Гриднев Дмитрий Владимирович, ПИ18-1

Вариант 6

Задача 1

Вычислить число сочетаний из n по m (n и m выбираются по номеру варианта).

n/m = 11/8

$C_{11}^{8} = \frac{11!}{8!*(11-8)!} = \frac{11!}{8!*3!} = \frac{9*10*11}{1*2*3} = 165$

Excel: =ЧИСЛКОМБ(11;8) = 165

Задача 2

Вычислить число размещений из n по m. Во сколько раз полученный результат отличается от решения задачи 1. Ответ обосновать. (n и m выбираются по номеру варианта).

n/m = 11/8

$A_{11}^{8} = \frac{11!}{(11-8)!} = \frac{11!}{3!} = 4*5*6 \ldots * 9*10*11 = 652800$

Excel: =ПЕРЕСТ(11;8) = 6652800

Ответ в этом задании отличается от ответа в первом задании в 40320 раз, так как при одном составе может быть несколько вариантов.

Задача 3

А). Рассчитать лотерею Спортлото h из l. (h и l по номеру варианта)

l/h = 20/3 => h/l = 3/20

$|\mho| = C_{20}^{3}$ – число вариантов заполнения карточки

C_{17}^{3} – число вариантов, содержащих только невыигрышные номера

Шанс угадать 0:

$\frac{C_3^0 * C_{17}^3}{C_{20}^3} = 0,59736842$

Шанс угадать 1:

$\frac{C_3^1 * C_{17}^2}{C_{20}^3} = 0,12192982$

Шанс угадать 2:

$\frac{C_3^2 * C_{17}^1}{C_{20}^3} = 0,01754386$

Шанс угадать 3:

$\frac{C_3^3 * C_{17}^0}{C_{20}^3} = 0,00175439$

Б). Код на кодовом замке состоит из d цифр от 0 до 9. Какова вероятность открыть этот замок с первого раза, если известно, что 1). цифры могут повторяться, 2).цифры не могут повторяться, 3). Сами цифры известны и различны, но неизвестен их порядок (d выбирается по номеру варианта).
d = 9

1). цифры могут повторяться
$\frac{1}{10^9} = 0{,}000000001$

2). цифры не могут повторяться
$$\frac{1}{10! - (10-9)!} = 0{,}000000275573268180464$$

3). Сами цифры известны и различны, но неизвестен их порядок (d выбирается по номеру варианта
$$\frac{1}{9!} = 0{,}00000275573192239859$$

В). Из 2 ящиков, содержащих шары с номерами от 1 до n выбирают по одному шару. Найти вероятность того, что сумма выбранных номеров будет меньше a, а произведение больше b.

n, a, b = 5, 6, 3

Всего вариантов n*n = 5 * 5 = 25
Построим таблицу

6	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
1	2	3	4	5	6
2	3	4	5	6	7
3	4	5	6	7	8
4	5	6	7	8	9
5	6	7	8	9	10

3	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
1	1	2	3	4	5
2	2	4	6	8	10
3	3	6	9	12	15
4	4	8	12	16	20
5	5	10	15	20	25

P(A)=$\frac{10}{25}$; P(B)=$\frac{20}{25}$

Задача 4

Решить задачу о встрече со следующими данными.

Интервал, в течении которого они могут прийти *d* минут
Первый ждёт ***u*** минут
Второй ждёт ***v*** минут
(*d, u, v* свои для каждого варианта)

d, u, v = 40, 10, 20

$x_1 = \frac{10}{40};$
$x_2 = \frac{20}{40}$
$\overline{P_a} = \frac{x_1 * x_2}{1} = 0{,}125$

Задача 5

n, m, p = 15, 5, 0,9
[m1; m2] = [1;3]

Рассчитать вероятность получить
А). m успехов в n испытаниях Бернулли с вероятностью успеха p. В ответе досчитать всё до числа. (n, m, p свои для каждого варианта)

$$C_{15}^{5}\left(\frac{9}{10}\right)^{5}\left(\frac{1}{10}\right)^{(15-5)} \approx 1{,}77324 * 10^{-7}$$

Б). число успехов в диапазоне [m1; m2]

$$\sum_{m=1}^{3} C_{15}^{m}\left(\frac{9}{10}\right)^{m}\left(\frac{1}{10}\right)^{(15-m)}$$
$$\approx 1{,}35 * 10^{-13} + 8{,}505 * 10^{-12} + 3{,}31695 * 10^{-10} \approx 3{,}40335 * 10^{-10}$$

Задача 6

(0,4;0,3;0,9;0,1) A=2-й, B=не более 1, q/k=20/4

1). Четыре стрелка делают по одному выстрелу по мишени. Вероятности попадания соответственно равны p1, p2, p3, p4. Найти вероятности событий A и B (содержание событий A и B и вероятности p1, p2, p3, p4свои для каждого варианта).
A = {*попал только* 2-й}
B = {не более 1 *попадания*}

A) P(A) = 0,4*0,7*0,9*0,1=0,0252

B) P(B)

Сделал в Excel

Попал	0,4	0,3	0,9	0,1	
Нет	0,6	0,7	0,1	0,9	
Только он	0,0252	0,0162	0,3402	0,0042	0,0378
			P(B)=	0,4236	

2). Студент знает из вопросника к экзамену, состоящего из 40 вопросов q вопросов. Какова вероятность того, что он ответит на заданные ему один за другим подряд k вопросов из вопросника правильно, т.е. ему попадутся вопросы из тех, которые он знает.

$$\prod_{q=0}^{3} \frac{20-q}{40-q} = 0{,}0530145$$

Задача 7

n, m = 6, 2
s = 8
цвет - белые

A). Дискретная с.в. X принимает значения от 1 до n. (т.е. 1, 2, 3 и т.д.…n). вероятность для каждого значения $\frac{1}{n}$. Записать распределение с.в. X в виде ряда. Найти математическое ожидание случайной величины X, дисперсию с.в. X и среднее квадратическое отклонение с.в. X, а также рассчитать для неё вероятность попасть в интервал [1,m] (n и m выбирается по номеру варианта).

$\mathrm{M}X = \sum_{i=1}^{n} X_i p_i$ – Математическое ожидание
$\mathrm{MX} = \frac{1}{6} * (1+2+3+4+5+6) = 3{,}50000007$
$\mathrm{DX} = \sum_{i=1}^{n} (X_i - MX)^2 p_i$ - Дисперсия

$$DX = \frac{1}{6} * ((1 - 3{,}50000007)^2 + (2 - 3{,}50000007)^2 + (3 - 3{,}50000007)^2 + (4 - 3{,}50000007)^2 + (5 - 3{,}50000007)^2 + (6 - 3{,}50000007)^2) = \frac{250000007^2 + 50000007^2 + 149999993^2 + 249999993^2}{6 * 100000000^2} + \frac{5}{12} \approx 2{,}91667$$

$$\sigma_X = \sqrt{DX} \approx 1{,}70783$$

$$P(X \in [a;b]) = \sum_{i: X_i \in [a;b]} p_i$$

$$P(X \in [1;2]) = P\{X = 1\} + P\{X = 2\} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 0{,}3$$

Б). Из урны, содержащей 6 белых и *5 чёрных* **шаров,** выбирают случайным образом s шаров. Построить ряд распределения с.в. X – кол-ва белых (чёрных- в зависимости от варианта) среди отобранных. В ряду распределения всё можно оставить в терминах сочетаний. (*s* выбирается по номеру варианта, также по номеру варианта смотри какие шары рассматриваются чёрные или белые).

$P(X = 0) = \frac{C_6^0 C_5^8}{C_{11}^8}$; $P(X = 1) = \frac{C_6^1 C_5^7}{C_{11}^8}$; $P(X = 2) = \frac{C_6^2 C_5^6}{C_{11}^8}$; $P(X = 3) = \frac{C_6^3 C_5^5}{C_{11}^8}$;
$P(X = 4) = \frac{C_6^4 C_5^4}{C_{11}^8}$; $P(X = 5) = \frac{C_6^5 C_5^3}{C_{11}^8}$; $P(X = 6) = \frac{C_6^6 C_5^2}{C_{11}^8}$; $P(X = 7) = \frac{C_6^6 C_5^1}{C_{11}^8}$;
$P(X = 8) = \frac{C_6^6 C_5^0}{C_{11}^8}$;

Ряд распределения:

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
P	$\frac{C_6^0 C_5^8}{C_{11}^8}$	$\frac{C_6^1 C_5^7}{C_{11}^8}$	$\frac{C_6^2 C_5^6}{C_{11}^8}$	$\frac{C_6^3 C_5^5}{C_{11}^8}$	$\frac{C_6^4 C_5^4}{C_{11}^8}$	$\frac{C_6^5 C_5^3}{C_{11}^8}$	$\frac{C_6^6 C_5^2}{C_{11}^8}$	$\frac{C_6^6 C_5^1}{C_{11}^8}$	$\frac{C_6^6 C_5^0}{C_{11}^8}$

Задача 8

Непрерывная с.в. Y задана своей плотностью

$$p_Y(x) = \begin{cases} a \cdot x^f, x \in (0;3) \\ 0, x \notin (0;3) \end{cases}$$

Найти постоянную а, математическое ожидание и дисперсию с.в. Y, среднеквадратическое отклонение с.в.Y и рассчитать вероятность её попадания в интервал (0;1). (*f* свое для **каждого** варианта).

f = 1

$\boldsymbol{a = \frac{1}{\int_0^3 ax^5 dx} = \frac{2}{9}}$

MX = $\int_0^3 x \frac{2}{9} x dx = (2 * \frac{x^3}{27})|_0^3$ = 2 – математическое ожидание

DX = $\int_0^3 x^2 \frac{2}{9} x dx - MX^2 = (\frac{x^4}{18})|_0^3 = 0{,}5$ - дисперсия

$\sigma_X = \sqrt{DX} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ – среднеквадратичное отклонение

Вероятность попадания в интервал (0;1)

$$p\{0 < Y < 1\} = \int_0^1 x \frac{2}{9} dx = \frac{1}{9}$$