

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

ESCOLA DE ENGENHARIA

TRABALHO DE CONCLUSÃO EM ENGENHARIA DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

Protótipo de Manipulador Robótico para Operações com Radiofármacos

Autor: Josias Fritsch Giacometti

Orientador: Rafael A. C. Laranja

Sumário

Sι	ımário		ii
Ą٤	gradecir	nentos	iv
Re	esumo		v
Lis	sta de F	iguras	vi
Lis	sta de T	abelas	vii
Lis	sta de S	ímbolos	viii
Lis	sta de A	breviaturas e Siglas	xii
1	Introdu	ıção	1
	1.1	Objetivos do trabalho	2
	1.2	Estrutura do trabalho	2
2	Revisã	o Bibliográfica	3
	2.1	Medicina Nuclear	3
	2.1.1	Radiofármacos e suas aplicações em Medicina Nuclear	3
	2.1.2	Hot-cells e o processamento de materiais radioativos	4
	2.2	Manipuladores Robóticos	5
	2.3	Análise Cinemática de Manipulador Robótico Serial	6
	2.3.1	Cinemática Direta	6
	2.3.2	Cinemática Inversa	7
	2.3.3	Cinemática Diferencial	10
	2.3.4	Cinemática Inversa da Velocidade e Aceleração	10
	2.3.5	Singularidades	11
3	Materiais e Métodos		12
	3.1	Estrutura do robô	12
	3.2	Atuadores e acionamento	13
	3.3	Interface gráfica	15
4	Estudo	de Caso	16
	4.1	Determinação dos Parâmetros de Denavit-Hartenberg	16
	4.2	Cinemática Direta e Inversa da Posição	17
	4.3	Cinemática Direta e Inversa da Velocidade	19
	4.4	Cinemática Direta e Inversa da Aceleração	20
	4.5	Singularidades	21
5	Testes	e Resultados	23
	5.1	Testes	23
	5.2	Resultados	25

5.3 Discussões	28
6 Conclusões e Trabalhos Futuros	30
7 Referências	31
Apêndice A	33
Apêndice B	34
Apêndice C	35

Agradecimentos

Agradeço primeiramente e, sobretudo, a Deus por Sua abundante graça, bondade e fidelidade manifestadas em cada momento e em cada desafio. Faço minhas as palavras do grande inventor americano Thomas Alva Edison: "Tenho enorme respeito e a mais elevada admiração por todos os engenheiros, especialmente pelo maior deles: Deus". Gostaria de agradecer e honrar a minha família, aos meus pais, Gilmar e Rejani, e a minha irmã Janine, pelo apoio e paciência incondicionais todos os dias ao longo desse anos. Agradeço de forma especial ao meu orientador, Prof. Rafael Laranja, pelos conselhos, incansável suporte e valiosas contribuições que enriqueceram esse trabalho. Gostaria de deixar meu agradecimento a todos que compõem o curso de Engenharia de Controle e Automação na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, nas pessoas dos professores e servidores dos diversos departamentos envolvidos e demais estudantes de graduação. Por fim, agradeço também a toda a equipe de engenheiros e técnicos da Siemens Healthineers em Porto Alegre por me incentivarem a desenvolver os conhecimentos obtidos na graduação.

Resumo

A utilização de manipuladores robóticos tem auxiliado a humanidade no aumento da qualidade e produção de diversos produtos. Seu uso se faz ainda mais necessário em aplicações que envolvem risco à saúde do ser humano, como é o caso da manipulação de materiais radioativos. Considerando esse fato, neste trabalho é realizada a elaboração de um protótipo de manipulador robótico para automatizar o processo de fracionamento e armazenamento de radiofármacos. O protótipo é um modelo de manipulador serial de baixo custo, em metal usinado, utilizando juntas rotacionais, tendo como atuadores servomotores de corrente contínua. O controle dos atuadores ocorre através de um microcontrolador da família Arduíno. Foi elaborada uma GUI (Graphical User Interface) para interface homem-máquina, além do uso do software MATLAB para o processamento de dados e cálculo da cinemática direta e inversa. Foi realizado um estudo do caso com análise da cinemática direta e inversa da posição, da velocidade e da aceleração, sendo a mesma numericamente provada, bem como avaliação das singularidades presentes no manipulador proposto. Por fim, foram executados ensaios de desempenho em conformidade com a norma ISO 9283/1995 para verificação da precisão e repetibilidade do protótipo, obtendo-se precisão de aproximadamente 15 mm e repetibilidade de aproximadamente 27 mm.

Palavras-chave: Manipulador robótico, radiofármaco, automação, Medicina Nuclear.

Abstract

The use of robotic manipulators has assisted humanity in increasing the quality and production of various products. Its use is even more necessary in applications involving human health risks, such as the handling of radioactive materials. Considering this fact, in this work the elaboration of a robotic manipulator prototype is carried out to automate the process of fractionation and storage of radiopharmaceuticals. The prototype is a model of low cost serial manipulator in machined metal using rotational joints, with DC servo motors as actuators. The control of the actuators occurs through a microcontroller of the Arduino family. A GUI (Graphical User Interface) was developed for man-machine interface, besides the use of MATLAB software for data processing and calculation of direct and inverse kinematics. A case study with direct and inverse kinematics analysis of position, velocity and acceleration was performed, being the same numerically proven, as well as evaluation of the singularities present in the proposed manipulator. Finally, performance tests in accordance with ISO 9283/1995 norm were performed to verify the accuracy and repeatability of the prototype, obtaining accuracy of approximately 15 mm and repeatability of approximately 27 mm.

Key-words: Robotic manipulator, radiopharmaceutical, automation, Nuclear Medicine.

Lista de Figuras

Figura 1: Vista superior de uma hot-cell equipada com pinças de manipulação remota (Azevedo, 2015)
Figura 2: Pinça de manipulação remota (acima) e manipulador mestre-escravo (abaixo) (IAEA, 2004)
Figura 3: Representação dos parâmetros de Denavit-Hartenberg (Spong et. al., 2005) 6
Figura 4: Desenho esquemático de manipulador (Spong, 1989)8
Figura 5: Projeção do manipulador no plano x_0 - y_0 (Spong, 1989)8
Figura 6: Projeção do manipulador no plano dos links 2 e 3 (Spong, 1989) 8
Figura 7: Desacoplamento cinemático (Spong, 1989)9
Figura 8: Vista lateral do manipulador antes e depois das modificações propostas 12
Figura 9: Protótipo de manipulador (1), fonte de alimentação (2), placa de distribuição da alimentação e sinal (3) e microcontrolador (4)14
Figura 10: Interface gráfica para o manipulador15
Figura 11: Representação esquemática do manipulador robótico16
Figura 12: Representação esquemática do manipulador (Kaplan et al., 2015)18
Figura 13: Representação esquemática da posição singular
Figura 14: Precisão e repetibilidade unidirecional de posicionamento (Weidlich, 2006) . 24
Figura 15: Posições de teste em relação ao sistema de coordenadas (Weidlich, 2006) 24
Figura 16: Exemplos de sequências de ciclos de medição (Weidlich, 2006)24
Figura 17: Fotos da aferição dos pontos em relação aos eixos Y e Z com o protótipo (1), objeto padrão (2), relógio comparador (3) e estruturas em MDF (4 e 5)25
Figura 18: Gráfico dos resultados dos ensaios para o ponto P1
Figura 19: Gráfico dos resultados dos ensaios para o ponto P2
Figura 20: Gráfico dos resultados dos ensaios para o ponto P3
Figura 21: Gráfico dos resultados dos ensaios para o ponto P4
Figura 22: Gráfico dos resultados dos ensaios para o ponto P528

Lista de Tabelas

Tabela 1: Radionuclídeos para diagnóstico em Medicina Nuclear (Oliveira et. al., 2006)	4
Tabela 2: Comparativo entre requisitos mínimos de um manipulador para <i>hot-cell</i> e especificações do manipulador proposto (adaptado de Azevedo, 2015)	. 13
Tabela 3: Limites angulares para cada junta do robô	. 13
Tabela 4: Especificação do servomotor TowerPro MG996R (TowerPro, 2017)	. 13
Tabela 5: Tabela de parâmetros de Denavit-Hartenberg (distâncias em mm)	. 16
Tabela 6: Tabela de coeficientes do Jacobiano do manipulador	. 19
Tabela 7: Resultados dos ensaios de precisão e repetibilidade do protótipo de manipulador (todas as medidas estão em mm)	. 25
Tabela 8: Erros médios de posicionamento em cada eixo do sistema de coordenadas da base do manipulador, precisão e repetibilidade gerais	

Lista de Símbolos

β⁺ – Pósitron

γ – Radiação gama

¹⁸F – Flúor-18

99mTc - Tecnécio-99-m

¹²³I – lodo-123

⁶⁷Ga - Gálio-67

¹¹¹In – Índio-111

¹¹C - Carbono-11

¹³N - Nitrogênio-13

¹⁵O – Oxigênio-15

a - Comprimento de link (mm)

α – Ângulo de torção de link (°)

d - Offset de link (mm)

θ – Ângulo de junta (°)

q_i – Variável da junta i (rad)

 $\mathbf{T_{i-1}^i}$ – Matriz de transformação entre a junta i-1 e junta i

 $R_{z,\theta}$ – Matriz de rotação em torno do eixo z por um ângulo θ

 $\mathbf{T}_{\mathbf{z},\mathbf{d}}$ – Matriz de translação no eixo z por uma distância d

 $\mathbf{T}_{\mathbf{x},\mathbf{a}}$ – Matriz de translação no eixo x por uma distância a

 $R_{x,\alpha}$ – Matriz de rotação em torno do eixo z por um ângulo α

T_i – Matriz de transformação de uma junta i

q – Vetor das variáveis de junta do manipulador (rad)

q – Vetor das velocidades das juntas do manipulador(rad/s)

q – Vetor das acelerações de junta do manipulador (rad/s²)

R – Matriz de orientação do efetuador em relação ao sistema de coordenadas da base

o – Vetor de posição do efetuador em relação ao sistema de coordenadas da base (mm)

H – Matriz de transformação homogênea

 x_c , y_c , z_c – Coordenadas do ponto da posição comandada/desejada (mm)

r, s – Distâncias auxiliares (mm)

 $c_i - cos(\theta_i)$

 $c_{ij} - cos(\theta_i + \theta_i)$

 $c_{ijk} - cos(\theta_i + \theta_j + \theta_k)$

 $s_i - sen(\theta_i)$

 $s_{ii} - sen(\theta_i + \theta_i)$

 $s_{ijk} - sen(\theta_i + \theta_j + \theta_k)$

D – Variável auxiliar (mm)

p_c – Vetor da posição do centro do pulso(mm)

 d_0^6 – Vetor da posição final do efetuador (mm)

d₆ – Comprimento do centro do pulso até o efetuador (mm)

R_{i-1} – Matriz de rotação da junta i-1 para a junta i

k – Vetor unitário do eixo do efetuador

 $\mathbf{v_n^0}$ – Vetor da velocidade linear do efetuador (mm/s)

 \mathbf{w}_{n}^{0} – Vetor da velocidade angular do efetuador (rad/s)

 J_v , J_w – Matrizes componentes do Jacobiano

J – Jacobiano

J_i – Coluna i do Jacobiano

z_{i-1} – Vetor do eixo z do sistema de coordenadas da junta i

 $\mathbf{o_{i-1}}$ – Vetor de origem do sistema de coordenadas da junta i-1

x – Vetor de velocidade do efetuador

x – Vetor de aceleração do efetuador

b – Vetor auxiliar

P_x – Posição do efetuador no eixo x do sistema de coordenadas da base (mm)

P_y – Posição do efetuador no eixo y do sistema de coordenadas da base (mm)

P_z – Posição do efetuador no eixo z do sistema de coordenadas da base (mm)

d₀^c – Vetor de origem do desacoplamento (mm)

 d_0^5 – Vetor da origem do sistema de coordenadas da base até a origem do efetuador (mm)

 \mathbf{R}_{k} – Vetor que representa a terceira coluna da matriz de orientação do efetuador (mm)

v_x – Velocidade escalar do efetuador no eixo x (mm/s)

v_y – Velocidade escalar do efetuador no eixo y (mm/s)

v_z – Velocidade escalar do efetuador no eixo z (mm/s)

w_x - Velocidade angular do efetuador em torno do eixo x (rad/s)

w_v – Velocidade angular do efetuador em torno do eixo y (rad/s)

w_z – Velocidade angular do efetuador em torno do eixo z (rad/s)

 $\dot{\theta}_i$ – Velocidade angular da junta i (rad/s)

J⁺ – Matriz pseudo inversa do Jacobiano

x' – Vetor de velocidades calculadas do efetuador

A_x – Aceleração escalar do efetuador no eixo x (mm/s²)

A_y – Aceleração escalar do efetuador no eixo y (mm/s²)

 A_z – Aceleração escalar do efetuador no eixo z (mm/s²)

 α_x – Aceleração angular do efetuador em torno do eixo x (rad/s²)

 α_y – Aceleração angular do efetuador em torno do eixo y (rad/s²)

 α_z – Aceleração angular do efetuador em torno do eixo z (rad/s²)

θ_i – Aceleração angular da junta i (rad/s²)

x' – Vetor de acelerações calculadas do efetuador

U_d – Eixo auxiliar

 $(\overline{x}, \overline{y}, \overline{z})$ – Coordenadas do baricentro de pontos alcançados com repetidas visitas na mesma direção (mm)

(x_i, y_i, z_i) – Coordenadas das i-ésimas posições alcançadas (mm)

APp – Precisão unidirecional de posicionamento (mm)

RPp – Repetibilidade unidirecional de posicionamento (mm)

- $l_{\rm i}$ Norma da distância das entre as coordenadas da i-ésima posição alcançada e as coordenadas do baricentro de pontos alcançados (mm)
 - \bar{l} Norma média das l_i amostras (mm)
 - S_I Desvio padrão das I_i amostras (mm)

Lista de Abreviaturas e Siglas

ANVISA - Agência Nacional de Vigilância Sanitária

CNEM - Comissão Nacional de Energia Nuclear

DH – Denavit-Hartenberg

GDL – Grau de liberdade

IAEA - International Atomic Energy Agency

PET – Positron Emission Tomography

SPECT - Single Photon Emission Computes Tomography

PWM – Pulse Width Modulation

USB - Universal Serial Bus

GUIDE - Graphical User Interface Development Environment

MATLAB - MATrix LABoratory

ISO - International Organization for Standardization

MDF - Medium Density Fiberboard

1 Introdução

Considerando o desenvolvimento tecnológico recente, tem-se avolumado os diversos tipos de aplicações que fazem uso de manipuladores robóticos para atender suas necessidades. O uso de tais equipamentos se faz ainda mais necessário em ambientes de alta periculosidade onde é requisitada qualidade e agilidade nas operações. Nesse sentido, a operação com radiofármacos apresenta tais características (Azevedo, 2015).

A Medicina Nuclear é a especialidade médica que tem se ocupado no estudo e uso de isótopos radioativos com características físicas e químicas adequadas para fins diagnósticos (graças a captação e transdução da radiação penetrante em imagens) e terapêuticos. Nesse contexto surgem os radiofármacos, substâncias marcadas com radionuclídeos que apresentam propriedades físico-químicas específicas para a fixação nos órgãos e tecidos alvo, sendo posteriormente eliminadas pelo organismo. A aplicabilidade dos diversos métodos de diagnóstico de doenças através da Medicina Nuclear tem crescido nas últimas décadas, graças ao desenvolvimento da eletrônica, das técnicas tomográficas, bem como da síntese de novos radiofármacos (Mesquita et. al., 2001). Tais formas de diagnóstico nãoinvasivo contribuem para a detecção precoce de diversas enfermidades nas áreas de Oncologia, Neurologia e Cardiologia, por exemplo (Guimarães, 2015).

Em todas as etapas do processamento e manipulação de radiofármacos são necessárias instalações especiais a fim de se evitar a contaminação radioativa. Dentre essas instalações encontra-se a hot-cell, ou célula quente, câmara especialmente blindada onde ocorre a manipulação de frascos para fracionamento e envase dos radiofármacos. Tradicionalmente, essa tarefa é executada por operadores de forma manual, através de pinças de manipulação remota, ou semiautomática, por meio de manipuladores mestre-escravo (IAEA, 2004). Na Figura 1 está ilustrada, esquematicamente, a vista superior de uma hot-cell equipada com pinças de manipulação remota, também denominadas Telepliers.

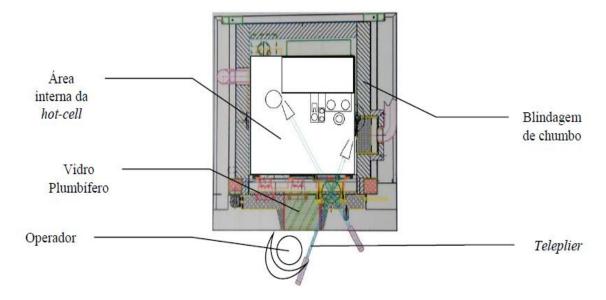


Figura 1: Vista superior de uma *hot-cell* equipada com pinças de manipulação remota (Azevedo, 2015).

Diante desse contexto, a automação e o uso de manipuladores robóticos apresentam diversas vantagens e razões para sua utilização. Dentre as principais está a segurança, reduzindo a exposição do operador à radiação ionizante, a qual tem efeitos nocivos à saúde em doses elevadas (IAEA, 2004). Também pode-se destacar uma melhor qualidade da produção, através da confiabilidade, precisão e repetibilidade fornecidos pelo manipulador robótico frente ao operador, principalmente por se tratar de uma tarefa repetitiva e de difícil execução, devido à baixa visibilidade e dificuldades ergonômicas presentes (Azevedo, 2015). Além disso, a taxa de produção pode ser aumentada, bem como a redução do tempo de processamento dos radiofármacos, uma vez que vários radionuclídeos apresentam curtos períodos de meia-vida (tempo para que sua atividade radioativa seja reduzida pela metade), da ordem de algumas horas (IAEA, 2004).

1.1 Objetivos do Trabalho

Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é a análise de um protótipo de manipulador robótico para automatizar o processo de fracionamento e armazenamento de radiofármacos.

Objetivos Específicos

Os objetivos específicos para análise do protótipo são:

- Análise cinemática;
- Implementação da cinemática direta e inversa da posição através de uma interface gráfica de utilização do protótipo;
- Testes do protótipo construído;
- Análise dos resultados experimentais.

1.2 Estrutura do Trabalho

Este trabalho está estruturado da seguinte forma:

No Capítulo 2 é apresentada a revisão bibliográfica sobre Medicina Nuclear, radiofármacos e suas aplicações, bem como *hot-cells* e o processamento de materiais radioativos; manipuladores robóticos; e, finalmente, a análise cinemática de manipulador robótico serial, com a cinemática inversa, direta e diferencial, além das singularidades.

No Capítulo 3 são apresentados os materiais e métodos utilizados no trabalho, tais como a descrição da estrutura do robô e ajustes nela necessários, assim como também detalhes técnicos sobre os servomotores utilizados e seu acionamento e dimensionamento da fonte da alimentação necessária ao protótipo.

No Capítulo 4 é realizado um estudo cinemático detalhado do protótipo, com desenvolvimento e comprovação matemática da cinemática direta e inversa da posição, velocidade e aceleração, bem como a análise das singularidades presentes no robô.

No Capítulo 5 é realizada uma explanação dos ensaios para determinação da precisão e repetibilidade unidirecionais de posicionamento, em conformidade com a norma ISO 9283/1995, demonstrando os resultados e realizando uma breve análise e discussão dos mesmos frente as características do protótipo elaborado.

No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões obtidas através desse estudo, bem como as propostas para futuros trabalhos.

2 Revisão Bibliográfica

2.1 Medicina Nuclear

Segundo a Comissão Nacional de Energia Nuclear, Medicina Nuclear é "a especialidade médica que emprega fontes não seladas com finalidade diagnóstica e terapêutica" (CNEM, 2017). De uma forma mais específica, pode-se dizer que a Medicina Nuclear utiliza-se de substâncias radioativas para diagnosticar e tratar doenças de forma não-invasiva, fornecendo diversas informações de ordem metabólica e fisiológica, tornando-se essencial para a detecção e tratamento precoce de muitas patologias, principalmente inúmeros tipos de câncer (Robilotta, 2006).

A Medicina Nuclear faz uso de compostos marcados com radionuclídeos, denominados radiofármacos, que percorrem caminhos metabólicos e fisiológicos específicos internamente aos pacientes. A detecção externa da radiação transmitida pelos radiofármacos permite o diagnóstico precoce de inúmeras enfermidades, que só seriam notadas em estágios avançados se fossem utilizadas apenas técnicas que analisam a morfologia e anatomia do paciente. Além disso, os radiofármacos possuem alta sensibilidade, permitindo a obtenção de informações em concentrações muito pequenas (na ordem de nano ou picomols). Ainda, a marcação radioativa de diversas moléculas permite a análise de um órgão ou até de um sistema inteiro considerando tanto seus aspectos macroscópicos quanto moleculares. Essas análises podem ser obtidas com imagens realizadas *in vivo* ou através de processos laboratoriais. Atualmente, a maior parte dos estudos clínicos realizados com radiofármacos são feitos com obtenção de imagens, especialmente as tomográficas (Robilotta, 2006).

2.1.1 Radiofármacos e suas aplicações em Medicina Nuclear

Radiofármacos são preparações farmacêuticas com finalidade diagnóstica ou terapêutica que, quando prontas para o uso, contêm um ou mais radionuclídeos. Radionuclideos ou radioisótopos, por sua vez, são átomos instáveis que sofrem decaimento radioativo e transmutam-se em novo elemento, sendo que os mesmos se desintegram por emissão de radiação corpuscular ou eletromagnética (ANVISA, 2009). Dessa forma, os radiofármacos são compostos por radioisótopos mais substâncias (fármacos) com determinadas afinidades químicas para fixação preferencial em determinado órgão ou tecido, sendo utilizadas para transporte dos elementos radioativos até o local desejado (Lins, 2013).

Em aplicações diagnósticas, utilizam-se radiofármacos compostos por radionuclídeos emissores de radiação gama (γ) ou pósitrons (β^+), uma vez que o decaimento desses átomos dá origem a radiação eletromagnética penetrante, a qual tem capacidade para atravessar os tecidos, tornando possível sua detecção externamente ao corpo humano. Já para aplicações terapêuticas, os radiofármacos devem conter radioisótopos emissores de partículas ionizantes, com vistas a destruição seletiva de tecidos (Oliveira et al., 2006).

Atualmente existem 2 métodos de aquisição de imagem tomográficas em Medicina Nuclear. O primeiro é o SPECT (*Single Photon Emission Computes Tomography* – Tomografia Computadorizada por Emissão de Fóton Único), o qual utiliza radionuclídeos emissores de radiação gama (γ), dos quais o de maior uso é o Tecnécio-99-m (γ). Além dessa técnica, tem-se o PET (*Positron Emission Tomography* - Tomografia por Emissão de Pósitrons), a qual faz uso de radionuclídeos emissores de pósitrons (γ), entre os quais está

o Flúor-18 (¹⁸F), que é utilizado no radiofármaco de uso consagrado FDG (fludesoxiglicose) (Oliveira et al., 2006). Na Tabela 1 estão ilustrados os principais radionuclídeos utilizados para fins de diagnóstico em Medicina Nuclear e algumas de suas características.

Radionuclídeo	Tempo de meia vida	Radiação	Aquisição de imagens
^{99m} Tc	6 h	γ	SPECT
123	13 h	γ	SPECT
⁶⁷ Ga	78 h	γ	SPECT
¹¹¹ In	67 h	γ	SPECT
¹¹ C	20,4 min	β ⁺	PET
¹³ N	10 min	β ⁺	PET
¹⁵ O	2,07 min	β ⁺	PET
¹⁸ F	110 min	β+	PET

Tabela 1: Radionuclídeos para diagnóstico em Medicina Nuclear (Oliveira et al., 2006).

Basicamente, nas duas formas de aquisição de imagens são injetadas moléculas radiomarcadas no paciente, sendo o mesmo colocado sobre uma mesa de movimento incremental para a realização do exame. As moléculas emitem radiação, que interage com os detectores dos equipamentos de PET ou SPECT. Os detectores possuem cintiladores que transformam a radiação recebida em sinal luminoso, que por sua vez é convertido em sinal elétrico amplificado através de fotomultiplicadoras. A imagem é gerada através da execução de diversos algoritmos de reconstrução e processamento digital dos dados recebidos. As duas técnicas podem ser combinadas com tomografia computadorizada para fornecer melhor detalhamento do exame (Meikle, 2012).

2.1.2 Hot-cells e o processamento de materiais radioativos

A produção de radiofármacos envolve, basicamente, cinco etapas: produção dos radioisótopos (geralmente em aceleradores de partículas), síntese do radiofármaco (união do isótopo mais moléculas orgânicas), fracionamento das doses, controle de qualidade e expedição (Viveiro, 2010). As áreas de manuseio de radiofármacos devem ser projetadas levando em consideração os aspectos relacionados à radioproteção, condições de limpeza e esterilidade (ANVISA, 2009).

Com o objetivo de prevenir contaminação radioativa a síntese e fracionamento de radiofármacos requerem um recinto com blindagem e sistema de exaustão especiais, denominado *hot-cell* ou célula quente. Ele deve ser blindado contra a radiação de emissores gama, contendo uma estrutura rígida para suportar o material da blindagem, que pode ser composto por: vários tipos de concreto, chumbo, vidro plumbífero, aço e urânio empobrecido. A espessura da blindagem deve ser calculada conforme o tipo, energia e atividade da radiação, a fim de que as doses recebidas pelos operadores estejam dentro dos limites padronizados (IAEA, 2004).

As hot-cells geralmente são equipadas com janelas de vidro plumbífero, para visualização da área interna de operação, bem como portas de acesso para manutenção e limpeza do ambiente interno. Além disso, geralmente, para manipulação à distância dos materiais radioativos são utilizadas pinças de manipulação remota, as quais consistem em hastes metálicas que adentram à hot-cell por meio de uma junta esférica, possuindo uma garra acionada por gatilho na sua extremidade. Esse tipo de ferramenta é utilizada em hot-

cells de paredes com até 150 mm de espessura, devido ao excesso de peso da junta esférica. Outra opção são os manipuladores mestre-escravo, que permitem maior flexibilidade de movimentação, mas são consideravelmente mais caros e exigem maior manutenção (IAEA, 2004). Os dois tipos de manipuladores são ilustrados na Figura 2.



Figura 2: Pinça de manipulação remota (acima) e manipulador mestre-escravo (abaixo) (IAEA, 2004).

2.2 Manipuladores Robóticos

Segundo o *Robot Institute of America* "um robô é um manipulador programável, multifuncional, projetado para a movimentação de materiais, peças ou dispositivos especializados através de movimentos programados para o desempenho de diversas tarefas" (Guevara, 2014). Os robôs apresentam diversos atrativos para o desenvolvimento industrial, tais como: menor custo de mão-de-obra, maior flexibilidade frente a máquinas especializadas, bem como maior produtividade, precisão e repetibilidade; podendo realizar tarefas maçantes, repetitivas e perigosas ao ser humano (Spong, 1989).

A estrutura fundamental de um manipulador é a serial (cadeia cinemática aberta). Analisando a topologia, isso significa que existe uma única sequência de links conectando os dois extremos da cadeia (base e efetuador). A articulação entre dois links consecutivos pode ser realizada através de junta prismática (movimento relativo translacional) ou junta rotativa (movimento relativo rotacional). Juntas rotativas tem maior utilização devido a sua estrutura mais compacta e maior confiabilidade. Na forma serial, cada junta prismática ou rotativa provê a estrutura um grau de liberdade (GDL) (Siciliano et. al., 2010).

Tipicamente, os robôs podem ser acionados de forma elétrica, hidráulica ou pneumática. Por serem baratos, limpos, silenciosos e mais fáceis de controlar em relação aos demais, os atuadores elétricos tem sido largamente utilizados em manipuladores robóticos, especialmente os servomotores de corrente contínua e corrente alternada, considerando robôs de pequeno e médio porte (Spong, 1989).

O espaço de trabalho de um manipulador robótico representa a parte do ambiente que o efetuador pode acessar (Siciliano et. al., 2010). O formato e o volume do espaço de trabalho dependem da configuração do robô, dos tamanhos dos componentes do corpo, braço e pulso, bem como dos limites dos movimentos das juntas do robô (Guevara, 2014).

2.3 Análise Cinemática de Manipulador Robótico Serial

A análise cinemática da estrutura mecânica de um robô consiste na descrição do seu movimento com respeito a um sistema de coordenadas fixo, ignorando as forças e os momentos que causam o movimento na estrutura (Siciliano et. al., 2010). Nesse sentido, a cinemática direta permite o cálculo da posição e orientação do efetuador, quando os valores das variáveis de junta são conhecidos. De forma complementar, a cinemática inversa visa o cálculo dos valores das variáveis de junta para uma determinada posição e orientação do efetuador (Guevara, 2014).

2.3.1 Cinemática Direta

Em geral, para obtenção da análise cinemática de um manipulador serial é necessário um procedimento sistemático para simplifica-la. Uma convenção comumente utilizada para a seleção de sistemas de eixos de coordenadas para aplicações robóticas são os parâmetros de Denavit-Hartenberg (DH). Essa convenção permite caracterizar cada transformação homogênea entre sistema de coordenadas com apenas 4 parâmetros, são eles: comprimento de link (a), ângulo de torção de link (α), offset de link (α) e ângulo de junta (α). Cada um desses parâmetros pode ser associado a um link e uma junta (Spong et al., 1989). Na Figura 3 os parâmetros DH são ilustrados em uma representação gráfica.

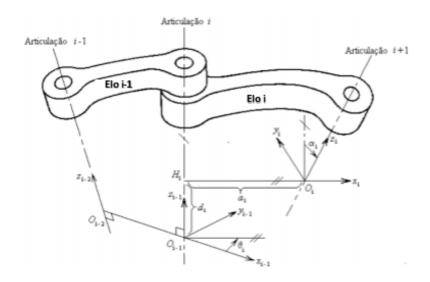


Figura 3: Representação dos parâmetros de Denavit-Hartenberg (Asada, 1986).

Utilizando essa convenção, cada matriz de transformação homogênea é representada pelo produto de 4 transformações básicas: rotação em torno do eixo z por um ângulo θ , translação ao longo do eixo z por uma distância d, translação em x por uma distância a e rotação em x por um ângulo α . A Equação (1), apresenta de forma matricial essas transformações.

$$T_{i-1}^{i} = R_{z,\theta} * T_{z,d} * T_{x,a} * R_{x,\alpha}$$
 (1)

Onde:

$$\begin{split} \mathbf{R}_{\mathbf{z},\pmb{\theta}} &= \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\text{sen}(\theta_i) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{T}_{\mathbf{z},\pmb{d}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{T}_{\mathbf{x},\pmb{a}} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{R}_{\mathbf{x},\pmb{\alpha}} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_i) & -\sin(\alpha_i) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{split}$$

Executando a multiplicação proposta na Equação (1), é obtida a matriz de transformação de uma junta, ilustrada na Equação (2).

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{i}) & -\sin(\theta_{i})\cos(\alpha_{i}) & \sin(\theta_{i})\sin(\alpha_{i}) & a_{i}\cos(\theta_{i}) \\ \sin(\theta_{i}) & \cos(\theta_{i})\cos(\alpha_{i}) & -\cos(\theta_{i})\sin(\alpha_{i}) & a_{i}\sin(\theta_{i}) \\ 0 & \sin(\alpha_{i}) & \cos(\alpha_{i}) & d_{i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(2)

Multiplicando sucessivamente todas as matrizes de transformação referentes a cada junta de um manipulador serial com n graus de liberdade, pode ser definida a matriz homogênea de transformação total, que representa as equações da cinemática direta. Ela é apresentada de forma genérica na Equação (3).

$$H = T_n^0 = T_1(q_1) \dots T_n(q_n)$$
(3)

Essa matriz fornece a posição (x, y e z - vetor o(q)) e orientação (rolagem, arfagem e guinada - matriz R(q)) finais do efetuador em termos do sistema de coordenadas da base do manipulador, conforme Equação (4).

$$H(q) = \begin{bmatrix} R(q) & o(q) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(4)

2.3.2 Cinemática Inversa

Todas as tarefas realizadas pelo robô necessitam do cálculo da cinemática inversa, sendo considerada a função mais importante dentro do estudo da cinemática de robôs manipuladores (Zwirtes, 2004). Além disso, ela é importante para questões de projeto, controle e planejamento de trajetórias a serem executadas (Kaplan et al.,2015).

Dentro das abordagens para obtenção da solução da cinemática inversa, é possível utilizar o método geométrico ou o método analítico (Spong, 1989). Para manipuladores que contém somente juntas rotacionais é comum o uso do método geométrico, utilizando relações trigonométricas e as relações geométricas presentes nos diversos planos do manipulador, conforme Figura 4.

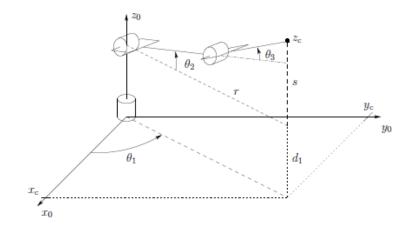


Figura 4: Desenho esquemático de manipulador (Spong, 1989).

Considerando a projeção do manipulador no plano x_0 - y_0 , conforme Figura 5, pode-se verificar que o valor da variável da primeira junta é dado pela relação trigonométrica apresentada na Equação (5).

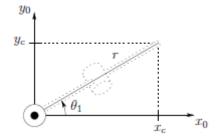


Figura 5: Projeção do manipulador no plano x₀-y₀ (Spong, 1989).

$$\theta_1 = \operatorname{atan2}(y_c, x_c) \tag{5}$$

Fazendo a projeção dos outros dois links no plano formado pelos mesmos, pode ser obtida a Figura 6.

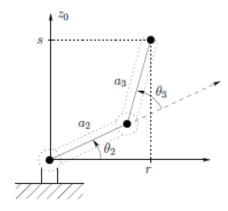


Figura 6: Projeção do manipulador no plano dos links 2 e 3 (Spong, 1989).

Aplicando a lei dos cossenos, obtém-se uma relação para determinar θ_3 , conforme Equação (6).

$$\cos(\theta_3) = \frac{r^2 + s^2 - a_2^2 - a_3^2}{2a_2a_3} \tag{6}$$

Substituindo as variáveis auxiliares podemos obter a Equação (7).

$$\cos(\theta_3) = \frac{x_c^2 + y_c^2 + (z_c - d_1)^2 - a_2^2 - a_3^2}{2a_2 a_3} = D$$
 (7)

Utilizando a formulação matemática da função atan2, pode-se obter uma expressão que fornece o valor da variável da terceira junta, conforme Equação (8).

$$\theta_3 = \operatorname{atan2}(\pm \sqrt{1 - D^2}, D) \tag{8}$$

Na Equação (8), as duas soluções propostas representam a posição do robô com o cotovelo para baixo ou com o cotovelo para cima, respectivamente (Spong, 1989).

De forma análoga é possível obter uma expressão para o valor da variável da segunda junta, como apresentado na Equação (9).

$$\theta_2 = \operatorname{atan2}\left(z_c - d_1, \sqrt{x_c^2 + y_c^2}\right) - \operatorname{atan2}(a_3 s_3, a_2 + a_3 c_3)$$
 (9)

Considerando que nesse exemplo as demais variáveis de junta pertençam a um pulso esférico (com os eixos das juntas interceptando-se em um único ponto), é necessário efetuar o desacoplamento cinemático para a determinação das mesmas. Assim, é possível encontrar primeiramente a inversa da posição e posteriormente a inversa da orientação do pulso (Spong, 1989). Inicialmente são encontradas as coordenadas do centro do pulso em relação ao sistemas de coordenadas da base, conforme Figura 7 e Equação (10).

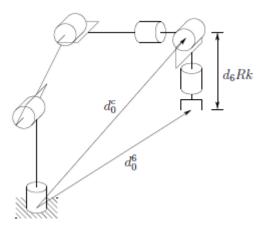


Figura 7: Desacoplamento cinemático (Spong, 1989).

$$\mathbf{p}_{c} = \mathbf{d}_{0}^{6} - \mathbf{d}_{6} \mathbf{R}_{0}^{6} \mathbf{k} \tag{10}$$

onde: $\mathbf{p_c}$ é a posição do centro do pulso, $\mathbf{d_0^6}$ a posição final do efetuador, $\mathbf{d_6}$ o comprimento do centro do pulso até o efetuador, $\mathbf{R_0^6}$ a matriz de rotação total do robô e \mathbf{k} o vetor unitário do eixo do efetuador.

É possível determinar os valores das variáveis de junta restantes (4, 5 e 6), que correspondem a orientação do centro do pulso, através das relações obtidas pela Equação (11).

$$\mathbf{R_3^6} = (\mathbf{R_0^3})^{\mathsf{T}} \mathbf{R_0^6} := \mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} \end{bmatrix}$$
(11)

2.3.3 Cinemática Diferencial

O estudo da cinemática diferencial consiste, basicamente, na determinação das velocidades e acelerações do manipulador em relação ao sistema global, geralmente localizado na base do robô. A análise é facilitada utilizando-se o conceito do Jacobiano, conforme equacionamento demonstrado por Kaplan et al, 2015 e Spong, 1989. Dessa forma tem-se o vetor da velocidade linear (\mathbf{v}_n^0) e velocidade angular (\mathbf{w}_n^0) do efetuador em relação ao sistema global de acordo com as equações (12) e (13).

$$\mathbf{v}_{\mathsf{n}}^{\mathsf{0}} = \mathsf{J}_{\mathsf{v}} \dot{\mathsf{q}}$$
 (12)

$$\mathbf{w}_{\mathsf{n}}^{\mathsf{0}} = \mathbf{J}_{\mathsf{w}} \dot{\mathbf{q}} \tag{13}$$

onde: J_v e J_w são matrizes 3 x n (sendo n o número de juntas do manipulador) e $\dot{\mathbf{q}}$ o vetor das derivadas das variáveis de junta ($\dot{\mathbf{q}} = [\dot{\mathbf{q}}_1, ..., \dot{\mathbf{q}}_n]^T$).

Representando as duas velocidades em um mesmo vetor obtém-se a composição das matrizes J_v e J_w , que dão origem ao Jacobiano(J), de dimensões 6 x n conforme Equação (14).

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{\mathbf{n}}^{0} \\ \mathbf{w}_{\mathbf{n}}^{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{\mathbf{v}} \\ \mathbf{J}_{\mathbf{w}} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}\dot{\mathbf{q}}$$
(14)

Ainda, o Jacobiano pode ser representado por partes, onde cada coluna representa uma junta ($J=[J_1\ J_2...\ J_n]$). Assim, dependendo da natureza da junta é possível obter valores determinados para cada coluna, conforme Equação (15).

$$J_{i} = \begin{cases} \begin{bmatrix} \mathbf{z_{i-1}} \times (\mathbf{o_n} - \mathbf{o_{i-1}}) \\ \mathbf{z_{i-1}} \end{bmatrix}, \text{ se } J_{i} \text{ for rotacional} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{z_{i-1}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \text{ se } J_{i} \text{ for prismática} \end{cases}$$
(15)

onde: $\mathbf{z_{i-1}}$ é o vetor do eixo z do sistemas de coordenadas da junta i-1, $\mathbf{o_n}$ é o vetor da posição final do efetuador; e $\mathbf{o_{i-1}}$ o vetor da origem das coordenadas da junta i-1. Todos esses vetores se referem a origem do sistema de coordenadas global.

Assim, a velocidade na cinemática direta é representada pela Equação (16), sendo que derivando a velocidade com relação ao tempo, tem-se a aceleração em função das variáveis de junta, conforme Equação (17).

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \tag{16}$$

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \left(\frac{d}{dt}\mathbf{J}(\mathbf{q})\right)\dot{\mathbf{q}} \tag{17}$$

2.3.4 Cinemática Inversa da Velocidade e Aceleração

A cinemática inversa visa obter as velocidades e acelerações das juntas em função da velocidade e aceleração desejadas para o efetuador (Kaplan et al., 2015). Considerando a velocidade e aceleração dadas pelas equações (16) e (17), pode-se definir o vetor auxiliar **b**, dado pela Equação (18).

$$b=J(q)\ddot{q}=\ddot{x}-\frac{d}{dt}J(q)\dot{q}$$
 (18)

Sendo assim, para manipuladores de 6 GDL, existindo Jacobiano inverso, a velocidade e aceleração das juntas podem ser dadas pelas equações (19) e (20) (Kaplan et al., 2015).

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})^{-1}\dot{\mathbf{x}} \tag{19}$$

$$\ddot{q} = J(q)^{-1}b \tag{20}$$

Para robôs com menos de 6 GDL, o Jacobiano não é quadrado e não pode ser invertido. Nesse caso, há uma solução se e somente se os vetores $\dot{\mathbf{x}}$ e \mathbf{b} estiverem dentro da faixa de operação do Jacobiano. Matematicamente, as equações (19) e (20) só podem ser resolvidas para $\dot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^n$ e $\ddot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^n$ se e somente se o posto das matrizes aumentadas $[\mathbf{J}(\mathbf{q})\ \dot{\mathbf{x}}]$ e $[\mathbf{J}(\mathbf{q})\ \dot{\mathbf{b}}]$ forem iguais ao posto do Jacobiano \mathbf{J} (Haase, 2014). Para análise, pode-se utilizar o conceito de matriz pseudo-inversa, que consiste numa matriz que, multiplicada pela original, se aproxima ao máximo da matriz identidade (Shilling, 1990).

2.3.5 Singularidades

O estudo das singularidades de um manipulador robótico é necessário por vários motivos, por exemplo (Kaplan et al., 2015), (Spong, 1989), (Hasse, 2014):

- 1. As singularidades representam configurações em que a mobilidade do manipulador é reduzida, isto é, não é possível impor um movimento arbitrário ao efetuador;
- 2. Nas singularidades, pequenas velocidades do efetuador podem corresponder a grandes velocidades das juntas;
- 3. Nas singularidades, pequenas forças e torques do órgão terminal podem corresponder a grandes forças e torques das juntas;
- 4. As singularidades correspondem a pontos do volume de trabalho do manipulador que podem ser inatingíveis através de pequenas mudanças dos parâmetros das juntas;
- 5. Nas proximidades das singularidades não existe uma única solução para o problema da cinemática inversa; em tais casos, pode não haver solução ou pode haver uma infinidade de soluções.

Podem existir dois tipos de singularidades: singularidades de fronteira (externas) e singularidades internas. As singularidades externas são pontos nos limites do espaço de trabalho, quando o manipulador está completamente estendido ou retraído. Esse tipo de singularidade pode ser evitado impedindo que o robô se dirija para a fronteira do seu espaço de trabalho. Já as singularidades internas ocorrem no espaço de trabalho acessível, podendo ser causadas pelo alinhamento de dois ou mais eixos do robô, bem como por configurações particulares do efetuador. Singularidades internas representam um sério problema, uma vez que podem ser encontradas em qualquer lugar no espaço de trabalho para uma trajetória planejada (Siciliano et al., 2010).

Basicamente, a forma principal de avaliação das singularidades é buscar as situações nas quais o determinante do Jacobiano é nulo. No entanto, quando a Matriz Jacobiana não é quadrada são necessários processos alternativos, tais como: mudança de coordenadas, desacoplamento (divisão do Jacobiano em duas ou mais matrizes quadradas), métodos geométricos e iterativos, entre outros métodos (Hayawi, 2011) (Spong, 1989).

3 Materiais e Métodos

3.1 Estrutura do robô

Como protótipo de manipulador serial para operações com radiofármacos utilizou-se um kit de robótica composto por peças usinadas em aço e alumínio, bem como por 6 servomotores de corrente contínua, modelo TowerPro MG996R. No total, o manipulador robótico possui 5 graus de liberdade, sendo 5 motores para o acionamento das respectivas juntas e um motor para acionamento do efetuador, o qual consiste em uma garra mecânica.

Analisando-se a estrutura do manipulador obtido inicialmente, foram observados que haviam alguns afastamentos entre os eixos das juntas que poderiam dificultar a análise cinemática do robô. Sabe-se que para manipuladores com 6 (ou 5) graus de liberdade, se as 3 (ou 2) últimas juntas forem rotacionais e os seus eixos interceptam-se em um único ponto, é possível obter uma solução geral para o problema cinemático inverso (Craig, 1989). Nesse sentido, foi possível observar que os eixos das duas últimas juntas não interceptavam-se em um único ponto, havendo um afastamento entre eles (a4). Além disso, também havia um afastamento (a1) entre os eixos das juntas 1 e 2 que poderia acarretar em mais um parâmetro utilizando a convenção de Denavit-Hartenberg. Para tornar a análise cinemática mais simples, foram eliminados esses afastamentos com alterações na estrutura mecânica do robô, conforme comparativo das vistas laterais do manipulador na Figura 8.

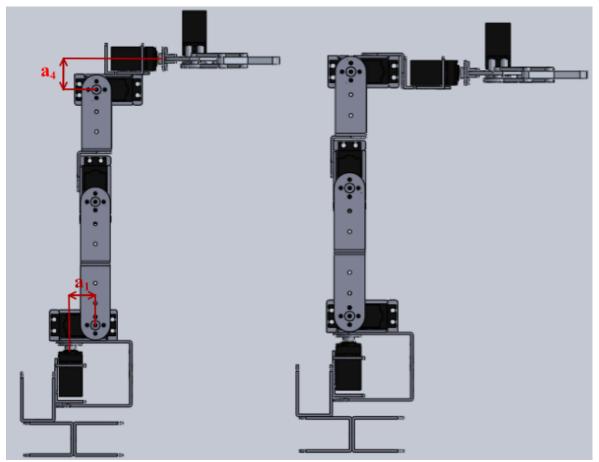


Figura 8: Vista lateral do manipulador antes e depois das modificações propostas.

Além disso, o manipulador apresenta características compatíveis com o espaço de trabalho e objetos a serem manipulados dentro de uma *hot-cell*, conforme descrito por Azevedo, 2015. A comparação é realizada através da Tabela 2.

Tabela 2: Comparativo entre requisitos mínimos de um manipulador para *hot-cell* e especificações do manipulador proposto (adaptado de Azevedo, 2015).

Dados	Requisitos mínimos	Valores do manipulador proposto
Ângulo de giro da base	90°	180°
Raio de alcance	350 mm	355 mm
Abertura da garra	30 mm	55 mm

Considerando as limitações físicas da estrutura do manipulador, bem como os finais de curso e torques dos servomotores utilizados, foram estabelecidos os limites angulares para cada junta do robô, conforme Tabela 3.

Tabela 3: Limites angulares para cada junta do robô.

Junta	Limites Angulares	
1	0° a 180°	
2	60° a 135°	
3	-90° a 70°	
4	-15° a 205°	
5	0° a 195°	

3.2 Atuadores e acionamento

Como já dito anteriormente, os atuadores do robô são servomotores de corrente contínua do modelo MG996R, possuindo uma alta capacidade de torque comparativamente ao seu tamanho. Considerando que a carga a ser manipulada é um cilindro de 25,4 mm de diâmetro, 54 mm de altura e com massa de 30 g, tem-se que o torque fornecido por esse modelo de motor é suficiente para a presente aplicação observando-se as limitações angulares de cada junta (Azevedo, 2015). Na Tabela 4 estão ilustradas as características principais dos servomotores MG996R.

Tabela 4: Especificação do servomotor TowerPro MG996R (TowerPro, 2017).

Dados	Valores
Peso	55 g
Dimensões	40,7 x 19,7 x 42,9 mm
Torque máximo	0,92 N.m (4,8 V); 1,08 N.m (6 V)
Velocidade de operação	6,16 rad/s (4,8 V); 7,48 rad/s (6 V)
Tensão de operação	4,8 V a 6,6 V
Corrente de operação	500 mA a 900 mA
Corrente com rotor bloqueado	2,5 A
Faixa de temperatura	0°C a 55°C
Banda morta	5 μs

O servomotor é um dispositivo eletromecânico que pode ter seu eixo posicionado em determinado ângulo de acordo com o sinal elétrico de PWM (*Pulse Width Modulation*) recebido; o qual consiste em uma onda quadrada que varia entre dois limites de tensão com um período fixo. A partir da variação do tempo em que a tensão se encontra no limite superior, dentro de um mesmo período, estabelece-se qual é a posição requerida, uma vez que existe uma relação de proporcionalidade entre o tempo de sinal com nível máximo e o posicionamento desejado do eixo do servomotor (Santos, 2007).

A operação do servomotor ocorre em malha fechada, pois há um circuito eletrônico de controle e um sensor de posição (geralmente potenciométrico), como é o caso dos atuadores utilizados nesse trabalho. Também há um conjunto de engrenagens metálicas que compõem uma caixa de redução para diminuição da velocidade e aumento do torque transmitido ao eixo. Há um limitador mecânico presente, fazendo com que a posição do eixo varie entre zero e 180 graus (Santos, 2007).

Para acionamento dos servomotores é utilizado um microcontrolador Arduíno UNO R3, que se comunica de forma serial (USB) com o computador e envia os sinais de PWM com a posição desejada para cada motor. O consumo de corrente máximo desse microcontrolador é de 500 mA (Farnell, 2017).

Conforme Tabela 4, a corrente máxima de cada motor é de 2,5 A, o que excede a capacidade de fornecimento de corrente do microcontrolador. Assim, para os 6 motores é necessária uma fonte de alimentação com tensão de 5 V e corrente de 15 A. Dessa forma, utilizou-se uma fonte chaveada para alimentação externa modelo ATX230WP4 com tensão de 5 V e capacidade de corrente de 16 A. Além disso, foi confeccionada uma placa para distribuição da alimentação e sinal entre a fonte, microcontrolador e motores. Na Figura 9 é apresentado o protótipo do manipulador, a fonte de alimentação, o microcontrolador e a placa de distribuição da alimentação e sinal.

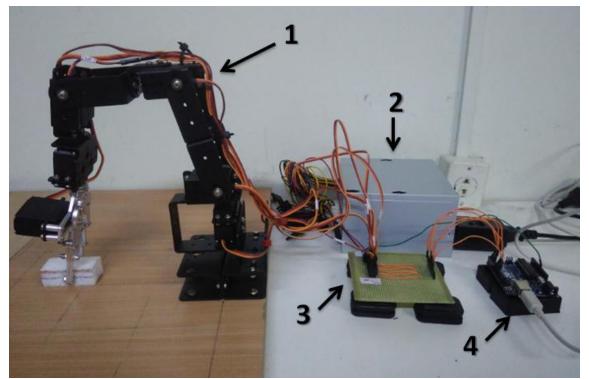


Figura 9: Protótipo de manipulador (1), fonte de alimentação (2), placa de distribuição de alimentação e sinal (3) e microcontrolador (4).

3.3 Interface Gráfica

Levando em conta a proposta de implementação da cinemática direta e inversa do manipulador robótico foi elaborada com auxílio da ferramenta GUIDE do software MATLAB a interface gráfica ilustrada na Figura 10.

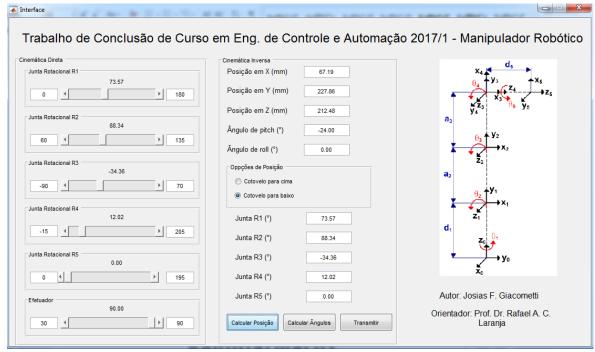


Figura 10: Interface gráfica para o manipulador.

Na parte lateral esquerda janela há uma barra de rolagem para cada junta, além de uma específica para controle do efetuador, com seus respectivos limites de junta. Através delas pode-se acionar cada motor. Na parte inferior há 3 botões: "Calcular Posição", "Calcular Ângulos" e "Transmitir". O botão "Calcular Posição" calcula a posição atual do manipulador através dos valores das barras de rolagem, preenchendo os campos na parte superior da janela: posição nos eixos x, y e z (em mm) referentes ao sistema de coordenadas na base do manipulador, bem como a orientação do efetuador com ângulo em relação ao eixo x (ângulo de pitch) e o ângulo de rolagem (ambos em graus), refletindo assim a cinemática direta do manipulador. O botão "Calcular Ângulos", por sua vez, permite calcular os ângulos das juntas para uma posição pré-determinada pelo usuário nos campos da parte superior, fornecendo os resultados para cada junta nos campos da parte inferior (Juntas R1, R2, R3, R4 e R5, em graus), mostrando dessa forma a implementação da cinemática inversa. Na parte central da interface há um menu de seleção para determinar qual a pose a ser calculada para cinemática inversa, se com o cotovelo do robô para cima ou para baixo. O botão "Transmitir", atualiza a posição das barras de rolagem e transmite aos motores os ângulos colocados nos campos da parte inferior da interface, fazendo com que o manipulador mova-se para a posição e pose desejadas. Na parte lateral direita está uma figura ilustrando os eixos de orientação para cada junta do manipulador em questão.

Os servomotores recebem os sinais PWM de referência de posição calculados pelo computador via comunicação serial com o microcontrolador. Eles possuem um circuito de controle interno, em malha fechada, que atua de forma a minimizar o erro entre a posição atual e a posição desejada. Dessa forma, ocorre a implementação do estudo da cinemática direta e inversa da posição a serem analisadas no Capítulo 4.

4 Estudo de caso

A seguir será descrita a análise cinemática do robô utilizado nesse trabalho.

4.1 Determinação dos Parâmetros de Denavit-Hartenberg

Inicialmente, faz-se a montagem da tabela com os parâmetros DH. A Figura 11 mostra a representação esquemática do robô, onde podem ser visualizados os parâmetros, os sistemas de referência (eixos) e as variáveis de junta, utilizando-se a convenção DH.

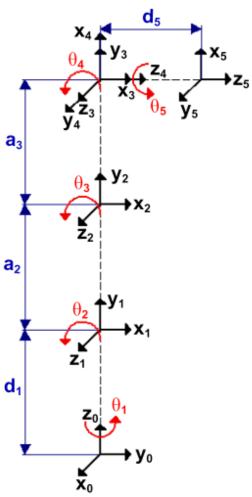


Figura 11: Representação esquemática do manipulador robótico.

Com base na Figura 11, pode-se definir a tabela DH, a partir da qual são realizadas as operações de rotação e translação. A tabela DH do manipulador é exposta na Tabela 5.

Tabela 5: Tabela de parâmetros de Denavit-Hartenberg (distâncias em mm).

Membro	ai	α_{i}	di	θ_{i}
1	0	α ₁ = 90°	d ₁ =110,6	θ1
2	a ₂ =104	0°	0	θ_2
3	a ₃ =94,6	0°	0	θ_3
4	0	α ₄ = 90°	0	θ4
5	0	0°	d ₅ =142,2	θ_5

Uma vez definida a Tabela DH, podem ser obtidas as matrizes de transformação de cada junta, conforme Equação (2). A multiplicação de todas as matrizes de transformação leva a obtenção da matriz de transformação homogênea do manipulador, como apresentado na Equação (21), considerando a notação das funções trigonométricas para robótica (por exemplo: $sen(\theta_1)$ equivale a s_1 e $cos(\theta_1)$ equivale a c_1).

$$\mathbf{H_0^5} = \begin{bmatrix} s_1 s_5 + c_{123} c_1 c_5 & c_5 s_1 - c_{234} c_1 s_5 & s_{234} c_1 & c_1 (d_5 s_{234} + a_3 c_{23} + a_2 c_2) \\ c_{234} c_5 s_1 - c_1 s_5 & -c_1 c_5 - c_{234} s_1 s_5 & s_{234} s_1 & s_1 (d_5 s_{234} + a_3 c_{23} + a_2 c_2) \\ s_{234} c_5 & -s_{234} s_5 & -c_{234} & d_1 + a_3 s_{23} - d_5 c_{234} + a_2 s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 (21)

4.2 Cinemática Direta e Inversa da Posição

Pode ser definida a cinemática direta para o manipulador a partir da matriz de transformação homogênea, considerando como entrada os valores de cada uma das juntas, conforme equações (22) e (23).

Posição:
$$\mathbf{o} = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1(142,2s_{234}+94,6c_{23}+104c_2) \\ s_1(142,2s_{234}+94,6c_{23}+104c_2) \\ 110,6+94,6s_{23}-142,2c_{234}+104s_2 \end{bmatrix} mm$$
 (22)

Orientação:
$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} s_1 s_5 + c_{234} c_1 c_5 & c_5 s_1 - c_{234} c_1 s_5 & s_{234} c_1 \\ c_{234} c_5 s_1 - c_1 s_5 & -c_1 c_5 - c_{234} s_1 s_5 & s_{234} s_1 \\ s_{234} c_5 & -s_{234} s_5 & -c_{234} \end{bmatrix}$$
 (23)

Para o cálculo da posição e orientação do efetuador necessita-se definir uma configuração de pose para o robô. Dessa forma, foram estabelecidos os valores das variáveis de juntas como apresentado na Equação (24).

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi/6 \\ \pi/8 \\ \pi/12 \\ \pi/36 \\ \pi/4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5236 \\ 0,3927 \\ 0,2618 \\ 0,0873 \\ 0,7854 \end{bmatrix} \text{ rad}$$
(24)

Aplicando-se os valores das variáveis de junta nas equações (22) e (23), obtém-se os resultados demonstrados em (25) e (26).

$$\mathbf{o} = \begin{bmatrix} P_{x} \\ P_{y} \\ P_{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 231,4051 \\ 133,6018 \\ 103,1471 \end{bmatrix} mm$$
 (25)

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0,8050 & -0,0979 & 0,5851 \\ -0,3517 & -0,8730 & 0,3378 \\ 0,4777 & -0,4777 & -0,7373 \end{bmatrix}$$
(26)

Uma vez definida a posição de forma direta, faz-se necessário abordar o problema da cinemática inversa, dada sua maior relevância em questões práticas, como programação de tarefas, as quais utilizam como base as trajetórias do robô. Dessa maneira, será utilizado o método do desacoplamento cinemático. Conforme Figura 11, os sistemas de coordenadas das juntas 3 e 4 tem a mesma origem, tornando possível o desacoplamento de forma que o vetor da origem até a junta 3 seja de deslocamento, e o vetor da origem

até a junta 5 seja de orientação do efetuador. O vetor $\mathbf{d_0^c}$ vai até a origem do eixo 4, o vetor $\mathbf{d_0^5}$ vai até a origem do efetuador, sendo que esses dois vetores são separados pela distância

 ${f d}_0^5$ vai até a origem do efetuador, sendo que esses dois vetores são separados pela distância dada pelo vetor ${f d}_5{f R}_k$, conforme representação esquemática simplificada do manipulador robótico apresentada na Figura 12.

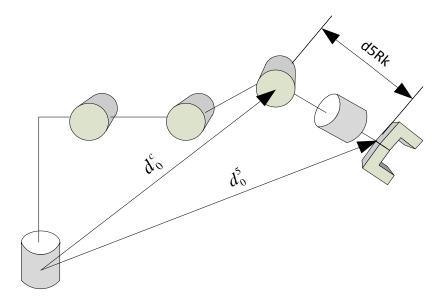


Figura 12: Representação esquemática do manipulador (Kaplan et al., 2015).

O valor de \mathbf{R}_k corresponde a última coluna da matriz de rotação. Assim, são determinados os valores para a posição do centro do pulso e posteriormente os valores para a orientação. A chamada origem do desacoplamento $\mathbf{d_0^c}$ é dada pela Equação (27), já considerando os valores de posição do efetuador obtidos na Equação (25).

$$\mathbf{d_0^c} = \mathbf{d_0^5} - \mathbf{d_5 R_k} = \begin{bmatrix} 148,2070 \\ 85,5673 \\ 207,9879 \end{bmatrix} \text{ mm}$$
 (27)

Para encontrar os valores das três primeiras juntas $(\theta_1, \theta_2 e \theta_3)$, denomina-se as coordenadas x_c , y_c e z_c aos valores referentes ao vetor $\mathbf{d_0^c}$. Assim, pode-se obter os valores das variáveis de junta aplicando-se as equações (5), (8) e (9) as respectivas coordenadas e parâmetros do manipulador, culminando nas equações (28), (29) e (30).

$$\theta_1 = atan2(y_c, x_c) = 0.5236 \text{ rad}$$
 (28)

$$\theta_3 = atan2(\pm\sqrt{1-D^2}, D) = 0.2618 \text{ rad}$$
 (29)

$$\theta_2 = \text{atan2}\left(z_c - d_1, \sqrt{x_c^2 + y_c^2}\right) - \text{atan2}(a_3 s_3, a_2 + a_3 c_3) = 0,3927 \text{ rad}$$
 (30)

No que tange aos valores das duas últimas juntas (θ_4 e θ_5), é necessário utilizar a informação referente à orientação. A matriz de rotação do efetuador referida ao sistema de coordenadas da junta 3 é dada pela relação matemática apresentada na Equação (31).

$$\mathbf{R_3^5} = (\mathbf{R_0^3})^{\mathsf{T}} \mathbf{R_0^5} = \begin{bmatrix} c_4 c_5 & -c_4 s_5 & s_4 \\ c_5 s_4 & -s_4 s_5 & -c_4 \\ s_5 & c_5 & 0 \end{bmatrix}$$
(31)

A matriz $\mathbf{R_0^3}$ representa a orientação a partir dos ângulos θ_1 , θ_2 e θ_3 (já determinados), $\mathbf{R_0^5}$ é a orientação desejada do efetuador obtida na Equação (26) para cinemática direta. A partir da comparação de elementos entre as matrizes dos dois lados da igualdade, é possível obter os valores de θ_4 e θ_5 através das equações (32) e (33).

$$\theta_4 = \operatorname{atan2}\left(R_{32,1}^5, R_{31,1}^5\right) = 0,0873 \text{ rad}$$
 (32)

$$\theta_5 = \operatorname{atan2}\left(-R_{3_{1,2}}^5, R_{3_{1,1}}^5\right) = 0,7854 \text{ rad}$$
 (33)

4.3 Cinemática Direta e Inversa da Velocidade

Uma vez determinado e ilustrado numericamente o equacionamento referente a cinemática direta e inversa da posição, torna-se necessário definir o mesmo para a velocidade. Assim, esse problema pode ser abordado com o auxílio do Jacobiano. O Jacobiano definido para o manipulador proposto é ilustrado na Equação (34).

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} & 0 \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} & 0 \\ 0 & J_{32} & J_{33} & J_{34} & 0 \\ 0 & J_{42} & J_{43} & J_{44} & J_{45} \\ 0 & J_{52} & J_{53} & J_{54} & J_{55} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & J_{65} \end{bmatrix}$$
(34)

Os coeficientes apresentados no Jacobiano mostrado na Equação (34) estão ilustrados na Tabela 6.

$J_{11} = -s_1(a_3c_{23} + a_2c_2 + d_5s_{234})$	$J_{12} = -c_1(a_3s_{23} + a_2s_2 - d_5c_{234})$	$J_{13} = -c_1(a_3s_{23} - d_5c_{234})$	
J ₁₄ =d ₅ c ₂₃₄ c ₁	$J_{21} = c_1(a_3c_{23} + a_2c_2 + d_5s_{234})$	$J_{22} = -s_1(a_3s_{23} + a_2s_2 - d_5c_{234})$	
$J_{23} = -s_1(a_3s_{23} - d_5c_{234})$	$J_{24} = d_5 c_{234} s_1$	$J_{32} = a_3 c_{23} - a_2 c_2 + d_5 s_{234}$	
J ₃₃ =a ₃ c ₂₃ +d ₅ s ₂₃₄	J ₃₄ =d ₅ s ₂₃₄	J ₄₂ =J ₄₃ =J ₄₄ =s ₁	
l.= Soc.C.	J ₅₂ =J ₅₃ =J ₅₄ =-C ₁	lee = Soo.s.	
$J_{45} = s_{234}c_1$	J ₆₅ =-c ₂₃₄	$J_{55} = s_{234} s_1$	

Tabela 6: Tabela de coeficientes do Jacobiano do manipulador.

Sabe-se que a velocidade direta do efetuador é dada pela Equação (16), a partir da qual pode ser calculado o vetor de velocidades das juntas do robô. A velocidade do efetuador é fundamental para programação de tarefas, sendo que os motores das juntas devem ser acionados com velocidades que atendam esse quesito. Apenas para demonstração, será definido um vetor de velocidade para o efetuador contendo somente uma componente no eixo X, conforme apresentado na Equação (35).

Assim, pode-se calcular as velocidades das juntas do manipulador, procedimento denominado cálculo da cinemática inversa da velocidade. Para o caso do robô com 5 graus

de liberdade, sendo o Jacobiano uma matriz 6x5, pode-se utilizar o conceito da pseudo-inversa. Nesse procedimento, faz-se um ajuste de mínimos quadrados, visando encontrar os autovalores que minimizam a norma do Jacobiano. Dessa forma, foi utilizada a função pinv(J), disponível no MATLAB, para obter-se as velocidades das juntas mostradas na Equação (36), considerando o Jacobiano para as variáveis de junta conforme Equação (24).

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{+}\dot{\mathbf{x}} = \text{pinv}(\mathbf{J})\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{1} \\ \dot{\theta}_{2} \\ \dot{\theta}_{3} \\ \dot{\theta}_{4} \\ \dot{\theta}_{5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0094 \\ 0,1276 \\ -0,2910 \\ 0,1634 \\ -0,0069 \end{bmatrix} \text{ rad/s}$$
 (36)

É possível realizar a operação inversa, obtendo a velocidade direta a partir do vetor da velocidade das juntas. Dessa forma, são obtidas as velocidades do efetuador na Equação (37), que podem ser comparadas com o perfil de velocidades desejado na Equação (35), devendo ser equivalentes.

$$\dot{\mathbf{x}}' = \mathbf{J}\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} 5,0000\\ 0,0000\\ 0,0000\\ -0,0040\\ -0,0023\\ -0,0043 \end{bmatrix} \, \text{mm/s}$$

$$rad/s$$
(37)

A diferença entre a velocidade desejada para o atuador $\dot{\mathbf{x}}$ e a calculada pela inversa $\dot{\mathbf{x}}'$, pode ser explicada pelo erro numérico de truncamento (menos significativo) e pelo fato da obtenção da pseudo-inversa do Jacobiano ser realizado utilizando o método de mínimos quadrados.

4.4 Cinemática Direta e Inversa da Aceleração

Para cálculo das acelerações das juntas necessita-se definir um valor para as mesmas no efetuador. A aceleração do efetuador é dada pela Equação (17), sendo que mais uma vez, define-se um vetor de aceleração contendo somente uma componente no eixo x, como mostrado na Equação (38), pois só foram definidas velocidades nesse eixo.

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \left(\frac{d}{dt} \mathbf{J}(\mathbf{q})\right) \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} A_{x} \\ A_{y} \\ A_{z} \\ \alpha_{x} \\ \alpha_{y} \\ \alpha_{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \frac{mm}{s^{2}}$$

$$rad/s^{2}$$
(38)

Percebe-se que será necessário obter o valor da derivada do Jacobiano. A obtenção dessa derivada ocorre através da regra da cadeia, sendo o Jacobiano derivado com relação a cada uma das variáveis de junta e cada variável é derivada em relação ao tempo, segundo a Equação (39).

$$\frac{d}{dt}\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \frac{d}{d\theta_1}\mathbf{J}(\mathbf{q})\frac{d\theta_1}{dt} + \frac{d}{d\theta_2}\mathbf{J}(\mathbf{q})\frac{d\theta_2}{dt} + \frac{d}{d\theta_3}\mathbf{J}(\mathbf{q})\frac{d\theta_3}{dt} + \frac{d}{d\theta_4}\mathbf{J}(\mathbf{q})\frac{d\theta_4}{dt} + \frac{d}{d\theta_5}\mathbf{J}(\mathbf{q})\frac{d\theta_5}{dt}$$
(39)

O resultado da derivada do Jacobiano para o manipulador estudado está demonstrado no Apêndice A. Dessa maneira, é possível obter as acelerações das juntas a partir do vetor

de aceleração proposto na Equação (38), considerando os valores de posição e velocidade propostos nas equações (24) e (36), respectivamente. O resultado é demonstrado pela Equação (40).

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{+} \left(\ddot{\mathbf{x}} - \left(\frac{d}{dt} \mathbf{J} (\mathbf{q}) \right) \dot{\mathbf{q}} \right) = \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_{1} \\ \ddot{\theta}_{2} \\ \ddot{\theta}_{3} \\ \ddot{\theta}_{4} \\ \ddot{\theta}_{5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0184 \\ 0,4103 \\ -0,9066 \\ 0,4963 \\ -0,0136 \end{bmatrix} \text{ rad/s}^{2}$$

$$(40)$$

Uma vez obtidas as acelerações das juntas, pode-se comprovar se o perfil de aceleração será o desejado conforme Equação (38). Para isso, basta aplicar os valores obtidos para as acelerações das juntas na Equação (38), de forma que a aceleração obtida seja equivalente a desejada. Esse procedimento é demonstrado através da Equação (41).

$$\ddot{\mathbf{x}'} = \mathbf{J}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \left(\frac{d}{dt}\mathbf{J}(\mathbf{q})\right) \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} 10,0000 \\ 0,0000 \\ 0,0000 \\ -0,0079 \\ -0,0046 \\ -0.0084 \end{bmatrix} \begin{array}{c} mm/_{S^2} \\ rad/_{S^2} \\ \end{bmatrix}$$
(41)

A pequena diferença entre os vetores $\ddot{\mathbf{x}}$ e $\ddot{\mathbf{x}'}$ já era esperada em virtude do erro numérico de truncamento e pelo método dos mínimos quadrados para obtenção da pseudo-inversa, assim como no caso da velocidade.

4.5 Singularidades

Considerando os dois tipos de singularidades existentes: singularidades externas (ou de fronteira) e singularidades internas; é realizado o estudo considerando apenas as singularidades internas. Configurações de junta que fazem o Jacobiano possuir posto (número de colunas linearmente independentes) inferior ao seu número máximo são denominadas singularidades ou configurações singulares (Spong, 1989). Matematicamente, isso significa que para tais configurações o determinante do Jacobiano é zero. No caso em questão o Jacobiano não é quadrado, mas pode ser dividido em sub-Jacobianos quadrados, sendo possível testar a configuração singular nas combinações deles. Se o determinante de todos esses sub-Jacobianos for nulo, então a configuração é singular (Goyal & Sethi, 2010).

Dessa forma, busca-se uma configuração singular para o robô com seu respectivo modelo matemático, sendo então testada em dois sub-Jacobianos (5x5). Esses sub-Jacobianos serão: um sem a linha 4 e outro sem a linha 5. Analisando de forma geométrica, a única posição singular interna do manipulador robótico em estudo é ilustrada pela Figura 13. Nesta configuração os eixos referentes as variáveis de junta θ_1 e θ_5 estão alinhados, dando origem a um caso de singularidade interna. Os demais ângulos de junta associados a esse efeito são θ_2 , θ_3 e θ_4 . Dessa maneira, é possível perceber que uma condição para a ocorrência de tal singularidade é que a projeção dos links no eixo U_d seja nula. A partir da condição de alinhamento dos dois eixos, pode-se obter um modelo matemático para essa configuração singular interna.

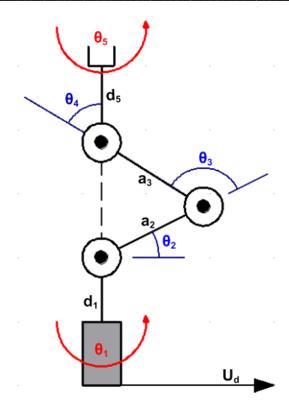


Figura 13: Representação esquemática da posição singular.

A fim de se simplificar a análise da configuração singular, o problema será dividido em duas etapas: a primeira se dará analisando a projeção dos links 1, 2 e 3 no eixo U_d e a segunda considerando a necessidade de alinhamento do eixo z_5 e z_0 . Para que referida projeção no eixo U_d seja nula, necessita-se atender a condição dada pela Equação (42).

$$U_{d} = a_{2}c_{2} + a_{3}c_{23} = 0 (42)$$

Dessa forma, é possível obter o ângulo θ_2 em função do ângulo θ_3 por meio do uso de algumas identidades trigonométricas e manipulação algébrica, obtendo-se a Equação (43).

$$\theta_2 = atan2(a_2 + a_3c_3, a_3s_3)$$
 (43)

A segunda condição é que a combinação das variáveis de junta θ_2 , θ_3 e θ_4 façam o alinhamento do eixo z_5 com o eixo z_0 . Matematicamente, pode-se ilustrar essa condição com a Equação (44).

$$\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 = \pi/2 \tag{44}$$

Assim, é possível descrever o ângulo θ_4 em função dos ângulos anteriores, de acordo com a Equação (45).

$$\theta_4 = (\pi/2) - (\theta_3 + \theta_2) \tag{45}$$

Através das equações (43) e (45) foram encontrados os valores de θ_2 , θ_3 e θ_4 que formam a singularidade. A comprovação pode ser realizada pelo cálculo dos sub-Jacobianos 5x5, conforme mencionado anteriormente. Esses determinantes foram nulos para cada valor θ_2 , θ_3 e θ_4 testados, confirmando que os pontos são singulares. No Apêndice B é apresentada a tabela dos valores testados.

5 Testes e Resultados

5.1 Testes

A fim de se verificar o desempenho do protótipo de manipulador elaborado foram realizados testes para demonstrar as características de precisão e repetibilidade unidirecional de posição. Nesse sentido, foram realizados ensaios em conformidade com as recomendações da norma ISO 9283/1995 e nos testes demonstrados por Weidlich, 2006.

A precisão unidirecional de posicionamento (AP_p) representa o desvio entre a posição comandada e a média das posições alcançadas (baricentro do conjunto de pontos alcançados) quando aproximadas pela mesma direção (Weidlich, 2006). Essa grandeza pode ser calculada utilizando-se as equações (46) a (49).

$$AP_{p} = \sqrt{(\bar{x}-x_{c})^{2} + (\bar{y}-y_{c})^{2} + (\bar{z}-z_{c})^{2}}$$
(46)

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$
 (47)

$$\overline{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i \tag{48}$$

$$\bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} z_i$$
 (49)

onde: $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ são as coordenadas do baricentro de pontos alcançados com repetidas visitas na mesma direção; (x_c, y_c, z_c) são as coordenadas da posição comandada; (x_i, y_i, z_i) são as coordenadas das i-ésimas posições alcançadas.

A repetibilidade unidirecional de posicionamento (RP+p) expressa a dispersão das posições alcançadas depois de repetidas visitas na mesma direção; ou seja, corresponde ao raio da esfera centrada no baricentro do conjunto de posições alcançadas (Weidlich, 2006). Essa variável pode ser dimensionada através das equações (50) a (54).

$$RP_p = \bar{l} + 3S_l \tag{50}$$

$$\bar{l} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} l_i \tag{51}$$

$$l_{i} = \sqrt{(x_{i} - \overline{x})^{2} + (y_{i} - \overline{y})^{2} + (z_{i} - \overline{z})^{2}}$$
(52)

$$S_{l} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (l_{i} - \bar{l})^{2}}{n-1}}$$
 (53)

onde: l_i é a norma da distância das entre as coordenadas da i-ésima posição alcançada e as coordenadas do baricentro de pontos alcançados; \bar{l} é a sua média e S_l é o seu respectivo desvio padrão considerando todas as amostras analisadas.

Dessa forma a precisão unidirecional de posicionamento explicita o quão próximo se obtém a posição real do efetuador frente ao valor inicialmente determinado. Já a

repetibilidade unidirecional de posicionamento fornece a informação da dispersão das posições alcançadas, definindo o raio da esfera centrada no baricentro que abrange parte significativa do espaço amostral obtido. A Figura 14 auxilia no entendimento desses conceitos.

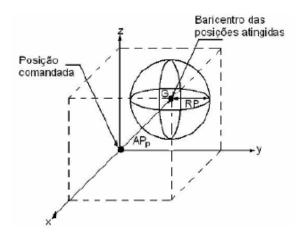


Figura 14: Precisão e repetibilidade unidirecional de posicionamento (Weidlich, 2006).

Segundo a ISO 9283/1995, para ensaios de precisão e repetibilidade unidirecional de posição são utilizadas 5 posições de teste que devem corresponder aos vértices e ao ponto central de um plano inclinado referentes a um cubo de teste localizado no interior do volume de trabalho do manipulador, conforme ilustrado na Figura 15. Esses pontos devem ser referenciados ao sistema de coordenadas da base do robô (Weidlich, 2006).

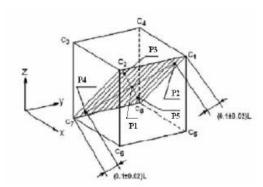


Figura 15: Posições de teste em relação ao sistema de coordenadas (Weidlich, 2006).

O número mínimo de ciclos de medição recomendado em ensaios deste tipo são de 30 aferições para cada ponto, utilizando-se o valor nominal máximo de carga e velocidade (Weidlich, 2006). No caso, foram realizadas as medições com a velocidade dos motores a uma tensão de alimentação de 5 V, uma vez que se tem controle apenas sobre a posição dos motores pelo sinal de PWM. Foi utilizado como carga um paralelepípedo de isopor com massa e dimensões similares ao objeto a ser manipulado na aplicação desejada. Foi utilizada a sequência de ciclos de medição recomendada, conforme Figura 16.

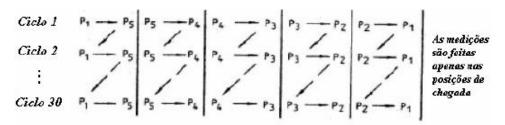


Figura 16: Exemplos de sequências de ciclos de medição (Weidlich, 2006).

Para realizar as aferições das medidas das diversas posições alcançadas foram utilizados relógios comparadores analógicos da marca Mitutoyo, modelo 2046-08, com incerteza de medição de 0,01 mm e repetibilidade de 3 μ m (Mitutoyo, 2016). Foram montadas estruturas em MDF para acoplar os relógios comparadores e obter as medidas necessárias em cada um dos eixos do sistema de coordenadas da base do manipulador, conforme ilustrado na Figura 17.

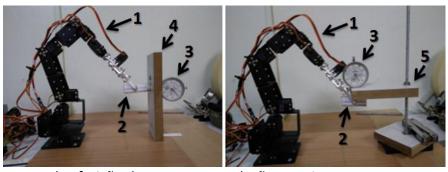


Figura 17: Fotos da aferição dos pontos em relação aos eixos Y e Z com o protótipo (1), objeto padrão (2), relógio comparador (3) e estruturas em MDF (4 e 5).

5.2 Resultados

A partir das recomendações e descrições citadas anteriormente foram realizados os testes com o protótipo de manipulador robótico elaborado, considerando um cubo de teste no interior do volume de trabalho com 15 cm de aresta. Realizou-se o total de 150 ciclos de medição (30 para cada ponto), sendo efetuado o cálculo do baricentro (média das posições), da previsão (AP $_p$) e repetibilidade (RP $_p$) unidirecional de posição para cada ponto de teste, conforme equações (46) a (53). Os resultados dos ensaios estão ilustrados no Apêndice C de forma detalhada. A análise das aferições para cada ponto são demonstrados na Tabela 7.

Tabela 7: Resultados dos ensaios de precisão e repetibilidade do protótipo de manipulador (todas as medidas estão em mm).

Pontos	Classificação	Х	Y	Z	APp	RP_p
Ponto 1	Posição Comandada	75	75	40	-	-
	Baricentro	90, 9643	88,2747	37,05	20,9709	10,6128
Ponto 2	Posição Comandada	-75	75	40	-	-
	Baricentro	-83,206	84,2097	36,23	12,8974	7,034
Ponto 3	Posição Comandada	0	150	115	-	-
	Baricentro	-3,4513	177,4263	115,8397	27,6554	23,6524
Ponto 4	Posição Comandada	75	225	190	-	-
	Baricentro	71,3557	234,511	186,6275	10,7297	15,8162
Ponto 5	Posição Comandada	-75	225	190	-	-
	Baricentro	-69,3493	238,1063	185,8183	14,8725	9,5121

Analisando o total das 150 medições aferidas, pode-se estipular um erro de posicionamento médio em relação a cada eixo do sistema de coordenadas da base do manipulador, obtendo-se os valores gerais de precisão e repetibilidade unidirecional de posição, considerando todo esse espaço amostral obtido. Esses resultados são resumidos na Tabela 8.

Tabela 8: Valores médios de posicionamento em cada eixo do sistema de coordenadas da base, precisão e repetibilidade gerais (todas as medidas em mm).

Valor médio no eixo X	Valor médio no eixo Y	Valor médio no eixo Z	APp	RPp
x _c +1,2617	y _c +14,5056	z _c -2,6866	14,8062	27,1473

A fim de se ter uma noção da distribuição espacial das amostras obtidas, os resultados foram colocados de forma gráfica tridimensional com o auxílio do software MATLAB. Assim, pode-se fazer uma análise qualitativa dos resultados obtidos através dos ensaios realizados em conformidade com a norma ISO 9283/1995. Tendo em vista esse pensamento, foram obtidas as figuras 18, 19, 20, 21 e 22 referentes aos pontos de medição 1, 2, 3, 4 e 5, respectivamente.



Figura 18: Gráfico dos resultados dos ensaios para o ponto P1.



Figura 19: Gráfico dos resultados dos ensaios para o ponto P2.



Figura 20: Gráfico dos resultados dos ensaios para o ponto P3.

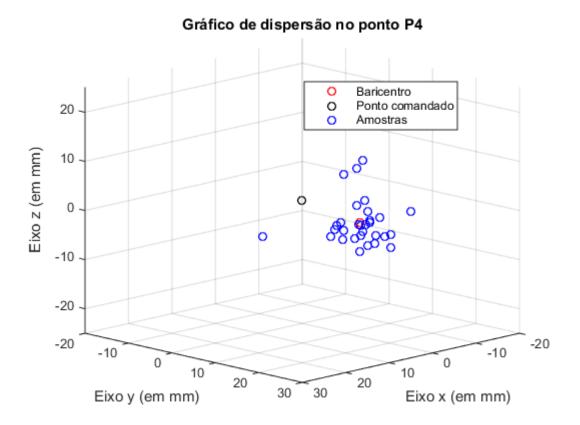


Figura 21: Gráfico dos resultados dos ensaios para o ponto P4.

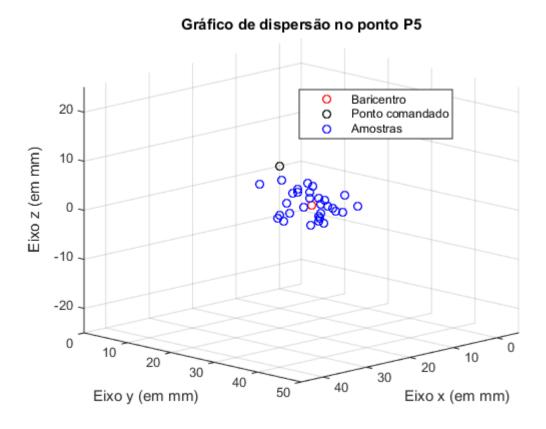


Figura 22: Gráfico dos resultados dos ensaios para o ponto P5.

5.3 Discussões

Nos ensaios foi possível constatar que o manipulador atende aos comando enviados tendo movimentação satisfatória dentro dos limites angulares estabelecidos para cada junta, considerando o volume de trabalho estabelecido. Contudo, diante dos resultados nota-se que os valores obtidos, tanto para a precisão quanto para a repetibilidade unidirecionais, são relativamente altos tendo como parâmetros o espaço de trabalho do robô e as próprias dimensões do cubo de teste adotado. A título de comparação, Weidlich, 2006 obteve resultados da ordem de décimos de milímetro (1.10⁻¹) para testes semelhantes, utilizando o robô industrial antropomorfo ABB IRB1400 (presente no Laboratório de Automação e Robótica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul), que possui um volume de trabalho consideravelmente maior que o manipulador estudado.

Nos diversos testes de funcionamento do protótipo e na operação dos servomotores foi observado que havia uma zona morta de aproximadamente 2° no posicionamento dos mesmos via sinal PWM. Essa zona morta é um efeito que pode ser atribuído a banda morta do sistema eletrônico de detecção da onda quadrada do PWM. Segundo a especificação técnica do motor (Tabela 4) a banda morta equivale a 5 µs, o que afeta a resolução do motor, uma vez que as posições mínima e máxima do mesmo correspondem a uma onda quadrada de duração de 1 ms e 2 ms na amplitude máxima (5 V), respectivamente. Além disso, foi constatada a presença de folgas no conjunto de engrenagens que compõem o sistema de transmissão/redução de cada motor, fato esse que também contribui para a observação do efeito da zona morta. Finalmente, deve-se acrescentar que há a presença de desalinhamentos na estrutura mecânica do manipulador, reflexos da montagem do mesmo, especialmente nos rolamentos dos eixos das juntas. A presença desses efeitos afeta substancialmente o desempenho do manipulador nos quesitos de precisão e repetibilidade, conforme foi possível observar nos ensaios.

Resumidamente, a baixa qualidade dos atuadores é uma das principais causas dos pobres resultados de desempenho do manipulador, em virtude principalmente ao seu baixo custo. Certamente servomotores com melhor resolução e confiabilidade, como por exemplo motores que utilizassem encoders ao invés de potenciômetros no sistema de medição, poderiam render resultados melhores. Soma-se a esses fatores a questão das folgas e ajustes necessários a montagem do protótipo, bem como o quesito de vibrações relacionadas as acelerações e desacelerações na movimentação do mesmo. Tolerâncias dimensionais também podem estar relacionados aos erros observados, dada a menor qualidade na fabricação das mesmas considerando o seu menor custo.

6 Conclusões e Trabalhos Futuros

Através deste trabalho foi elaborado e implementado um protótipo de manipulador robótico funcional visando a operação com radiofármacos em *hot-cells* sendo possível aplicar diversos conceitos adquiridos no decorrer do curso de Engenharia de Controle e Automação, tais como projetos mecânicos, eletrônica, programação e robótica.

Foi realizada a análise cinemática detalhada do manipulador em questão, com desenvolvimento e comprovação numérica da cinemática direta e inversa da posição, velocidade e aceleração, bem como a análise das singularidades presentes no robô. Para utilização do robô foi implementada uma interface gráfica funcional considerando o estudo cinemático da posição realizado anteriormente. Por fim, foram realizados ensaios em conformidade norma ISO 9283/1995 para determinação de parâmetros de desempenho do manipulador, tais como precisão e repetibilidade unidirecional de posicionamento. Embora os resultados tenham mostrado que o desempenho nesses quesitos ainda fique a desejar, como precisão de aproximadamente 15 mm e repetibilidade de aproximadamente 27 mm, foi possível identificar oportunidades de melhoria no protótipo, especialmente na questão dos atuadores empregados.

Como sugestão a continuação desse trabalho fica proposta a implementação do protótipo com atuadores de melhor resolução, qualidade e confiabilidade. Também sugere-se a implementação, validação e teste de modelo dinâmico do manipulador, indo além do estudo cinemático já desenvolvido, com estudo detalhado dos torques e posterior implementação de controladores para os servomotores das juntas rotacionais, podendo-se estabelecer o controle de posicionamento, trajetória e velocidades do manipulador. Um outro estudo possível seria analisar a durabilidade e resistência dos materiais empregados considerando ambientes com radioatividade.

7 Referências

Agência Nacional de Vigilância Sanitária (ANVISA), **Boas práticas de fabricação de radiofármacos**, Brasília, Brasil, 2009. (RDC 63, Diário Oficial da União, 23 dez. 2009).

- ASADA, H., J. J. E. SLOTINE. Robot Analisys and Control. John Wiley and Sons, 1986.
- AZEVEDO, L. F. S.; **Braço Robótico para Manipulação de Frascos de Radiofármaco**, Monografia, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.
- Comissão Nacional de Energia Nuclear (CNEM), **Glossário de termos usados em energia nuclear**, Governo Federal do Brasil, 2017.
- CRAIG, J. J.; Introduction to Robotics: Mechanics and Control, Addison-Wesley, 2ed., 1989.
- FARNELL, **Arduino UNO**, Acessado em: 18/05/2017. Disponível em: https://www.farnell.com/datasheets/1682209.pdf
- GOYAL, K.; SETHI, D.; An Analytical Method to find Workspace of a Robotic Manipulator. Jornal of Mechanical Engineering, Junho de 2010.
- GUEVARA, G. M.; **Desenvolvimento de protótipo robotizado de preparação e partição de produtos radioatvios**, Dissertação, Instituto Politécnico de Bragança, Bragança, Portugal, Jun. 2014.
- GUIMARÃES, L. T. G.; **Medicina Nuclear**, Laboratório de Análise e Processamento de Imagens Médicas e Odontológicas, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.
- HASSE, D.; **Robótica industrial (apostila)**, São José dos Campos: Engenharia Elétrica. ETEP, 2014.
- HAYAWI, M. J.; Analytical Inverse kinematics algorithm of a 5-DOF robot arm, Journal of education of college, 4 ed., 2011.
- International Atomic Energy Agency (IAEA); Radioisotope handling facilities and automation of radioisotope production, IAEA-TECDOC-1430, Vienna, Austria, Dez. 2004.
- KAPLAN, A.; ANTUNES, D. S.; GASPARETO, D. S.; POSTAL, G. T.; BAUERFEIND, O. A.; ALVES, R. T.; **Estudo de Caso do Robô Megabot 3350**, Disciplina de Cinemática Diferencial, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Dez. 2015.
- LINS, E.; **PET e SPECT: Princípios e Aplicações**, Curso de Eng. Biomédica CECS, Universidade Federal do ABC, 2013.
 - MEIKLE, S.; Principles of PET and SPECT, University of Sydney, 2012.
- MESQUITA, E. T.; MESQUITA, C. T.; FONSECA, L. M.; **Medicina Nuclear Aplicada a Cardiologia**, Editora Atheneu, Volume 4, 2001.
- MITUTOYO, Relógios Comparadores: Instrumentos de medição por comparação que garantem alta qualidade, exatidão e confiabilidade, 2016. Disponível em:

 $http://www.mitutoyo.com.br/novosite/download/catalogogeral/p2016/26_comparadores.pdf$

- OLIVEIRA, R.; SANTOS, D.; FERREIRA, D.; COELHO, P.; VEIGA, F.; **Preparações radiofarmacêuticas e suas aplicações**, *Rev. Bras. Cienc. Farm.*, v.42, n.2, pp.151-165, Jun. 2006.
- ROBILOTTA, C. C.; **A tomografia por emissão de pósitrons: uma nova modalidade na medicina nuclear brasileira**. Rev. Panam Salud Publica, vol. 20, n. 2-3, pp. 134–142, Washington, Agosto/Setembro. 2006.
- SANTOS, A.; **Servomotores**, Pictronics, Porto Alegre, 2007. Disponível em: http://www.pictronics.com.br/downloads/apostilas/servomotores.pdf
- SCHILLING, R. J.; Fundamentals of Robotics Analysis and Control. Englewood Cliffs Prentice Hall, 1990.
- SICILIANO, B.; SCIAVICCO, VILLANI, L.; ORIOLO, G. Robotics: Modelling, Planning and Control, Springer, 2010.
- SPONG, M.; HUTCHINSON, S.; VIDYASAGAR, M.; Robot Modeling and Control, 1º edição, Jonh Wiley & Sons, Inc., 1989.
- TOWERPRO, **MG996R Robot Servo 180° Rotation**, Acessado em: 18/05/2017. Disponível em: http://www.towerpro.com.tw/product/mg995-robot-servo-180-rotation/
- VIVEIRO, F. T. N.; Sistema de Gestão de Operações em uma Unidade Produtora de Radiofármacos, Monografia, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.
- WEIDLICH, G. H.; **Desenvolvimento e aplicação de um dispositivo para análise de exatidão e repetitividade em robôs industriais**, Dissertação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.
- ZWIRTES, Rudimar A.; Cinemática inversa para controle da abordagem de órgãos terminais de robôs manipuladores, Trabalho de Conclusão de Curso, Joinville: UDESC, 2004.

Apêndice A

A seguir é apresentado o resultado da derivada do Jacobiano para o manipulador robótico estudado.

$$\frac{d}{dt}\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} & U_{14} & 0 \\ U_{21} & U_{22} & U_{23} & U_{24} & 0 \\ 0 & U_{32} & U_{33} & U_{34} & 0 \\ 0 & U_{42} & U_{43} & U_{44} & U_{45} \\ 0 & U_{52} & U_{53} & U_{54} & U_{55} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A seguir são apresentados a definição de cada um dos componentes da matriz derivada do Jacobiano.

.....

Apêndice B

A seguir é apresentada tabela com valores das variáveis de junta θ_2 , θ_3 e θ_4 para o teste de singularidade, considerando as relações dadas pelas equações (43) e (45). Por conveniência, escolheu-se que θ_1 e θ_5 teriam o valor de 0,5 rad; visto que os eixos z_0 e z_5 estão alinhados. Também são apresentados os valores para os determinantes dos sub-Jacobianos, onde Det(SubJac_4) representa o Jacobiano sem a linha 4 e Det(SubJac_5) representa o Jacobiano sem a linha 5. As medidas dos ângulos estão em radianos.

θ1	θ_2	θ₃	θ ₄	θ ₅	Det(SubJac_4)	Det(SubJac_5)
0,5000	1,5708	0,0000	0,0000	0,5000	0,0000	0,0000
0,5000	1,5232	0,1000	-0,0524	0,5000	-1,8392e-11	1,0047e-11
0,5000	1,4755	0,2000	-0,1047	0,5000	-4,1035e-12	2,2418e-12
0,5000	1,4279	0,3000	-0,1572	0,5000	-3,8329e-11	2,0939e-11
0,5000	1,3804	0,4000	-0,2096	0,5000	-9,2973e-11	5,0791e-11
0,5000	1,3329	0,5000	-0,2621	0,5000	-3,6042e-11	1,9690e-11
0,5000	1,2854	0,6000	-0,3146	0,5000	-2,0613e-10	-1,3009e-10
0,5000	1,2381	0,7000	-0,3673	0,5000	-1,3306e-11	7,2693e-12
0,5000	1,1908	0,8000	-0,4200	0,5000	5,4166e-12	2,3106e-10
0,5000	1,1437	0,9000	-0,4729	0,5000	-6,9731e-11	-1,9070e-10
0,5000	1,0966	1,0000	-0,5259	0,5000	-2,9266e-10	1,5988e-10
0,5000	1,0498	1,1000	-0,5790	0,5000	-2,5534e-10	-7,7160e-11
0,5000	1,0032	1,2000	-0,6324	0,5000	-1,8509e-10	3,1088e-10
0,5000	0,9568	1,3000	-0,6860	0,5000	-2,5632e-10	1,4003e-10
0,5000	0,9106	1,4000	-0,7398	0,5000	-2,3527e-10	1,2853e-10
0,5000	0,8649	1,5000	-0,7941	0,5000	-3,4692e-10	1,8953e-10
0,5000	0,8195	1,6000	-0,8487	0,5000	-3,2040e-10	1,7503e-10
0,5000	0,7746	1,7000	-0,9038	0,5000	-1,5566e-10	8,5035e-11
0,5000	0,7304	1,8000	-0,9596	0,5000	2,0464e-11	2,2168e-11
0,5000	0,6869	1,9000	-1,0161	0,5000	-9,1278e-11	6,3320e-11
0,5000	0,6444	2,0000	-1,0736	0,5000	-2,9437e-10	2,1253e-10
0,5000	0,6031	2,1000	-1,1323	0,5000	-4,0184e-10	2,0173e-10
0,5000	0,5635	2,2000	-1,1927	0,5000	-3,5063e-10	1,8369e-10
0,5000	0,5262	2,3000	-1,2554	0,5000	1,8213e-10	-1,6151e-10
0,5000	0,4919	2,4000	-1,3211	0,5000	1,1623e-10	-6,0442e-11
0,5000	0,4623	2,5000	-1,3915	0,5000	7,3355e-11	-4,9624e-11
0,5000	0,4397	2,6000	-1,4689	0,5000	-5,5207e-11	4,1160e-11
0,5000	0,4286	2,7000	-1,5578	0,5000	-2,3817e-10	1,3885e-10
0,5000	0,4386	2,8000	-1,6678	0,5000	7,0706e-11	-3,8627e-11
0,5000	0,4926	2,9000	-1,8218	0,5000	-2,4509e-11	1,3389e-11
0,5000	0,6593	3,0000	-2,0885	0,5000	-4,9081e-11	2,6813e-11
0,5000	1,1776	3,1000	-2,7068	0,5000	3,6754e-12	-2,0079e-12

Apêndice C

A seguir são apresentado os resultados das aferições para os diversos ensaios para averiguação e cálculo da precisão e repetibilidade do manipulador.

Erros de posicionamento para o ponto de teste 1 (em mm)		Erros de posicionamento para o ponto de teste 2 (em mm)			Erros de posicionamento para o ponto de teste 3 (em mm)			
X1	Y1	Z1	X2	Y2	Z2	Х3	Y3	Z3
17,65	15,1	-5	-6,18	5,7	-4	0,75	27,25	4,18
14,8	19,35	-3	-6,85	10,35	-2	-3,18	39,31	11,14
20,81	16,25	-5	-9,35	8,35	-2,5	-0,71	42,12	15,1
14,79	12,28	-4	-8,35	9,28	-2,5	-5,77	38,58	15,26
15,81	10,3	-3,5	-9,8	9,33	-5	-3,23	41,28	16,4
18,77	10,32	-3	-10,86	12,27	-5	-1,22	17,32	-0,84
16,95	11,6	-3,5	-13,4	10,82	-2	-4,21	23,83	3,18
18,8	11,75	-5	-9,31	9,76	-4	-7,76	29,24	-1,05
17,82	7,9	-6	-9	11,32	-4	-1,78	12,31	-4,3
17,83	4,31	-6	-10,78	9,1	-3	-6,32	18,42	-3,05
15,46	11,74	-2	-6,85	5,27	-3	-3,29	24,79	1,7
12,81	10,08	-6,5	-5,35	6,23	-5	-4,22	24,11	-0,35
13,38	12,36	-2,5	-9,82	6,34	0	-9,17	24,21	-0,28
16,81	11,7	-1,5	-9,71	9,28	-2,5	1,7	25,58	-1,68
12	9,74	-2	-9,82	8,82	-4	-2,24	25,13	0,36
14,71	5,72	4	-10,29	11,3	-3,5	-9,14	21,36	-2,74
14,84	16,86	2	-10,62	9,25	-3	-4,77	23,21	-2,86
14,11	17,28	1	-8,2	10,2	-3	-7,15	25,76	1,62
15,35	14,74	0	-7,15	7,81	-3,5	-4,25	25,32	-2,25
13,96	15,36	0,5	-7,76	10,25	-2,5	-4,79	26,36	-1,85
16,22	13,32	-0,5	-7,82	10,8	-3	-5,15	29,28	-2,12
14,82	16,37	0	-7,5	12,23	-2	-4,78	29,82	-0,26
16,85	18,29	-3	-6,5	7,74	-2,5	-2,24	31,3	-2,1
14,29	15,78	-5	-5	9,23	-6	-0,28	29,34	-2,12
17,81	16,38	-5	-7,15	8,82	-7	-4,23	25,97	-1,84
15,35	12,75	-6	-6,03	7,76	-7	-0,67	30,35	-3,4
15,78	14,3	-5	-2,39	9,24	-6,5	1,76	26,01	-0,27
14,84	13,81	-5	-7,81	8,35	-6	-1,68	28,26	-3,98
17,74	16,25	-4	-7,85	9,79	-5	-3,17	27,14	-3,05
17,77	16,25	-4	-8,68	11,3	-4	-2,35	29,83	-3,36

-3,23

6,09

Erros de posicionamento para o ponto de Erros de posicionamento para o ponto de teste 4 (em mm) teste 5 (em mm) Х4 Υ4 **Z4 X5 Y5 Z**5 -3,14 4,4 -5,64 11,68 11,77 -5,27 -4,28 5,2 5,5 8,77 11,78 -1,35 -4,18 8,34 7,32 8,15 12,32 -1,33 -5,15 8,74 8,93 3,67 13,22 -4,42 -5,2 -4,23 9,9 -1,29 8,72 18,3 7,86 -1,24 -6,05 1,68 13,85 -5,5 -6,2 12,72 -6,07 4,16 15,28 -4,25 -6,24 14,21 -5,3 0,82 18,75 -4,26 -4,95 8,52 -6,35 4,29 18,8 -4,88 -7,17 6,08 -10,6 9,36 11,8 -5,48 -4,19 9,34 -4,1 4,25 14,32 -8,03 -5,28 8,76 -5,62 2,27 15,25 -5,72 -9,19 11,18 -9,08 7,2 6,83 -7,92 -2 15,31 -7,3 11,07 -3,1 8,15 -3,74 13,26 -5,25 4,18 13,32 -6,73 -3,1 11,5 -3,08 7,72 13,32 -4,12 -5,7 12,09 -2,17 7,7 9,36 -4,26 -7,15 -6,23 10,4 -7,8 5,83 14,82 1,72 8,24 -5,24 9,43 10,31 -7,3 6,25 -7,35 -9,2 -4,66 3,65 12,95 -5,15 -3,63 10,3 -3,42 -1,76 13,29 15,5 -9,45 -1 6,18 6,61 -0,38 9,32 -0,63 -2,72 -6,48 3,72 10,26 10,78 15,25 -2,94 -4,24 -7,78 4,83 -0,24 8,72 6,77 13,79 -2,35 -2,8 1,85 11,3 -3,42 2,3 9,84 -1,74 2,81 10,7 -2,34 10,72 -2,35 3,68 -2,16 12,32 2 8,7 12,8 -0,5 -1,24 11,34 1 7,7 16,75 -1,73

-7,34

5,72

12,22

-2,35