

Fibonačijev hip

Seminarski rad u okviru kursa
Konstrukcija i analiza algoritama 2
Matematički fakultet

Ivan Ristović
Milana Kovacević

januar 2019.

Sažetak

Fibonačijev hip je struktura podataka osmišljena sa ciljem da poboljša vreme potrebno za operacije nad hipovima. Pružaju bolje amortizovano vreme izvršavanja nego većina drugih prioritetnih redova, uključujući binarni i binomni hip. Fibonačijev hip je osmišljen 1984. godine i publikovan 1987. Ime je dobio po Fibonačijevim brojevima, koji se koriste u analizi složenosti operacija. Koristeći Fibonačijev hip, moguće je unaprediti vremena izvršavanja velikog broja poznatih algoritama kao što je Dijstrin algoritam. Pružamo implementaciju Fibonačijevog hipa u programskom jeziku *Python*, sa interfejsom jednostavnim za upotrebu i testiranje. Takođe u ovom radu testiramo vreme izvršavanja operacije *decrease-key* kako bismo eksperimentalno pokazali konstantno amortizovano vreme izvršavanja ove operacije.

Sadržaj

1	Uvod	2
2	Zaključak	2
	Literatura	2

1 Uvod

Binarni hip (eng. *Heap*) [1] je binarno stablo koje zadovoljava uslov da svaki čvor u stablu ima vrednost ključa veću (tj. manju) od oba svoja sina. Takav hip se često naziva *max-hip* (tj. *min-hip*). Jasno je da će se u hipu maksimum (tj. minimum) alaziti u korenu stabla, što garantuje konstantni upit. Svaki hip podržava sledeće operacije ¹:

- **find_min** - vraća vrednost ključa korena hipa.
- **extract_min** - uklanja koren hipa.
- **insert(v)** - unosi novi čvor sa vrednošću ključa v .
- **decrease_key(k,v)** - spušta vrednost ključa k na vrednost v .
- **merge(h)** - unija sa novim hipom h .

Fibonačijev hip [2] je osmišljen 1984. od strane Fredman-a i Tarjan-a sa ciljem da se poboljša vreme izvršavanja Dijkstrinog algoritma za najkraći put. Originalni Dijkstrin algoritam koji koristi binarni hip radi u vremenskoj složenosti $O(|E| \log |V|)$. Korišćenjem Fibonačijevog hipa umesto binarnog hipa, vremensku složenost Dijkstrinog algoritma je moguće poboljšati do $O(|E| + |V| \log |V|)$. Poredjenje vremena izvršavanja u odnosu na binarni hip se može videti na sledećoj tabeli:

Operacija	Binarni hip	Fibonačijev hip
find_min	$O(1)$	$O(1)$
extract_min	$O(\log n)$	$O(\log n)$
insert(v)	$O(\log n)$	$O(1)$
decrease_key(k,v)	$O(\log n)$	$O(1)$ ²
merge(h)	$O(n)$	$O(1)$

Tabela 1: Poredjenje vremena izvršavanja operacija izmedju Fibonačijevog i binarnog hipa.

[3]

2 Zaključak

Literatura

- [1] aaa. Heaps. on-line at: <https://www.cs.cmu.edu/~adamchik/15-121/lectures/Binary%20Heaps/heaps.html>.
- [2] Michael L. Fredman, Robert Sedgewick, Daniel D. Sleator, and Robert E. Tarjan. The Pairing Heap: A new form of self-adjusting heap, 1986. on-line at: <http://www.cs.cmu.edu/~sleator/papers/pairing-heaps.pdf>.
- [3] Princeton. Fibonacci Heaps. on-line at: <https://www.cs.princeton.edu/~wayne/teaching/fibonacci-heap.pdf>.

¹Pretpostavlja se da se radi o min-hipu, analogno važi i za max-hip.