

1. Закон распределения дискретной случайной величины задан таблицей:

X_i	-2	0	2	7
P_i	0.1	0.5		0.2

Найти математическое ожидание $E(X)$ и дисперсию $D(X)$. Найти вероятность $P(|X - E(X)| \leq \sigma_X)$.

	A	B	C	D	E
1	X_i	-2	0	2	7
2	P_i	0,1	0,5	0,2	0,2

D2=1-СУММ(C2;B2;E2)

$$E_x = -2 \cdot 0,1 + 0,5 \cdot 0 + 2 \cdot 0,2 + 7 \cdot 0,2 = 1,6$$

$$D_x = E_{x^2} - (E_x)^2 = 4 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,2 + 49 \cdot 0,2 - 1,6 = 8,44$$

$$\sigma_x = \sqrt{D_x} = \sqrt{8,44}$$

$$\begin{aligned} x \leq -2 &== 0 \\ -2 < x \leq 0 &== 0,1 \\ 0 < x \leq 2 &== 0,6 \\ 2 < x \leq 7 &== 0,7 \\ x > 7 &== 1 \end{aligned}$$

$$E_x - \sigma = -1,305168 \quad E_x + \sigma = 4,505168$$

$$P(|X - E_x| \leq \sigma_x) = P(E_x - \sigma_x \leq x \leq E_x + \sigma_x) = (E_x + \sigma_x) - (E_x - \sigma_x) = 0,7$$

2. Дана функция распределения вероятностей случайной величины X :

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 1, \\ \frac{2x^2 - 3x + 1}{10}, & \text{если } 1 \leq x \leq 3, \\ 1, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

Найти плотность распределения вероятностей, математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение случайной величины X . Найти вероятность попадания X в интервал $(-2; 2)$.

$$f(x) = \frac{d}{dx} F(x) = \frac{d}{dx} \frac{2x^2 - 3x + 1}{10} = \frac{4x - 3}{10}$$

$$\frac{2x^2 - 3x + 1}{10}' = (-3 \cdot \frac{x}{10})' + (\frac{x^2}{5})' + \frac{1}{10}' = \frac{2x}{5} - \frac{3}{10}$$

$$E_x = \int_1^3 \frac{2x}{5} - \frac{3}{10} dx = \frac{34}{15} = 2,266667$$

$$D_x = \int_1^3 \frac{2x}{5} - \frac{3}{10} dx - E_x^2 = 0,26222222 \dots$$

$$\sigma_x = \sqrt{D_x} = \sqrt{0,26222222} = 0,5120764$$

$$P(-2 < x < 2) = P(-2 < x \leq 2) + P(2) = F(2) - F(-2) - 1 = \frac{3}{10}$$

3. Для случайных величин X, Y даны их математические ожидания и дисперсии $E(X) = E(Y) = 3, D(X) = D(Y) = 10$, а также коэффициент корреляции $0,6$. Найдите математическое ожидание $E[(X + Y)^2]$.

$$E[(X + Y)^2] = D(X + Y) + E^2(X + Y) = 2\text{cov}(X, Y) + D(X) + D(Y) + (E(X) + E(Y))^2$$

$$E[(X + Y)^2] = 2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 0,6 + 10 + 10 + (3 + 3)^2 = 176$$

4. Случайные величины X_1, \dots, X_{15} распределены по геометрическому закону с одинаковым математическим ожиданием, равным 3. Найдите математическое ожидание $E(X_1^2 + \dots + X_{15}^2)$.

$$p = \frac{1}{3}$$

$$E_x = \frac{1}{p} = 3$$

$$D_x = \frac{q}{p^2} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{9}} = 6$$

$$E(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{15}^2) = 15E(x^2) = 15(D_x + E_x^2) = 225$$

5. Математические ожидания и дисперсии независимых нормальных случайных величин X, Y, Z, U равны 1. Найдите вероятность $P(X + Y + Z - U < 0)$.

$$X + Y + Z - U = W$$

$$E_W = E_X + E_Y + E_Z - E_U = 1 + 1 + 1 - 1 = 2$$

$$D_W = D_X + D_Y + D_Z + D_U = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$$

$$F_{0,1}(-1) = 1; F_{0,1}(1) = 0,8413$$

$$P_{(W < 0)} = F_{0,1}(-1) = 1 - 0,8413 = 0,1587$$

Вариант

Номер задачи	Ответы
Задача_1	$E_x = 1,6$ $D_x = 8,44$ $P(X-E_x \leq \sigma_x) = 0,7$
Задача_2	$F(x) = \frac{4x-3}{10}$ $E_x = 2,266667$ $D_x = 0,26222222..$ $\sigma_x = 0,5120764$ $P(-2 < x < 2) = \frac{3}{10}$
Задача_3	$E[(X + Y)^2] = 176$
Задача_4	$E(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{15}^2) = 225$
Задача_5	$E_W = 2$ $D_W = 4$ $P = 0,1587$