

# Характеризация быстрого нелокального переноса тепла в плазме токамака при включении мощного дополнительного нагрева

А. Б. Кукушкин<sup>1,2</sup>, П. А. Сдвиженский<sup>1</sup>, А. В. Соколов<sup>3,4</sup>

<sup>1</sup>НИЦ «Курчатовский институт», Москва, Россия

<sup>2</sup>Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, Москва, Россия

<sup>3</sup>Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН,

<sup>4</sup>Институт геохимии и аналитической химии им. В.И. Вернадского РАН

Явление быстрого нелокального переноса тепла (БНПТ) в плазме в установках для магнитного термоядерного синтеза (токамаках, стеллараторах) наиболее подробно исследовано на примере экспериментов, когда отклик пространственного профиля электронной температуры на ее локальное возмущение на периферии плазменного шнура оказывается мгновенным в масштабе времени диффузии тепла, описываемой уравнением теплопроводности. В настоящей работе проведен анализ БНПТ на примере явления, для которого имеется существенно более широкая база данных и заключающегося в приближенном сохранении формы пространственного распределения (но не абсолютных значений) электронного давления плазмы на всей стадии разряда при постоянном полном тороидальном электрическом токе, даже при включении и выключении мощного дополнительного нагрева плазмы на этой стадии. При этом использован метод сбалансированной идентификации для поиска оптимального (в смысле минимизации среднеквадратичной ошибки кросс-валидации) соотношения между сложностью модели и статистическим разбросом (погрешностью) экспериментальных данных.

## 1. Введение

Ранее нами было подробно исследован один тип явлений быстрого нелокального переноса тепла (БНПТ) в установках магнитного удержания термоядерной плазмы (токамаках и стеллараторе). Эти явления проявляются в мгновенном (в масштабе времени обычной, т.е. броуновской диффузии тепла, описываемой уравнением теплопроводности) отклике пространственного профиля электронной температуры на ее локальное возмущение. Такие явления возникают, в частности, в случае создания сильного скачка температуры в небольшой пространственной области на периферии плазменного шнура, а именно при резком охлаждении периферии путем инъекции пеллеты примесного вещества или при резком усилении омического нагрева на краю шнура за счет скачка скорости поступления полоидального магнитного поля в плазму. Основные результаты интерпретации указанного класса явлений БНПТ представлены в [1]. Использована физическая модель БНПТ [2, 3], основанная на нелокальном переносе тепла электромагнитными (ЭМ) волнами с большой длиной свободного пробега. Такой перенос описывается интегральными по пространству (супердиффузионными) уравнениями, несводимыми к дифференциальным уравнениям диффузионного типа. Для решения обратной задачи нами использован метод сбалансированной идентификации [4, 5], который состоит в поиске оптимального (в смысле минимизации среднеквадратичной ошибки кросс-валидации) соотношения между сложностью модели и количеством и качеством (погрешностью) экспериментальных данных.

Большой интерес представляет обобщение анализа БНПТ на случай произвольной локализации мгновенного источника тепла в плазме. Актуальность такой задачи видна из того, что процессы быстрого нелокального переноса (т.е. мгновенного отклика в масштабе диффузионных времен теплопереноса) имеют место также и при включении или выключении мощного дополнительного нагрева плазмы. Известно [6-8], что на

квазистационарной стадии разряда, характеризуемой постоянством во времени значения полного тороидального электрического тока в плазме (поэтому в международной терминологии эта стадия получила название flat-top – по наличию длинного плато на графике зависимости разрядного тока от времени), имеется приближенное сохранение пространственного профиля распределения температуры (т.е. относительной формы этого распределения) при значительном (в два раза и более) изменении абсолютных значений температуры. Поэтому представляет большой интерес проверка применимости концепции [6-8] к тем разрядам, когда на квазистационарной стадии с включением и выключением очень мощного дополнительного нагрева, вплоть до 20 МВт полной мощности нагрева различными способами (напр., инжекцией пучков нейтральных атомов и инжекцией ЭМ волн для нагрева ионов с помощью ионного циклотронного резонанса).

Основная идея рассматриваемых нами ранее моделей БНПТ по обеим версиям, а именно в моделях [2], [3] и в последней версии [9], состоит в следующем. Полагается, что для описания быстрых процессов, включая резко нестационарные переходные процессы, на небольшом интервале времени вблизи момента начала такого переходного процесса можно пренебречь переносом тепла диффузионными механизмами по сравнению с неким более быстрым, нелокальным переносом. Такой перенос в терминах современной теории интегро-дифференциальных уравнений с медленно спадающим ядром интегрального оператора, попадающим, в частности, в класс распределений Леви, принято называть супердиффузионным (см. напр. недавние обзоры [10, 11]). Возможность такого пренебрежения применима даже к общепринятой аномальной (по сравнению с классическими механизмами кулоновского столкновительного переноса тепла) диффузии тепла поперек магнитного поля в замагниченной плазме. Полуэмпирическая модель аномальной диффузии показала возможность с приемлемой точностью описывать многие, но, увы, не все экспериментальные данные при интерпретации экспериментов в установках магнитного удержания плазмы. Неприменимость модели аномальной диффузии для явлений БНПТ отмечена в различных работах.

В [2], [3], [9] были рассмотрены задачи эволюции температуры плазмы при резком изменении температуры на периферии плазменного шнура. Там была разработана модель, предполагающая возможность свести уравнение переноса тепла к учету только некоего гипотетического волнового механизма, параметры которого можно найти, изучая отклонения температуры в широкой центральной части шнура за счет изменения следующих параметров: пространственного профиля коэффициента поглощения этих волн в плазме, коэффициента отражения волн внутрь плазмы на ее границе, доли полной мощности нагрева плазмы, создающей источник ЭМ волн, ответственных за изучаемый супердиффузионный перенос.

Результаты анализа данных экспериментов на токамаках JET и TFTR и стеллараторе LHD показали [1], что рассмотренная физическая модель может качественно объяснить эволюцию электронной температуры центральной плазмы на начальном этапе быстро нелокального транспорта событий типа «холодного импульсного» («cold pulse»), поскольку модель совместима с сильным изменением во времени коэффициента отражения волн и с высокими значениями коэффициента внутреннего отражения по сравнению с таковыми для стенок вакуумной камеры. Результаты [1-3] позволили утверждать, что для супердиффузионных физических моделей БНПТ метод сбалансированной идентификации [4, 5] является эффективным инструментом их верификации.

В настоящей работе мы будем использовать модельные экспериментальные данные, воспроизводящие основные свойства результатов измерений интересующих нас параметров плазмы, представленных, в частности, в [12-20]. Прямое применение моделей типа [2], [3], [9] к изучению БНПТ в случае разрядов с включением мощного дополнительного нагрева затруднено тем, что источник тепла расположен в той же области (преимущественно центральной области плазменного шнура), где исследуется

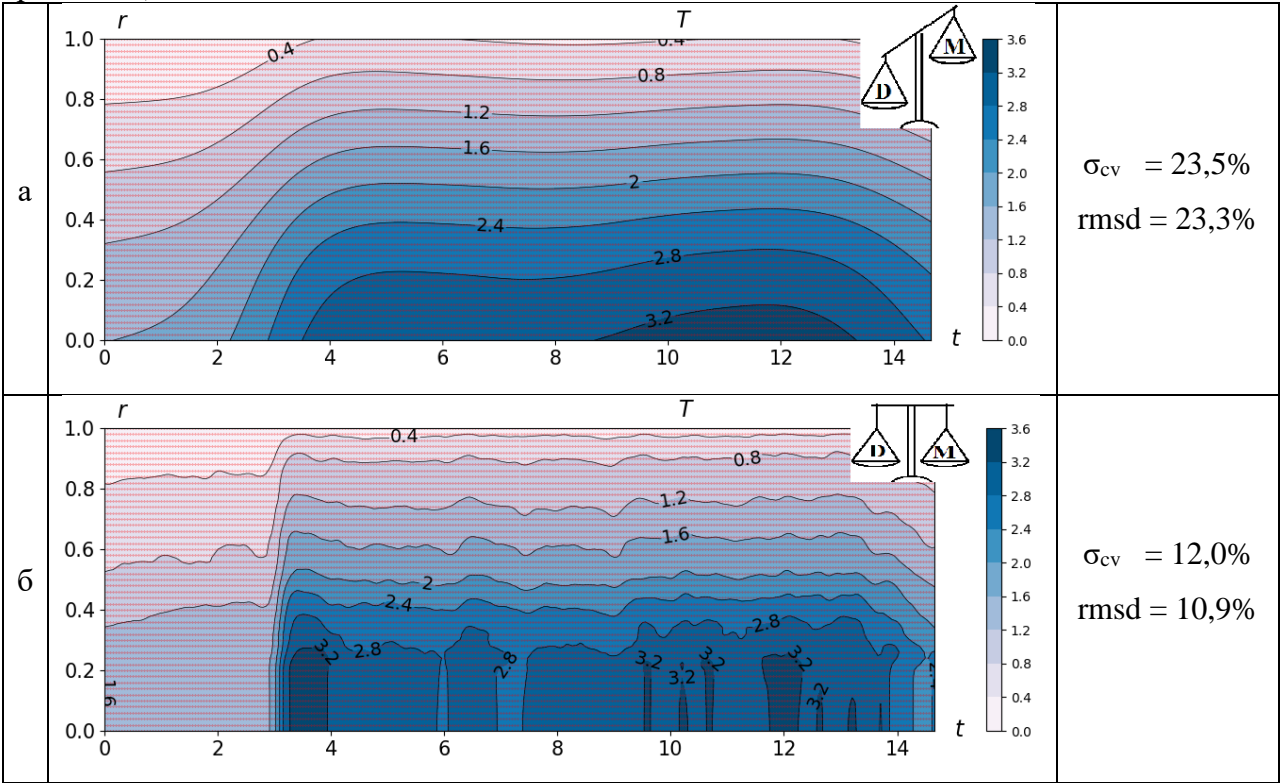
динамика температуры. Поэтому в настоящей работе мы ограничимся анализом нелокальности переноса тепла на примере явления, обобщающего концепцию [6-8] на случай очень мощного дополнительного нагрева. Это значит, что приближенное сохранение формы пространственного распределения (но не абсолютных значений) электронного давления плазмы на всей стадии разряда при постоянном полном тороидальном электрическом токе в плазме имеет место даже при включении и выключении мощного дополнительного нагрева плазмы на этой стадии.

В разделе 2 представлена постановка задачи анализа приближенного сохранения формы пространственного распределения электронного давления и температуры в разрядах с включением мощного дополнительного нагрева плазмы. В разделе 3 представлены результаты решения этой задачи. Обсуждение и выводы даны в разделе 4.

## 2. Проверка гипотез методом сбалансированной идентификации

### 2.1. Технология сбалансированной идентификации

Математические модели реальных объектов обычно содержат множество неизвестных функций, которые необходимо определить (идентифицировать) так, чтобы они удовлетворяли представлениям специалистов о закономерностях функционирования моделируемого объекта и проходили «недалеко» от экспериментальных данных. Объем таких знаний и количество и качество (точность и надёжность) данных и определяют сложность модели. Проиллюстрируем выбор оптимально сбалансированного решения (модели) простым примером. На рис. 2.1 приведены три решения задачи идентификации простейшей модели (функции  $T(t,r)$ ), аппроксимирующей некоторый набор данных (в качестве примера используются данные из набора, соответствующего примеру N6 из раздела 3).



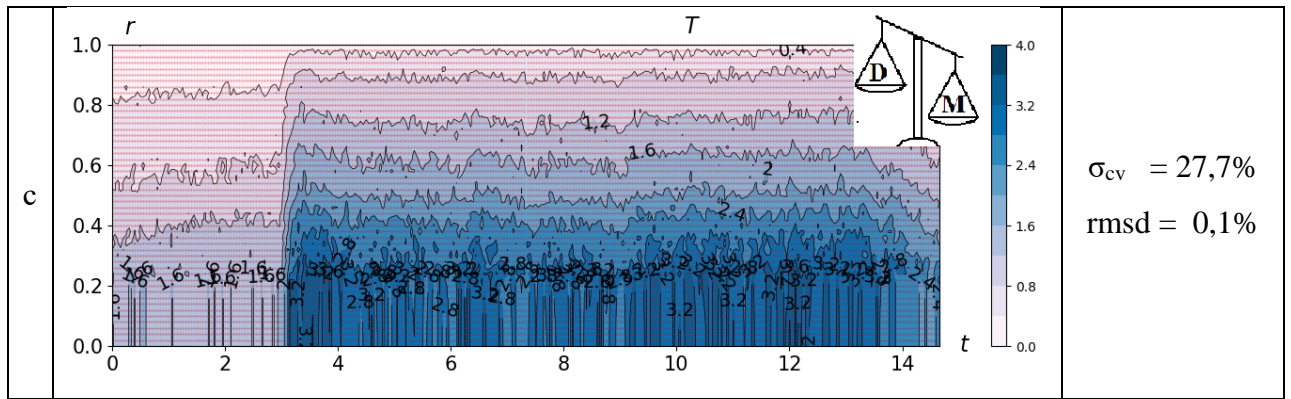


Рисунок 2.1. Линии уровня температуры  $T(t, r)$ . Легенда, связывающая цвет с температурой, справа. Красные точки соответствуют входным экспериментальным данным. Три варианта аппроксимации данных в зависимости от соотношения объема данных ( $D$ ) сложности модели ( $M$ ): (а) – слишком простая (недообученная) модель, (б) – оптимально сбалансированная модель, (в) – слишком сложная (переобученная) модель.

Все три решения получены путем минимизации критерия идентификации (функционала)

$$F(T, \alpha) = \sum_{i,k} (T_{i,k} - T(t_i, r_k))^2 + \iint \left[ \alpha_1^2 \left( \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \right)^2 + 2\alpha_1 \alpha_2 \left( \frac{\partial^2 T}{\partial t \partial r} \right)^2 + \alpha_2^2 \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right)^2 \right] dt dr \rightarrow \min_{T(\cdot)}, \quad (1)$$

где первое слагаемое отвечает за близость к данным (квадратичное отклонение), а второе – за сложность модели (кривизну функции). Чем больше  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , тем больше вес второго слагаемого и тем проще (с меньшей кривизной) будет полученная в результате минимизации модель.

Здесь и далее используются следующие обозначения:

- rmsd – стандартное отклонение модели от данных в процентах от исходной дисперсии,
- $\sigma_{cv}$  – среднеквадратичная ошибка кроссвалидации в процентах от исходной дисперсии (погрешность моделирования данных).

Функция на рис. 2.1а является слишком простой ( $\alpha$  слишком малы), она проходит слишком далеко от исходных данных (rmsd=23,3%). Ее противоположностью является функция на рис. 2.1в – слишком сложная модель ( $\alpha$  слишком велики), она фактически проходит через все экспериментальные точки (rmsd=0,1%) и, помимо динамики объекта, воспроизводит все ошибки. Наконец, кривая на рис. 2.1б соответствует оптимальному балансу между близостью модели (функции) к измерениям и ее простотой. В последнем случае значение  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  выбирается путем минимизации среднеквадратичной ошибки кроссвалидации. При правильном выборе процедуры кроссвалидации величина  $\sigma_{cv}$  может рассматриваться как погрешность моделирования, как количественная мера соответствия (баланса) сложности модели количеству и качеству используемых данных и знаний.

Технология сбалансированной идентификации [4], [5] позволяет автоматизировать процесс построения математических моделей на основе использования специального программного обеспечения и мощных вычислительных ресурсов (кластеров). Результатом ее применения являются выбор математической модели с оптимальным балансом сложности и близости ее траектории к экспериментальным данным, оценки надежности данных и погрешностей моделирования, графические и числовые результаты моделирования исследуемого объекта.

Отметим, что технология успешно использовалась при решении обратных задач в различных научных областях (механика, физика плазмы, теплопроводность, биология, физиология растений, эпидемиология, метеорология, перенос атмосферных загрязнений и др., более развернутое перечисление можно найти в [4, 5]).

## 2.2 Исследование гипотезы о мультипликативном представлении давления

Воспользуемся технологией сбалансированной идентификации для (проверки) поиска аргументов в пользу или против гипотезы мультипликативности. Идея состоит в простом утверждении: при добавлении в модель дополнительных правильных знаний (математические утверждения, гипотезы ...), погрешность моделирования должна уменьшаться (не возрастать). И наоборот, если дополнительная гипотеза не верна, погрешность будет увеличиваться.

Реализуем подход следующим образом: сначала подсчитаем погрешность моделирования данных  $D_{i,j}$  функцией двух переменных  $D(t,r)$ , затем – погрешность моделирования произведением двух функций одной переменной  $Dt(t)$  и  $Dr(r)$ . Если при этом погрешность не увеличится, то гипотезу можно считать приемлемой. Рассмотрим подробнее один из примеров экспериментальных данных (подробнее см. примеры в разделе 3).

Формальная постановка идентификации  $D(t,r)$ :

$$t \in [t_{min}, t_{max}]; r \in [0,1],$$

$$\sum_{i,k} (D_{i,k} - D(t_i, r_k))^2 + \iint \left[ \alpha_1^2 \left( \frac{\partial^2 D}{\partial t^2} \right)^2 + 2\alpha_1 \alpha_2 \left( \frac{\partial^2 D}{\partial t \partial r} \right)^2 + \alpha_2^2 \left( \frac{\partial^2 D}{\partial r^2} \right)^2 \right] dt dr \rightarrow \min_{D(\cdot)} . \quad (2)$$

На рис. 2.2 приведено оптимально сбалансированное решение для  $D(t,r)$ .

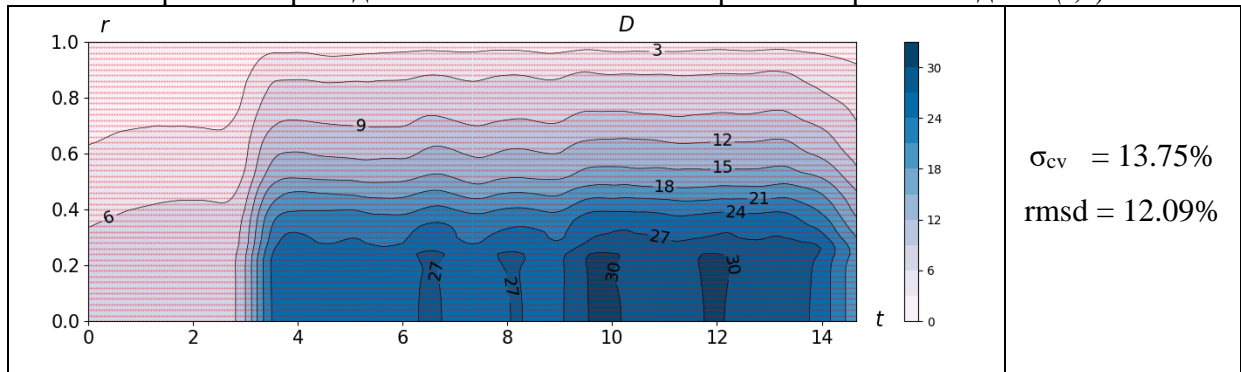


Рис. 2.2. Оптимально сбалансированное решение для  $D(t,r)$ .

Характеристики погрешностей для четырех зарядов приведены в Таблице Т1 в колонке S2.

Таблица Т1.

# примера	показатель	S2	S3	S4
N1	$\sigma_{cv}$	13.45%	13.56%	13.56%
	rmsd	11.54%	12.59%	12.59%
N6	$\sigma_{cv}$	13.75%	13.58%	13.58%
	rmsd	12,09%	12.45%	12.47%
N3	$\sigma_{cv}$	16.01%	15.32%	15.32%
	rmsd	12.93%	12.49%	12.49%
N2	$\sigma_{cv}$	16.98%	16.41%	16.41%
	rmsd	14.01%	14.79%	14.79%

Добавим гипотезу мультипликативности:

$$D(t, r) = Dt(t) \cdot Dr(r),$$

$$D_r(0.5) = 1.$$

Формальная постановка идентификации  $Dt(t)$  и  $Dr(r)$ :

$$t \in [t_{min}, t_{max}]; r \in [0, 1]$$

$$\sum_{i,k} (D_{i,k} - Dt(t_i) \cdot Dr(r_k))^2 + \iint \left[ \alpha_1 \left( \frac{d^2 Dt}{dt^2} \right)^2 + \alpha_2 \left( \frac{d^2 Dr}{dr^2} \right)^2 \right] dt dr \rightarrow \min_{Dt(\cdot), Dr(\cdot)}. \quad (3)$$

На рис. 2.3 приведено оптимально сбалансированное решение для  $Dt(t)$  и  $Dr(r)$ .

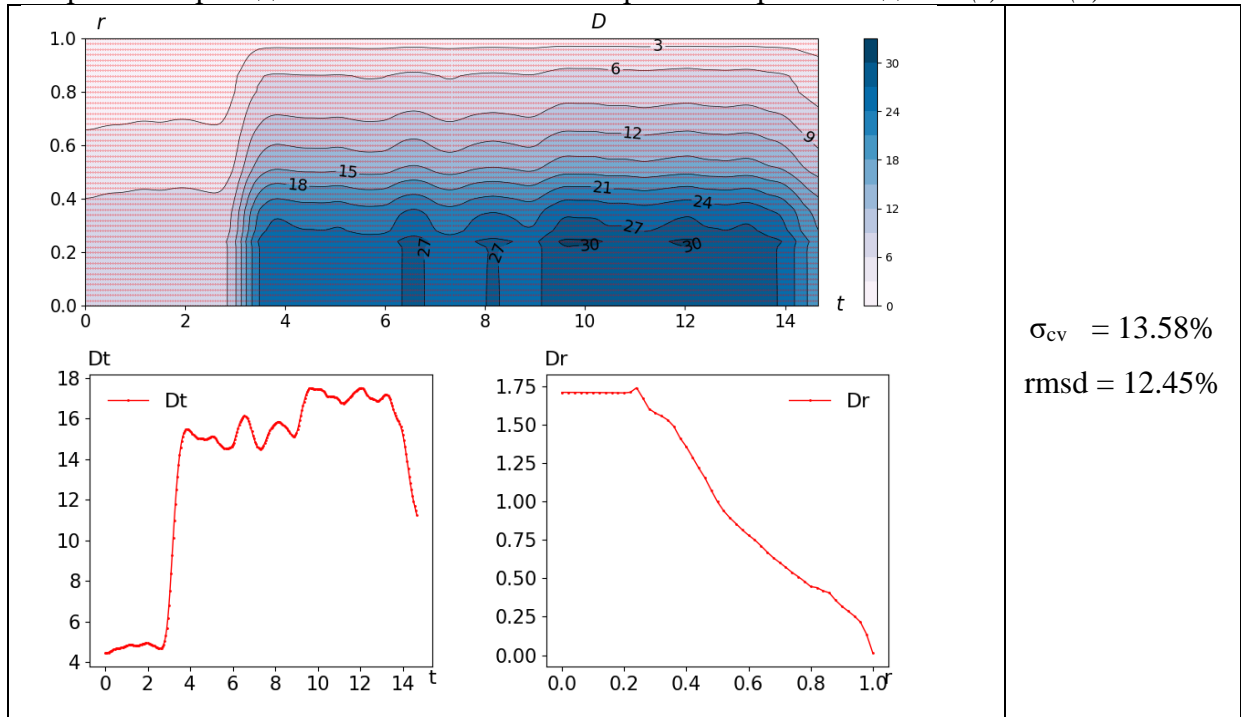


Рис. 2.3. Оптимально сбалансированное решение для  $Dt(t)$  и  $Dr(r)$ .

Мы фактически сократили на два порядка пространство допустимых решений в численном варианте постановки (с  $51 \times 260$  чисел до  $51 + 260$ ), а погрешность моделирования  $\sigma_{cv}$  при этом заметно уменьшилась.

Характеристики погрешностей для четырех примеров приведены в Таблице T1 в колонке S3

Вывод: Гипотеза приемлема.

### 2.3 Исследование влияния граничных условий на мультипликативность

В этом разделе кратко представим результаты исследования зависимости результата задачи о мультипликативности от граничных условий, а именно о влиянии добавления условия в центре плазменного шнура на сохранение формы профиля давления. Поскольку задачи переноса в диффузионных моделях существенно зависят от граничных условий (для тороидального плазменного шнура это означает существенность равенства нулю производной в центре, т.е. при нулевом значении малого радиуса), нечувствительность или слабая чувствительность мультипликативности к наличию этого граничного условия является аргументом в пользу нелокальности переноса, соответствующей описанию переноса интегральными по пространственной координате уравнениями эволюции температуры и давления.



Добавим к постановке (3) дополнительное условие  $\frac{dDr}{dr}(0) = 0$ .

$$t \in [t_{min}, t_{max}]; r \in [0,1]$$

$$\sum_{i,k} (D_{i,k} - Dt(t_i) \cdot Dr(r_k))^2 + \iint \left[ \alpha_1 \left( \frac{d^2 Dt}{dt^2} \right)^2 + \alpha_2 \left( \frac{d^2 Dr}{dr^2} \right)^2 \right] dt dr \rightarrow \min_{Dt(\cdot), Dr(\cdot), \frac{dDr}{dr}(0)=0}. \quad (4)$$

В результате идентификации погрешности практически не изменились ( $\sigma_{cv} = 13.58\%$  и  $rmsd = 12.47\%$ ). Характеристики погрешностей для четырех зарядов приведены в Таблице T1 в колонке S4.

Отсюда следует, что феномен сохранения формы пространственного распределения давления слабо зависит от вариации или учета граничных условий при анализе экспериментальных данных.

### **3. Анализ динамики профиля давления электронов и соответствующей энергии плазмы и оценка степени нелокальности распространения импульса тепла после включения мощного дополнительного нагрева плазмы**

Основным элементом описания нелокальности переноса энергии мы рассматриваем доказательство сохранения пространственного профиля давления плазмы, состоящее в мультипликативности пространственно-временной зависимости давления (т.е. возможности представления давления в виде произведения функции только пространственной координаты на функцию только времени) даже в переходной стадии разряда, возникающей при включении мощного дополнительного нагрева.

Рассмотрим динамику поведения энергии, связанной с газокинетическим давлением плазмы, при включении и выключении мощного дополнительного нагрева. Усредненное по объему давление представим в виде

$$\langle p_e \rangle_{V\rho_{max}} = \frac{2}{\rho_{max}^2} \int_0^{\rho_{max}} n_e(\rho_1, t) T_e(\rho_1, t) \rho_1 d\rho_1, \quad (5)$$

где  $n_e(\rho, t)$  и  $T_e(\rho, t)$  – плотность и температура электронов соответственно,  $\rho$  – пространственная координата (эффективная радиальная линейная координаты, являющей меткой замкнутой магнитной поверхности в плазме токамака),  $t$  – время. Тогда для энергии имеем

$$E_{\langle p \rangle} = \frac{3}{2} \langle p_e \rangle_{V\rho_{max}}. \quad (6)$$

В соответствии с гипотезой о мультипликативности, представим энергию и ее производную по времени в виде произведения функции только пространственной координаты на функцию только времени (подробнее см. раздел 2)

$$E = \frac{3}{2} * [n(\rho, t) T(\rho, t)] = D_t(t) * D_r(\rho), \quad (7)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \frac{3}{2} * [n(\rho, t) T(\rho, t)] = P_t(t) * P_r(\rho). \quad (8)$$

На рисунках 3.1.1–3.10.5 ниже приведена зависимость параметров плазмы и дополнительного нагрева от времени для десяти примеров модельных данных N1–N10, воспроизводящих основные особенности эволюции плазменного разряда на установках типа токамак. Примеры отличаются в том числе амплитудой и динамикой подаваемой мощности дополнительного нагрева плазмы. Модельные данные воспроизводят

характерный вид соответствующих параметров разрядов, которые имеют место в экспериментах на токамаках, представленных, в частности, в публикациях [12–20]. Ниже приведено сравнение результатов реализации мультипликативного представления, полученных с помощью SvF-метода сбалансированной идентификации, с исходными данными.

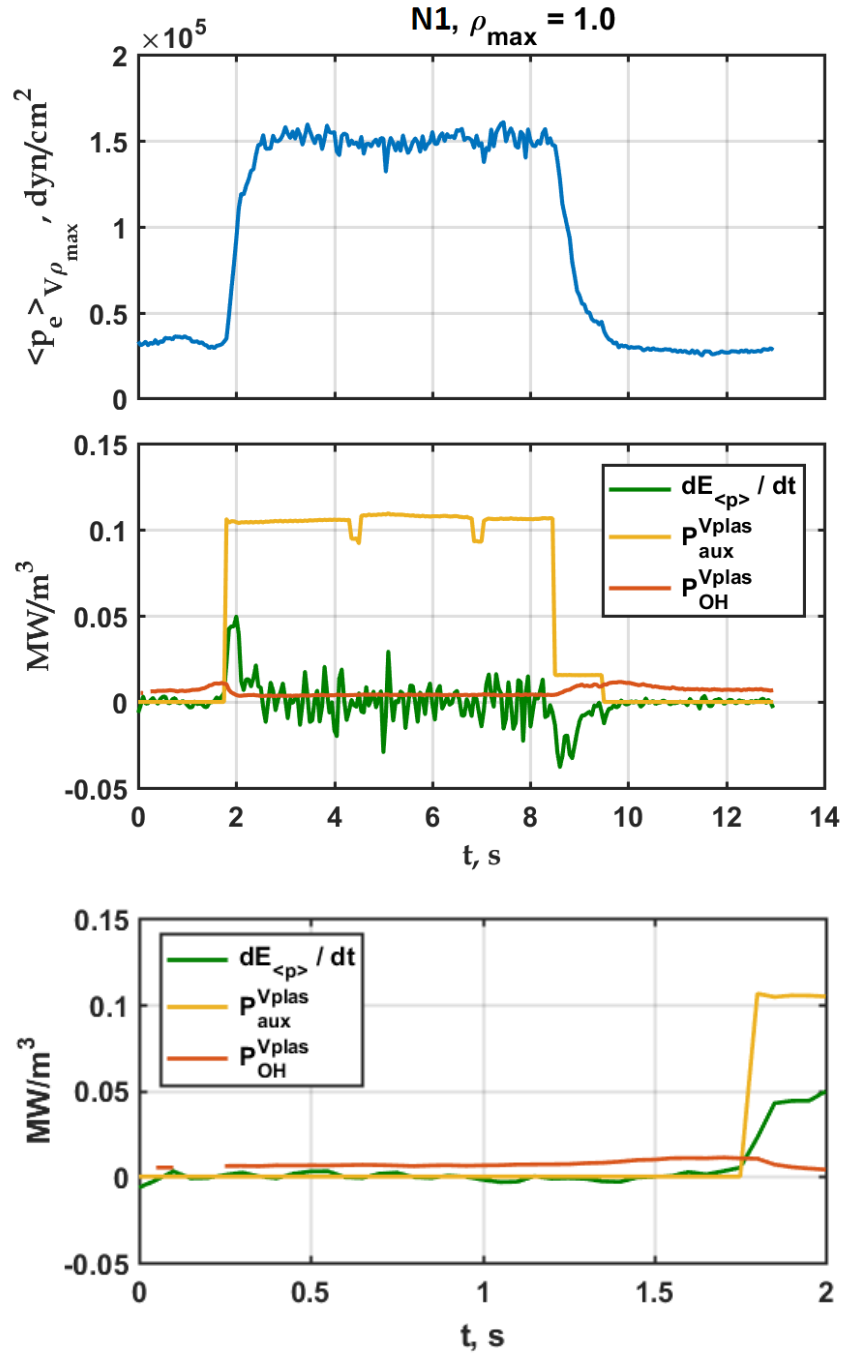
Для оценки нелокальности переноса при включении сильного нагрева в токамаке проведен расчет некоторой интегральной характеристики функции Грина для динамики возмущения температуры. Такой подход к оценке нелокальности предполагает высокую степень пространственной локализации профиля вкладываемой мощности дополнительного нагрева плазмы, что вполне удовлетворительно выполнимо для исследуемых экспериментальных данных (см., напр., [17, 18, 21]). Тогда интегральную характеристику движения фронта тепловой волны  $R(t)$  от включаемого стационарно локализованного в пространстве источника тепла вблизи начала координат (нормированной радиальной координаты, соответствующей метке замкнутой поверхности фиксированного магнитного потока в плазменном шнуре) можно оценить по формуле:

$$R^2(t) = \left[ \int_{\rho_{\min}}^{\rho_{\max}} \rho^2 (T(\rho, t) - T(\rho, t_{\text{inj}})) \rho d\rho \right] * \left[ \int_{\rho_{\min}}^{\rho_{\max}} (T(\rho, t) - T(\rho, t_{\text{inj}})) \rho d\rho \right]^{-1}, \quad (9)$$

где  $t_{\text{inj}}$  – момент времени, когда включается дополнительный нагрев плазмы,  $0.2 \leq \rho_{\min} \leq 0.4$ ,  $0.8 \leq \rho_{\max} \leq 1.0$ . Результаты расчетов  $R^2(t)$  представлены на рисунках 1.х.4 и 1.х.5 ниже, где х – номер подраздела с соответствующим примером.

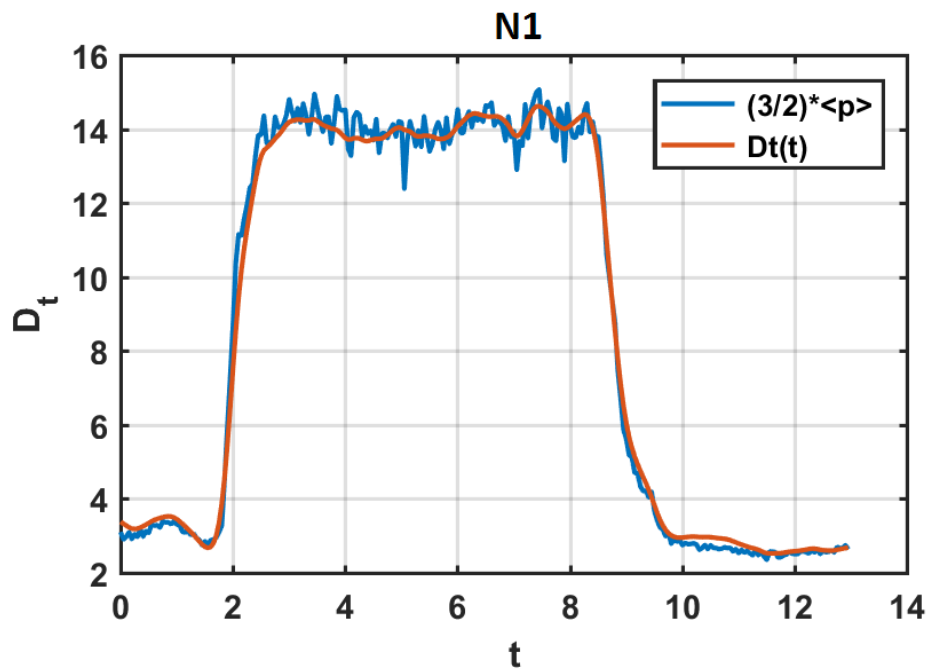


### 3.1 Пример N1



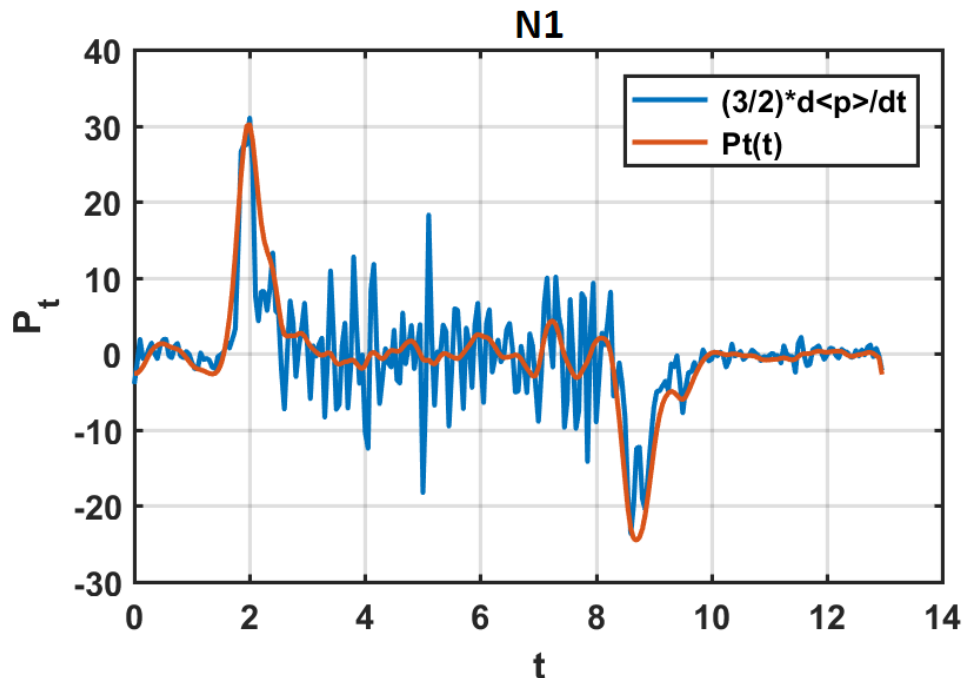
Синяя кривая – среднее по объему давление  $\langle p_e \rangle_{V\rho_{\max}}$  (5) при  $\rho_{\max} = 1,0$ ; зеленая кривая – производная энергии  $E_{\langle p \rangle}$  по времени  $dE_{\langle p \rangle}/dt$ , где  $E_{\langle p \rangle}$  определяется в (6); желтая кривая – плотность мощности дополнительного нагрева  $P_{\text{aux}}^{V\text{plas}} \equiv P_{\text{aux}}/V_{\text{plas}}$ ; коричневая кривая – плотность мощности омического нагрева  $P_{\text{OH}}^{V\text{plas}} \equiv P_{\text{OH}}/V_{\text{plas}}$ ; здесь  $V_{\text{plas}}$  – объем плазмы, использовалось значение  $V_{\text{plas}} = 100 \text{ м}^3$ . В нижней части рисунка более крупно показана эволюция  $dE_{\langle p \rangle}/dt$ ,  $P_{\text{aux}}^{V\text{plas}}$  и  $P_{\text{OH}}^{V\text{plas}}$  до включения дополнительного нагрева

Рисунок 3.1.1 — Зависимость от времени различных параметров разряда в примере N1



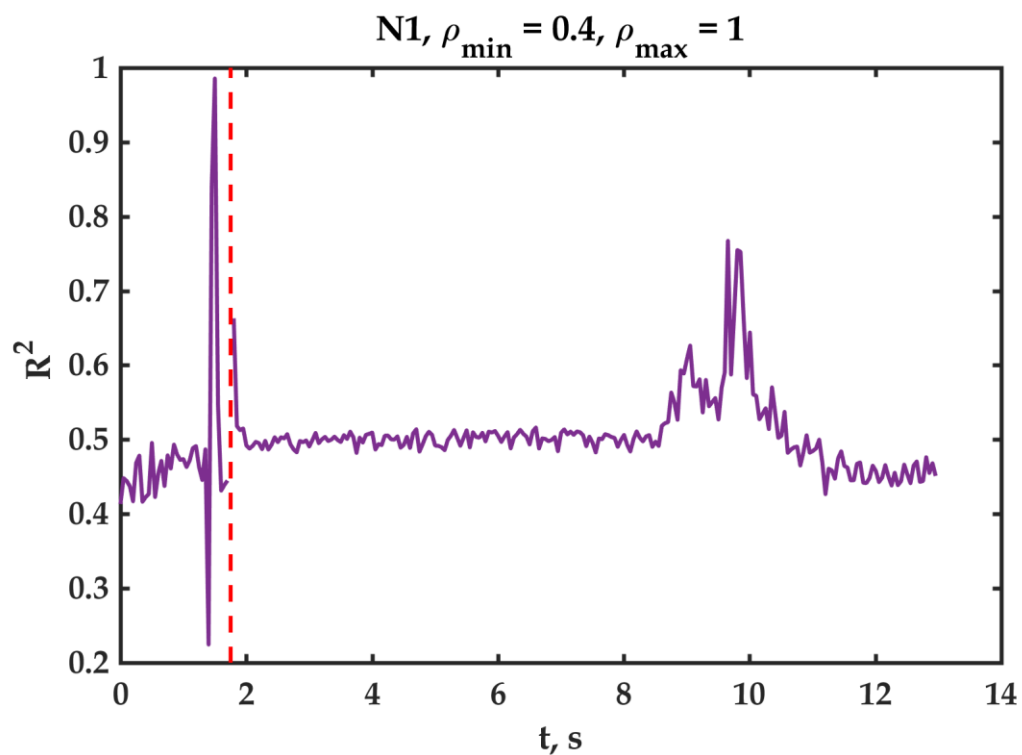
Синяя кривая – вид  $E_{\langle p \rangle}$  (6), коричневая кривая – временной компоненты  $D_t$  мультипликативного представления (7)

Рисунок 3.1.2 — Сравнение временной компоненты  $D_t$  мультипликативного представления энергии  $E$  (7), полученной SvF-методом сбалансированной идентификации, с  $E_{\langle p \rangle}$  (6) для примера N1



Синяя кривая – вид  $\partial E_{\langle p \rangle} / \partial t$ , коричневая кривая – вид временной компоненты  $P_t$  мультипликативного представления (8)

Рисунок 3.1.3 — Сравнение временной компоненты  $P_t$  мультипликативного представления производной энергии  $E$  по времени, полученной SvF-методом сбалансированной идентификации, с  $\partial E_{\langle p \rangle} / \partial t$  для примера N1



Красной штриховой линией показан момент времени  $t_{\text{inj}}$ , когда включается дополнительный нагрев плазмы

Рисунок 3.1.4 — Зависимость квадрата фронта тепловой волны  $R^2(t)$  от времени для примера N1

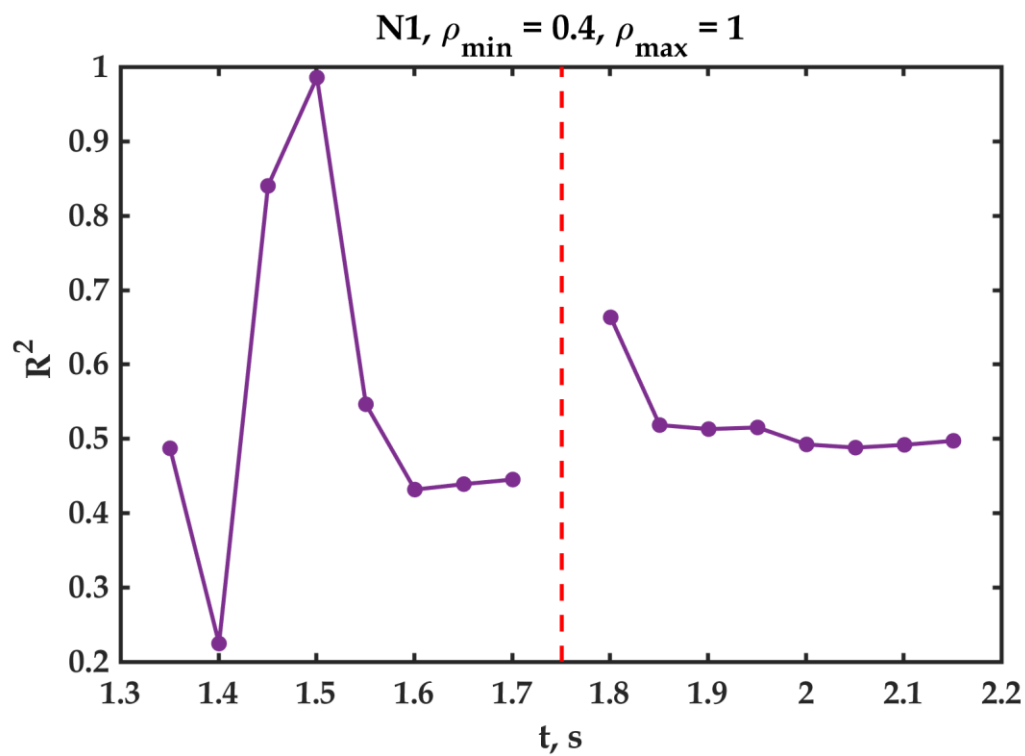
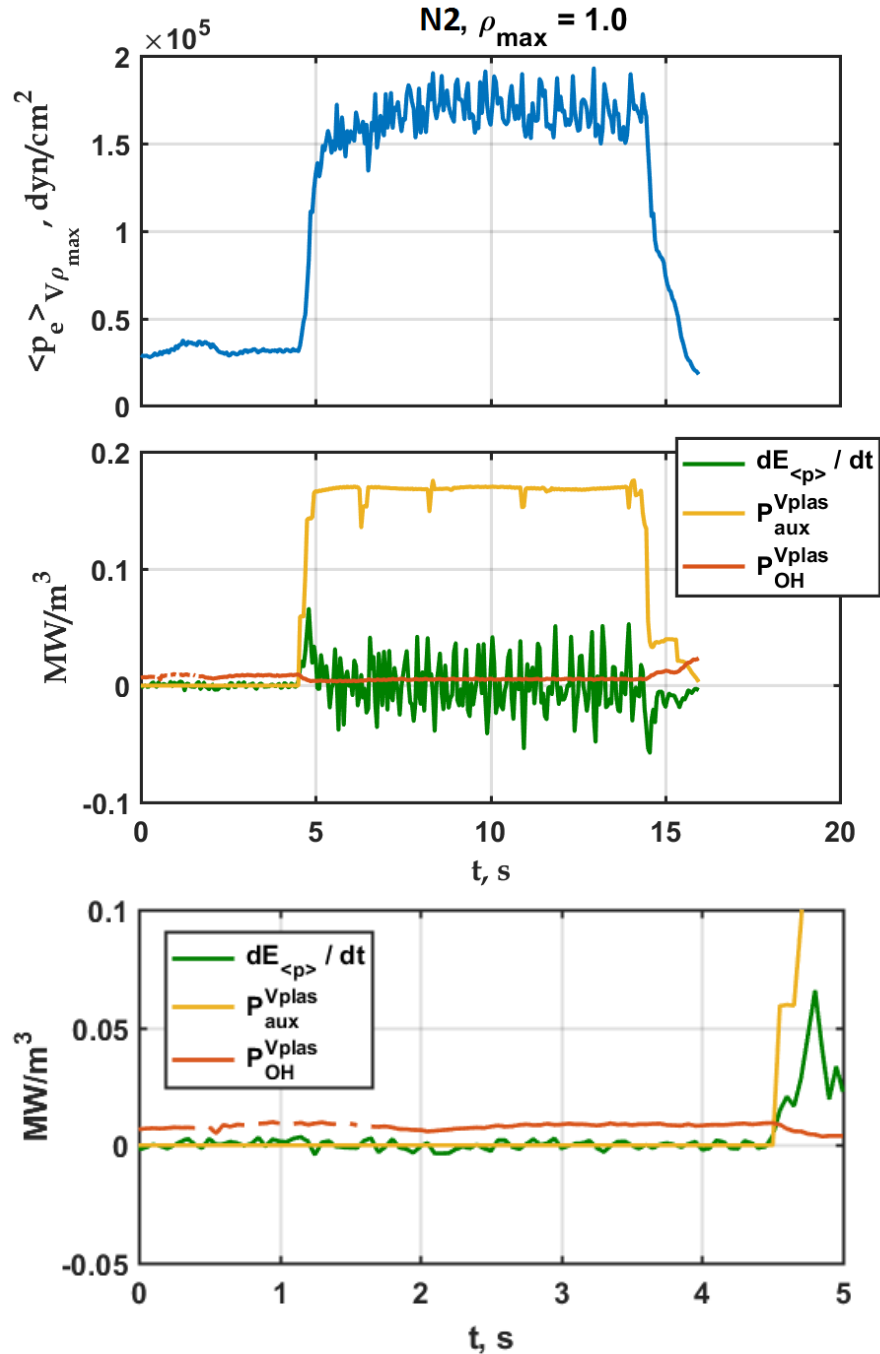


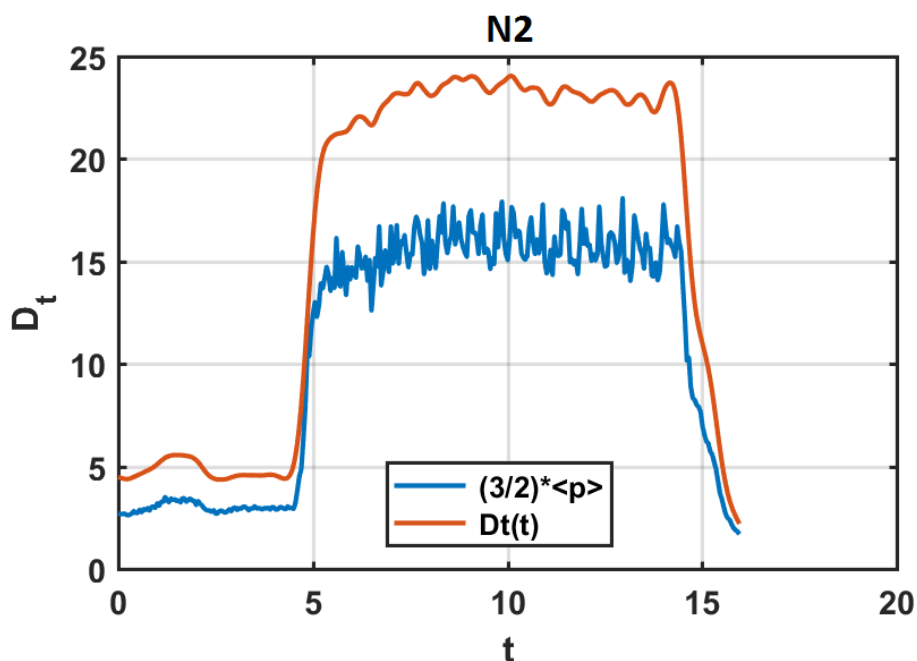
Рисунок 3.1.5 — Увеличенный фрагмент рисунка 1.1.4 вблизи  $t_{\text{inj}}$

## 1.2 Пример N2



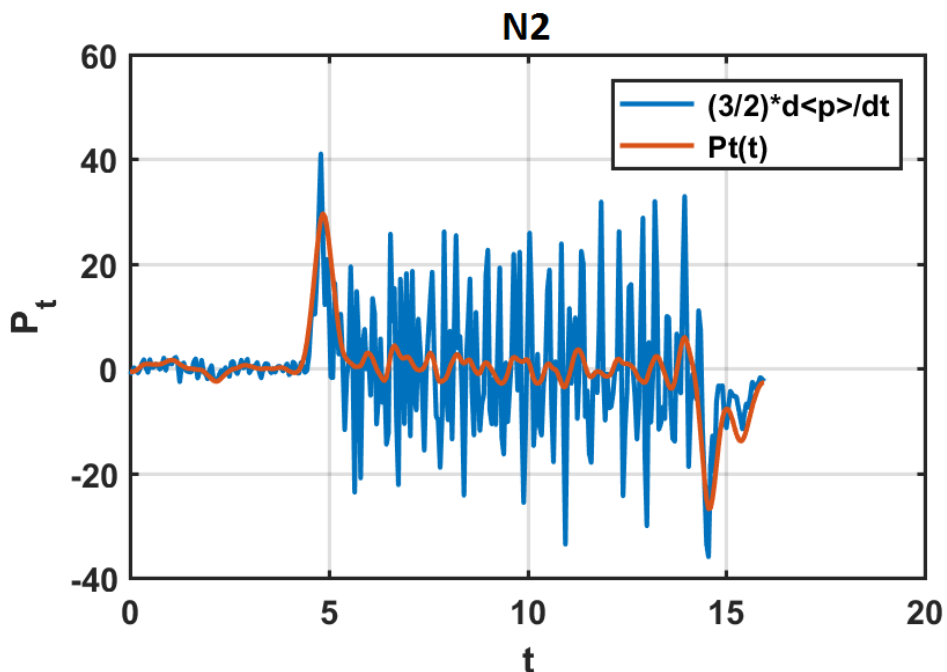
Синяя кривая – среднее по объему давление  $\langle p_e \rangle_{V\rho_{\max}}$  (5) при  $\rho_{\max} = 1,0$ ; зеленая кривая – производная энергии  $E_{\langle p \rangle}$  по времени  $dE_{\langle p \rangle}/dt$ , где  $E_{\langle p \rangle}$  определяется в (6); желтая кривая – плотность мощности дополнительного нагрева  $P_{\text{aux}}^{V\text{plas}} \equiv P_{\text{aux}}/V_{\text{plas}}$ ; коричневая кривая – плотность мощности омического нагрева  $P_{\text{OH}}^{V\text{plas}} \equiv P_{\text{OH}}/V_{\text{plas}}$ ; здесь  $V_{\text{plas}}$  – объем плазмы, использовалось значение  $V_{\text{plas}} = 100 \text{ м}^3$ . В нижней части рисунка более крупно показана эволюция  $dE_{\langle p \rangle}/dt$ ,  $P_{\text{aux}}^{V\text{plas}}$  и  $P_{\text{OH}}^{V\text{plas}}$  до включения дополнительного нагрева

Рисунок 3.2.1 — Зависимость от времени различных параметров разряда в примере N2



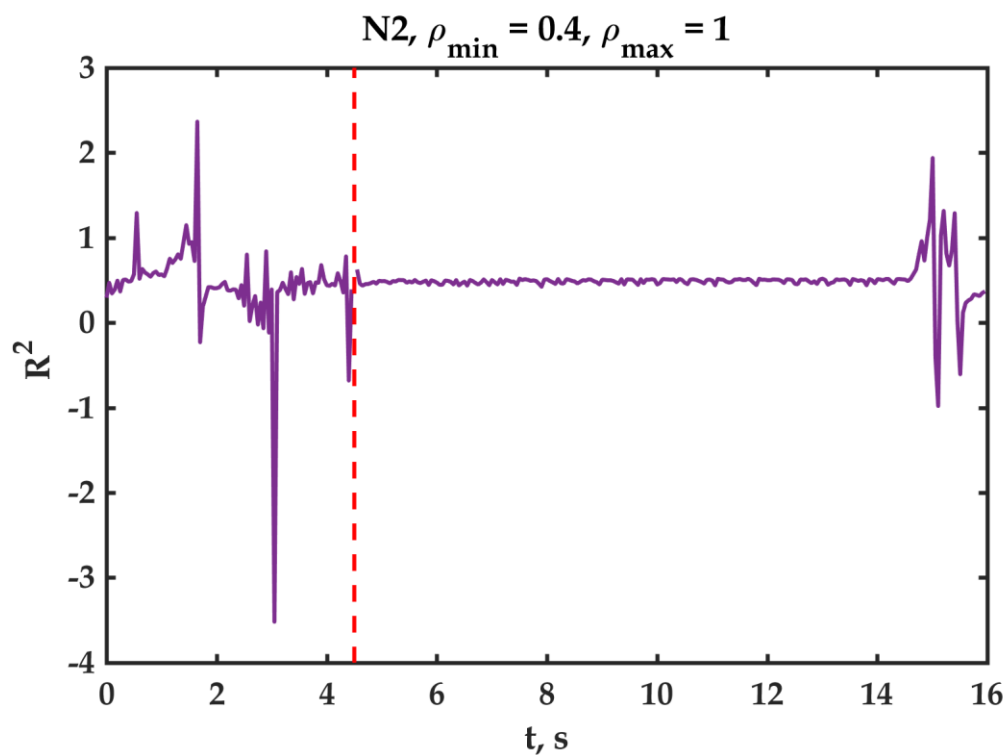
Синяя кривая – вид  $E_{\langle p \rangle}$  (6), коричневая кривая – временной компоненты  $D_t$  мультипликативного представления (7)

Рисунок 3.2.2 — Сравнение временной компоненты  $D_t$  мультипликативного представления энергии  $E$  (7), полученной SvF-методом сбалансированной идентификации, с  $E_{\langle p \rangle}$  (6) для примера N2



Синяя кривая – вид  $\partial E_{\langle p \rangle} / \partial t$ , коричневая кривая – вид временной компоненты  $P_t$  мультипликативного представления (8)

Рисунок 3.2.3 — Сравнение временной компоненты  $P_t$  мультипликативного представления производной энергии  $E$  по времени, полученной SvF-методом сбалансированной идентификации, с  $\partial E_{\langle p \rangle} / \partial t$  для примера N2



Красной штриховой линией показан момент времени  $t_{\text{inj}}$ , когда включается дополнительный нагрев плазмы

Рисунок 3.2.4 — Зависимость квадрата фронта тепловой волны  $R^2(t)$  от времени для примера N2

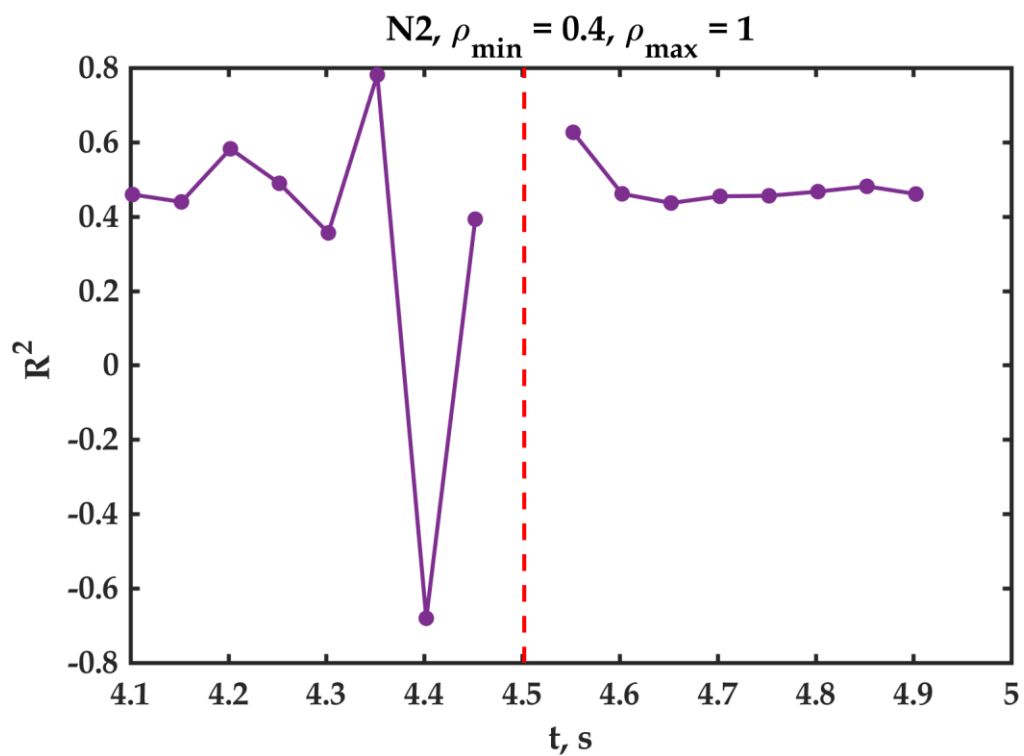
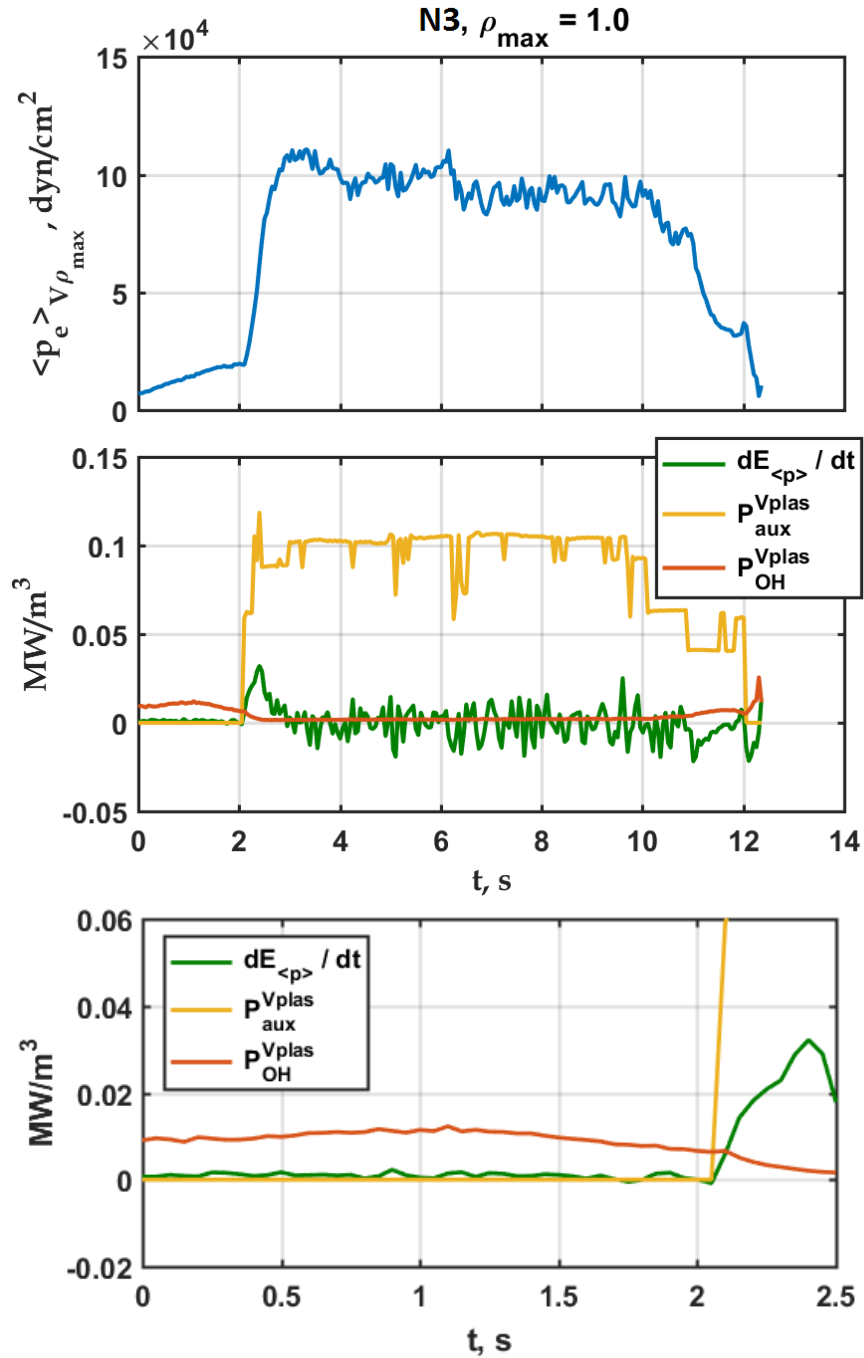


Рисунок 3.2.5 — Увеличенный фрагмент рисунка 1.2.4 вблизи  $t_{\text{inj}}$

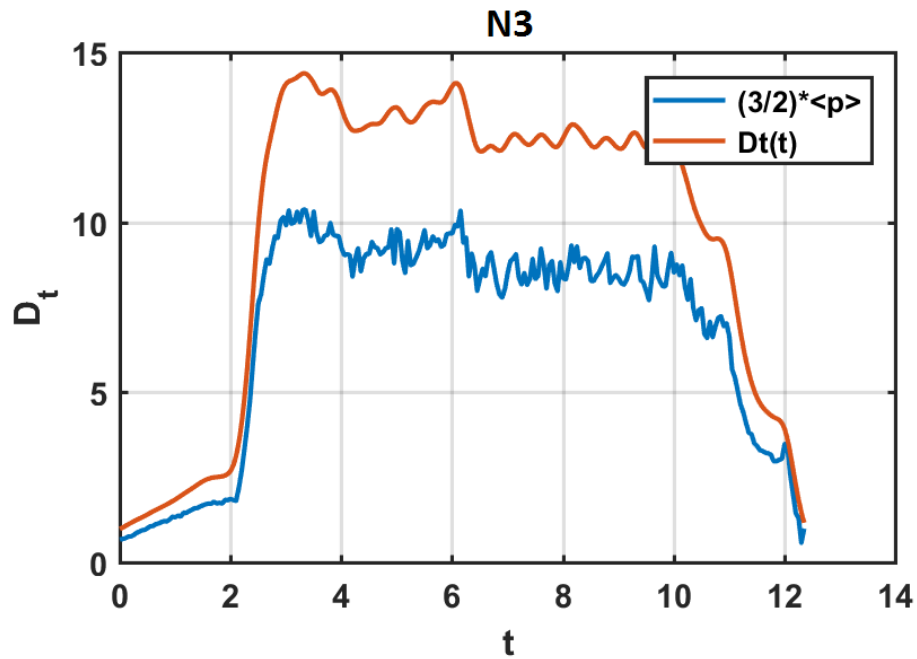
### 1.3 Пример N3



Синяя кривая – среднее по объему давление  $\langle p_e \rangle_{V\rho_{\max}}$  (5) при  $\rho_{\max} = 1.0$ ; зеленая кривая – производная энергии  $E_{\langle p \rangle}$  по времени  $dE_{\langle p \rangle}/dt$ , где  $E_{\langle p \rangle}$  определяется в (6); желтая кривая – плотность мощности дополнительного нагрева  $p_{\text{aux}}^{V\text{plas}} \equiv P_{\text{aux}}/V_{\text{plas}}$ ; коричневая кривая – плотность мощности омического нагрева  $p_{\text{OH}}^{V\text{plas}} \equiv P_{\text{OH}}/V_{\text{plas}}$ ; здесь  $V_{\text{plas}}$  – объем плазмы, использовалось значение  $V_{\text{plas}} = 100 \text{ м}^3$ . В нижней части рисунка более крупно показана эволюция  $dE_{\langle p \rangle}/dt$ ,  $p_{\text{aux}}^{V\text{plas}}$  и  $p_{\text{OH}}^{V\text{plas}}$  до включения дополнительного нагрева

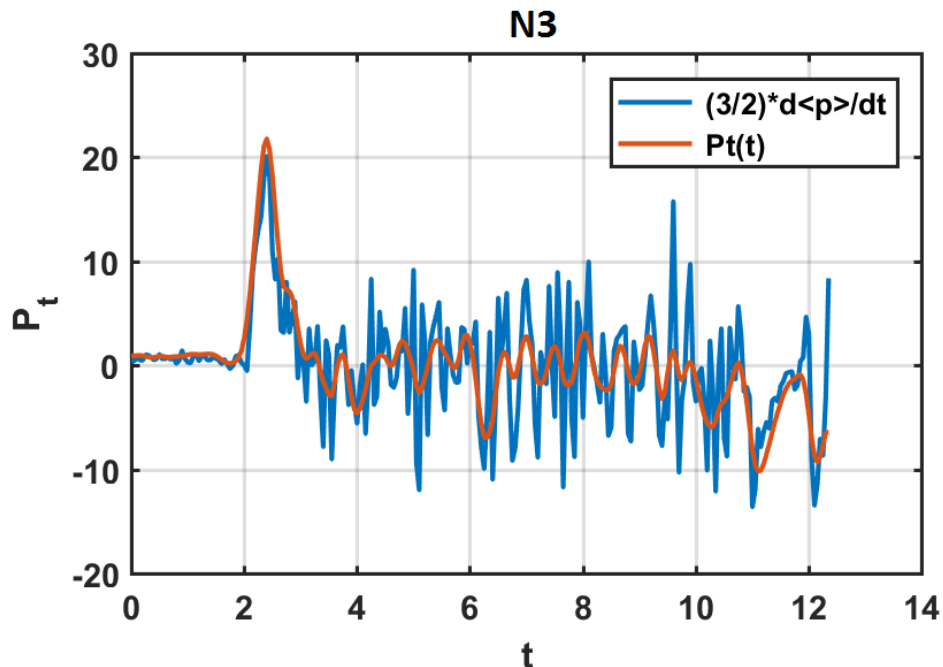
Рисунок 3.3.1 — Зависимость от времени различных параметров разряда в примере N3





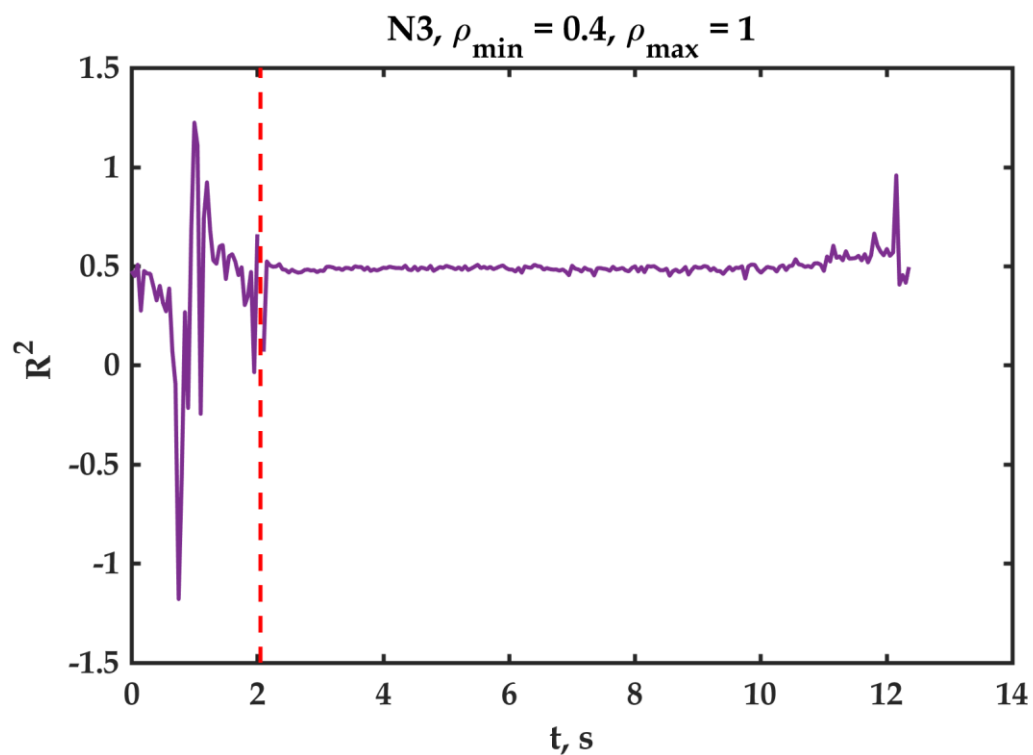
Синяя кривая – вид  $E_{\langle p \rangle}$  (6), коричневая кривая – временной компоненты  $D_t$  мультипликативного представления (7)

Рисунок 3.3.2 — Сравнение временной компоненты  $D_t$  мультипликативного представления энергии  $E$  (7), полученной SvF-методом сбалансированной идентификации, с  $E_{\langle p \rangle}$  (6) для примера N3



Синяя кривая – вид  $\partial E_{\langle p \rangle} / \partial t$ , коричневая кривая – вид временной компоненты  $P_t$  мультипликативного представления (8)

Рисунок 3.3.3 — Сравнение временной компоненты  $P_t$  мультипликативного представления производной энергии  $E$  по времени, полученной SvF-методом сбалансированной идентификации, с  $\partial E_{\langle p \rangle} / \partial t$  для примера N3



Красной штриховой линией показан момент времени  $t_{\text{inj}}$ , когда включается дополнительный нагрев плазмы

Рисунок 3.3.4 — Зависимость квадрата фронта тепловой волны  $R^2(t)$  от времени для примера N3

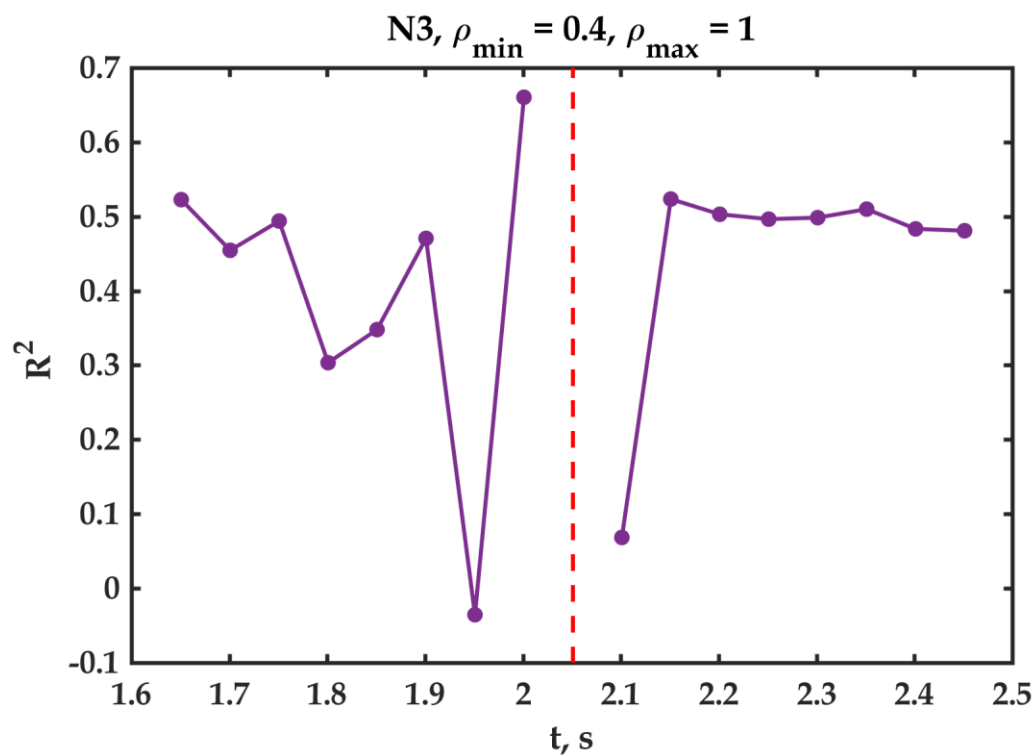
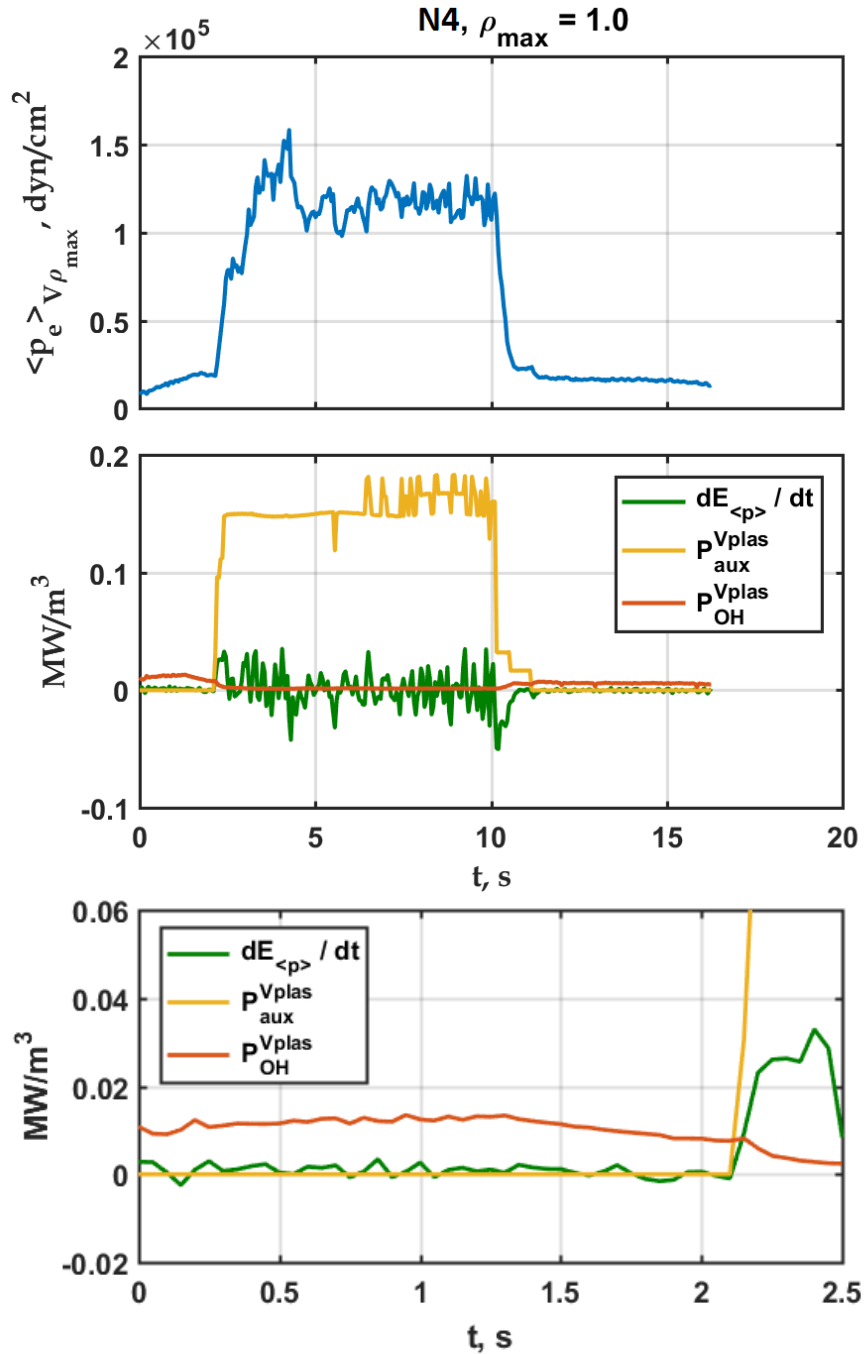


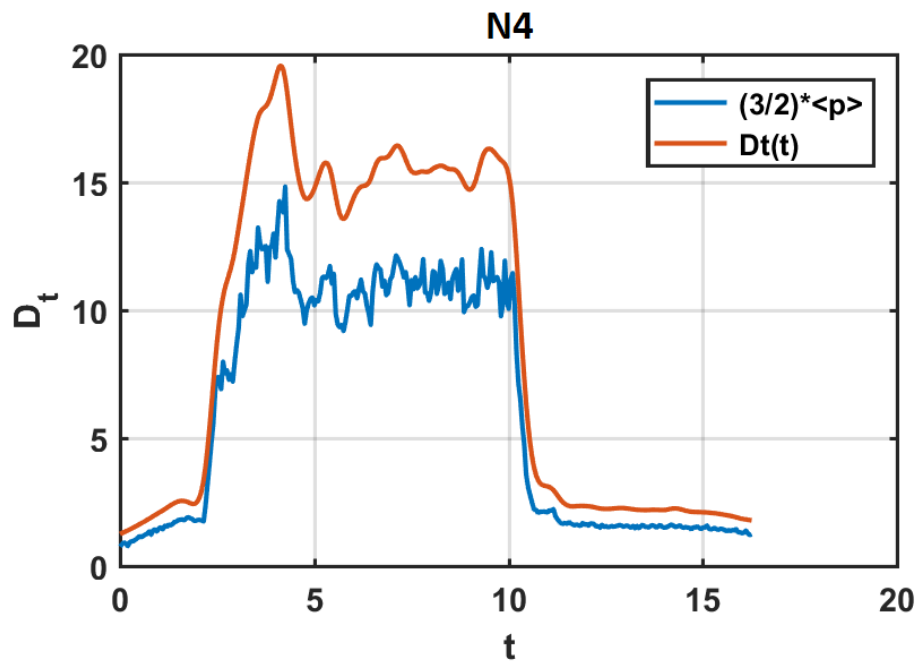
Рисунок 3.3.5 — Увеличенный фрагмент рисунка 1.3.4 вблизи  $t_{\text{inj}}$

#### 1.4 Пример N4



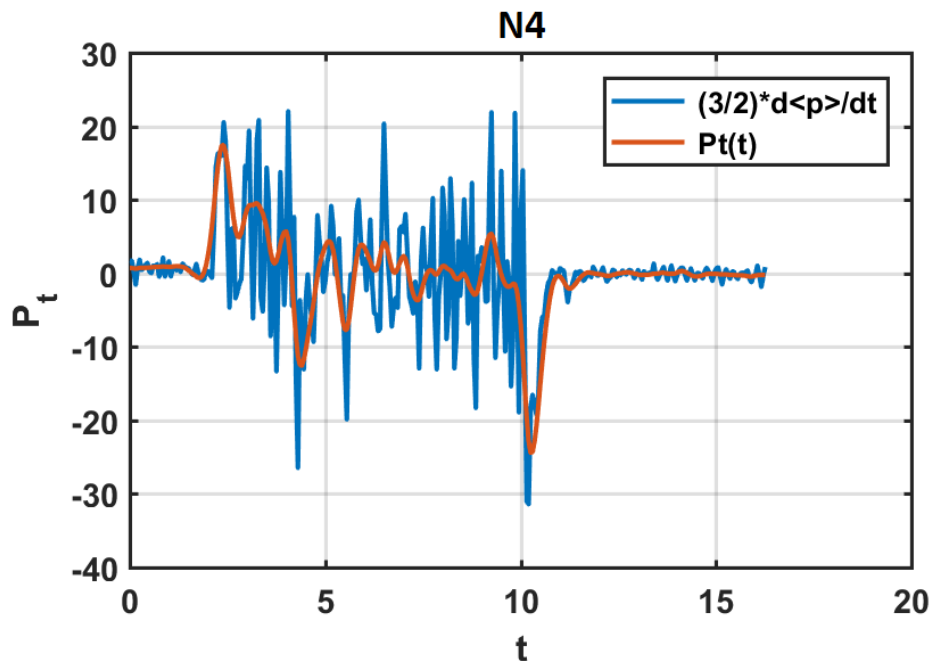
Синяя кривая – среднее по объему давление  $\langle p_e \rangle_{V\rho_{\max}}$  (5) при  $\rho_{\max} = 1,0$ ; зеленая кривая – производная энергии  $E_{\langle p \rangle}$  по времени  $dE_{\langle p \rangle}/dt$ , где  $E_{\langle p \rangle}$  определяется в (6); желтая кривая – плотность мощности дополнительного нагрева  $P_{\text{aux}}^{V\text{plas}} \equiv P_{\text{aux}}/V_{\text{plas}}$ ; коричневая кривая – плотность мощности омического нагрева  $P_{\text{OH}}^{V\text{plas}} \equiv P_{\text{OH}}/V_{\text{plas}}$ ; здесь  $V_{\text{plas}}$  – объем плазмы, использовалось значение  $V_{\text{plas}} = 100 \text{ м}^3$ . В нижней части рисунка более крупно показана эволюция  $dE_{\langle p \rangle}/dt$ ,  $P_{\text{aux}}^{V\text{plas}}$  и  $P_{\text{OH}}^{V\text{plas}}$  до включения дополнительного нагрева

Рисунок 3.4.1 — Зависимость от времени различных параметров разряда в примере N4



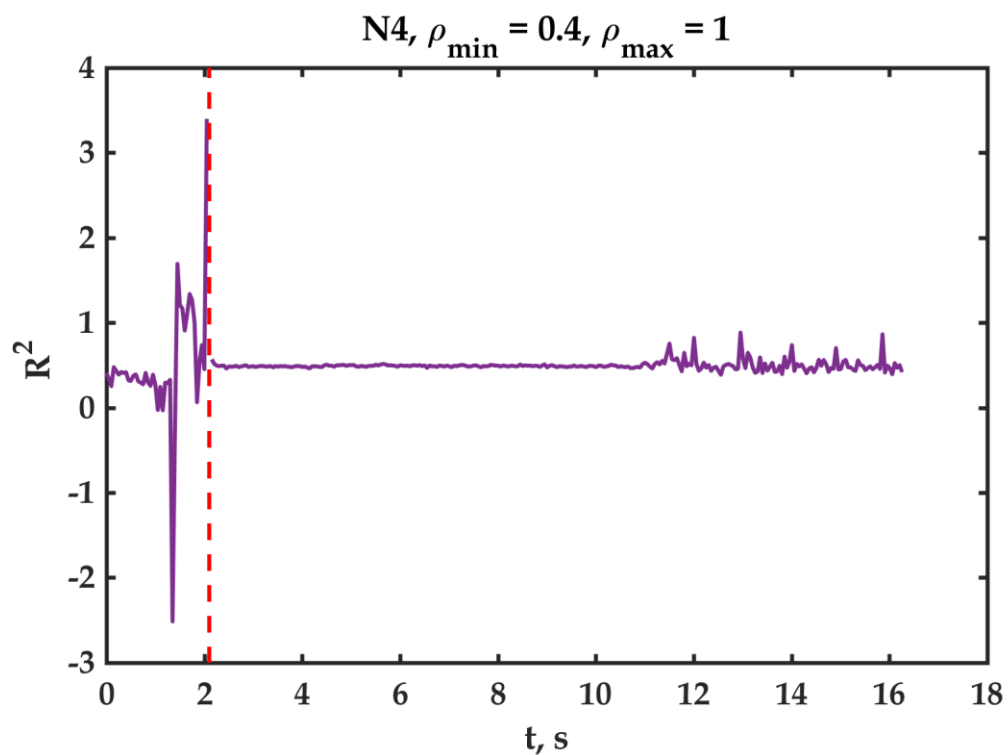
Синяя кривая – вид  $E_{\langle p \rangle}$  (6), коричневая кривая – временной компоненты  $D_t$  мультипликативного представления (7)

Рисунок 3.4.2 — Сравнение временной компоненты  $D_t$  мультипликативного представления энергии  $E$  (7), полученной SvF-методом сбалансированной идентификации, с  $E_{\langle p \rangle}$  (6) для примера N4



Синяя кривая – вид  $\partial E_{\langle p \rangle} / \partial t$ , коричневая кривая – вид временной компоненты  $P_t$  мультипликативного представления (8)

Рисунок 3.4.3 — Сравнение временной компоненты  $P_t$  мультипликативного представления производной энергии  $E$  по времени, полученной SvF-методом сбалансированной идентификации, с  $\partial E_{\langle p \rangle} / \partial t$  для примера N4



Красной штриховой линией показан момент времени  $t_{\text{inj}}$ , когда включается дополнительный нагрев плазмы

Рисунок 3.4.4 — Зависимость квадрата фронта тепловой волны  $R^2(t)$  от времени для примера N4

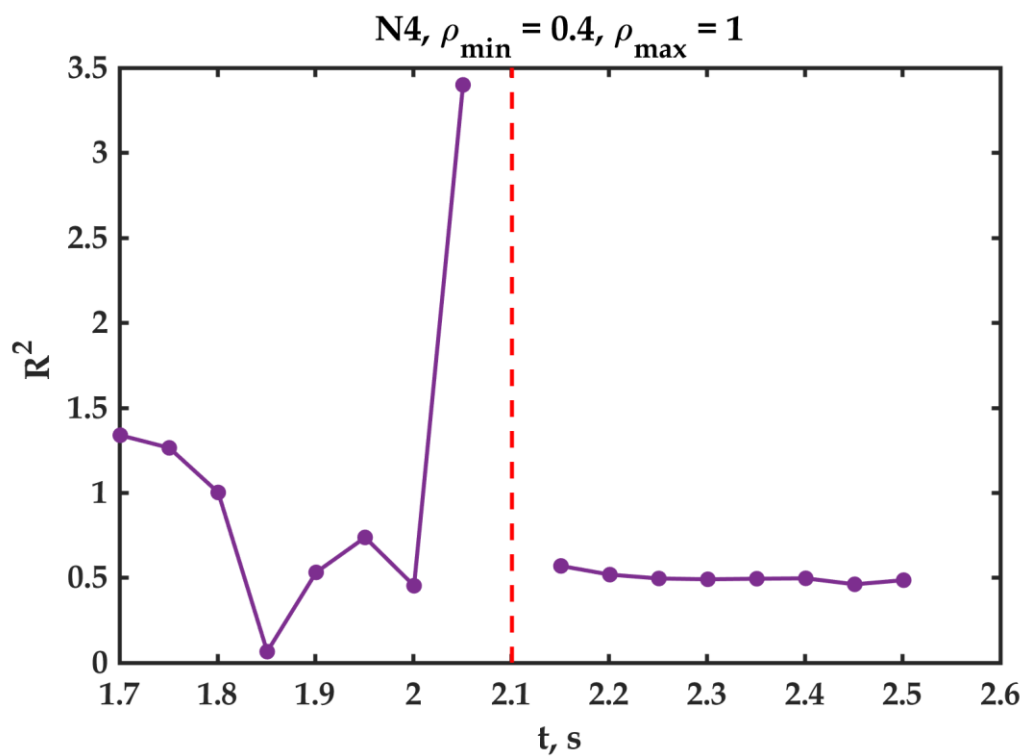
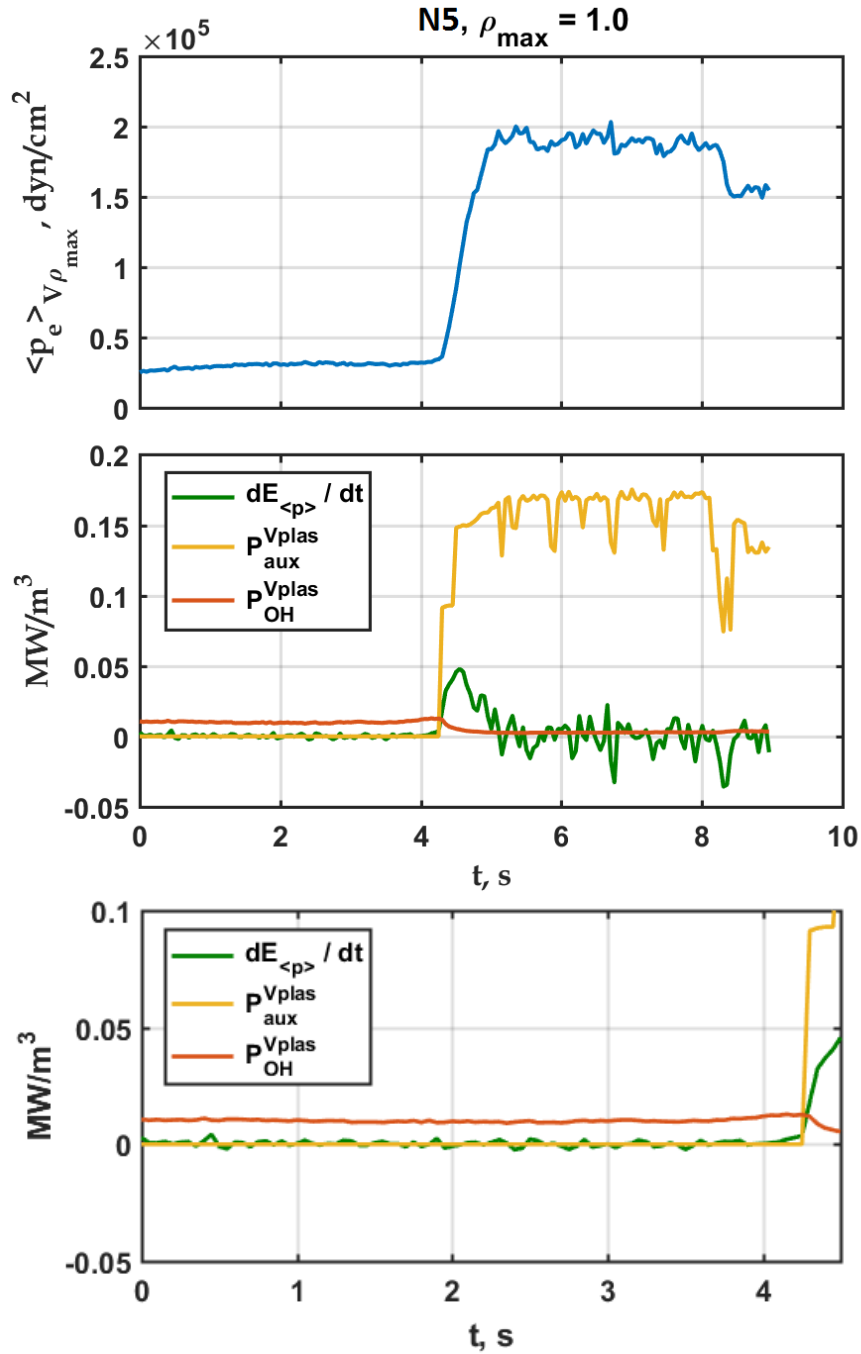


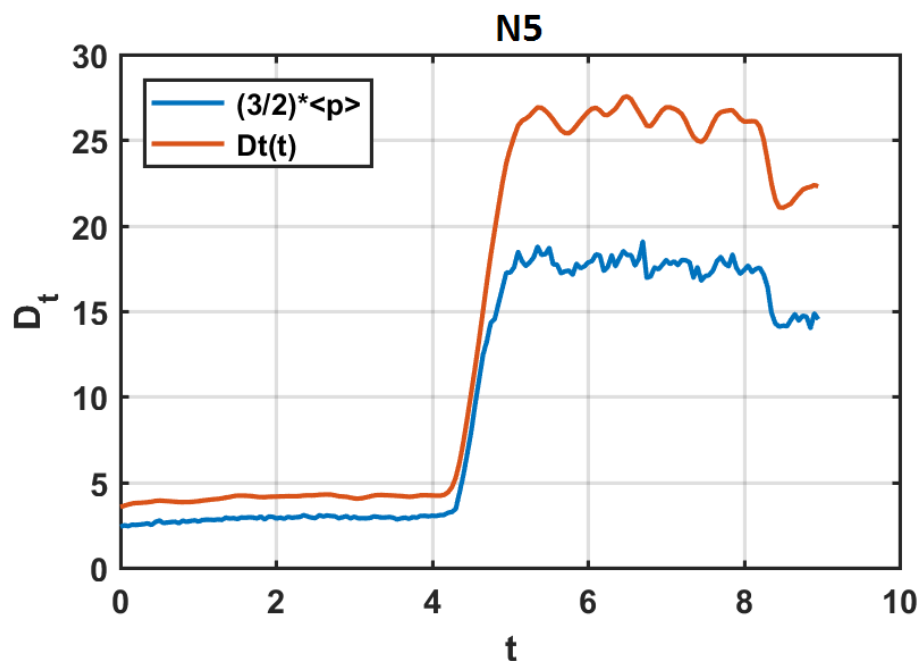
Рисунок 3.4.5 — Увеличенный фрагмент рисунка 1.4.4 вблизи  $t_{\text{inj}}$

### 1.5 Пример N5



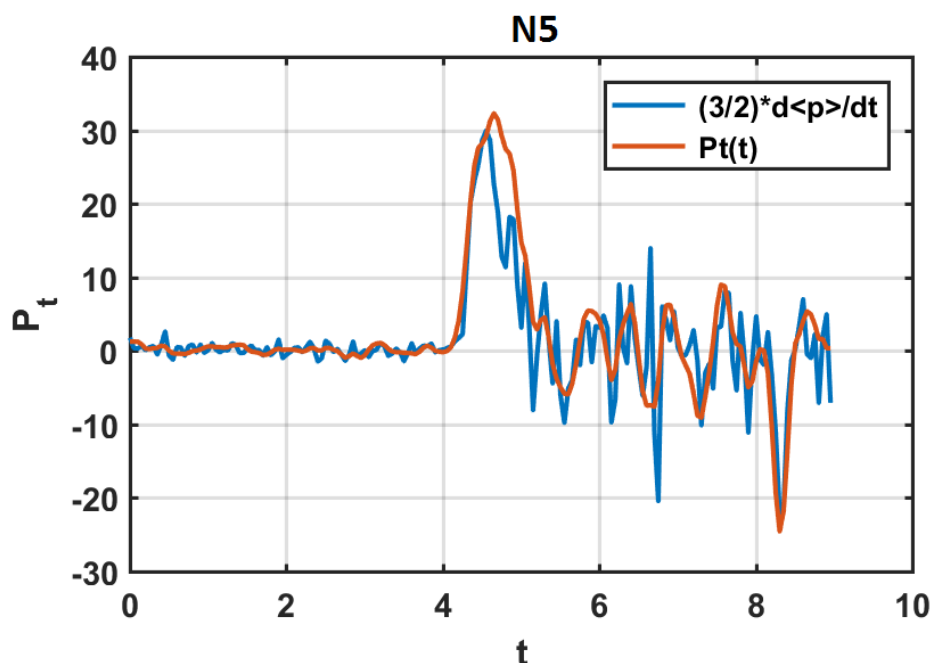
Синяя кривая – среднее по объему давление  $\langle p_e \rangle_{V\rho_{\max}}$  (5) при  $\rho_{\max} = 1,0$ ; зеленая кривая – производная энергии  $E_{\langle p \rangle}$  по времени  $dE_{\langle p \rangle}/dt$ , где  $E_{\langle p \rangle}$  определяется в (6); желтая кривая – плотность мощности дополнительного нагрева  $P_{\text{aux}}^{V\text{plas}} \equiv P_{\text{aux}}/V_{\text{plas}}$ ; коричневая кривая – плотность мощности омического нагрева  $P_{\text{OH}}^{V\text{plas}} \equiv P_{\text{OH}}/V_{\text{plas}}$ ; здесь  $V_{\text{plas}}$  – объем плазмы, использовалось значение  $V_{\text{plas}} = 100 \text{ м}^3$ . В нижней части рисунка более крупно показана эволюция  $dE_{\langle p \rangle}/dt$ ,  $P_{\text{aux}}^{V\text{plas}}$  и  $P_{\text{OH}}^{V\text{plas}}$  до включения дополнительного нагрева

Рисунок 3.5.1 — Зависимость от времени различных параметров разряда в примере N5



Синяя кривая – вид  $E_{\langle p \rangle}$  (6), коричневая кривая – временной компоненты  $D_t$  мультипликативного представления (7)

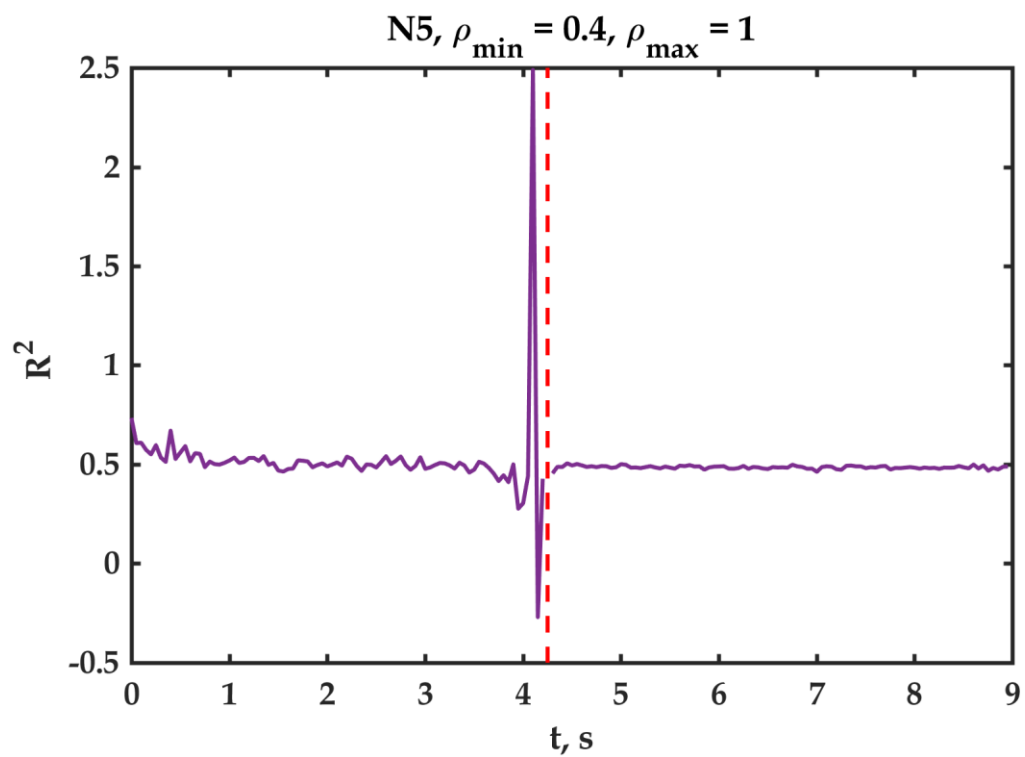
Рисунок 3.5.2 — Сравнение временной компоненты  $D_t$  мультипликативного представления энергии  $E$  (7), полученной SvF-методом сбалансированной идентификации, с  $E_{\langle p \rangle}$  (6) для примера N5



Синяя кривая – вид  $\partial E_{\langle p \rangle} / \partial t$ , коричневая кривая – вид временной компоненты  $P_t$  мультипликативного представления (8)

Рисунок 3.5.3 — Сравнение временной компоненты  $P_t$  мультипликативного представления производной энергии  $E$  по времени, полученной SvF-методом сбалансированной идентификации, с  $\partial E_{\langle p \rangle} / \partial t$  для примера N5





Красной штриховой линией показан момент времени  $t_{\text{inj}}$ , когда включается  
дополнительный нагрев плазмы

Рисунок 3.5.4 — Зависимость квадрата фронта тепловой волны  $R^2(t)$  от времени для  
примера N5

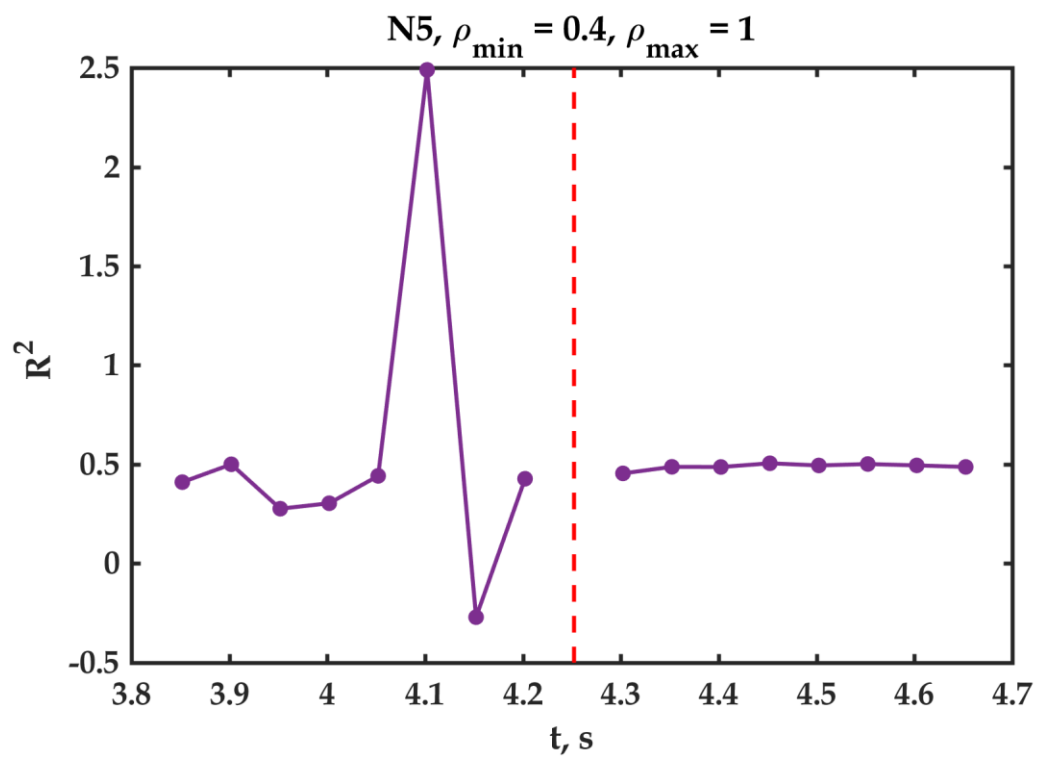
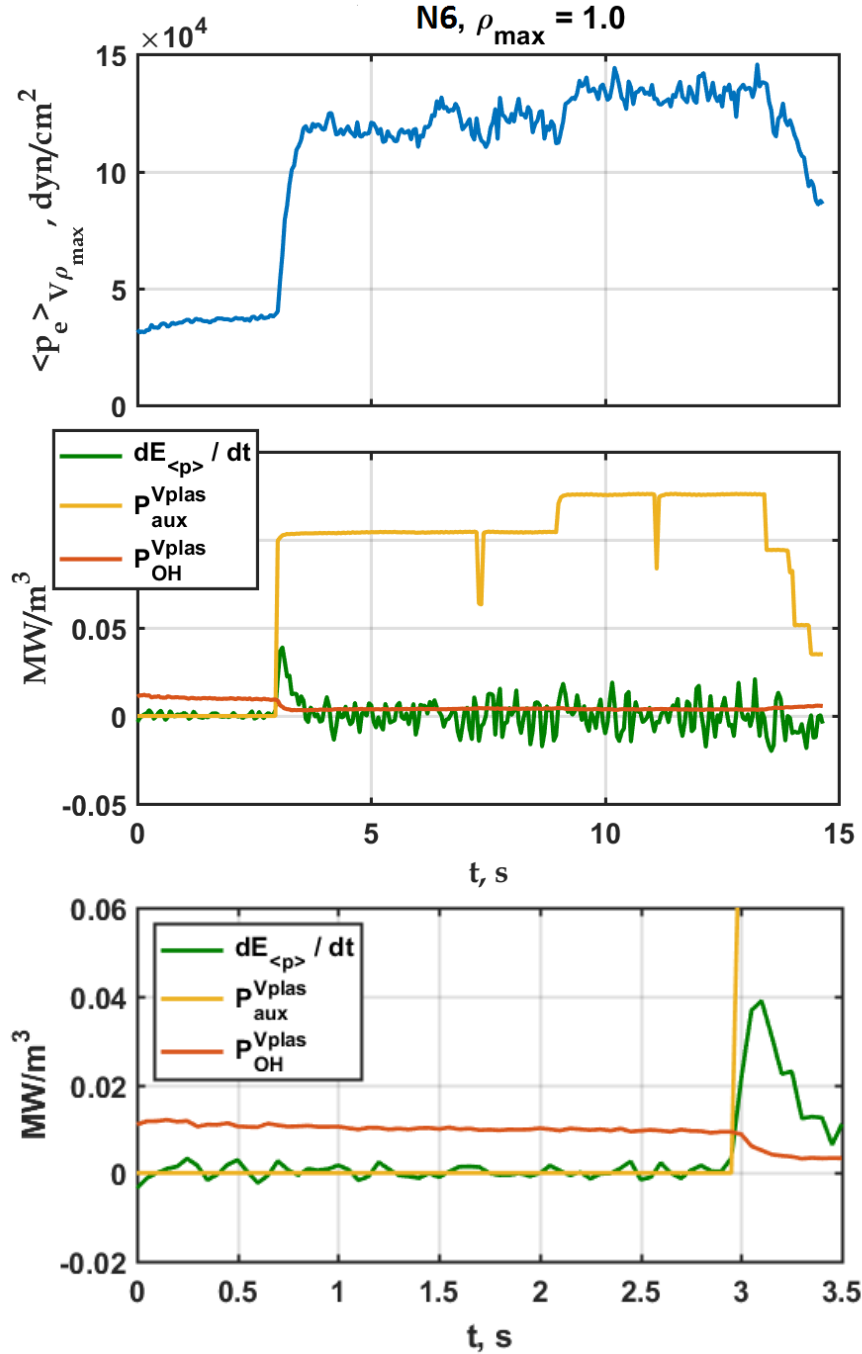


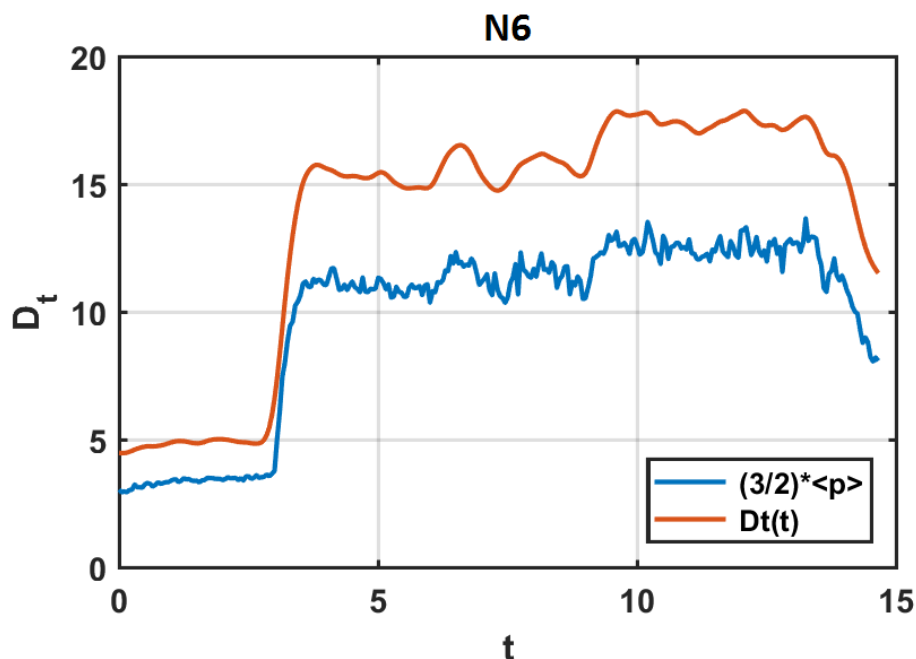
Рисунок 3.5.5 — Увеличенный фрагмент рисунка 1.5.4 вблизи  $t_{\text{inj}}$

## 1.6 Пример N6



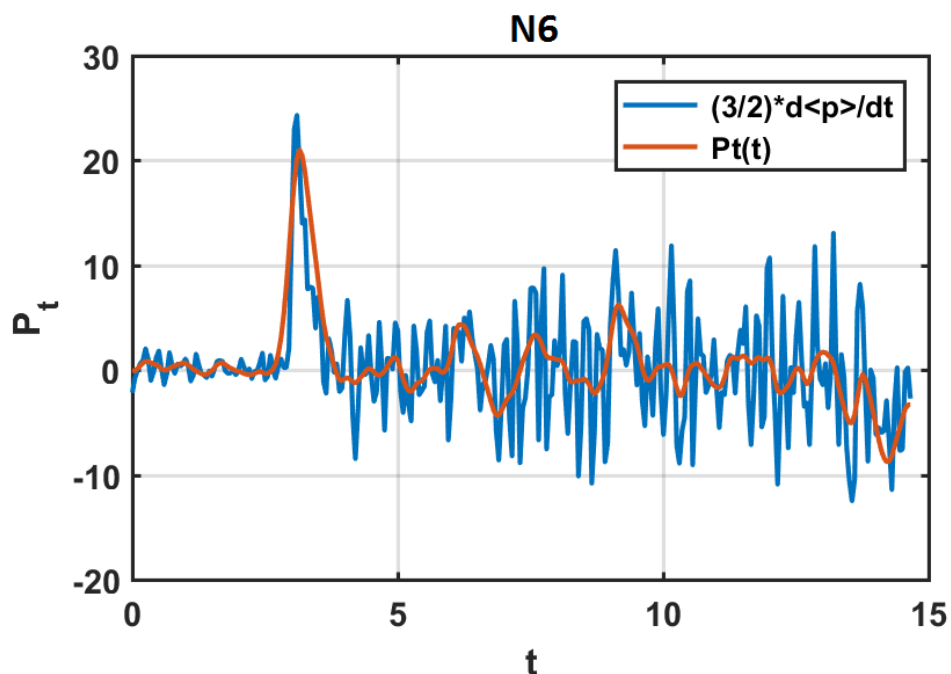
Синяя кривая – среднее по объему давление  $\langle p_e \rangle V \rho_{\max}$  (5) при  $\rho_{\max} = 1,0$ ; зеленая кривая – производная энергии  $E_{\langle p \rangle}$  по времени  $dE_{\langle p \rangle} / dt$ , где  $E_{\langle p \rangle}$  определяется в (6); желтая кривая – плотность мощности дополнительного нагрева  $P_{\text{aux}}^{V\text{plas}} \equiv P_{\text{aux}} / V_{\text{plas}}$ ; коричневая кривая – плотность мощности омического нагрева  $P_{\text{OH}}^{V\text{plas}} \equiv P_{\text{OH}} / V_{\text{plas}}$ ; здесь  $V_{\text{plas}}$  – объем плазмы, использовалось значение  $V_{\text{plas}} = 100 \text{ м}^3$ . В нижней части рисунка более крупно показана эволюция  $dE_{\langle p \rangle} / dt$ ,  $P_{\text{aux}}^{V\text{plas}}$  и  $P_{\text{OH}}^{V\text{plas}}$  до включения дополнительного нагрева

Рисунок 3.6.1 — Зависимость от времени различных параметров разряда в примере N6



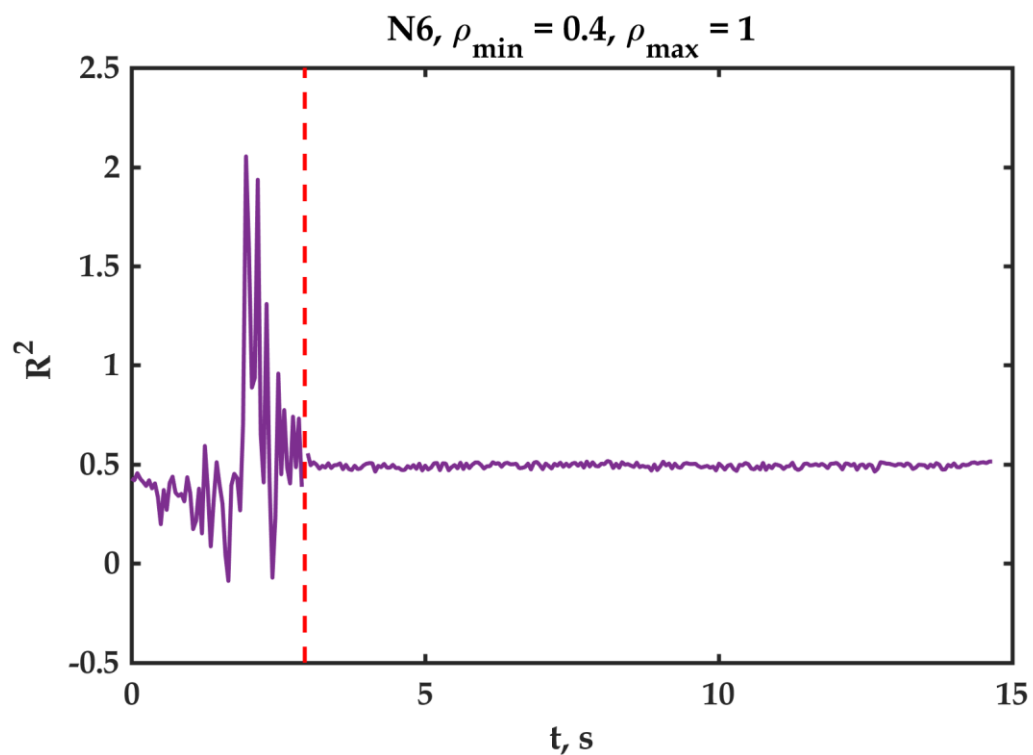
Синяя кривая – вид  $E_{\langle p \rangle}$  (6), коричневая кривая – временной компоненты  $D_t$  мультипликативного представления (7)

Рисунок 3.6.2 — Сравнение временной компоненты  $D_t$  мультипликативного представления энергии  $E$  (7), полученной SvF-методом сбалансированной идентификации, с  $E_{\langle p \rangle}$  (6) для примера N6



Синяя кривая – вид  $\partial E_{\langle p \rangle} / \partial t$ , коричневая кривая – вид временной компоненты  $P_t$  мультипликативного представления (8)

Рисунок 3.6.3 — Сравнение временной компоненты  $P_t$  мультипликативного представления производной энергии  $E$  по времени, полученной SvF-методом сбалансированной идентификации, с  $\partial E_{\langle p \rangle} / \partial t$  для примера N6



Красной штриховой линией показан момент времени  $t_{\text{inj}}$ , когда включается  
дополнительный нагрев плазмы

Рисунок 3.6.4 — Зависимость квадрата фронта тепловой волны  $R^2(t)$  от времени для  
примера N6

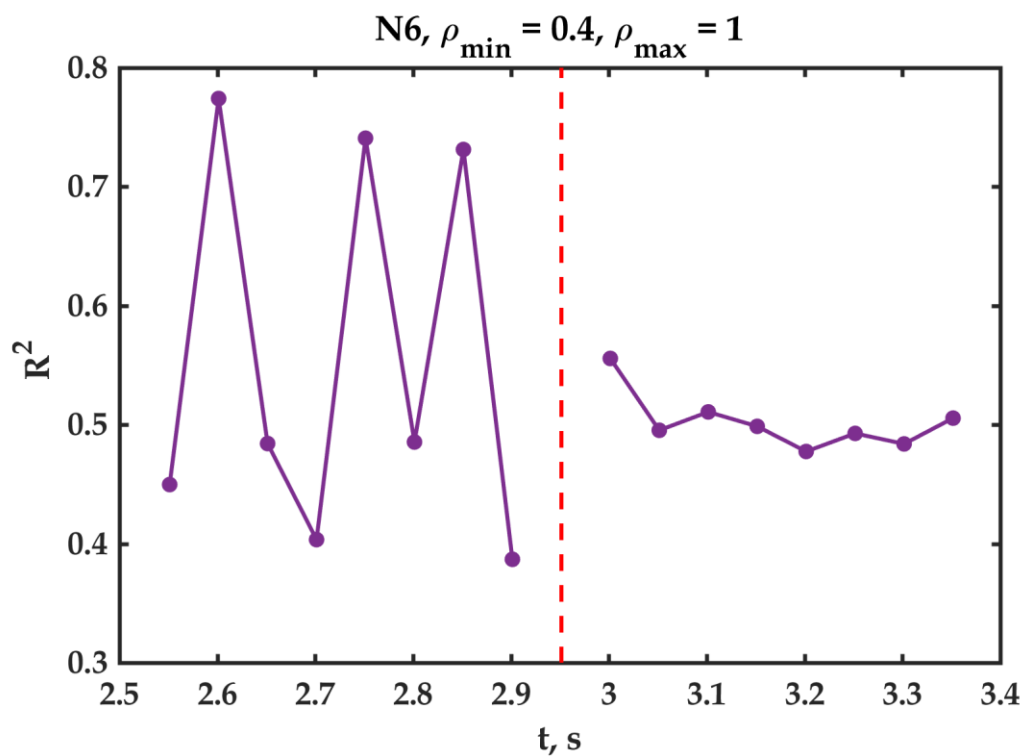
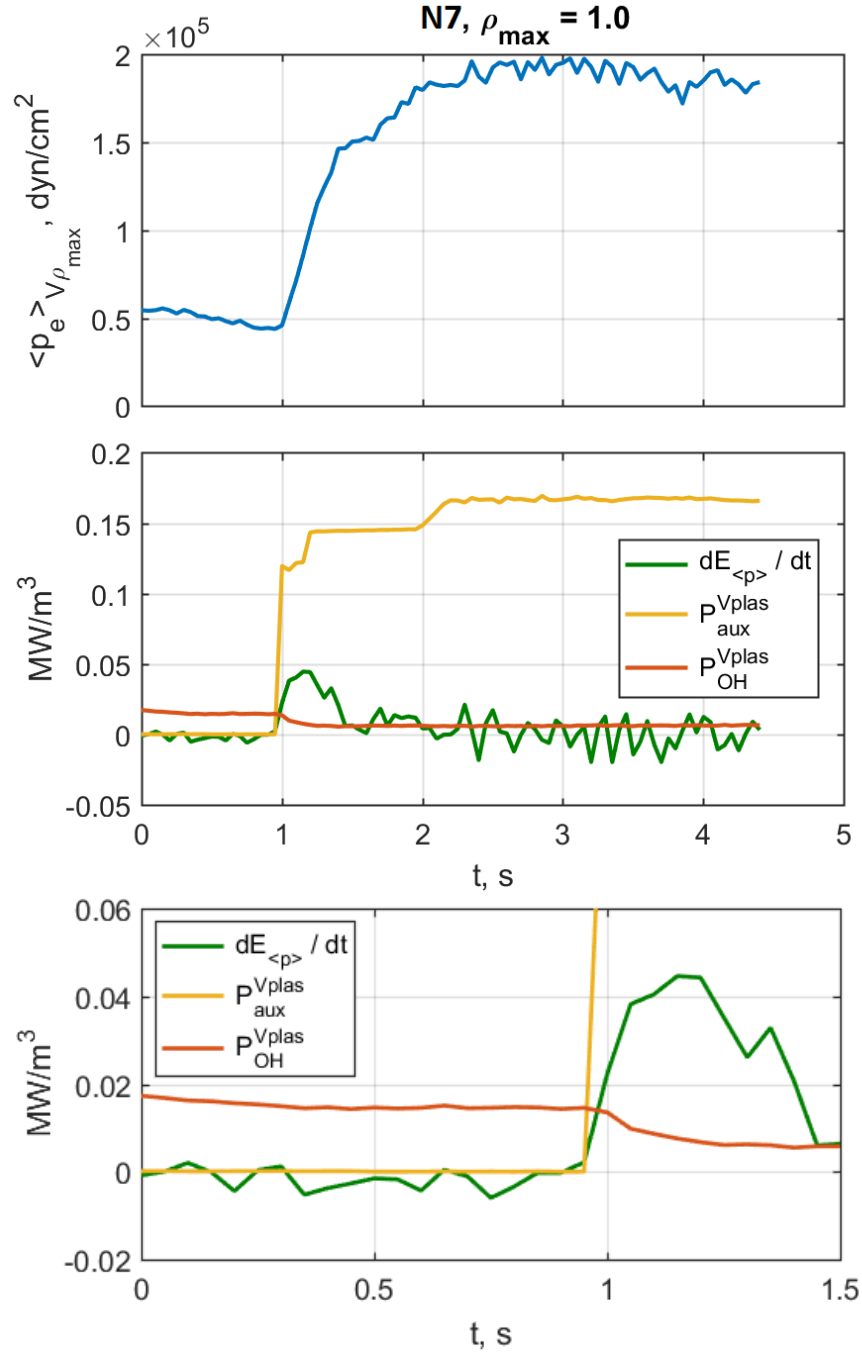


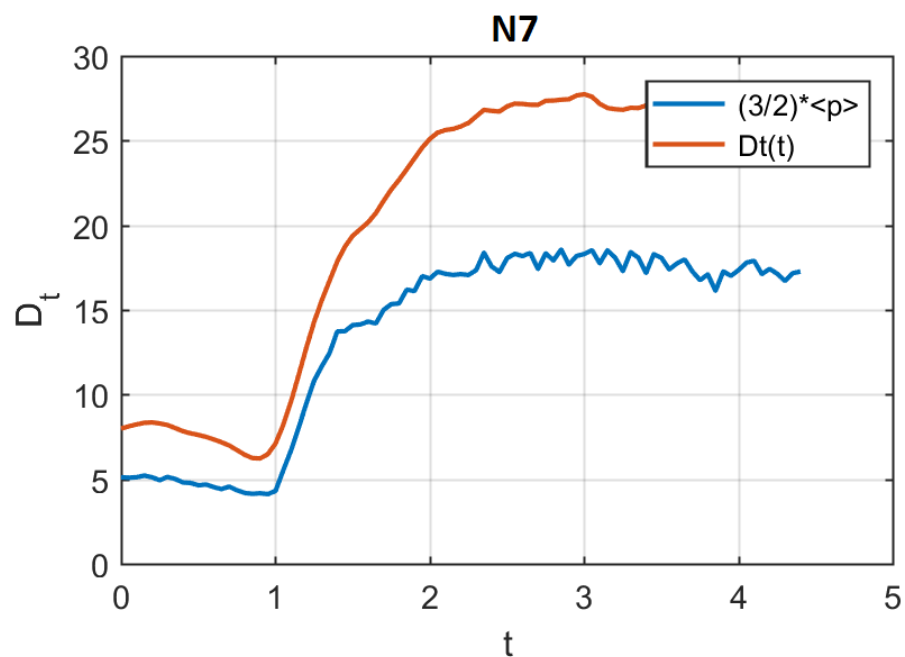
Рисунок 3.6.5 — Увеличенный фрагмент рисунка 1.6.4 вблизи  $t_{\text{inj}}$

### 1.7 Пример N7



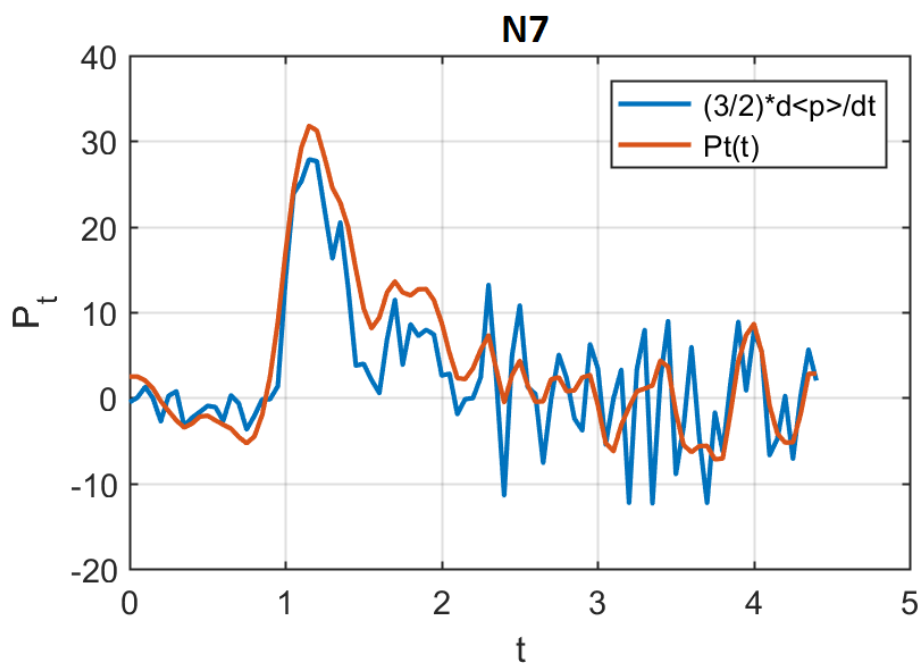
Синяя кривая – среднее по объему давление  $\langle p_e \rangle_{V_{\rho_{\max}}}$  (5) при  $\rho_{\max} = 1.0$ ; зеленая кривая – производная энергии  $E_{\langle p \rangle}$  по времени  $dE_{\langle p \rangle}/dt$ , где  $E_{\langle p \rangle}$  определяется в (6); желтая кривая – плотность мощности дополнительного нагрева  $P_{\text{aux}}^{V_{\text{plas}}} \equiv P_{\text{aux}}/V_{\text{plas}}$ ; коричневая кривая – плотность мощности омического нагрева  $P_{\text{OH}}^{V_{\text{plas}}} \equiv P_{\text{OH}}/V_{\text{plas}}$ ; здесь  $V_{\text{plas}}$  – объем плазмы, использовалось значение  $V_{\text{plas}} = 100 \text{ м}^3$ . В нижней части рисунка более крупно показана эволюция  $dE_{\langle p \rangle}/dt$ ,  $P_{\text{aux}}^{V_{\text{plas}}}$  и  $P_{\text{OH}}^{V_{\text{plas}}}$  до включения дополнительного нагрева

Рисунок 3.7.1 — Зависимость от времени различных параметров разряда в примере N7



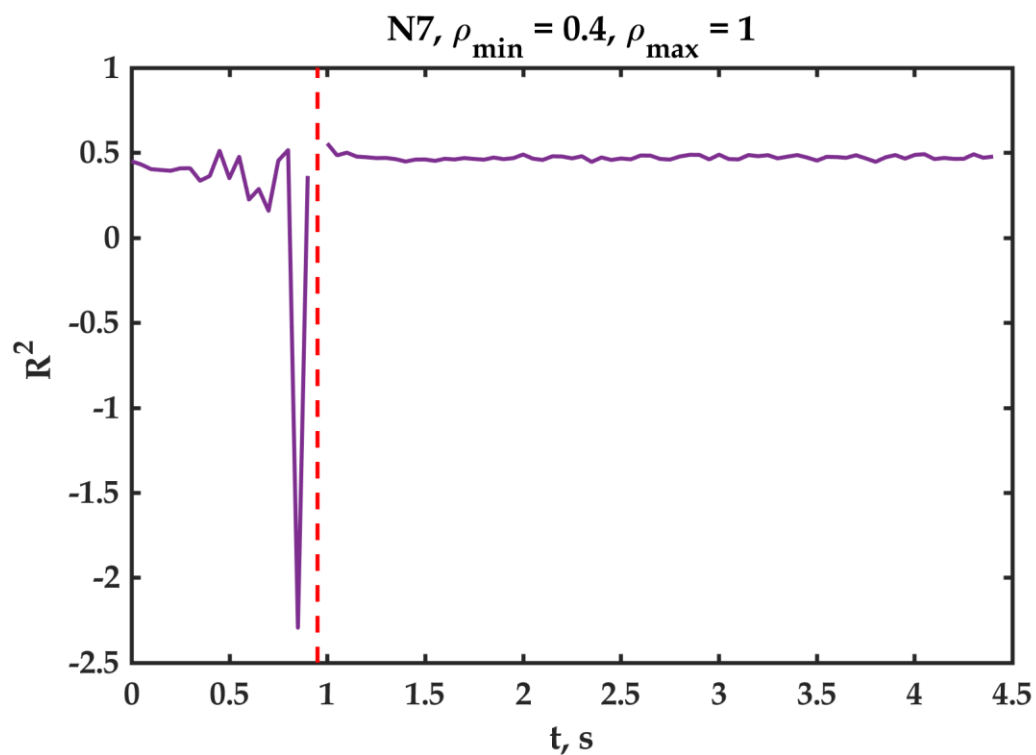
Синяя кривая – вид  $E_{\langle p \rangle}$  (6), коричневая кривая – временной компоненты  $D_t$  мультипликативного представления (7)

Рисунок 3.7.2 — Сравнение временной компоненты  $D_t$  мультипликативного представления энергии  $E$  (7), полученной SvF-методом сбалансированной идентификации, с  $E_{\langle p \rangle}$  (6) для примера N7



Синяя кривая – вид  $\partial E_{\langle p \rangle} / \partial t$ , коричневая кривая – вид временной компоненты  $P_t$  мультипликативного представления (8)

Рисунок 3.7.3 — Сравнение временной компоненты  $P_t$  мультипликативного представления производной энергии  $E$  по времени, полученной SvF-методом сбалансированной идентификации, с  $\partial E_{\langle p \rangle} / \partial t$  для примера N7



Красной штриховой линией показан момент времени  $t_{\text{inj}}$ , когда включается  
дополнительный нагрев плазмы

Рисунок 3.7.4 — Зависимость квадрата фронта тепловой волны  $R^2(t)$  от времени для  
примера N7

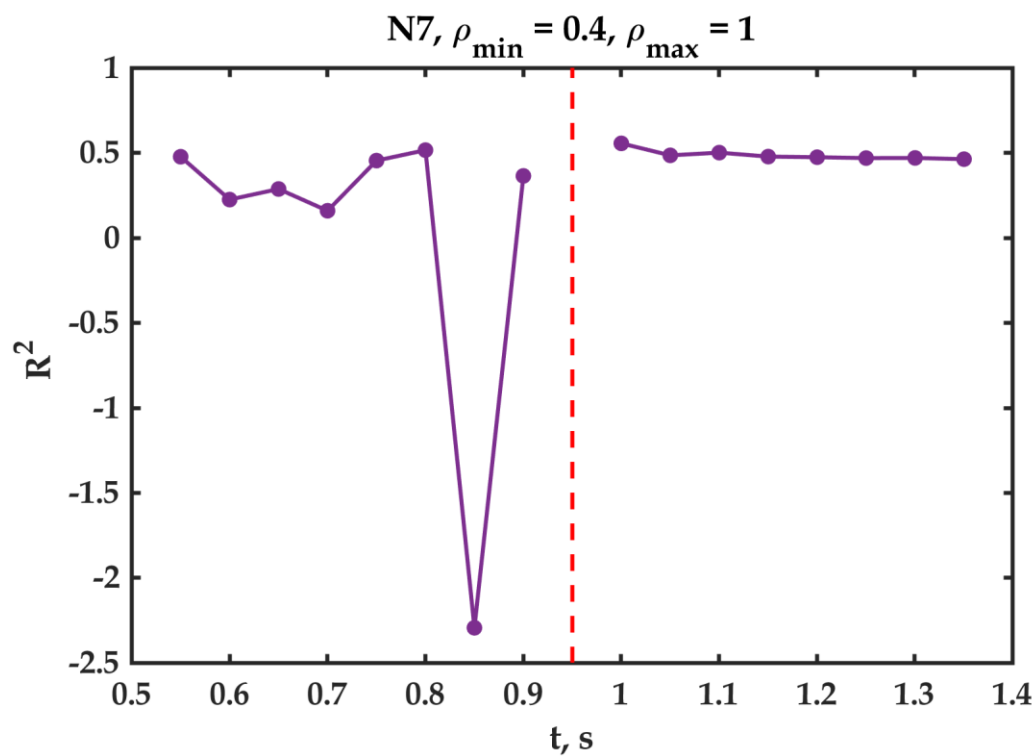
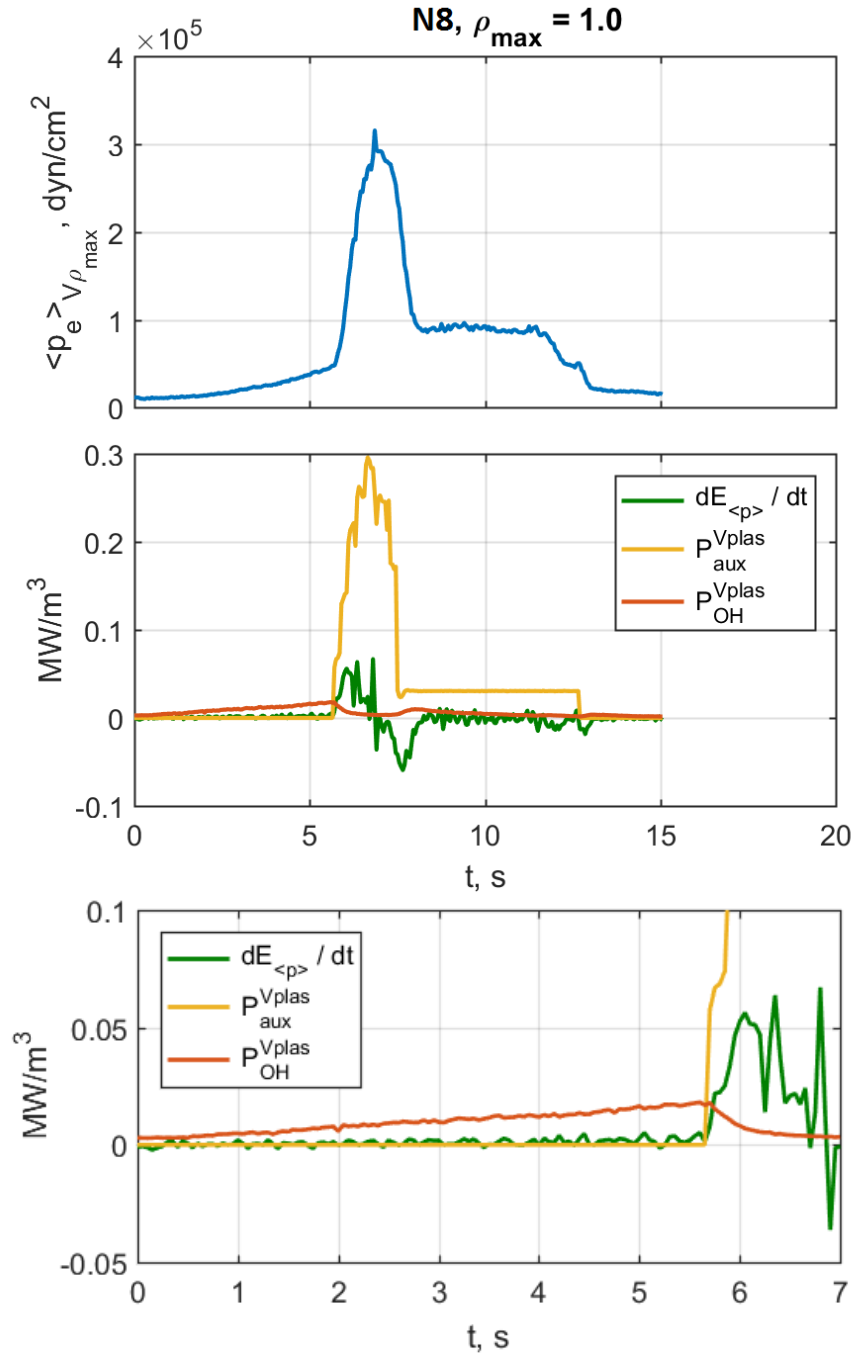


Рисунок 3.7.5 — Увеличенный фрагмент рисунка 1.7.4 вблизи  $t_{\text{inj}}$

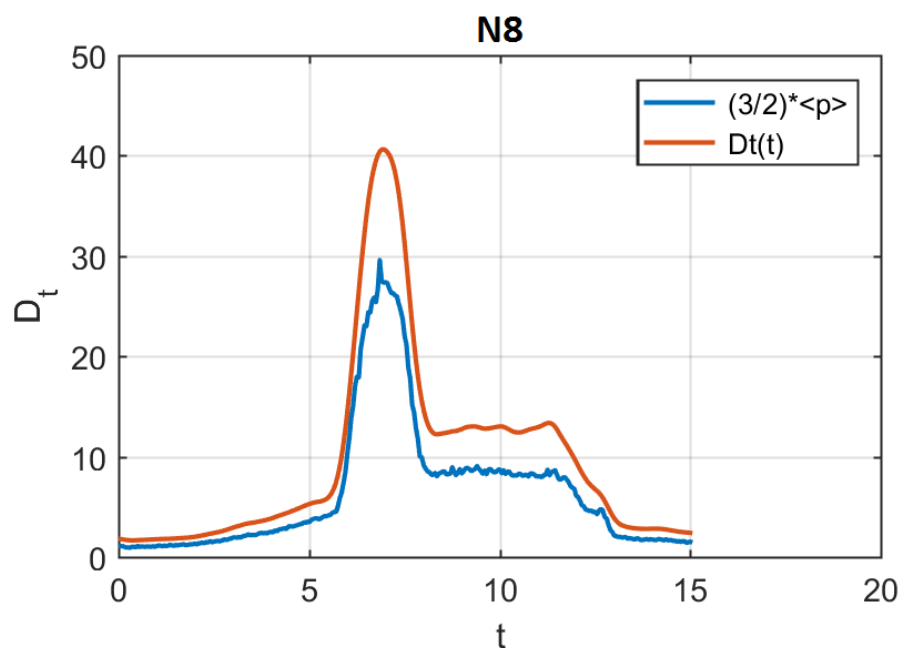


### 1.8 Пример N8



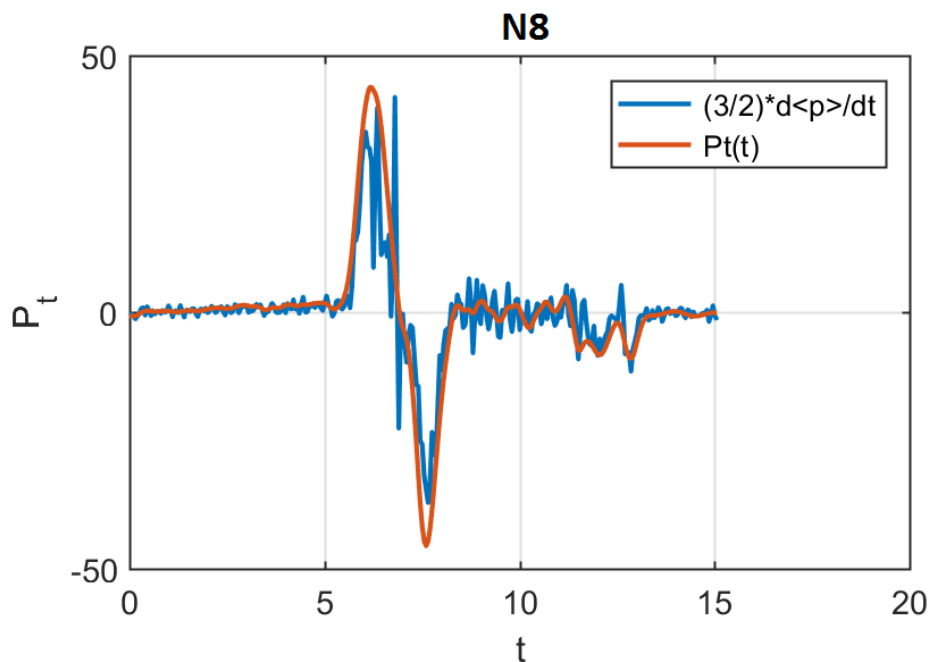
Синяя кривая – среднее по объему давление  $\langle p_e \rangle_{V_{\rho_{\max}}}$  (5) при  $\rho_{\max} = 1,0$ ; зеленая кривая – производная энергии  $E_{\langle p \rangle}$  по времени  $dE_{\langle p \rangle}/dt$ , где  $E_{\langle p \rangle}$  определяется в (6); желтая кривая – плотность мощности дополнительного нагрева  $P_{\text{aux}}^{V_{\text{plas}}} \equiv P_{\text{aux}}/V_{\text{plas}}$ ; коричневая кривая – плотность мощности омического нагрева  $P_{\text{OH}}^{V_{\text{plas}}} \equiv P_{\text{OH}}/V_{\text{plas}}$ ; здесь  $V_{\text{plas}}$  – объем плазмы, использовалось значение  $V_{\text{plas}} = 100 \text{ м}^3$ . В нижней части рисунка более крупно показана эволюция  $dE_{\langle p \rangle}/dt$ ,  $P_{\text{aux}}^{V_{\text{plas}}}$  и  $P_{\text{OH}}^{V_{\text{plas}}}$  до включения дополнительного нагрева

Рисунок 3.8.1 — Зависимость от времени различных параметров разряда в примере N8



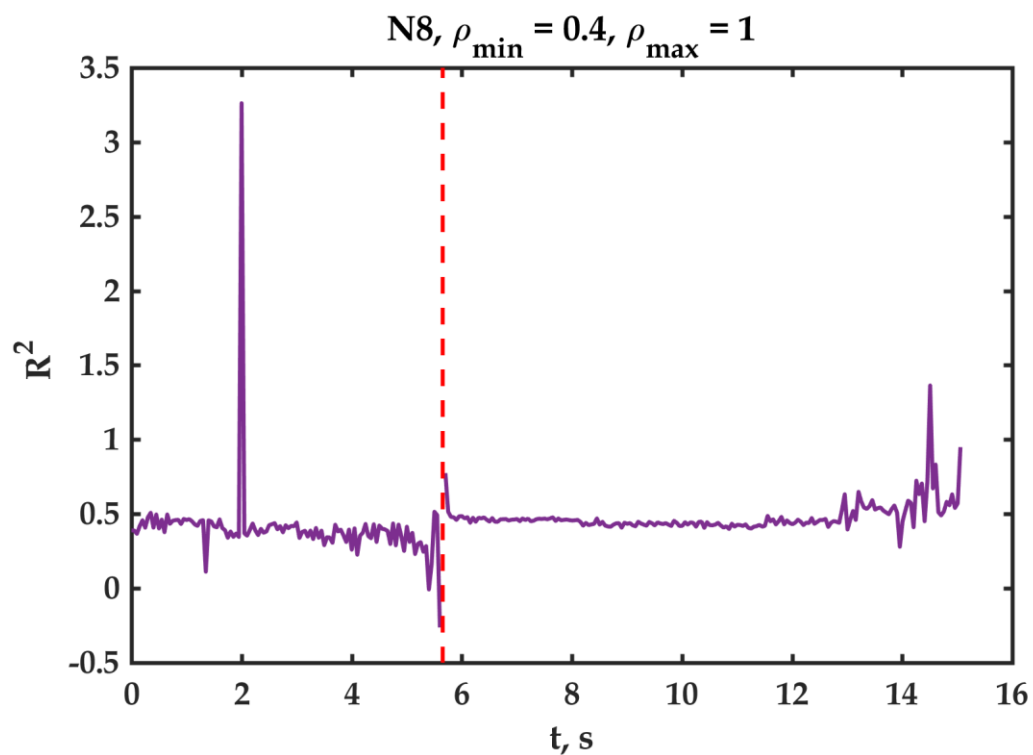
Синяя кривая – вид  $E_{(p)}$  (6), коричневая кривая – временной компоненты  $D_t$  мультипликативного представления (7)

Рисунок 3.8.2 — Сравнение временной компоненты  $D_t$  мультипликативного представления энергии  $E$  (7), полученной SvF-методом сбалансированной идентификации, с  $E_{(p)}$  (6) для примера N8



Синяя кривая – вид  $\partial E_{(p)} / \partial t$ , коричневая кривая – вид временной компоненты  $P_t$  мультипликативного представления (8)

Рисунок 3.8.3 — Сравнение временной компоненты  $P_t$  мультипликативного представления производной энергии  $E$  по времени, полученной SvF-методом сбалансированной идентификации, с  $\partial E_{(p)} / \partial t$  для примера N8



Красной штриховой линией показан момент времени  $t_{\text{inj}}$ , когда включается  
дополнительный нагрев плазмы

Рисунок 3.8.4 — Зависимость квадрата фронта тепловой волны  $R^2(t)$  от времени для  
примера N8

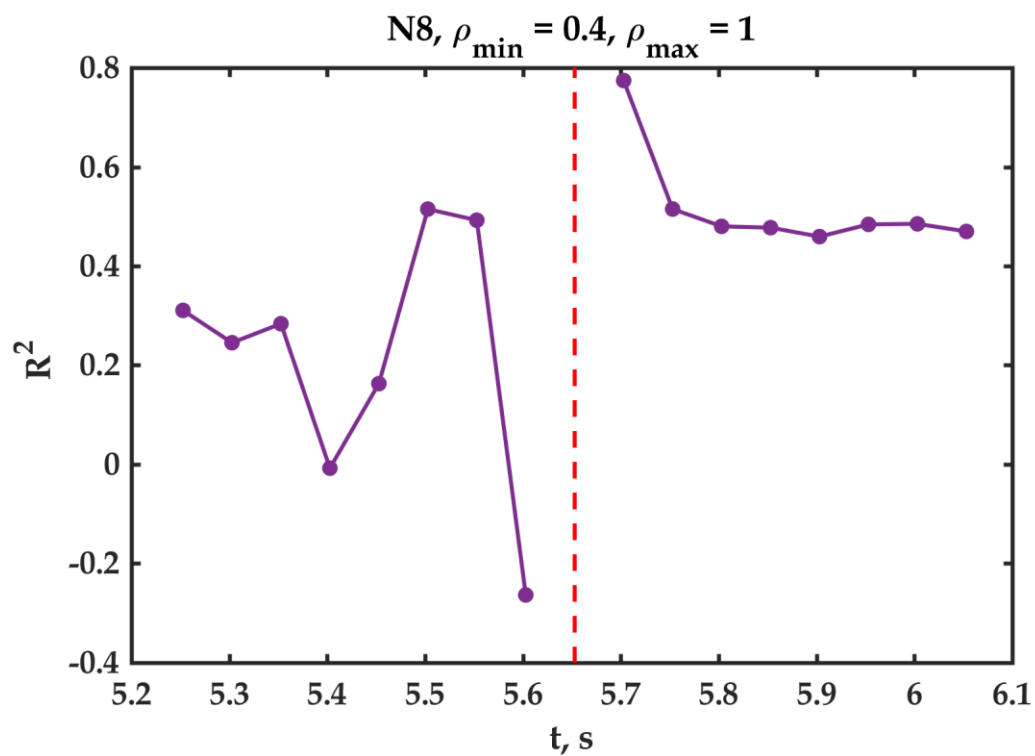
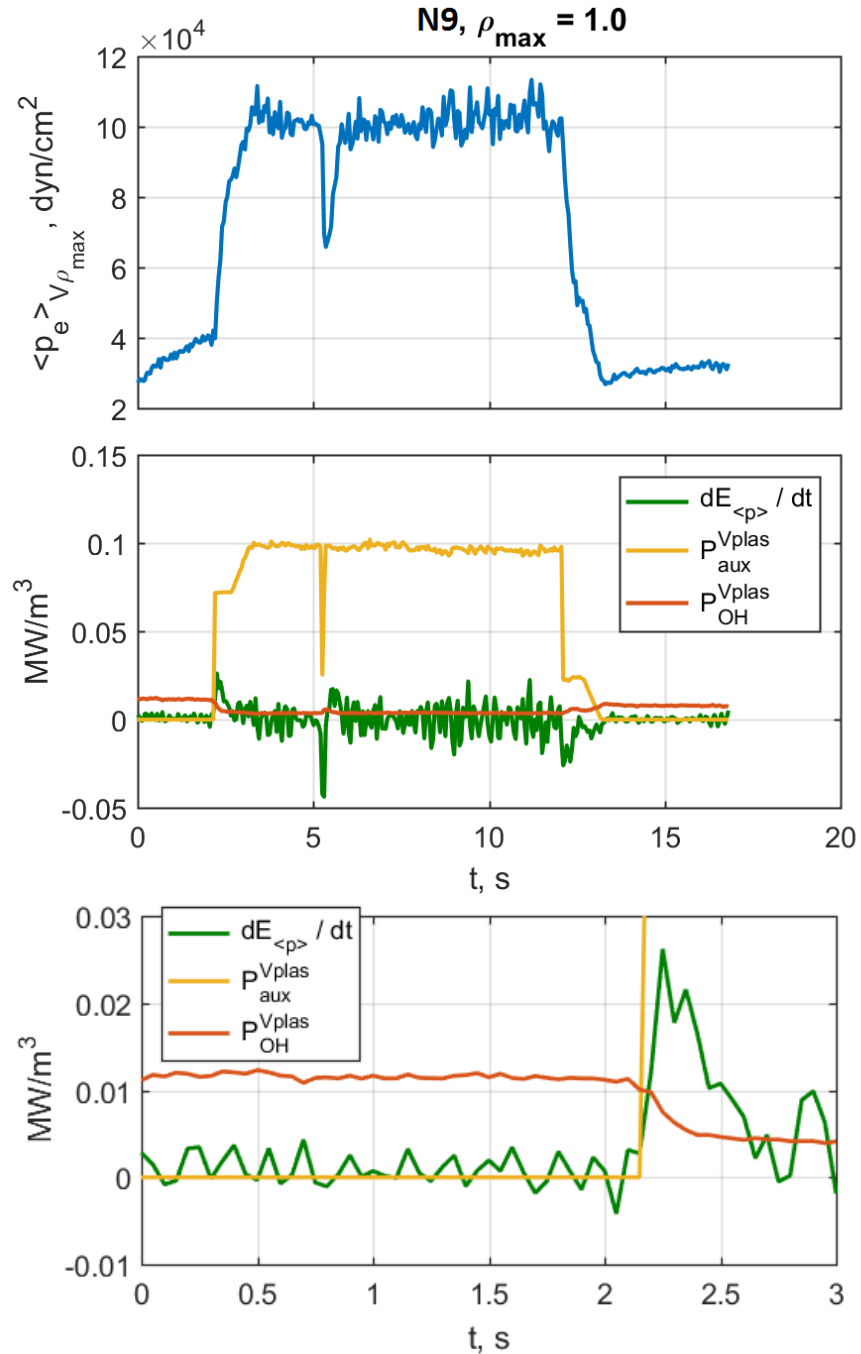


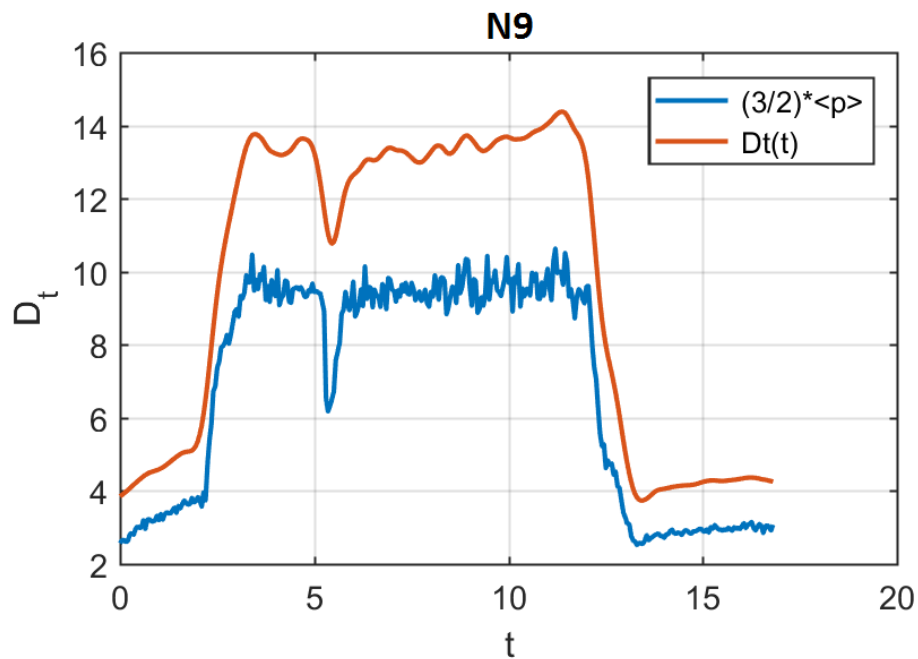
Рисунок 3.8.5 — Увеличенный фрагмент рисунка 1.8.4 вблизи  $t_{\text{inj}}$

### 1.9 Пример N9



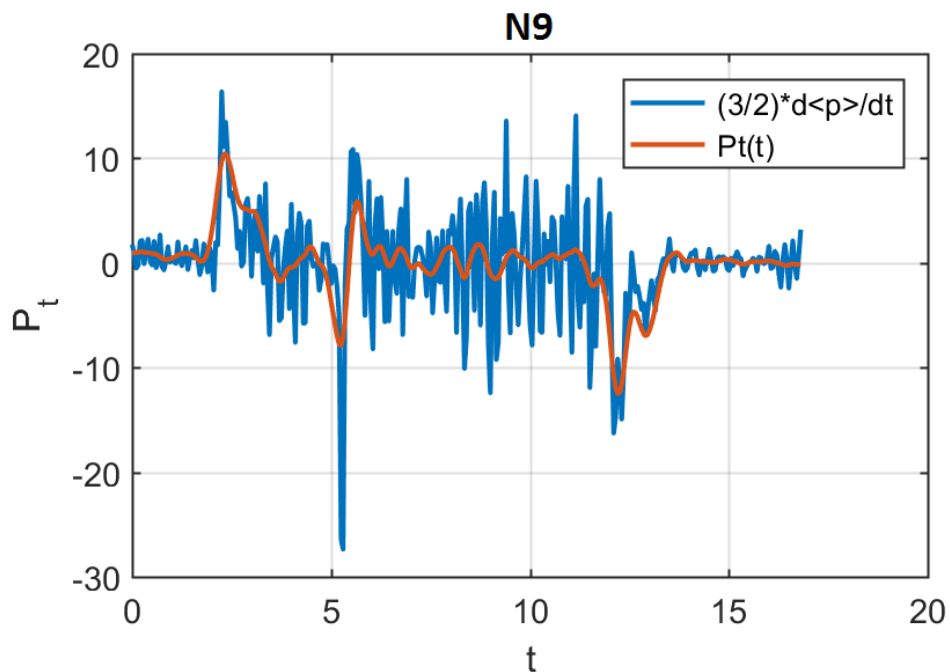
Синяя кривая – среднее по объему давление  $\langle p_e \rangle_{V_{\rho_{\max}}}$  (5) при  $\rho_{\max} = 1,0$ ; зеленая кривая – производная энергии  $E_{\langle p \rangle}$  по времени  $dE_{\langle p \rangle} / dt$ , где  $E_{\langle p \rangle}$  определяется в (6); желтая кривая – плотность мощности дополнительного нагрева  $P_{\text{aux}}^{V_{\text{plas}}} \equiv P_{\text{aux}} / V_{\text{plas}}$ ; коричневая кривая – плотность мощности омического нагрева  $P_{\text{OH}}^{V_{\text{plas}}} \equiv P_{\text{OH}} / V_{\text{plas}}$ ; здесь  $V_{\text{plas}}$  – объем плазмы, использовалось значение  $V_{\text{plas}} = 100 \text{ м}^3$ . В нижней части рисунка более крупно показана эволюция  $dE_{\langle p \rangle} / dt$ ,  $P_{\text{aux}}^{V_{\text{plas}}}$  и  $P_{\text{OH}}^{V_{\text{plas}}}$  до включения дополнительного нагрева

Рисунок 3.9.1 — Зависимость от времени различных параметров разряда в примере N9



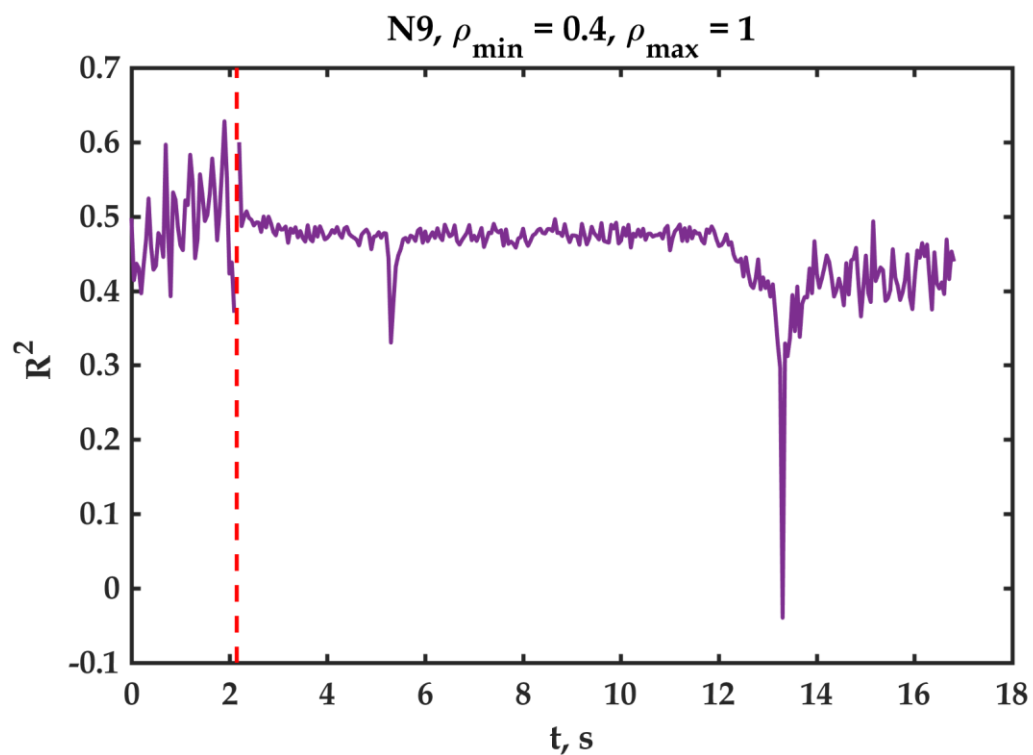
Синяя кривая – вид  $E_{\langle p \rangle}$  (6), коричневая кривая – временной компоненты  $D_t$  мультипликативного представления (7)

Рисунок 3.9.2 — Сравнение временной компоненты  $D_t$  мультипликативного представления энергии  $E$  (7), полученной SvF-методом сбалансированной идентификации, с  $E_{\langle p \rangle}$  (6) для примера N9



Синяя кривая – вид  $\partial E_{\langle p \rangle} / \partial t$ , коричневая кривая – вид временной компоненты  $P_t$  мультипликативного представления (8)

Рисунок 3.9.3 — Сравнение временной компоненты  $P_t$  мультипликативного представления производной энергии  $E$  по времени, полученной SvF-методом сбалансированной идентификации, с  $\partial E_{\langle p \rangle} / \partial t$  для примера N9



Красной штриховой линией показан момент времени  $t_{\text{inj}}$ , когда включается дополнительный нагрев плазмы

Рисунок 3.9.4 — Зависимость квадрата фронта тепловой волны  $R^2(t)$  от времени для примера N9

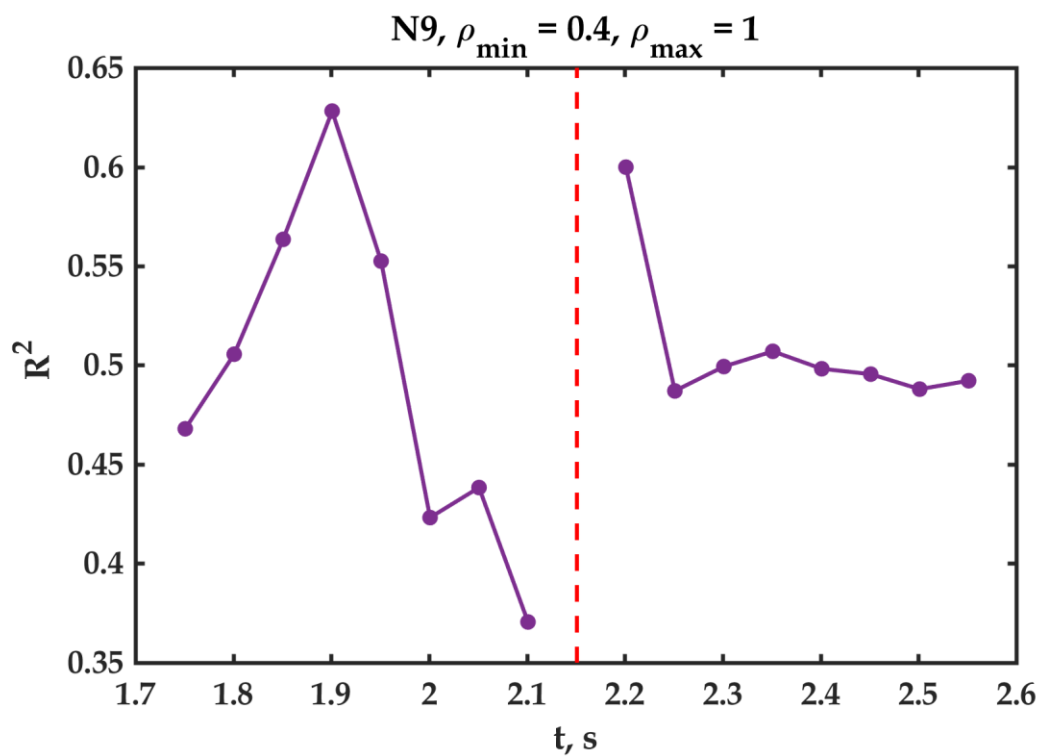
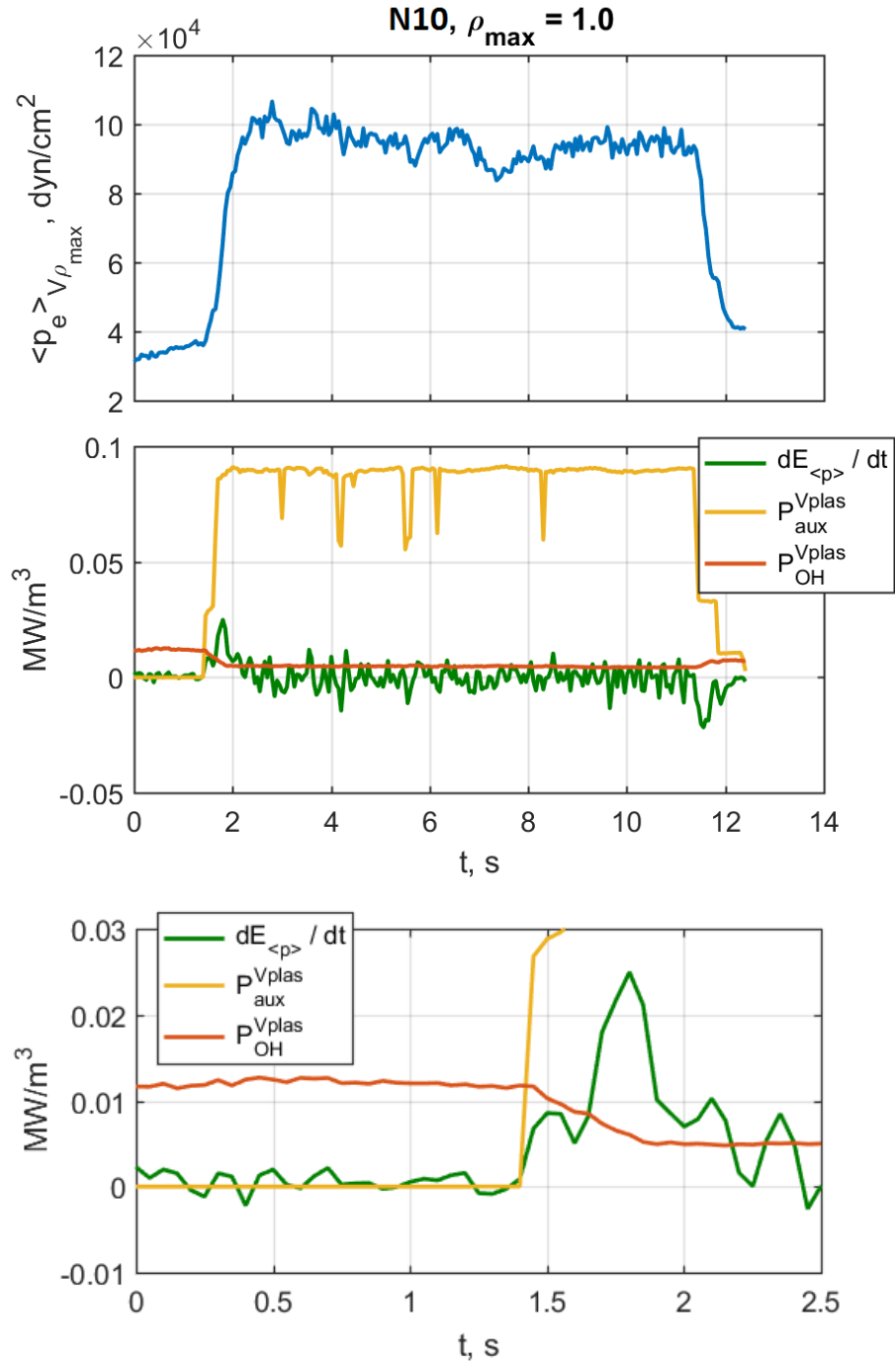


Рисунок 3.9.5 — Увеличенный фрагмент рисунка 1.9.4 вблизи  $t_{\text{inj}}$

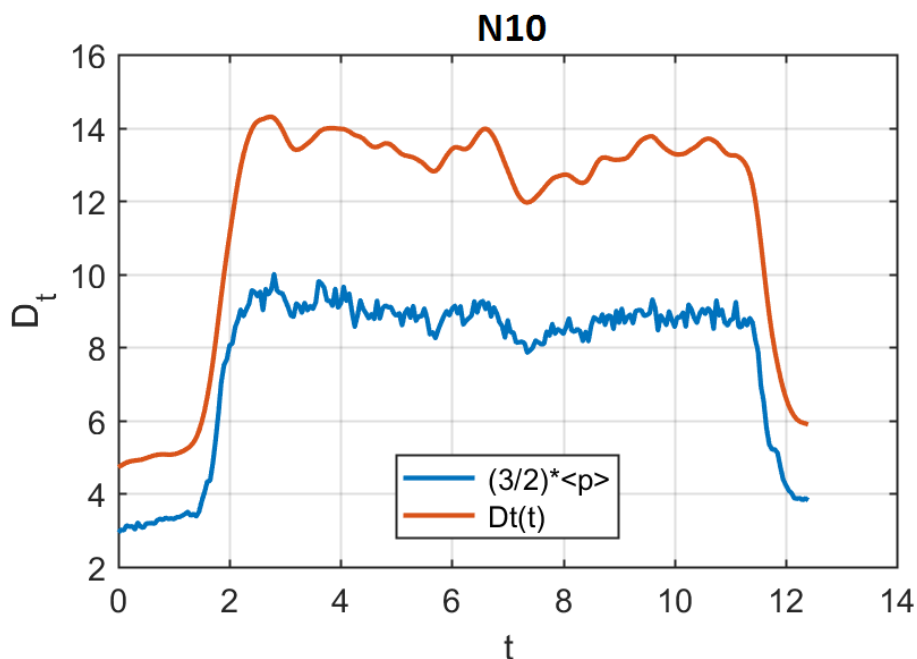
### 1.10 Пример N10



Синяя кривая – среднее по объему давление  $\langle p_e \rangle_{V_{\rho_{\max}}}$  (5) при  $\rho_{\max} = 1,0$ ; зеленая кривая – производная энергии  $E_{\langle p \rangle}$  по времени  $dE_{\langle p \rangle}/dt$ , где  $E_{\langle p \rangle}$  определяется в (6); желтая кривая – плотность мощности дополнительного нагрева  $P_{\text{aux}}^{V_{\text{plas}}} \equiv P_{\text{aux}}/V_{\text{plas}}$ ; коричневая кривая – плотность мощности омического нагрева  $P_{\text{OH}}^{V_{\text{plas}}} \equiv P_{\text{OH}}/V_{\text{plas}}$ ; здесь  $V_{\text{plas}}$  – объем плазмы, использовалось значение  $V_{\text{plas}} = 100 \text{ м}^3$ . В нижней части рисунка более крупно показана эволюция  $dE_{\langle p \rangle}/dt$ ,  $P_{\text{aux}}^{V_{\text{plas}}}$  и  $P_{\text{OH}}^{V_{\text{plas}}}$  до включения дополнительного нагрева

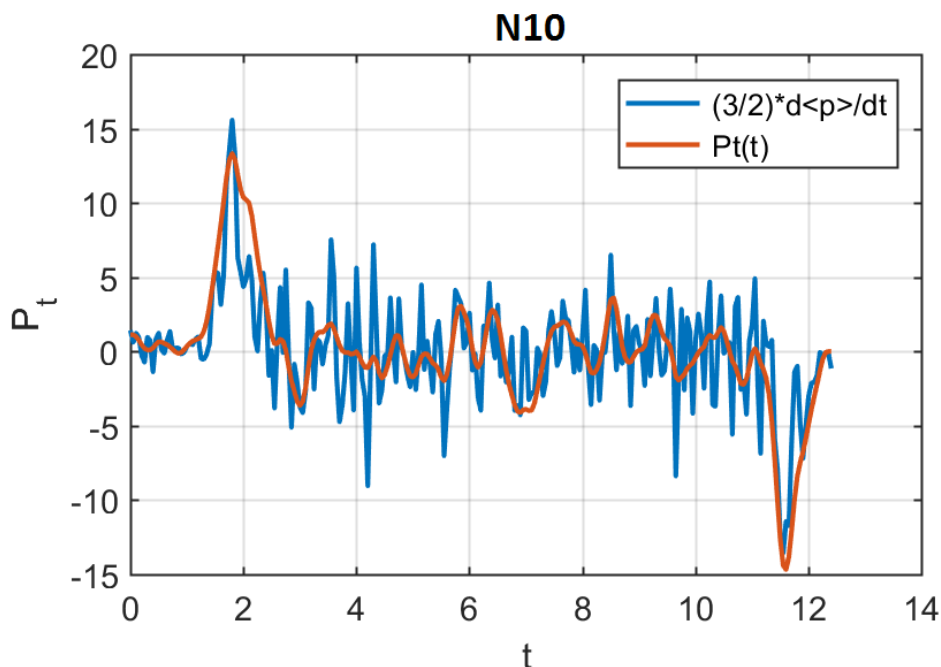
Рисунок 3.10.1 — Зависимость от времени различных параметров разряда в примере N10





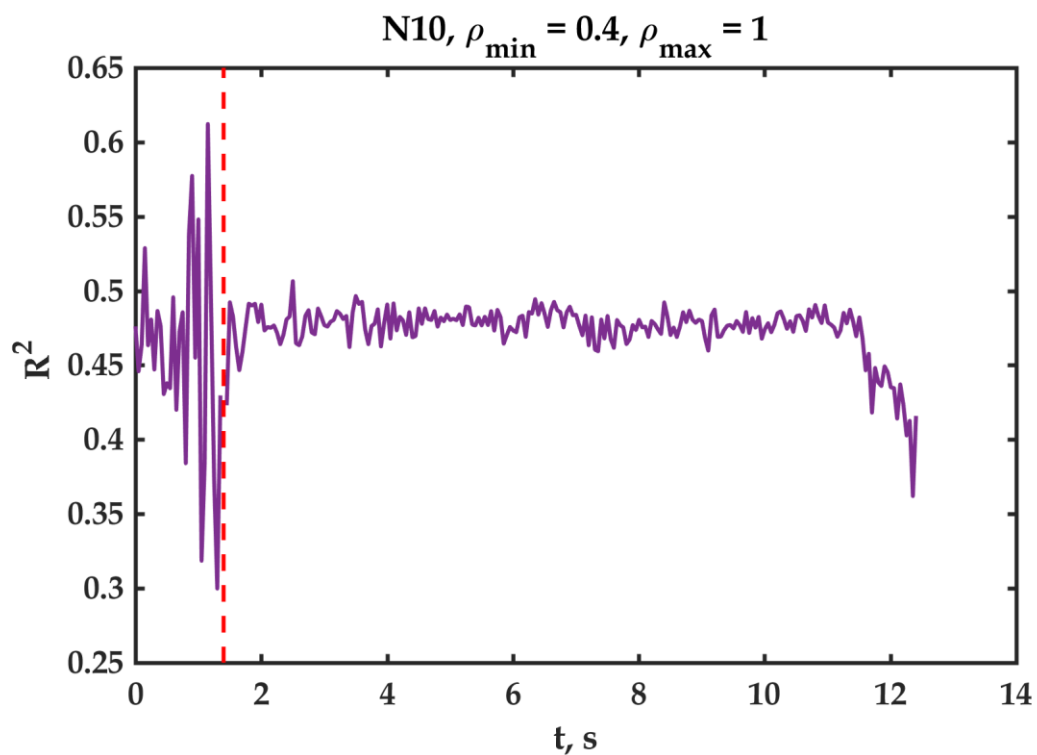
Синяя кривая – вид  $E_{\langle p \rangle}$  (6), коричневая кривая – временной компоненты  $D_t$  мультипликативного представления (7)

Рисунок 3.10.2 — Сравнение временной компоненты  $D_t$  мультипликативного представления энергии  $E$  (7), полученной SvF-методом сбалансированной идентификации, с  $E_{\langle p \rangle}$  (6) для примера N10



Синяя кривая – вид  $\partial E_{\langle p \rangle} / \partial t$ , коричневая кривая – вид временной компоненты  $P_t$  мультипликативного представления (8)

Рисунок 3.10.3 — Сравнение временной компоненты  $P_t$  мультипликативного представления производной энергии  $E$  по времени, полученной SvF-методом сбалансированной идентификации, с  $\partial E_{\langle p \rangle} / \partial t$  для примера N10



Красной штриховой линией показан момент времени  $t_{\text{inj}}$ , когда включается дополнительный нагрев плазмы

Рисунок 3.10.4 — Зависимость квадрата фронта тепловой волны  $R^2(t)$  от времени для примера N10

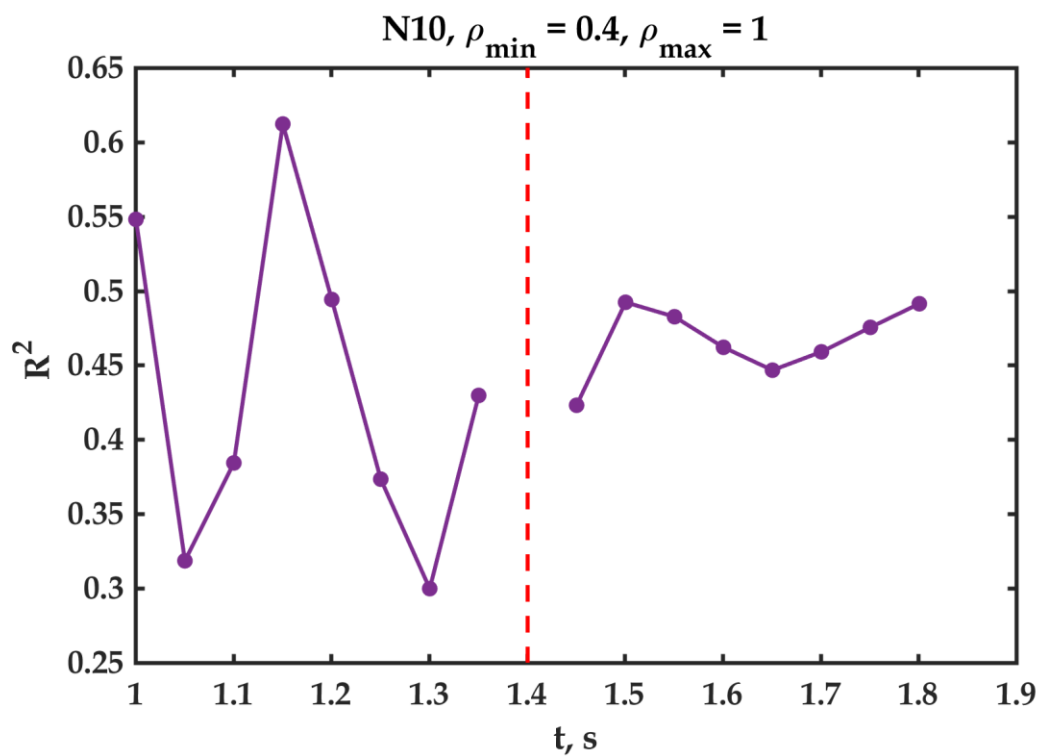


Рисунок 3.10.5 — Увеличенный фрагмент рисунка 1.10.4 вблизи  $t_{\text{inj}}$

#### 4. Обсуждение и выводы

Полученные выше результаты показывают, что характерное время восстановления формы (но не абсолютных значений) пространственного распределения давления электронов плазмы при включении мощного дополнительного нагрева составляет величины порядка 0,1 секунды. Это как минимум на один порядок величины меньше времени установления квазистационарного профиля давления с помощью известных диффузионных механизмов (включая широко используемую феноменологическую концепцию аномальной диффузии тепла). Действительно, для коэффициента аномальной диффузии тепла порядка  $1 \text{ м}^2/\text{с}$  и размеров плазменного шнура около 1 м для случая распространения тепла от источника, локализованного в центральной части шнура, получаем оценку указанного характерного времени (с учетом прохождения тепловой волны до края плазмы и неоднократного отражения от ее границ) не менее одной секунды.

Отметим также, что существующие теоретические модели детального описания эволюции пространственных профилей и объяснения наблюдаемого феномена сохранения формы профилей температуры и давления касаются либо омических разрядов (т.е. без мощного дополнительного нагрева), см. например [22], либо L-H переходов (т.е. переходов между режимами разряда с существенным увеличением времени жизни тепловой энергии в плазме), см., например, [23]. Поэтому пока удастся успешно описать сохранение нормированного профиля давления с помощью локальных (т.е. диффузионных) моделей, пусть даже и феноменологических, т.е. не из первых принципов, только для омических разрядов или только стадии с сильным нагревом, или даже L-H переход. Но все еще нет таких диффузионных моделей для рассматриваемого нами явления, а именно, для всей квазистационарной стадии (т.н. стадия flat-top, на которой сохраняется величина полного тороидального электрического тока в плазме) с охватом включения мощного дополнительного нагрева. Так, на токамаке JET для очень большого числа разрядов (порядка десяти тысяч) эта стадия содержит омическую (обычно 2-7 секунд) и нагревную стадии (обычно 7-10 секунд), феномен сохранения профилей при включении или выключении мощного дополнительного нагрева пока не описан с помощью диффузионных моделей.

Таким образом, использование метода сбалансированной идентификации (SvF-технологии) для поиска оптимального (в смысле минимизации среднеквадратичной ошибки кросс-валидации) соотношения между сложностью модели и статистическим разбросом (погрешностью) экспериментальных данных применительно к небольшому массиву экспериментальных данных (десяти типичных экспериментов), полученных на крупнейшем в мире действующем токамаке, а именно, общеевропейском токамаке ДЖЕТ, показало, что мультипликативность пространственной и временной зависимости давления и температуры электронов и, соответственно, приближенное сохранение формы пространственного распределения (но не абсолютных значений) этих параметров имеет место на всей стадии разряда при постоянном полном тороидальном электрическом токе, даже при включении и выключении мощного дополнительного нагрева плазмы на этой стадии. При этом характерные времена восстановления пространственной формы квазистационарного профиля давления и температуры после включения нагрева на порядок величины меньше характерного времени установления этих профилей с помощью известных диффузионных механизмов (включая широко используемую феноменологическую концепцию аномальной диффузии тепла).

#### Благодарности.

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-11-00317, <https://rscf.ru/project/22-11-00317/>*

*Исследование выполнено с использованием оборудования центра коллективного пользования «Комплекс моделирования и обработки данных исследовательских установок мега-класса» НИЦ «Курчатовский институт», <http://ckp.nrcki.ru/>.*

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1]. Соколов А. В. и др. Применение метода сбалансированной идентификации к восстановлению параметров быстрого нелокального переноса тепла в плазме магнитного термоядерного синтеза //International Journal of Open Information Technologies. – 2020. – Т. 8. – №. 4. – С. 31–44 <http://injoit.org/index.php/j1/article/view/890>
- [2]. Кукушкин А. Б. и др. Модель восстановления параметров быстрого нелокального переноса тепла в установках магнитного удержания термоядерной плазмы //Вопросы атомной науки и техники. Серия: Термоядерный синтез. – 2017. – Т. 40. – №. 1. – С. 45–55 [http://vant.iterru.ru/vant\\_2017\\_1/5.pdf](http://vant.iterru.ru/vant_2017_1/5.pdf)
- [3]. Kukushkin A. B. et al. A model of recovering the parameters of fast nonlocal heat transport in magnetic fusion plasmas //Journal of Physics: Conference Series. – IOP Publishing, 2017. – Vol. 941, no. 1. – P. 012008 <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/941/1/012008/meta>
- [4]. Sokolov A. V., Voloshinov V. V. Choice of mathematical model: balance between complexity and proximity to measurements //International Journal of Open Information Technologies. – 2018. – Vol. 6, no. 9. – P. 33–41 <http://www.injoit.ru/index.php/j1/article/view/612>
- [5]. Sokolov A., Voloshinov V. Balanced identification as an intersection of optimization and distributed computing //arXiv preprint arXiv:1907.13444. – 2019 <https://arxiv.org/abs/1907.13444>
- [6]. Coppi B. 1980 Comments Plasma Phys. Control. Fusion. – 1980. – Vol. 5, no 6. – P. 261–270.
- [7]. Razumova K. A. et al. The main features of self-consistent pressure profile formation // Plasma Physics and Controlled Fusion. – 2008. – Vol. 50, no. 10. – P. 105004 <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0741-3335/50/10/105004/meta>
- [8]. Dnestrovskij Y. N. Self-Organization of Hot Plasmas: The Canonical Profile Transport Model. – Springer, 2014.
- [9]. Kukushkin A. B. et al. Recovery of parameters of fast nonlocal heat transport in magnetic fusion plasmas: testing a model of waves with high internal reflections //arXiv preprint arXiv:1901.03789. – 2019 [arXiv:1901.03789](https://arxiv.org/abs/1901.03789)
- [10]. Zaburdaev V., Denisov S., Klafter J. Lévy walks //Reviews of Modern Physics. – 2015. – Vol. 87, no. 2. – P. 483 <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.87.483>
- [11]. Kukushkin A.B., Kulichenko A.A., Neverov V.S., Sdvizhenskii P.A., Sokolov A.V., Voloshinov V.V. Self-Similar Solutions in the Theory of Nonstationary Radiative Transfer in Spectral Lines in Plasmas and Gases // Symmetry. – 2021. – Vol. 13, no. 3. – P. 394 <https://www.mdpi.com/2073-8994/13/3/394>
- [12]. Casson F. J. et al. Predictive multi-channel flux-driven modelling to optimise ICRH tungsten control and fusion performance in JET // Nuclear Fusion. – 2020. – Vol. 60, no. 6. – P. 066029. <https://doi.org/10.1088/1741-4326/ab833f>
- [13]. Citrin J. et al. Tractable flux-driven temperature, density, and rotation profile evolution with the quasilinear gyrokinetic transport model QuaLiKiz // Plasma Physics and Controlled Fusion. – 2017. – Vol. 59, no. 12. – P. 124005. <https://doi.org/10.1088/1361-6587/aa8aeb>
- [14]. Kirov K. K. et al. Fast ion synergistic effects in JET high performance pulses // Nuclear Fusion. – 2019. – Vol. 59, no. 5. – P. 056005. <https://doi.org/10.1088/1741-4326/ab02ae>

- [15]. Hender T. C. et al. The role of MHD in causing impurity peaking in JET hybrid plasmas // Nuclear Fusion. – 2016. – Vol. 56, no. 6. – P. 066002. <https://doi.org/10.1088/0029-5515/56/6/066002>
- [16]. Lerche E. et al. Optimization of ICRH for core impurity control in JET-ILW // Nuclear Fusion. – 2016. – Vol. 56, no. 3. – P. 036022. <https://doi.org/10.1088/0029-5515/56/3/036022>
- [17]. Sertoli M. et al. Effects of the ICRH resonance position on the profile shape of the W density in JET-ILWH-mode discharges // Proc. 45th EPS Conference on Plasma Physics, Prague, Czech Republic, 2–6 July 2018, ECA vol. 42, P4.1083. <http://ocs.ciemat.es/EPS2018PAP/pdf/P4.1083.pdf>
- [18]. Gallart D. et al. Modelling of JET hybrid plasmas with emphasis on performance of combined ICRF and NBI heating //Nuclear Fusion. – 2018. – Vol. 58, no. 10. – P. 106037. <https://doi.org/10.1088/1741-4326/aad9ad>
- [19]. Bourdelle C. et al. Fast H isotope and impurity mixing in ion-temperature-gradient turbulence //Nuclear Fusion. – 2018. – Vol. 58, no. 7. – P. 076028. <https://doi.org/10.1088/1741-4326/aacd57>
- [20]. Ho A. et al. Application of Gaussian process regression to plasma turbulent transport model validation via integrated modelling //Nuclear fusion. – 2019. – Vol. 59, no. 5. – P. 056007. <https://doi.org/10.1088/1741-4326/ab065a>
- [21]. Kim H. T. et al. High fusion performance at high Ti/Te in JET-ILW baseline plasmas with high NBI heating power and low gas puffing //Nuclear Fusion. – 2018. – Vol. 58, no. 3. – P. 036020 <https://doi.org/10.1088/1741-4326/aaa582>
- [22]. Rice J. E. et al. Understanding LOC/SOC phenomenology in tokamaks //Nuclear Fusion. – 2020. – Vol. 60, no. 10. – P. 105001, <https://doi.org/10.1088/1741-4326/abac4b>
- [23]. Koechl F. et al. Modelling of transitions between L-and H-mode in JET high plasma current plasmas and application to ITER scenarios including tungsten behaviour //Nuclear Fusion. – 2017. – Vol. 57, no. 8. – P. 086023, <https://doi.org/10.1088/1741-4326/aa7539>