

Erzeugen Sie mit `\newtheorem` eine Reihe von neuen Sätzen und setzen Sie damit Folgendes:

Definition 1. Ein geodätischer metrischer Raum heißt ein *CAT(0)-Raum*, wenn jedes Dreieck in ihm dünner ist als ein Dreieck mit denselben Seitenlängen im Euklidischen Raum.

Beispiel 2. Die folgenden Räume sind CAT(0)-Räume:

- (1) Bäume, versehen mit der natürlichen Wegmetrik;
- (2) einfach zusammenhängende, vollständige Riemannsche Mannigfaltigkeiten nicht-positiver Krümmung;
- (3) affine Gebäude.

Insbesondere ist der gewöhnliche Euklidische Raum CAT(0).

Hauptsatz 3. *Eine kompakte Gruppe wirke stetig und isometrisch auf einem lokal kompakten CAT(0)-Raum. Dann gibt es einen gemeinsamen Fixpunkt.*

Beweis. Der Beweis zerfällt in mehrere Schritte.

- (1) Wähle einen beliebigen Punkt im CAT(0)-Raum und betrachte seinen Orbit. Dies ist eine kompakte Teilmenge. Betrachte die Menge aller Kugeln, die diesen Orbit enthalten.
- (2) Wir behaupten, dass es *genau eine* solche Kugel gibt, deren Radius minimal ist.
- (3) Um *Existenz* von Kugeln mit minimalem Radius zu beweisen, wähle eine Folge von Kugeln, deren Radien gegen die untere Schranke für die Radien konvergieren. Ihre Mittelpunkte liegen alle in einer kompakten Teilmenge, weil unser Raum lokal kompakt und vollständig ist. Nach Auswahl einer Teilfolge konvergieren die Mittelpunkte gegen einen Punkt in unserem Raum. Er ist der Mittelpunkt eines Kreises von minimalem Radius.
- (4) Um *Eindeutigkeit* von Kugeln mit minimalem Radius zu beweisen, nehme an, es gäbe mehr als eine solche Kugel. Dann ist unsere kompakte Teilmenge im Durchschnitt zweier Kugeln von gleichem Radius enthalten. Ein geometrisches Argument zeigt, dass dieser Durchschnitt schon in einer kleineren Kugel enthalten ist, was der Minimalität widerspricht.
- (5) Der Mittelpunkt der Kugel mit kleinstem Radius, die den Orbit enthält, ist unter der Gruppenwirkung invariant, weil sie ihn wieder auf Mittelpunkte von minimalen Kugeln abbildet. \square

Beachten Sie die korrekte Positionierung des Zeichens \square am Beweisende. Um Umlaute problemlos eingeben zu können, sollte die Präambel die Zeile

`\usepackage[utf8]{inputenc}`

oder

`\usepackage[latin1]{inputenc}`

enthalten, je nach dem, welche Kodierung Sie standardmäßig verwenden.

Falls Ihnen das zu leicht ist, versuchen Sie sich daran, nicht nummerierte Theoreme zu setzen:

Satz von Bolzano-Weierstraß. *Jede beschränkte unendliche Menge reeller Zahlen besitzt einen Häufungspunkt.*

Falls Ihnen dazu nichts einfällt, informieren Sie sich in der Dokumentation des Pakets `amsthm` über die Variante `\newtheorem*` von `\newtheorem`.