = A^{-1} \cdot C \cdot B^{-1}$$

$$X = B \cdot A^{-1}$$

$$X = A^{-1} \cdot C \cdot B^{-1}$$

# Задача

Решить матричное уравнение

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} * X = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} A \cdot X = B \\ X = A^{-1} \cdot B \end{array}$$

```
> A <- matrix(c(1,2,3,4),nrow = 2,ncol = 2,byrow = TRUE); A
      [,1] [,2]
[1,]    1    2
[2,]    3    4
> B <- matrix(c(3,5,5,9),nrow = 2,ncol = 2,byrow = TRUE); B
      [,1] [,2]
[1,]    3    5
[2,]    5    9
> X <- solve(A)%*%B; X
      [,1] [,2]
[1,]   -1   -1
[2,]    2    3
```

# Написание собственных функций

## function

имя\_функции <- **function**(arg1, arg2,...) {группа\_выражений  
return(object) }

где имя\_функции – имя создаваемой функции, arg1, arg2,... – формальные аргументы функции.

Оператор return() нужен в случаях, когда группа выражений не возвращает целевого результата.

```
> iMatrix<-function(matrix_dim){m1<-matrix(0,matrix_dim,matrix_dim);for(i in 1:matrix_dim){m1[i,i]<-1};return(m1)}
> iMatrix(3)
      [,1] [,2] [,3]
[1,]    1    0    0
[2,]    0    1    0
[3,]    0    0    1
> iMatrix(6)
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6]
[1,]    1    0    0    0    0    0
[2,]    0    1    0    0    0    0
[3,]    0    0    1    0    0    0
[4,]    0    0    0    1    0    0
[5,]    0    0    0    0    1    0
[6,]    0    0    0    0    0    1
```



# Обработка ошибок

```
function(x){  
  tryCatch  
  (  
    {exp...}  
    ,error=function(){}  
    ,warning=function(){}  
    ,finally=function(){}  
  )  
  ,return(out)  
}
```

```
> A <- matrix(c(1,2,3,4,5,6,7,8,9),nrow = 3,ncol = 3,byrow = TRUE);A  
      [,1] [,2] [,3]  
[1,]    1    2    3  
[2,]    4    5    6  
[3,]    7    8    9  
> det(A)  
[1] -9.516197e-16  
> mySolve <- function(fA){tryCatch(solve(fA),error=function(x)print("матрица необратима"))}  
> mySolve(A)  
[1] "матрица необратима"
```

# Установка пакетов

# Работа с пакетами

- `install.packages("rootSolve")`
- `library(rootSolve)`
  
- `demo("Jacobandroots")`
- `demo("Steadystate")`

## Папка установки пакетов

```
> .libPaths()
```

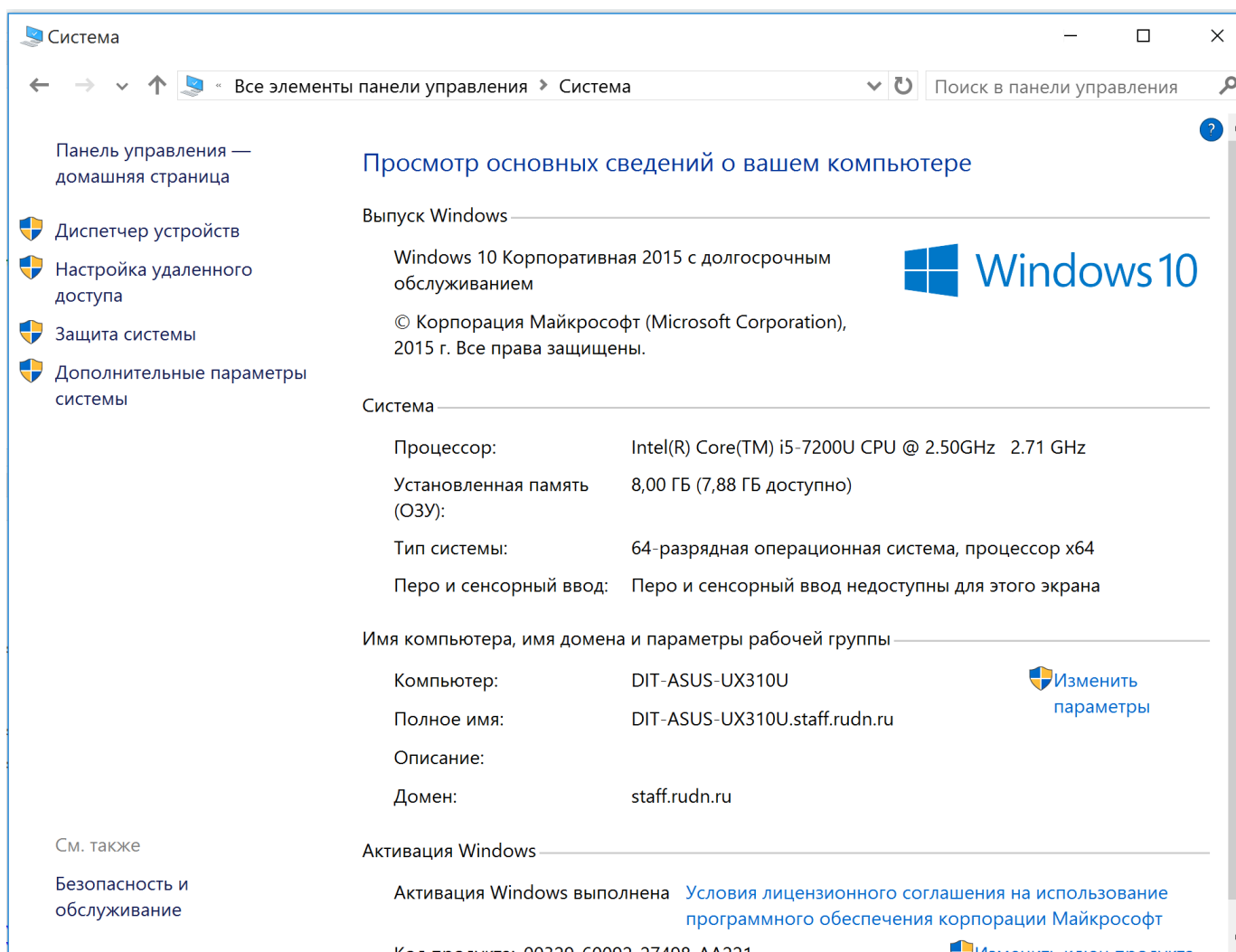
```
[1] "C:/Program Files/R/R-3.4.3/library"
```

```
> .libPaths()
```

```
[1] "C:/Users/Администратор/Documents/Rlibs"  
"C:/Program Files/R/R-3.4.3/library"
```

# Папка установки пакетов

Панель управления\Все элементы панели управления\Система



# Папка установки пакетов

Свойства системы

Имя компьютера	Оборудование
Дополнительно	Защита системы
	Удаленный доступ

Необходимо иметь права администратора для изменения большинства перечисленных параметров.

Быстродействие

Визуальные эффекты, использование процессора, оперативной и виртуальной памяти

Параметры...

Профили пользователей

Параметры рабочего стола, относящиеся ко входу в систему

Параметры...

Загрузка и восстановление

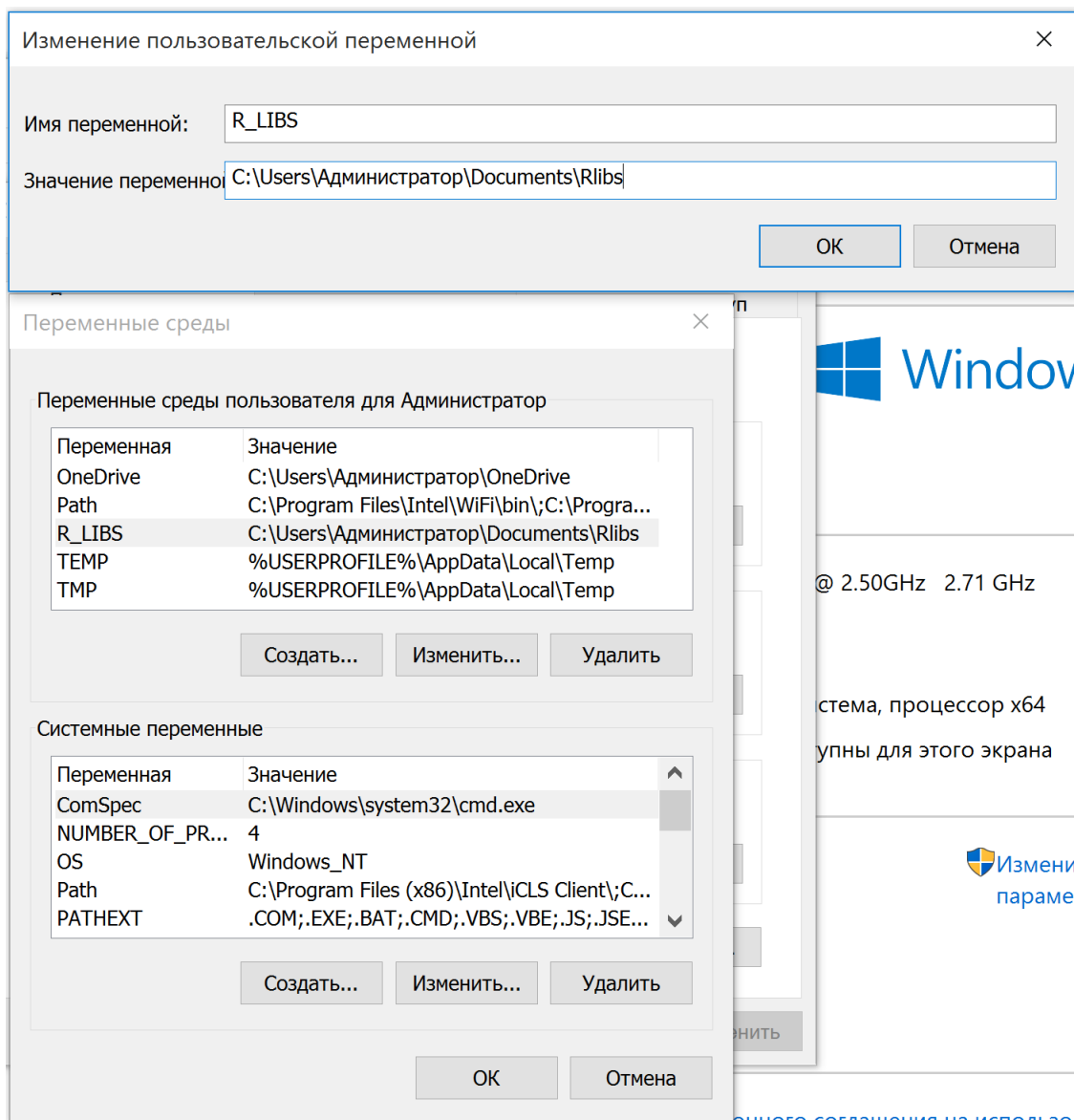
Загрузка и восстановление системы, отладочная информация

Параметры...

Переменные среды...

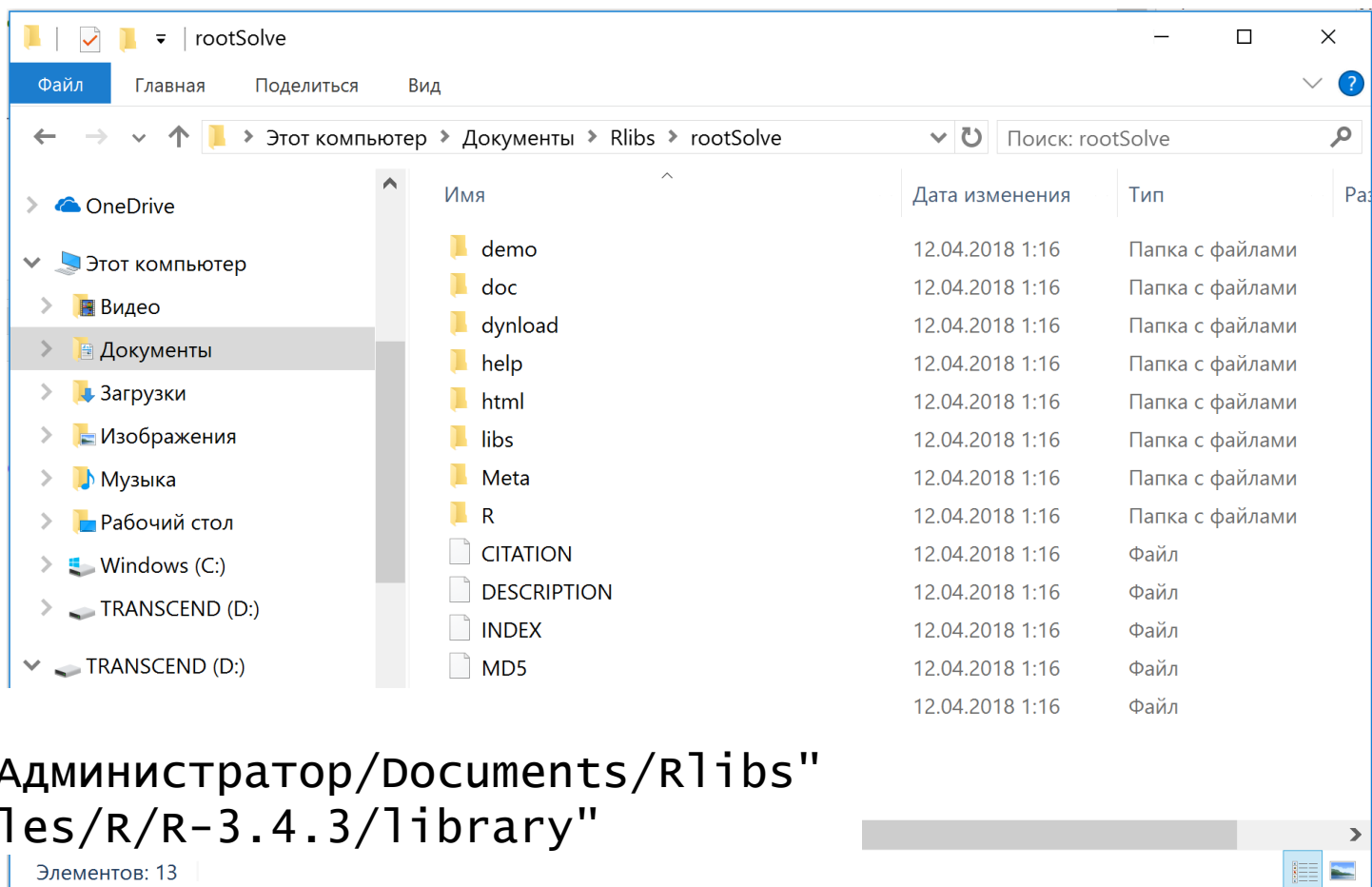
OK Отмена Применить

# Папка установки пакетов



# Папка установки пакетов

- Создать папку
- Создать переменную среду R\_LIBS
- Перезапустить RStudio



```
.libPaths()
```

```
[1] "C:/Users/Администратор/Documents/Rlibs"  
"C:/Program Files/R/R-3.4.3/library"
```

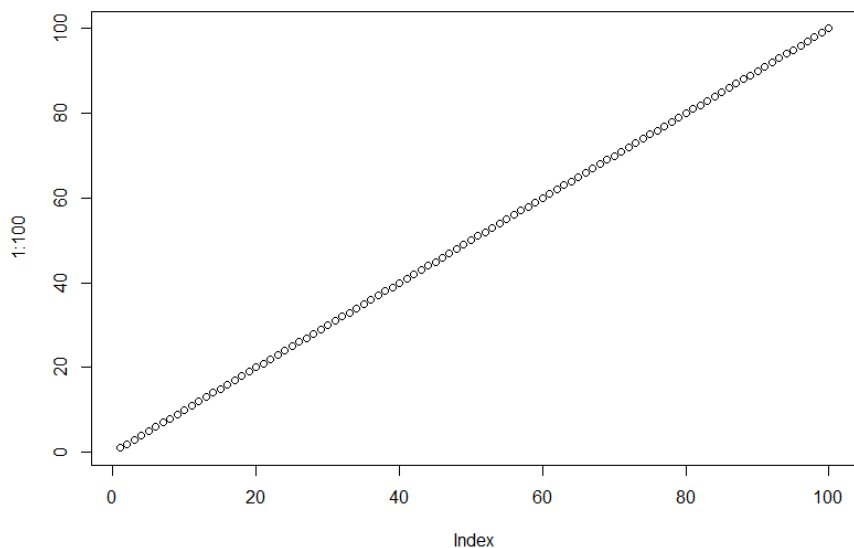


# Базовые графические возможности R

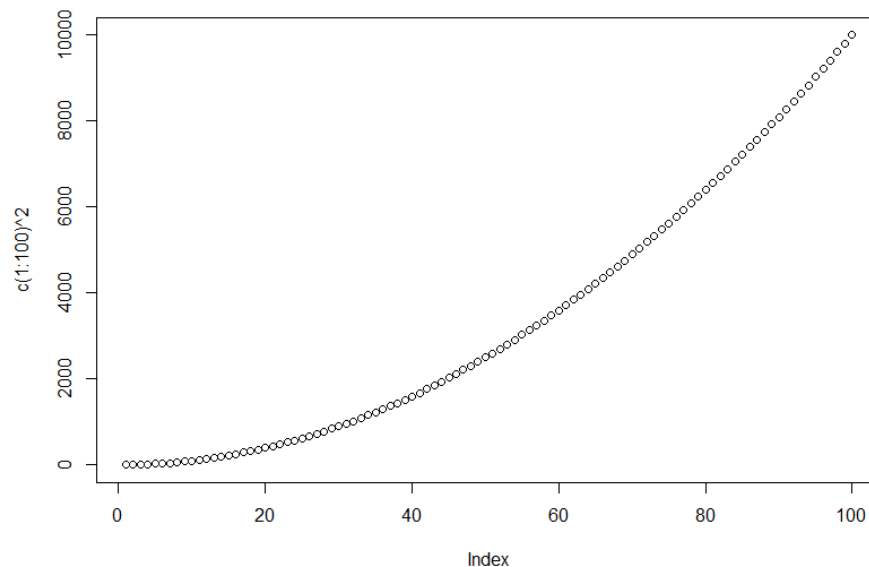
# Функция `plot()` и ее параметры

- `plot(x)` — график `x`

```
> plot(1:100)
```



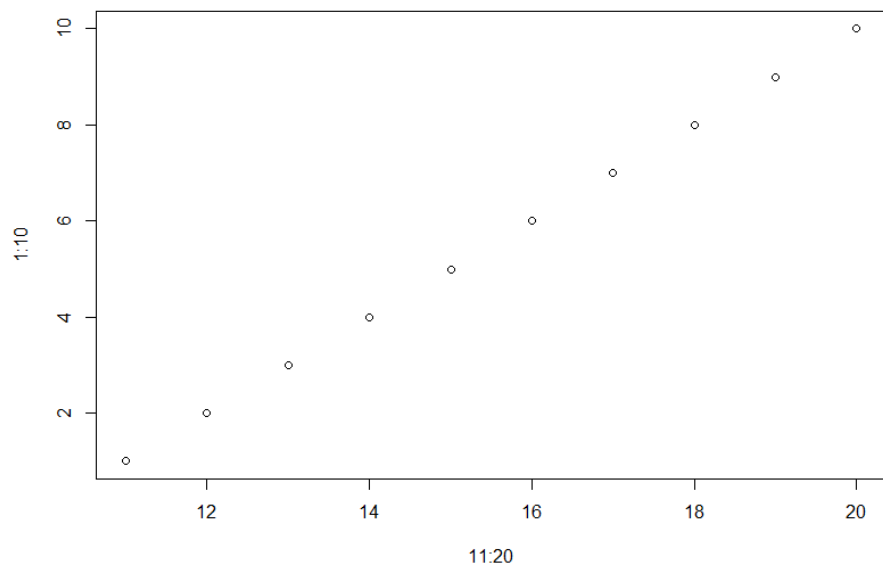
```
> plot(c(1:100)^2)
```



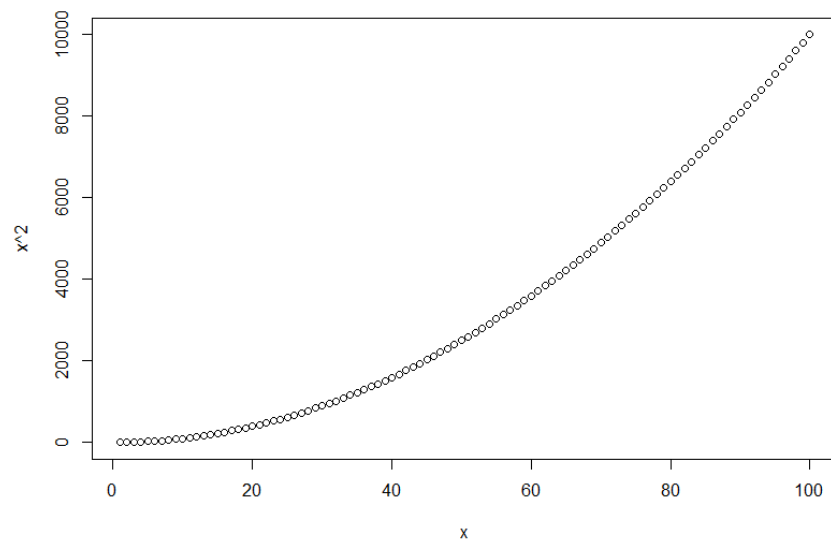
# Функция plot() и ее параметры

- `plot(x, y)` — график зависимости  $y$  от  $x$

```
> plot(11:20, 1:10)
```

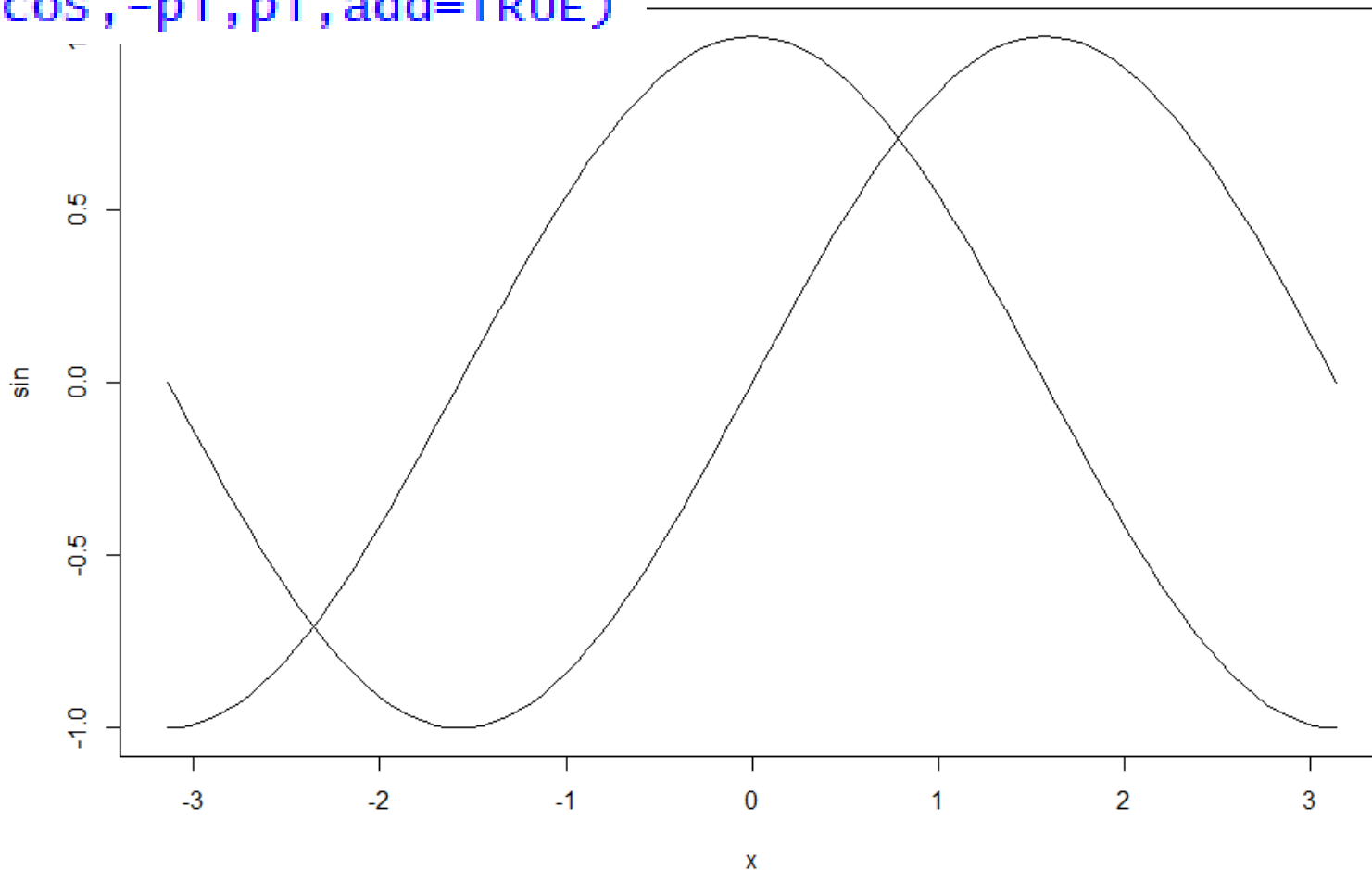


```
> x <- 1:100  
> plot(x, x^2)
```



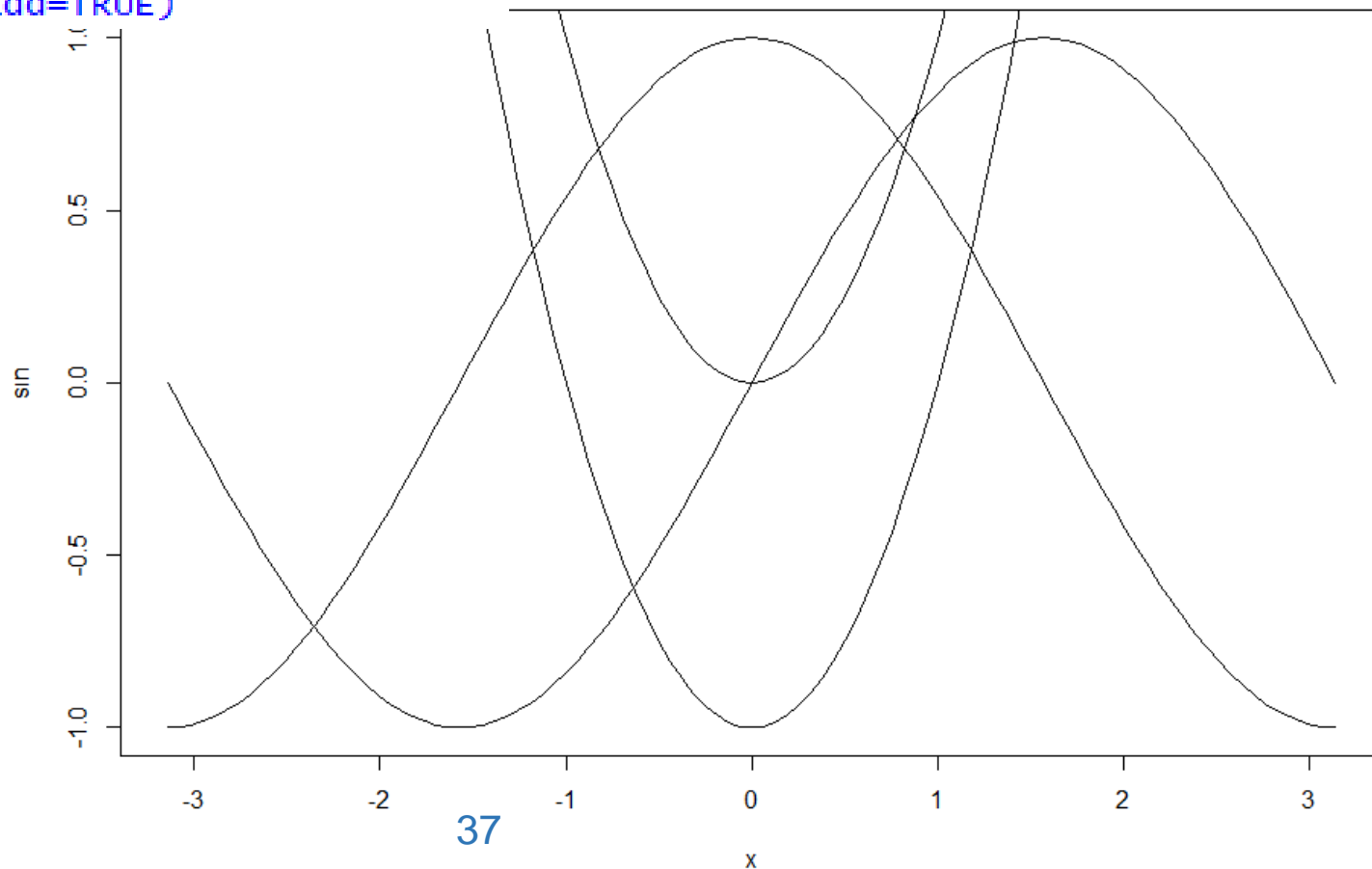
## Функция plot() и ее параметры

```
> graphics.off()  
> plot(sin,-pi,pi)  
> plot(cos,-pi,pi,add=TRUE)
```



# Функция plot() и curve()

```
> graphics.off()
> plot(sin,-pi,pi)
> plot(cos,-pi,pi,add=TRUE)
> x <- seq(from = -2,to = 2,by = 0.1)
> curve(x^2-1,add=TRUE)
> f1 <- function(x){x^2}
> curve(f1(x),add=TRUE)
```



# Решение нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений

# Метод Ньютона для решения нелинейных уравнений

Метод линеаризации или метод касательных.

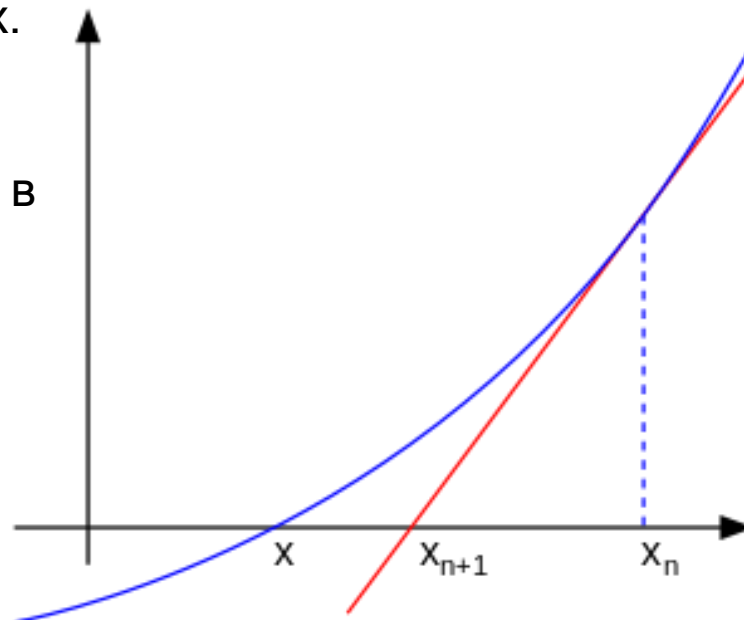
Расчётные формулы

метода могут быть получены путём замены исходного уравнения линейным уравнением в окрестности корня.

Решение этого уравнения принимается за очередное приближение к искомому корню уравнения.

## Геометрическая интерпретация

Основная идея метода заключается в следующем: задаётся начальное приближение вблизи предположительного корня, после чего строится касательная к графику исследуемой функции в точке приближения, для которой находится пересечение с осью абсцисс. Эта точка берётся в качестве следующего приближения. И так далее, пока не будет достигнута необходимая точность.



# Функция `multiroot`

- Пакет `rootSolve`
- Функция `multiroot` позволяет найти решение (если оно существует) системы из  $n$  уравнений с  $n$  неизвестными.
- `multiroot(f, start, maxiter=100, rtol=1e-6, atol=1e-8, ctol=1e-8, useFortran=TRUE, positive=FALSE, jacfunc=NULL, jactype="fullint", verbose=FALSE, bandup=1, banddown=1, ...)`



## Функция `multiroot`

- `f` — функция, в которой задана система уравнений. Должна возвращать вектор той же длины, что и `start`.
- `start` — вектор начальных значений для искомых неизвестных. Если элементам `start` присвоены имена, то эти имена будут использоваться при выводе решения.
- `maxiter` — максимальное допустимое число итераций.
- `rtol` и `atol` — относительная и абсолютная погрешности — скаляр или вектор. Если вектора, то каждый их элемент задаёт погрешности при поиске соответствующей неизвестной.
- `ctol` — текущая погрешность — скаляр. Если между двумя итерациями изменение неизвестной меньше этого заданного параметра, то считается, что решение найдено.
- `positive` — логический аргумент. Если `positive=TRUE`, то предполагается, что решения системы — положительны.

## Функция multiroot

$$f_1 = x_1 + x_2 + x_3^2 - 12$$

$$f_2 = x_1^2 - x_2 + x_3 - 2$$

$$f_3 = 2 \cdot x_1 - x_2^2 + x_3 - 1$$

```
> sys1 <- function(x) {F1 <- x[1] + x[2] + x[3]^2 -12;  
F2 <- x[1]^2 - x[2] + x[3] -2;  
F3 <- 2*x[1] - x[2]^2 + x[3] -1;  
c(F1 = F1, F2 = F2, F3 = F3)}
```

```
(ss <- multiroot(f = sys1, start = c(1, 1, 1)))
```

```
$root [1] 1 2 3
```

```
$f.root
```

F1	F2	F3
3.087877e-10	4.794444e-09	-8.678146e-09

```
$iter [1] 6
```

```
$estim.precis [1] 4.593792e-09
```

## Функция multiroot

```
sys1 <- function(x) {F1 <- x[1] + x[2] + x[3]^2 -12;  
F2 <- x[1]^2 - x[2] + x[3] -2;  
F3 <- 2*x[1] - x[2]^2 + x[3] -1;  
c(F1 = F1, F2 = F2, F3 = F3)}
```

```
(ss <- multiroot(f = sys1, start = c(0, 0, 0)))
```

```
$root [1] -0.2337207 1.3531901 3.2985649
```

```
$f.root
```

F1	F2	F3
1.092413e-08	1.920978e-07	-4.850423e-08

```
$iter [1] 10
```

```
$estim.precis [1] 8.384205e-08
```

```
(ss <- multiroot(f = sys1, start = c(0, 0, 0))$root)  
[1] -0.2337207 1.3531901 3.2985649
```

## Функция multiroot. Выводы

- Построить график функции (желательно)
- Определить начальные значения
- Определить количество итераций
- Определить погрешности

# Спасибо за внимание!



Шевцов Василий Викторович

shevtsov\_vv@rudn.university  
+7(903)144-53-57