



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES  
FACULTAD DE INGENIERÍA

# Sistemas de Recomendación Colaborativos

Trabajo Final de la *Especialización en Explotación de Datos y Descubrimiento del  
Conocimiento*

Proyecto en Github

Adrian Norberto Marino

Buenos Aires, 2022



## RESUMEN

Este trabajo cubre la comparación de sistemas de recomendación basados en filtros colaborativos. Es una explicación exhaustiva del funcionamiento e implementación de la batería de modelos de recomendación colaborativos mas utilizados como son: *GMF*, *Biased-GMF*, *KNN Item Based*, *KNN User Based*, *DeepFM* y *NN-FM*. Se pretende comparar todos los modelos, utilizando métricas especializadas como el promedio de la precisión ( $AP@K$ ) y la media del promedio de la precisión ( $mAP@k$ ), y otras menos especializada como la raíz del error cuadrático medio *RMSE*. Todos los modelos se entrenaron utilizando el mismo *dataset*, construido a partir de los *datasets* *TMDB* y *Movie Lens*. A grande rasgos, se ha encontrado que no existe una diferencia sustancial en precisión para los modelos propuestos. Además se encontró que modelos basados en *Deep Learning* obtiene resultados ligeramente superiores a modelos mas clásicos, como la familia de modelos *KNN*.

**Palabras claves:** Sistemas de Recomendación, Basados en Filtro Colaborativos, Basados en Contenido, Modelos Híbridos, *GMF*, *KNN*, *NN-FM*, *DeepFM*,  $mAP@k$ .



## AGRADECIMIENTOS

*Principalmente a mis padres, siempre fueron un gran apoyo en mi carrera, alentándome incansablemente para seguir adelante en todo momento. Gran parte de mi disciplina de constante persistencia se la debo a ellos. En segundo lugar a mis profesores de la especialización y maestría, por entregarnos su conocimiento día a día, siempre enfocados en que comprendamos todos los temas expuesto de la mejor forma posible. A mis compañeros de la especialización, siempre fueron un gran grupo de apoyo, un grupo en el que nos ayudamos uno al otro para comprender los temas expuestos.*



## Índice general

1..	Introducción . . . . .	1
1.1.	Tipos de sistemas de recomendación . . . . .	2
1.1.1.	Basados en Popularidad . . . . .	2
1.1.2.	Basados en Contenido . . . . .	2
1.1.3.	Basados en Filtrado Colaborativos . . . . .	3
1.1.4.	Modelos Híbridos . . . . .	5
1.1.5.	Categorías dentro de los modelos basados en filtros colaborativos . . . . .	5
1.2.	Descripción del problema y motivación . . . . .	6
1.2.1.	¿Los modelos basado en filtro colaborativos que utilizan técnicas de <i>Deep Learning</i> , obtienen mejores resultados? . . . . .	6
1.2.2.	¿Cuáles son las ventajas y desventajas de cada enfoque a la hora de aplicar estas técnicas? . . . . .	6
1.2.3.	¿Cómo se puede solucionar el problema de <i>cold-start</i> que sufre el enfoque de recomendación basado en filtros colaborativos? . . . . .	6
1.3.	Objetivos . . . . .	6
2..	Materiales y Métodos . . . . .	7
2.1.	Datos . . . . .	7
2.1.1.	<i>MovieLens 25M Dataset</i> . . . . .	7
2.1.2.	<i>TMDB Movie Dataset</i> . . . . .	8
2.1.3.	Pre-Procesamiento . . . . .	9
2.2.	Análisis exploratorio . . . . .	11
2.2.1.	Variable <i>Rating</i> . . . . .	11
2.2.2.	Correlaciones . . . . .	14
2.2.3.	Variables de tipo texto . . . . .	15
2.2.4.	Análisis de Componentes Principales . . . . .	17
3..	Métodos . . . . .	21
3.1.	Enfoque Basados en Memoria . . . . .	21
3.1.1.	<i>KNN (K-Nearest-Neighbor)</i> . . . . .	21
3.1.2.	<i>KNN User Based</i> . . . . .	25
3.1.3.	<i>KNN Item Based</i> . . . . .	26
3.1.4.	<i>KNN User Based Ensemble y Item Based</i> . . . . .	26
3.2.	Enfoque basado en modelos . . . . .	26
3.2.1.	<i>One-Hot Encoding vs. Embeddings</i> . . . . .	26
3.2.2.	<i>Embedding Layer</i> . . . . .	28
3.2.3.	Arquitecturas Utilizadas . . . . .	30
3.2.4.	<i>General Matrix Factorization (GMF)</i> . . . . .	30
3.2.5.	<i>Biased General Matrix Factorization (B-GMF)</i> . . . . .	32
3.2.6.	<i>Neural Network Matrix Factorization (NN-MF)</i> . . . . .	33
3.2.7.	<i>Factorization Machines (FM)</i> . . . . .	35
3.2.8.	<i>Deep Factorization Machine (DeepFM)</i> . . . . .	37
3.3.	Métricas . . . . .	38

3.3.1.	<i>Root Mean Square Error (RMSE)</i>	38
3.3.2.	<i>Mean Average Precision at k (mAP@k)</i>	38
4..	Experimentos	41
4.1.	<i>K-Nearest-Neighbor (KNN)</i>	41
4.1.1.	<i>KNN Item Based</i>	41
4.1.2.	<i>KNN User Based</i>	42
4.1.3.	<i>KNN User Based Ensemble y Item Based</i>	43
4.2.	<i>General Matrix Factorization (GFM)</i>	44
4.3.	<i>Biased General Matrix Factorization (B-GFM)</i>	46
4.4.	<i>Neural Network Matrix Factorization (NN-FM)</i>	47
4.5.	<i>Deep Factorization Machine (DeepFM)</i>	49
5..	Resultados	51
6..	Conclusiones	53



## 1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas de recomendación tienen como objetivo principal proporcionar a los usuarios productos, promociones y contenidos relevantes a sus preferencias o necesidades. Estos sistemas permiten a los usuarios encontrar de manera más fácil y eficiente lo que están buscando. Formalizando esta definición, podemos decir que los sistemas de recomendación buscan ayudar a un usuario o grupo de usuarios a descubrir ítems que se ajusten a sus preferencias, dado un conjunto de ítems que puede ser extenso o en un amplio espacio de búsqueda.

Este objetivo puede variar dependiendo de cada negocio: Si consideramos un *e-commerce* de *delivery* gastronómico, su propósito sería ofrecer a los clientes platos relevantes a un precio asequible y con un tiempo de entrega aceptable.

Si hablamos de un *e-commerce* de productos, su objetivo consiste en proporcionar a los usuarios aquellos productos que satisfacen sus necesidades, a un precio que estén dispuestos a pagar. Además, se busca garantizar una experiencia satisfactoria con los vendedores.

En el negocio de visualización de contenido (audio, video, texto, etc.), el objetivo es acercar a sus usuarios contenido a fin a sus preferencias para mejorar su experiencia en la plataforma.

El objetivo principal en todos los casos es mejorar la conversión. En el campo del *Marketing*, se define la conversión como las acciones realizadas por los usuarios que están alineadas con los objetivos de la empresa. Por ejemplo, aumentar el volumen de compras en un *e-commerce* de productos, incrementar la cantidad de entregas mensuales en un *e-commerce* de *delivery* gastronómico, aumentar las impresiones de publicidad en aplicaciones de visualización de contenido, prolongar el tiempo de permanencia en plataformas de *streaming* de audio o video, entre otros. Existen numerosos ejemplos en los que el objetivo común es mejorar la conversión y el compromiso del usuario con la marca, es decir, el *engagement*.

Desde un enfoque técnico, los sistemas de recomendación se utilizan para predecir el grado de preferencia de un usuario con un artículo específico. Esto se logra aplicando algoritmos de optimización que minimizan la diferencia entre el grado de preferencia esperado y el grado de preferencia real del usuario. También existen otros enfoques que utilizan medidas de distancia para determinar este grado de preferencia. En secciones posteriores, exploraremos estos conceptos con mayor detalle.

### 1.1. Tipos de sistemas de recomendación

A continuación, en la figura 1.1, se pueden observar las diferentes categorías y sub-categorías de los sistemas de recomendación:

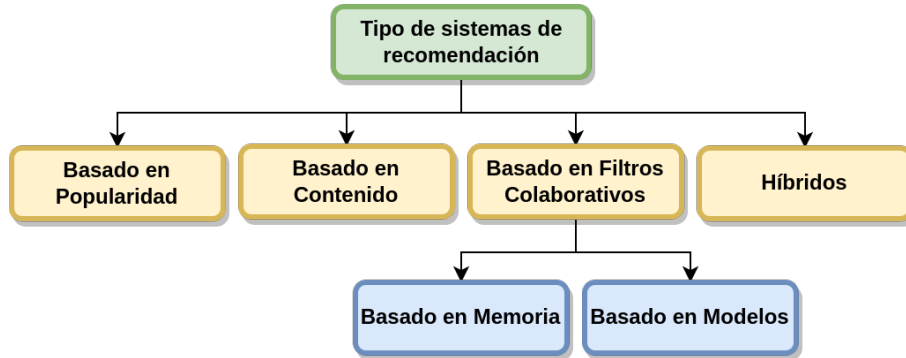


Fig. 1.1: Clasificación de tipos de sistemas de recomendaciones.

#### 1.1.1. Basados en Popularidad

Este tipo de sistema de recomendación utiliza alguna característica de popularidad de los ítems en cuestión. Algunos ejemplos de estas características podrían ser la cantidad de vistas, la cantidad de compras o la cantidad de comentarios positivos, o una combinación de ellas. Luego, estos sistemas buscan los  $K$  elementos más populares. Si bien este tipo de enfoque proporciona buenos resultados para nuevos usuarios, sus recomendaciones no tienen en cuenta las preferencias individuales de cada usuario, ya que se basan en estadísticas comunes a todos los usuarios. Por esta razón, a menudo no se consideran sistemas de recomendación en sentido estricto. No obstante, siguen siendo ampliamente utilizados debido a su capacidad para generar una alta tasa de conversión, a pesar de la falta de personalización.

#### 1.1.2. Basados en Contenido

Este tipo de sistema de recomendación necesita un trabajo previo de ingeniería de *features* sobre los ítems. Se busca definir qué *features* son más significativos para la tarea en cuestión, y cuál es el grado de adecuación de cada ítem a los *features* definidos. Por otro lado, es necesario registrar las interacciones de los usuarios. Dadas estas interacciones, se puede definir el grado de preferencia de los usuarios a cada *feature* definido para los ítems. Con esta información, es posible encontrar tanto ítems como usuarios similares y realizar recomendaciones del tipo:

- Dado el *Usuario A*, el cual tiene preferencia por el *Ítem X*, también podría tener preferencia por el *Ítem Y*, por ser muy cercano o similar al *Ítem X*.
- Dos *Usuarios A y B* cercanos o similares, tendrán preferencias similares. De esta forma es posible recomendar ítem consumidos por el *Usuario A* al *Usuario B* y viceversa.

La principal desventaja de este enfoque, es la necesidad de realizar ingeniería de *features* para encontrar los *features* que produzcan recomendaciones relevantes al usuario. El modelo no encuentra estos *features* automáticamente, sino que deben ser definidos de antemano manualmente. Se puede apreciar que esto introduce un sesgo al momento de seleccionar los *features* o construirlos en base a datos referentes a los ítems. Como ventaja, si se encuentran los *features* correctos se pueden lograr muy buenos resultados.

### 1.1.3. Basados en Filtrado Colaborativos

Estos modelos, a diferencia de los modelos basados en contenido, no requieren ingeniería de *features*, lo que hace muy simple su implementación, ya que únicamente es necesario registrar las interacciones de los usuarios para con los ítems. Luego, el propio modelo encuentra automáticamente los *features* mas relevantes dependiendo de la cantidad de columnas que se especifiquen (Dimensiones de un *Embeddings vector*). Ejemplos de interacciones podrían ser:

- El *Usuario A* visualizo el *Ítem X* el día 2 de marzo de 2022.
- El *Usuario A* compro el *Ítem X* el día 10 de marzo de 2022.
- El *Usuario A* califico al *Ítem X* con 5 puntos el día 25 de marzo de 2022.

Ambos tipo de modelos, basados en contenido y filtros colaborativos, personalizan sus recomendaciones. Es decir, ajustan las recomendaciones a cada a las preferencias de cada usuario particular. Además, ambos permiten encontrar usuarios e ítems similares y recomendar ítems entre usuarios similares.

Por otro lado, los modelos basados en filtros colaborativos descubren un espacio latente de soluciones sin necesidad de recolectar datos y definir *features* en forma manual, a diferencia de los modelos basados en contenido. La selección o construcción manual de *features* puede llevar a una solución sesgada, ya que no esta basada en datos sino en el juicio experto del científico de datos. Esto puede llevar a una selección subjetiva de los *features* que se aleje de la realidad, introduciendo un sesgo en la predicción.

No todo son rosas con estos modelos, dado que sufren un problema llamado *Cold start* o arranque en frio. Los usuarios nuevos son aquellos que aun no han realizado ninguna interacción con el sistema. Estos modelos no podrán realizar recomendaciones a estos usuarios, dado que requieren un mínimo de interacciones para comenzar a ofrecer recomendaciones con cierta precisión.

Además, existen otros problemas referidos al cambiar la cantidad de interacciones de los usuarios. Si pensamos en una solución donde alimentamos al modelo con una ventana de interacciones para los últimos N meses, tendremos las siguiente situaciones:

- Usuarios nuevos: Los usuarios nuevos no tendrán interacciones. Por lo tanto, este modelo no podrá realizar ninguna recomendación. En general, se establece un mínimo de interacciones para que el modelo pueda realizar recomendaciones de forma acertada.
- Usuarios con pocas interacciones: Por otro lado, tenemos a los usuarios que tienen una baja tasa de interacciones con el sistema o aplicación. Por ejemplo, en un *e-commerce* de venta de productos, hay usuarios que compran con mucha frecuencia y otros muy de vez en cuando. Estos últimos, en general tendrán una baja tasa de

interacción pudiendo caer por debajo del umbral mínimo que requiere el modelo. De esta forma, tendremos usuarios que quedarán fuera del modelo actual.

- Usuarios con muchas interacciones: En este caso, el usuario tiene una gran cantidad de interacciones con ítems. Para estos usuarios, el modelo podrá ofrecer recomendaciones relevantes, ya que cuanto mas interacciones se tenga, el modelo se ajusta con mas facilidad a sus preferencia. Por otro lado, esto puede ser una gran desventaja, ya que se produce un efecto de túnel. Es decir, el usuario tiene recomendación muy ajustadas a sus preferencias, perdiendo la capacidad de descubrir nuevos ítems que podrían ser relevantes. Por esta cuestión se suelen mezclar tanto recomendaciones personalizadas como no-personalizadas, para favorecer el descubrimiento de nuevos ítems.

#### 1.1.4. Modelos Híbridos

Son aquellos modelos que combinan mas de una técnica de recomendación, también llamados ensambles de modelos. Comúnmente están compuestos por modelos de recomendación por popularidad, basados en contenido y filtros colaborativos. De esta forma, cuando los usuarios caen por debajo del umbral de interacciones necesarias por el modelo de filtro colaborativos, se utiliza un modelos basado en contenido, popularidad, o algún otro modelo que no requiere de interacciones del usuario para realizar sus recomendaciones.

#### 1.1.5. Categorías dentro de los modelos basados en filtros colaborativos

Dentro de los sistemas de recomendación basados en filtros colaborativos, tenemos dos sub-clasificaciones referidas a la forma en la que se realizan las predicciones.

##### Basados en Memoria

Este tipo de modelos mantiene sus datos en memoria. Se recorren todos los datos (*full scan*) cada vez que se necesita realizar un inferencia o predicción (fijando un número de vecinos a comparar). Un ejemplo de estos modelos es el algoritmo de k vecinos cercanos (*KNN*), el cual mantiene una matriz rara de distancias en memoria, la cual se recorre completamente para comparar las distancias entre filas o columnas, usando alguna medida de distancia como puede ser la *distancia coseno*, *coseno ajustada*, *manhattan*, etc.. Para mitigar el problema de búsqueda exhaustiva (*full scan*), se puede utilizar una cache y así realizar estas búsquedas una única vez. Otro problema es su limitación al tamaño máximo de la memoria con la que se cuenta, es decir, que el tamaño de la matriz depende de la memoria máxima disponible. Esto puede mitigarse utilizando implementaciones de matrices rara, las cuales comprimen los datos en memoria guardando unicamente las celdas que tienen datos. Además, es posible utilizar un cache que mantenga en memoria las búsqueda mas frecuentes y baje a almacenamiento secundario las menos frecuentes. Todos estos problemas de *performance* y uso de recursos se deben a que *KNN* no reduce la dimensionalidad de los datos, como si lo hacen varias implementaciones basadas en *embeddings*, *auto-encoder*, redes neuronales etc., donde lo que se buscan es encontrar una representación mas compacta de los ítems y usuarios sin perder información. Mas allá de estos problemas, los resultados obtenidos por estos modelos no están muy alejados de aquellos que se encuentran en el estado del arte. Puede recomendarse su uso cuando tenemos un dominio reducido, dada su simplicidad.

##### Basados en Modelos

Algunos ejemplos de estos modelos son los clasificadores bayesianos, redes neuronales, algoritmos genéticos, sistemas difusos y la técnica de descomposición matricial (*SVD*). Estos modelos en general buscan directa o indirectamente reducir la dimensionalidad de los datos. De esta forma, es posible utilizarlos en dominios con una gran cantidad de datos.

## 1.2. Descripción del problema y motivación

Con este trabajo se busca contestar las siguientes preguntas:

### 1.2.1. ¿Los modelos basado en filtro colaborativos que utilizan técnicas de *Deep Learning*, obtienen mejores resultados?

La idea detrás de esta pregunta es realizar *benchmarks* sobre distintos modelos del estado de arte basados en *Deep Learning* o no, utilizando el mismo set de datos y las mismas métricas. De esta forma, se busca comprender cual es la diferencia en *performance* entre los modelos seleccionados. Por otro lado, se busca comprender cuando es mas adecuado utilizar cada enfoque. Como ya se comentó en el apartado de introducción, hay modelos que están mas limitados que otros según el número de recursos de *hardware* o interacciones con los que se cuenta.

### 1.2.2. ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de cada enfoque a la hora de aplicar estas técnicas?

Esta pregunta se refiere a comprender cuando es conveniente aplicar una técnica u otra teniendo en cuenta las ventajas y desventajas de cada enfoque y modelo.

### 1.2.3. ¿Cómo se puede solucionar el problema de *cold-start* que sufre el enfoque de recomendación basado en filtros colaborativos?

(Tesis)

Como ya se comentó en la introducción, los modelos de filtro colaborativos necesitan un número mínimo de interacciones usuario-ítem para poder operar y producir recomendaciones aceptables. La propuesta es explorar enfoques que permiten lidiar con este problema. Uno de los enfoques más comunes es utilizar ensambles de modelos basados en filtros colaborativos con otros modelos basados en contenidos o popularidad. Estos ensambles pueden diferir en sus técnicas dependiendo del dominio de los datos.

## 1.3. Objetivos

Como primer objetivo, se pretende comprender cuales son los fundamentos teóricos sobre los que se apoya cada técnica aplicada y bajo que escenarios puede ser conveniente aplicarlas. Por otro lado, se intenta determinar cual es la diferencia en *performance* de cada técnica aplicada sobre el mismo set de datos, midiendo su *performance* utilizando las mismas métricas. ¿Obtenemos diferencias significativas?

Como segundo objetivo se busca proponer nuevas técnicas y/o explorar técnicas existentes que permite lidiar o solucionar el problema de cold start que sufren los sistemas de recomendación basados en filtros colaborativos (Tesis).

Finalmente, se compararan estas técnicas mediante un *benchmark* propuesto para comparar como se comporta cada modelo ante usuarios con escasas o ninguna interacción en el set de datos propuesto.

## 2. MATERIALES Y MÉTODOS

### 2.1. Datos

Para realizar este trabajo se selecciono el dominio del cine, ya que existen conjuntos de datos bien definidos y actualizados. Estos *datasets* en general están pensados para probar modelos de recomendación. Por otro lado, es el dominio clásico en *papers* y literatura de sistemas de recomendación en general.

Dada la propuesta de este trabajo, es necesario contar con datos de interacciones de usuarios con ítems (Películas en este caso). Además, dado que se busca solucionar el problema de *cold start* para el enfoque de filtros colaborativos, se necesitara contar con otro enfoque de recomendación, el cual posiblemente pueda ser basado en contenido. Por esta cuestión, necesitamos contar con *features* completos y consistentes para los ítems (Películas).

Dadas estas necesidades, se decidió utilizar los *datasets* expuestos a continuación.

#### 2.1.1. *MovieLens 25M Dataset*

Este *dataset* [1] prácticamente no tiene features para los ítems (Películas), pero si tiene la calificaciones realizadas por los usuarios. También cuenta con un conjunto de *tags* o palabras clave cargadas por los usuarios para cada ítem (Película). Otro punto importante, todos los usuarios tienen al menos 20 interacciones, lo cual asegura no tener problemas de baja performance por falta de interacciones. De esta forma, este *dataset* sera muy util para entrenar modelos de recomendación basados en filtros colaborativos y además cuenta con columnas extras como *tags*, que serán útiles a la hora de entrenar modelos basados en contenido.

Por ultimo, este *dataset* contiene 25 millones calificaciones, 1 millón de *tags* y 62.423 películas. Estos datos fueron registrados por 162.541 usuarios entre el 9 de enero de 1995 y el 21 de noviembre de 2019. Sus columnas se especifican en la tabla 2.2 a continuación:

Columna	Descripción
<i>userId</i>	Identificador univoco de un usuario.
<i>movieId</i>	Identificador univoco de una película.
<i>timestamp</i>	Fecha en la cual el usuario califico el ítem( <i>movieId</i> ). Es un string de formato año-mes. Existen valores entre 1997-09 y 2019-11 inclusive.
<i>rating</i>	Calificación del usuario. Es un valor discreto numérico: 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 4.5 y 5.
<i>tags</i>	Lista de palabras definidas por cada usuario para una película. Se cuenta con <i>tags</i> a nivel usuario-película.

Tab. 2.1: Columnas del *dataset Movie Lens*, relevantes para este trabajo.

### 2.1.2. *TMDB Movie Dataset*

Este *dataset* [2] no tiene calificaciones personalizadas de los ítems como sucede con el *dataset MovieLens* anterior, pero si tiene varios *features* referentes a películas, que pueden ser muy útiles para modelos basados en contenido e inclusive modelos híbridos, los cuales se busca explorar en el trabajo de tesis. Contiene datos de 5.000 películas y sus columnas se especifican en la tabla 2.2 a continuación:

Columna	Descripción
<i>imdb_id</i>	Identificador univoco de una película en la base de datos de <i>IMDB</i> .
<i>title y original_title</i>	Título y título original.
<i>release_date</i>	Fecha de estreno.
<i>status</i>	Define si la película fue estrenada o esta en desarrollo.
<i>overview</i>	Sinopsis de la película.
<i>poster_path</i>	URL de imagen de portada de la película.
<i>languages</i>	Lenguaje original y doblaje.
<i>genres</i>	Géneros.
<i>adult</i>	¿Solo es apta para adultos?
<i>popularity</i>	Índice de popularidad.
<i>vote_count</i>	Cantidad de votos.
<i>vote_average</i>	Promedio de votos.
<i>keywords/tagline y tags</i>	<i>tags</i> o palabras clave ingresadas por los usuarios para definir una película.
<i>budget</i>	Presupuesto destinado a la realización de la película.
<i>revenue</i>	Retorno de inversión o ganancias.
<i>production_companies</i>	Compañías que produjeron la película.
<i>production_countries</i>	Países donde se produjo la película.
<i>homepage</i>	Sitio web oficial.

Tab. 2.2: Columnas del *dataset TMDB*, relevantes para este trabajo.



### 2.1.3. Pre-Procesamiento

Como parte inicial de la etapa de pre-procesamiento de datos, se utilizo una base de datos *MongoDB*. Se utilizo *MongoDB* y no *Pandas* debido a que *Pandas* requiere cargar todo el *dataset* en memoria. Si bien este problema se puede lidiar aumentando el tamaño de la memoria *Swap* (Linux) o la memoria virtual (*Windows*), puede ocasionar caída de procesos y lentitudes innecesarias. En este caso, se selecciono una base de datos de tipo documento, la cual no necesita cargar todos los datos en memoria y por otro lado, existe la posibilidad de escalar la base de datos a mas nodos en caso de ser necesario. Ambos *datasets* contienen varios archivos *csv*, los cuales vamos a llamar *tablas*. En la tabla 2.3 se especifican las columnas utilizadas:

File	Descripción
<i>movie_metadata</i>	Pertenece al <i>dataset TMDb</i> . Es la fuente de verdad de la cual se toman columnas referentes a <i>features</i> de una película.
<i>tags</i>	Pertenece al <i>dataset Movie Lens</i> . De esta tabla se tomaron los tags o palabras clave dadas de alta por los usuarios por cada película.
<i>ratings</i>	Pertenece al <i>dataset Movie Lens</i> . De esta tabla se tomaron las calificaciones de los usuario para las películas que fueron calificadas.

Tab. 2.3: *files* o tablas utilizadas en este trabajo, para construir un *dataset* unificado, el cual sirve como base para entrenamiento y evaluación de modelos.

Para iniciar se realizo un *merge* o *join* de las tabla *ratings* y *tags* por las columnas *user\_id* y *movie\_id*, ya que tenemos dos columnas que representan interacciones de usuarios:

- *rating*: Pertenece a la tabla *ratings*.
- *tags*: Pertenece a la tabla *tags*.

En segundo lugar, se realizo un *merge* entre las tablas *ratings\_tags\_v1* y *movie\_metadata* utilizando la columna *imdb\_id*, la cual es identificador único de una película en ambas tablas.

Finalmente se termino con dos tablas/*files* como resultado:

Filename	Descripción
<i>movies_v4.csv</i>	Contiene toda la información de las películas, incluidos todos los <i>tags</i> cargados por los usuarios que calificaron un película.
<i>ratings_tags_v1.csv</i>	Contiene tanto las calificaciones como los <i>tags</i> para cada usuario y película.

Tab. 2.4: *files* resultado del pre-procesamiento. Estos forman parte del *dataset* de entrenamiento y evaluación en este trabajo practico.

#### Tabla de interacciones

La tabla *ratings\_tags\_v1* (2.5) tiene datos a nivel interacción usuario-ítem. De esta forma, a nivel usuario-ítem se cuenta con la calificación de la película realizada por el usuario, además de los *tags* que el usuario cargo para esa películas. Estos *tags* no son mas que una lista de palabras representativas de la película en cuestión. Por ejemplo, para la película *Toy Story* deberíamos tener palabras referente a la misma como: boss, woody, animation, 3d, etc.. Finalmente, contamos con la fecha en la cual se realizaron esta interacciones. Se entiende que la calificación y los *tags* se ingresaron en el mismo momento.

Columna	Descripción
<i>user_id</i>	Existen 13.281 usuarios.
<i>movie_id</i>	Existen 33.444 películas.
<i>timestamp</i>	Fecha en la cual el usuario califico el ítem( <i>movie_id</i> ). Es un <i>string</i> de formato año-mes. Existen valores entre 1997-09 y 2019-11 inclusive.
<i>rating</i>	Calificación. Es un valor discreto numérico: 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 4.5 y 5.
<i>tags</i>	Lista de palabras definidas por cada usuario para una película. Se cuenta con los <i>tags</i> a nivel usuario-película.

Tab. 2.5: Definición de tabla *ratings\_tags\_v1* o tabla de interacciones.

### Tablas de metadata de películas

La tabla *movies\_v4* (2.6) cuenta con información de cada película seleccionada de ambos *datasets*.

Columna	Descripción
<i>title</i>	Título de la película.
<i>native_language</i>	Lenguaje original en el cual fue filmada la película.
<i>genres</i>	Ambos <i>dataset</i> cuentan con una lista de géneros a los que adhiere la película.
<i>overview</i>	Sinopsis de la película.
<i>poster</i>	Enlaces al detalle de la película en <i>imdb</i> y <i>TMDB</i> . Estos enlaces permiten hacer join con mas datos que se encuentren en la descripción de estos sitios. En este trabajo solo se utilizara la imagen de la tapa de las películas a modo de visualización.
<i>release</i>	Fecha de lanzamiento.
<i>budget</i>	Presupuesto destinado para la realización del film.
<i>popularity</i>	Popularidad.
<i>vote_count</i>	Cantidad de votos por película.
<i>vote_mean</i>	Cantidad media de votos por película.
<i>tags</i>	Son los <i>tags</i> cargados por todos los usuarios que interactuaron con la película. Es la misma información que tenemos en la tabla de interacción pero ahora a nivel ítem.

Tab. 2.6: Definición de tabla *movies\_v4* o tabla de películas.

### Valores faltantes

Una vez generadas ambas tablas se procedió a buscar *missing values*. A continuación, en la tabla 2.7 se pueden ver las columnas con *missing values*:

Columna	Porcentaje de <i>missing values</i>
<i>budget</i>	70
<i>poster</i>	0.00085
<i>release</i>	0.0085
<i>popularity</i>	0.00085
<i>vote_mean</i>	4.8
<i>vote_count</i>	4.6

Tab. 2.7: *Missing values* en la tabla *movies\_v4*.

Luego se removieron las filas de la tabla para aquellas columnas del reporte anterior que tuvieran hasta 6 % de valores faltantes. A continuación se removió la columna *budget* por tener un porcentaje muy alto de valores faltantes, lo que la volvió inutilizable. Por otro lado, la tabla *ratings\_tags\_v1* no se modifico, ya que no tenía valores faltantes en ninguna de sus columnas.

## 2.2. Análisis exploratorio

### 2.2.1. Variable *Rating*

En este análisis exploratorio analizaremos datos relevantes al problema de predicción de calificaciones de ítems por parte de los usuarios. Dentro de este análisis, la variable *ratings* o calificación es una de estas variables relevantes.

A continuación se puede apreciar una diagrama de barras el cual describe la frecuencia con la que los usuarios califican un ítem, segmentada por cada posible valor de calificación:



Fig. 2.1: Este diagrama de barras expone la frecuencia o cantidad de observaciones para cada valor discreto de puntuación o *rating*.

En la figura 2.1 se puede visualizar que el valor 4,0 tiene la mayor frecuencia (moda), seguido de 5,0 puntos y luego 3,5 puntos. Por otro lado, se debe tener en cuenta que estas calificaciones provienen de todo los usuarios. Cada usuario tiene una forma propia de calificar, algunos tienden a calificar de forma optimista, puntuando con valores altos, y otros por el contrario, son mas pesimistas y tienden a puntuar con calificaciones bajas. Este es un comportamiento conocido en el ámbito de sistemas de recomendación. Se debe tener en cuenta que el valor 3,5 para un usuario podría ser un valor 4,5 para otro. Por otro lado, se aprecia que en general se tiende a puntuar valores a partir de 3,0 punto en adelante, habiendo muy pocas observaciones para puntuaciones menores a los 2,0 puntos.

Para analizar en mas detalle la variable *rating*, veamos a continuación un histograma y *boxplot* respectivamente:

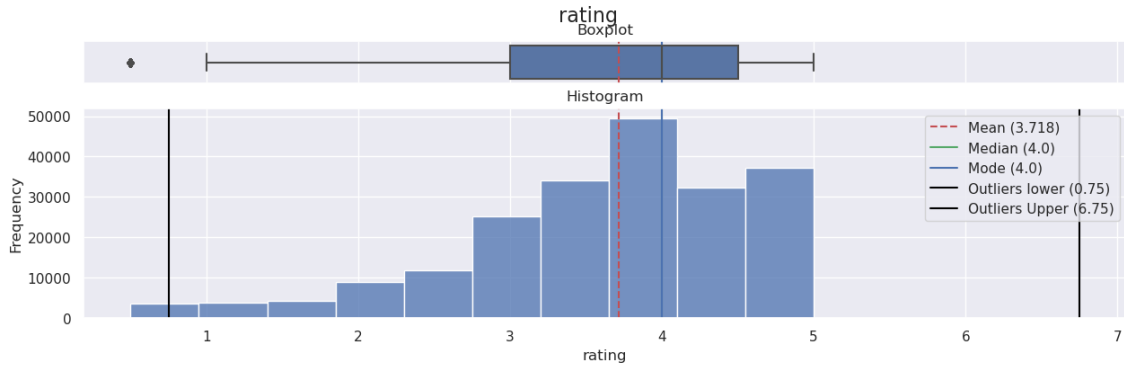


Fig. 2.2: Histograma y *Boxplot* de la variable *rating*. Los *ratings* son las calificaciones realizadas por los usuario para cada ítem o película.

En la figura 2.2 se aprecia que la variable *rating* tiene valores discretos entre 0,5 y 5,0 con un paso de 0,5. De esta forma, contamos con 10 valores discretos de tipo real, siendo claramente una variable categórica. Nuevamente vemos algo parecido al diagrama de barras 2.1, el 50 % de las observaciones se encuentran entre los cuantiles  $Q1$  y  $Q3$  con 3,0 y 4,5 puntos (Rango inter-cuantil). La mediana (Cuantil  $Q2$ ) esta claramente sobre los 4,0 puntos, coincidiendo con la moda. La media se encuentra en los 3,5 puntos a izquierda de la mediana, debido a que tenemos puntos con frecuencia considerables a izquierda que mueven a la media en esa dirección. Por otro lado, tenemos valores atípicos en el extreme izquierdo en los 0,5 puntos. Esto se debe a que esta puntuación esta muy alejada del centro de los datos, el cual encuentra entre el cuantiles  $Q1$  y  $Q3$ , donde tenemos el 50 % las calificaciones con mayor probabilidad de ocurrencia. No se encuentran valores atípicos por sobre el máximo. Se puede apreciar un sesgo a izquierda, ya que existe mayor separación o dispersión de las observaciones entre  $Q1$  y  $Q2$  que entre  $Q2$  y  $Q3$ . De esta forma, ambos intervalos conservan su 25 % de las observaciones pero hay menor dispersión entre  $Q2$  y  $Q3$ .

A continuación segmentemos el anterior histograma por año:



Fig. 2.3: Histograma de calificaciones segmentado por año. Como aclaración, en esta gráfica se describen los histogramas como funciones densidad, a pesar de que la variable *rating* es categórica. De esta forma se puede apreciar con mas claridad la diferencia en observaciones y el grado de dispersión de cada niveles por año.

En la figura 2.3 inicialmente vemos que en los años 1997, 1998 y 2003 la curva tiende a ser mas lineal. Esto indica que la forma de calificar es mas dispersa, es decir, no se encuentra un perfil de puntuación claro por parte de los usuarios, en que ítem es un 4 o un 5 por ejemplo. Entre 1999 y 2022 vemos que las puntuaciones 3, 4 y 5 toman mayor importancia siendo estas las mas utilizadas. Es decir, los usuarios realizan en su mayoría puntuaciones en esos tres niveles. La mayor frecuencia se puede ver claramente en 4 puntos en el año 2004, donde fue prácticamente la mas utilidades decayendo los 3 y 5 puntos en linea a años anteriores. A partir del año 2005 se nota un aumento cada vez mas demarcado en los niveles de puntuaciones entre los 3 y 5 puntos donde los usuarios cada ves usan mas lo niveles 3,5 y 4,5. Debemos tener en cuenta que el aumento en los niveles de puntuación con el tiempo probablemente sea debido a un aumento año a año en la base de usuarios de *Movie Lens* y tal vez también sea el motivo por el cual en los primeros años vemos mucho dispersion en las puntuaciones.

### 2.2.2. Correlaciones

Para realizar un análisis de correlación sobre todas las variables, se realizó un merge/join de las tablas *movies* y *interactions*, incluyendo solamente las columnas numéricas. A continuación podemos visualizar un diagrama de correlación de Pearson de las mismas:



Fig. 2.4: Diagrama de correlación de Person aplicado a todas las variables numéricas resultado del merge entre las tablas *movies* y *interactions*.

En la figura 2.4 se aprecia de las variables *Cantidad/Media de votos* y *Popularidad* tiene alta correlación debido a que las películas mas votadas en general son las mas populares. Las variables *Cantidad* y *media de votos* están altamente correlacionadas, ya que la media se calcula en base a la variable *Cantidad de votos*. Por otro lado, también es de esperar que las *calificaciones* y la *media de los votos* este correlacionadas, ya que a medida de aumenta la *media de los votos* tenemos calificaciones mas altas. Se encuentra una alta correlación entre la variable que identifica a una película y la *Fecha de estreno*. Esto se debe a que al momento de estrenarse una película, días después a mas tardar, se da de alta la película en el sitio de *Movie Lens*. Esto también nos dice que los ids son secuenciales. Las correlaciones en general son muy bajas llegando a 0.3 como máximo. Esto es una buena señal, ya que ayuda a disminuir el fenómeno de colinealidad de las variables. Las variables que son combinaciones lineales de otras variables puede producir que los modelos de *Machine Learning* sobre-ajusten a los datos de entrenamiento. Las variables *media de votos* y *id de película* tienen una correlación negativa muy baja. En algún sentido nos dice que algunas películas mas nuevas tiende a tener una media de votos menor. Lo mismo sucede entre las variables *rating* y *id de película* en menor medida. Ambas con correlaciones negativas pero muy bajas.

Si bien, en esta primera entrega no se están utilizando otras variables distintas a *id de usuario*, *id de película* y *rating*, es de interés analizar las variables correspondiente a features de películas, ya que en el siguiente entrega (tesis) se planea implementar modelos de recomendación híbridos, los cuales son ensambles de sistemas de recomendación basados







### 2.2.4. Análisis de Componentes Principales

En esta sección describe el análisis de componentes principales realizado sobre las variables numéricas resultado del merge de las tablas movies y interactions.

#### *Varianza Explicada*

Las componentes principales son las variables resultado del algoritmo [3]PCA. Estas nuevas variables presentan la particularidad de ser ortogonales entre sí, lo que implica que no poseen ninguna correlación. Además, a lo largo de todas las variables, la acumulación de varianza disminuye, lo cual indica que la primera componente tiene una varianza mayor y la última, la menor posible, en orden descendente.

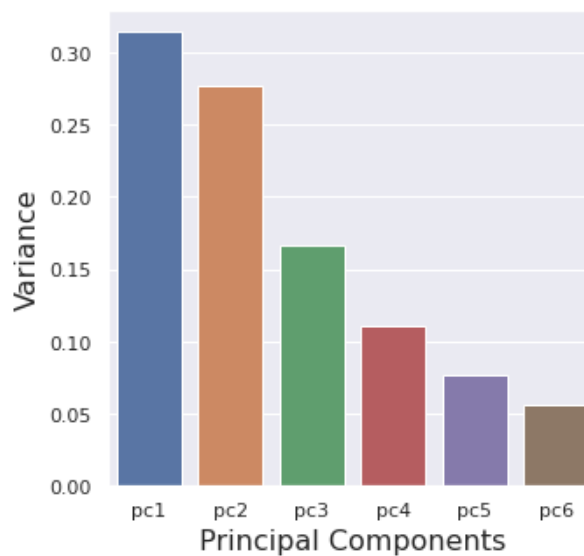


Fig. 2.8: Este diagrama de barras describe el grado de variabilidad o varianza explicada por cada componente principal resultado del algoritmo [3]PCA.

#### *Varianza*

- pc1: 31 %
- pc2: 28 %
- pc3: 16 %
- pc4: 11 %
- pc5: 7 %
- pc6: 5 %

Inicialmente podemos apreciar en la figura 2.8 que todas las componentes tienen niveles de variabilidad o varianza explicada muy bajos, donde la primera componente llega solamente al 31 %. Esto indica que el grado de correlación de las variables es muy bajo. Usando el criterio del bastón roto podríamos seleccionar las 3 primeras variables, ya que son las que acumulan mayor varianza. Tengamos en cuenta que el análisis por componentes principales

es un análisis lineal. Es decir que, tiene encuentra unicamente correlaciones lineales. De esta forma este método puede estar perdiendo de vista correlaciones no lineales mas complejas donde podríamos encontrar un mayor grado de correlación. Las 3 primeras componentes acumulan un grado de variabilidad 85 %.

### *Cargas o Loadings*

Por otro lado, las componentes principales son combinaciones lineales de las variables originales. Luego, las cargas o *loadings* son los coeficientes utilizados para transformar las variables originales en las componentes principales mediante combinaciones lineales.

De esta forma, los coeficientes definen una medida de correlación o grado de aporte de cada variable original a una componente principal.

A continuación se pueden visualizar las cargas o loadings:

Variable	PC1	PC2	PC3
Popularity	0.79	-0.09	-0.003
Vote Mean	0.55	-0.55	-0.03
Vote Count	0.88	-0.11	-0.0002
Release Year	0.33	0.8	0.045
User ID	-0.006	-0.08	0.99
Movie ID	0.24	0.8	0.04

Tab. 2.8: Coeficientes de componentes principales vs variable originales. Cada uno de estos valores representan el grado de correlación o aporte de cada variable original a cada componente principal.

En la tabla 2.8 vemos que *Vote Count* (88 %) y *Popularity* (80 %) tiene una correlación positiva muy alta sobre la componente *PC1*. Lo mismo sucede con la *Vote Mean* (55 %) en menor medida. Entre dos observaciones con distintos valores de popularidad, la que tenga un valor mas alto aportara a esta componente (*PC1*) que a las otra (*PC2* y *PC3*). También vemos que las variable *Release Year* (*Año de estreno*) y *Movie ID* tienen un aporte considerable pero mas bajo del 33 % y 24 % respectivamente, sobre la componente *PC1*. La variable *User ID* no tiene aporte alguno sobre componente *PC1*. Las variables que mas aportan a la componente *PC2* son *Vote Mean* (55 %) y *Vote Count* (11 %) respectivamente. Este aporte es negativo, esto quiere decir que un aumento en los niveles de esta variable significa una disposición en esta componente. La variable *Release Year* (*Año de estreno*) tiene el aporte positivo mas alto sobre la componente *PC2* siendo del 80 %. Para la componente *PC3* vemos que las variables que mas aportan a un campo en la misma son *User ID* (99 %) y *Release Year* (45 %) respectivamente, ambos positivos. Vemos que un aumento en la variable *User ID* produce un aumento casi en una unidad sobre el coeficiente, pero *Release Year* es la mitad en relación. De este forma, la componente *PC1* podríamos nombrarla *Nivel de popularidad o conocimiento general de una película*. La componente *PC2* en algún sentida mide lo contrario a la popularidad. Es un indicador del *Nivel Underground para nuevos estrenos* de un film. La componente *PC3* es mas difícil de nombrar pero podría llamarse: *Grado newbie de un usuario*.

*Biplot*

Fig. 2.9: Diagrama [4] *Biplot* que representa los valores de las variables originales coloreados en color roja, negro y gris correspondientes a tres segmentos de calificaciones:  $> 2$ , entre 2 y 3,5 y  $> 4$ . También se pueden apreciar los vectores correspondientes a las variables originales.

En la figura 2.9 se expone un diagrama [4] *Biplot*. Este representa los valores de las variables originales coloreados en color roja, negro y gris correspondientes a tres segmentos de calificaciones:  $> 2$ , entre 2 y 3,5 y  $> 4$ . También se representan los vectores correspondientes a las variables originales.

A primera vista observamos que las variables *Popularity* y *Vote Count* tienen una correlación muy alta, ya que el ángulo entre sus vectores es prácticamente cero. Esto tiene sentido, ya que ambas son medidas de popularidad de alta colinealidad. *Popularity*, *Vote Count* y *Vote Mean* (En menor media) tiene un aporte positivo sobre la componente *PC1*. Esto se corresponde con los coeficientes de las cargas analizados anteriormente. *Movie ID* y *Release Year* aportan en menor medida sobre la componente *PC1*. De esta forma, se constata lo visto anteriormente en análisis de carga, donde la componente *PC1* representa el grado de popularidad de una película. *Vote Mean* aporta en forma negativa y *Movie ID* y *Release Year* en forma positiva sobre la componente *PC2*. *Popularity*, *Vote Count* tienen casi aporte nulo a *PC2*. De esta forma se constata el análisis anterior. Si visualizamos los puntos que representan a las observaciones originales en el espacio latente generado por [3] *PCA*, vemos que las observaciones de color negro ( $> 4$  puntos) y gris (de 2 a 3.5 puntos) se encuentran mas a la derecha que aquellas coloreadas en rojo ( $> 2$  puntos). Esto indica que hay un crecimiento del nivel de popularidad cuanto mas a derecha se encuentre un punto en la componente *PC1* validando los análisis anteriores. Si visualizamos los puntos correspondientes a las observaciones en las direcciones de la componente *PC2* vemos que a mayor valor en la componente, menor el grado de popularidad de las películas, ya que los puntos rojos tienden a estar en el extremo positivo de la componente, validando la hipótesis de que la componente *PC2* indica el grado de underground es una película.



### 3. MÉTODOS

En este capítulo se describirán los modelos utilizados para realizar la predicción de la clasificación de un usuario para una película que aun no ha visto. Para realizar esto, se utilizaron varios modelos basados en filtros colaborativos.

Cada implementación tiene sus particularidades: Cuanto puede escalar, sus tiempos de entrenamiento y predicción, su implementación, exactitud de las predicciones, tendencia al sobre ajuste, etc.. Para este trabajo se eligieron dos grandes grupos. Por un lado, una implementación sencilla basada en memoria como es el algoritmo de K vecinos cercanos y por el otro, modelos basados en Deep Learning. Los modelos basados en Deep Learning utilizan *Embeddings* en todos los casos, como una forma de reducir la dimensionalidad de las variables categóricas que se utilizan como entradas. Además, cada modelo tiene su propia arquitectura, algunas clásicas y otras basadas en modelos del estado del arte. Luego, la idea fue medir los resultados de todo los modelos utilizando distintas métricas comparables, entrenando con el mismo *dataset* en todos los casos. De esta forma podemos comparar los resultados de cada modelo. K vecinos cercanos (*KNN*) fue tomado como baseline, a partir del cual poder comparar los demás modelos.

Por otro lado, dada la cantidad de datos con la que se cuenta y teniendo en cuenta que estos modelos son muy demandantes en cuanto a recursos de *hardware*, se optó por usar el framework *PyTorch*, dado que permite hacer uso tanto de *CPU* como *GPU*. De esta forma, se puede elegir cuando usar cada dispositivo y en que parte del flujo (pre-procesamiento, entrenamiento e inferencia). Ya elegido el *framework*, se optó por implementar todos los modelos desde sus bases, ya que *PyTorch* no cuenta con muchos modelos del estado del arte ya desarrollados de forma oficial. De esta forma se implementó cada modelo desde cero para poder hacer uso de *CPU* y *GPU* de forma granular y realizar un uso más eficiente de los recursos disponible.

#### 3.1. Enfoque Basados en Memoria

##### 3.1.1. *KNN (K-Nearest-Neighbor)*

Esta es la implementación clásica y más intuitiva para realizar recomendación de ítems. Una vez entrenado el modelo, se cuenta con una matriz de distancias que pueden ser distancias entre usuario o ítems, y otra matriz de calificaciones usuario-ítem. De esta forma, en la etapa de inferencia, el modelo toma como entrada un usuario (*user\_id*) y un ítem (*item\_id*) y retorna la predicción de la calificación. Estas matrices se pueden mantener en memoria, persistir en una base de datos (como puede ser *Redis*) o en un archivo indexado. Por esta cuestión, la categoría en memoria no tiene por qué ser estricta, pero si se entiende que los mejores tiempos de inferencia y entrenamiento se logran cuando se tenga parte o la totalidad de estas matrices en memoria.

Luego, para realizar el entrenamiento del modelo se necesita una lista de tuplas, donde cada tupla contiene:

*Lista de tuplas*

$$Tuplas = [< u_1; i_1; r_{u_1, i_1} >, \dots, < u_n; i_m; r_{u_n, i_m} >] \quad (3.1)$$

Donde:

- $u$  es un identificador univoco y numérico de un usuario. Estos identificadores se generan a partir de una secuencia numérica, es decir que no debemos tener huecos para minimizar el uso de memoria en caso se no usar matrices ralas.
- $i$  es el identificador secuencial, univoco y numérico de un ítem. En este caso los ítems son películas, pero podrían ser cualquier entidad identificable como productos, usuarios, comidas, etc..
- $r_{u,i}$  es la calificación otorgada al ítem  $i$  por parte del usuario  $u$ .
- $n$  es la cantidad total de usuarios en el *dataset* de entrenamiento.
- $m$  es la cantidad total de ítems en el *dataset* de entrenamiento.

Dada esta lista de tuplas, podemos construir una matriz esparza donde cada fila representa a un usuario y cada columna a un ítem o vise versa, y las celdas o valores de la misma contienen las calificaciones.

*Matriz de calificaciones*

$$Calificaciones_{u,i} = \begin{pmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} & \cdots & r_{1,i} \\ r_{2,1} & r_{2,2} & \cdots & r_{2,i} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{u,1} & r_{u,2} & \cdots & r_{u,i} \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Donde:

- $r_{u,i}$  es la calificación otorgada al ítem  $i$  por parte del usuario  $u$ .
- Cada vector fila  $F_u$  contiene todas la calificaciones realizadas por el usuario  $u$  para todos los ítems. Los ítems que aun no tiene calificación contiene el valor 0.
- Cada vector columna  $C_i$  contiene las calificaciones realizadas por todos los usuarios para el ítem  $i$ . Las posiciones correspondientes a los usuarios que aun no calificaron el ítem  $i$  tendrán el valor 0.

En el siguiente paso, se debe construir la matriz  $Distancias_{u_a, u_b}$  que contiene las distancias entre todos los vectores fila  $F_u$  de la matriz de  $Calificaciones_{u,i}$ . Cabe aclarar que cada vector fila  $F_u$  de la matriz de  $Calificaciones_{u,i}$  representa a un usuario, ya que contiene todas las calificaciones realizadas por el mismo.

Matriz de distancias

$$Distancias_{u_a, u_b} = \begin{pmatrix} d_{1,1} & d_{1,2} & \cdots & d_{1,u_b} \\ d_{2,1} & d_{2,2} & \cdots & d_{2,u_b} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{u_a,1} & d_{u_a,2} & \cdots & d_{u_a,u_b} \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Donde:

- $d_{u_a, u_b}$  es la distancia entre el vector fila  $Fu_a$  y  $Fu_b$  de la matriz de *Calificaciones* $_{u,i}$ .

En cuanto a las distancias, no hay una restricción acerca que cual utilizar. En general las distancias que mejor ajustan a este dominio son las siguientes:

- Distancia Coseno Ajustado.
- Distancia Coseno.
- Distancia de Pearson (1 - Correlación de Pearson).

Luego, para este trabajo se eligió utilizar la *Distancia Coseno*.

*Distancia Coseno*

La distancia coseno es una medida de similitud entre dos vectores en un espacio vectorial que posee un producto interno. La distancia coseno entre dos vectores se mide en grados. De esta forma, cuanto menor es el ángulo entre dos vectores mas similares son entre sí. De forma contraria, cuando mayor es el ángulo entre dos vectores menos similares son entre sí.

$$Distancia\ Coseno_{ua,ub} = \frac{\sum_{i \in I} r_{ua,i} \cdot r_{ub,i}}{\sqrt{\sum_{i \in I} r_{ua,i}^2} \cdot \sqrt{\sum_{i \in I} r_{ub,i}^2}}, ua \neq ub \quad (3.4)$$

Donde:

- $ua$  y  $ub$  son los índices de dos vectores fila  $F_u$  de la matriz de *Calificaciones* $_{u,i}$ . Cada uno de estos vectores fila  $F_u$  representan a un usuario.
- $ua \neq ub$ , es decir que cada índice representa a un usuario distinto.
- $I$  es la cantidad total de columnas de la matriz de *Calificaciones* $_{u,i}$ .
- $i$  el índice de una columna de la matriz de *Calificaciones* $_{u,i}$ . Cada columna representa a un ítem y contiene todas las calificaciones realizadas por todos los usuarios sobre el ítem  $i$ .
- $0 \leq Distancia\ Coseno_{ua,ub} \leq 1$ . Cuanto menor sea el valor de  $Distancia\ Coseno_{ua,ub}$  mas similares serán los usuarios  $u_a$  y  $u_b$ .

*Similitud Coseno*

$$SimilitudCoseno_{ua,ub} = 1 - DistanciaCoseno_{ua,ub} \quad (3.5)$$

Donde:

- $0 \leq SimilitudCoseno_{ua,ub} \leq 1$ . Cuanto mayor sea el valor de  $SimilitudCoseno_{ua,ub}$  mas similares serán los usuarios  $u_a$  y  $u_b$ .

Volviendo a nuestro algoritmo, la idea es calcular la distancia de cada vector fila  $F_u$  de la matriz de  $Calificaciones_{u,i}$  contra todos los demás vectores fila de la misma matriz, obteniendo así la matriz de  $Distancias_{ua,ub}$ , donde cada fila y columnas representa a los vectores fila  $F_u$  de la matriz de  $Calificaciones_{u,i}$ .

Aquí es donde finaliza la etapa de entrenamiento. Luego la inferencia o predicción depende de la implementación que se elige para predecir las calificaciones. En todos los casos se utilizan ambas matrices para realizar las predicciones. A continuación una explicación del paso de inferencia o predicción para cada implementación elegida.



### 3.1.2. KNN User Based

En el apartado anterior se explico cómo calcular las matrices de *Calificaciones<sub>u,i</sub>* y *Distancias<sub>u\_a,u\_b</sub>*. El calcula de estas matrices es parte del proceso de entrenamiento del modelo *KNN*. En este apartado se explicará el proceso para la predicción de la calificación de un ítem por parte de un usuario [5].

Entonces, el enfoque de  $K$  usuarios cercanos para predecir la calificación de un ítem, se basa en la siguiente definición:

$$\text{Prediccion basada en usuarios } u,i = \bar{r}_u + \frac{\sum_{o \in O} (r_{o,i} - \bar{r}_o) \cdot w_{u,o}}{\sum_{o \in K} w_{u,o}}, u \neq o \quad (3.6)$$

Donde:

- *Prediccion basada en usuarios  $u,i$*  es la predicción de la calificación del usuario  $u$  para el ítem  $i$ .
- $o$  pertenece al conjunto  $O$  de otros de usuarios.  $O$  es el conjunto de todos los usuarios menos el usuario  $u$ .
- $w_{u,o}$  es la similitud entre los usuarios  $u$  y  $o$ . Se calcula mediante *Similitud Coseno<sub>u,o</sub>*.
- $u \neq o$ , es decir que cada índice representa a un usuario distinto.
- $\bar{r}_u$  es el promedio de todas las calificaciones realizadas por el usuario  $u$ . Se pueda calcular como  $\bar{r}_u = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{Calificaciones}_{u,i}$ , siendo  $N$  el la cantidad de total de ítems.
- $r_{o,i} - \bar{r}_o$  es la diferencia entre la calificación del usuario  $o$  para el ítem  $i$  y el promedio de calificaciones del usuario  $o$ . Esta diferencia se utiliza para ajustar el sesgo de calificación de cada usuario. Este sesgo se da debido a la subjetividad que tiene cada usuario al momento de calificar un ítem. Algunos usuarios tienden a calificar todo de forma optimista, otorgando calificaciones mas bien altas; otros usuarios son mas pesimistas y tienden a poner calificaciones bajas. Al restar por la medio de calificación de cada usuario, estamos normalizando las calificaciones, haciéndolas mas o menos comparables, siendo esta una forma de disminuir este fenómeno de subjetividad al momento de calificar un ítem.

Finalmente, a grandes rasgos, el calculo de la predicción no es mas que el promedio de calificaciones del usuario  $u$  sumado al promedio pesado de las calificación de los demás usuarios para el ítem  $i$ , donde los pesos son las distancias del usuario  $u$  con los demás usuarios.

Ahora, por un tema performance el conjunto  $O$  no contiene a todos los demás usuarios, sino un conjunto de tamaño  $K$  el cual contiene a los usuario mas cercanos en términos de distancia. Es decir que, como paso previo a la predicción, es necesario encontrar a los  $K$  usuarios mas cercanos al usuario  $u$ . De esta forma, el parámetro  $K$  se convierte en un hiper-parámetro del modelo. Luego a mayor  $K$ , mayor sera número de vecinos a tener en cuenta para calcular la predicción, y mayor será el tiempo de inferencia del modelo. Por otro lado, a mayor  $K$  estaremos incluyendo mas vecinos que son menos similares en términos de distancia. Debido a esto, siempre se busca encontrar el mejor valor posible para  $K$ . Este valor se buscado a través de una optimización de hiper parámetros regida por una métricas que valide la exactitud del modelo al momento de la predicción, obteniendo como resultado el  $K$  para el cual el modelo tiene el resultado mas exactos posibles.

### 3.1.3. *KNN Item Based*

Este modelo es muy similar al anterior, la diferencia radica en que la matriz de  $Calificaciones_{i,u}$  tiene ítems como filas en vez de usuarios, y usuarios como columnas en vez de ítems. Es decir, es la matriz transpuesta de la matriz de  $Calificaciones_{u,i}$  original [5]. De esta forma, la matriz de  $Distancias_{i_a,i_b}$  mide las distancia entre vectores fila  $F_i$  los cuales representan ítems. Por otro lado, también existen diferencias con el modelo anterior, al momento de calcular las predicciones. A continuación la definición del calculo de las predicciones:

$$Prediccion\ basada\ en\ items_{u,i} = \frac{\sum_{o \in O} r_{u,o} \cdot w_{i,o}}{\sum_{o \in O} w_{i,o}}, i \neq o \quad (3.7)$$

Donde:

- $Prediccion\ basada\ en\ items_{u,i}$  es la predicción de la calificación del usuario  $u$  para el ítem  $i$ .
- $O$  es el conjunto de los vecinos cercanos o mas similares de  $i$  previamente seleccionado.  $o$  pertenece al conjunto  $O$ .
- $i \neq o$ : los índices ítem  $i$  y  $o$  representan a ítems distintos.
- $w_{i,o}$  es la similitud entre los ítems  $i$  y  $o$ .

Finalmente la predicción, un promedio pesado de las calificaciones del usuario  $u$  para los ítems vecinos al ítem  $i$ , pesadas por la similitud de cada ítem  $o$  con  $i$ .

### 3.1.4. *KNN User Based Ensemble y Item Based*

Dado que contamos dos modelos basados en *KNN* se realizo un sample de ambos modelos el cual realiza un promedio de las salidas de ambos modelos.

## 3.2. Enfoque basado en modelos

Hasta aquí realizamos una descripción del modelo *KNN* utilizados en este trabajo y las distintas implementaciones utilizadas. Estos modelos tiene varias falencias. Entre las mas importantes encontramos el problema de escala, ya que el tamaño de los datos a procesar depende casi linealmente de los recursos de memoria, *CPU* y/o *GPU* disponibles. De esta forma, cuando es necesario procesar una gran cantidad de datos para realizar predicciones, se opta por modelos que realicen algún tipo de reducción de dimensionalidad para construir su representación interna, la cual luego se utilizada para realizar las predicciones. A esta presentación interna muchas veces se la llama modelo, ya que el modelo en si no es el algoritmo utilizado si no el estado interno al que se llega luego del entrenamiento.

### 3.2.1. *One-Hot Encoding vs. Embeddings*

Particularmente en el ámbito de recomendaciones, se cuenta con variables categóricas de alta dimensionalidad. Para este trabajo, tenemos dos variable con esta característica: los ids secuenciales de usuarios e ítems. Cuando trabajamos con modelos de Machine Learning, particularmente con redes neuronales, es necesario convertir las variable categóricas en una

representación numérica. El enfoque mas simple o native es realizar un one-hot encoding de la variable categórica, el cual consta de codificar cada posible valor de la variable como un vector que contiene tantas posiciones como valores tenga la variable. De esta forma, cada vector tiene un 1 en la posición que concuerda con el valor representado y un cero en las demás posiciones. Por ejemplo, suponemos que tenemos la siguiente variable:

- Variable Categórica: Estado del Tiempo.
- Posibles valores: Nublado, Despejado y Lluvioso.

Si codificamos sus valores usando *one-hot encoding* obtenemos lo siguientes vectores:

- *Nublado* = [1, 0, 0]
- *Despejado* = [0, 1, 0]
- *Lluvioso* = [0, 0, 1]

Entonces, el valor *Nublado* se convierte en 3 entradas para una red neuronal a las cuales se le pasa los numero 1, 0 y 0 respectivamente. Ahora pensemos en la cantidad de usuarios que tiene *Google* o *Amazon*, ¿Que tamaño tendría el vector que representa a un solo usuario? ¿Por qué usar un vector 99% ralo para representar un valor? ¿No hay una forma mas compacta de realizar esta codificación?

La respuesta corta es sí, en estos casos se utilizan *Embeddings*. ¿Pero que son los *Embeddings* y en que se diferencian de la codificación *one-hot*?

Un *Embedding* no es mas que una forma de codificar valores de una variable categórica usando vectores de menor tamaño. Es decir, si tenemos una variable categórica que tiene 10.000 posible valores, dependiendo del caso, podríamos elegir un tamaño de 100 posiciones. Este tamaño debe ser elegido de forma tal que no se produzca pérdida de información. Por esta cuestión, el tamaño de estos vectores se transforma en un hiperparámetro mas a ajustar al momento de entrenar los modelos que utilicen esta técnica de codificación.

Otro punto importante que diferencia ambas codificaciones, reside en la distancia entre vectores. Si tomamos dos vectores con codificación *one-hot* y los gráficos en un espacio tridimensional o bidimensional, se aprecia que el ángulo entre estos siempre es el mismo, 90 grados. Supongamos el caso anterior de la variable *Estado del Tiempo*, si representamos en el espacio todos sus valores, podemos ver que la distancia es la misma entre cualquier par de vectores. Si ahora codificamos la misma variable usando *Embeddings* esto cambia, ya que los vectores que representan a los valores *Nublado* y *Lluvioso* tiene un ángulo menor a 90 grados. Por otro lado, ambos vectores están alejados del vector *Despejado*. De esta forma un *Embedding* permite captar mas información ya que realiza una clusterización de los valores que son mas cercanos en términos de significado. Los días nublados y lluviosos son muy parecido entre sí y muy distintos a un día despejado.

De esta forma los *embeddings* tiene una doble ganancia sobre la codificación *One-Hot*: comprimen la información y además captan información útil para la clusterización de sus valores. Algo interesante a destacar es que los modelos que entrenan *Embeddings* captan esta información de forma automática en base a las observaciones usadas en el entrenamiento, generando estos espacios latentes llamados *Embeddings*.

### 3.2.2. *Embedding Layer*

En el ámbito del *Deep Learning* o *Machine Learning* se cuenta con la abstracción de *Capas* (*Keras/Tensorflow*) o *Módulos* (*PyTorch*), las cuales encapsulan el comportamiento esencial en un conjunto de bloques básicos utilizados para construir cualquier modelo. Los bloques que permiten que un modelo infiera o construya un *embedding* durante el entrenamiento son los bloques *Embedding/EmbeddingBag* en *PyTorch* o *Embedding* en *Keras/Tensorflow*. En ambos *frameworks* el comportamiento de estos bloques es el mismo.

Por un lado, podemos elegir el tamaño de los vectores *embedding*, el cuál, como ya adelantamos, es un hiper-parámetro mas a optimizar. Por otro lado, debemos definir la cantidad de vectores *embedding* que debe contener la capa. Ésta es siempre igual al número total de valores que puede tomar variable categórica.

De esta forma, para crear una capa o módulo *Embedding* para la variable *Estado del Tiempo* podríamos crear una capa *Embedding* de tamaño 3, ya que cuenta con 3 posibles valores, con un tamaño de vector siempre menor a 3, ya que de lo contrario tendríamos la misma dimensionalidad que tenemos al usar la codificación *one-hot*, con la diferencia de que una capa *Embedding* capta la similitud entre los valores de la variable categórica un la codificación *one-hot* no.

Luego el modo de funcionamiento de la capa es muy simple. Esta se puede pensar como una tabla *Hash*. donde cada clave es un valor de la variable categórica. Es decir, que tendremos tantas claves como valores pueda tomar la variable categórica. Estas claves son codificadas a números y los valores asociados a cada clave son vectores *embedding*. Cabe aclarar que en general, estos vectores son inicializados con valores aleatorios. Luego, el modelo irá ajustando los valores de cada vector *embedding* durante el proceso de entrenamiento.

En el *forward pass*, como entrada se pasa un valor codificado a números de la variable categórica. Para nuestra variable *Estado del Tiempo* podríamos codificar sus valores como sigue: *Nublado* = 0, *Despejado* = 1, *Lluvioso* = 2.

Entonces si pasamos el valor *Nublado* como entrada a la capa, en realidad estamos pasando la clave 0. Luego, de esto la capa resuelve el vector *embedding* asociado a esa clave y lo devuelve a su salida.

Finalmente, debemos tener en cuenta que el proceso de *back-propagation* será el encargado de ir ajustando los valores, también llamados pesos de los vectores *embedding*, de acuerdo a lo que se requiera en la salida del modelo, durante el proceso de optimización de descenso del gradiente.

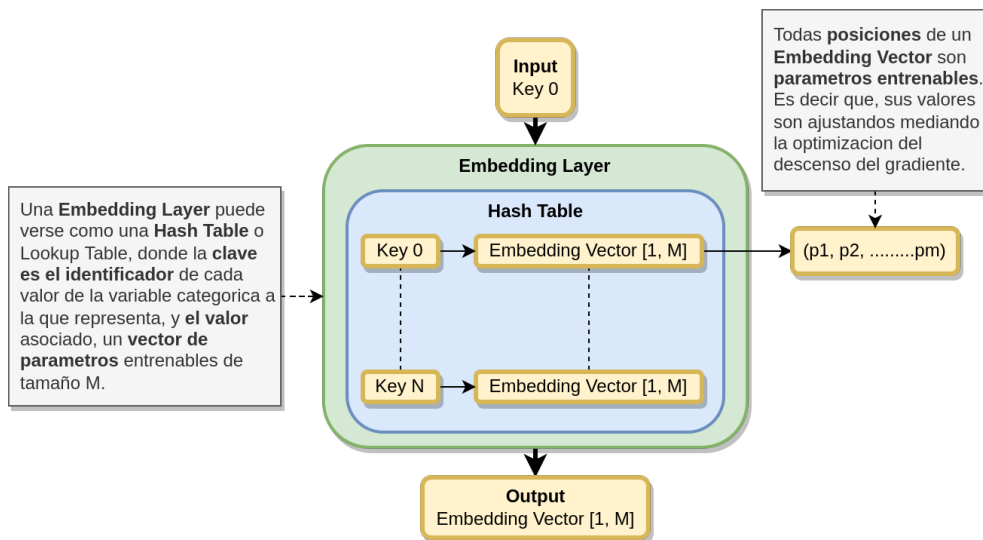


Fig. 3.1: Esquema de una capa o módulo *Embedding*.

### 3.2.3. Arquitecturas Utilizadas

En la sección anterior se explicó uno de los componentes básicos y más utilizados en los modelos de recomendación basados en *Deep Learning*. A partir de este punto, se procederá a describir las arquitecturas utilizadas en este trabajo.

### 3.2.4. *General Matrix Factorization (GMF)*

Esta es una arquitectura clásica en sistemas de recomendación basados en filtros colaborativos. El algoritmo de factorización de matrices [6] funciona desacoplando la matriz de interacciones usuario-ítem en un producto escalar de dos matrices regulares de baja dimensionalidad. Este algoritmo o familia de algoritmos fue popularizado por primera vez por *Simon Funk* en la competencia [7] en 2006. La idea principal del algoritmo es representar a usuario e ítems en un espacio latente de baja dimensionalidad. A partir del trabajo inicial realizado por *Funk* en 2006, se han propuesto múltiples enfoques de factorización de matrices para sistemas de recomendación, siendo este el modelo de más simple y efectivo.

Este modelo se puede construir fácilmente realizando el producto escalar de dos matrices de vectores de *embeddings*, las cuales tienen una baja dimensionalidad debido al principio de funcionamiento de los *embeddings*. A continuación se puede ver un esquema del modelo, el cual toma como entradas los identificadores de un usuario e ítem, luego resuelve los vectores *embedding* correspondientes a ambos IDs, y finalmente se realiza el producto escalar de ambos vectores. Este producto escalar da como resultado la calificación del usuario para el ítem dado. Por otro lado, el algoritmo de optimización de gradiente descendente será quien se ocupe de ajustar los pesos de ambas matrices para que dado un ID de usuario y otro ID de ítem se obtenga la calificación correspondiente a la observación utilizada como ejemplo de entrenamiento.

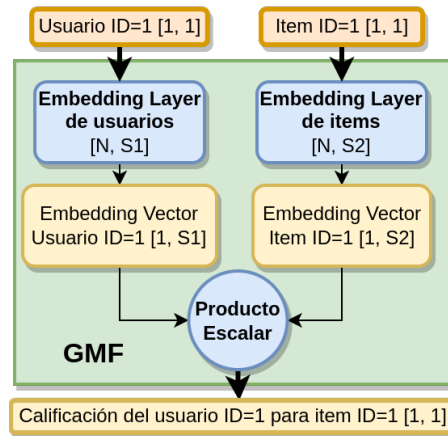


Fig. 3.2: Esquema de un modelo *General Matrix Factorization (GMF)*.

En términos matemáticos este modelo realiza la siguiente operación, en cada paso hacia adelante (*forward-pass*):

$$\tilde{r}_{u,i} = V_u \cdot V_i^T \quad (3.8)$$

Donde:

- $V_u$  es el vector *embedding* correspondiente al usuario  $u$ .
- $V_i^T$  el vector *embedding* correspondiente al ítem  $i$ .
- $\tilde{r}_{u,i}$  es la predicción de la calificación realizada por el usuario  $u$  al ítem  $i$  (valor escalar).

En términos matriciales podemos verlo de la siguiente manera:

$$\tilde{R} = U \cdot I \quad (3.9)$$

Donde:

- $U \in \mathbb{R}^{u \times f}$  es la matriz de vectores *embedding* de usuarios, la cuál tiene tantas filas  $u$  como usuarios y es la dimensión del número de columnas (también llamada factor latente) corresponde al tamaño seleccionado para los vectores *embedding*.
- $I \in \mathbb{R}^{f \times items}$  es la matriz de vectores *embeddings* de ítems, la cual tiene tantas filas como factores latente en los vectores *embedding*, y tantas columnas como ítems se tenga.
- $\tilde{R} \in \mathbb{R}^{usuarios \times items}$  es la matriz de calificaciones, donde cada fila corresponde a un usuario y columna a un ítem.

El tamaño de la dimensión de factores latentes como ya se vio anteriormente en el apartado *One-Hot vs. Embeddings* es un hiper-parámetro mas a ajustar. Se ha demostrado [8] que realizar factorización de matrices con un factor latente de tamaño 1 es equivalente a un modelo de recomendación por popularidad, es decir que recomienda los ítems mas populares sin tener en cuenta la personalización de las recomendaciones. Luego, a medida que vamos incrementando el tamaño del factor latente estar recomendaciones serán cada vez mas personalizadas aumentando la calidad de las mismas. Cuando el tamaño del factor latente es muy grande, el modelos comienza a sobre ajustar (*overfitting*) y por ende la calidad de las recomendaciones comentara a empeorar. Para solucionar este se suelen agregar términos de regularización en la función de error a minimizar:

$$\arg \min_{H, W} \|R - \tilde{R}\|_F + \alpha \|H\| + \beta \|W\| \quad (3.10)$$

Donde:

- $\|\cdot\|_F$  se define como [[norma matricial]] mientras que las otras normas pueden ser matricial u otro tipo de normal dependiendo del sistema de recomendación.

### 3.2.5. Biased General Matrix Factorization (B-GMF)

El modelo *GMF* de *Simon Funk* [6, 9] realiza recomendaciones de muy buena calidad, pero tiene una limitación: sólo utilizar interacciones usuario-ítem que tengan que ver con valores numéricos referidos a interacciones explícitas, como calificaciones. Los sistemas de recomendación modernos deben explotar todas las interacciones posibles, tanto explícitas (calificaciones numéricas) como implícitas (me gusta, compras, vistas, favoritos, etc..). Para solucionar este nuevo problema, donde es necesario usar cualquier tipo de interacción usuario-ítem (explícita o implícita), se agrega un *bias* o sesgo para los usuarios, y otro para los ítems.

A Continuación se puede apreciar el diagrama del modelo, muy similar al diagrama 3.2:

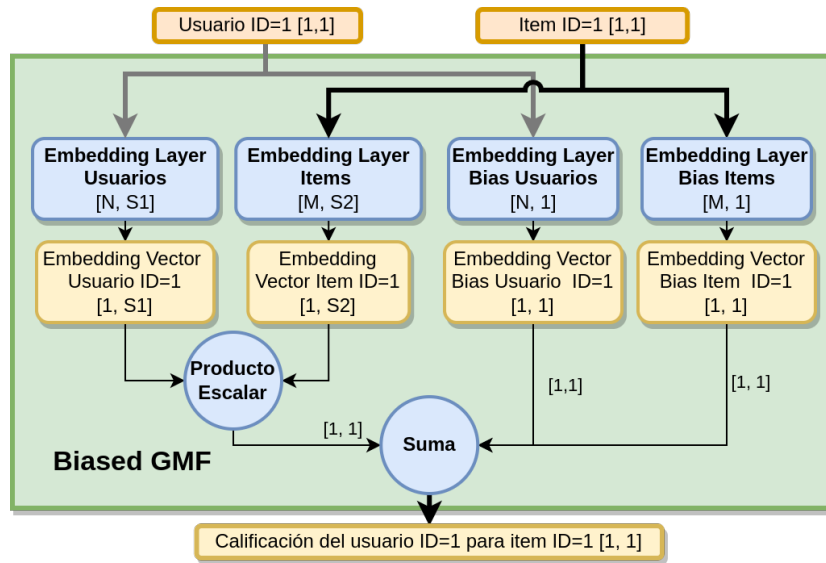


Fig. 3.3: Esquema de un modelo *Biased General Matrix Factorization (B-GMF)*. A diferencia del modelo *GMF*, este suma a la salida un *bias* por cada variable de entrada.

En este caso se agregan dos nuevas *Embedding Layers*, las cuales representa a los sesgos de usuarios e ítems respectivamente. El tamaño de los factores latentes o vectores *embedding* correspondiente a cada *bias* es 1, es decir son valores escalares. Finalmente, luego de calcular el producto escalar se suman los factores latentes resultado de ambas *Embedding Layers* correspondiente a los biases.



### 3.2.6. Neural Network Matrix Factorization (NN-MF)

Con los enfoques anteriormente vistos (*GFM* y *Biased GFM*), dada dos matrices de baja dimensionalidad se realiza un producto escalar y se suman sesgos dependiendo de caso para calcular o inferir la calificación del usuario para un ítem dado. Estos modelos, como ya se explico anteriormente, aprender los pesos o parámetros de los vectores *embeddings* en el proceso de entrenamiento.

El enfoque de *NN-MF* [10] [11] es levemente distinto. En este caso se reemplaza el producto interno, el cual podemos pensarlo como conocimiento a priori del problema, por otra función desconocida, que sera la que aprenderá el modelo a partir de las observaciones suministradas en el entrenamiento. En particular, se reemplaza el producto escalar sumado a los sesgos, por una red neuronal multi capa de capas densas o *fully connected*. De esta forma, el modelo no solo aprender los parámetros de los vectores *embedding*, sino también los pesos de la red multi capa. En definitiva el modelo aprende cual es la mejor función para predecir las calificaciones del usuario.

El uso de redes neuronales presenta una ventaja significativa: la posibilidad de utilizar múltiples variables como entrada, no limitándose únicamente a las variables categóricas usuario e ítem. Es precisamente en esta característica donde radica su mayor potencial. No obstante, es importante mencionar que este modelo muestra una ligera disminución en la precisión de sus predicciones en comparación con modelos anteriores.

A continuación podemos ver un esquema del modelo, muy similar a *GFM* como ya se dijo, con la diferencia que tenemos una red multi capa en vez de un producto escalar.

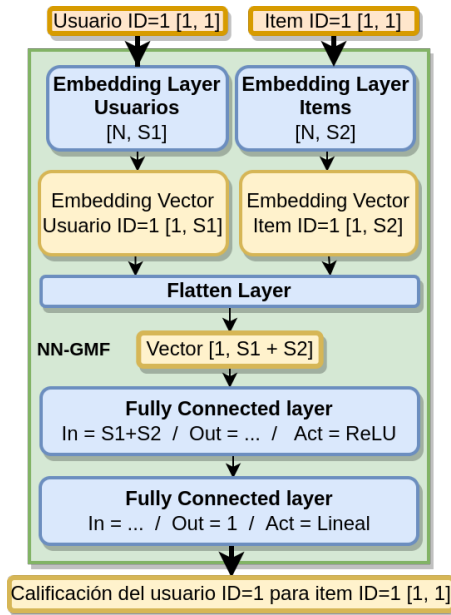


Fig. 3.4: Esquema de un modelo *Neural Network Matrix Factorization* (NN-MF).

Para comenzar, el modelo tiene como entradas independientes los identificadores de usuarios e ítems. Cada capa (*Embedding Layer*) genera el correspondiente vector *embedding* asociado a estos identificadores. A continuación, el bloque *Flatten* toma ambos vectores y produce uno nuevo mediante su concatenación. Este vector resultante se convierte en la entrada de una red multi-capas.

Es importante destacar que la red multi-capa tendrá tantas entradas como dimensiones posea este nuevo vector combinado. La cantidad de capas y el número de neuronas por capa son hiper-parámetros que se ajustarán durante el proceso de optimización. Por esta razón, no se especifica un número fijo de capas.

Cada capa, excepto la última, utiliza la función de activación *ReLU*, mientras que la capa final emplea una activación *Lineal*, similar a una regresión lineal. Esto se debe a que el objetivo es predecir las calificaciones, las cuales tienen un rango de valores reales entre 0,5 y 5. Es importante señalar que se está considerando utilizar una activación *Softmax* en lugar de una activación *Lineal* en la última capa, lo que permitiría abordar el problema como uno de clasificación.

NOTA: La corrección de ortografía y semánticas llego hasta Aquí.

### 3.2.7. *Factorization Machines (FM)*

Antes de introducir el modelo *Deep Factorization Machine* se comenzara explicando uno de sus componentes mas importantes: las máquinas de factorización [12, 13].

Las Maquinas de Factorización propuestas por *Steffen Rendle* en 2010 [14], son algoritmos supervisados que se puede utilizar para tareas de clasificación, regresión y tareas de ranking como sucede en el ámbito de los sistemas de recomendación. Rápidamente se convivieron en un método popular para hacer predicciones y recomendaciones. La *Máquina de factorización* es una generalización de un modelo lineal y un model de factorización de matrices, mas aun, recuerdan mucho a un *Maquina de soporte vectorial(SVM)* que utiliza un kernel polinomial.

F Formalmente, si tenemos:

- $x \in \mathbb{R}^d$  es un vector de features donde cada una de sus componentes representa a una variable del *dataset*, siendo  $d$  la cantidad de variables de *dataset* (excluyendo la columna de labels). En nuestro caso  $x \in \mathbb{R}^2$  ya que tenemos dos variables, usuarios e ítems.
- $y \in \mathbb{R}$  es la variable target a predecir. Dado el dominio del *dataset* seleccionado, seria la calificación del usuario.

podemos definir el modelo para una *máquina de factorización* de grado dos de ls siguiente forma:

$$\hat{y}(x) = \mathbf{w}_0 + \sum_{i=1}^d \mathbf{w}_i x_i + \sum_{i=1}^d \sum_{j=i+1}^d \langle \mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j \rangle x_i x_j \quad (3.11)$$

Donde:

- $\mathbf{w}_0 \in \mathbb{R}$  es el bias global.
- $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^d$  es el peso asociado a la variable  $i^{\text{th}}$ .
- $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{d \times k}$  representa a un vector *embedding* asociado al la variable  $i^{\text{th}}$ .
- $\mathbf{v}_i$  representa a la  $i^{\text{th}}$  fila de la matriz  $\mathbf{V}$ .
- $k$  es la dimensionalidad del factor latente o tamaño de lso vectores *embedding*.
- $\langle \cdot, \cdot \rangle$  es el producto interno de dos vectores.
- $\langle \mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j \rangle$  modelos la interacción entre  $i^{\text{th}}$  y  $j^{\text{th}}$  variable.

De esta forma los dos primeros términos corresponden al modelo de regresión lineal y el último término es una extensión del modelo de factorización matricial. Si la variable  $i$  representa un ítem y la variable  $j$  a un usuario, el tercer término es el producto escalar entre los vectores *embedding* de usuario  $u$  y ítem  $i$ . Por otro lado, vale la pena aclarar que este método también puede generalizar en órdenes superiores al grado 2, sin embargo, la estabilidad numérica podría disminuú la generalización del método.

Al aplicar un método de optimización con las máquinas de factorización, como puede el método del gradiente descendente, se puede llegar fácilmente a una complejidad del

orden  $\mathcal{O}(kd^2)$ , ya que se deben calcular todas las interacciones de a pares. Para resolver este problema de insuficiencia, podemos reorganizar el tercer término del método, lo que podría reducir en gran medida el costo de cálculo, lo que lleva a una complejidad de tiempo de orden lineal  $\mathcal{O}(kd)$ . A continuación se describe los pasos para bajar el nivel de complejidad del método:

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^d \sum_{j=i+1}^d \langle \mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j \rangle x_i x_j \\
&= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d \langle \mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j \rangle x_i x_j - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^d \langle \mathbf{v}_i, \mathbf{v}_i \rangle x_i x_i \\
&= \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d \sum_{l=1}^k \mathbf{v}_{i,l} \mathbf{v}_{j,l} x_i x_j - \sum_{i=1}^d \sum_{l=1}^k \mathbf{v}_{i,l} \mathbf{v}_{i,l} x_i x_i \right) \tag{3.12} \\
&= \frac{1}{2} \sum_{l=1}^k \left( \left( \sum_{i=1}^d \mathbf{v}_{i,l} x_i \right) \left( \sum_{j=1}^d \mathbf{v}_{j,l} x_j \right) - \sum_{i=1}^d \mathbf{v}_{i,l}^2 x_i^2 \right) \\
&= \frac{1}{2} \sum_{l=1}^k \left( \left( \sum_{i=1}^d \mathbf{v}_{i,l} x_i \right)^2 - \sum_{i=1}^d \mathbf{v}_{i,l}^2 x_i^2 \right)
\end{aligned}$$

Con esta re-formulación de último termino, la complejidad del método se reduce considerablemente. Además, para las variables ralas, solo se deben computar los valores distintos de cero para que la complejidad general sea lineal. Finalmente la expresión del método aplicada esta re-formulación queda como sigue:

$$\hat{y}(x) = \mathbf{w}_0 + \sum_{i=1}^d \mathbf{w}_i x_i + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^k \left( \left( \sum_{i=1}^d \mathbf{v}_{i,l} x_i \right)^2 - \sum_{i=1}^d \mathbf{v}_{i,l}^2 x_i^2 \right) \tag{3.13}$$

### 3.2.8. Deep Factorization Machine (DeepFM)

Hasta aquí, a grandes rasgos, todos los modelos expuestos tratan de captar el comportamiento de las interacciones o correlación usuario-ítems, ya sean implícitas o explícitas. A pesar de este gran progreso, los métodos expuestos anteriormente (exceptuando las *Máquinas de Factorización*) parecen tener un fuerte sesgo al predecir las interacciones o correlaciones de bajo y alto orden, requiriendo en algunos casos realizar ingeniería de features para disminuir estos sesgos.

El modelo *Deep Factorization Machine (DeepFM)* [15, 16] o Máquina de factorización basada en *Deep Learning*, mejora el aprendizaje de las interacciones o correlaciones de bajo y alto orden. Este modelo combina *Máquinas de Factorización* y *Deep Learning* en una nueva arquitectura de red neuronal la cual captura estas correlaciones. Por otro lado, es una evolución del modelo *Wide and Deep* [17] de *Google*, el cual es un ensamble de dos modelos: uno lineal, que captura las interacciones o correlaciones de alto orden y una MLP (*Multi-Layer Perceptron*) la cual captura correlación de mas bajo orden, o aquellas mas complejas.

A continuación se puede visualizar un diagrama de bloques de alto nivel de modelos:

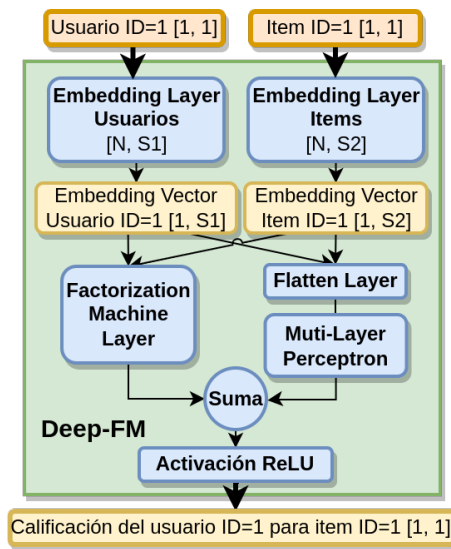


Fig. 3.5: Esquema de un modelo *Deep Factorization Machine (DeepFM)* o máquina de factorización basada en *Deep Learning*.

Donde se puede apreciar que las entradas del modelo son las variables categóricas correspondiente a usuarios e ítems, como en los modelos previamente visto. Dado un id de usuario y ítem se resuelve sus correspondientes vectores *embedding*, los cuales se convierten en entradas para los siguientes dos bloques. Uno de los bloques no es mas que una red neuronal multi capa con capas densa o fully connected. Por el otro lado ambos vectores se toman como entrada a la *maquina de factorización*. Las salida de ambos bloques son volares escalares los cuales se suman y se pasan por una activación *ReLU* ya que en nuestro caso las calificaciones son valores mayos a cero.

### 3.3. Métricas

Para medir y comparar el grado de exactitud de los modelos seleccionados tanto en el conjunto de validación como en truncamiento se seleccionaron dos métricas:

- *Root Mean Square Error (RMSE)*: ES la raíz cuadrada del error cuadrático medio.
- *Mean Average Precision at k (mAP@k)*: Es la media del promedio de la precision para un tamaño K de observaciones.

#### 3.3.1. Root Mean Square Error (RMSE)

Dado que todos los modelo se evaluaron en este trabajo tiene como salida una variable real (Calificación de los usuarios para un ítem), es posible utilizar *RMSE*, la cual es utilizada en problemas de regresión donde la salida del modelo es una variable numérica real.

Si bien esta métrica no es la métrica por excelencia a usar en el ámbito de sistemas de recomendación, ayuda a comprender cuales el grado de ajuste de los modelos y pue servir como una métrica complementara al momento de evaluar los mismos.

*Definición:*

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (3.14)$$

*Donde:*

- $y_i$  es el true value o verdad de campo de la observación.
- $\hat{y}_i$  es la predicción realizada por el modelo predictor.
- $N$  es el numero de observaciones sobre las que se realizo la predicción del modelo.

#### 3.3.2. Mean Average Precision at k (mAP@k)

*Mean Average Precision at k (mAP@k)* o media del promedió de la precision para K observaciones, es una de las métricas mas usada para evaluar sistemas de recomendación [18, 19, 20].

Si pensamos a nivel de aplicación de un sistemas de recomendación pedimos ver entras y salidas donde:

- Entradas: Como entradas tenemos el identificador del usuario al cual queremos presentarle recomendaciones y otro parámetro opcional que podría ser el identificador de un ítem. ¿Por que opcional? Bueno, en general si no especificamos un id de ítem, es posible encontrar cuales son los ítems de mayor preferencia para el usuario y luego recomendar nuevos ítems en base a este ítem inicial. Por otro lado, si ya se cuenta con un id de ítem, se puede recomendar ítems similares en este. Este ultimo caso es muy común cuando un usuario navega al detalle de un producto en un e-commerce. En esta instancia, ya se conoce el id del usuario y id de ítem. Finalmente se recomiendan ítems similares al ítem visualizado.

- Salidas: Es una lista de ítems recomendados similares a otro ítem (Entrada del modelo) ordenados descendente-mente por la calificación predicha por el modelo para el usuario en cuestión (Entrada del modelo).

De esta forma, encontrar en las primeras posiciones de la lista, aquellos ítems con mayor calificación predicha, es un indicador de que el modelo es preciso al momento de recomendar. En palabras mas simples, se desea que los primeros ítems de la lista de recomendaciones sean de mayor agrado para el usuario.

¿Finalmente, como funciona esta métricas? La métrica  $mAP@k$  funciona de la siguiente forma:

Supongamos que tenemos un usuario y una lista  $K$  de ítems a recomendar. En base a estas entradas el modelo de recomendación predice las calificaciones de cada ítem para el usuario dado. Luego, podemos ordenar la lista de ítems descendente-mente de acuerdo a las calificaciones predichas por el modelo.

Teniendo esta lista, se puede calcular el promedio de la predicción  $mAP@k$  sobre los  $K$  ítems de la lista.

Esta métrica es utilizada en problemas de clasificación pero también se puede utilizar en problemas donde el modelo produce una salida numérica como en este caso. Los niveles o clases a utilizar dependen mucho de que se quiera evaluar. Supongamos, en este caso particular, que queremos medir con que precisión aparecen las puntuaciones entre 4 y 5 en las primera posiciones de la lista. Para este fin se utilizara la métricas  $mAP@k$ .

*Promedio de la precisión sobre una lista de  $K$  elementos  $AP@k$ :*

$$AP@k = \frac{1}{N(k)} \sum_{i=1}^k \frac{TP(i)}{i}, \quad (3.15)$$

$$N(k) = \min(k, TP_{total})$$

*Donde:*

- $i$  es la posición del ítem  $i^{\text{th}}$  en la lista de  $k$  elementos.  $i$  toma valores entre 1 y  $k$ .
- $TP_i$  es 1 si la precision y el valor verdadero concuerdan.
- $N(k)$  es el mínimo entre el tamaño de la lista y la cantidad de  $TP_{total}$  encontrados en esa lista.

Por ejemplo, si se quiere saber con que precisión aparecen ítems con calificaciones entre 4 y 5 puntos en las primeras posiciones de la lista:

- Si  $TP_i$  es igual a 1, entonces la calificación en la posición  $i^{\text{th}}$  se encuentra entre los 4 y 5 punto.
- Si  $TP_i$  es igual a 0, entonces la calificación en la posición  $i^{\text{th}}$  NO se encuentra entre los 4 y 5 punto.

De esta forma, se esta transformando la salida del modelo en una lista de valores binarios. Donde la clase 1 indica que se cumple con la condición esperada y la clase 0 lo contrario.

Luego se realiza el calculo de  $AP@k$  para cada usuario del *dataset* de validación y finalmente se calcula la media:

*Media del promedio de la precisión sobre una lista de  $K$  elementos  $mAP@k$ :*

$$mAP@k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N AP@k_i \quad (3.16)$$

De esta forma, la métrica  $mAP@k$  da una noción del grado de precisión en que aparecen ítems con mayor puntuación en las primeras posiciones de una lista de tamaño  $k$ . Cabe aclarar, que la condición *ítems con mayor puntuación* es arbitraria, ua que al ser una condición, podríamos intercambiarla por cualquier otro criterio. Por ejemplo, ítem con las peores puntuaciones (entre 1 y 2 puntos), ítem con puntuaciones medias, ítems con mas de 3 puntos, menos de 3 puntos, etc...



## 4. EXPERIMENTOS

Para comparar todos los modelos implementados, se utilizo el mismo *dataset*, tomando una muestra con el tamaño suficiente para obtener buenos resultados, evitando el sobre ajuste(*overfitting*) con aquellos modelos que tienden a sobre ajustar mas. Por otro lado, se realizo una modificación al modelo *KNN* para poder guardar sus resultados en una memoria *Cache*. De esta forma, no se repite la inferencia de las predicciones al momento de seleccionar muestras del conjuntos de validación, disminuyendo notablemente el tiempo de inferencia.

Por otro lado, cabe aclarar que dada la tendencia de los modelos a la variabilidad o varianza de sus predicciones, se realizo N veces un muestreo sobre el conjunto de validación para cada métrica utilizada. Luego, se gráfico un histograma de la distribución de la métricas, y un boxplot para tener una mejor idea de cual es su valor medio y la dispersion se puede esperar.

A continuación se describen los resultados de todos los modelos comparados mediando las métricas  $AP@k$  y  $RMSE$ .

### 4.1. *K-Nearest-Neighbor (KNN)*

#### 4.1.1. *KNN Item Based*

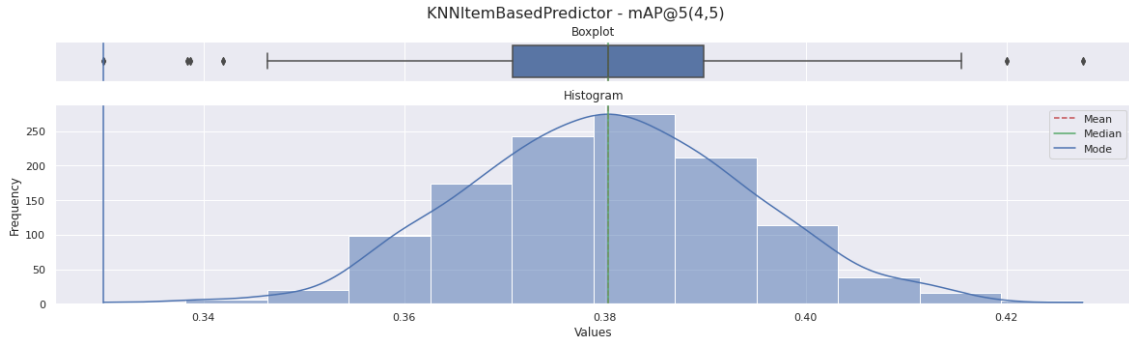


Fig. 4.1: Esta gráfica describe un histograma del valor de la métrica  $mAP@5(4,5)$  evaluado en el conjunto de observaciones de validación, luego de N procesos de entrenamiento del modelo *KNN Item Based* sobre las observaciones de entrenamiento.



Fig. 4.2: Esta gráfica describe un histograma del valor de la métrica  $RMSE$  evaluado en el conjunto de observaciones de validación, luego de  $N$  procesos de entrenamiento del modelo  $KNN$  *Item Based* sobre las observaciones de entrenamiento.

#### 4.1.2. $KNN$ *User Based*



Fig. 4.3: Esta gráfica describe un histograma del valor de la métrica  $mAP@5(4,5)$  evaluado en el conjunto de observaciones de validación, luego de  $N$  procesos de entrenamiento del modelo  $KNN$  *User Based* sobre las observaciones de entrenamiento.



Fig. 4.4: Esta gráfica describe un histograma del valor de la métrica  $RMSE$  evaluado en el conjunto de observaciones de validación, luego de  $N$  procesos de entrenamiento del modelo  $KNN$  *User Based* sobre las observaciones de entrenamiento.

### 4.1.3. *KNN User Based Ensemble y Item Based*

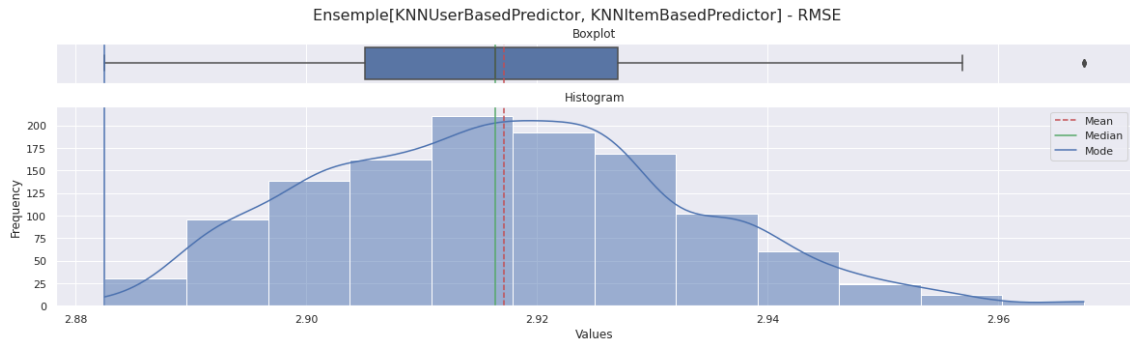


Fig. 4.5: Esta gráfica describe un histograma del valor de la métrica *RMSE* evaluado en el conjunto de observaciones de validación, luego de N procesos de entrenamiento del modelo *KNN* sobre las observaciones de entrenamiento.

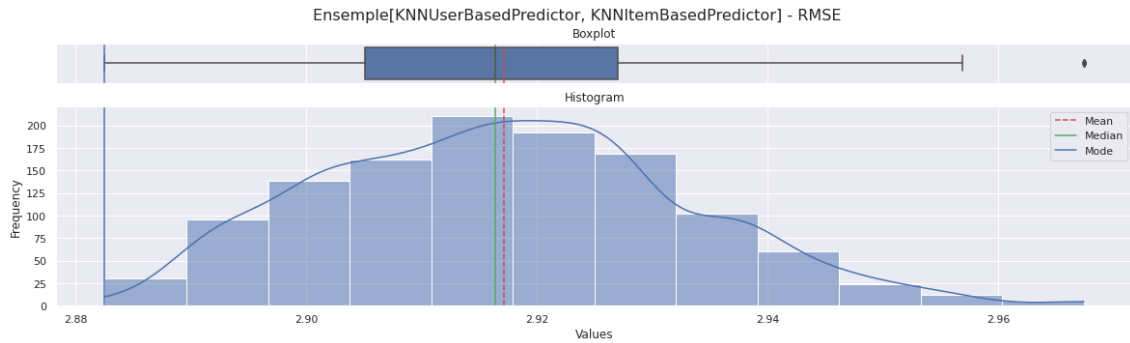


Fig. 4.6: Esta gráfica describe un histograma del valor de la métrica *RMSE* evaluado en el conjunto de observaciones de validación, luego de N procesos de entrenamiento del modelo *KNN* sobre las observaciones de entrenamiento.

## 4.2. General Matrix Factorization (GFM)

A continuación se puede apreciar las curvas de la *Loss* (*MSE*) para el conjunto de validación y entrenamiento:



Fig. 4.7: Esta gráfica describe el nivel de error sobre los conjuntos de observaciones de entrenamiento y validación durante el entrenamiento del modelo *GFM*. Cada epoch o época indica una iteración de entrenamiento del modelo sobre el conjunto completo de entrenamiento.

Se puede apreciar que inicialmente el modelo tiene un error de valoración menor al error de entrenamiento. Es posible que se deba a que una pocas primeras observaciones de entrenamiento fueron suficientes para predecir con un error menor el conjunto de validación. A medida que se incrementa el número de épocas ya no es suficiente y el modelo comienza a sobre ajustar hasta estabilizarse ambos errores.

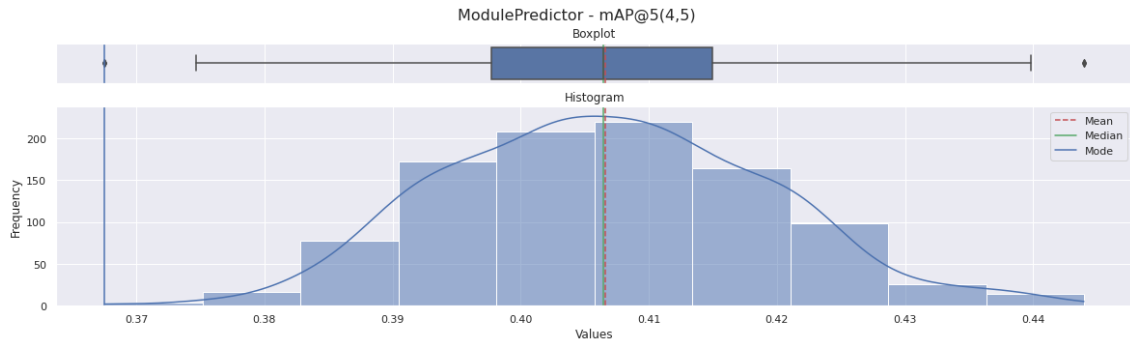


Fig. 4.8: Esta gráfica describe un histograma del valor de la métrica  $mAP@5(4,5)$  evaluado en el conjunto de observaciones de validación, luego de N procesos de entrenamiento del modelo *GFM* sobre las observaciones de entrenamiento.

Dado la tendencia de los modelos a la variabilidad o varianza de sus predicciones se realizó un *sampling* de cada métrica sobre el conjunto de validación N veces para comprender cual es su valor medio y dispersión.

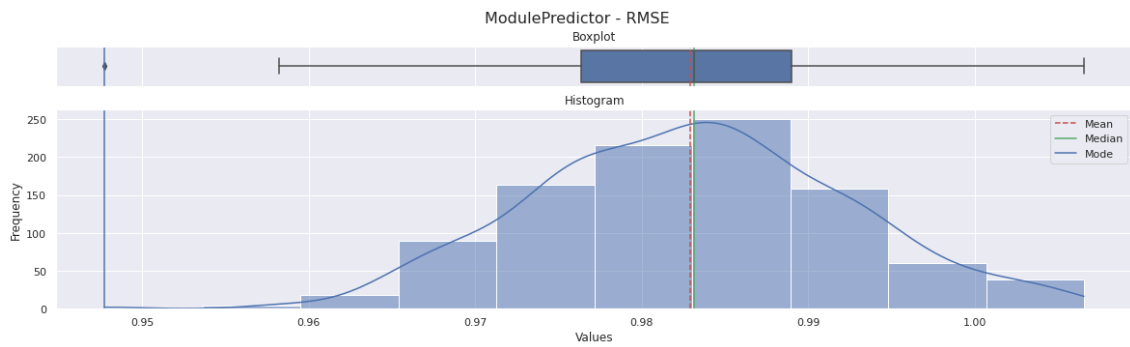


Fig. 4.9: Esta gráfica describe un histograma del valor de la métrica  $RMSE$  evaluado en el conjunto de observaciones de validación, luego de N procesos de entrenamiento del modelo *GFM* sobre las observaciones de entrenamiento.

### 4.3. Biased General Matrix Factorization (B-GFM)

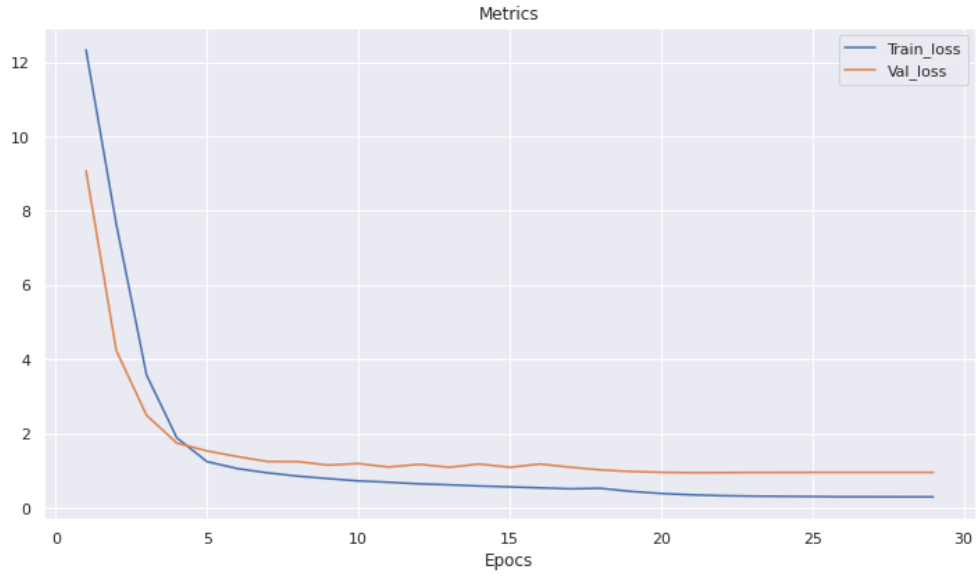


Fig. 4.10: Esta gráfica describe el nivel de error sobre los conjuntos de observaciones de entrenamiento y validación durante el entrenamiento del modelo *B-GFM*. Cada epoch o época indica una iteración de entrenamiento del modelo sobre el conjunto completo de entrenamiento.



Fig. 4.11: Esta gráfica describe un histograma del valor de la métrica  $mAP@5(4,5)$  evaluado en el conjunto de observaciones de validación, luego de  $N$  procesos de entrenamiento del modelo *B-GFM* sobre las observaciones de entrenamiento.



Fig. 4.12: Esta gráfica describe un histograma del valor de la métrica  $RMSE$  evaluado en el conjunto de observaciones de validación, luego de  $N$  procesos de entrenamiento del modelo  $B-GFM$  sobre las observaciones de entrenamiento.

#### 4.4. Neural Network Matrix Factorization (NN-FM)



Fig. 4.13: Esta gráfica describe el nivel de error sobre los conjuntos de observaciones de entrenamiento y validación durante el entrenamiento del modelo  $NN-FM$ . Cada epoch o época indica una iteración de entrenamiento del modelo sobre el conjunto completo de entrenamiento.



Fig. 4.14: Esta gráfica describe un histograma del valor de la métrica  $mAP@5(4,5)$  evaluado en el conjunto de observaciones de validación, luego de N procesos de entrenamiento del modelo  $NN-FM$  sobre las observaciones de entrenamiento.



Fig. 4.15: Esta gráfica describe un histograma del valor de la métrica  $RMSE$  evaluado en el conjunto de observaciones de validación, luego de N procesos de entrenamiento del modelo  $NN-FM$  sobre las observaciones de entrenamiento.



## 4.5. Deep Factorization Machine (DeepFM)



Fig. 4.16: Esta gráfica describe un histograma del valor de la métrica  $mAP@5(4,5)$  evaluado en el conjunto de observaciones de validación, luego de N procesos de entrenamiento del modelo *DeepFM* sobre las observaciones de entrenamiento.

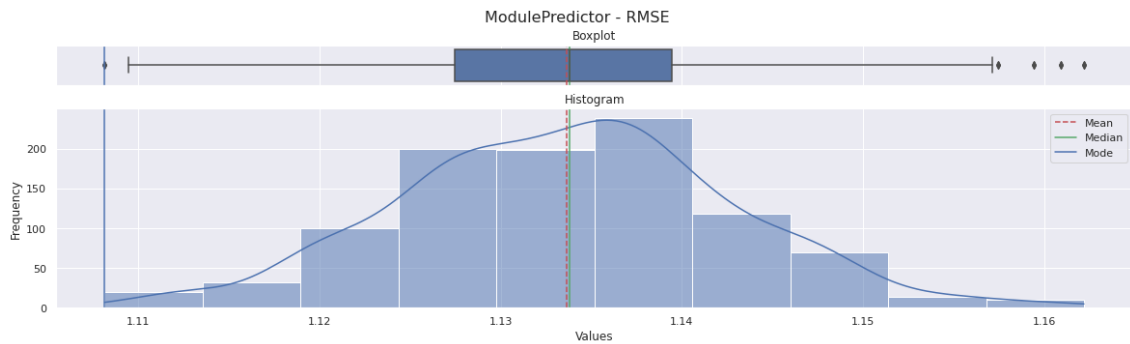


Fig. 4.17: Esta gráfica describe un histograma del valor de la métrica  $RMSE$  evaluado en el conjunto de observaciones de validación, luego de N procesos de entrenamiento del modelo *DeepFM* sobre las observaciones de entrenamiento.



## 5. RESULTADOS

A continuación se muestra una tabla comparativa con las métricas utilizadas para todos los modelos:

Modelo	Mediana	Media	Desvío
<i>B-GMF</i>	0.408563	0.408787	0.012190
<i>GMF</i>	0.406422	0.406646	0.012513
<i>DeepFM</i>	0.398100	0.397895	0.011369
<i>NN-MF</i>	0.393499	0.393447	0.011711
<i>KNN User-Item Based Ensemble</i>	0.384570	0.384819	0.015066
<i>KNN User Based</i>	0.381297	0.381943	0.014709
<i>KNN Item Based</i>	0.380284	0.380327	0.014056

Tab. 5.1: Mediana, media y desvío correspondientes a la distribución de  $AP@5(4,5)$  sampleada para cada modelo. Las filas se encuentran ordenadas descendente-mente por la media.

En la tabla 5.1 a primera vista se aprecia *Biased-GMF* es el modelo con mejores resultados con la métricas de evaluación  $AP@5(4,5)$ . Por otro lado, podemos ver que los modelos *NN-MF* y *Deep-FM* tiene el menor sesgo, pero aun asi tiene precisiones menores al modelo *Biased-GMF*. Esto podría indicar un grado mayor de sobre ajuste. Por ende, se debería re-entrenar los modelos *NN-MF* y *Deep-FM* aumentando el dropout para mejorar la regularización y volver a compara contra *Biased-GMF* para validar si las precisiones mejoran. La familia de modelos *KNN* son lo que presentan mayor sesgo en la precision. A pesar de esto podemos ver que la diferencia de precision con los demás de modelos es muy baja, mejor al 2 %.

Modelo	Mediana	Media	Desvío
<i>NN-MF</i>	0.941213	0.941493	0.007620
<i>B-GMF</i>	0.977914	0.977382	0.009387
<i>GMF</i>	0.983141	0.982894	0.009419
<i>DeepFM</i>	1.133796	1.133637	0.009183
<i>KNN User-Item Based Ensemble</i>	2.916418	2.917146	0.015642
<i>KNN User Based</i>	2.952661	2.952305	0.016170
<i>KNN Item Based</i>	3.104068	3.103917	0.014975

Tab. 5.2: Mediana, media y desvío correspondientes a la distribución de  $RMSE$  sampleada para cada modelo. Las filas se encuentran ordenadas descendente-mente por la media.

En la tabla 5.2 a simple vista *NN-MF* es el modelo mas estable en cuando al error de validación, ya que tiene el menor error y dispersion. Aun asi no es el modelo pas preciso. Esto podría indicar que tiene un grade de sobre ajuste mayor a modelos con mayor precision. Podemos apreciar que el modelo *Biased-GMF* con mayor precision aui tiene un error mayor a *NN-MF*. OIndicando que la teoría del sobre ajuste de *NN-MF* podría ser valida. Nuevamente la familia de modelos *KNN* tiene los errores mas alto y también altos desvíos. Aun asi estos modelos tiene una precisión muy similar al modelo mas preciso (*B-GMF*).



## 6. CONCLUSIONES

Como conclusiones, se puede decir que no se encuentra una gran diferencia en precisión entre todos modelos, siendo esta menor al 2%. Por otro lado, si tuviésemos que llevar alguno de estos modelos a producción en un e-commerce, claramente se elegiría un modelo basado en *deep learning*, como pueden ser *B-GMF* o *GMF*. Esto se debe a que estos modelos utilizan el algoritmo del gradiente descendente, pudiendo procesar las observaciones de entrenamiento en lotes. De esta forma, se puede seleccionar un tamaño de lote que se ajuste a la memoria *RAM* o *VRAM* disponible. Por lo contrario no sería posible seleccionar modelos de la familia *KNN* debido a que necesitan alojar todas las observaciones de entrenamiento en memoria.

Por otro lado, podemos apreciar que un modelo en el estado de arte como *DeepFM*, no obtiene la precisión más alta, e inclusive su precisión es prácticamente igual a las precisiones obtenidas por la familia de modelo *KNN*. Finalmente podemos decir que en el caso de estas pruebas el *dataset* utilizado, los modelos de *deep learning* obtienen mejores resultados que modelos más clásicos como *KNN*, pero estos resultados son muy similares.



## REFERENCIAS

- [1] GroupLens, “Movielens 25m dataset,” 2019, fecha de acceso: 2 de febrero de 2021. [Online]. Available: <https://grouplens.org/datasets/movielens/25m>
- [2] R. BANIK, “Tmdb movie dataset,” 2017, fecha de acceso: 2 de febrero de 2021. [Online]. Available: [https://www.kaggle.com/datasets/rounakbanik/the-movies-dataset?select=movies\\_metadata.csv](https://www.kaggle.com/datasets/rounakbanik/the-movies-dataset?select=movies_metadata.csv)
- [3] C. de editores de Wikimedia, “Análisis de componentes principales,” 2023, fecha de acceso: 23 de julio de 2023. [Online]. Available: [https://es.wikipedia.org/wiki/An%C3%A1lisis\\_de\\_componentes\\_principales#:~:text=En%20estad%C3%ADstica%2C%20el%20an%C3%A1lisis%20de,%C2%ABcomponentes%C2%BB\)%%20no%20correlacionadas](https://es.wikipedia.org/wiki/An%C3%A1lisis_de_componentes_principales#:~:text=En%20estad%C3%ADstica%2C%20el%20an%C3%A1lisis%20de,%C2%ABcomponentes%C2%BB)%%20no%20correlacionadas).
- [4] —, “Biplot,” 2023, fecha de acceso: 23 de julio de 2023. [Online]. Available: <https://es.wikipedia.org/wiki/Biplot>
- [5] C. Saluja, “Collaborative filtering based recommendation systems exemplified..” 2018, fecha de acceso: 2 de febrero de 2021. [Online]. Available: <https://towardsdatascience.com/collaborative-filtering-based-recommendation-systems-exemplified-ecbffe1c20b1>
- [6] S. Funk, “Algoritmo de factorización de matrices,” 2006, fecha de acceso: 2 de febrero de 2021. [Online]. Available: <https://sifter.org/~simon/journal/20061211.html>
- [7] Wikipedia, “Netflix prize,” 2022, fecha de acceso: 2 de junio de 2022. [Online]. Available: [https://en.wikipedia.org/wiki/Netflix\\_Prize](https://en.wikipedia.org/wiki/Netflix_Prize)
- [8] F. G. Dietmar Jannach, Lukas Lerche, “What recommenders recommend – an analysis of accuracy, popularity, and sales diversity effects,” 2022, fecha de acceso: 2 de junio de 2022. [Online]. Available: [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-38844-6\\_3](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-38844-6_3)
- [9] J. Wittenauer, “Deep learning with keras: Recommender systems,” 2019, fecha de acceso: 2 de febrero de 2021. [Online]. Available: <https://www.johnwittenauer.net/deep-learning-with-keras-recommender-systems>
- [10] D. M. R. Gintare Karolina Dziugaite, “Neural network matrix factorization,” 2015, fecha de acceso: 2 de abril de 2022. [Online]. Available: <https://arxiv.org/pdf/1511.06443.pdf>
- [11] H. Z. Xiangnan He, Lizi Liao, “Neural collaborative filtering,” 2017, fecha de acceso: 2 de febrero de 2021. [Online]. Available: <https://arxiv.org/pdf/1708.05031.pdf>
- [12] A. Zhang, Z. C. Lipton, M. Li, and A. J. Smola, “Factorization machines,” 2021, fecha de acceso: 20 de junio de 2022. [Online]. Available: <https://medium.com/qloo/popular-evaluation-metrics-in-recommender-systems-explained-324ff2fb427d#:~:text=Precision%20and%20recall%20are%20evaluation,user%20query%20in%20our%20case>.

- 
- [13] —, “Dive into deep learning,” *arXiv preprint arXiv:2106.11342*, 2021.
  - [14] S. Rendle, “Factorization machines,” 2010, fecha de acceso: 2 de febrero de 2022. [Online]. Available: <https://www.csie.ntu.edu.tw/~b97053/paper/Rendle2010FM.pdf>
  - [15] Y. Y. Huifeng Guo, Ruiming Tang, “Deepfm: A factorization-machine based neural network for ctr prediction,” 2021, fecha de acceso: 2 de febrero de 2021. [Online]. Available: <https://arxiv.org/pdf/1703.04247.pdf>
  - [16] A. Zhang, Z. C. Lipton, M. Li, and A. J. Smola, “Deep factorization machines,” 2021, fecha de acceso: 20 de junio de 2022. [Online]. Available: [https://d2l.ai/chapter\\_recommender-systems/deepfm.html](https://d2l.ai/chapter_recommender-systems/deepfm.html)
  - [17] J. H. HengTze Cheng, Levent Koc, “Wide and deep learning for recommender systems,” 2016, fecha de acceso: 2 de marzo de 2021. [Online]. Available: <https://arxiv.org/pdf/1606.07792.pdf>
  - [18] A. U., “How mean average precision at k (map@k) can be more useful than other evaluation metrics,” 2020, fecha de acceso: 20 de abril de 2022. [Online]. Available: <https://medium.com/@misty.mok/how-mean-average-precision-at-k-map-k-can-be-more-useful-than-other-evaluation-metrics-6881e0ee2>
  - [19] R. Brideau, “Precision@k: The overlooked metric for fraud and lead scoring models,” 2021, fecha de acceso: 20 de abril de 2022. [Online]. Available: <https://towardsdatascience.com/precision-k-the-overlooked-metric-for-fraud-and-lead-scoring-models-fabad2893c01>
  - [20] G. Papachristoudis, “Popular evaluation metrics in recommender systems explained,” 2019, fecha de acceso: 19 de abril de 2022. [Online]. Available: <https://medium.com/qloo/popular-evaluation-metrics-in-recommender-systems-explained-324ff2fb427d#:~:text=Precision%20and%20recall%20are%20evaluation,user%20query%20in%20our%20case.>