ESTRUCTURAS DE DATOS TEORÍA 2017/2018

COLAS

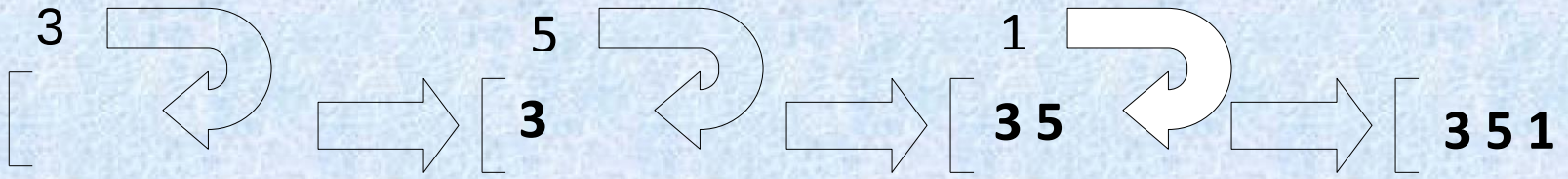
COLAS

Una cola C es una estructura lineal caracterizada porque las inserciones solo se permiten en uno de los extremos de la cola, llamado *final* o *último*, y las consultas o eliminaciones solo se permiten en el opuesto, llamado *principio* o *primero*.

- La cola puede no tener nada, situación que se denomina *cola vacía*.

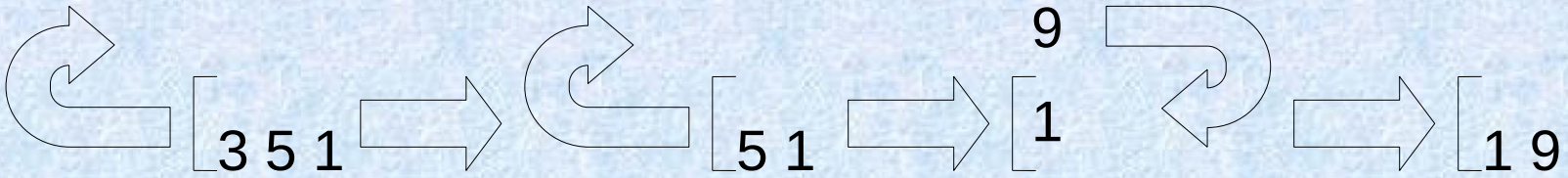
Las pilas se conocen también como estructuras FIFO (First In, First Out), por el modo en que se acceden los elementos.

Ejemplo: Poner los datos 3, 5 y 1 en una cola vacía.

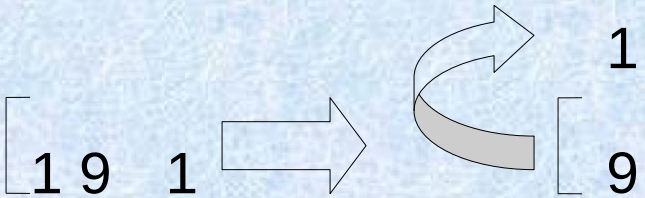


COLAS

Ejemplo: Quitar dos datos de la cola y poner un 9.



Ejemplo: Comprobar qué hay en la cola.



COLAS EN COMPUTACIÓN

Las colas se utilizan frecuentemente en simulación, dado que en prácticamente la totalidad de sistemas se encuentra algún tipo de cola.

- Los procesos que se ponen en una cola de espera según el orden en que se van lanzando.
- Puede haber distintas colas para diferentes prioridades.

ESPECIFICACIÓN: COLAS

{Como no sabemos qué tipo de elementos van a formar la cola, se pone una especificación genérica y usamos un parámetro formal}

espec *COLA[ELEMENTO]*

usa *BOOLEANOS*

parametro formal

    generos *elemento*

fparametro

generos *cola*

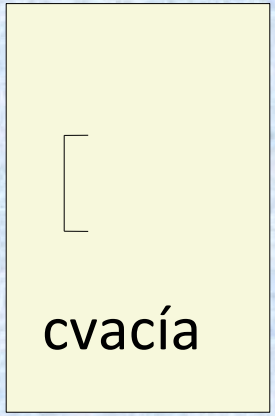
ESPECIFICACIÓN: COLAS (2)

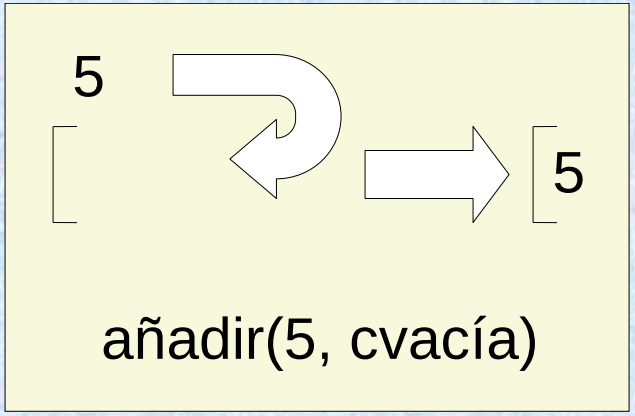
operaciones

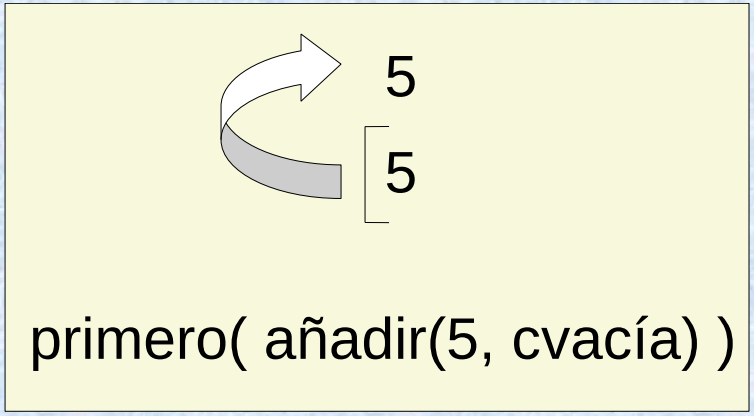
{crear una cola vacía} *cvacía: → cola* *{poner un elemento en la cola}* *añadir: elemento cola → cola*	Generadoras
{quitar un elemento de la cola } **parcial** *eliminar: cola → cola*	Modificadoras
{ver el principio de la cola} **parcial** *primero: cola → elemento* *{ver si la cola está vacía}* *vacía?: cola → bool*	Observadoras

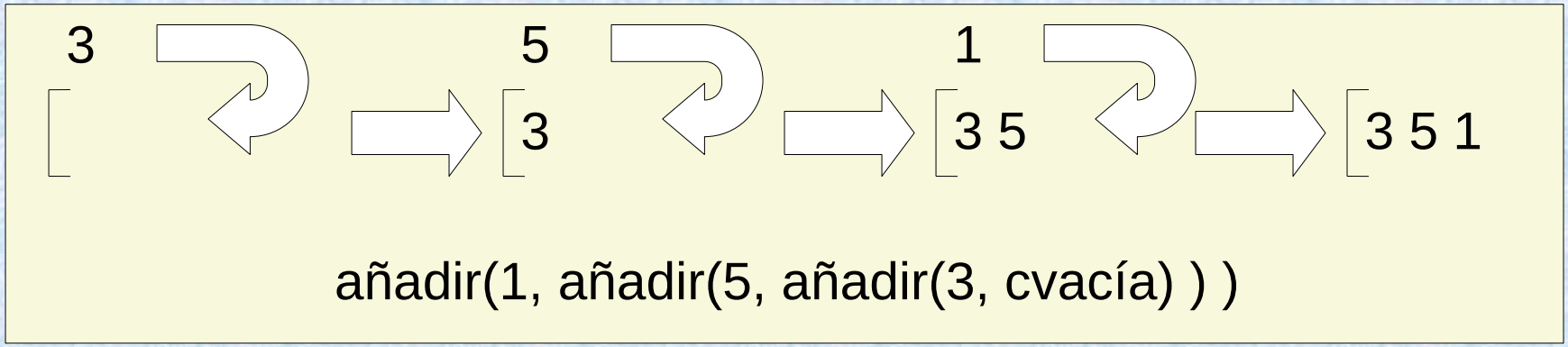
REPRESENTACIÓN DE LAS COLAS (1)

¿Qué podemos construir con números y estas operaciones?



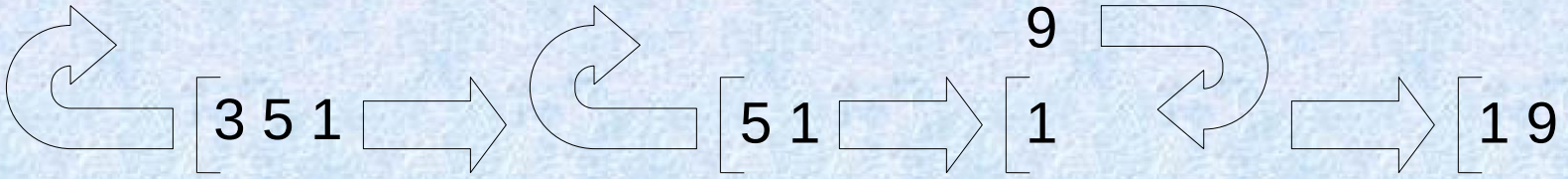






REPRESENTACIÓN DE LAS COLAS (2)

¿Qué podemos construir con números y estas operaciones?



añadir(9, eliminar(eliminar(añadir(1, añadir(5,añadir(3,cvacía))))))

esta es la cola de la página anterior

ESPECIFICACIÓN: COLAS (3)

var *c: cola; x: elemento*

{Como el TAD tiene operaciones parciales hay que empezar por definir los datos sobre los que pueden usarse}

{Primera opción: indicando qué forma tienen que tener los datos}

ecuaciones de definitud

Def(eliminar(añadir(x,c)))

Def(primero(añadir(x,c)))

{Segunda opción: con las propiedades que tienen que cumplir los datos para poder usar la operación} **ecuaciones de definitud**

vacía?(c) = F ⇒ Def(eliminar(c))

vacía?(c) = F ⇒ Def(primero(c))

ESPECIFICACIÓN: COLAS (4)

ecuaciones

$$eliminar(\ añadir(x,cvacía)\ ) = cvacía$$

$$vacía?(c)=F \Rightarrow eliminar(\ añadir(x,c)\ ) = añadir(\ x,eliminar(c)\ )$$

$$primero(\ añadir(x,cvacía)\ ) = x$$

$$vacía?(c)=F \Rightarrow primero(\ añadir(x,c)\ ) = primero(c)$$

$$vacía?(\ cvacía\ ) = T$$

$$vacía?(\ añadir(x,c)\ ) = F$$

fespec

EJEMPLO 1

Ejemplo: Contar cuántos elementos tiene una cola.

- La operación (es observadora) es la siguiente:

  contar*: *cola* → *natural

- Las ecuaciones pueden ser (basadas en generadoras)

  contar(cvacía) = 0

  contar(añadir(x, c)) = suc(contar(c))

- Las ecuaciones pueden ser (basadas en propiedades)

  vacía?(c) = T ⇒ contar(c) = 0

  vacía?(c) = F ⇒

  contar(c) = suc(contar(eliminar(c)))

EJEMPLO 1. PSEUDOCÓDIGO

Ejemplo: Contar cuántos elementos tiene una cola.

```
func contar (c:cola) dev n:natural                    {recursiva}
    si vacia?(c) entonces devolver 0
    sino   desencolar(c)
           devolver 1+ contar(c)
    finsi
finfunc
```

EJEMPLO 1. PSEUDOCÓDIGO (2)

Ejemplo: Contar cuántos elementos tiene una cola.

```
func contar (c:cola) dev n:natural                    {iterativo}
var n:natural
    n←0
    mientras ¡vacia?(c) hacer
            desencolar(c)
            n←n+1
    finmientras
finfunc
```

EJEMPLO 2

Ejemplo: Se conoce la operación ***espar?: entero → bool***, que devuelve si un número entero es par o no; obtener la cantidad de números pares que hay en una cola de enteros.

- Es una operación observadora

  contar_pares: cola → natural

- Las ecuaciones pueden quedar

  contar_pares(cvacía) = 0

  espar?(x)=T ⇒ contar_pares(añadir(x,c))=

  suc(contar_pares(c))

  espar?(x)=F ⇒ contar_pares(añadir(x,c))=

  contar_pares(c)

EJEMPLO 3

Ejemplo: Especificar una operación para obtener la inversa de una cola, es decir, la cola resultante al cambiar el orden de los datos.

- Para invertir una cola, cogemos el primer dato que esté en la cola y lo ponemos al final de los otros datos, y se repite hasta que no queden cosas en la cola.

  invertir*: *cola* → *cola

  invertir(cvacía) = cvacía

  vacía?(c)=F* ⇒ *invertir(c) = añadir(primero(c),invertir(eliminar(c)))

- No es necesario usar un acumulador (como en las pilas) porque las colas tienen dos puntos de acceso distintos.

EJEMPLO 4

Ejemplo: Concatenar dos colas, poniendo la segunda después de la primera.

- Para concatenar una cola tras otra se pasan los datos uno a uno, de la segunda a la primera, hasta que no queden.

  concatenar: cola cola → cola

- Usando propiedades:

  vacía?(c2)=T ⇒ concatenar(c1,c2) = c1

  vacía?(c2)=F ⇒ concatenar(c1,c2) =

concatenar(añadir(primero(c2),c1),eliminar(c2))

- Usando generadores:

  concatenar(c1,cvacía) = c1

  concatenar(c1,añadir(x,c2)) =

  añadir(x,concatenar(c1,c2))

IMPLEMENTACIÓN DE COLAS

Las colas pueden representarse mediante **vectores**:

- La cola tiene el índice de la última celda ocupada.
- Al borrar un elemento, los restantes se desplazan.
- La cola tiene una capacidad fija (nuevas operaciones).

O mediante **vectores circulares**:

- Se evitan desplazamientos al borrar un elemento.
- Es necesario diferenciar cuando la cola está llena o vacía.

La implementación más habitual es la de **celdas enlazadas**:

- La cola tiene una referencia a la primera celda y a la última
  - Si la cola está vacía, ambos punteros son “NIL”.
  - Cada celda contiene un elemento y un puntero a la *siguiente* celda.

IMPLEMENTACIÓN DE COLAS

- IMPORTANTE: ¡Solo
- se accede a la cabeza de la cola!
- IMPORTANTE: ¡Solo se inserta en el final de la cola!

desencolar

primero

último

encolar

COLAS. TIPOS

tipos

```
posic
ion: 0..max_elementos;
cola=reg
        primero, ultimo:Posicion;
        elementos:vector[posicion] de elemento;
        freg
        ftipos
```

- Vector: inicio siempre primera posición de vector.
- Vector circular: inicio va cambiando al eliminar o *desencolar*.

COLAS. TIPOS

```
tipos
enlace-cola = puntero a nodo-cola
nodo-cola = reg
        valor: elemento
        sig: enlace-cola
              freg
cola = reg     {ahora hay dos puntos de acceso}
        primero: enlace-cola
        ultimo: enlace-cola
         freg
ftipos
```

COLAS. CONSTRUCTORAS

*{ Crear una cola vacía **cvacía** }*

```
fun cola_vacía() dev c:cola
```

COLAS. CONSTRUCTORAS

*{ Crear una cola vacía **cvacía** }*

```
fun cola_vacía() dev c:cola
    c.primero ← nil
    c.ultimo ← nil
    ffun
```

COLAS. OBSERVADORAS

*{ Ver si una cola está vacía **cvacía?** , obtener la cabeza **primero** }*

```
fun es_cola_vacía(c:cola) dev b:bool


fun primero(c:cola) dev e:elemento
```

COLAS. OBSERVADORAS

*{ Ver si una cola está vacía **cvacía?** , obtener la cabeza **primero** }*

```
fun es_cola_vacía(c:cola) dev b:bool
   b ← (c.primero = nil)
ffun

fun primero(c:cola) dev e:elemento
   si es_cola_vacía(c) entonces
   error(Cola vacía)
   si no e ←
      c.primero^.valor
   fsi ffun
```

COLAS. CONSTRUCTORAS (2)

*{ Encolar un elemento **añadir** }*

```
proc encolar(E e:elemento, c:cola)
```

COLAS. CONSTRUCTORAS (2)

*{ Encolar un elemento **añadir** }*

```
proc encolar(E e:elemento, c:cola)
var p: enlace-cola reservar(p)
p^.valor ← e
p^.sig ← nil
si es_cola_vacía(c) entonces
      c.primero ← p
   si no
      c.ultimo^.sig ← p
   fsi
   c.ultimo ← p
   fproc
```

COLAS. MODIFICADORAS

*{ Quitar el primer dato **eliminar** }*

```
proc desencolar(c:cola)
```

COLAS. MODIFICADORAS

*{ Quitar la cabeza **desencolar** }*

```
proc desencolar(c:cola)
var p: enlace-cola
si es_cola_vacía(c) entonces error(Cola vacía)
si no p ← c.primero
      c.primero ← c.primero^.sig
      si c.primero = nil entonces
         c.ultimo ← nil
      fsi
      p^.sig ← nil     {por seguridad}
      liberar(p)
   fsi
fproc
```

EJEMPLO 4. PSEUDOCÓDIGO DE CONCATENAR

Al trabajar con punteros no es necesario mover cada uno de los elementos, basta con redireccionar el final de la primera cola.

```
proc concatenar(c1,c2: cola)
si es_cola_vacía(c1) entonces
        c1.primero ← c2.primero
        c1.ultimo ← c2.ultimo
   si no
   c1.ultimo^.sig ← c2.primero
   c1.ultimo ← c2.ultimo
fsi
```

fproc IMPORTANTE: ¡No se ha hecho una copia de los datos! Si se cambian los valores que se encuentran en `c2`, también afecta a `c1` al ser enlaces directos a memoria, y viceversa.

EJERCICIOS

- Escribir en pseudocódigo las operaciones de los ejemplos 2, 3 y 4 (transparencias 14, 15 y 16).
- Escribir en pseudocódigo la implementación de las operaciones básicas de una cola utilizando un vector circular (transparencia 17).

EJEMPLO 2 . PSEUDOCÓDIGO

Ejemplo: Se conoce la operación ***espar?: entero → bool***, que devuelve si un número entero es par o no; obtener la cantidad de números pares que hay en una cola de enteros.

```
func npares (c:cola) dev n:natural                    {iterativa}
    n←0
    mientras ¡ vacia?(c) hacer
        si espar?(primero (C)) entonces n←n+1
        desencolar(C)
    finmientras
finfunc
```

EJEMPLO 2 . PSEUDOCÓDIGO (2)

```
func npares (c:cola) dev n:natural                    {recursiva}
    si vacia?(c) entonces devolver 0
        sino    si espar?(primero (c))
                entonces
                    devolver 1+npares(c)
                sino devolver npares(c)
                desencolar(c)
    finsi
finfunc
```

EJEMPLO 3 . PSEUDOCÓDIGO

Ejemplo: Especificar una operación para obtener la inversa de una cola, es decir, la cola resultante al cambiar el orden de los datos.

```
func inversa (c:cola):cola
    si vacia?(c) entonces devolver c
    sino
        e←primero(c)
        desencolar(c)
        devolver (encolar (e, inversa(c))
    finsi
finfunc
```

EJEMPLO 3 . PSEUDOCÓDIGO (2)

```
func inversa (c:cola):cola                          {iterativa}
var ci:cola
    ci←cvacia
    paux←pvacia
    mientras ¡vacia?(c) hacer
        apilar(primero(c), paux)
        desencolar(c)
    finmientras
    mientras ¡vacia?(paux) hacer
        encolar(cima(paux), ci)
        desapilar(paux)
    finmientras
finfunc
```

EJEMPLO 4 . PSEUDOCÓDIGO

Ejemplo: Concatenar dos colas, poniendo la segunda después de la primera.

proc concatenar (c1, c2:cola) {iterativa}

{concatena los eltos de c2 al fnal de c1}

mientras ¡ vacia?(c2) hacer

encolar(primero(c2), c1)

desencolar(c2)

finmientras

finproc

EJEMPLO 4 . PSEUDOCÓDIGO (2)

```
proc concatenar (c1, c2:cola)                                    {recursiva}
{concatena los eltos de c2 al fnal de c1}
    si vacia? (c2) entonces devolver c1
        sino
            e←primero (c2)
            desencolar(c2)
            concatenar(encolar(e, c1), c2)
    finsi
finproc
```

COLAS. TIPOS

*{Cola implementada con **vector circular**}*

```
tipos
posicion: 0..max_elementos;
cola=reg
      primero, ultimo:Posicion;
      elementos:vector[posicion] de elemento;
      freg
      ftipos
```

COLAS. CONSTRUCTORAS

*{ Crear una cola vacía **cvacía** }*

fun cvacía() **dev** c:cola

{para diferenciar vector lleno y vector vacío dejaremos una posición vacía entre el ultimo y el primer elemento del vector}

c.primero = 0

c.ultimo = max_elementos

finfunc

COLAS. OBSERVADORAS

*{ Ver si una cola está vacía **cvacía?**, obtener la cabeza **primero** }*

```
fun cvacía?(c:cola) dev b:bool
    devolver c.primero = pos_siguiente(c.ultimo)
finfunc

fun primero(c:cola) dev e:elemento
    si cvacía?(c) entonces error(Cola vacía)
    si no devolver c.elementos[primero]
    finsi
finfunc
```

COLAS. OPERACIÓN AUXILIAR

fun pos_siguiente (p:posición)

{Supondremos en las operaciones que el tipo posición es NATURAL, puede ser otro tipo enumerado, utilizaremos las operaciones +, MOD, =, < }

Devolver 1+(p MOD max_elementos**)**

finfunc

COLAS. CONSTRUCTORAS (2)

*{ Encolar un elemento **añadir** }*

```
proc encolar(E e:elemento, c:cola)
```

si pos_siguiente(pos_siguiente (ultimo))=primero

entonces *error(Cola llena)*

si no

c.ultimo ← pos_siguiente(c.ultimo)

c.elementos[ultimo]←e

finsi

finproc

COLAS. MODIFICADORAS

*{ Quitar el primer dato **eliminar** }*

```
proc desencolar(c:cola)
    si es_cola_vacía(c) entonces error(Cola vacía)
        si no c.primero←pos_siguiente(c.primero)

    finsi
finproc
```