

Piano inclinato

Dennis Angemi¹, Federica Ingrassia¹, Giuseppe Di Silvestre¹, and Giulia De Luca¹

¹Dipartimento di Fisica e Astronomia “Ettore Majorana” - Università degli Studi di Catania

7 marzo 2022

Abstract

L’obiettivo di questo studio è determinare il coefficiente di attrito di alcuni corpi radenti su un piano inclinato. I valori ottenuti risultano essere poco precisi ma compatibili con i valori noti.

1 Introduzione e cenni teorici

Il piano inclinato è un semplice dispositivo utilizzato in fisica per studiare le caratteristiche del moto uniformemente accelerato la cui prima descrizione si deve a Nicolas Oresme e a Galileo Galilei. Esso è costituito da una superficie piana disposta in modo da formare un angolo compreso tra 0° e 90° rispetto alla superficie orizzontale.

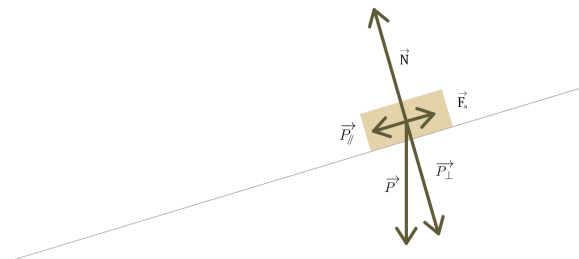


Figure 1: Diagramma delle forze

2 Apparato sperimentale

2.1 Descrizione apparato

L’apparato sperimentale è costituito da una guida d’acciaio dotata di una gola lungo la quale è possibile disporre diversi corpi con geometria differente in modo tale da permettere lo studio del moto di questi ultimi. Al di sopra della guida sono posizionate due fotocellule, disposte ad una distanza di 1.279 ± 0.002 m, collegate ad un timer digitale con sensibilità pari a 0.01 s.

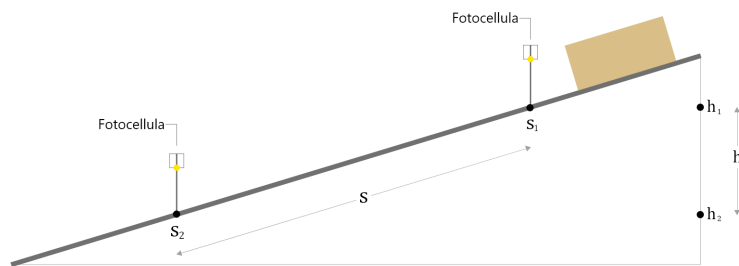


Figure 2: Apparato sperimentale

2.2 Procedura di misura

Per l'esperienza sono stati utilizzati 5 corpi differenti e per ognuno di essi sono state effettuate 40 misurazioni dell'intervallo di tempo impiegato da ciascun corpo per percorrere la distanza Δs . Le caratteristiche dei corpi utilizzati sono di seguito descritte:

Corpo	Massa (g)	Geometria	Materiale
m_1	15.19 ± 0.01	Cilindrica	PVC
m_2	98.82 ± 0.01	Cilindrica	Ottone
m_3	130.60 ± 0.01	Cilindrica	Ottone
m_4	13.79 ± 0.01	Sferica	Metallo
m_5	26.60 ± 0.01	Sferica	Non omogeneo

Si veda l'appendice A per la deduzione dei materiali.

2.3 Strumenti di misura

I dati sperimentali sono stati ottenuti tramite l'utilizzo dei seguenti strumenti

Strumento	Sensibilità	udm
Flessometro	0.001	m
Bilancia	0.01	g
Cronometro	0.01	s

3 Analisi dei dati e propagazione degli errori

Al fine di ottenere il coefficiente di attrito tra i corpi di massa m_i (con $i = 1, 2, 3, 4, 5$) e la guida inclinata si utilizzano il secondo principio della dinamica e la legge oraria del moto rettilineo uniformemente accelerato con velocità iniziale nulla

$$\begin{cases} mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta = ma \\ \Delta s = \frac{1}{2} a \Delta t^2 \end{cases} \implies \mu = \tan \theta - 2 \frac{\Delta s}{\Delta t^2} \frac{1}{g \cos \theta} \quad (1)$$

Avendo effettuato 40 misure dell'intervallo di tempo Δt d'ora in poi utilizzeremo la seguente notazione

N=40

$$\langle t \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta t_i \quad (2)$$

$$\mu = \tan \theta - 2 \frac{\Delta s}{\langle t \rangle^2} \frac{1}{g \cos \theta} \quad (3)$$

3.1 Propagazione degli errori

$$\delta \mu = \left| \frac{\partial \mu}{\partial \theta} \right| \delta \theta + \left| \frac{\partial \mu}{\partial a} \right| \delta a + \left| \frac{\partial \mu}{\partial g} \right| \delta g \quad (4)$$

con

$$\delta a = \left| \frac{\partial a}{\partial s} \right| \delta s + \left| \frac{\partial a}{\partial \langle t \rangle^2} \right| \delta \langle t \rangle^2 = \frac{2}{\langle t \rangle^2} (\delta s + 4s \delta t) \quad (5)$$

$$\delta \theta = \left| \frac{\partial \theta}{\partial t} \right| \delta t = 2\delta s \left(1 + \frac{h}{s} \right) \frac{1}{\sqrt{s^2 - h^2}}. \quad (6)$$

In conclusione

$$\delta \mu = \frac{2\delta s}{\cos^2 \theta \sqrt{s^2 - h^2}} \left(1 - \frac{a \sin \theta}{g} \right) \left(1 + \frac{h}{s} \right) + \frac{2(\delta s + hs \delta t)}{\langle t \rangle^2 g \cos \theta} + \frac{a \delta g}{g^2 \cos \theta}. \quad (7)$$

4 Risultati e conclusioni

Dall'appendice A si conclude che:

- il corpo m_1 è in PVC;
- i corpi m_2, m_3 sono in ottone;

Corpo	Coefficiente di attrito	Errore relativo
m_1	0.596 ± 0.008	1.34 %
m_2	0.39 ± 0.02	5.13 %
m_3	0.49 ± 0.01	2.04 %
m_4	0.26 ± 0.03	11.54 %
m_5	0.33 ± 0.02	6.06 %

5 Appendice A

5.1 Determinazione della densità

Al fine di verificare l'attendibilità dei risultati ottenuti, si è ritenuto opportuno determinare la densità dei corpi utilizzati in modo da poter definire il materiale da cui sono costituiti e, conseguentemente, confrontare il coefficiente di attrito (determinato in questo contesto) con un valore noto. Il calcolo della densità degli oggetti si è reso possibile tramite l'utilizzo di un cilindro graduato al fine di misurare il volume dei corpi e di una bilancia per determinarne la massa.

Strumento	Sensibilità	udm
Cilindro graduato	2	ml
Siringa	0.5	ml
Bilancia	0.01	g

5.2 Procedura di misura

Si sono immersi i corpi m_1 , m_2 , m_3 , m_5 in un cilindro graduato contenente un volume d'acqua pari a 100 ± 2 ml e si è osservato il conseguente aumento di volume.

5.3 Analisi dei dati

Di seguito si riportano i dati sperimentali

body	mass (± 0.01 g)	$V_{L,1}$ (± 2 cm ³)	$V_{L,2}$ (± 2 cm ³)
1	15.19	100	110
2	98.82	100	112
3	130.60	100	116
5	26.60	100	106

Per il calcolo della densità è stata utilizzata la seguente formula:

$$d = \frac{m}{V} = \frac{m}{V_{L,2} - V_{L,1}} \quad (8)$$

Con $V_{L,1}$ e $V_{L,2}$ che indicano rispettivamente il volume prima e dopo l'inserimento del corpo nel cilindro graduato ed m che indica la massa del corpo considerato.

5.4 Propagazione degli errori

$$\delta d = \left| \frac{\partial d}{\partial m} \right| \delta m + \left| \frac{\partial d}{\partial V_{L,2}} \right| \delta V_{L,2} + \left| \frac{\partial d}{\partial V_{L,1}} \right| \delta V_{L,1} \quad (9)$$

Considerando che $\delta V_{L,1} = \delta V_{L,2} = \delta V$

$$\delta d = \frac{\delta m}{V_{L,2} - V_{L,1}} + 2 \frac{m}{(V_{L,2} - V_{L,1})^2} \delta V = \frac{\delta m}{\Delta V} + 2 \frac{m}{\Delta V^2} \delta V \quad (10)$$

5.5 Risultati

I risultati ottenuti sono i seguenti:

mass	density (g/cm^3)	relative error
m_1	1.5 ± 0.3	20.07 %
m_2	8 ± 1	16.68 %
m_3	8 ± 1	12.51 %

Confrontando i valori così ottenuti con valori tabulati noti si conclude che i corpi m_2 e m_3 siano composti da ottone in quanto la sua densità è compresa tra $8,4$ e $8,7$ g/cm^3 .

Per quanto riguarda il corpo m_1 , abbiamo ottenuto una densità di 1.5 g/cm^3 e abbiamo assunto che il materiale fosse PVC. Non si è proceduto alla determinazione della densità dei corpi di massa m_4 ed m_5 in quanto essi appaiono non omogeneo.

6 Appendice B

6.1 Tabella 7

Grandezza	Valore	Incertezza	udm
h_2	0.412	0.001	m
h_1	1.122	0.001	m
s_1	1.992	0.001	m
s_2	0.713	0.001	m
m_1	15.19	0.01	g
m_2	98.82	0.01	g
m_3	130.60	0.01	g
m_4	13.79	0.01	g
m_5	26.60	0.01	g

6.2 Tabella 8

index	mass	t	uncertainty	uom
1	m1	1.65	0.01	s
2	m1	1.60	0.01	s
3	m1	1.66	0.01	s
4	m1	2.18	0.01	s
5	m1	1.54	0.01	s
6	m1	1.74	0.01	s
7	m1	1.47	0.01	s
8	m1	1.55	0.01	s
9	m1	1.80	0.01	s
10	m1	1.75	0.01	s
11	m1	1.94	0.01	s
12	m1	2.05	0.01	s
13	m1	2.67	0.01	s
14	m1	1.56	0.01	s
15	m1	2.45	0.01	s
16	m1	1.43	0.01	s
17	m1	2.08	0.01	s
18	m1	2.02	0.01	s
19	m1	1.55	0.01	s
20	m1	1.88	0.01	s
21	m1	2.31	0.01	s
22	m1	1.67	0.01	s
23	m1	1.72	0.01	s
24	m1	2.37	0.01	s
25	m1	1.60	0.01	s
26	m1	1.44	0.01	s
27	m1	1.69	0.01	s
28	m1	2.50	0.01	s

index	mass	t	uncertainty	uom
29	m1	2.15	0.01	s
30	m1	1.48	0.01	s
31	m1	1.17	0.01	s
32	m1	1.51	0.01	s
33	m1	1.24	0.01	s
34	m1	1.44	0.01	s
35	m1	1.73	0.01	s
36	m1	1.37	0.01	s
37	m1	1.49	0.01	s
38	m1	1.34	0.01	s
39	m1	1.31	0.01	s
40	m1	1.39	0.01	s
1	m2	0.98	0.01	s
2	m2	0.87	0.01	s
3	m2	0.92	0.01	s
4	m2	0.95	0.01	s
5	m2	0.93	0.01	s
6	m2	0.91	0.01	s
7	m2	0.85	0.01	s
8	m2	0.89	0.01	s
9	m2	0.86	0.01	s
10	m2	0.86	0.01	s
11	m2	1.00	0.01	s
12	m2	0.92	0.01	s
13	m2	0.89	0.01	s
14	m2	0.93	0.01	s
15	m2	0.87	0.01	s
16	m2	0.87	0.01	s
17	m2	0.89	0.01	s
18	m2	0.87	0.01	s
19	m2	0.87	0.01	s
20	m2	0.94	0.01	s
21	m2	0.91	0.01	s
22	m2	0.86	0.01	s
23	m2	0.93	0.01	s
24	m2	0.87	0.01	s
25	m2	0.93	0.01	s
26	m2	0.87	0.01	s
27	m2	0.54	0.01	s
28	m2	0.88	0.01	s
29	m2	0.84	0.01	s
30	m2	0.94	0.01	s
31	m2	0.99	0.01	s
32	m2	0.89	0.01	s
33	m2	0.90	0.01	s
34	m2	0.91	0.01	s
35	m2	0.86	0.01	s

index	mass	t	uncertainty	uom
36	m2	0.88	0.01	s
37	m2	0.91	0.01	s
38	m2	0.81	0.01	s
39	m2	0.92	0.01	s
40	m2	0.88	0.01	s
1	m3	1.45	0.01	s
2	m3	1.21	0.01	s
3	m3	1.33	0.01	s
4	m3	1.19	0.01	s
5	m3	1.12	0.01	s
6	m3	1.03	0.01	s
7	m3	1.23	0.01	s
8	m3	1.25	0.01	s
9	m3	1.13	0.01	s
10	m3	1.13	0.01	s
11	m3	1.07	0.01	s
12	m3	1.15	0.01	s
13	m3	1.14	0.01	s
14	m3	1.05	0.01	s
15	m3	1.08	0.01	s
16	m3	1.10	0.01	s
17	m3	1.02	0.01	s
18	m3	1.07	0.01	s
19	m3	1.04	0.01	s
20	m3	1.05	0.01	s
21	m3	1.01	0.01	s
22	m3	1.02	0.01	s
23	m3	1.07	0.01	s
24	m3	1.07	0.01	s
25	m3	1.02	0.01	s
26	m3	0.99	0.01	s
27	m3	1.03	0.01	s
28	m3	1.03	0.01	s
29	m3	1.10	0.01	s
30	m3	1.01	0.01	s
31	m3	1.10	0.01	s
32	m3	1.21	0.01	s
33	m3	1.05	0.01	s
34	m3	1.07	0.01	s
35	m3	1.11	0.01	s
36	m3	1.03	0.01	s
37	m3	1.07	0.01	s
38	m3	1.04	0.01	s
39	m3	1.06	0.01	s
40	m3	1.11	0.01	s
1	m4	0.73	0.01	s
2	m4	0.75	0.01	s

index	mass	t	uncertainty	uom
3	m4	0.74	0.01	s
4	m4	0.73	0.01	s
5	m4	0.73	0.01	s
6	m4	0.72	0.01	s
7	m4	0.73	0.01	s
8	m4	0.74	0.01	s
9	m4	0.73	0.01	s
10	m4	0.73	0.01	s
11	m4	0.73	0.01	s
12	m4	0.73	0.01	s
13	m4	0.73	0.01	s
14	m4	0.71	0.01	s
15	m4	0.72	0.01	s
16	m4	0.73	0.01	s
17	m4	0.72	0.01	s
18	m4	0.72	0.01	s
19	m4	0.72	0.01	s
20	m4	0.71	0.01	s
21	m4	0.71	0.01	s
22	m4	0.71	0.01	s
23	m4	0.72	0.01	s
24	m4	0.73	0.01	s
25	m4	0.73	0.01	s
26	m4	0.72	0.01	s
27	m4	0.73	0.01	s
28	m4	0.73	0.01	s
29	m4	0.73	0.01	s
30	m4	0.72	0.01	s
31	m4	0.74	0.01	s
32	m4	0.72	0.01	s
33	m4	0.74	0.01	s
34	m4	0.73	0.01	s
35	m4	0.73	0.01	s
36	m4	0.74	0.01	s
37	m4	0.73	0.01	s
38	m4	0.73	0.01	s
39	m4	0.72	0.01	s
40	m4	0.74	0.01	s
1	m5	0.80	0.01	s
2	m5	0.80	0.01	s
3	m5	0.79	0.01	s
4	m5	0.80	0.01	s
5	m5	0.80	0.01	s
6	m5	0.81	0.01	s
7	m5	0.81	0.01	s
8	m5	0.81	0.01	s
9	m5	0.80	0.01	s

index	mass	t	uncertainty	uom
10	m5	0.82	0.01	s
11	m5	0.80	0.01	s
12	m5	0.79	0.01	s
13	m5	0.81	0.01	s
14	m5	0.82	0.01	s
15	m5	0.80	0.01	s
16	m5	0.73	0.01	s
17	m5	0.80	0.01	s
18	m5	0.81	0.01	s
19	m5	0.82	0.01	s
20	m5	0.79	0.01	s
21	m5	0.79	0.01	s
22	m5	0.80	0.01	s
23	m5	0.81	0.01	s
24	m5	0.82	0.01	s
25	m5	0.82	0.01	s
26	m5	0.80	0.01	s
27	m5	0.82	0.01	s
28	m5	0.81	0.01	s
29	m5	0.81	0.01	s
30	m5	0.83	0.01	s
31	m5	0.82	0.01	s
32	m5	0.81	0.01	s
33	m5	0.80	0.01	s
34	m5	0.80	0.01	s
35	m5	0.80	0.01	s
36	m5	0.80	0.01	s
37	m5	0.81	0.01	s
38	m5	0.81	0.01	s
39	m5	0.81	0.01	s
40	m5	0.80	0.01	s

7 Additional notes

7.1 Data Availability

The data that support the findings of this study are openly available in [dennisangemi/lab1-dfa GitHub Repository](https://github.com/dennisangemi/lab1-dfa) at <https://github.com/dennisangemi/lab1-dfa/tree/main/exp-2/data> under CC-BY 4.0 license. Data are released with metadata according to [frictionless data standard](#).

7.2 Code Availability

The MATLAB code written to get the findings of this study is openly available in [dennisangemi/lab1-dfa GitHub Repository](https://github.com/dennisangemi/lab1-dfa) at <https://github.com/dennisangemi/lab1-dfa/tree/main/exp-2/script>

7.3 Software used

- **MATLAB:** Data Analysis
- **Google Spreadsheet:** Data entry
- **Adobe Experience Design:** Images designing
- **GitHub:** Resource sharing

8 Bibliography

- Taylor, J. (1999). *Introduzione all'analisi degli errori: Lo studio delle incertezze nelle misure fisiche*. Zanichelli
- Bevington, P. (2002). *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences*. McGraw-Hill Education
- Malthe-Sørensen, A. (2015). *Elementary Mechanics Using Matlab: A Modern Course Combining Analytical and Numerical Techniques*. Springer