



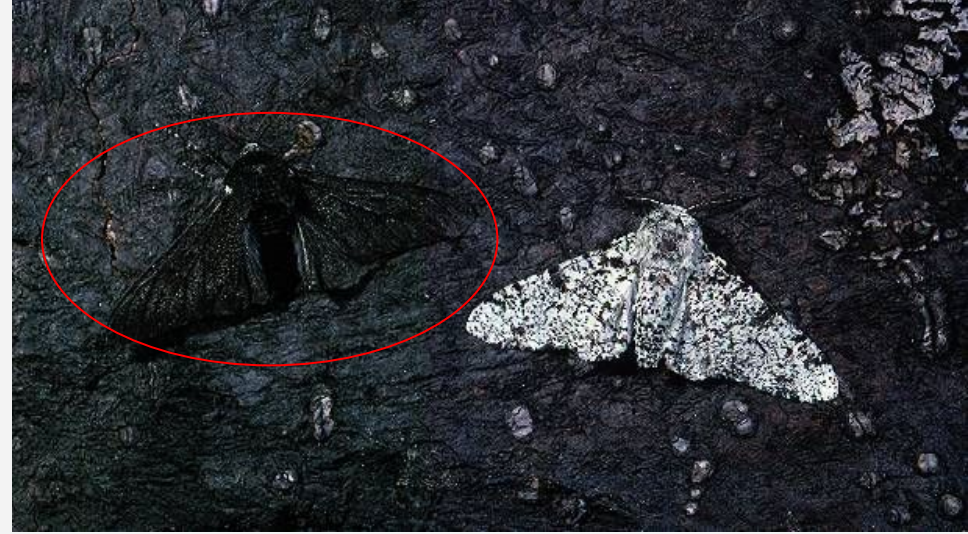
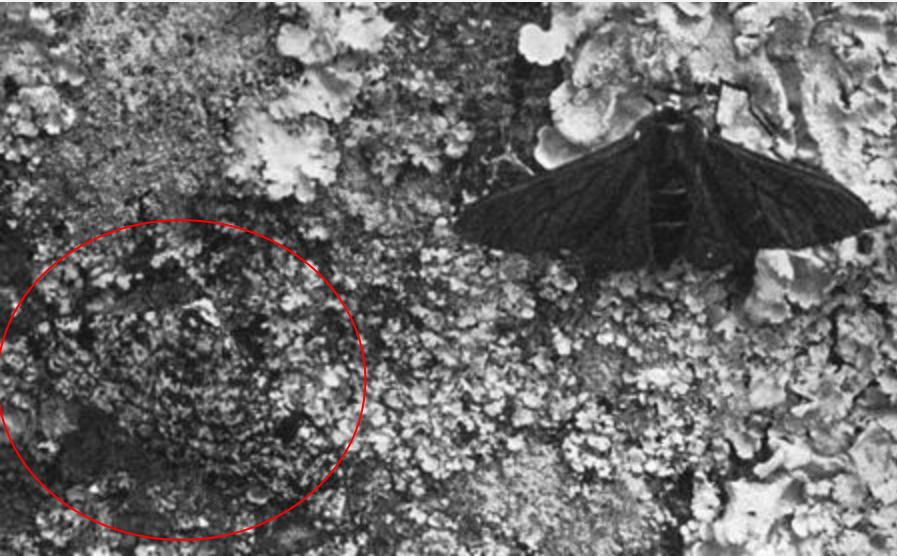
Sistemas de Inteligencia Artificial

Algoritmos Genéticos





Antes de la
Revolución Industrial



Después de la
Revolución Industrial





John H. Holland

Motivación

- Tengo una función a optimizar y no necesariamente una función de goal.
- Combinando buenos estados puedo encontrar mejores.
- Mi problema varía en el tiempo.
- Mi problema es compuesto y delegable.
- Detección de esquemas.

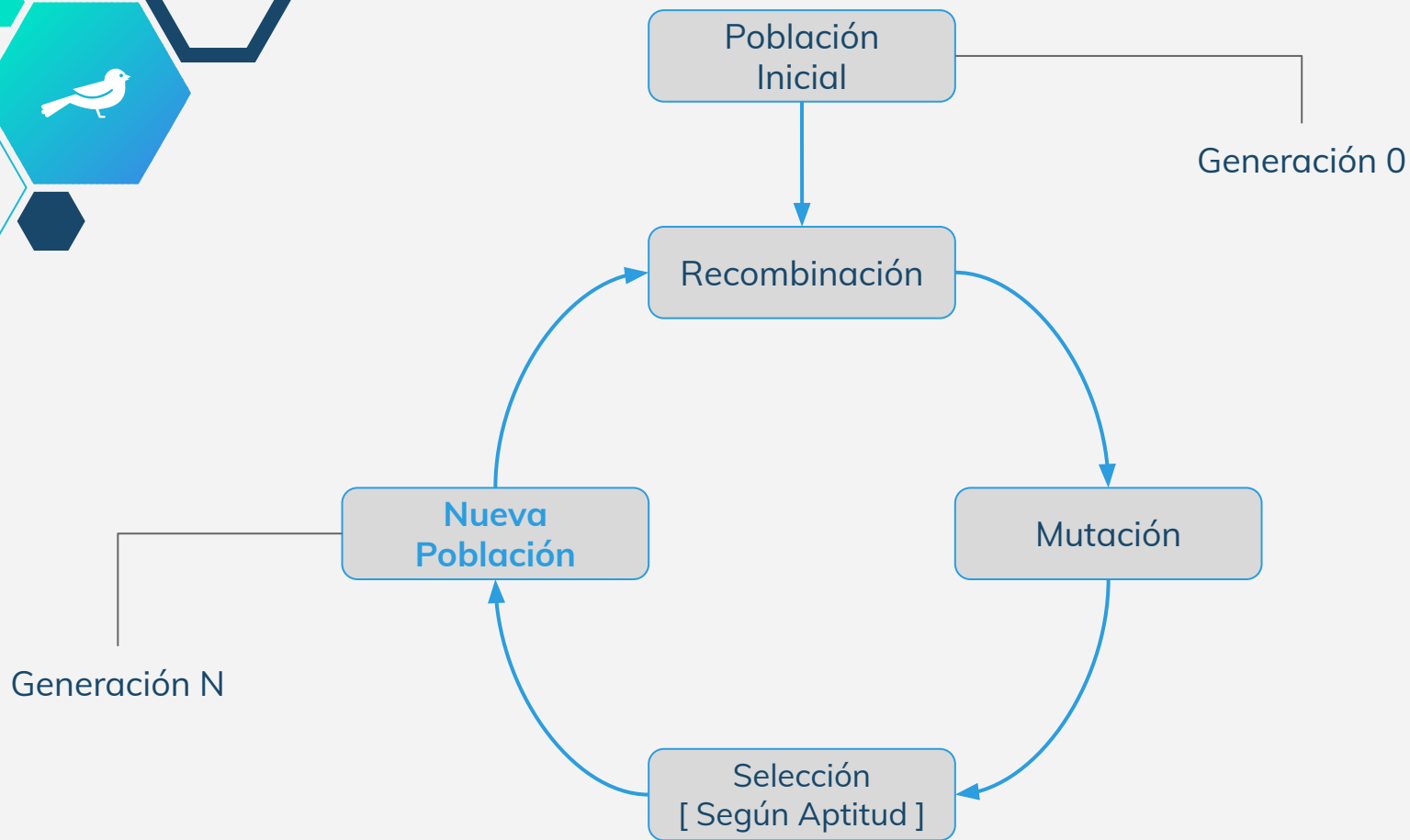




Introducción

- Algoritmo de optimización/adaptabilidad basados en la mecánica de la selección natural y la evolución.
- La implementación es altamente paralelizable.
- Múltiples parámetros y múltiples variables.







Componentes Básicos

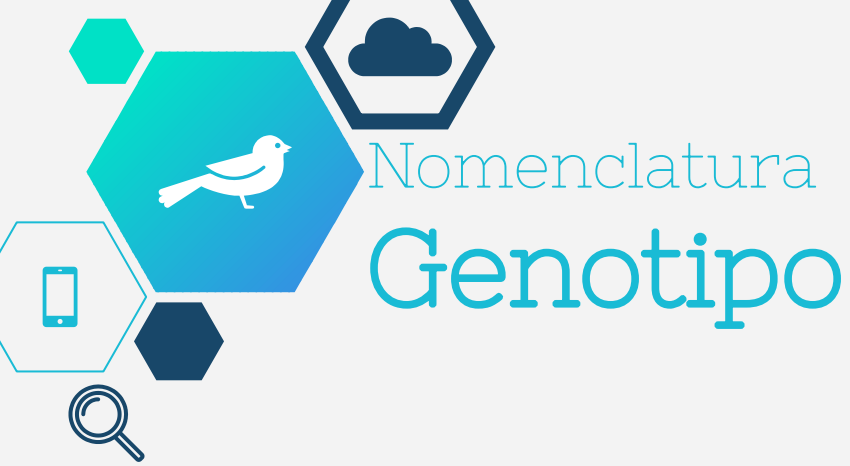
de Algoritmos Genéticos

- Estructura / Arquitectura ~ Genotipo
- Población Inicial
- Función de adaptabilidad - *fitness* o *aptitud*
- Método de selección de padres
- Método de cruce
- Método de mutación
- Método de selección de nueva generación
 - Se pueden usar los mismos métodos de selección de padres
- Condición de corte (opcional)





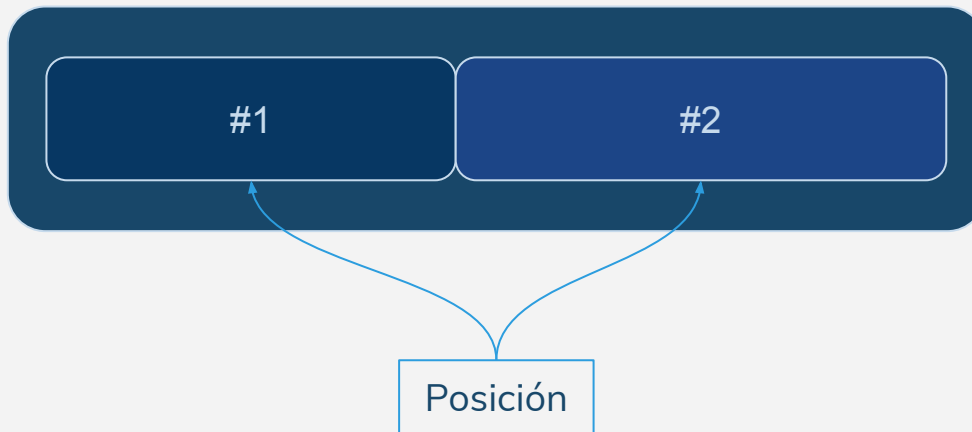
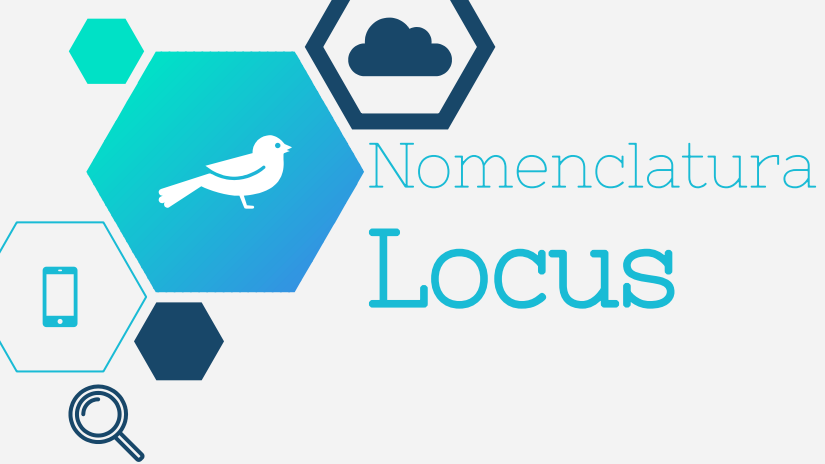
Definiciones




Gen Color	Gen Forma
[0/1] [0/1]	[0/1] [0/1] [0/1]

“Estructura”







Nomenclatura Cromosoma

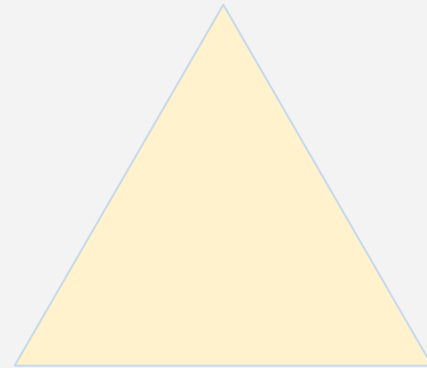
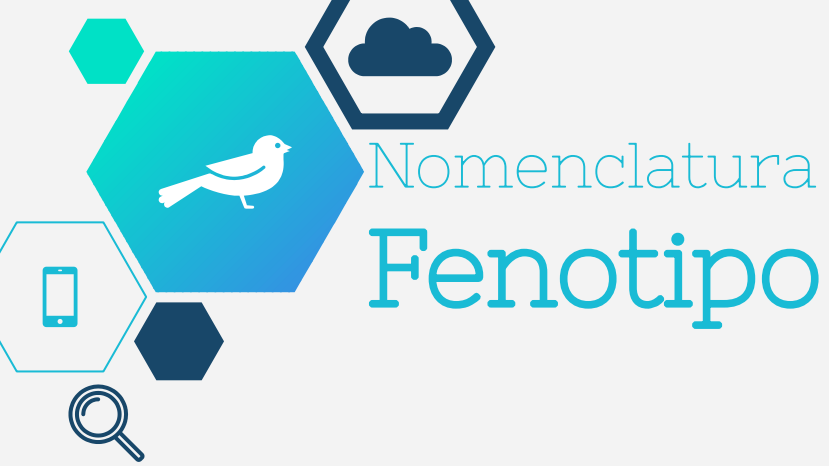
Amarillo Patito	Triángulo
[1][0]	[1][0][1]

Representación



En este caso el CROMOSOMA sería “**10101**”





Características Observables





Amarillo Patito

[1][0]

Turquesa

[0][1]

Cerúleo

[0][0]

Cuadrado

[0][0][0]

Octágono

[0][1][0]

Paralelogramo

[1][0][0]

Círculo

[0][0][1]

Pentágono

[0][1][1]

Triángulo

[1][0][1]





Población Inicial

- Generalmente inicializados con alelos al azar
- De un tamaño de población **N**
- También llamada Población de la **Generación 0**



Fitness (aptitud)

- Función de evaluación de los individuos.
- Mientras más alto, más adaptado al problema.

Fitness Relativo

$$p(i) = \frac{f(i)}{\sum_{j=1}^N f(j)}$$

$f(i) : Fitness$



Selección

Muestreo Directo | Elite

- Selecciona los individuos con mayor aptitud.

Muestreo Aleatorio

- Selecciona individuos al azar.

Muestreo Estocástico


- Selecciona los individuos combinando la aptitud y el azar.



Selección Elite

Teniendo que seleccionar **K** individuos de un conjunto de tamaño **N**, los ordena según el fitness y elije cada uno **n(i)** veces, según la siguiente formula:

$$n(i) = \left\lceil \left(\frac{K - i}{N} \right) \right\rceil$$



Puede ser muy restrictivo, pero es muy performante!





Selección Estocástica

- Por Ruleta
- Universal
- Por Ranking
- Boltzmann
- Por Torneos
 - Determinísticos
 - Probabilísticos





Selección Por Ruleta

Se calculan las aptitudes relativas p_j . Luego, se calculan las aptitudes relativas acumuladas q_i de la siguiente forma:

$$q_i = \sum_{j=0}^i p_j$$

Se generan K números aleatorios y se seleccionan los K individuos x_i que cumplen:

$$q_{i-1} < r_j \leq q_i \quad r_j \leftarrow \text{UniformRandom}[0, 1)$$





Ejercicio

Se generan **K** números aleatorios
y se seleccionan los **K** individuos x_i que cumplen:

$$q_{i-1} < r_j \leq q_i$$

K=3

$r_0 = 0.276$

$r_1 = 0.095$

$r_2 = 0.893$

Aptitudes

	Individual(f_i)	Relativa (p_i)	Acumulada(q_i)
x_0	3	0.086	0.086
x_1	6	0.171	0.257
x_2	11	0.314	0.571
x_3	14	0.400	0.971
x_4	1	0.029	1.000





Ejercicio

Se generan **K** números aleatorios
y se seleccionan los **K** individuos x_i que cumplen:

$$q_{i-1} < r_j \leq q_i$$

K=3

$$r_0 = 0.276 = x_2$$

$$r_1 = 0.095 = x_1$$

$$r_2 = 0.893 = x_3$$

Aptitudes

	Individual	Relativa	Acumulada
x_0	3	0.086	0.086
x_1	6	0.171	0.257
x_2	11	0.314	0.571
x_3	14	0.400	0.971
x_4	1	0.029	1.000





Igual que en ruleta, pero la forma de calcular los r_j es la siguiente:

$$r \leftarrow \text{UniformRandom}[0, 1)$$
$$r_j = \frac{r + j}{K} \quad ; \quad j \in [0, (K - 1)]$$





Ejercicio

$$r_j = \frac{r + j}{K} ; j \in [0, (K - 1)]$$

$K=4$ y $r = 0.084$

Aptitudes

	Individual	Relativa	Acumulada
x_0	3	0.086	0.086
x_1	6	0.171	0.257
x_2	11	0.314	0.571
x_3	14	0.400	0.971
x_4	1	0.029	1.000





Ejercicio

$$r_j = \frac{r + j}{K} ; j \in [0, (K - 1)]$$

K=4 y r = 0.084

$$r_0 = 0.021$$

$$r_1 = 0.271$$

$$r_2 = 0.521$$

$$r_3 = 0.771$$

Aptitudes

	Individual	Relativa	Acumulada
x_0	3	0.086	0.086
x_1	6	0.171	0.257
x_2	11	0.314	0.571
x_3	14	0.400	0.971
x_4	1	0.029	1.000





Ejercicio

$$r_j = \frac{r + j}{K} ; j \in [0, (K - 1)]$$

K=4 y r = 0.084

$$r_0 = 0.021 = x_0$$

$$r_1 = 0.271 = x_2$$

$$r_2 = 0.521 = x_2$$

$$r_3 = 0.771 = x_3$$

Aptitudes

	Individual	Relativa	Acumulada
x_0	3	0.086	0.086
x_1	6	0.171	0.257
x_2	11	0.314	0.571
x_3	14	0.400	0.971
x_4	1	0.029	1.000





Selección Por Ranking

Se denomina una pseudo-aptitud con una función $f'(i)$ como una función proporcional al ranking de fitness real del individuo respecto de sus pares.

Un ejemplo de función a tomar es la siguiente:

$$f'(i) = \frac{N - rank(i)}{N}$$
$$rank(i) \in [1, N]$$

rank(i): ranking ordenado de mayor a menor aptitud real.
Luego se utiliza ruleta con este pseudo-aptitud redefinida.





Selección Entrópica – Boltzmann

También se define una pseudo-aptitud, pero con la siguiente función:

$$ExpVal(i, g, T) = \frac{e^{f(i)/T}}{\left\langle e^{f(x)/T} \right\rangle_g}$$

i : Individuo ; T : Temperatura

$\langle \rangle_g$: Avg(population(g))) $f(i)$: Fitness

Luego, se utiliza esta pseudo-aptitud ExpVal como aptitud para seleccionar con el método de selección Ruleta.

En rigor, ExpVal es **Expected Value** (esperanza matemática).

Utilizando dichos valores en ruleta se logra cumplir con sus esperanzas.

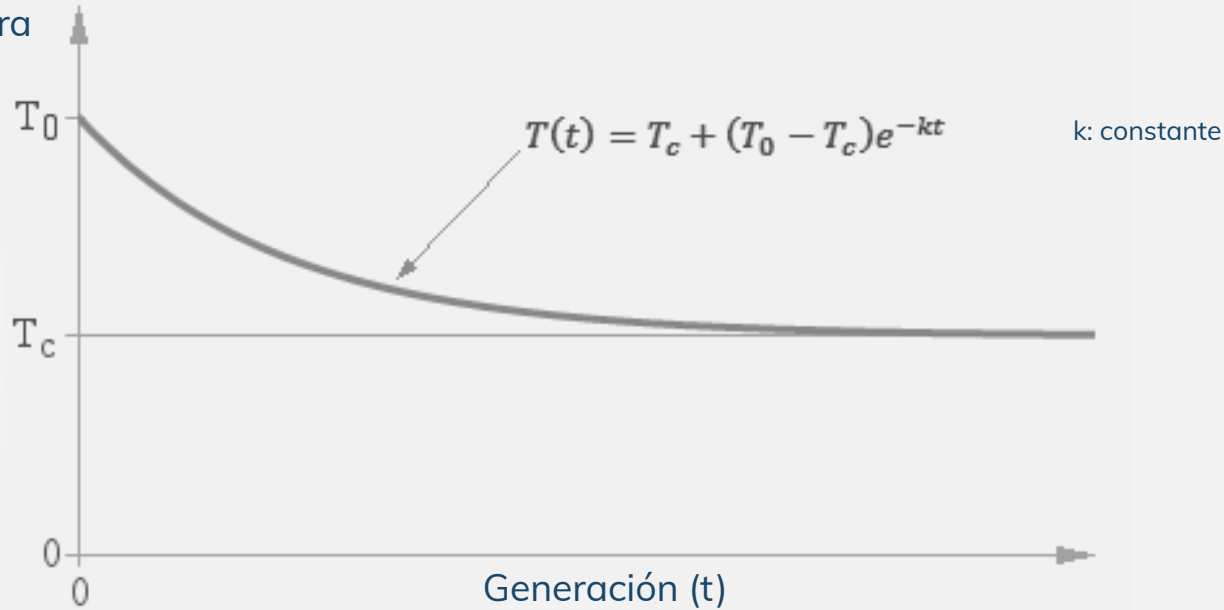


Selección

Entrópica – Boltzmann

Ejemplo de función de decrecimiento de temperatura

Temperatura





Selección

Por Torneos Determinísticos

1. De la población de tamaño N , se eligen M individuos al azar.
2. De los M individuos, se elige el mejor.
3. Se repite el proceso (1.) hasta conseguir los K individuos que se precisan.





Selección Por Torneos Probabilísticos

1. Se elige un valor de **Threshold** en $[0.5, 1]$
2. De la población de tamaño **N**, se eligen **2** individuos al azar.
3. Se toma un valor **r** al azar uniformemente en $[0,1]$.
 - a. Si **$r < \text{Threshold}$** se selecciona el más apto.
 - b. Caso contrario, se selecciona el menos apto.
4. Se repite el proceso (1.) hasta conseguir los **K** individuos que se precisan.





Selección Por Torneos

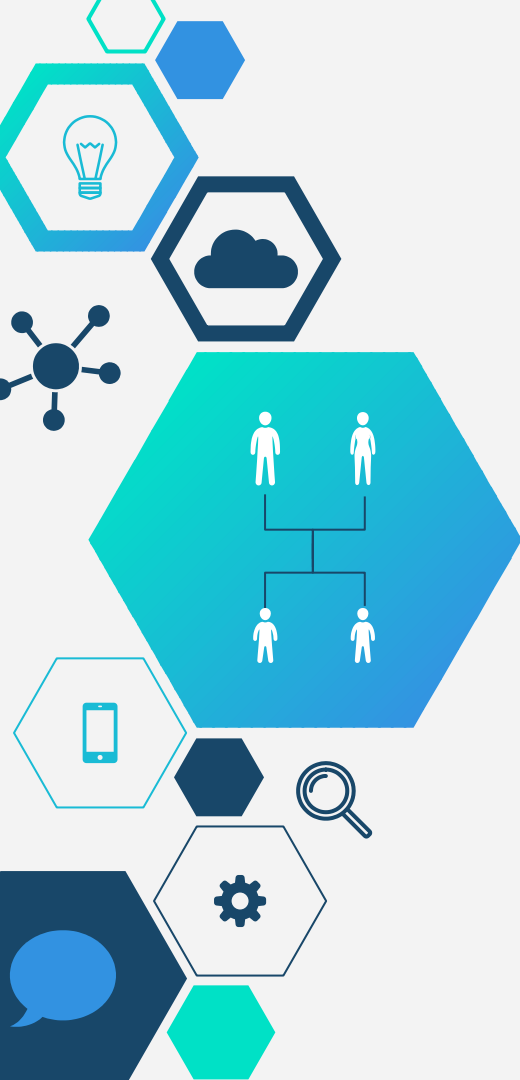
Ventajas

- Velocidad de ejecución
 - No se procesa toda la población
 - No requiere variables intermedias, se utiliza el fitness directamente.
- Facilidad de implementación.

Desventaja

- Según como esté configurado, puede introducir una presión de selección muy alta.
- No considerar todos los individuos puede afectar la eficiencia de nuestra implementación





Crossover

(Cruza / Recombinación)

Una vez que se seleccionan los individuos, se los aparea y se realiza la recombinación de genes.

Tipos de Crossover:

- Cruce de Un Punto
- Cruce de Dos Puntos
- Cruce Anular
- Cruce Uniforme



Cruce de Un Punto

Se elige un locus al azar y se intercambian los alelos a partir de ese locus. $P = [0, S-1]$; S : Cantidad de genes

Para estos ejercicios se
asume un bit por gen, lo cual
no siempre es correcto.
(Muchas veces no lo es)

X_1 : 011011001110

X_2 : 101001110010

$P = 4$

X_3 : 011001110010

X_4 : 101011001110





Cruce de Dos Puntos

Se elige dos locus al azar y se intercambian los alelos entre ellos. P_1
= [0, S-1] ; P_2 = [0, S-1] ; $P_1 \leq P_2$

Para estos ejercicios se
asume un bit por gen, lo cual
no siempre es correcto.
(Muchas veces no lo es)



X_1 : 011011001110

X_2 : 101001110010

$P_1 = 4$; $P_2 = 6$

X_3 : 011001001110

X_4 : 101011110010





Cruce Anular

Se elige un locus al azar P y una longitud L . Se intercambia el segmento de longitud L a partir de P .

$P = [0, S-1]$; $L = [0, \lceil S/2 \rceil]$

X_1 : 011011001110

X_2 : 101001110010


$P = 11$; $L = 5$

X_3 : 101011001110

X_4 : 011001110010

Para estos ejercicios se asume un bit por gen, lo cual no siempre es correcto.
(Muchas veces no lo es)





Cruce Uniforme

Se produce un intercambio de alelos en cada gen con probabilidad P [0, 1]. (Por lo general $P = 0.5$).

Para estos ejercicios se asume un bit por gen, lo cual no siempre es correcto.
(Muchas veces no lo es)

Abuso de Notación
 P_i

Tiene 2 valores:
>: Se mantienen los alelos

<: Se intercambian los alelos

X_1 : 0 1 1 0 1 1 0 0 1 1 1 0


X_2 : 1 0 1 0 0 1 1 1 0 0 1 0

P_i : > > < < > < > > < > < <

X_3 : 0 1 1 0 1 1 0 0 0 1 1 0

X_4 : 1 0 1 0 0 1 1 1 1 0 1 0

Es el único tipo de cruce visto que **no mantiene correlación posicional** entre alelos.



Probabilidad de Recombinación

Es muy común también implementar P_c como una probabilidad de recombinación de genes.

Si los genes no se recombinan, los genes de los hijos serán una copia idéntica a los padres, pero pasando por la etapa de mutación.





Mutación

Se define mutación como una variación en la información genética que se almacena en el cromosoma.

Para que la mutación sea más eficiente, una correcta arquitectura y separación de genes es necesaria.

Motivación:

- Enriquecer la diversidad genética.
- Evitar máximos locales.
- Mantener un grado de exploración.





Mutación Variantes

Dado una probabilidad de mutación P_m :

Mutación de Gen: Se altera un solo gen con una probabilidad P_m .

Mutación Multigen Limitada: Se selecciona una cantidad $[1, M]$ (azarosa) de genes para mutar, con probabilidad P_m .

Mutación Multigen Uniforme: Cada gen tiene una probabilidad P_m de ser mutado.

Mutación Completa: Con una probabilidad P_m se mutan todos los genes del individuo, acorde a la función de mutación definida para cada gen.





También hace falta definir QUÉ es una mutación sobre un alelo de un gen.

Algunas posibilidades son:

- Tomar un nuevo alelo aleatorio sobre el gen.
- Aplicar un delta al alelo, en algún sentido y con alguna distribución.





Convergencia Prematura

Si la población converge en sus características, sin presentar más variedad de la que introduce la mutación y sin haber llegado a una aptitud aceptable, decimos que la población sufrió una convergencia prematura.

Esto suele provocar que la solución del método arroje un subóptimo, a menos que dicho punto de convergencia sea el máximo global (difícil o imposible de analizar) ó que la población escape de dicho máximo local por mutación (también, muy difícil de analizar).



A la variedad de alelos representados en la población se la llama Diversidad.





Causas de Convergencia Prematura

La correcta configuración es esencial para evitar una convergencia prematura.

Algunas de las causas son:

- Una presión de selección muy alta*
- Una probabilidad de mutación muy baja*
- Un tamaño de población muy escaso*



*) Depende del problema



Convergencia Prematura

Implementamos la selección RULETA en nuestro AG. Si en una población dada, la diferencia entre los más aptos y el resto es lo suficientemente grande, esto llevará a pérdida de diversidad y a la convergencia prematura.
¿Por qué?





Implementación



Tradicional

Generando **K** hijos de **K** padres...

La nueva generación se formará seleccionando **N** individuos del conjunto de [**N** (individuos de la generación actual) + **K** (hijos)].






Sesgo Joven

Generando **K** hijos de **K** padres...

- $K > N$: La nueva generación se genera seleccionando **N** de los **K** hijos únicamente.
- $K \leq N$: La nueva generación se conformará por los **K** hijos generados + **(N-K)** individuos seleccionados de la generación actual.





Brecha Generacional

Determina la cantidad de individuos introducidos en la nueva generación. $G \in [0, 1]$

- **$G = 1$** : Toda la población es reemplazada.
- **$G = 0$** : Ningún individuo es reemplazado.
- **$G \in (0,1)$** : La nueva generación se compone de:
 - **$(1-G) * N$** de individuos de la generación anterior.
 - **$G * N$** de los individuos generados.





Criterios de Corte

- Tiempo
- Cantidad de generaciones
- Solución aceptable
- **Estructura:** Una parte relevante⁽¹⁾ de la población no cambia⁽²⁾ en una cantidad de generaciones⁽¹⁾.
- **Contenido:** El mejor fitness no cambia⁽²⁾ en una cantidad de generaciones⁽¹⁾.

(1) Parametrizable

(2) Según la estructura, hay genes que se pueden definir un criterio con el cuál se consideran que no cambia.





Esquemas

(no es necesario para el Trabajo Práctico)



Esquemas


Es un patrón de similitud entre cromosomas.

Ejemplo:

El esquema *01001*01 representa:

```
001001001
001001101
101001001
101001101
```

Para estos ejercicios se
asume un bit por gen, lo cual
no siempre es correcto.
(Muchas veces no lo es)





Orden de los esquemas

$$o(S) = Len - \#wildcards$$

$$o(*01*) = 2$$

$$o(**0*1***1) = 3$$

$$o(011010*0) = 7$$

Mientras más alto el esquema, mayor probabilidad de perderlo frente a una mutación.






Teorema de los esquemas

“ Aquellos esquemas con un *fitness* medio superior a la media de la población y con un orden bajo aumentarán su presencia de manera exponencial en las sucesivas generaciones. ”





Bloques Constructivos

Esquemas de bajo orden y con un fitness alto serán elegidos, recombinados y re-elegidos para ir formando cromosomas con mayor fitness. Llamamos a estos esquemas **Bloques Constructivos**.

Esto permite reducir la complejidad del problema, dividiéndolo en sub-problemas.

1. Optimizar esquema
2. Encontrar esquemas
3. Agrupar esquemas

