

Pendolo composto

Relazione: Esame di Laboratorio di Fisica 1

Dennis Angemi¹

¹Dipartimento di Fisica e Astronomia "Ettore Majorana" - Università degli Studi di Catania

5 settembre 2022

Abstract

È stato determinato il valore dell'accelerazione gravitazionale g misurando il periodo di oscillazione di un pendolo fisico. Il valore ottenuto non risulta essere accurato tuttavia è possibile ritenerlo consistente con il valore teorico.

1 Introduzione e cenni teorici

Si definisce pendolo fisico o composto ogni corpo in grado di oscillare in un piano verticale attorno ad un asse orizzontale non passante per il centro di massa, per azione del suo peso. Per il teorema del momento angolare e per le definizioni di accelerazione angolare α e momento M di una forza valgono le seguenti relazioni

$$\begin{cases} \frac{dL}{dt} = I\alpha = I\frac{d^2\theta}{dt^2} \\ \frac{dL}{dt} = M = -mgd\sin\theta \end{cases} \implies I\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mgd\sin\theta \quad (1)$$

da cui si conclude che

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgd}{I}\sin\theta = 0 \quad (2)$$

in cui:

- θ rappresenta l'ampiezza dell'oscillazione (ovvero l'ampiezza dell'angolo acuto che il pendolo forma con la verticale passante per il vincolo O);
- I rappresenta il momento d'inerzia del cilindro vincolato di lunghezza l .

Se l'ampiezza θ delle oscillazioni è piccola, in modo tale da poter sfruttare l'approssimazione $\sin\theta \approx \theta$, è possibile ottenere l'equazione del moto armonico del pendolo fisico

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgd}{I}\theta = 0 \quad (3)$$

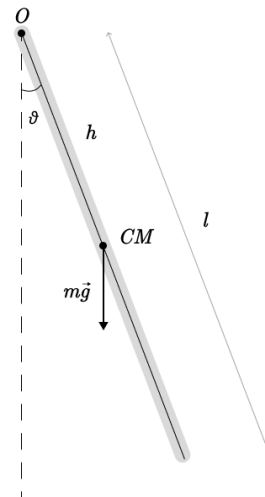


Figure 1: Diagramma delle forze

la cui forma più generale è

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0 \quad (4)$$

con ω che rappresenta la pulsazione. Dalle eq. (3) e (4) si conclude che

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}. \quad (5)$$

È possibile ottenere esplicitamente la funzione $T(h)$, che lega il periodo di un'oscillazione T alla distanza d dell'asse di rotazione dal centro di massa, sfruttando la definizione di pulsazione ω :

$$\begin{cases} \omega = \frac{2\pi}{T} \\ \omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}} \end{cases} \implies T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}. \quad (6)$$

Essendo I il momento di inerzia di un cilindro di massa m e lunghezza l che ruota attorno ad un asse posto ad una distanza d rispetto al suo centro di massa CM (Figura 1), dal teorema di Huygens-Steiner segue

$$I = I_{CM} + md^2 = m\left(\frac{l^2}{12} + d^2\right) \quad (7)$$

che permette di riscrivere l'eq. (6) come di seguito

$$T = \left(\frac{2\pi}{\sqrt{g}}\right) \sqrt{\frac{l^2}{12d} + d} \quad (8)$$

e ottenere l'accelerazione gravitazionale g la cui determinazione della miglior stima è l'obiettivo dell'esperienza in questione

$$g = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{I}{md} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \left(\frac{1}{12} \frac{l^2}{d} + d\right). \quad (9)$$

2 Apparato sperimentale

2.1 Descrizione apparato

L'apparato sperimentale è costituito da un cilindro di lunghezza $l = (1 \pm 0.01) \text{ m}$ vincolato ad un perno mobile che, oltre a consentire le oscillazioni del pendolo, permette allo sperimentatore di variare la distanza d tra l'asse di rotazione e il centro di massa del cilindro.

2.2 Strumenti di misura

Strumento	Sensibilità
Cronometro	0.01 s
Metro	1 cm
Sensore di prossimità TMD4906	0.05 s

Strumento	Sensibilità
-----------	-------------

Table 1: Strumenti di misura

2.3 Procedura di misura

Si è proceduto alla misurazione degli intervalli di tempo t impiegato dal pendolo a compiere mezza oscillazione mediante il sensore di prossimità TMD4906 di uno smartphone Samsung Galaxy S8 posizionato al di sotto del cilindro; nella fase di data collection è stato sfruttato il software Physics Toolbox Sensor Suite. Essendo possibile variare la distanza d , sono state individuate 13 configurazioni per ognuna delle quali sono state effettuate 100 misurazioni di t .

Configurazione	Lunghezza (± 0.2 cm)
1	60
2	65
3	70
4	72
5	75
6	77
7	80
8	82
9	85
10	87
11	90
12	92
13	95

Table 2: Configurazioni

Si noti che :

- le misure della lunghezza del pendolo risultano poco precise per via della difficoltà riscontrata nell'interpolazione in fase di lettura: il cilindro è dotato di incisioni poste ad una distanza di 1 cm l'una dall'altra;
- la lunghezza in Tabella 2 non coincide con la distanza d di cui sopra;
- È possibile consultare i dati relativi alle circa 1300 misure in Appendice A.

3 Analisi dei dati e propagazione degli errori

3.1 Test del χ^2

Avendo effettuato 100 misurazione di t per ogni configurazione, si è proceduto all'analisi della distribuzione dei valori osservati al fine di verificare se i risultati dell'esperimento sono governati dalla distribuzione limite normale attesa. Selezionando arbitrariamente la configurazione 6, si

è proceduto alla determinazione della media \bar{t} e della deviazione standard σ_t come da eq. 10

$$\bar{t} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i = 777.2 \text{ s} \quad \sigma_t = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - \bar{t})^2} = 2.1 \text{ s} \quad (10)$$

e gli $N = 100$ valori sono stati disposti in 4 intervalli le cui caratteristiche sono riassunte in Tabella 3

intervallo k	estremi	probabilità P_k	numero atteso E_k	numero osservato O_k
1	$t < \bar{t} - \sigma$	0.16	16.16	21
2	$\bar{t} - \sigma < t < \bar{t}$	0.34	34.34	37
3	$\bar{t} < t < \bar{t} + \sigma$	0.34	34.34	30
4	$t > \bar{t} + \sigma$	0.16	16.16	13

Table 3: Configurazione 6

Dai dati in Tabella 3 è stato possibile calcolare

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^n \frac{(O_k - E_k)^2}{E_k} = 2.8 \quad (11)$$

con

- O_k numeri osservati nell'intervallo k
- E_k numeri attesi nell'intervallo k .

Dal momento che il numero di intervalli k è pari a 4 e che i vincoli della distribuzione gaussiana sono pari a 3, si conclude che i gradi di libertà $d = 1$ e di conseguenza il valore $\chi^2 = 2.8$ coincide con il valore del chi-quadro ridotto $\tilde{\chi}^2$. Non essendo verificata la condizione $\tilde{\chi}^2 \gg 1$ ed essendo χ^2 dell'ordine di n , è ragionevole supporre che le misure t_i siano governate dalla distribuzione attesa: la distribuzione normale.

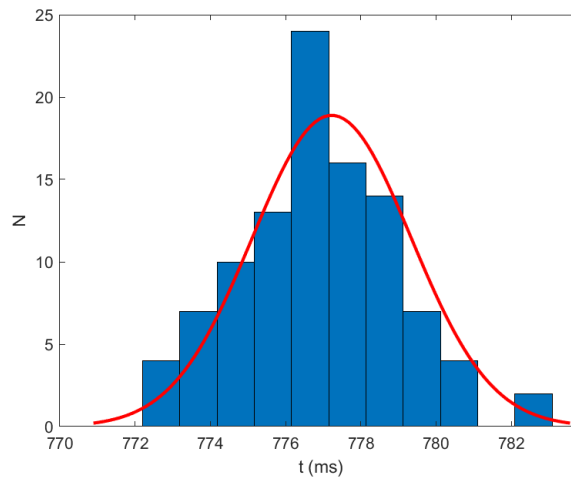


Figure 2: Distribuzione delle misure t_i della configurazione 6

3.2 Analisi statistica

Per ogni configurazione j (con $j = 1, 2, \dots, 13$) si è proceduto al calcolo della media dei periodi T_i e della deviazione standard σ_T

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (T_i - \bar{T})^2}. \quad (12)$$

È stata determinata inoltre la distanza d sottraendo 50 cm alla lunghezza riportata in Tabella 2

Configuration j	$\bar{T}(s)$	σ_T	d (m)
1	1.995	0.004	0.1
2	1.74	0.02	0.15
3	1.65	0.02	0.2
4	1.62	0.02	0.22
5	1.56	0.02	0.25
6	1.555	0.004	0.27
7	1.53	0.02	0.3
8	1.57	0.02	0.32
9	1.54	0.02	0.35
10	1.59	0.02	0.37
11	1.596	0.004	0.4
12	1.60	0.02	0.42
13	1.636	0.009	0.45

Table 4: Periodi \bar{T} in funzione di d

Dalla Figura 3, rappresentante i dati in Tabella 4, è possibile osservare come soltanto due valori osservati siano perfettamente in accordo con la curva teorica descritta dalla funzione

$$T(d) = 2\pi \sqrt{\frac{1}{gd} \left(\frac{l^2}{12} + d^2 \right)}. \quad (13)$$

Linearizzando l'eq. 13 si ottiene la seguente espressione per $T(d)$

$$T = \left(\frac{2\pi}{\sqrt{g}} \right) \sqrt{\frac{l^2}{12d} + d} \quad (14)$$

in cui il fattore $\frac{2\pi}{\sqrt{g}}$ rappresenta il coefficiente angolare della retta che meglio approssima i dati sperimentali. Si applica quindi il metodo dei minimi quadrati considerando una generica funzione $y = A + Bx$ ed effettuando le seguenti posizioni

$$y = \bar{T} \quad x = \sqrt{\frac{l^2}{12d} + d}. \quad (15)$$

È possibile stimare i parametri A e B applicando il metodo dei minimi quadrati come di seguito

$$A = \frac{\sum x^2 \sum y - \sum x \sum xy}{\Delta} = 00.9; \quad B = \frac{N \sum xy - \sum x \sum y}{\Delta} = 2.2 \quad (16)$$

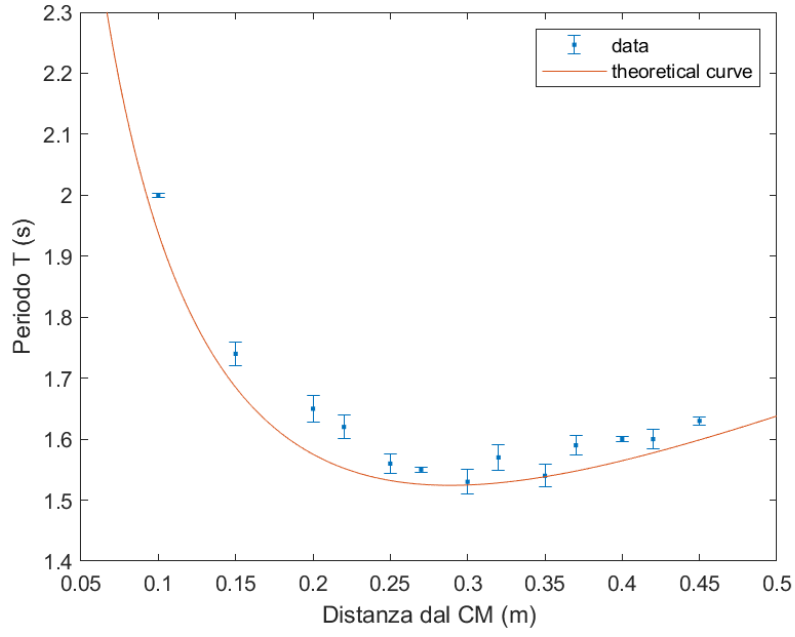


Figure 3: Periodo T in funzione della distanza d

con

$$\Delta = N \sum x^2 - \left(\sum x \right)^2. \quad (17)$$

Le incertezze nella misura di y e nei parametri A e B risultano essere rispettivamente

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{N-2} \sum_i (y_i - A - Bx_i)^2} = 0.02 \quad (18)$$

$$\sigma_A = \sigma_y \sqrt{\frac{\sum x^2}{\Delta}}; \quad \sigma_B = \sigma_y \sqrt{\frac{N}{\Delta}}. \quad (19)$$

Si conclude dunque che

$$A = -0.09 \pm 0.08, \quad (20)$$

$$B = 2.2 \pm 0.1 \quad (21)$$

pertanto la retta di best fit assume la forma

$$y = -0.09 + 2.2x \quad (22)$$

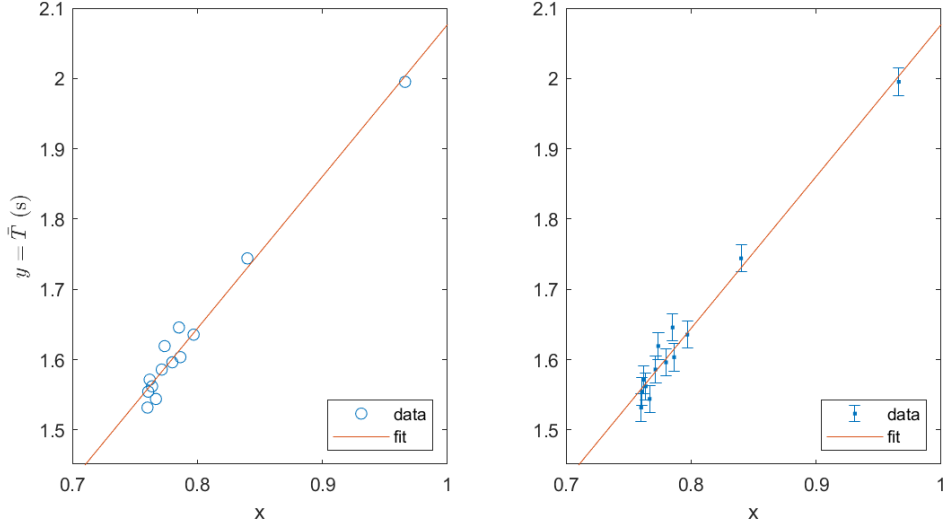


Figure 4: Best fit

Al fine di valutare la correlazione delle grandezze y e x , si procede al calcolo del coefficiente di correlazione lineare

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}} = 0.99 \quad (23)$$

dal cui valore è possibile comprendere come i punti (x_i, y_i) si adattino praticamente in modo perfetto alla retta y . Essendo B pari al coefficiente angolare della retta y è possibile stimare il valore dell'accelerazione gravitazionale g come di seguito

$$B = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \iff g = \left(\frac{2\pi}{B}\right)^2 = 8.4 \text{ m/s}^2. \quad (24)$$

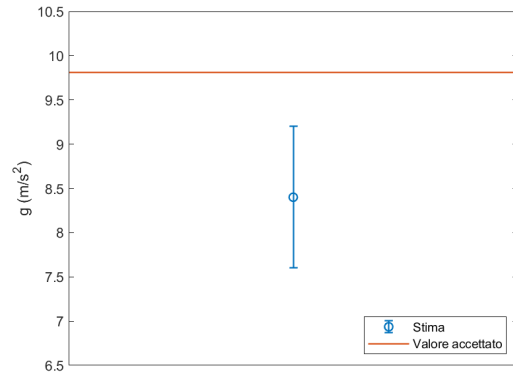
L'incertezza su g sarà data dalla propagazione degli errori

$$\sigma_g = \left| \frac{\partial g}{\partial B} \right| \sigma_B = \frac{8\pi^2}{B^3} \sigma_B = 0.8 \text{ m/s}^2. \quad (25)$$

Si conclude quindi che

$$g_{best} = 8.4 \pm 0.8 \text{ m/s}^2 \quad (26)$$

un valore che differisce dal valore accettato (9.8 m/s^2) di $1.75 \sigma_g$.



Oltre alla determinazione della miglior stima dell'accelerazione gravitazionale g_{best} applicando il metodo dei minimi quadrati, si è ritenuto opportuno procedere ad un'ulteriore stima di g (effettuata per ogni configurazione j) la cui determinazione si avvale dell'eq. 9. I risultati del procedimento descritto (dotati della loro deviazione standard) sono rappresentati in Figura 5 e riportati nel dettaglio in Tabella 5.

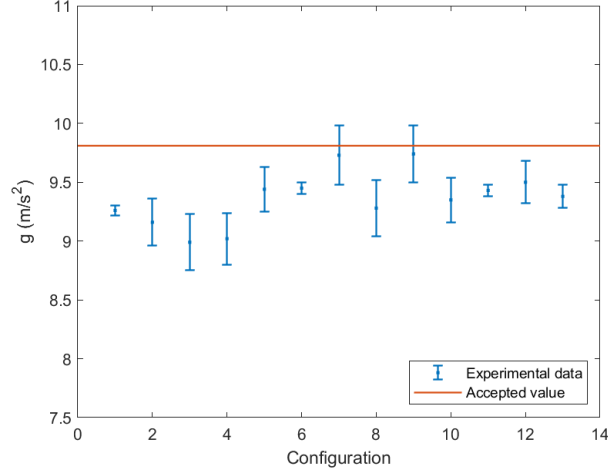


Figure 5: \bar{g} in funzione delle 13 configurazioni

Configurazione j	\bar{g}_j	σ_g
1	9.26	0.04
2	9.2	0.2
3	9.0	0.2
4	9.0	0.2
5	9.4	0.2
6	9.45	0.05
7	9.7	0.3
8	9.3	0.2
9	9.7	0.2
10	9.4	0.2
11	9.43	0.05
12	9.5	0.12
13	9.4	0.1

Table 5: Valori di \bar{g} in funzione delle 13 configurazioni

Il valore medio \bar{g} delle misure riportate in Tabella 5 è $\bar{g} = 9.4 \pm 0.2 \text{ m/s}^2$.

4 Risultati e conclusioni

La migliore stima di g_{best} , ottenuta a seguito dell'applicazione del metodo dei minimi quadrati, e il valore \bar{g} ottenuto mediando risultano essere rispettivamente

$$g_{best} = 8.4 \pm 0.8 \text{ m/s}^2 \quad \bar{g} = 9.4 \pm 0.2 \text{ m/s}^2. \quad (27)$$

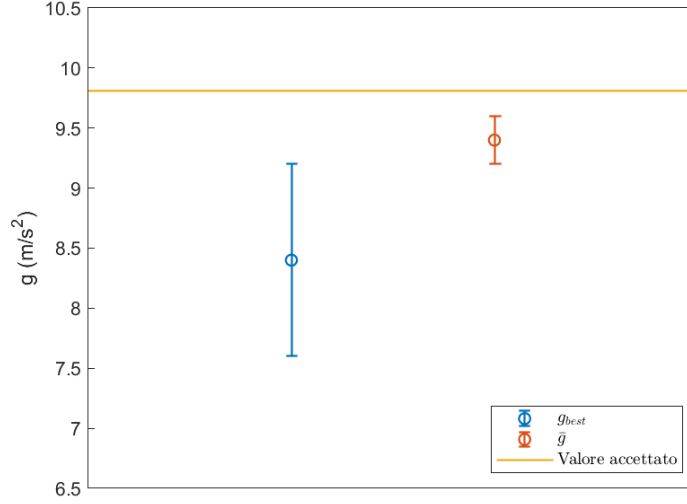


Figure 6: Gli intervalli di g_{best} e \bar{g} a confronto

Gli intervalli probabili di g_{best} e \bar{g} raffigurati in Figura 6 si sovrappongono pertanto risultano essere in buon accordo. Entrambi i valori di g_{best} e \bar{g} non differiscono dal valore accettato di 9.8 m/s^2 per più di 2σ e da ciò è ragionevole affermare che, nonostante l'esperimento non sia conclusivo e i risultati ottenuti siano dotati di una scarsa accuratezza, essi risultano comunque essere consistenti con il valore accettato. In particolare g_{best} differisce dal valore noto di $1.75 \sigma_g$ e \bar{g} differisce dal valore noto di $2 \sigma_{\bar{g}}$.

5 Additional notes

5.1 Data Availability

The data that support the findings of this study are openly available in [dennisangemi/lab1-exam GitHub Repository](https://github.com/dennisangemi/lab1-exam) at <https://github.com/dennisangemi/lab1-exam/tree/main/data> under [CC-BY 4.0 license](#).

5.2 Code Availability

The MATLAB code written to get the findings of this study is openly available in [dennisangemi/lab1-exam GitHub Repository](https://github.com/dennisangemi/lab1-exam) at <https://github.com/dennisangemi/lab1-exam/tree/main/scripts>

5.3 Software used

- **MATLAB:** Data Analysis
- **Physics Toolbox Sensor Suite:** Data Collection
- **GitHub:** Resource sharing
- **Figma:** Images designing

6 Bibliography

- Taylor, J. (1999). *Introduzione all'analisi degli errori: Lo studio delle incertezze nelle misure fisiche*. Zanichelli
- Bevington, P. (2002). *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences*. McGraw-Hill Education
- Malthe-Sørenssen, A. (2015). *Elementary Mechanics Using Matlab: A Modern Course Combining Analytical and Numerical Techniques*. Springer
- Mazzoldi, P., Nigro, M., Voci, C. (2001). *Fisica. Meccanica, termodinamica (Vol. 1)*. Edises

7 Appendice A

7.1 Tabella 1

Configuration	Event	Time (ms)
1	1	1002
1	2	995
1	3	998
1	4	1000
1	5	996
1	6	998
1	7	997
1	8	997
1	9	996
1	10	1000
1	11	995
1	12	997
1	13	997
1	14	999
1	15	995
1	16	998
1	17	998
1	18	997
1	19	1000
1	20	993
1	21	999
1	22	997
1	23	998
1	24	998
1	25	997
1	26	995
1	27	998
1	28	1001
1	29	997
1	30	998

Configuration	Event	Time (ms)
1	31	998
1	32	997
1	33	998
1	34	1001
1	35	998
1	36	998
1	37	998
1	38	994
1	39	998
2	1	883
2	2	887
2	3	860
2	4	856
2	5	876
2	6	854
2	7	857
2	8	874
2	9	872
2	10	878
2	11	878
2	12	877
2	13	856
2	14	874
2	15	862
2	16	858
2	17	872
2	18	860
2	19	878
2	20	876
2	21	876
2	22	880
2	23	881
2	24	882
2	25	876
2	26	855
2	27	862
2	28	875
2	29	877
2	30	873
2	31	895
2	32	858
2	33	876
2	34	877
2	35	879
2	36	876
2	37	863
2	38	874

Configuration	Event	Time (ms)
2	39	889
2	40	881
2	41	877
2	42	875
2	43	878
2	44	876
2	45	874
2	46	875
2	47	875
2	48	876
2	49	878
2	50	877
2	51	870
2	52	875
2	53	885
2	54	875
2	55	862
2	56	857
2	57	861
2	58	857
2	59	855
2	60	857
2	61	875
2	62	873
2	63	874
2	64	880
2	65	888
2	66	875
2	67	860
2	68	874
2	69	875
2	70	876
2	71	875
2	72	876
2	73	861
2	74	876
2	75	874
2	76	854
2	77	879
2	78	853
2	79	876
2	80	874
2	81	884
2	82	856
2	83	882
3	1	818
3	2	821

Configuration	Event	Time (ms)
3	3	818
3	4	819
3	5	817
3	6	837
3	7	818
3	8	857
3	9	820
3	10	819
3	11	860
3	12	818
3	13	818
3	14	817
3	15	817
3	16	817
3	17	821
3	18	820
3	19	820
3	20	818
3	21	840
3	22	837
3	23	816
3	24	814
3	25	836
3	26	817
3	27	814
3	28	858
3	29	817
3	30	832
3	31	819
3	32	820
3	33	818
3	34	841
3	35	819
3	36	816
3	37	821
3	38	879
3	39	815
3	40	819
3	41	820
3	42	817
3	43	835
3	44	839
3	45	834
3	46	837
3	47	815
3	48	818
3	49	821

Configuration	Event	Time (ms)
3	50	817
3	51	857
3	52	815
3	53	816
3	54	817
3	55	814
3	56	835
3	57	799
3	58	821
3	59	819
3	60	818
3	61	815
3	62	841
3	63	817
3	64	838
3	65	815
3	66	820
3	67	818
3	68	818
3	69	816
3	70	818
3	71	819
3	72	836
3	73	819
3	74	818
3	75	816
3	76	816
3	77	818
3	78	818
3	79	820
3	80	816
3	81	821
3	82	821
3	83	818
4	1	820
4	2	814
4	3	820
4	4	798
4	5	800
4	6	816
4	7	814
4	8	799
4	9	797
4	10	817
4	11	799
4	12	800
4	13	816

Configuration	Event	Time (ms)
4	14	817
4	15	819
4	16	797
4	17	818
4	18	818
4	19	798
4	20	813
4	21	793
4	22	795
4	23	798
4	24	814
4	25	797
4	26	800
4	27	814
4	28	816
4	29	817
4	30	818
4	31	814
4	32	817
4	33	816
4	34	799
4	35	798
4	36	797
4	37	818
4	38	793
4	39	798
4	40	817
4	41	797
4	42	817
4	43	818
4	44	817
4	45	800
4	46	794
4	47	796
4	48	817
4	49	817
4	50	821
4	51	797
4	52	817
4	53	818
4	54	816
4	55	817
4	56	816
4	57	817
4	58	815
4	59	815
4	60	817

Configuration	Event	Time (ms)
4	61	818
4	62	821
4	63	816
4	64	814
4	65	800
4	66	818
4	67	815
4	68	797
4	69	817
4	70	797
4	71	820
4	72	817
4	73	799
4	74	817
4	75	818
4	76	797
4	77	818
4	78	816
4	79	798
4	80	815
4	81	816
4	82	794
4	83	818
4	84	797
4	85	816
4	86	799
5	1	778
5	2	778
5	3	798
5	4	774
5	5	782
5	6	777
5	7	774
5	8	779
5	9	777
5	10	779
5	11	777
5	12	799
5	13	775
5	14	780
5	15	776
5	16	779
5	17	777
5	18	779
5	19	777
5	20	790
5	21	777

Configuration	Event	Time (ms)
5	22	776
5	23	779
5	24	795
5	25	779
5	26	775
5	27	795
5	28	777
5	29	778
5	30	796
5	31	779
5	32	779
5	33	781
5	34	776
5	35	777
5	36	774
5	37	780
5	38	781
5	39	775
5	40	780
5	41	799
5	42	780
5	43	777
5	44	778
5	45	778
5	46	804
5	47	777
5	48	777
5	49	775
5	50	777
5	51	779
5	52	777
5	53	777
5	54	780
5	55	775
5	56	778
5	57	778
5	58	772
5	59	777
5	60	777
5	61	778
5	62	777
5	63	776
5	64	798
5	65	779
5	66	796
5	67	778
5	68	796

Configuration	Event	Time (ms)
5	69	777
5	70	775
5	71	797
5	72	776
5	73	778
5	74	774
5	75	775
5	76	778
5	77	783
5	78	797
5	79	800
5	80	776
5	81	778
5	82	798
5	83	779
5	84	779
5	85	777
5	86	777
5	87	777
5	88	794
6	1	779
6	2	775
6	3	779
6	4	779
6	5	778
6	6	778
6	7	781
6	8	775
6	9	774
6	10	774
6	11	777
6	12	779
6	13	773
6	14	779
6	15	778
6	16	776
6	17	780
6	18	781
6	19	778
6	20	777
6	21	774
6	22	775
6	23	777
6	24	777
6	25	778
6	26	778
6	27	774

Configuration	Event	Time (ms)
6	28	776
6	29	778
6	30	777
6	31	780
6	32	775
6	33	781
6	34	777
6	35	775
6	36	777
6	37	778
6	38	773
6	39	778
6	40	773
6	41	776
6	42	777
6	43	776
6	44	777
6	45	777
6	46	775
6	47	778
6	48	776
6	49	779
6	50	776
6	51	776
6	52	775
6	53	776
6	54	777
6	55	775
6	56	777
6	57	780
6	58	780
6	59	778
6	60	777
6	61	777
6	62	779
6	63	777
6	64	779
6	65	777
6	66	778
6	67	779
6	68	783
6	69	779
6	70	780
6	71	781
6	72	778
6	73	775
6	74	773

Configuration	Event	Time (ms)
6	75	778
6	76	776
6	77	779
6	78	779
6	79	780
6	80	779
6	81	774
6	82	779
6	83	774
6	84	777
6	85	778
6	86	776
6	87	777
6	88	777
6	89	774
6	90	776
6	91	783
6	92	776
6	93	777
6	94	777
6	95	775
6	96	777
6	97	776
6	98	777
6	99	777
6	100	778
6	101	780
7	1	777
7	2	778
7	3	761
7	4	758
7	5	758
7	6	756
7	7	758
7	8	776
7	9	777
7	10	780
7	11	758
7	12	757
7	13	757
7	14	758
7	15	779
7	16	777
7	17	759
7	18	775
7	19	775
7	20	757

Configuration	Event	Time (ms)
7	21	756
7	22	776
7	23	759
7	24	758
7	25	777
7	26	757
7	27	755
7	28	760
7	29	781
7	30	757
7	31	776
7	32	778
7	33	756
7	34	760
7	35	779
7	36	761
7	37	777
7	38	754
7	39	778
7	40	755
7	41	779
7	42	777
7	43	758
7	44	757
7	45	777
7	46	780
7	47	759
7	48	757
7	49	756
7	50	777
7	51	760
7	52	756
7	53	778
7	54	779
7	55	777
7	56	777
7	57	756
7	58	757
7	59	758
7	60	757
7	61	754
7	62	776
7	63	756
7	64	776
7	65	757
7	66	776
7	67	776

Configuration	Event	Time (ms)
7	68	756
7	69	757
7	70	774
7	71	779
7	72	757
7	73	760
7	74	779
7	75	778
7	76	758
7	77	756
7	78	759
7	79	759
7	80	758
7	81	755
7	82	758
7	83	756
7	84	756
7	85	776
7	86	778
7	87	755
7	88	759
7	89	778
7	90	776
7	91	781
7	92	761
7	93	774
7	94	777
7	95	777
7	96	758
7	97	758
7	98	757
7	99	759
7	100	778
7	101	753
8	1	777
8	2	778
8	3	779
8	4	777
8	5	795
8	6	796
8	7	789
8	8	796
8	9	797
8	10	777
8	11	776
8	12	798
8	13	797

Configuration	Event	Time (ms)
8	14	777
8	15	798
8	16	777
8	17	778
8	18	796
8	19	800
8	20	796
8	21	778
8	22	776
8	23	776
8	24	774
8	25	779
8	26	796
8	27	794
8	28	796
8	29	797
8	30	798
8	31	780
8	32	799
8	33	778
8	34	780
8	35	774
8	36	776
8	37	798
8	38	779
8	39	779
8	40	798
8	41	799
8	42	799
8	43	778
8	44	776
8	45	778
8	46	800
8	47	781
8	48	797
8	49	775
8	50	779
8	51	775
8	52	797
8	53	797
8	54	780
8	55	798
8	56	777
8	57	800
8	58	776
8	59	777
8	60	794

Configuration	Event	Time (ms)
8	61	773
8	62	773
8	63	773
8	64	774
8	65	797
8	66	773
8	67	794
8	68	798
8	69	797
8	70	800
8	71	774
8	72	775
8	73	774
8	74	777
8	75	778
8	76	795
8	77	781
8	78	799
8	79	779
8	80	782
8	81	798
8	82	778
8	83	777
8	84	798
8	85	778
9	1	759
9	2	776
9	3	777
9	4	782
9	5	777
9	6	777
9	7	779
9	8	778
9	9	758
9	10	780
9	11	780
9	12	780
9	13	756
9	14	760
9	15	778
9	16	778
9	17	779
9	18	753
9	19	776
9	20	778
9	21	781
9	22	756

Configuration	Event	Time (ms)
9	23	778
9	24	758
9	25	775
9	26	778
9	27	777
9	28	776
9	29	780
9	30	775
9	31	776
9	32	778
9	33	778
9	34	774
9	35	778
9	36	758
9	37	780
9	38	777
9	39	780
9	40	775
9	41	759
9	42	758
9	43	777
9	44	758
9	45	759
9	46	776
9	47	778
9	48	777
9	49	780
9	50	779
9	51	755
9	52	781
9	53	757
9	54	777
9	55	777
9	56	763
9	57	757
9	58	776
9	59	773
9	60	778
9	61	779
9	62	773
9	63	773
9	64	779
9	65	757
9	66	777
9	67	778
9	68	775
9	69	759

Configuration	Event	Time (ms)
9	70	777
9	71	779
9	72	778
9	73	760
9	74	775
9	75	776
9	76	754
9	77	779
9	78	758
9	79	773
9	80	777
9	81	753
10	1	796
10	2	775
10	3	780
10	4	778
10	5	799
10	6	798
10	7	798
10	8	798
10	9	798
10	10	795
10	11	797
10	12	776
10	13	794
10	14	797
10	15	797
10	16	795
10	17	795
10	18	798
10	19	801
10	20	798
10	21	795
10	22	797
10	23	797
10	24	797
10	25	795
10	26	793
10	27	794
10	28	798
10	29	798
10	30	775
10	31	780
10	32	777
10	33	798
10	34	793
10	35	798

Configuration	Event	Time (ms)
10	36	798
10	37	796
10	38	797
10	39	779
10	40	798
10	41	793
10	42	794
10	43	798
10	44	799
10	45	798
10	46	780
10	47	798
10	48	795
10	49	799
10	50	796
10	51	776
10	52	778
10	53	780
10	54	796
10	55	796
10	56	795
10	57	796
10	58	797
10	59	798
10	60	796
10	61	800
10	62	796
10	63	775
10	64	777
10	65	797
10	66	798
10	67	798
10	68	794
10	69	797
10	70	794
10	71	798
10	72	781
10	73	796
10	74	797
10	75	796
10	76	782
10	77	798
10	78	795
10	79	797
10	80	794
10	81	798
10	82	777

Configuration	Event	Time (ms)
10	83	792
10	84	797
10	85	782
10	86	800
10	87	801
10	88	794
10	89	795
11	1	798
11	2	802
11	3	797
11	4	797
11	5	801
11	6	796
11	7	798
11	8	796
11	9	796
11	10	797
11	11	797
11	12	798
11	13	797
11	14	800
11	15	797
11	16	798
11	17	799
11	18	796
11	19	795
11	20	799
11	21	800
11	22	799
11	23	798
11	24	798
11	25	796
11	26	799
11	27	794
11	28	800
11	29	798
11	30	799
11	31	798
11	32	800
11	33	796
11	34	798
11	35	798
11	36	799
11	37	802
11	38	797
11	39	795
11	40	798

Configuration	Event	Time (ms)
11	41	802
11	42	800
11	43	798
11	44	800
11	45	798
11	46	799
11	47	797
11	48	796
11	49	799
11	50	798
11	51	798
11	52	795
11	53	800
11	54	796
11	55	798
11	56	797
11	57	799
11	58	796
11	59	800
11	60	797
11	61	797
11	62	798
11	63	795
11	64	799
11	65	800
11	66	800
11	67	797
11	68	800
11	69	800
11	70	802
11	71	795
11	72	800
11	73	799
11	74	802
11	75	795
12	1	819
12	2	798
12	3	798
12	4	798
12	5	798
12	6	819
12	7	797
12	8	814
12	9	820
12	10	797
12	11	799
12	12	798

Configuration	Event	Time (ms)
12	13	797
12	14	799
12	15	816
12	16	801
12	17	803
12	18	797
12	19	797
12	20	799
12	21	817
12	22	796
12	23	798
12	24	801
12	25	799
12	26	815
12	27	799
12	28	800
12	29	796
12	30	800
12	31	801
12	32	802
12	33	797
12	34	796
12	35	802
12	36	817
12	37	798
12	38	798
12	39	798
12	40	818
12	41	797
12	42	799
12	43	797
12	44	797
12	45	797
12	46	800
12	47	796
12	48	795
12	49	795
12	50	800
12	51	798
12	52	795
12	53	798
12	54	796
12	55	797
12	56	797
12	57	800
12	58	795
12	59	817

Configuration	Event	Time (ms)
12	60	797
12	61	797
12	62	800
12	63	818
12	64	796
12	65	821
12	66	817
12	67	801
12	68	800
12	69	794
12	70	800
12	71	817
12	72	817
12	73	800
12	74	796
12	75	796
12	76	796
12	77	799
12	78	795
12	79	799
12	80	797
12	81	798
12	82	799
12	83	797
12	84	797
12	85	797
12	86	796
12	87	817
12	88	798
12	89	816
12	90	799
12	91	797
12	92	799
12	93	797
12	94	801
12	95	819
12	96	813
12	97	799
12	98	800
12	99	797
12	100	797
12	101	800
12	102	797
12	103	800
12	104	799
12	105	798
12	106	814

Configuration	Event	Time (ms)
12	107	816
13	1	814
13	2	815
13	3	814
13	4	822
13	5	819
13	6	835
13	7	817
13	8	813
13	9	816
13	10	818
13	11	819
13	12	815
13	13	816
13	14	817
13	15	819
13	16	816
13	17	818
13	18	821
13	19	818
13	20	816
13	21	819
13	22	817
13	23	818
13	24	814
13	25	818
13	26	816
13	27	818
13	28	816
13	29	817
13	30	819
13	31	818
13	32	820
13	33	819
13	34	813
13	35	817
13	36	813
13	37	814
13	38	819
13	39	817
13	40	816
13	41	815
13	42	817
13	43	813
13	44	817
13	45	816
13	46	816

Configuration	Event	Time (ms)
13	47	817
13	48	817
13	49	813
13	50	819
13	51	815
13	52	816
13	53	819
13	54	836
13	55	820
13	56	815
13	57	819
13	58	818
13	59	833
13	60	820
13	61	813
13	62	817
13	63	819
13	64	816
13	65	819
13	66	818
13	67	817
13	68	816
13	69	816
13	70	836
13	71	817
13	72	834
13	73	818
13	74	818
13	75	820
13	76	816
13	77	817
13	78	821
13	79	818
13	80	819
13	81	817
13	82	839
13	83	818
13	84	815
13	85	815
13	86	816
13	87	816
13	88	817
13	89	816
13	90	816
13	91	816
13	92	815
13	93	815

Configuration	Event	Time (ms)
13	94	817
13	95	818
13	96	816
13	97	821
13	98	818
13	99	815
13	100	814
13	101	814
13	102	818

Table 6: Tempi t in funzione di d