

# Pendolo composto

Dennis Angemi<sup>1</sup>, Federica Ingrassia<sup>1</sup>, Giuseppe Di Silvestre<sup>1</sup>, and Giulia De Luca<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Dipartimento di Fisica e Astronomia “Ettore Majorana” - Università degli Studi di Catania

25 Marzo 2022

## Abstract

Si è determinato il valore dell'accelerazione di gravità registrando il periodo di oscillazione di un pendolo composto al variare della distanza del centro di massa dall'asse di rotazione. Il valore ottenuto risulta essere accurato ma non preciso.

## 1 Introduzione e cenni teorici

Il pendolo fisico è generalmente un corpo rigido in grado di oscillare attorno un'asse di rotazione (diverso dal suo baricentro). Quando il pendolo viene spostato dalla sua posizione di equilibrio (stabile) tende a tornare nella sua posizione originale compiendo delle oscillazioni. Trascurando gli attriti, le forze agenti sul sistema sono:

- Forza peso: che genera un momento di richiamo verso la posizione di equilibrio;
- Reazione vincolare del perno: che sostiene la struttura del pendolo;
- Forza centripeta: che consente il cambio di direzione del moto dell'asta durante l'oscillazione.

Il fenomeno avviene per oscillazioni con un angolo inferiore a  $7^\circ$  in modo da poter essere approssimato ad un moto armonico, pertanto la sua equazione è:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgh}{I_z}\theta = 0 \quad (1)$$

In cui:

- $\theta$  rappresenta l'angolo tra la posizione di partenza del corpo e la verticale;
- $m$  è la massa del pendolo;
- $g$  indica l'accelerazione di gravità;
- $h$  è la distanza del centro di massa dall'asse di rotazione;
- $I_z$  rappresenta il momento di inerzia del corpo rigido.

## 2 Apparato sperimentale

### 2.1 Descrizione apparato

L'apparato sperimentale è costituito da un'asta rigida lunga un metro sostenuta da un perno che ne consente le oscillazioni. L'asta inoltre può essere regolata in modo tale da poter modificare il suo asse di rotazione.

### 2.2 Procedura di misura

Per poter misurare il periodo di oscillazione del pendolo, è stato posizionato, al di sotto del pendolo, uno smartphone in modo da poterne registrare il passaggio mediante il sensore di prossimità (TMD4906); è stato sfruttato il software Physics Toolbox Sensor Suite.

Sono state effettuate 1000 misure, 100 per ogni configurazione (si vedano le Tabelle 1 e 2 dell'appendice A)

### 2.3 Strumenti di misura

le misure sono state effettuate con i seguenti strumenti:

Strumento	Sensibilità	udm
Cronometro	0.01	s
Metro	1	cm
Sensore di prossimità TMD4906	0.05	s

## 3 Analisi dei dati e propagazione degli errori

Si procede al calcolo dell'accelerazione gravitazionale  $g$  sfruttando le caratteristiche periodiche del moto di un pendolo fisico per il quale valgono le seguenti relazioni

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd_{cm}}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{I}{mgd_{cm}} \quad (2)$$

$$g = 4\pi^2 \frac{I}{md_{cm}T^2} = 4\pi^2 \frac{\frac{1}{12}ml_0^2 + md_{cm}}{md_{cm}T^2} = \frac{l_0^2\pi^2}{3d_{cm}T^2} + 4\pi^2 \frac{d_{cm}}{T^2}. \quad (3)$$

Di seguito si calcola l'errore assoluto di  $g$

$$\delta g = \left| \frac{\partial g}{\partial l^2} \right| \delta l^2 + \left| \frac{\partial g}{\partial T^2} \right| \delta T^2 + \left| \frac{\partial g}{\partial d_{cm}^2} \right| \delta d_{cm}^2 \quad (4)$$

in cui

$$\delta l^2 = 2l\delta l \quad (5)$$

$$\delta T^2 = 8t\delta t \quad (6)$$

$$\delta g = \frac{\pi^2}{3d_{cm}T^2} 2l\delta l + \left( \frac{l_0^2\pi^2}{3d_{cm}T^4} + 4\pi^2 \frac{d_{cm}}{T^4} \right) 8t\delta t + \left| -\frac{l_0^2\pi^2}{3d_{cm}^2T^2} + \frac{4\pi^2}{T^2} \right| \delta d_{cm}. \quad (7)$$

## 4 Risultati e conclusioni

I risultati ottenuti per l'accelerazione di gravità risultano essere accurati ma non precisi. Abbiamo ottenuto un valore medio di  $g$  pari a  $9.5 \pm 2 \text{ m/s}^2$  con un errore relativo del 20%. La grandezza dell'errore è dovuta, oltre alla scarsa sensibilità degli strumenti, ad imprecisioni dovute al posizionamento del pendolo fisico utilizzato: si è notato infatti che con l'avvicinarsi del centro di massa al perno, il periodo di oscillazione  $T$  non è compatibile con i risultati aspettati. Si è inoltre rilevato che il pendolo non risulta essere completamente perpendicolare al piano di lavoro inficiando inequivocabilmente le misure di  $T$ . A seguito di queste considerazioni si è ritenuto opportuno scartare il valore di  $g$  ottenuto nella configurazione  $d_1$  in cui la distanza dal centro di massa è pari a  $5 \pm 1 \text{ cm}$ . Di seguito si riportano i valori dell'accelerazione di gravità ( $g$ ) ottenute nelle 10 configurazioni descritte nella sezione 2.

configuration	$g \text{ (m/s}^2\text{)}$	relative error
$d_1$	$6.9 \pm 2$	28.99 %
$d_2$	$9.0 \pm 2$	22.22 %
$d_3$	$9.1 \pm 2$	21.98 %
$d_4$	$9.5 \pm 3$	31.58 %
$d_5$	$9.2 \pm 2$	21.74 %
$d_6$	$9.4 \pm 2$	21.28 %
$d_7$	$9.9 \pm 3$	30.30 %
$d_8$	$9.7 \pm 3$	30.93 %
$d_9$	$9.9 \pm 3$	30.30 %
$d_{10}$	$9.7 \pm 2$	20.62 %

## 5 Additional notes

### 5.1 Data Availability

The data that support the findings of this study are openly available in [dennisangemi/lab1-dfa GitHub Repository](https://github.com/dennisangemi/lab1-dfa) at <https://github.com/dennisangemi/lab1-dfa/tree/main/exp-4/data> under CC-BY 4.0 license.

### 5.2 Code Availability

The MATLAB code written to get the findings of this study is openly available in [dennisangemi/lab1-dfa GitHub Repository](https://github.com/dennisangemi/lab1-dfa) at <https://github.com/dennisangemi/lab1-dfa/tree/main/exp-4/script>

### 5.3 Software used

- **MATLAB:** Data Analysis
- **Google Spreadsheet:** Data entry
- **Adobe Experience Design:** Images designing
- **GitHub:** Resource sharing
- **Physics Toolbox Sensor Suite:** Data acquisition

## 6 Bibliography

- Taylor, J. (1999). *Introduzione all'analisi degli errori: Lo studio delle incertezze nelle misure fisiche*. Zanichelli
- Bevington P. (2002). *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences*. McGraw-Hill Education
- Malthe-Sørenssen, A. (2015). *Elementary Mechanics Using Matlab: A Modern Course Combining Analytical and Numerical Techniques*. Springer

## 7 Appendice A

### 7.1 Tabella 1

dimension	value (cm)
$d_1$	$55.0 \pm 0.5 \text{ cm}$
$d_2$	$60.0 \pm 0.5 \text{ cm}$
$d_3$	$65.0 \pm 0.5 \text{ cm}$
$d_4$	$70.0 \pm 0.5 \text{ cm}$
$d_5$	$75.0 \pm 0.5 \text{ cm}$
$d_6$	$80.0 \pm 0.5 \text{ cm}$
$d_7$	$85.0 \pm 0.5 \text{ cm}$
$d_8$	$90.0 \pm 0.5 \text{ cm}$
$d_9$	$95.0 \pm 0.5 \text{ cm}$
$d_{10}$	$98.0 \pm 0.5 \text{ cm}$

### 7.2 Tabella 2

event	distance	time (ms)	uncertainty (ms)
1	$d_1$	1576	50
2	$d_1$	1555	50
3	$d_1$	1557	50
4	$d_1$	1578	50
5	$d_1$	1560	50
6	$d_1$	1553	50
7	$d_1$	1579	50
8	$d_1$	1563	50
9	$d_1$	1555	50
10	$d_1$	1576	50
11	$d_1$	1558	50
12	$d_1$	1554	50
13	$d_1$	1576	50
14	$d_1$	1556	50
15	$d_1$	1556	50
16	$d_1$	1577	50
17	$d_1$	1559	50

event	distance	time (ms)	uncertainty (ms)
18	$d_1$	1556	50
19	$d_1$	1577	50
20	$d_1$	1555	50
21	$d_1$	1553	50
22	$d_1$	1559	50
23	$d_1$	1574	50
24	$d_1$	1554	50
25	$d_1$	1556	50
26	$d_1$	1577	50
27	$d_1$	1560	50
28	$d_1$	1578	50
29	$d_1$	1579	50
30	$d_1$	1558	50
31	$d_1$	1576	50
32	$d_1$	1556	50
33	$d_1$	1557	50
34	$d_1$	1577	50
35	$d_1$	1577	50
36	$d_1$	1557	50
37	$d_1$	1554	50
38	$d_1$	1579	50
39	$d_1$	1577	50
40	$d_1$	1558	50
41	$d_1$	1578	50
42	$d_1$	1562	50
43	$d_1$	1558	50
44	$d_1$	1578	50
45	$d_1$	1558	50
46	$d_1$	1557	50
47	$d_1$	1575	50
48	$d_1$	1575	50
49	$d_1$	1561	50
50	$d_1$	1555	50
51	$d_1$	1577	50
52	$d_1$	1557	50
53	$d_1$	1558	50
54	$d_1$	1578	50
55	$d_1$	1573	50
56	$d_1$	1554	50
57	$d_1$	1556	50
58	$d_1$	1579	50
59	$d_1$	1573	50
60	$d_1$	1579	50
61	$d_1$	1559	50
62	$d_1$	1577	50
63	$d_1$	1577	50
64	$d_1$	1556	50

event	distance	time (ms)	uncertainty (ms)
65	$d_1$	1555	50
66	$d_1$	1576	50
67	$d_1$	1576	50
68	$d_1$	1579	50
69	$d_1$	1571	50
70	$d_1$	1554	50
71	$d_1$	1576	50
72	$d_1$	1595	50
73	$d_1$	1576	50
74	$d_1$	1575	50
75	$d_1$	1581	50
76	$d_1$	1582	50
77	$d_1$	1578	50
78	$d_1$	1577	50
79	$d_1$	1575	50
80	$d_1$	1578	50
81	$d_1$	1580	50
82	$d_1$	1575	50
83	$d_1$	1576	50
84	$d_1$	1571	50
85	$d_1$	1577	50
86	$d_1$	1582	50
87	$d_1$	1579	50
88	$d_1$	1577	50
89	$d_1$	1573	50
90	$d_1$	1598	50
91	$d_1$	1572	50
92	$d_1$	1574	50
93	$d_1$	1583	50
94	$d_1$	1573	50
95	$d_1$	1577	50
96	$d_1$	1578	50
97	$d_1$	1579	50
98	$d_1$	1591	50
99	$d_1$	1600	50
100	$d_1$	1596	50
101	$d_1$	1595	50
1	$d_2$	1019	50
2	$d_2$	1018	50
3	$d_2$	998	50
4	$d_2$	999	50
5	$d_2$	1019	50
6	$d_2$	1024	50
7	$d_2$	997	50
8	$d_2$	998	50
9	$d_2$	1019	50
10	$d_2$	1016	50

event	distance	time (ms)	uncertainty (ms)
11	$d_2$	1000	50
12	$d_2$	998	50
13	$d_2$	1020	50
14	$d_2$	1017	50
15	$d_2$	1016	50
16	$d_2$	995	50
17	$d_2$	1016	50
18	$d_2$	1018	50
19	$d_2$	1012	50
20	$d_2$	998	50
21	$d_2$	997	50
22	$d_2$	1019	50
23	$d_2$	1017	50
24	$d_2$	997	50
25	$d_2$	998	50
26	$d_2$	1018	50
27	$d_2$	1018	50
28	$d_2$	998	50
29	$d_2$	996	50
30	$d_2$	1017	50
31	$d_2$	1020	50
32	$d_2$	1019	50
33	$d_2$	1017	50
34	$d_2$	997	50
35	$d_2$	1018	50
36	$d_2$	1016	50
37	$d_2$	1001	50
38	$d_2$	993	50
39	$d_2$	1018	50
40	$d_2$	1019	50
41	$d_2$	1016	50
42	$d_2$	1018	50
43	$d_2$	1018	50
44	$d_2$	997	50
45	$d_2$	1018	50
46	$d_2$	1015	50
47	$d_2$	1021	50
48	$d_2$	1001	50
49	$d_2$	1016	50
50	$d_2$	1018	50
51	$d_2$	1017	50
52	$d_2$	997	50
53	$d_2$	996	50
54	$d_2$	1020	50
55	$d_2$	1020	50
56	$d_2$	998	50
57	$d_2$	995	50

event	distance	time (ms)	uncertainty (ms)
58	$d_2$	1017	50
59	$d_2$	1020	50
60	$d_2$	998	50
61	$d_2$	1019	50
62	$d_2$	995	50
63	$d_2$	1018	50
64	$d_2$	1020	50
65	$d_2$	1018	50
66	$d_2$	999	50
67	$d_2$	1018	50
68	$d_2$	1018	50
69	$d_2$	1016	50
70	$d_2$	997	50
71	$d_2$	1000	50
72	$d_2$	1017	50
73	$d_2$	1017	50
74	$d_2$	1019	50
75	$d_2$	998	50
76	$d_2$	998	50
77	$d_2$	1017	50
78	$d_2$	1019	50
79	$d_2$	1017	50
80	$d_2$	1017	50
81	$d_2$	1018	50
82	$d_2$	1016	50
83	$d_2$	1002	50
84	$d_2$	994	50
85	$d_2$	1015	50
86	$d_2$	1017	50
87	$d_2$	1019	50
88	$d_2$	1000	50
89	$d_2$	1019	50
90	$d_2$	1017	50
98	$d_2$	998	50
99	$d_2$	998	50
100	$d_2$	1018	50
101	$d_2$	1019	50
102	$d_2$	998	50
103	$d_2$	997	50
104	$d_2$	1018	50
105	$d_2$	1015	50
106	$d_2$	997	50
107	$d_2$	998	50
1	$d_3$	877	50
2	$d_3$	858	50
3	$d_3$	874	50
4	$d_3$	856	50



event	distance	time (ms)	uncertainty (ms)
5	$d_3$	853	50
6	$d_3$	882	50
7	$d_3$	855	50
8	$d_3$	887	50
9	$d_3$	874	50
10	$d_3$	856	50
11	$d_3$	882	50
12	$d_3$	876	50
13	$d_3$	857	50
14	$d_3$	874	50
15	$d_3$	877	50
16	$d_3$	860	50
17	$d_3$	874	50
18	$d_3$	875	50
19	$d_3$	855	50
20	$d_3$	875	50
21	$d_3$	881	50
22	$d_3$	876	50
23	$d_3$	854	50
24	$d_3$	878	50
25	$d_3$	882	50
26	$d_3$	857	50
27	$d_3$	877	50
28	$d_3$	880	50
29	$d_3$	856	50
30	$d_3$	872	50
31	$d_3$	875	50
32	$d_3$	889	50
33	$d_3$	872	50
34	$d_3$	876	50
35	$d_3$	861	50
36	$d_3$	876	50
37	$d_3$	882	50
38	$d_3$	854	50
39	$d_3$	878	50
40	$d_3$	880	50
41	$d_3$	881	50
42	$d_3$	862	50
43	$d_3$	874	50
44	$d_3$	876	50
45	$d_3$	863	50
46	$d_3$	877	50
47	$d_3$	875	50
48	$d_3$	879	50
49	$d_3$	881	50
50	$d_3$	876	50
51	$d_3$	878	50

event	distance	time (ms)	uncertainty (ms)
52	$d_3$	884	50
53	$d_3$	883	50
54	$d_3$	878	50
55	$d_3$	876	50
56	$d_3$	875	50
57	$d_3$	876	50
58	$d_3$	876	50
59	$d_3$	875	50
60	$d_3$	875	50
61	$d_3$	879	50
62	$d_3$	876	50
63	$d_3$	878	50
64	$d_3$	875	50
65	$d_3$	888	50
66	$d_3$	874	50
67	$d_3$	887	50
68	$d_3$	885	50
69	$d_3$	876	50
70	$d_3$	879	50
71	$d_3$	884	50
72	$d_3$	876	50
73	$d_3$	876	50
74	$d_3$	875	50
75	$d_3$	874	50
76	$d_3$	873	50
77	$d_3$	873	50
78	$d_3$	877	50
79	$d_3$	877	50
80	$d_3$	889	50
81	$d_3$	881	50
82	$d_3$	876	50
83	$d_3$	878	50
84	$d_3$	876	50
85	$d_3$	887	50
86	$d_3$	880	50
87	$d_3$	878	50
88	$d_3$	882	50
89	$d_3$	875	50
90	$d_3$	878	50
91	$d_3$	898	50
92	$d_3$	876	50
93	$d_3$	878	50
94	$d_3$	895	50
95	$d_3$	881	50
96	$d_3$	877	50
97	$d_3$	874	50
98	$d_3$	870	50

event	distance	time (ms)	uncertainty (ms)
99	$d_3$	882	50
1	$d_4$	798	50
2	$d_4$	797	50
3	$d_4$	797	50
4	$d_4$	795	50
5	$d_4$	801	50
6	$d_4$	797	50
7	$d_4$	799	50
8	$d_4$	798	50
9	$d_4$	795	50
10	$d_4$	802	50
11	$d_4$	797	50
12	$d_4$	798	50
13	$d_4$	794	50
14	$d_4$	797	50
15	$d_4$	797	50
16	$d_4$	802	50
17	$d_4$	801	50
18	$d_4$	800	50
19	$d_4$	798	50
20	$d_4$	798	50
21	$d_4$	797	50
22	$d_4$	798	50
23	$d_4$	801	50
24	$d_4$	801	50
25	$d_4$	798	50
26	$d_4$	795	50
27	$d_4$	798	50
28	$d_4$	795	50
29	$d_4$	799	50
30	$d_4$	797	50
31	$d_4$	820	50
32	$d_4$	817	50
33	$d_4$	803	50
34	$d_4$	796	50
35	$d_4$	798	50
36	$d_4$	797	50
37	$d_4$	795	50
38	$d_4$	798	50
39	$d_4$	797	50
40	$d_4$	794	50
41	$d_4$	801	50
42	$d_4$	800	50
43	$d_4$	796	50
44	$d_4$	828	50
45	$d_4$	797	50
46	$d_4$	798	50

event	distance	time (ms)	uncertainty (ms)
47	$d_4$	798	50
48	$d_4$	798	50
49	$d_4$	805	50
50	$d_4$	798	50
51	$d_4$	820	50
52	$d_4$	797	50
53	$d_4$	794	50
54	$d_4$	796	50
55	$d_4$	800	50
56	$d_4$	794	50
57	$d_4$	801	50
58	$d_4$	796	50
59	$d_4$	796	50
60	$d_4$	801	50
61	$d_4$	796	50
62	$d_4$	794	50
63	$d_4$	799	50
64	$d_4$	794	50
65	$d_4$	798	50
66	$d_4$	794	50
67	$d_4$	797	50
68	$d_4$	795	50
69	$d_4$	795	50
70	$d_4$	802	50
71	$d_4$	799	50
72	$d_4$	797	50
73	$d_4$	800	50
74	$d_4$	798	50
75	$d_4$	798	50
76	$d_4$	797	50
77	$d_4$	801	50
78	$d_4$	799	50
79	$d_4$	794	50
80	$d_4$	797	50
81	$d_4$	801	50
82	$d_4$	798	50
83	$d_4$	800	50
84	$d_4$	798	50
85	$d_4$	799	50
86	$d_4$	798	50
87	$d_4$	797	50
88	$d_4$	797	50
89	$d_4$	793	50
90	$d_4$	801	50
91	$d_4$	796	50
92	$d_4$	798	50
93	$d_4$	797	50

event	distance	time (ms)	uncertainty (ms)
94	$d_4$	798	50
95	$d_4$	798	50
96	$d_4$	800	50
97	$d_4$	801	50
98	$d_4$	795	50
99	$d_4$	796	50
100	$d_4$	796	50
1	$d_5$	797	50
2	$d_5$	778	50
3	$d_5$	797	50
4	$d_5$	781	50
5	$d_5$	797	50
6	$d_5$	778	50
7	$d_5$	800	50
8	$d_5$	781	50
9	$d_5$	798	50
10	$d_5$	777	50
11	$d_5$	778	50
12	$d_5$	802	50
13	$d_5$	780	50
14	$d_5$	802	50
15	$d_5$	778	50
16	$d_5$	799	50
17	$d_5$	779	50
18	$d_5$	782	50
19	$d_5$	775	50
20	$d_5$	782	50
21	$d_5$	803	50
22	$d_5$	780	50
23	$d_5$	799	50
24	$d_5$	781	50
25	$d_5$	799	50
26	$d_5$	781	50
27	$d_5$	798	50
28	$d_5$	778	50
29	$d_5$	798	50
30	$d_5$	777	50
31	$d_5$	782	50
32	$d_5$	798	50
33	$d_5$	777	50
34	$d_5$	800	50
35	$d_5$	776	50
36	$d_5$	799	50
37	$d_5$	774	50
38	$d_5$	798	50
39	$d_5$	777	50
40	$d_5$	799	50

event	distance	time (ms)	uncertainty (ms)
41	$d_5$	796	50
42	$d_5$	779	50
43	$d_5$	796	50
44	$d_5$	781	50
45	$d_5$	799	50
46	$d_5$	777	50
47	$d_5$	801	50
48	$d_5$	778	50
49	$d_5$	801	50
50	$d_5$	779	50
51	$d_5$	783	50
52	$d_5$	794	50
53	$d_5$	775	50
54	$d_5$	798	50
55	$d_5$	777	50
56	$d_5$	796	50
57	$d_5$	800	50
58	$d_5$	802	50
59	$d_5$	800	50
60	$d_5$	801	50
61	$d_5$	780	50
62	$d_5$	800	50
63	$d_5$	800	50
64	$d_5$	797	50
65	$d_5$	795	50
66	$d_5$	802	50
67	$d_5$	793	50
68	$d_5$	803	50
69	$d_5$	801	50
70	$d_5$	779	50
71	$d_5$	802	50
72	$d_5$	804	50
73	$d_5$	799	50
74	$d_5$	781	50
75	$d_5$	802	50
76	$d_5$	782	50
77	$d_5$	797	50
78	$d_5$	802	50
79	$d_5$	799	50
80	$d_5$	801	50
81	$d_5$	797	50
82	$d_5$	796	50
83	$d_5$	799	50
84	$d_5$	798	50
85	$d_5$	799	50
86	$d_5$	798	50
87	$d_5$	798	50

event	distance	time (ms)	uncertainty (ms)
88	$d_5$	799	50
89	$d_5$	798	50
90	$d_5$	801	50
91	$d_5$	800	50
92	$d_5$	782	50
93	$d_5$	799	50
94	$d_5$	803	50
95	$d_5$	799	50
96	$d_5$	800	50
97	$d_5$	780	50
98	$d_5$	799	50
99	$d_5$	778	50
100	$d_5$	795	50
1	$d_6$	777	50
2	$d_6$	778	50
3	$d_6$	781	50
4	$d_6$	776	50
5	$d_6$	779	50
6	$d_6$	797	50
7	$d_6$	798	50
8	$d_6$	779	50
9	$d_6$	778	50
10	$d_6$	783	50
11	$d_6$	778	50
12	$d_6$	778	50
13	$d_6$	779	50
14	$d_6$	779	50
15	$d_6$	780	50
16	$d_6$	777	50
17	$d_6$	798	50
18	$d_6$	780	50
19	$d_6$	776	50
20	$d_6$	778	50
21	$d_6$	778	50
22	$d_6$	778	50
23	$d_6$	799	50
24	$d_6$	777	50
25	$d_6$	777	50
26	$d_6$	779	50
27	$d_6$	779	50
28	$d_6$	780	50
29	$d_6$	780	50
30	$d_6$	779	50
31	$d_6$	779	50
32	$d_6$	781	50
33	$d_6$	778	50
34	$d_6$	778	50

event	distance	time (ms)	uncertainty (ms)
35	$d_6$	779	50
36	$d_6$	778	50
37	$d_6$	798	50
38	$d_6$	778	50
39	$d_6$	779	50
40	$d_6$	778	50
41	$d_6$	780	50
42	$d_6$	781	50
43	$d_6$	779	50
44	$d_6$	780	50
45	$d_6$	778	50
46	$d_6$	777	50
47	$d_6$	777	50
48	$d_6$	778	50
49	$d_6$	776	50
50	$d_6$	799	50
51	$d_6$	778	50
52	$d_6$	776	50
53	$d_6$	779	50
54	$d_6$	779	50
55	$d_6$	774	50
56	$d_6$	777	50
57	$d_6$	798	50
58	$d_6$	778	50
59	$d_6$	776	50
60	$d_6$	778	50
61	$d_6$	797	50
62	$d_6$	778	50
63	$d_6$	780	50
64	$d_6$	782	50
65	$d_6$	777	50
66	$d_6$	779	50
67	$d_6$	776	50
68	$d_6$	798	50
69	$d_6$	781	50
70	$d_6$	777	50
71	$d_6$	798	50
72	$d_6$	776	50
73	$d_6$	779	50
74	$d_6$	779	50
75	$d_6$	777	50
76	$d_6$	779	50
77	$d_6$	781	50
78	$d_6$	780	50
79	$d_6$	776	50
80	$d_6$	779	50
81	$d_6$	777	50



event	distance	time (ms)	uncertainty (ms)
82	$d_6$	778	50
83	$d_6$	779	50
84	$d_6$	777	50
85	$d_6$	776	50
86	$d_6$	779	50
87	$d_6$	779	50
88	$d_6$	775	50
89	$d_6$	777	50
90	$d_6$	779	50
91	$d_6$	780	50
92	$d_6$	779	50
93	$d_6$	775	50
94	$d_6$	777	50
95	$d_6$	778	50
96	$d_6$	778	50
97	$d_6$	776	50
98	$d_6$	778	50
99	$d_6$	777	50
100	$d_6$	779	50
1	$d_7$	756	50
2	$d_7$	776	50
3	$d_7$	778	50
4	$d_7$	757	50
5	$d_7$	760	50
6	$d_7$	755	50
7	$d_7$	778	50
8	$d_7$	761	50
9	$d_7$	758	50
10	$d_7$	778	50
11	$d_7$	778	50
12	$d_7$	761	50
13	$d_7$	757	50
14	$d_7$	781	50
15	$d_7$	755	50
16	$d_7$	761	50
17	$d_7$	758	50
18	$d_7$	778	50
19	$d_7$	759	50
20	$d_7$	757	50
21	$d_7$	778	50
22	$d_7$	758	50
23	$d_7$	757	50
24	$d_7$	760	50
25	$d_7$	778	50
26	$d_7$	759	50
27	$d_7$	758	50
28	$d_7$	756	50

event	distance	time (ms)	uncertainty (ms)
29	$d_7$	781	50
30	$d_7$	759	50
31	$d_7$	758	50
32	$d_7$	778	50
33	$d_7$	778	50
34	$d_7$	759	50
35	$d_7$	758	50
36	$d_7$	779	50
37	$d_7$	778	50
38	$d_7$	759	50
39	$d_7$	777	50
40	$d_7$	761	50
41	$d_7$	761	50
42	$d_7$	760	50
43	$d_7$	779	50
44	$d_7$	763	50
45	$d_7$	773	50
46	$d_7$	777	50
47	$d_7$	757	50
48	$d_7$	759	50
49	$d_7$	757	50
50	$d_7$	776	50
51	$d_7$	759	50
52	$d_7$	777	50
53	$d_7$	778	50
54	$d_7$	760	50
55	$d_7$	760	50
56	$d_7$	776	50
57	$d_7$	779	50
58	$d_7$	757	50
59	$d_7$	759	50
60	$d_7$	759	50
61	$d_7$	778	50
62	$d_7$	759	50
63	$d_7$	779	50
64	$d_7$	779	50
65	$d_7$	759	50
66	$d_7$	763	50
67	$d_7$	779	50
68	$d_7$	780	50
69	$d_7$	759	50
70	$d_7$	759	50
71	$d_7$	775	50
72	$d_7$	755	50
73	$d_7$	776	50
74	$d_7$	777	50
75	$d_7$	781	50

event	distance	time (ms)	uncertainty (ms)
76	$d_7$	756	50
77	$d_7$	759	50
78	$d_7$	761	50
79	$d_7$	780	50
80	$d_7$	759	50
81	$d_7$	757	50
82	$d_7$	759	50
83	$d_7$	779	50
84	$d_7$	765	50
85	$d_7$	757	50
86	$d_7$	761	50
87	$d_7$	778	50
88	$d_7$	760	50
89	$d_7$	757	50
90	$d_7$	759	50
91	$d_7$	761	50
92	$d_7$	778	50
93	$d_7$	759	50
94	$d_7$	757	50
95	$d_7$	758	50
96	$d_7$	780	50
97	$d_7$	758	50
98	$d_7$	755	50
99	$d_7$	758	50
100	$d_7$	777	50
1	$d_8$	777	50
2	$d_8$	778	50
3	$d_8$	799	50
4	$d_8$	778	50
5	$d_8$	778	50
6	$d_8$	779	50
7	$d_8$	799	50
8	$d_8$	778	50
9	$d_8$	778	50
10	$d_8$	798	50
11	$d_8$	779	50
12	$d_8$	778	50
13	$d_8$	798	50
14	$d_8$	779	50
15	$d_8$	778	50
16	$d_8$	797	50
17	$d_8$	802	50
18	$d_8$	778	50
19	$d_8$	776	50
20	$d_8$	799	50
21	$d_8$	779	50
22	$d_8$	780	50

event	distance	time (ms)	uncertainty (ms)
23	$d_8$	798	50
24	$d_8$	797	50
25	$d_8$	778	50
26	$d_8$	780	50
27	$d_8$	799	50
28	$d_8$	779	50
29	$d_8$	780	50
30	$d_8$	777	50
31	$d_8$	781	50
32	$d_8$	799	50
33	$d_8$	798	50
34	$d_8$	779	50
35	$d_8$	778	50
36	$d_8$	798	50
37	$d_8$	799	50
38	$d_8$	779	50
39	$d_8$	779	50
40	$d_8$	801	50
41	$d_8$	778	50
42	$d_8$	800	50
43	$d_8$	798	50
44	$d_8$	779	50
45	$d_8$	776	50
46	$d_8$	796	50
47	$d_8$	797	50
48	$d_8$	779	50
49	$d_8$	779	50
50	$d_8$	796	50
51	$d_8$	778	50
52	$d_8$	778	50
53	$d_8$	797	50
54	$d_8$	796	50
55	$d_8$	779	50
56	$d_8$	782	50
57	$d_8$	799	50
58	$d_8$	797	50
59	$d_8$	778	50
60	$d_8$	778	50
61	$d_8$	776	50
62	$d_8$	776	50
63	$d_8$	796	50
64	$d_8$	779	50
65	$d_8$	778	50
66	$d_8$	778	50
67	$d_8$	798	50
68	$d_8$	777	50
69	$d_8$	779	50

event	distance	time (ms)	uncertainty (ms)
70	$d_8$	779	50
71	$d_8$	798	50
72	$d_8$	779	50
73	$d_8$	778	50
74	$d_8$	799	50
75	$d_8$	778	50
76	$d_8$	780	50
77	$d_8$	777	50
78	$d_8$	799	50
79	$d_8$	775	50
80	$d_8$	779	50
81	$d_8$	778	50
82	$d_8$	799	50
83	$d_8$	778	50
84	$d_8$	781	50
85	$d_8$	777	50
86	$d_8$	797	50
87	$d_8$	780	50
88	$d_8$	778	50
89	$d_8$	798	50
90	$d_8$	792	50
91	$d_8$	779	50
92	$d_8$	797	50
93	$d_8$	777	50
94	$d_8$	777	50
95	$d_8$	778	50
96	$d_8$	795	50
97	$d_8$	779	50
98	$d_8$	780	50
99	$d_8$	800	50
100	$d_8$	797	50
1	$d_9$	783	50
2	$d_9$	797	50
3	$d_9$	800	50
4	$d_9$	798	50
5	$d_9$	794	50
6	$d_9$	778	50
7	$d_9$	795	50
8	$d_9$	798	50
9	$d_9$	800	50
10	$d_9$	799	50
11	$d_9$	799	50
12	$d_9$	797	50
13	$d_9$	799	50
14	$d_9$	797	50
15	$d_9$	798	50
16	$d_9$	800	50

event	distance	time (ms)	uncertainty (ms)
17	$d_9$	777	50
18	$d_9$	796	50
19	$d_9$	799	50
20	$d_9$	797	50
21	$d_9$	798	50
22	$d_9$	795	50
23	$d_9$	800	50
24	$d_9$	800	50
25	$d_9$	799	50
26	$d_9$	800	50
27	$d_9$	796	50
28	$d_9$	798	50
29	$d_9$	781	50
30	$d_9$	798	50
31	$d_9$	800	50
32	$d_9$	800	50
33	$d_9$	801	50
34	$d_9$	797	50
35	$d_9$	798	50
36	$d_9$	799	50
37	$d_9$	795	50
38	$d_9$	799	50
39	$d_9$	798	50
40	$d_9$	795	50
41	$d_9$	798	50
42	$d_9$	799	50
43	$d_9$	799	50
44	$d_9$	800	50
45	$d_9$	798	50
46	$d_9$	781	50
47	$d_9$	799	50
48	$d_9$	801	50
49	$d_9$	798	50
50	$d_9$	797	50
51	$d_9$	778	50
52	$d_9$	798	50
53	$d_9$	797	50
54	$d_9$	801	50
55	$d_9$	798	50
56	$d_9$	801	50
57	$d_9$	800	50
58	$d_9$	802	50
59	$d_9$	798	50
60	$d_9$	799	50
61	$d_9$	799	50
62	$d_9$	797	50
63	$d_9$	798	50

event	distance	time (ms)	uncertainty (ms)
64	$d_9$	778	50
65	$d_9$	798	50
66	$d_9$	801	50
67	$d_9$	797	50
68	$d_9$	797	50
69	$d_9$	800	50
70	$d_9$	798	50
71	$d_9$	780	50
72	$d_9$	798	50
73	$d_9$	796	50
74	$d_9$	800	50
75	$d_9$	797	50
76	$d_9$	797	50
77	$d_9$	798	50
78	$d_9$	799	50
79	$d_9$	800	50
80	$d_9$	797	50
81	$d_9$	800	50
82	$d_9$	798	50
83	$d_9$	798	50
84	$d_9$	801	50
85	$d_9$	799	50
86	$d_9$	797	50
87	$d_9$	801	50
88	$d_9$	798	50
89	$d_9$	800	50
90	$d_9$	798	50
91	$d_9$	797	50
92	$d_9$	801	50
93	$d_9$	798	50
94	$d_9$	799	50
95	$d_9$	798	50
96	$d_9$	797	50
97	$d_9$	798	50
98	$d_9$	803	50
99	$d_9$	798	50
100	$d_9$	799	50
1	$d_{10}$	819	50
2	$d_{10}$	799	50
3	$d_{10}$	818	50
4	$d_{10}$	819	50
5	$d_{10}$	815	50
6	$d_{10}$	817	50
7	$d_{10}$	818	50
8	$d_{10}$	798	50
9	$d_{10}$	819	50
10	$d_{10}$	819	50

event	distance	time (ms)	uncertainty (ms)
11	$d_{10}$	819	50
12	$d_{10}$	817	50
13	$d_{10}$	815	50
14	$d_{10}$	819	50
15	$d_{10}$	798	50
16	$d_{10}$	819	50
17	$d_{10}$	819	50
18	$d_{10}$	818	50
19	$d_{10}$	814	50
20	$d_{10}$	818	50
21	$d_{10}$	820	50
22	$d_{10}$	818	50
23	$d_{10}$	818	50
24	$d_{10}$	799	50
25	$d_{10}$	816	50
26	$d_{10}$	819	50
27	$d_{10}$	815	50
28	$d_{10}$	819	50
29	$d_{10}$	818	50
30	$d_{10}$	818	50
31	$d_{10}$	817	50
32	$d_{10}$	819	50
33	$d_{10}$	814	50
34	$d_{10}$	819	50
35	$d_{10}$	818	50
36	$d_{10}$	818	50
37	$d_{10}$	826	50
38	$d_{10}$	818	50
39	$d_{10}$	816	50
40	$d_{10}$	818	50
41	$d_{10}$	818	50
42	$d_{10}$	816	50
43	$d_{10}$	818	50
44	$d_{10}$	799	50
45	$d_{10}$	818	50
46	$d_{10}$	817	50
47	$d_{10}$	816	50
48	$d_{10}$	820	50
49	$d_{10}$	799	50
50	$d_{10}$	819	50
51	$d_{10}$	819	50
52	$d_{10}$	816	50
53	$d_{10}$	818	50
54	$d_{10}$	819	50
55	$d_{10}$	818	50
56	$d_{10}$	818	50
57	$d_{10}$	820	50



event	distance	time (ms)	uncertainty (ms)
58	$d_{10}$	815	50
59	$d_{10}$	818	50
60	$d_{10}$	797	50
61	$d_{10}$	817	50
62	$d_{10}$	816	50
63	$d_{10}$	820	50
64	$d_{10}$	818	50
65	$d_{10}$	819	50
66	$d_{10}$	818	50
67	$d_{10}$	799	50
68	$d_{10}$	820	50
69	$d_{10}$	819	50
70	$d_{10}$	817	50
71	$d_{10}$	798	50
72	$d_{10}$	818	50
73	$d_{10}$	817	50
74	$d_{10}$	816	50
75	$d_{10}$	818	50
76	$d_{10}$	819	50
77	$d_{10}$	796	50
78	$d_{10}$	798	50
79	$d_{10}$	818	50
80	$d_{10}$	818	50
81	$d_{10}$	816	50
82	$d_{10}$	818	50
83	$d_{10}$	795	50
84	$d_{10}$	799	50
85	$d_{10}$	818	50
86	$d_{10}$	820	50
87	$d_{10}$	818	50
88	$d_{10}$	819	50
89	$d_{10}$	798	50
90	$d_{10}$	799	50
91	$d_{10}$	798	50
92	$d_{10}$	798	50
93	$d_{10}$	819	50
94	$d_{10}$	818	50
95	$d_{10}$	800	50
96	$d_{10}$	798	50
97	$d_{10}$	798	50
98	$d_{10}$	797	50
99	$d_{10}$	818	50
100	$d_{10}$	815	50